

2017 年“深圳杯”数学建模挑战赛

研究报告

用户视频播放体验与网络侧变量的回归模型

摘要

本文围绕用户体验评价变量(初始缓冲时延、卡顿时长占比)与网络侧变量关系(初始缓冲时延、播放阶段平均下载速率、E2E RTT)之间的函数关系进行讨论,建立了多元线性回归模型、多元非线性回归模型。利用函数拟合算法、最小二乘法等方法,给出了用户体验变量与网络侧变量之间的函数关系,并对这两种模型进行比较,分析其优劣性。具体工作如下:

(1) 将用户体验变量与网络侧变量间的函数关系简化为位于初始阶段的初始缓冲时延与初始缓冲峰值速率、E2E RTT 以及位于播放阶段的卡顿时长占比与播放阶段平均速率、E2E RTT 间的函数关系。通过去除强影响点,确定了初始缓冲时延与初始缓冲峰值速率、E2E RTT 以及卡顿时长占比与播放阶段平均下载速率、E2E RTT 间的函数关系,并对以上函数进行了统计学检验,证明了该模型的合理性。

(2) 针对初始阶段函数关系,分析自变量与因变量的基本关系,得出初始缓冲时延与初始缓冲峰值速率、E2E RTT 的经验公式,并通过计算相对残差,选取初始缓冲数据量较小并且残差比值大的点,将这些点去除。然后对剩余数据进行拟合,得出具体函数。

(3) 针对播放阶段函数关系,本文首先根据播放阶段平均速率与卡顿时间散点图建立了线性回归模型,并通过拟合算法,得出播放阶段平均下载速率与卡顿时间的关系式。在研究线性回归模型中发现,丢包、拥塞等问题会影响视频的卡顿;并在对其检验的过程中发现线性回归模型的合理性有待考虑。考虑到实际数据所展现的卡顿时间与播放阶段平均速率的关系较为复杂,故本文在线性回归模型的基础上进行修正,得到了更为准确的播放阶段非线性关系式,并在原有数据的基础上加入了补充数据,使函数更加精确。

本文最后给出了模型的评价,对模型中存在的优点进行了阐明,并对模型中的不足进行了分析。

关键词 视频播放体验; 网络侧变量; 回归模型; 数据拟合

目录

1	问题重述	1
2	预期目标	1
3	工作基础	1
3.1	回归模型	1
3.2	最小二乘法拟合	2
3.3	皮尔森相关性	2
3.4	拟合优度	2
3.5	显著性检验	2
4	模型假设	3
5	符号说明	3
6	问题分析	4
6.1	问题背景	4
6.2	问题分析	4
7	模型的建立及求解	5
7.1	初始缓冲时延与网络侧变量关系的求解	5
7.2	卡顿占比与网络侧变量关系的求解	11
8	模型的检验	21
8.1	拟合优度检验 (R^2)	21
8.2	方程显著性检验 (F 检验)	22
9	模型的评价	23
9.1	模型的优点	23
9.2	模型的缺点	23
10	参考文献	24
11	附录	27

1. 问题重述

随着无线宽带网络的升级，以及智能终端的普及，越来越多的用户选择在移动智能终端上用应用客户端 APP 观看网络视频，这是一种基于 TCP 的视频传输及播放。看网络视频影响用户体验的两个关键指标是初始缓冲等待时间和在视频播放过程中的卡顿缓冲时间，我们可以用初始缓冲时延和卡顿时长占比来定量评价用户体验。研究表明影响初始缓冲时延和卡顿时长占比的主要因素有初始缓冲峰值速率、播放阶段平均下载速率、端到端环回时间(E2E RTT)，以及视频参数。然而这些因素和初始缓冲时延和卡顿时长占比之间的关系并不明确。

试根据附件提供的实验数据建立用户体验评价变量(初始缓冲时延，卡顿时长占比)与网络侧变量(初始缓冲峰值速率，播放阶段平均下载速率，E2E RTT)之间的函数关系。

2. 预期目标

本文针对用户体验评价变量(初始缓冲时延、卡顿时长占比)与网络侧变量关系(初始缓冲时延、播放阶段平均下载速率、E2E RTT)之间的函数关系进行讨论，根据附录中的相关数据并查阅参考文献，建立合理的模型来预测用户体验评价。本文根据题目中所给的相关数据并查阅参考文献，通过建立合理的模型来求得关于用户体验评价变量(初始缓冲时延、卡顿时长占比)与网络侧变量关系(初始缓冲时延、播放阶段平均下载速率、E2E RTT)之间的函数关系。根据此函数关系可以帮助网络视频服务商更方便地预测用户的视频体验情况，以便进一步优化网络服务质量，使用户得到更流畅的视频体验。

