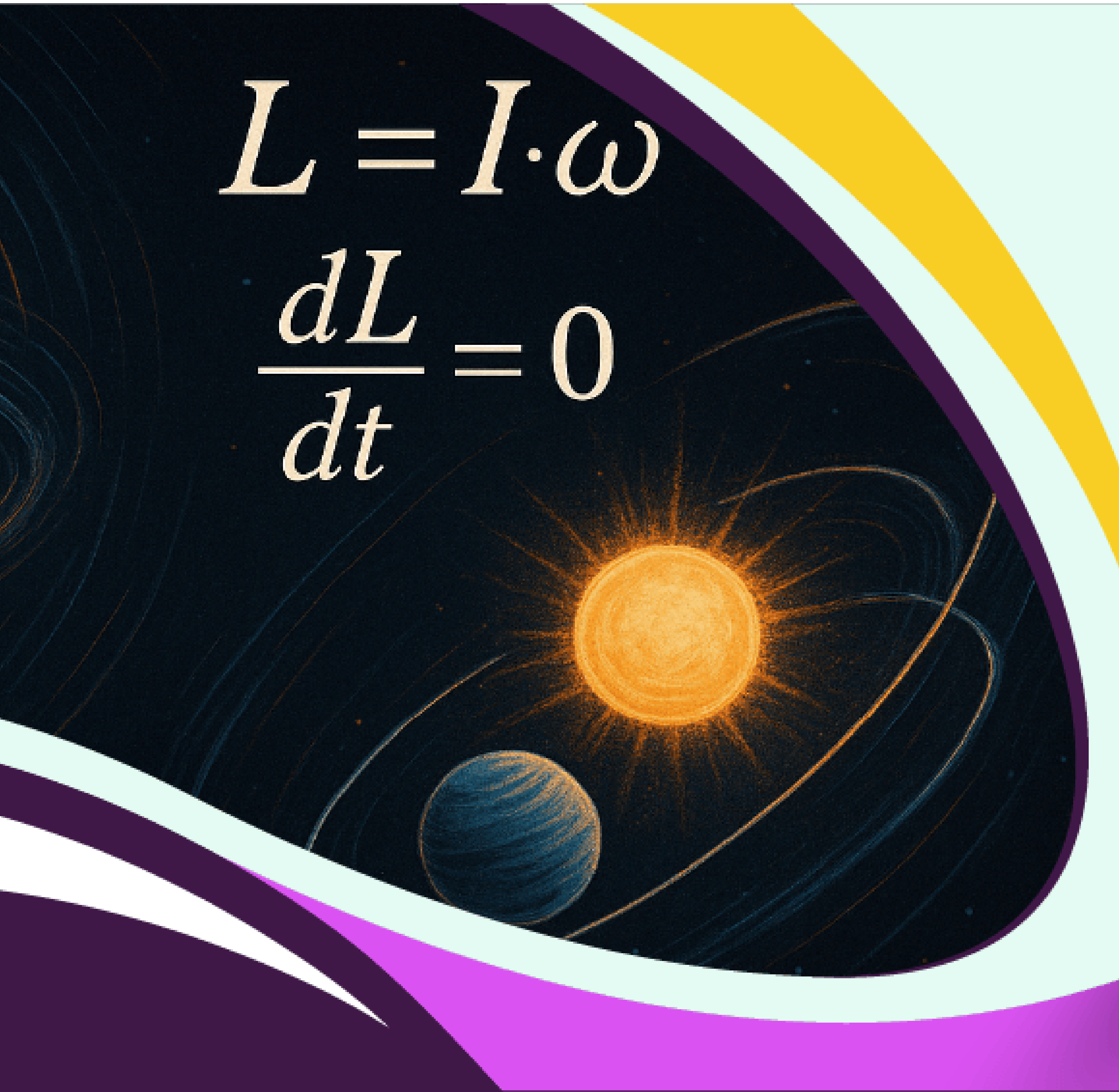
TECNOLÓGICA DEL ORIENTE
INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR



FÍSICA I

APLICACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

APLICACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

La conservación del momento angular es un principio fundamental de la física que tiene importantes aplicaciones en el diseño y análisis de sistemas mecánicos. Este principio establece que, en ausencia de momentos (o pares) externos netos, el momento angular total de un sistema permanece constante en el tiempo. Matemáticamente, se expresa como:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \bullet m_i \vec{v}_i = contanste$$

donde $\vec{r}_i$ es el vector de posición, m_i es la masa y $\vec{v}_i$ es el vector de velocidad de cada partícula del sistema.

Una de las aplicaciones más destacadas de la conservación del momento angular se encuentra en el funcionamiento de los **giroscopios**. Un giroscopio es un dispositivo que consta de un disco o rueda que gira rápidamente alrededor de un eje. Debido a su alto momento angular, el giroscopio tiende a mantener su orientación en el espacio, resistiendo los momentos externos que intentan cambiar su dirección. Esta propiedad se utiliza en sistemas de navegación, estabilización de vehículos y dispositivos de medición de orientación (Irodov, 2010).

