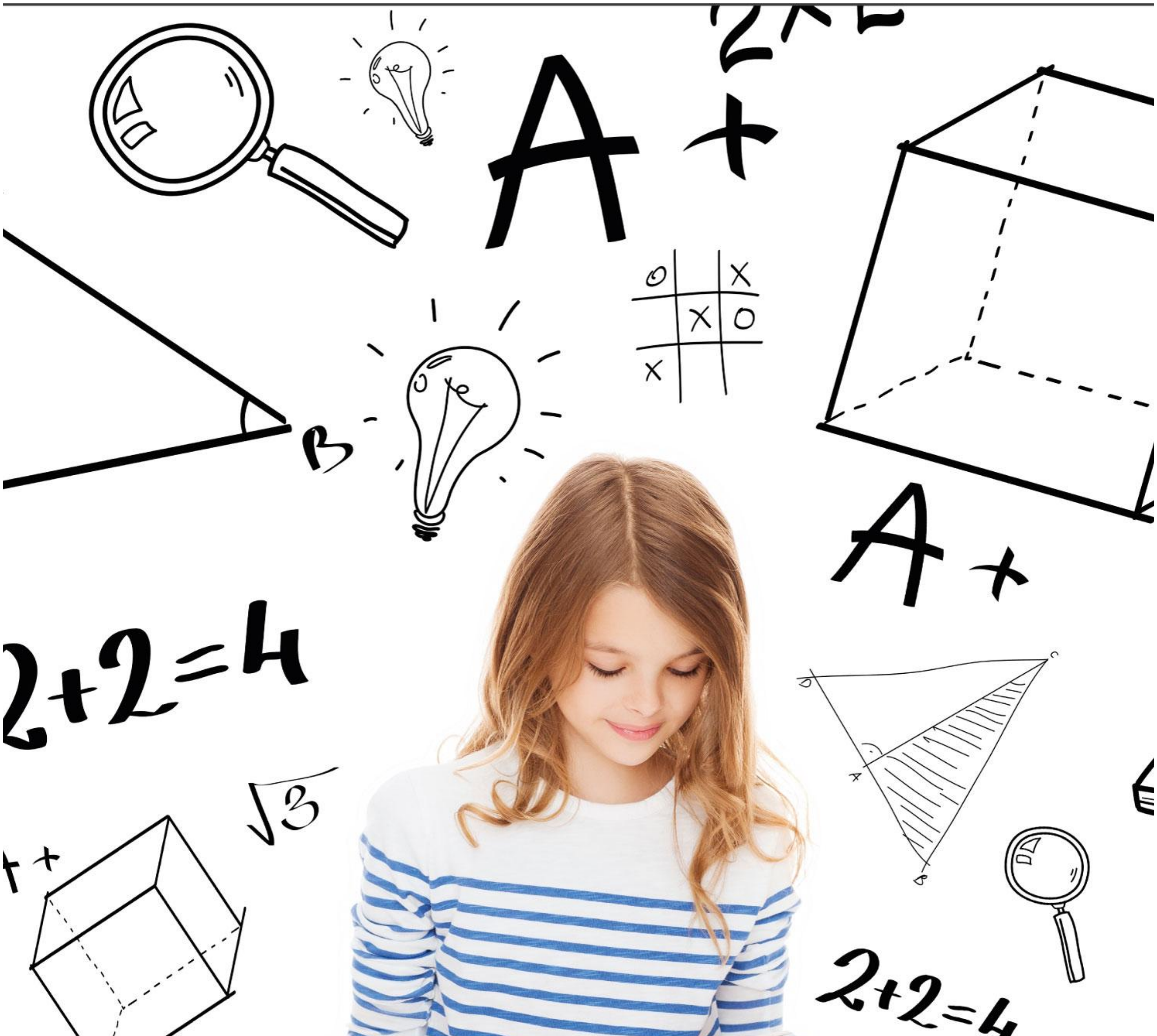
TECNOLÓGICA DEL ORIENTE
INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR
VIGILADA MINEDUCACIÓN



MATEMÁTICAS

INTRODUCCIÓN A LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Introducción a las Expresiones Algebraicas

1. Definición y Naturaleza de las Expresiones Algebraicas

Las expresiones algebraicas constituyen una herramienta fundamental del lenguaje matemático que permite representar relaciones numéricas mediante la combinación de números, variables y operaciones aritméticas básicas. Se comprende que una expresión algebraica es cualquier combinación de constantes, variables y operadores matemáticos que forman una unidad matemática con significado específico. Estas construcciones simbólicas se caracterizan por su capacidad de generalizar patrones numéricos y representar situaciones donde ciertos valores permanecen desconocidos o variables. La potencia de este sistema radica en que permite trabajar con cantidades abstractas de manera sistemática y rigurosa.