3. 工作基础

3.1 回归模型

回归分析法是根据对因变量与一个或多个自变量的统计分析，建立因变量与自变量的关系。最简单的情况就是一元回归分析，若此时存在多个自变量，单个自变量和因变量之间的关系还未知，所以采用一元回归分析进行预测是难以奏效的，则需要采用多元回归分析预测法。

3.2 最小二乘法拟合

对给定数据点集合 $\{(X_i, y_i)\} (i=0,1,2,\dots,m)$ ，在取定的函数类 φ 中，求 $p(x) \in \varphi$ ，使误差的平方和 E^2 最小， $E^2 = \sum [p(X_i) - y_i]^2$ 。从几何意义上讲，就是寻求与给定点集 $\{(X_i, y_i)\} (i=0,1,2,\dots,m)$ 的距离平方和为最小的曲线 $y = p(x)$ 。函数 $p(x)$ 称为拟合函数或最小二乘解。

3.3 皮尔森相关性

皮尔森相关系数是用来反映两个变量线性相关程度的统计量。样本资料的皮尔森积矩相关系数（一般简称为样本相关系数）为样本共变异数除以 X 的标准差与 Y 的标准差之乘积。相关性系数用 r 表示，其中 n 为样本量。 r 描述的是两个变量间线性相关强弱的程度。 r 的绝对值越大表明相关性越强。

3.4 拟合优度

R^2 ，即决定系数 (*coefficient of determination*)，有的教材上翻译为判定系数，也称为拟合优度。表示因变量 Y 的变异中有多少百分比，可由控制的自变量 X 来解释。

相关系数 (*coefficient of correlation*) 的平方即为决定系数。由于 $R^2 < R$ ，可以防止对相关系数所表示的相关做夸张的解释。决定系数为，在 Y 的总平方和中，由 X 引起的平方和所占的比例，记为 R^2 。

表达式： $R^2 = SSR / SST = 1 - SSE / SST$

其中 $SST = SSR + SSE$ ， SST (*sum of squares for total*) 为总平方和， SSR (*sum of squares for regression*) 回归平方和， SSE (*sum of squares for error*) 为残差平方和。

决定系数的大小决定了相关的密切程度， R^2 的取值范围为 $[0,1]$ 。当 R^2 越接近 1 时，表示相关的方程式参考价值越高；相反，越接近 0 时，表示参考价值越低。

3.5 显著性检验

解释自变量与因变量之间的线性关系，本文计算统计量 F 的值来说明总体上被解释变量与所有解释变量之间的线性关系是否显著。 F 变量定义为：

$$F = \frac{S_{\text{回}}/k}{S_{\text{残}}/(n-k-1)} \sim F(n-k-1)$$

即 F 统计量服从以 $(n, n-k-1)$ 为自由度的 F 分布。其中 n 为选取数据的组数， k 为回归方程的自由度。通过查询 F 分布统计表，我们便可以得出在特定显著度的条件下 F 检验的临界值^[10,11]。当统计量 F 的值大于临界值时，即可以认为在总体上，自变量与因变量呈显著的线性关系，当统计量 F 的值小于临界值时，即可以认为在总体上，自变量与因变量并无显著的线性关系

4. 模型假设

- (1) 题目附录中所给的数据真实可靠；
- (2) 题目附录中所给的数据能有效的反映用户体验变量与网络侧变量的关系；
- (3) 初始缓冲各阶段平均速率与初始缓冲峰值速率线性相关；
- (4) 每位用户在达到初始缓冲峰值速率的过程中加速度相同；
- (5) 视频播放时的平均下载速率与卡顿时的平均下载速率相同，在播放阶段下载速率无波动。

