

LÓGICA MATEMÁTICA
**PROPOSICIONES, CONECTORES
LÓGICOS Y TABLAS DE VERDAD**

PROPOSICIONES, CONECTORES LÓGICOS Y TABLAS DE VERDAD

Existen diferentes tipos de preposiciones, cada una con una función específica en la estructura de una oración. Las preposiciones de lugar indican la posición o ubicación de un objeto o sujeto en relación con otro, como en "sobre" o "debajo de." Las preposiciones de tiempo señalan momentos o períodos, tales como "antes de" o "después de." Las preposiciones de causa o finalidad explican el motivo o propósito de una acción, como "para" o "por." Finalmente, las preposiciones de modo expresan la manera en que se realiza una acción, como "con" o "sin." Cada tipo contribuye a dar claridad y precisión en la comunicación.

Los tipos de preposiciones, los conectores lógicos y las tablas de verdad son elementos fundamentales para comprender y estructurar de manera clara el significado en el lenguaje y en la lógica formal. Las preposiciones, por ejemplo, nos ayudan a situar y relacionar conceptos en el espacio, el tiempo o el modo. Los conectores lógicos, por su parte, permiten enlazar proposiciones de manera que expresen relaciones como causa y efecto, condición, o contradicción, lo cual es esencial en la formulación de argumentos coherentes. Las tablas de verdad, utilizadas en lógica proposicional, muestran todas las posibles combinaciones de verdad o falsedad entre proposiciones, facilitando el análisis de la validez de argumentos.

Tipos de proposiciones

Las proposiciones pueden clasificarse en diferentes tipos:



Proposiciones simples

Son aquellas que no pueden descomponerse en partes más pequeñas. Ejemplos:

"El sol brilla."

Proposiciones compuestas

Estas se forman al combinar dos o más proposiciones simples mediante conectores lógicos. Ejemplo:

"El sol brilla y la Tierra es redonda."



Conectores lógicos

Los conectores lógicos son palabras que se utilizan para combinar proposiciones y crear proposiciones compuestas. Los conectores más comunes son:

| | |
|-------------------------------------|---|
| Conjunción (y) | Representada por \wedge . La proposición "A y B" ($A \wedge B$) es verdadera solo si tanto A como B son verdaderas. Ejemplo: "Hoy es lunes y está lloviendo" ($A \wedge B$) es verdadera solo si ambos eventos ocurren. |
| Disyunción (o) | Representada por \vee . La proposición "A o B" ($A \vee B$) es verdadera si al menos una de las proposiciones es verdadera. Ejemplo: "Hoy es lunes o está lloviendo" ($A \vee B$) es verdadera si ocurre al menos uno de los dos eventos. |
| Implicación (si... entonces) | Representada por \rightarrow . La proposición "Si A, entonces B" ($A \rightarrow B$) es falsa solo si A es verdadera y B es falsa. Ejemplo: "Si está lloviendo, entonces la calle está mojada" ($A \rightarrow B$), falsa solo si llueve y la calle no se moja. |
| Negación | Representada por \neg . La proposición "No A" ($\neg A$) es verdadera si A es falsa. Ejemplo: "No hoy es lunes" ($\neg A$) es verdadera si hoy no es lunes. |

Tablas de verdad

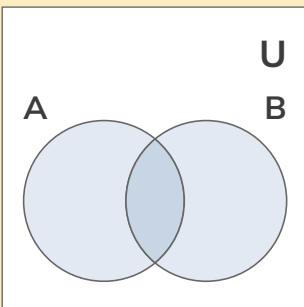
Las tablas de verdad son herramientas que nos ayudan a entender cómo funcionan las proposiciones y sus combinaciones. A continuación, se presenta una tabla de verdad que muestra cómo se comportan las proposiciones simples A y B con los conectores lógicos:

Tabla 1. Tabla de verdad para A y B.

