报名序号：2483

论文题目：B 题 全面二孩政策对我国人口结构的影响

全面二孩政策对我国人口结构的影响

摘要

本文主要探究了全面二孩政策对我国人口结构的影响。通过对前 20 年的人口数据分析，在合理的假设下建立了灰色预测模型、*Logistic* 模型、*Leslie* 模型，针对全面二孩政策对我国人口结构造成的影响，从人口劳动力、社会抚养比、年龄结构等方面进行了分析。最后根据模型分析得出的结果，给出了我国人口发展合理化的生育政策的建议。

针对问题一　在 2016 年全面实施二孩政策后，我国人口数量和人口结构都发生了重大变化。我们统计了过去 20 年的人口数目变化的数据并对其进行拟和，得出线性方程 $y=1000*x-1875000+\varepsilon$（$\varepsilon$ 为施行全面二孩政策对人口数量的影响因子）。在此基础上建立灰色预测模型，对全面二孩政策下 2017-2030 年的人口数量进行预测。

针对问题二　根据 1996-2015 年我国人口结构情况，在不实施全面二孩政策时，首先建立了人口阻滞 *Logistic* 模型，发现人口数量的预测与拟和之间存在较大误差，进而改用 *Leslie* 人口模型来预测未来 20 年里的人口劳动力、社会抚养比、年龄结构三方面的变化。得出人口劳动力、社会抚养比、年龄结构三方面作为人口结构对 2020-2030 我国人口经济发展的影响是负面的。在不实施全面二孩政策下 2020-2030 年我国人口劳动力下降，社会抚养比减小，老龄化严重，加剧了社会经济压力。

针对问题三　在全面实施二孩政策后，生育率出现大幅上升，直接影响我国未来人口总量的大小，全面放开二孩政策对于经济发展的影响不言而喻。此外我国人口结构也发生了较大变化，因此建立 *Leslie* 人口预测模型，对未来我国 2020-2030 年人口劳动力、社会抚养比、年龄结构三方面的变化进行预测分析，发现 2030-2050 年我国的人口劳动力比例升高，社会抚养比也得到一定程度的减缓，人口老龄化有所降低。

针对问题四　结合问题一、二、三的分析给出我国人口发展合理化的生育政策的建议。适时取消社会抚养费；重视和落实优生优育政策；采取措施改善人口结构。

最后对所建立的模型进行评价与推广。

关键词：全面二孩政策　灰色预测　*Logistic* 模型　*Leslie* 模型

一、问题重述

随着社会的迅速进步，人类的生活水平质量正以前所未有的速度剧增，却也面临着一系列问题。全国人口总数在不断增加，根据官方统计数据，中国人口在

2014 年底达到了 13.7 亿。中国社科院人口与劳动经济研究所所长张车伟预测：中国人口将会在 2025 年达到 14.13 亿的峰值，可能会在 2050 年左右将至 13 亿。如今，我们面临的人口增加问题是人口老龄化、出生人口性别比例严重失调等，这些都将严重阻滞了社会的发展、国家经济水平的提高。计划生育政策是我国建国以来是实施最久、受国内外机构、群众关注度最高的一项基本国策。虽然为我国降低生育率、控制人口总数、避免因人口过多造成负面影响方面做出了卓越的贡献，但受生育观念改变、抚养成本提高等影响，如今人口出生率持续走低，引发人口结构失衡、老年化日益加重、劳动力缩减、家庭规模缩小、养老保险金不足等问题。针对中国人口现状和近年来的人口压力及人口问题，二胎政策完全放开，一定程度上有利于我国现状的改变，促进我国经济的平稳发展。

计划生育政策转变后人口结构发生了变化。2016 年是我国自 2000 年以来出生人口最多的一年。国家卫计委表示，根据国家统计局公布的数字，我国 2016 年出生人口达 1786 万人，同比增长 7.9%，二孩及以上占出生人口比重超过 45%。从我国国情和生育政策出发，收集相关的数据，分析我国人口结构情况。

1. 试建立全面二孩政策下我国人口数量的数学模型，并对 2017-2030 年我国每年人口总数做出预测。

2. 根据 1996-2015 年我国人口结构情况，若不实施全面二孩政策，建立数学模型，选择适当的指标，分析 2020-2030 年我国人口结构对经济发展的影响。

3. 全面实施二孩政策后，建立数学模型预测 2020-2030 年我国人口结构情况。然后选择适当的指标，分析 2030-2050 年我国人口结构对经济发展的影响。

4. 请结合模型的分析结果，对我国人口发展合理化的生育政策提出建议。

二、问题分析

对问题分析一 在所处的全面二孩政策初始阶段要对我国人口数量进行推断和预测是比较困难的问题。2016 年 1 月刚刚全面的二孩政策在 2017 年看出其人口变化是比较困难的。转变一下，将这些比较困难的因素用参数量化，可以用年份与人口变化的表达式来反映全面二孩政策下的人口数量。对于 2017-2030 年的人口预测可视为用灰色预测是二孩政策对灰色预测产生了一定的干扰。

对问题二分析 根据 1996-2015 年我国人口结构情况，若不实施全面二孩政策，选择适当的指标建立数学模型对此可以用 *Leslie* 的人口预测模型，而影响 *Leslie* 模型的主要因素为女性的生育率、死亡率、年龄结构和抚养比。所以可以选择这些影响因素为指标，建立数学模型。通过对人口劳动力、年龄结构、抚养比等因素分析 2020 年-2030 年我国人口结构对经济发展的影响。

对问题三分析 根据我国长期以来生育水平所呈现出的下降趋势，二孩政策的实行对我国人口的负增长起到了积极的作用。为了较好的预测和分析全面二孩政策条件下的我国人口数量和结构变化趋势，采用能够同时较好的预测数量和结构的 *Leslie* 模型。通过模型的建立以及对人口结构的分析，能够预测 2030-2050 年我国人口结构对经济发展的影响。

对问题四分析 根据上述模型的分析结果，得出影响经济发展的因素，如性别比例、劳动力人口等，给出关于合理化生育政策的建议。

三、模型假设

1. 设本问题所使用的数据均真实有效，具有分析统计价值。
2. 不考虑我国与其他国家的人口迁移问题。
3. 不考虑战争，瘟疫等突发事件的影响。
4. 假设性别比在未来的40 年内保持不变。
5. 假设各年龄段的育龄妇女生育率呈正态分布。
6. 人类的生育观念不发生太大变化，如没有集体不愿结婚、不愿生小孩的想法。
7. 我国各地各民族的人口政策相同。
8. 各年龄段人口不会出现突变现象

四、符号说明

W	年末总人口（万人）
$W^{(1)}$	累加生成因子
$Z^{(1)}$	均值生成算子
σ	级比
r	人口增长率
x_m	自然状态下最大人口容纳量
$n_i(t)$	在时间段 t 第 i 年龄组的人口总数
d_i	第 i 年龄组的女性死亡率
f_i	各年龄段女性生育女孩的生育率
p_i	第 i 年龄段的存活率
x_i^j	第 i 年 j 年龄段的女性数量

五、模型的建立与求解

问题一

通过在中国数据统计局的数据得到下面1996至2015的全国人口总数，城乡人口，男女人口数目统计表；

表 1：1995 年到 2015 年人口数量统计表（单位：万人）

年份	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
人口	121121	122389	123626	124761	125786	126743	127627
年份	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
人口	128453	129227	129988	130756	131448	132129	132802
年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
人口	133450	134091	134735	135404	136072	136782	137462

