



FÍSICA I

EJERCICIO RESUELTO 3

EJERCICIO RESUELTO 3

Una máquina de 500 kg está montada sobre cuatro aisladores de vibraciones idénticos, cada uno con una rigidez de 1 MN/m y un amortiguamiento de 2 kNs/m. Si la máquina está sujeta a una fuerza armónica de 1 kN a una frecuencia de 10 Hz, calcular la amplitud de las vibraciones en régimen estacionario.

Solución

Datos:

- ✓ **Masa de la máquina:** $m = 500 \text{ kg}$
- ✓ **Rigidez de cada aislador:** $k = 1 \text{ MN/m} = 1 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
- ✓ **Amortiguamiento de cada aislador:** $c = 2 \text{ kNs/m} = 2 \cdot 10^3 \text{ Ns/m}$
- ✓ **Fuerza armónica:** $F_0 = 1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$
- ✓ **Frecuencia de excitación:** $f = 10 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 20\pi \text{ rad/s}$

Paso 1: Calcular la rigidez y el amortiguamiento equivalentes del sistema.

Como los cuatro aisladores están en paralelo, la rigidez y el amortiguamiento equivalentes son:

$$k_{eq} = 4k = 4 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

$$c_{eq} = 4c = 8 \cdot 10^3 \text{ Ns/m}$$

Paso 2: Calcular la frecuencia natural del sistema.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^6}{500}} = 89,44 \text{ rad/s}$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{89,44}{2\pi} = 14,23 \text{ Hz}$$

Paso 3: Calcular el factor de amortiguamiento.

$$\zeta = \frac{c_{eq}}{2\sqrt{mk_{eq}}} = \frac{8 \cdot 10^3}{2\sqrt{500 \cdot 4 \cdot 10^6}} = 0,447$$

Paso 4: Calcular la amplitud de las vibraciones en régimen estacionario.

La amplitud de las vibraciones se puede obtener a partir de la función de respuesta en frecuencia:

$$X(\omega) = \frac{\frac{F_0}{k_{eq}}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

Sustituyendo valores:

$$X = \frac{\frac{1000}{(4 \cdot 10^6)}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{20\pi}{89,44}\right)^2\right)^2 + \left(2 \cdot 0,447 \frac{20\pi}{89,44}\right)^2}}$$

$$X=0,196 \text{ mm}$$

Resultado: la amplitud de las vibraciones en régimen estacionario es de 0,196 mm.

- ✓ Este ejemplo ilustra cómo el uso de aisladores de vibraciones puede reducir significativamente la transmisión de fuerzas y movimientos vibratorios a la estructura o componentes sensibles de un sistema mecánico. El cálculo de la amplitud de las vibraciones permite evaluar la efectividad del sistema de aislamiento y verificar si se cumplen los criterios de diseño en cuanto a niveles de vibración admisibles.

El control de vibraciones es un área multidisciplinaria que combina conocimientos de dinámica, resistencia de materiales, acústica y control. Los ingenieros industriales deben ser capaces de identificar las fuentes de vibraciones, modelar el comportamiento dinámico de los sistemas y proponer soluciones efectivas para mitigar los efectos negativos de las vibraciones. Esto implica la selección adecuada de materiales, la optimización de la geometría de los componentes, el uso de sistemas de aislamiento y amortiguamiento, y la implementación de estrategias de monitoreo y mantenimiento predictivo.