| A (Hoy es lunes) | B (Está lloviendo) | $A \wedge B$ (A y B) | $A \vee B$ (A o B) | $A \rightarrow B$ (Si A, entonces B) | $\neg A$ (No A) |
|---------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|---|--------------------|
| Verdadera | Verdadera | Verdadera | Verdadera | Verdadera | Falsa |
| Verdadera | Falsa | Falsa | Verdadera | Falsa | Falsa |
| Falsa | Verdadera | Falsa | Verdadera | Verdadera | Verdadera |
| Falsa | Falsa | Falsa | Falsa | Verdadera | Verdadera |
| A (Hoy es lunes) | B (Está lloviendo) | $A \wedge B$ (A y B) | $A \vee B$ (A o B) | $A \rightarrow B$ (Si A, entonces B) | $\neg A$ (No A) |

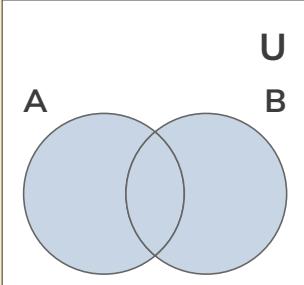
Nota. Tomado de Aguilar, J. (2024)

Algunos ejemplos con la tabla de verdad son:



1. Conjunción ($A \wedge B$)

Solo es verdadera cuando tanto A como B son verdaderas. Ejemplo: "Hoy es lunes y está lloviendo" es verdadero solo si ambos eventos ocurren; si uno de los dos es falso, la proposición es falsa.



2. Disyunción ($A \vee B$)

Es verdadera si al menos uno de los dos es verdadero. Ejemplo: "Hoy es lunes o está lloviendo" es verdadero si al menos uno de estos eventos ocurre, incluso si el otro no sucede.

3. Implicación ($A \rightarrow B$)

Es falsa únicamente si A es verdadera y B es falsa. Ejemplo: "Si está lloviendo, entonces la calle está mojada" sería falso solo si realmente llueve pero la calle no se ha mojado por alguna razón.

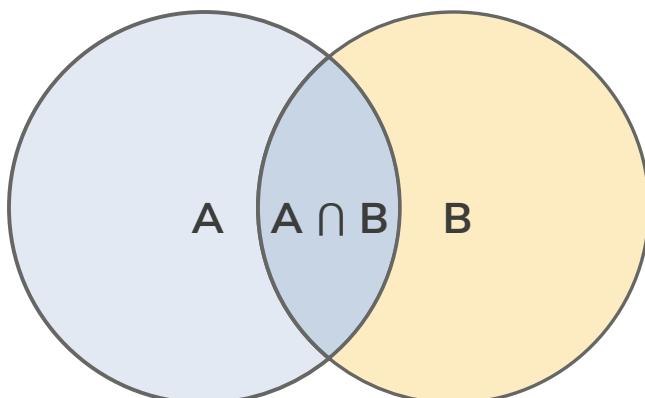
4. Negación ($\neg A$)

Invierte el valor de verdad. Ejemplo: si hoy es lunes (A es verdadera), entonces "No hoy es lunes" ($\neg A$) es falsa; si hoy no es lunes, $\neg A$ es verdadera.

Proposiciones y diagramas de Venn

Los diagramas de Venn son una herramienta visual útil para comprender las relaciones entre diferentes proposiciones. Imagina dos círculos que representan las proposiciones A y B. La intersección de ambos círculos simboliza la conjunción "A y B", es decir, el área donde ambas proposiciones son verdaderas simultáneamente. Por otro lado, la unión de los dos círculos, que incluye todas las áreas de ambos, representa la disyunción "A o B", que es verdadera si al menos una de las dos proposiciones es verdadera.

Figura 1. Diagramas de Venn



En este diagrama, el área de intersección representa el caso en el que tanto A como B son verdaderas, mientras que el área total de ambos círculos simboliza que al menos uno de los eventos ocurre.



Las proposiciones son elementos esenciales en la lógica matemática, pues permiten construir argumentos claros y precisos. Su combinación mediante conectores lógicos nos ayuda a explorar relaciones complejas. Herramientas como las tablas de verdad y los diagramas de Venn facilitan la visualización y comprensión de cómo funcionan las proposiciones y sus combinaciones. Al comprender las proposiciones y sus interacciones, podemos razonar de manera efectiva en matemáticas, ciencias, informática y en nuestra vida cotidiana.