过去未实现全面二孩政策下的人口数量，用 *Spss* 软件得出下图

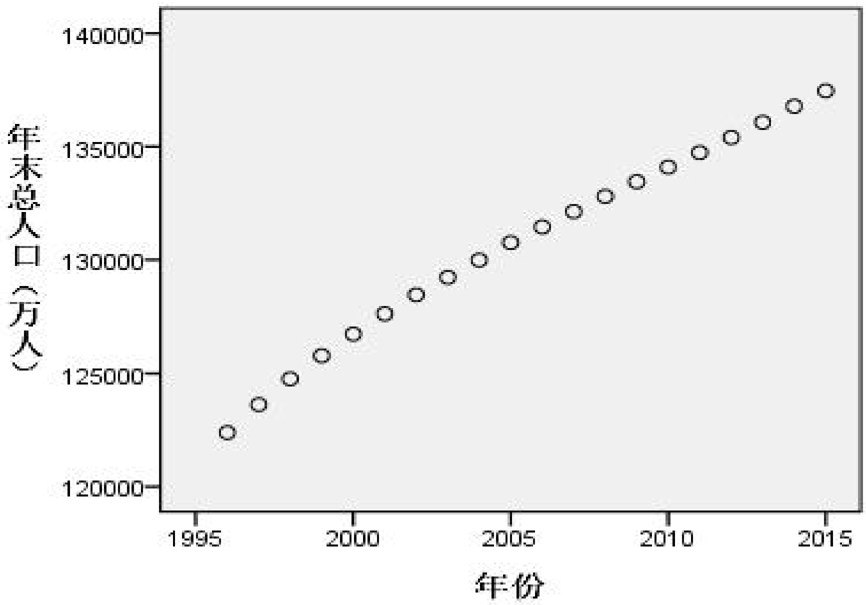


图 1　1995-2015 年间年末人口总数变化图

由上图 1 得出线性回归方程为 $y = 1000 * x + (-1875000) + \varepsilon$，由于 2016 的全面二孩政策导致该年的出生人口数大大增加，方程的参数 ε 是实现全面二孩政策对原计划生育政策的人口数量的影响。在全面二孩政策下，根据我国 2009 年-2015 年人口总数，运用灰色模型对 2017-2030 年我国每年人口总数做出预测。

表 2：我国 2009 年-2015 年年末总人口数（单位：万人）

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
年末总人口数	133450	134091	134735	135404	136072	136782	137462

一、级比检验，分析建模可行性

1. 建立年末总人口数时间序列：

$$\begin{aligned} W^{(0)} &= \left(w^{(0)}(1), w^{(0)}(2), \cdots, w^{(0)}(7)\right) \\ &= (133450,134091,134735,135404,136072,136782,137462) \end{aligned}$$

2. 求级比：$\sigma(k) = \dfrac{w^{(0)}(k-1)}{w^{(0)}(k)}$

$$\begin{aligned} \sigma &= \left(\sigma(2), \sigma(3), \cdots, \sigma(7)\right) \\ &=(0.99521966\ 4,0.99522024\ 7,0.99505923\ ,\ 0.99509083\ 4,0.99480925\ 9,0.99505317\ 8) \end{aligned}$$

3. 级比判断：$\sigma(k) \in \left(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}}\right)$

由于所有的$\sigma(k) \in [0.778800783, 1.284025417]$，$(k = 2,3,\cdots,7)$ 因此，可以用

$W^{(0)}$ 作满意的 $GM(1,1)$ 建模。

二、利用 $GM(1,1)$ 建模

1. 对原始数据 $W^{(0)}$ 作一次累加：

$$w^{(1)}(k) = \sum_{m=1}^{k} w^{(0)}(m) \quad (k = 1,2,\cdots,7)$$

得：

$$\begin{aligned} W^{(1)} &= \left(w^{(1)}(1), w^{(1)}(2), \cdots, w^{(1)}(7)\right) \\ &= (133450,267541,268826,270139,271476,272854,274244) \end{aligned}$$

2. 构造数据矩阵 B 及数据向量 Y：

$$z^{(1)}(2) = \frac{1}{2}[w^{(1)}(1) + w^{(1)}(2)] = 200495.5$$

$$z^{(1)}(3)=\frac{1}{2}[w^{(1)}(2)+w^{(1)}(3)]=268183.5$$

$$z^{(1)}(4)=\frac{1}{2}[w^{(1)}(3)+w^{(1)}(4)]=269482.5$$

$$z^{(1)}(5)=\frac{1}{2}[w^{(1)}(4)+w^{(1)}(5)]=270807.5$$

$$z^{(1)}(6)=\frac{1}{2}[w^{(1)}(5)+w^{(1)}(6)]=272165$$

$$z^{(1)}(7)=\frac{1}{2}[w^{(1)}(6)+w^{(1)}(7)]=273549$$

其中 $z^{(1)}$ 是 $w^{(1)}$ 的 $MEAN$ 序列，于是得到：

$$Y=\begin{bmatrix} w^{(0)}(2) \\ w^{(0)}(3) \\ w^{(0)}(4) \\ w^{(0)}(5) \\ w^{(0)}(6) \\ w^{(0)}(7) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 134091 \\ 134735 \\ 135404 \\ 136072 \\ 136782 \\ 137462 \end{bmatrix}，\quad B=\begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ -z^{(1)}(5) & 1 \\ -z^{(1)}(6) & 1 \\ -z^{(1)}(7) & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -200495.5 & 1 \\ -268183.5 & 1 \\ -269482.5 & 1 \\ -270807.5 & 1 \\ -272165.0 & 1 \\ -273549.0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 最小二乘法估计求参数列 $P=(a,b)^T$：

$$\hat{P}=\left(\hat{a},\hat{b}\right)^T=\left(BB^T\right)^{-1}B^TY$$
$$=\begin{pmatrix} -0.0049807 \\ 133073.83614 \end{pmatrix}$$

于是得到 $\hat{a}=-0.0049807,\hat{b}=133073.83614$。

4. 建立模型：

$$w^{(0)}(k)-0.0049807z^{(1)}(k)=133073.83614$$

运用 $MATLAB$ 解得时间响应序列为：

$$\hat{w}^{(1)}(k+1)=\left(w^{(0)}(1)-\frac{\hat{b}}{\hat{a}}\right)e^{-\hat{a}k}+\frac{\hat{b}}{\hat{a}} \qquad (*)$$
$$=26851348.3155e^{0.0049807k}-26717898.3155$$

上式（*）也就是最终的灰色模型。

5. 求生成数列值 $\hat{w}^{(1)}(k+1)$ 及模型还原值 $\hat{w}^{(0)}(k+1)$：令 $k=1,2,\cdots,6$ 代入时间响应

函数可算得 $\hat{w}^{(1)}(k)$，其中取 $\hat{w}^{(1)}(1)=\hat{w}^{(0)}(1)=w^{(1)}(1)=133450$。

