

安徽大学互联网学院 2018—2019 学年第二学期

《高等数学 A (二)》期末考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
|-----|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | |

一、填空题 (本题共五小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得分

1. 点 $P(1, 2, 3)$ 到平面 $x + 2y - 2z = 1$ 的距离为 _____.

2. 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow 0} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} =$ _____.

3. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 确定的隐函数, 且 $z(1, 0) = -1$. 则全微分 $dz|_{(1,0)} =$ _____.

4. 交换积分次序 $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy =$ _____.

5. 设 $f(x, y, z) = xy^2z^3$, 则 $\text{grad } f(1, 1, 1) =$ _____.

二、选择题 (本题共五小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

得分

6. 设二元函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处连续. 下列命题 **正确** 的是

()

A. 若极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ 存在, 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处可微.

B. 若极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y)}{x^2 + y^2}$ 存在, 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处可微.

C. 若 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处可微, 则极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ 存在.

D. 若 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处可微, 则极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y)}{x^2 + y^2}$ 存在.

7. 设直线 L 的方程为 $\begin{cases} x+y-2z=1, \\ 2x+y-4z=2. \end{cases}$ 则直线 L ()

A. 垂直于 y 轴. B. 平行于 y 轴. C. 垂直于 x 轴. D. 平行于 x 轴.

8. 设曲线 $L: y = x^2, -2 \leq x \leq 2$. 则曲线积分 $\int_L e^y \ln(x + \sqrt{1+x^2}) ds =$ ()

A. e^2 . B. e^{-2} . C. 0. D. e .

9. 设 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 是正项级数. 下列结论中**正确**的是 ()

A. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} nu_n = 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛.

B. 若存在非零常数 a , 使得 $\lim_{n \rightarrow \infty} nu_n = a$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散.

C. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} nu_n = 0$.

D. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散, 则存在非零常数 a , 使得 $\lim_{n \rightarrow \infty} nu_n = a$.

10. 函数 $y = \cos x$ 展开成 x 的幂级数为 ()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-1)!}$. B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n-1)!}$. C. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$. D. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$.

三、计算题 (本题共五小题, 每小题 9 分, 共 45 分)

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

11. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x+y+z) dx dy dz$, 其中 Ω 是由曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $z = 1$ 所围成的闭区域.

12. 计算第二类曲线积分 $\oint_L \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$, 其中 L 为正方形 $ABCD$ 的边界, 方向为逆时针

方向, 点 A, B, C, D 的坐标依次为 $(1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1)$.

13. 计算第二类曲面积分 $\iint_{\Sigma} z^2 dz dx$, 其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 上满足 $x \geq 0, y \geq 0, z \leq 1$ 的部分的上侧.

14. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 且 $f(x) = |x|$, $x \in (-\pi, \pi]$. 将 $f(x)$ 展开成傅里叶

级数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ 的和.

15. 设二元函数 $z = f(x, y)$ 在点 $(1, 1)$ 处可微, 且 $f(1, 1) = 1$, $f_x(1, 1) = 2$, $f_y(1, 1) = 3$.
 $g(x) = f(x, x)$, $h(x) = f(f(x, x), x)$. 求 $g'(1)$ 与 $h'(1)$ 的值.

四、应用题（本题共两小题，每小题 10 分，共 20 分）

得 分

16. 求函数 $f(x, y, z) = 2x + y + 3z$ 在柱面 $x^2 + y^2 = 2$ 和平面 $x + z = 1$ 的交线上的最大值与最小值.

17. 设三角形铁皮 Σ 的顶点坐标分别为 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, 且面密度 $\rho(x, y, z) = z + 1$. 求铁皮 Σ 的质量.

五、证明题（本题共两小题，每小题 5 分，共 10 分）

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

18. 证明：级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}$ 条件收敛.

19. 设函数 $y = f(x)$ 连续. 证明: $\iint_D f(x+y) dx dy = \int_{-1}^1 f(u) du$, 其中 $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$.