5. 符号说明

符号	符号的说明	符号	符号的说明
A	初始缓冲下载数据量	C	E2E RTT
\bar{v}	播放阶段平均速率	y	总的卡顿时间
t	视频第一次卡顿前的播放时长	w	卡顿占比
t_0	初始缓冲时延	T	卡顿周期
h	初始缓冲峰值速率	Δt	卡顿阶段的具体缓冲时间
Pt	卡顿周期内播放时长	m	k 除去取余数后的值
M	视频码率	k	卡顿周期数

6. 问题分析

6.1 问题背景

十年前，人们为了观看视频，会坐在电视前，等待收看已经安排好的节目。随着互联网的发展，更多的人选择在电子设备上观看视频。PC、智能手机、iPad 逐渐取代电视成为了人们观看视频的主要载体，移动终端逐步成为观看视频时间最长的屏幕。在移动终端观看视频灵活、方便、可选择性，可谓随时随地给人们带来了视觉享受。更多的用户选择在手机的 APP 上观看视频，但是由于屏幕尺寸、初始缓冲时延、卡顿次数、卡顿时长、视频清晰度等因素都会影响移动视频的性能，使得个体用户的体验评价参差不齐。看网络视频影响用户体验的两个关键指标是初始缓冲等待时间和在视频播放过程中的卡顿缓冲时间。卡顿是一种周期性的客观现象，每个卡顿周期存在缓冲时间和播放时间，由于丢包和拥塞现象的存在，使得视频的即时下载速度可能为 0。

为方便研究后述指定变量之间的关系，现将介绍与视频播放相关的术语^[1-4]：

- VMOS 是指移动视频体验综合指标(1-5 分)。该指标的关系式可由下述关系式表述： $sQuality \times f(sLoading, sStalling)$ ，其中， $f(sLoading, sStalling)$ 代表网络传输相对本地播放造成的损伤。
- 初始缓冲峰值速率是指视频初始缓冲阶段达到的最大瞬时速率(100ms 周期)，和缓冲数据量、E2E RTT，以及当时当地无线链路能力有关。
- E2E RTT 是指端到端的环回时延。
- 卡顿时长占比是指播放过程重缓冲总时延。
- 视频全程感知速率是指从视频开始播放下载到播放完成全程平均感知速率，它和卡顿有一定关联，当小于或接近平均码率时，卡顿概率大大增加。

6.2 问题分析

本文使用附录所给的所有数据作为样本，寻求一种可以定量地建立用户体验评价变量(初始缓冲时延，卡顿时长占比)与网络侧变量(初始缓冲峰值速率，播放阶段平均下载速率，E2E RTT)之间的关系式。由于初始缓冲时延处于初始缓冲阶段，卡顿现象发生在播放阶段，本文将总的视频播放过程分为初始缓冲阶段和播放阶段分别进行分析。具体操作如下：

首先，收集数据，整合数据，寻找各变量之间的关系，建立多元非线性回归模型，针对初始缓冲时延的模型建立，本文根据相关文献了解相关数据量的意义及大致关系，推导出初步模型公式，通过 MATLAB 初步验证，再通过 SPSS 使用多元非线性回归的方法确定待定参数，得出模型。

其次，针对播放阶段函数关系，建立了线性回归模型，并通过拟合算法，得出播放阶段平均下载速率与卡顿时间的关系式。考虑到实际数据所展现的卡顿时间与播放阶段平均速率的关系较为复杂，故本文在此线性模型的基础上进行优化，得到了更为准确的播放阶段非线性关系式。

7. 模型的建立及求解

7.1 初始缓冲时延与网络侧变量关系的求解

7.1.1 多元非线性回归模型的准备

由于网络侧变量包括初始缓冲峰值速率、E2E RTT、播放阶段平均速率，又因为所求因变量为初始缓冲时延，与播放阶段数据并无明确的线性关系，因此可以推测出初始缓冲时延与初始缓冲峰值速率、E2E RTT 的经验公式。在确定函数参数中，可以将公式中的参数理解为缓冲峰值速率、E2E RTT 对播放阶段平均速率影响的权重。而确定权重参数的方法很多，包括了打分、排序和两两比较等方法，排序的方法能很好地确定最主要的影响因素，但是对后面的其他因素往往难以进行量化确定；如果要求对影响用户体验变量的全部因素进行量化打分则很难完成；而采用两两比较的方法，即层次分析法中确定权重值的方法，理论上能够比较好的获得各自变量的相对权重值，但依旧不能获得准确的函数参数。