表：2017 年到 2030 年人口总数预测值

年份	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
人口总数	139882	140753	142069	141833	142252	142609	143568
年份	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
人口总数	144368	144735	145407	145953	146730	147052	147673

$$\hat{w}^{(1)}(1)=133450$$

$$\hat{w}^{(1)}(2)=267503$$

$$\hat{w}^{(1)}(3)=402226$$

$$\hat{w}^{(1)}(4)=537621$$

$$\hat{w}^{(1)}(5)=673692$$

$$\hat{w}^{(1)}(6)=810538$$

$$\hat{w}^{(1)}(7)=947991$$

由累减生成 $\hat{w}^{(0)}(k)=\hat{w}^{(1)}(k)-w^{(0)}(k-1)$，得还原值：

$$\hat{w}^{(0)}=\left(\hat{w}^{(0)}(1),\hat{w}^{(0)}(2),\cdots,\hat{w}^{(0)}(7)\right)$$

$$=(133450,134053,135204,135483,136709,136895,137082)$$

运用 $GM(1,1)$ 模型可以得到 2017-2030 年我国每年人口总数的预测值。

表 3：2017-2030 年我国人口总数预测值（单位：万人）

由表所示，可以得出结论，在全面实施二孩政策下，我国的人口总数呈现逐年增长的趋势。

三、模型的检验：

为了说明模型的可行性，对此我们对 2009-2015 年间的原统计数据与模型的数据进行求残差，并对模型的精度做出了相应的解释。

表： $GM(1,1)$ 模型检验表

序号	年份	原始值	模型值	残差	相对误差
1	2009	133450	133450	0	0
2	2010	134091	134053	38	0.03%
3	2011	134735	135204	-469	-0.35%
4	2012	135404	135483	-79	-0.06%
5	2013	136072	136709	-637	-1.13%
6	2014	136782	136895	-113	-0.08%
7	2015	137462	137082	380	0.28%

（公式：残差=原始值-模型值； 相对误差 $=\dfrac{\text{残差}}{\text{原始值}}\times 100\%$ ）

平均相对误差：

$$\varepsilon(avg)=\frac{1}{n-1}\sum_{k=2}^{n}|\,\varepsilon(k)\,|=0.32\%$$

精度：

$$P^0=\left(1-\varepsilon(avg)\right)\times 100\%=99.7\%$$

经验证，该模型的精度较高，因此认为灰色预测模型成立并可以得到应用。

问题二

模型一： *Logistic* 人口阻滞模型

对此建立人口阻滞增长 *Logistic* 模型进行分析，模型假设增长率 r 是人口的函数，它随着 x 的增加而减少。由 $r(x)$ 的表达式可知，当 $x=x_m$ 时， $r=0$ 。其中 x_m 为自然状态下最大人口容纳量。

一、模型的建立

设时刻 t 时人口为 $x(t)$ ，环境允许的最大人口数量为 x_m ，人口净增长率随人口数量的增加而线性减少，即得

$$r(t) = r(1-\frac{x}{x_m})$$

建立 *Logistic* 人口模型的微分方程：

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = r(1-\dfrac{x}{x_m})x \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

则有

$$x(t) = \frac{x_m}{1+(1-\dfrac{x}{x_m})e^{-rt}}$$

待求参数 x_0, x_m, r_0。

二、模型的求解

根据附件给出的 1996-2015 年每年的人口数量，运用 *Matlab* 进行编程处理，可比较 1996-2015 年实际人口与拟和程度，由下图可得 *Logistic* 模型对过去 20 年人口数目拟和效果较好。通过拟和得到待求参数 $r = 0.0505$，$x_m = 1.5231*10^5$

得出 *Logistic* 函数方程:

$$x(t) = \frac{1.5231*10^5}{1+0.21e^{-0.0505t}}$$

其中，以 1996 年数据为起始点即 $x_0 = 1.22389*10^5$

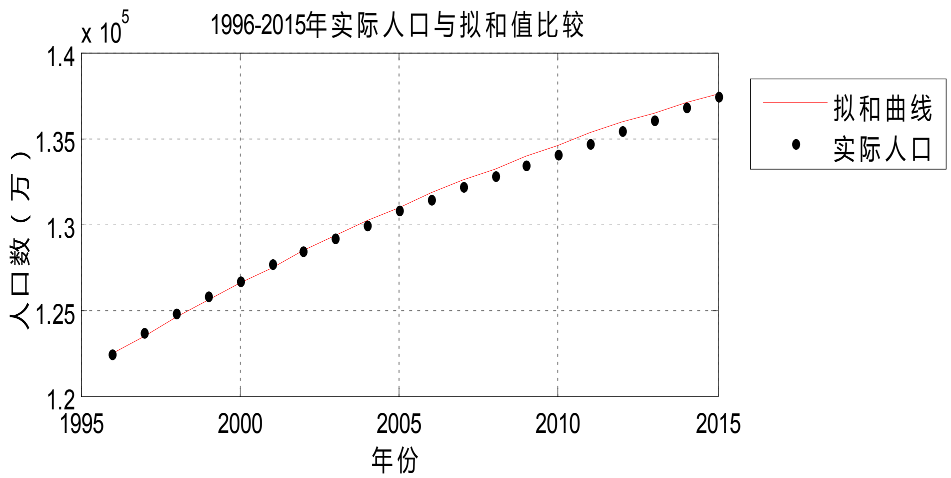


图 2-1 *Logistic* 模型 1996-2015 年人口预测和实际人口比较图

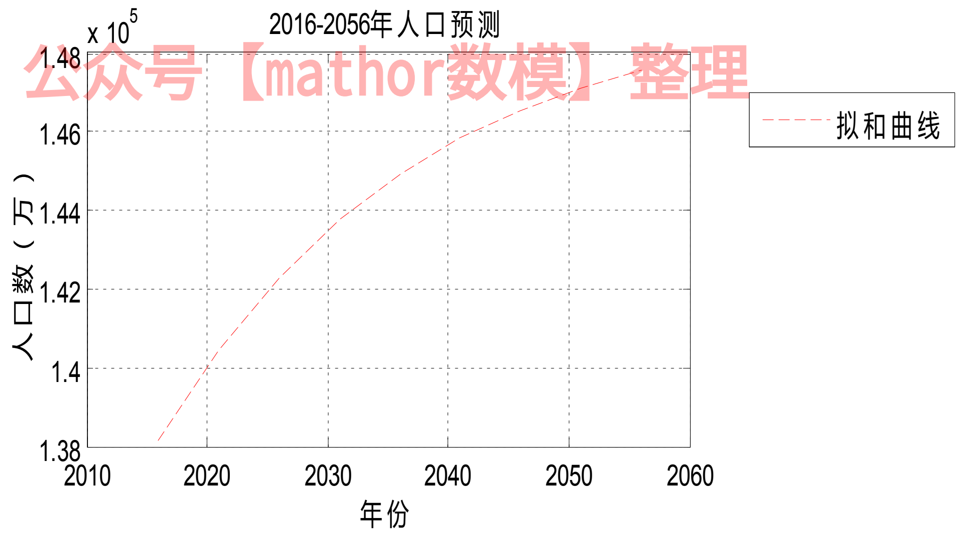


图 2-2 *Logistic* 模型 2016-2056 年人口预测图

由 *Matlab* 拟和出来的 *Logistic* 模型进行 2016-2056 年的人口预测，由图 2-2 可知，人口数缓慢上升，经过 40 年人口只增长 8200 万，这显然和实际不符。对此 *Logistic* 模型也不满足上期人口预测。