En el contexto cotidiano, se observa constantemente la presencia implícita de expresiones algebraicas sin necesariamente reconocerlas como tales. Por ejemplo, cuando se calcula el costo total de una compra donde algunos artículos tienen precio conocido y otros están en oferta con descuentos variables, se está empleando naturalmente el pensamiento algebraico. Si una persona compra tres libros a $15 cada uno y varios cuadernos cuyo precio individual se desconoce, la expresión 45 + x (número de cuadernos) × (precio por cuaderno) representa perfectamente esta situación. Esta capacidad de modelar situaciones reales mediante símbolos matemáticos demuestra la utilidad práctica del álgebra en la resolución de problemas cotidianos.

Se plantea el siguiente ejercicio práctico para consolidar la comprensión: determinar el valor de la expresión $3x + 2y - 5$ cuando $x = 4$ e $y = 7$.
Para resolver este problema, se procede sustituyendo cada variable por su valor correspondiente: $3(4) + 2(7) - 5$.
Continuando con las operaciones, se obtiene $12 + 14 - 5$, lo cual resulta en $26 - 5$. Por tanto, el valor final de la expresión es 21.
Este proceso de sustitución y evaluación constituye una habilidad fundamental que se emplea consistentemente en el trabajo con expresiones algebraicas.

2. Componentes Estructurales de las Expresiones Algebraicas

Se analiza que toda expresión algebraica se compone de elementos estructurales específicos que determinan su comportamiento y propiedades matemáticas. Los términos constituyen las unidades básicas separadas por signos de suma o resta, mientras que los coeficientes representan los valores numéricos que multiplican a las variables. Las variables, tradicionalmente representadas por letras del alfabeto, simbolizan cantidades desconocidas o que pueden variar según el contexto. Adicionalmente, se identifican las constantes como valores numéricos fijos que no cambian dentro de la expresión. La comprensión de estos componentes permite descomponer cualquier expresión algebraica en sus partes constitutivas para su análisis y manipulación posterior.

La identificación de estos componentes se manifiesta claramente en situaciones prácticas como el cálculo de áreas y perímetros de figuras geométricas. Cuando se determina el área de un rectángulo cuyas dimensiones son parcialmente conocidas, se emplea una expresión donde la longitud conocida actúa como coeficiente y el ancho desconocido como variable. Por ejemplo, si un terreno rectangular tiene 15 metros de ancho y una longitud variable, su área se expresa como 15l, donde 15 es el coeficiente y l representa la variable longitud. Esta representación permite calcular el área para cualquier valor de longitud mediante simple sustitución, demostrando la versatilidad de las expresiones algebraicas en contextos geométricos y de medición.

Se propone analizar la expresión $4x^2 - 3xy + 7y - 12$ para identificar sus componentes estructurales.
En esta expresión se distinguen cuatro términos: $4x^2$, $-3xy$, $7y$ y -12.
El primer término $4x^2$ presenta coeficiente 4 y variable x elevada al cuadrado.
El segundo término $-3xy$ tiene coeficiente -3 y variables x e y.
El tercer término $7y$ muestra coeficiente 7 y variable y.
Finalmente, el cuarto término -12 constituye una constante sin variables asociadas.

Esta descomposición sistemática facilita la comprensión de la estructura interna de expresiones algebraicas complejas y prepara el terreno para operaciones posteriores.

3. Clasificación y Tipos de Expresiones Algebraicas

Se implementa un sistema de clasificación que organiza las expresiones algebraicas según diferentes criterios estructurales y funcionales. Según el número de términos, se distinguen los monomios (un término), binomios (dos términos), trinomios (tres términos) y polinomios (múltiples términos). El grado de una expresión se determina por la mayor suma de exponentes de variables en cualquiera de sus términos, proporcionando información sobre su complejidad y comportamiento. Además, se consideran clasificaciones según el tipo de coeficientes (enteros, racionales, irracionales) y según la naturaleza de las variables involucradas. Esta taxonomía sistemática facilita la identificación de propiedades específicas y la aplicación de técnicas de resolución apropiadas para cada tipo.

En el ámbito de la física y la ingeniería, se observa frecuentemente la aplicación de diferentes tipos de expresiones algebraicas según la naturaleza del fenómeno estudiado. Las ecuaciones de movimiento uniformemente acelerado emplean polinomios de segundo grado donde la posición se relaciona con el tiempo mediante expresiones como $s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$. En este contexto, s_0 representa la posición inicial (constante), v_0 simboliza la velocidad inicial (coeficiente), t constituye la variable tiempo, y ½a actúa como coeficiente de la componente cuadrática. Esta clasificación permite a los científicos e ingenieros seleccionar modelos matemáticos apropiados para describir y predecir comportamientos físicos específicos.

Se desarrolla un ejercicio de clasificación con la expresión $2x^3 - 5x + 8$.
Para determinar su clasificación, se procede identificando primero el número de términos: tres términos ($2x^3$, $-5x$, 8), lo cual la clasifica como trinomio. Posteriormente, se determina el grado examinando los exponentes de cada término: el primer término tiene grado 3, el segundo grado 1, y el tercero grado 0.
El grado de la expresión completa corresponde al mayor de estos valores, por tanto, es de grado 3. Adicionalmente, todos los coeficientes son números enteros (2, -5, 8), clasificándola como polinomio de coeficientes enteros.
Esta clasificación completa proporciona información estructural valiosa para su posterior manipulación algebraica.

