安徽大学2017-2018学年第二学期
《高等数学A（二）》期末考试试卷（A卷）

（闭卷　时间120分钟）

考场登记表序号 ____________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

学号________ 姓名________ 专业________ 年级________ 院/系________

答 题 勿 超 装 订 线　　装　订　线

一、填空题 (本题共五小题，每小题3分，共15分)

得分	

1. 直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-3}{-1}$与直线$\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{0}$的夹角为__________.

2. 曲面$x^2+yz+x+1=0$在点$(0,1,-1)$处的切平面方程为____________________.

3. 设向量场$\boldsymbol{F}(x,y,z)=(x+y+z,xy,z)$. 则散度$\mathrm{div}\boldsymbol{F}(x,y,z)=$ ________________.

4. 设Σ为球面$x^2+y^2+z^2=R^2$. 则第一类曲面积分$\oiint\limits_{\Sigma}x^2\mathrm{d}S=$ ______________.

5. 设f是以2为周期的函数，且在区间$(-1,1]$上的定义为$f(x)=\begin{cases}\pi, & -1<x\le 0,\\ x, & 0<x\le 1.\end{cases}$

   则$f(x)$的Fourier级数在$x=3$处收敛于__________.

二、选择题 (本题共五小题，每小题3分，共15分)

得分	

6. 设平面Π的方程为$x+3z+2=0$. 则平面Π　　(　　)

   (A)　平行于y轴.　(B)　经过y轴.　(C)　平行于xOy平面.　(D)　平行于xOz平面.

7. 设有三元方程$e^{xz}+xy-yz=2$，由隐函数存在定理，存在点$(1,1,0)$的一个邻域，在此邻域内该方程　　(　　)

   (A)　只能确定一个具有连续偏导数的隐函数$z=z(x,y)$.

   (B)　可以确定两个具有连续偏导数的隐函数$y=y(x,z)$和$z=z(x,y)$.

   (C)　可以确定两个具有连续偏导数的隐函数$x=x(y,z)$和$z=z(x,y)$.

   (D)　可以确定两个具有连续偏导数的隐函数$x=x(y,z)$和$y=y(x,z)$.

8. 设$D_1 = \{(x,y) \mid 0 \le x,y \le 1\}$, $D_2 = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 1, 0 \le y \le \sqrt{x}\}$, $D_3 = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 1, x^2 \le y \le 1\}$, $I_i = \iint\limits_{D_i} (x-y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $i = 1,2,3$. 则 (　　)

(A) $I_1 > I_2 > I_3$.　　(B) $I_2 > I_1 > I_3$.

(C) $I_1 > I_3 > I_2$.　　(D) $I_3 > I_1 > I_2$.

9. 设Σ是球面$x^2+y^2+z^2=1$的上半部分，Σ_1是Σ在第一卦限中的部分. 则 (　　)

(A) $\iint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{\Sigma_1} x\mathrm{d}S$.　　(B) $\iint\limits_{\Sigma} y\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{\Sigma_1} y\mathrm{d}S$.

(C) $\iint\limits_{\Sigma} z\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{\Sigma_1} z\mathrm{d}S$.　　(D) $\iint\limits_{\Sigma} xyz\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{\Sigma_1} xyz\mathrm{d}S$.

10. 设有两个数列$\{a_n\},\{b_n\}$. 若$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, 则下列命题正确的是 (　　)

(A) 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$收敛时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$收敛.　　(B) 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty} |b_n|$收敛时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$收敛.

(C) 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$发散时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$发散.　　(D) 当$\sum\limits_{n=1}^{\infty} |b_n|$发散时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$发散.

三、计算题 (本题共六小题，每小题8分，共48分)

得分	

11. 求二元函数$f(x,y) = x^2(1+y^2) + y\ln y$的极值点与极值.

答题勿超装订线

装　　订　　线

12. 设二元函数$z=x^2f(xy,\dfrac{1}{x})$，其中二元函数f具有二阶连续偏导数. 求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$和$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

13. 设函数$f(x,y,z)=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$，点$A$的坐标为$(1,0,1)$.

(1) 求函数$f(x,y,z)$在点A的梯度.

(2) 求函数$f(x,y,z)$在点A处沿点A指向点$B=(3,-2,2)$方向的方向导数.

14. 计算三重积分$\iiint\limits_V z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$V$是由曲面$z=\sqrt{4-x^2-y^2}, z=\sqrt{1-x^2-y^2}$以及$xOy$平面所围成.

15. 计算第二类曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma} 2x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3(z^2-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中$\Sigma$为曲面$z=1-x^2-y^2\ (z\geq 0)$的上侧.

答题勿超装订线

装　订　线

16. 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n}x^{n-1}$的收敛域与和函数.

四、应用题(本题共10分)

得分	

17. 已知一条非均匀金属线L的参数方程为

$$x=e^t\cos t, y=e^t\sin t, z=e^t\ (0\le t\le 1).$$

它在点(x,y,z)处的线密度为$\rho(x,y,z)=\dfrac{2}{x^2+y^2+z^2}$. 求金属线$L$的质量.

五、证明题(本题共两小题，每小题6分，共12分)

得分	

18. 证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\sqrt{n}}{n+2018}$条件收敛.

19. 设在上半平面$D=\{(x,y)\mid y>0\}$内，二元函数$f(x,y)$具有连续偏导数，且对任意$t>0$，都有$f(tx,ty)=t^{-2}f(x,y)$. 证明：对D内任意分段光滑的有向曲线C，曲线积分$\int_C yf(x,y)\mathrm{d}x-xf(x,y)\mathrm{d}y$只与$C$的起点及终点有关，而与积分路径无关.