模型二： *Leslie* 人口模型

Leslie 人口预测模型属于一种以年龄和性别为基础的离散矩阵模型，它克服了 *Logistic* 模型只能在总缺陷。模型构建原理为按性别分组，以女性某一初始时期的分年龄人口数作为一个列向量，通过年龄生育率、年龄别死亡率构建 *Leslie* 矩阵，左乘分年龄别人口数的列向量，得到新的列向量即为预测女性人口，通过男女性别比推算总人口规模。所以 *Leslie* 模型是以离散的人口作的相关自变量、性别分组及某一初始时期的人口发展数据为机理，能对未来一个或多个区域进行人口规模和年龄结构以及性别比进行预测的综合模型。

Leslie 人口预测模型能够在基于人口生育率、死亡率的基础上对人口结构进行较为准确的预测，从而反映未来社会人口总数和结构特征。

一、模型建立

将人口按年龄大小等间隔划分 m 个年龄段，模型要讨论在不同时间人口的年龄分布，对时间也加以离散化，其单位与年龄组的间隔相同。时间离散化为 $t=0,1,2,\cdots$， 设在时间段 t 第 i 年龄组的人口总数为 $n_i(t), i=1,2,\cdots$ 定义向量

$n(t)=[n_1(t),n_2(t),\cdots n_m(t)]^T$ 。

模型要研究的是女性的人口分布 $n(t)$ 随 t 的变化规律，从而进一步研究人口数等指标的变化规律。 设第 i 年龄组的生育率为 b_i， 即 b_i 是单位时间第 i 年龄组的每

个女性平均生育女儿的人数；第i年龄组的死亡率为d_i，即d_i是单位时间第i年龄组女性死亡人数与总人数之比，$s_i=1-d_i$成为存活率。设b_i、s_i不随时间t变化，根据b_i、s_i和$n_i(t)$的定义得出$n_i(t)$与$n_i(t+1)$满足关系:

$$\begin{cases} n_i(t+1)=\sum_{i=1}^{m} b_i n_i(t) \\ n_{i+1}(t+1)=s_i n_i(t), i=1,2,\cdots,m-1 \end{cases}$$

在上式中本文假设b_i中已经剔除了婴儿死亡率，即扣除了在时段t以后出生而后不到$t+1$的那些婴儿。记矩阵

$$L=\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & 0 & b_m \\ s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{m-1} & 0 \end{bmatrix}$$

则可写成

$$n(t+1)=Ln(t)$$

当L、$n(0)$已知时，对任意的$t=0,1,2,\cdots,$有：

$$n(t)=L'n(0)$$

若式中的元素满足：

(i) $s_i>0, i=1,2,\cdots,m-1;$
(ii) $b_i>0, i=1,2,\cdots m,$

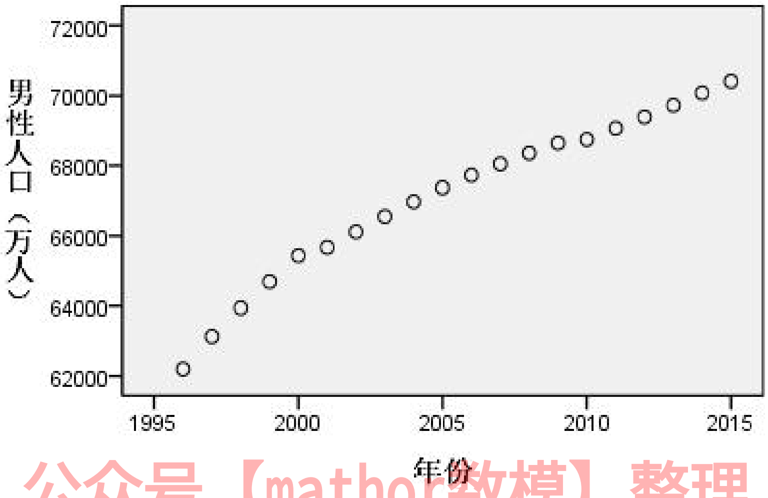
且至少一个$b_i>0$。则矩阵L称为$Leslie$矩阵。

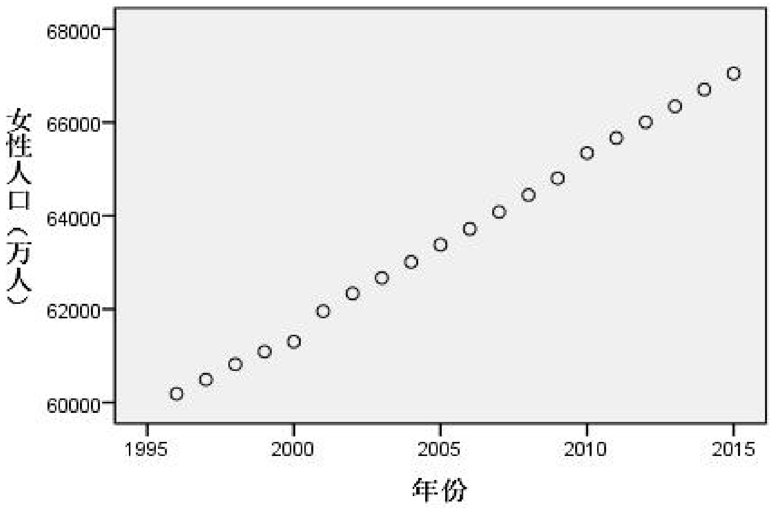
只要求出$Leslie$矩阵L并根据人口分布的初始向量$n(0)$，就可以求出t时段的人口分布向量$n(t)$。

二、模型的求解

考虑到预测人口数总是避免不了会出现误差，为了把误差降低，先用第五次

人口普查的数据，即 2000 年作为初始年份，用上面的 *Leslie* 模型，预测出 2000-2015 的人口总数，再结合实际数据对预测数据分析和改进。然后再利用改进的结果 2010 年作为初始年份，用上面的 *Leslie* 模型，对 2010-2050 年的人口结构进行预测。考虑到男女比例基本稳定（见图 2-3），本文假设男女比例不变，男性占比取均值 0.51 女性占比取 0.4881。





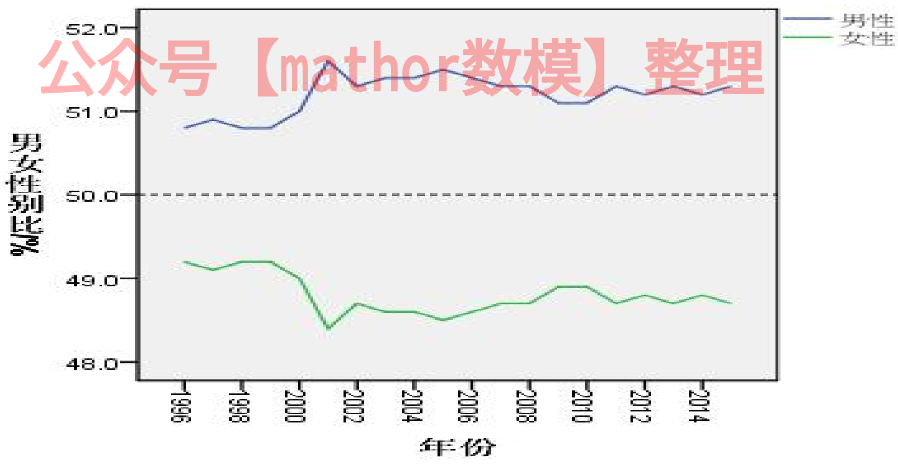


图 2-3 1996-2015 年男女比例对比图

在不考虑全面二孩政策情况下，为了验证 *Leslie* 模型可以准确预测人口数量和结构，首先以第五次人口普查数据为基础，即把 2000 年作为初始年份对后 15 年的总人口数及其各年龄段人口数进行预测，以一岁为间距对女性分组，根据人口普查数据中所给出的各年龄段女性人数、各年龄段女性生育率和各年龄段人口存活率（根据各年龄段人口的死亡率求得），利用上面的 *Leslie* 模型进行 *Matlab* 的编程求解。

讨论人口的数量变化和分布结构时，对女性进行主要分析。人口分为 0～89 岁和 90 岁及以上 91 个阶段，各阶段个体数的分布定义为

$X_i=(x_i^0,x_i^1,x_i^2,\cdots,x_i^{90})^T\,(i=0,1,2,\cdots,k)$, 第 i年j年龄段的女性数量 为

$x_i^j\left(j=0,1,2,\cdots,90\right)$.