4. Operaciones Fundamentales con Expresiones Algebraicas

Se comprende que las operaciones con expresiones algebraicas siguen principios sistemáticos que extienden las reglas aritméticas básicas al ámbito simbólico. La adición y sustracción de expresiones requiere la identificación y combinación de términos semejantes, aquellos que poseen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes. La multiplicación se ejecuta aplicando la propiedad distributiva y las leyes de exponentes, mientras que la división demanda técnicas específicas según la complejidad de las expresiones involucradas. Estas operaciones fundamentales constituyen la base para manipulaciones algebraicas más avanzadas y la resolución de ecuaciones complejas. El dominio de estas técnicas operacionales permite transformar expresiones algebraicas en formas equivalentes más convenientes para análisis específicos.

En el contexto de la economía y las finanzas, se aplican constantemente operaciones con expresiones algebraicas para modelar situaciones de costo, ingreso y ganancia.
Una empresa que produce x unidades de un producto con costo fijo de $500 y costo variable de $12 por unidad puede representar su función de costo total como $C(x) = 500 + 12x$. Si el precio de venta es $20 por unidad, la función de ingreso se expresa como $I(x) = 20x$. La función de ganancia se obtiene restando el costo del ingreso: $G(x) = I(x) - C(x) = 20x - (500 + 12x) = 20x - 500 - 12x = 8x - 500$. Esta aplicación demuestra cómo las operaciones algebraicas permiten analizar relaciones económicas complejas mediante manipulación simbólica.

Se plantea resolver la suma $(3x^2 - 2x + 5) + (x^2 + 4x - 3)$ paso a paso.

Primero, se eliminan los paréntesis manteniendo los signos: $3x^2 - 2x + 5 + x^2 + 4x - 3$.
Posteriormente, se agrupan los términos semejantes: $(3x^2 + x^2) + (-2x + 4x) + (5 - 3)$.
Se procede a combinar cada grupo de términos semejantes: $4x^2 + 2x + 2$.
Por tanto, el resultado de la suma es $4x^2 + 2x + 2$.
Este proceso sistemático de identificación, agrupación y combinación de términos semejantes constituye la metodología estándar para la adición de expresiones algebraicas y debe aplicarse consistentemente para garantizar resultados correctos.

5. Aplicaciones y Relevancia en el Pensamiento Matemático

Se reconoce que las expresiones algebraicas trascienden su función como herramienta de cálculo para convertirse en un modo fundamental de pensamiento matemático que desarrolla capacidades de abstracción, generalización y modelado. El álgebra permite representar patrones, formular conjeturas y establecer relaciones que permanecerían ocultas en el tratamiento puramente aritmético. Esta transición del pensamiento concreto al abstracto constituye un salto cualitativo en el desarrollo del razonamiento matemático, facilitando la comprensión de conceptos más avanzados en áreas como cálculo, geometría analítica y matemáticas discretas. La habilidad para manipular símbolos algebraicos desarrolla la capacidad de trabajar con ideas abstractas y establecer conexiones conceptuales que enriquecen la comprensión matemática general.

En el campo de la tecnología y la programación, se observa la aplicación directa del pensamiento algebraico en el desarrollo de algoritmos y la optimización de procesos computacionales. Los programadores emplean variables y expresiones algebraicas para crear fórmulas que calculan automáticamente resultados basados en datos de entrada cambiantes. Por ejemplo, un algoritmo que calcula el tiempo estimado de entrega basado en la distancia (d kilómetros) y las condiciones de tráfico (factor t) podría emplear la expresión $T = 0.8d + 15t + 30$, donde cada componente representa diferentes aspectos del cálculo temporal. Esta capacidad de modelar procesos complejos mediante expresiones algebraicas demuestra la relevancia contemporánea del álgebra en el desarrollo tecnológico y la automatización de tareas.

Se desarrolla un problema aplicado donde se debe determinar la expresión que representa el costo total de organizar un evento con entrada de \$25 por persona, costo fijo de local de \$800, y costo variable de \$15 por persona para alimentación. La expresión se construye identificando cada componente: ingreso por entradas $25p$, costo fijo 800, costo variable $15p$, donde p representa el número de personas. El costo total se expresa como $C = 800 + 15p$, mientras que el ingreso total es $I = 25p$. La ganancia neta se calcula como $G = I - C = 25p - (800 + 15p) = 25p - 800 - 15p = 10p - 800$. Esta expresión final permite determinar que se necesitan al menos 80 personas (cuando $10p - 800 = 0$) para alcanzar el punto de equilibrio, demostrando la potencia analítica de las expresiones algebraicas en la toma de decisiones prácticas.