35

院/系__________ 专业__________ 姓名__________ 学号__________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 2018—2019 学年第二学期

《高等数学 A（二）》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. 点 $P(1,2,3)$ 到平面 $x+2y-2z=1$ 的距离为__________.

2. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to 0}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}=$__________.

3. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 确定的隐函数，且 $z(1,0)=-1$． 则全微分 $\mathrm{d}z|_{(1,0)}=$__________.

4. 交换积分次序 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^x f(x,y)\mathrm{d}y+\int_1^2\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y=$__________.

5. 设向量场 $\boldsymbol{F}(x,y,z)=\{y^2,z^2,x^2\}$， $M=(1,2,3)$． 则 $\mathbf{rot}\,\boldsymbol{F}(M)=$__________.

二、选择题（本题共五小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6. 设二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的某个领域内有定义． 下列命题**正确**的是 （　　）

A. 若 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处任意方向导数存在，则 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微.

B. 若 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，则点 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处任意方向导数存在.

C. 若 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处偏导数存在，则点 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处任意方向导数存在.

D. 若 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处任意方向导数存在，则 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处偏导数存在.

7. 设直线L的方程为$\begin{cases} x+y-2z=1, \\ 2x+y-4z=2. \end{cases}$ 则直线L （　　）

A. 垂直于y轴.　　B. 平行于y轴.　　C. 垂直于x轴.　　D. 平行于x轴.

8. 设曲线$L: y=x^2, -2 \le x \le 2$．则曲线积分$\int_L e^y \ln(x+\sqrt{1+x^2})\mathrm{d}s =$ （　　）

A. e^2.　　B. e^{-2}.　　C. 0.　　D. e.

9. 设$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$是正项级数．下列结论中**正确**的是 （　　）

A. 若$\lim\limits_{n\to\infty} nu_n = 0$，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$收敛.

B. 若存在非零常数a，使得$\lim\limits_{n\to\infty} nu_n = a$，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$发散.

C. 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$收敛，则$\lim\limits_{n\to\infty} nu_n = 0$.

D. 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$发散，则存在非零常数$a$，使得$\lim\limits_{n\to\infty} nu_n = a$.

10. 函数$y=\arctan x$ （$x\in[-1,1]$）展开成x的幂级数为 （　　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$.　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$.　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$.　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$.

三、计算题（本题共五小题，每小题9分，共45分）

得　分	

11. 计算三重积分$\iiint\limits_V (x+y+z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$V$是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=1$所围成的闭区域.

姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

12．计算第二类曲线积分$\oint\limits_L \dfrac{-y\,\mathrm{d}x + x\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$，其中$L$为正方形$ABCD$的边界，方向为逆时针方向，点$A,B,C,D$ 的坐标依次为$(1,1)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$, $(1,-1)$.

13．计算第二类曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} z^2\mathrm{d}z\mathrm{d}x$，其中$\Sigma$为锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$上满足$x\ge 0$，$y\ge 0$，$z\le 1$的部分的上侧.

14. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，且 $f(x)=|x|$， $x\in(-\pi,\pi]$． 将 $f(x)$ 展开成 Fourier 级数，并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$ 的和.

15. 设二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处可微，且 $f(1,1)=1$， $f_x(1,1)=2$， $f_y(1,1)=3$. $g(x)=f(x,x)$， $h(x)=f(f(x,x),x)$．求 $g'(1)$ 与 $h'(1)$ 的值.

姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

四、应用题（本题共两小题，每小题10分，共20分）

得 分	

16．求函数 $f(x,y,z)=2x+y+3z$ 在柱面 $x^2+y^2=2$ 和平面 $x+z=1$ 的交线上的最大值与最小值.

17． 设三角形铁皮 Σ 的顶点坐标分别为 $A(1,0,0)$， $B(0,1,0)$， $C(0,0,1)$ ，且面密度 $\rho(x,y,z)=z+1$． 求铁皮 Σ 的质量.

五、证明题（**本题共两小题，每小题5分，共10分**）

得　分	

18. 证明：级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n-\ln n}$条件收敛.

19. 设函数$y=f(x)$连续. 证明：$\iint\limits_D f(x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_{-1}^{1}f(u)\mathrm{d}u$，其中$D=\{(x,y)\,|\,|x|+|y|\le 1\}$.