初始值为 $X_0=(x_0^0,x_0^1,x_0^2,\cdots,x_0^{90})^T$, 一年后 $X_0=(x_1^0,x_1^1,x_1^2,\cdots,x_1^{90})^T$, ,

两年后 $X_1=(x_2^0,x_2^1,x_2^2,\cdots,x_2^{90})^T$,$\cdots$,

k年后$X_k=(x_k^0,x_k^1,x_k^2,\cdots,x_k^{90})^T$.

经过一年后，X_0 各个年龄段产生的下一代进入 X_1 的第一年龄段，以此类推，进入 X_1 的第 k 年龄段，即有

$x_1^1=f_1\times x_0^0+f_2\times x_0^1+f_3\times x_0^2+\cdots+f_{90}\times x_0^{90}$, 其中$f_i\,(i=0,1,2,\cdots,90)$ 为各年龄段女性生育女孩的生育率（单位：%）。而 X_0 的第 $i(i=0,1,2,\cdots,90)$ 年龄段中有存活量 $p_i\cdot x_0^i$ 进入 X_1 的 $i+1$ 年龄，即 $x_{i+1}^1=p_i\cdot x_0^i$， p_i 为第 i 年龄段的存活率。由此得出矩阵表

示形式：

$$X_1=\begin{pmatrix}x_1^0\\x_1^1\\ \vdots\\x_1^{90}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}f_0&f_1&\cdots&f_{89}&f_{90}\\p_0&p_1&\cdots&0&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&p_{89}&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_0^0\\x_0^1\\ \vdots\\x_0^{90}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}g_0^0\\g_0^1\\ \vdots\\g_0^{90}\end{pmatrix},$$

即有 $X_1=MX_0+G_0$，

$$其中\ M=\begin{pmatrix}f_0&f_1&\cdots&f_{89}&f_{90}\\p_0&0&\cdots&0&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&p_{89}&0\end{pmatrix},$$

类推得： $X_{k+1}=MX_k+G_k$，

M 就是著名的 *Leslie* 矩阵。

但考虑到 90 岁以上（包含 90 岁）老人的存活率仍大于零 $(p_{90}\neq 0)$ 且他们不再进入别的年龄段，这里有必要见 *Leslie* 矩阵优化为：

$$B=\begin{pmatrix}f_0&f_1&\cdots&f_{89}&f_{90}\\p_0&0&\cdots&0&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&p_{89}&p_{90}\end{pmatrix}$$

故 $X_{k+1}=BK_k+G_k$.

设初始十二块各年龄段的人口数量向量为：$m=(m_0,m_1,m_2,\cdots,m_{90})^T$ 由前面的假设及符号说明可以得到个年龄段女性存活率

$$p=1-\frac{v}{1000},$$

新生幼儿女孩所占的比例为 $\dfrac{100}{100+\alpha}$。

于是在假设各年龄段育龄女性生育男女的自然比例相同的前提下得到：各年龄段女性生育女孩的生育率

$$f=\frac{100}{100+\alpha}\cdot\frac{t}{1000}$$

由假设得到初始时刻各年龄段女性人口数量 $X_0=m\cdot s$，其中 $X_0=(x_0^0,x_0^1,x_0^2,\cdots,x_0^{90})^T, m=(m_0,m_1,m_2,\cdots,m_{90})^T, s=(s_0,s_1,s_2,\cdots,s_{90})^T$.

在这里定义如下一种运算：

$(m_0,m_1,m_2,\cdots,m_{90})^T,(s_0,s_1,s_2,\cdots,s_{90})^T,(m_0s_0,m_1s_1,m_2s_2,\cdots,m_{90}s_{90})^T$,

有 $x_0^i=m_is_i(i=0,1,2,\cdots,90)$.

根据优化的 *Leslie* 预测出模型即可得到第 k 年后各年龄段的女性人口数，

$X_1 = BX_0 + G_0$，

这里

$$B = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & \cdots & f_{89} & f_{90} \\ p_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{89} & p_{90} \end{pmatrix},$$

得 $X_{k+1} = BX_k + G_k$.

由上面模型预测得到的数据同时根据全国人口普查数据，得出 2000 年到 2015 年的人口与实际人口数量对比即表 2-1，从而验证了模型的准确性。

表 2-1：2000 年到 2015 年实际人口数与预测人口数统计表（单位：万人）

年份	实际人口数	预测人口数	误差（%）
2000	126743	126154	0.4647
2001	127627	127078	0.4302
2002	128453	128023	0.3348
2003	129227	128794	0.2567
2004	129988	129710	0.2139
2005	130756	130471	0.2108
2006	131448	131394	0.1932
2007	132129	131902	0.1718
2008	132802	132510	0.1446
2009	133450	133326	0.0929
2010	134091	134064	0.0201
2011	134735	134710	0.0657
2012	135404	135462	0.1167
2013	136072	136292	0.1617
2014	136782	136918	0.0921
2015	137462	137525	0.1192

由上面表可以看出，*Leslie* 人口模型的预测是具有更高的准确性，从我国人口结构来看，目前人口的低生育水平面临严峻的挑战。下面选取人口劳动力、抚养比、人口结构三方面进行分析。

