学号______ 姓名______ 专业______ 年级______ 院/系______

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学2017-2018学年第二学期
《高等数学A（二）》期末考试试卷（B卷）

（闭卷　时间120分钟）

考场登记表序号 ____________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (本题共五小题，每小题3分，共15分)

得分	

1. 空间直角坐标系$Oxyz$中，点$(2,1,1)$到平面$x+y-z+1=0$的距离为____________.

2. 曲面$x^2+yz+x+1=0$在点$(0,1,-1)$处的法线方程为______________________.

3. 函数$f(x,y,z)=xyz$在点$P_0(1,1,1)$处沿方向$\vec{v}=(2,2,1)$的方向导数为____________.

4. 设Σ为球面$x^2+y^2+z^2=4$. 则第一类曲面积分$\oiint\limits_{\Sigma} y^2\mathrm{d}S=$________________.

5. 设f是以2为周期的函数，且在区间$(-1,1]$上的定义为$f(x)=\begin{cases}2, & -1<x\le 0,\\ x^3, & 0<x\le 1.\end{cases}$

   则$f(x)$的Fourier级数在$x=1$处收敛于___________.

二、选择题 (本题共五小题，每小题3分，共15分)

得分	

6. 直线$L_1:\begin{cases}x-y=6\\ 2y+z=3\end{cases}$ 与直线$L_2:\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$的位置关系是　(　　)

   (A)　重合.　(B)　平行.　(C)　相交但不重合.　(D)　异面.

7. 设函数$f(x,y)$在开区域D内有二阶连续偏导数, 且$f_x(x_0,y_0)=f_y(x_0,y_0)=0$. 记$A=f_{xx}(x_0,y_0)$, $B=f_{xy}(x_0,y_0)$, $C=f_{yy}(x_0,y_0)$. 则下列为$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处取极大值的充分条件的是　(　　)

   (A)　$A<0, AC-B^2>0$.　　(B)　$A>0, AC-B^2>0$.

   (C)　$A<0, AC-B^2<0$.　　(D)　$A>0, AC-B^2<0$.

8. 设函数$f(x,y)$连续，则二次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$可以写成　(　　)

(A) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$.　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$.

(C) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}y$.　　(D) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$.

9. 设Σ是球面$x^2+y^2+z^2=1$的上半部分，则下列第一类曲面积分值为零的是(　　)

(A) $\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2)\sin z\mathrm{d}S$.　(B) $\iint\limits_{\Sigma}x^2\sin z\mathrm{d}S$.　(C) $\iint\limits_{\Sigma}x\sin z\mathrm{d}S$.　(D) $\iint\limits_{\Sigma}x^2\cos z\mathrm{d}S$.

10. 设$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$为正项级数. 则下列命题正确的是　(　　)

(A) 若$\lim\limits_{n\to+\infty}na_n=0$，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛.

(B) 若存在非零常数λ, 使得$\lim\limits_{n\to+\infty}na_n=\lambda$, 级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$发散.

(C) 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，则$\lim\limits_{n\to+\infty}n^2a_n=0$.

(D) 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$发散，则存在非零常数$\lambda$, 使得$\lim\limits_{n\to+\infty}na_n=\lambda$.

三、计算题 (本题共六小题，每小题8分，共48分)

得分	

11. 求由方程组$\begin{cases}x+y+z=0,\\ x^2+y^2+z^2=1\end{cases}$所确定的函数$y=y(x)$和$z=z(x)$的导数.

12. 设二元函数$z=f(xy,\dfrac{x}{y})$，其中二元函数f具有二阶连续偏导数. 求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$和$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

13. 设数量场$f(x,y,z)=\ln(x^2+y^2+z^2)$.

(1) 求f的梯度场$\mathbf{grad} f$. (2) 求$\mathbf{grad} f$的散度$\mathrm{div}\ \mathbf{grad} f$.

14. 计算三重积分$I=\iiint\limits_V z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$V$是由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$和曲面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$所围成.

15. 计算第二类曲面积分$I=\iint\limits_\Sigma \dfrac{x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(z+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$, 其中$\Sigma$为上半球面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$的上侧.

16. 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n\cdot 2^n}$的收敛域与和函数.

四、应用题(本题共10分)

得分	

17. 已知一条非均匀金属线L的参数方程为

$$x=\cos t, y=\sin t, z=2t\ (0\le t\le \pi).$$

它在点(x,y,z)处的线密度为$\rho(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$. 求金属线L的质量.

五、证明题(本题共两小题，每小题6分，共12分)

得分	

18. 证明级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n-\ln n}$条件收敛.

19. 设D是平面上一个有界闭区域，其边界线∂D分段光滑，证明区域D 的面积

$$A(D)=\oint_{\partial D}-\frac{1}{2}y\mathrm{d}x+\frac{1}{2}x\mathrm{d}y.$$