因此，考虑到既能够得到准确的参数值，又能方便操作，具有较好的可实施性，本文选用了多元非线性回归模型来确定函数系数，同时，为避免强影响点对整体参数的影响，本文采用了最小二乘法来确定函数参数。

7.1.2 初始缓冲时延非线性模型的建立

首先，本文通过查阅文献得到关于初始缓冲峰值速率、E2E RTT 与初始缓冲时延的关系图^[9,12]，通过自变量与因变量的含义并根据散点图 2、3 并结合图 1 得到以下基本关系：

在图 1 中，总缓冲时长为初始缓冲时延 t_0 ，总缓冲时长与图中所示线性关系所围面积为初始缓冲下载数据量 A ；

将初始缓冲时延分为信令交互与慢启动阶段、慢启动阶段后两部分。由模型假设，两部分的平均缓冲速率与初始缓冲阶段峰值线性相关，故假设两部分的平均速率分别为：慢启动阶段后平均速率可表述为 $k_1h + k_2$ ，而信令交互与慢启动阶段平均速率表述为 $k_3h + k_4$ 。设图 1 中信令交互与慢启动阶段时长为 k_5C ；由于图中总缓冲时长为初始缓冲时延 t_0 ，则慢启动阶段后时长为 $t_0 - k_5C$ 。其中， k_1 、 k_3 应小于 1， k_5 大致在 5-20 范围内， k_2 、 k_4 为任意常数。

根据上述关系可推导出：信令交互与慢启动阶段缓冲下载数据量为 $k_5C(k_3h + k_4)$ ，慢启动阶段后缓冲下载数据量为 $(t_0 - k_5C)(k_1h + k_2)$ 。因此易得出初始阶段缓冲下载量可表示为信令交互与慢启动阶段缓冲下载数据量+慢启动阶段后缓冲下载数据量。即

$$A = \frac{1.024}{8} [k_5C(k_3h + k_4) + (t_0 - k_5C)(k_1h + k_2)]. \quad (1.1)$$