三、模型分析

1.对我国未来几十年劳动力进行分析：通过搜集数据得到下面图

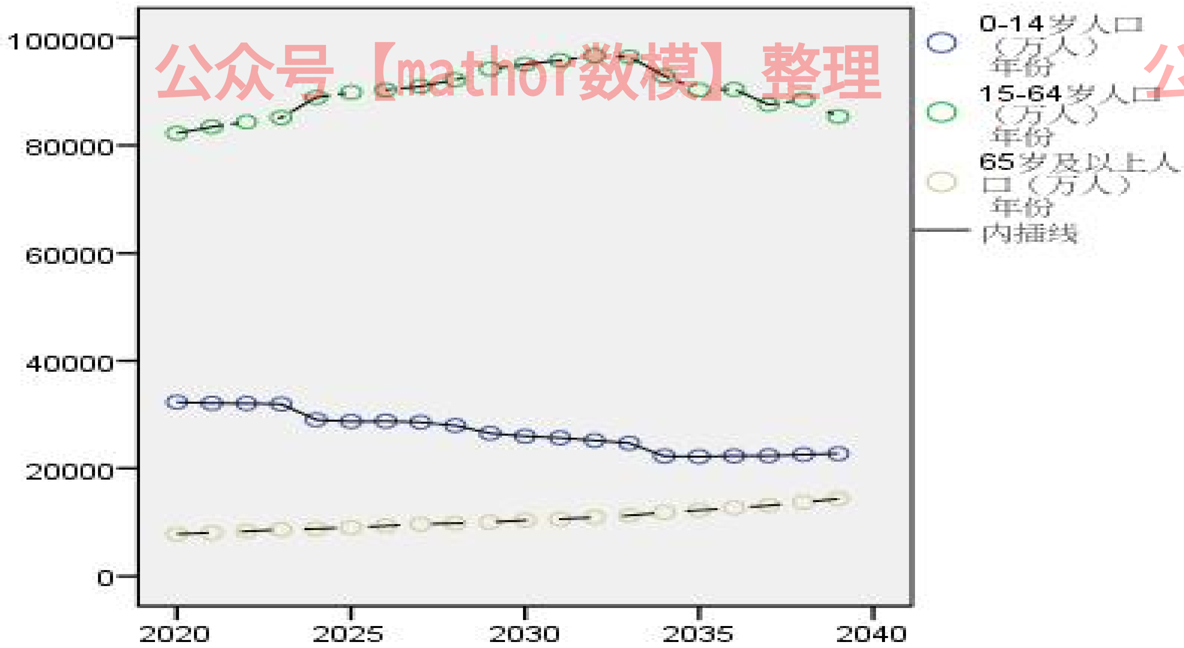
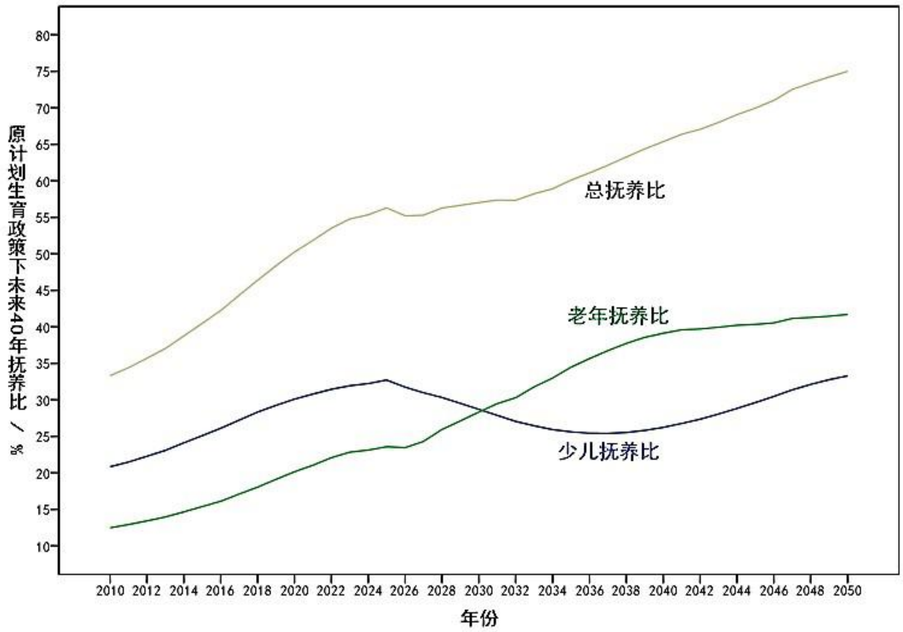


图 2-4 不实施全面二孩政策下未来人口结构

由图 2-4 看出在未来几十年 15-64 岁的人口先上升后逐渐下降，这说明我国的劳动人口数量面临下行趋势，人口红利越来越少，这对我国社会经济发展带来了负面的影响。

2.对未进行全面二孩政策时抚养比分析

通过 *Matlab* 编程计算出2010 到2050 年0-14 岁、15-64 岁、65 岁及以上三



段的人数；其次根据人口抚养比的含义，计算出每一年份的人口抚养比得出人口抚养比。然后通过 *Spss* 软件，作出计划生育政策下未来四十年的抚养比的曲线图 2-5。

图 2-5：未来 40 年的社会抚养比趋势图

由图 2-5 可知在未来几十年里社会抚养比逐渐增加老年抚养比呈逐年递增

趋势，说明老年人口在总人口中所占的比例是呈增大趋势的；少儿抚养比呈现先增后减再增的变化趋势，是因为生育会有起伏期，高峰期的少儿达到劳动年龄会导致少儿抚养比的下降；同时可以看到总的抚养比是一直增加的，说明我国劳动人口的负担是越来越重的，这对我国经济发展和社会文明的进步都会产生负面影响。

3.对人口结构的分析

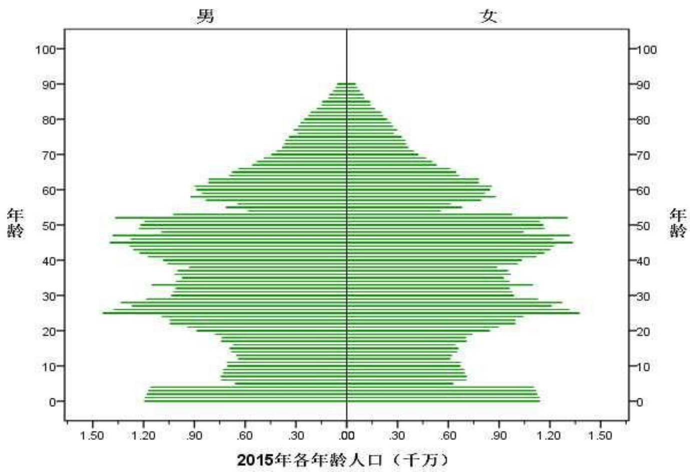


图 2-5:2015 年我国人口结构金字塔图

总体上看，新生婴儿、劳动人口、 即将退休人口构成了人口主要群体。以此趋势下去，由于 4-15 岁主体少儿人口因总量较少，转入劳动人口后，将不得不承担大量劳动人口转入老龄化所带来的抚养责任，且新生婴儿数量也很多，更是加重了未来劳动人口的负担，也为未来社会经济埋下了隐患。

综上所述，从社会劳动力、抚养比、人口结构三方面较为全面的分析 2020-2030 年我国人口结构对经济发展的影响。在不施行全面二孩政策情况下我国的总体人口结构会对未来几十年里的经济发展产生了不可小视的压力，在不全面二孩政策情况下未来几十年里人口老龄化逐渐加剧，人口红利越来越小，社会抚养比越来越大，人们承受更大的社会压力。总体对社会经济的发展产生一定程度的负面影响。

问题三

一、模型建立

由于在不同的年龄段女性的生育率会发生一定的改变，因此通过调整育龄女性的生育率来重新修正建立的 *Leslie* 模型。同时在用 *MATLAB* 进行模拟的时候选用 0.5 的系数修正生育率较合理。为了更好的观察分析我国女性的生育率在不同政策下是如何变化的，我们通过 *MATLAB* 作出了在全面二胎以及未全面实施二胎政策下我国女性生育率的对比图，如图 3-1。