Otra aplicación importante se encuentra en el diseño de **volantes de inercia**. Un volante de inercia es un disco o cilindro que se utiliza para almacenar energía cinética y suavizar las fluctuaciones de velocidad en sistemas mecánicos. Durante los períodos de baja demanda de energía, el volante se acelera, almacenando energía en forma de momento angular. Cuando la demanda de energía aumenta, el volante libera gradualmente esta energía, ayudando a mantener una velocidad constante. La conservación del momento angular permite calcular la capacidad de almacenamiento de energía y la estabilidad del volante (Bujovtsev, 2010).

Además, la conservación del momento angular se aplica en el análisis de la estabilidad de rotores y ejes en máquinas rotativas. Cuando un rotor está sujeto a un momento externo, como un desequilibrio o una carga asimétrica, su velocidad angular puede cambiar. Sin embargo, debido a la conservación del momento angular, este cambio de velocidad está limitado por la distribución de masa del rotor y su momento de inercia. Un diseño adecuado del rotor, considerando su geometría y materiales, puede mejorar su estabilidad y reducir las vibraciones (Pérez Oviedo, 2023).

Ejercicio resuelto

Un satélite de comunicaciones de 500 kg tiene forma de cilindro de 2 m de diámetro y 3 m de longitud. El satélite gira alrededor de su eje longitudinal a una velocidad de 60 rpm para mantener su orientación en el espacio. Si se desea reorientar el satélite girándolo 30° alrededor de un eje perpendicular, calcular la velocidad angular final del satélite, asumiendo que no hay momentos externos.

Solución

Datos:

- **Masa del satélite:** m = 500 kg
- **Diámetro del satélite:** D = 2 m ⟶ radio R = 1 m
- **Longitud del satélite:** L = 3 m
- **Velocidad angular inicial alrededor del eje longitudinal:**

$$\omega_1 = 60\ rpm = \frac{60}{60} \bullet 2\pi = 2\pi\ rad/s$$

- **Ángulo de reorientación:**

$$\theta = 30^{\circ} = \frac{\pi}{6} rad$$

Paso 1. Calcular el momento de inercia del satélite alrededor de su eje longitudinal (I1).

Para un cilindro sólido girando sobre su eje:

$$I_1 = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} \bullet 500 \bullet (1)^2 = 250\ kg.m^2$$

Paso 2. Calcular el momento de inercia del satélite alrededor del eje perpendicular (I2).

Para un cilindro sólido:

$$I_1 = \frac{1}{12} m(3R^2 + L^2) = \frac{1}{12} \bullet 500 \bullet (3 \bullet 1^2 \bullet 3^2) = 541.67\ kg.m^2$$

Paso 3. Aplicar la conservación del momento angular.

El momento angular inicial (L1) es:

L_1=I_1 ω_1=250•2π=500 π kg.m^2

El momento angular final (L2) tiene dos componentes:

- **Alrededor del eje longitudinal:** $L_{2l}=I_1\ \omega_2\ \cos\theta$
- **Alrededor del eje perpendicular:** $L_{2p}=I_2\ \omega_2\ \cos\theta$

Donde ω_2 es la velocidad angular final (incógnita).

Igualando los momentos angulares inicial y final:

$$500\pi = \omega_2 * \sqrt{(250\cos\frac{\pi}{6})^2 + (541.67\sin\frac{\pi}{6})^2}$$

Paso 4. Despeje de ω_2

$$\omega_2 = \frac{500\pi}{\sqrt{(250\cos\frac{\pi}{6})^2 + (541.67\sin\frac{\pi}{6})^2}} \approx 5.81\, rad/s$$

Conversión a rpm:

$$n = \frac{\omega_2}{2\pi} \bullet 60 = \frac{5.81}{2\pi} \bullet 60 \approx 55.5\, rpm$$

Resultado: después de la reorientación de 30°, la velocidad angular final del satélite será de 55,5 rpm alrededor de su eje longitudinal.

Este ejemplo muestra cómo la conservación del momento angular permite predecir el comportamiento de un sistema mecánico cuando se somete a cambios en su orientación o distribución de masa. En el caso del satélite, la reorientación implica una transferencia de momento angular entre los ejes longitudinal y perpendicular, resultando en un cambio en la velocidad angular.

> La aplicación de la conservación del momento angular en el diseño y análisis de sistemas mecánicos es fundamental para garantizar su estabilidad, eficiencia y control. Los ingenieros industriales deben comprender estos principios para desarrollar soluciones innovadoras en áreas como la robótica, la aeronáutica, la generación de energía y la automatización de procesos.