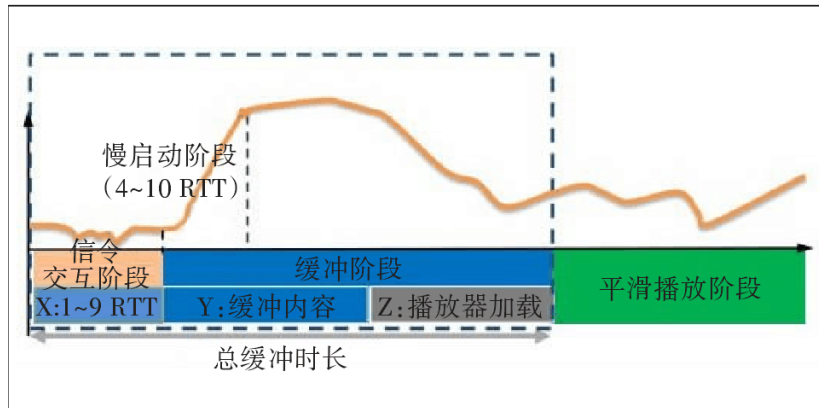


图 1 初始阶段示意图

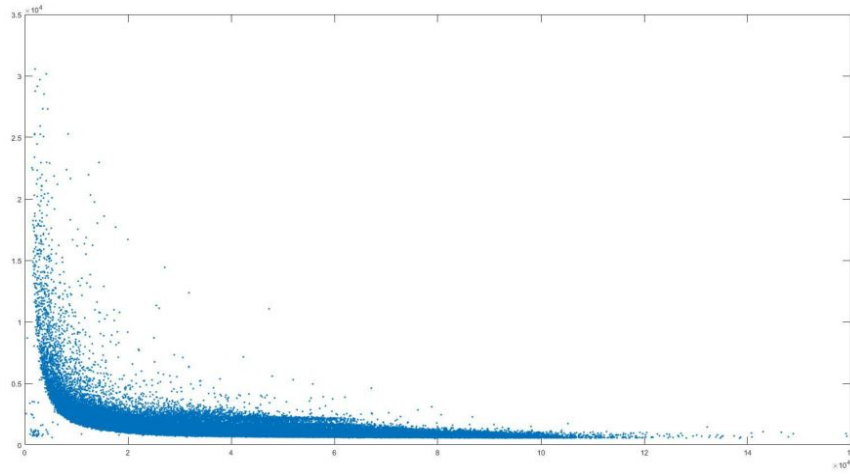


图 2 初始缓冲峰值速率与初始缓冲时延关系图

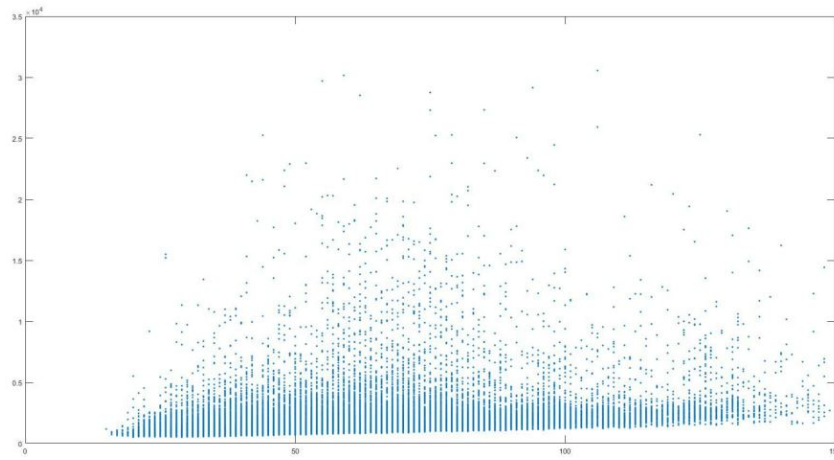


图 3 E2E RTT 与初始缓冲时延关系图

将式(1.1)整理得到关于初始缓冲峰值速率、E2E RTT、播放阶段平均速率、初始缓冲时延的公式为：

$$t_0 = \frac{8A}{(k_1 h + k_2) \cdot 1.024} + \frac{C \left\{ \left[k_5 (k_1 - k_3) \right] h + \left[k_5 (k_2 - k_4) \right] \right\} \cdot 1.024}{(k_1 h + k_2) \cdot 1.024}. \quad (1.2)$$

将式(1.2)的参数简化，令 $b=k_1$ ， $c=k_2$ ， $d=k_5(k_2-k_4)$ ， $f=k_5(k_1-k_3)$ 可得到简化后的公式：

$$t_0 = \frac{8A}{(bh+c) \cdot 1.024} + \frac{C(fh+d) \cdot 1.024}{(bh+c) \cdot 1.024}. \quad (1.3)$$

本文通过数据拟合算法检验函数式(1.3)是否可以描述初始阶段函数关系。对附录中给出的数据进行拟合，通过 MATLAB 曲线拟合工具箱进行初步检验。

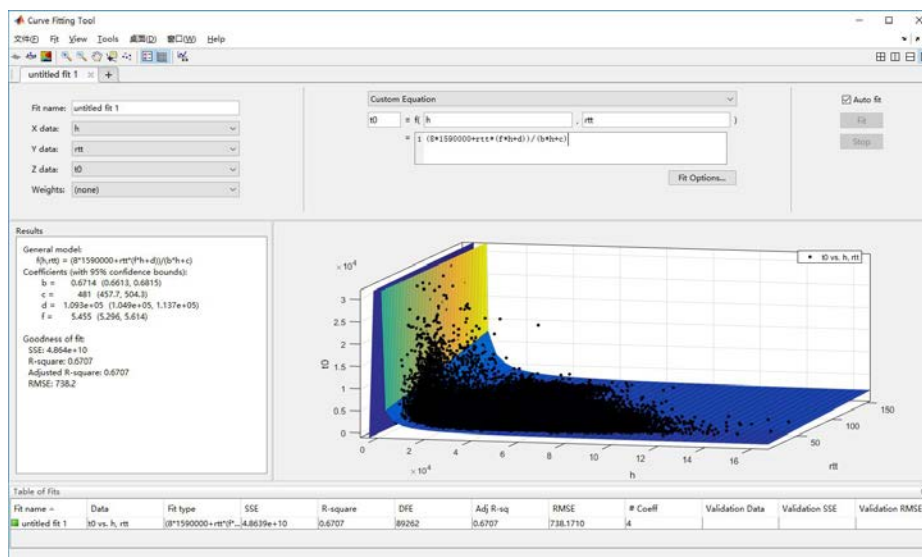


图 4 初步拟合图

图 4 中 X,Y,Z 轴分别表示初始缓冲时延、初始缓冲峰值速率、E2E RTT，观察图中散点与经验公式中所描述曲面的覆盖率及拟合优度，可以看出本文所得出的经验公式可以恰当描述初始缓冲时延与初始缓冲峰值速率、E2E RTT 之间的函数关系。