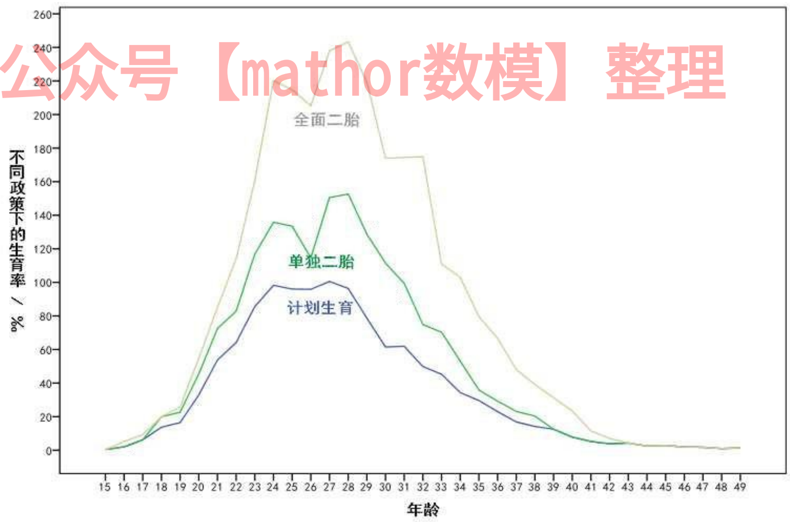


图 3-1 生育率对比图

从图 3-1 中分析得到，我国女性的生育率在不同政策下的变化趋势大体上是一致的，同时从图中可以看出，生育率总体有所提高，这是由于全面实施二胎政策后增加的家庭人口数所引起的。最后的生育率数据是经过修正后得到的。

在所统计结果基本符合现状的前提下，可以认为该模型是具有一定可行性的。

二、模型的求解

假设女性的生育率在将来一段时间内基本保持稳定，在此基础上对模型进行求解。在这里，我们根据实际的需要，只考虑需要求解的因素（未来各年人口总数，0-14 岁、15-65 岁、65 岁及以上人口数等），然后利用 *MATLAB* 进行求解。从而得到 2020-2030 年的各年及各年龄段的人口数，根据数据得出相应的曲线图，如图 3-2 所示。

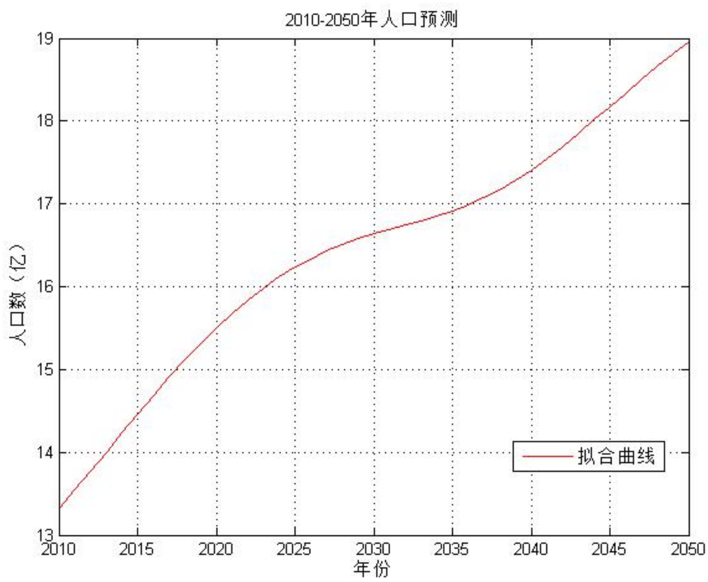


图3-2 全面二胎政策下的2030-2050 年人口预测图

在全面二孩政策下，针对我国三个不同年龄段的人口数，通过运用 *Spass* 软件得

出三者之间的对比图，如图 3-3 所示。

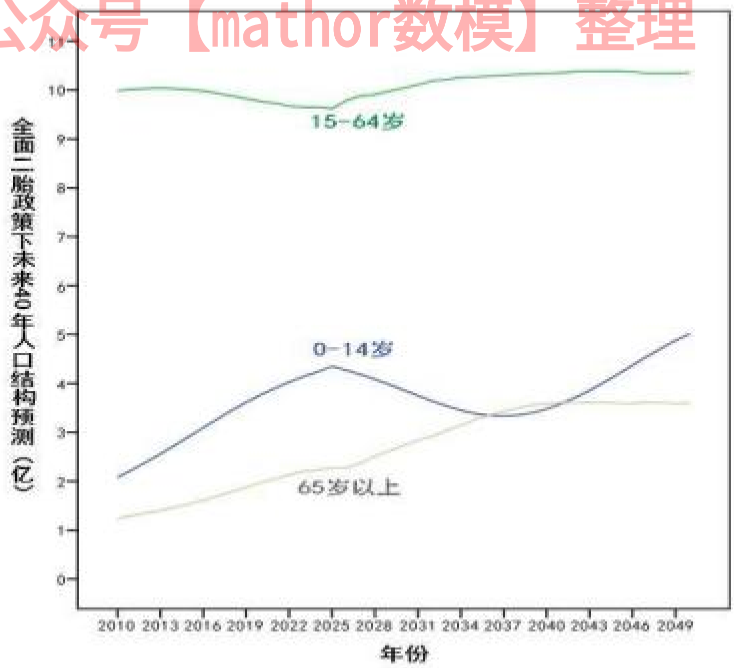


图3-3　全面二胎政策下未来20 年人口结构图

根据对比图所呈现的变化趋势，可以得出：

（1）我国人口总数与劳动人口的发展变化

全面实施二孩政策以后，我国总人口数保持较快增长。同时劳动人口在 2025 年达到最低值之后也持续增长，从而提高劳动人口的比例。可见，实施全面二孩政策之后，劳动人口的社会供给量得到大幅度的提高，社会总体劳动人口大致保持在 10 亿左右，这对我国经济发展起到推动作用。

（2）人口老龄化与抚养比

在图 3-3 中，通过分析得到我国老龄化人口数量仍然处于增长状态，整个社会趋于老龄化社会，不过随着我国总人口数量的增大，老龄化比例是呈逐渐减小的趋势变化的。同时根据已有的数据作出了全面开放二孩政策后社会抚养比的变化趋势图（如图 3-4），该趋势图能够很好的的描述全面二孩政策下我国老龄化人口所占比例变化，也可以得出社会对非劳动人口结构的影响。

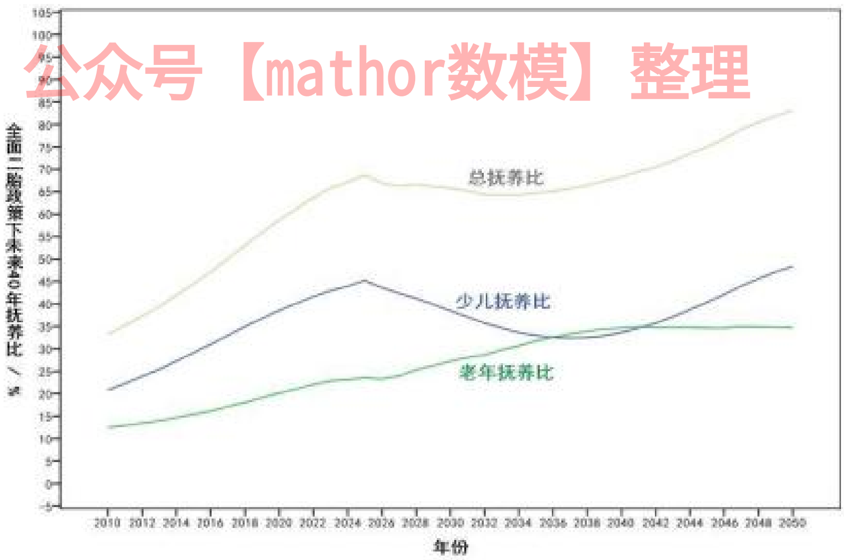


图 3-4 全面二胎政策下未来20 年人口抚养比对比图

从图 3-4 能够得到，我国少儿抚养比在 2024 年达到最高值，随后将处于下降趋势，下降到一定程度后又开始以增加的趋势变化。对于老年抚养比，其增长相对缓慢，在 2040 年左右老龄化人口比例达到最高之后逐渐下降。由于二孩政策的实行，在 2024 年之前我国社会抚养比是快速增长的，之后呈下降趋势变动，2038 年左右呈现上升趋势。以上可以说明社会总抚养比与少于抚养比之间存在一定关系，两者之间会相互影响。

综上几点可以清楚地得出我国人口结构对经济发展的总体影响。全面实施二胎政策以后，我国出生人口数明显增加，劳动力人口的比例逐年增加，社会老龄化程度得到缓解等因素的变化表明了二胎政策的实施对我国经济结构起到很好的改良作用，大大促进了我国经济的快速发展。

六、模型的建议

综合人口结构来看，在全面二孩政策下，未来二三十年里我国儿童的数量将逐步增加，要比原先计划生育政策下儿童的出生率高，所占全国人口总数比重达到 17%。老年人口系数依然呈上升趋势，但在后期会有所缓和，其人口数量最终呈现平稳趋势。人口老龄化指数虽然在上升，但同之前计划生育政策下的人口老龄化指数相比，人口老龄化指数还是降低的。到 2050 年左右，老年人口数量和儿童人口数量基本一样，此时意味着人口结构逐步年轻化。

从长期发展来看，全面二孩政策的实施有效地保护中国经济发展的中坚力量，缓解人口老龄化，保持合理的劳动力数量、人口结构，促进经济持续健康发展。全面二孩政策下我国人口总数在 2025 年将达到 14.13 亿的峰值，到 2050 年人口数量又会降到 13 亿左右，符合我国十二五规划里面人口总量不超过 13.9 亿的要求，人口规模得到一定的控制，儿童人数、青壮年人数和老年人人数都会到达

一个平衡，人口结构失衡状态缓解，老龄化程度降低，劳动力人口数量增加，人口结构年轻化，经济水上升，人们生活水平也提高。我们要加快贯彻落实二孩政策的实施，具体实施如下：

（一）做好二孩政策的宣传解释工作

政府部门、基层群众组织——城市委员会、村民委员会应当肩负向当地居民宣传政策的责任，耐心认真地向群众解释政策，确保群众对相关政策条文的了解，避免不必要的误会，让群众懂得自觉遵守国家政策的重要性。同时，改变人们的生育观念，鼓励他们多生优生，针对不同家庭做出具体的指导建议，切实帮助群众贯彻落实国家政策。

（二）政府完善“二孩政策”的配套政策体

1.完善二孩生育体系

落实我国新增人口的相关制度，如法律法规、户籍制度、医疗卫生与保健制度等，确保我国新增人口的合法与健康。在社会公共服务方面，合理扩充高水平医疗团队，增加公共服务设施。在社会保障方面，传统社会保障范围注意新增人口的社会保险。

2.完善孕妇优抚政策

孕妇怀孕期间需要有良好的养胎环境，由于社会竞争压力的增大，一些不敢轻易休假，导致意外流产、胎儿发育不正常等不良现象。因此需要将孕妇的产假休假适当延长，尽可能减少孕妇的工作时间，尤其是高龄产妇的工作时间。国家要在经济上给予支持，对生育二孩的家庭格外照顾，给予经济补助和优惠政策，帮助新生儿家庭减轻经济负担。

3.完善医疗服务政策

二孩政策的放开，一部分之前不敢生怕超生的人有了生二孩的想法，但由于医疗事故及风险的存在使得他们犹豫不决。要尽可能完善孕妇孕期管理和医疗设施，完善医疗行业的法律法规，筛选不合格的医疗人员，提高医疗技术水平，实行全面监控医治过程等。

（三）完善公共服务机制

二孩政策放开，人口数量急剧上升，公共资源短缺，需要调整和完善现有的教育、住房、生育保障等相关政策，增大公共资源的弹性，以备不时之需。

（四）重视家庭教育

在二孩政策实施过程中，家庭教育起着重要的作用。父母需要与子女积极沟通，争取子女的理解，化解子女的抗拒心理，抹除家庭本身对二胎政策实施的阻力，推进国家二胎政策的进度，化解老年化、劳动力短缺等现象。

七、模型评价及推广

7.1 模型评价

7.1.1 模型的优点

1. 利用 *Spss* 软件对数据进行处理并作出各种平面图，简便、直观、快捷；
2. 运用多种数学软件进行预测计算，取长补短，使结果更加准确有效；
3. 在模型中我们充分考虑到不同年龄的个体具有不同的生育能力和死亡率，采用 *Leslie* 模型，将时间和年龄离散化，从离散的角度考虑人口发展趋势，运用矩阵知识对人口问题进行分析讨论，根据 *Leslie* 矩阵的最大特征根的不同预测将来的人口发展趋势，并且在其推广模型中我们给出了人口的老龄化指数，根据预测数据计算老龄人口比重，一定程度上反映了我国计划生育政策的缺陷和不足。
4. 在全面二胎政策下，运用灰色预测模型对人口总数做出预测。灰色预测模型精确度高，需要数据量较少，预测准确。样本分布不需要有规律性，计算简便，检验方便。适用于中长期预测，根据时间序列，易于预测未来近期的数据。

7.1.2 模型的缺点

模型 *Leslie* 的假设过程中忽略了迁移人口数目对人口总数的影响，在模型假设中我们生育率和死亡率不随时段的变迁而改变这一理想状态下，但出生率及死亡率会随时间的变化而有所该变，模型 *Leslie* 没有建立生育率与死亡率随时间变化的动态模型，因而存在一定的误差。

7.2 模型的推广

本文首先不考虑人口结构对对人口数量的影响，建立了某某模型；然后，逐步改进，根据 1996 年至 2015 年我国人口结构情况，考虑人口结构对经济发展的影响，但不考虑二胎政策的实施，建立了某某模型，对人口增长进行预测，分析得出 2030 年至 2050 年我国人口结构与经济发展的影响；接着把二胎政策的实施和人口结构的影响都考虑在其中，对 2020 年至 2030 年我国人口结构进行预测，选择适当指标，建立了某某模型，分析得出 2030 年至 2050 年我国人口结构与经济的关系。这种由简到繁，逐步加深的思路，可以应用到较复杂问题的处理上，帮助解决一系列问题。

八、参考文献

[1] 翟振武，张现苓，靳永爱.立即全面放开二胎政策的人口学后果分析[J].人口研究　2014 年 3 月
[2] 中国统计年鉴　http://www.stats.gov.cn/tjsj/ndsj/　2017 年 5 月 21 日
[3] 韩晓庆.基于 Leslie 模型我国未来人口策略模拟研究[D].沈阳　东北财经大学　2012 年
[4] 薛定宇，陈阳泉.高等应用数学问题的 MATLAB 求解[M].北京：清华大学出版社,2004 年 7 月
[5] 姜全保.孩次递进生育指标和生育指标的调整[J].我国人口与科学　2006 年 5 月