7.1.3 多元非线性模型的进一步诊断与修正

为了进行更精确的分析，本文选用 SPSS 对附录中给出的数据进行进一步拟合。首先得出了每组数据中初始缓冲时延预测值，预测值与实际值之差为残差。散点图 6 为残差与实际值的比值，即为相对残差，观察每组数据残差值(图 5，详见附录)及相对残差散点图 6，发现若干点残差较大。对这些点进行分析后发现，部分残差较大的点其初始缓冲数据量位于 4 万~22 万之间，而其他大部分点的初始缓冲数据量均大于 150 万，并且这些初始缓冲数据量小的点的残差标准值均大于 3。因此，本文推测出初始缓冲数据量过小为导致计算值出现较大残差的主要因素，为得出更精确的参数值，避免强影响点对整体数据参数的影响，本文将初始缓冲数据量小于 150 万的点去除，以期得到具有代表性的参数。将部分残差较大的点去除后，再次进行残差计算，因为实际值波动较大，本文选用相对残差散点图(图 7)表示计算结果。结果表明，去除强影响点后，相对残差显著降低，提高了参数计算的准确性。

ID	初始缓冲 峰值速率 (kbps)	E2E RTT(ms)	初始缓冲 时延(ms)	预测值	残差	相对残差	初始缓冲下 载数据量 (byte)
3409768.0	2031.0	52.0	770.0	2132.76	-1362.76	-1.77	45592.0
3482801.0	1847.0	38.0	977.0	1798.94	-821.94	-0.84	46332.0
3524836.0	304.0	47.0	2526.0	16996.54	-14470.54	-5.73	46892.0
...
2817739.0	50246.0	24.0	973.0	1260.10	-287.10	-0.30	3497332.0
3417238.0	117412.0	37.0	884.0	805.80	78.20	0.09	3655692.0
3107376.0	142991.0	50.0	1064.0	869.63	194.37	0.18	3909478.0

图 5 各数据残差值(详见附件 4)

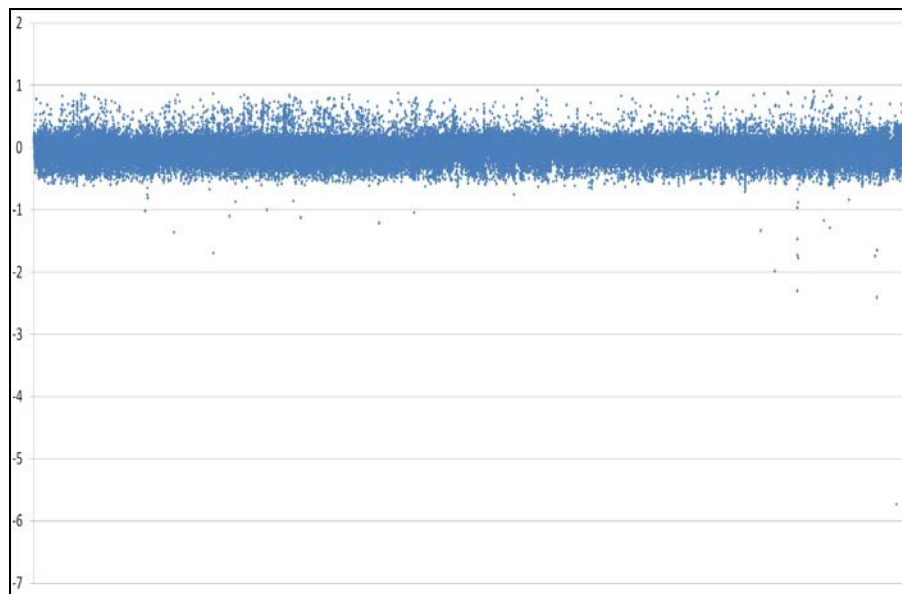


图 6 相对残差散点图（去除强影响点前）

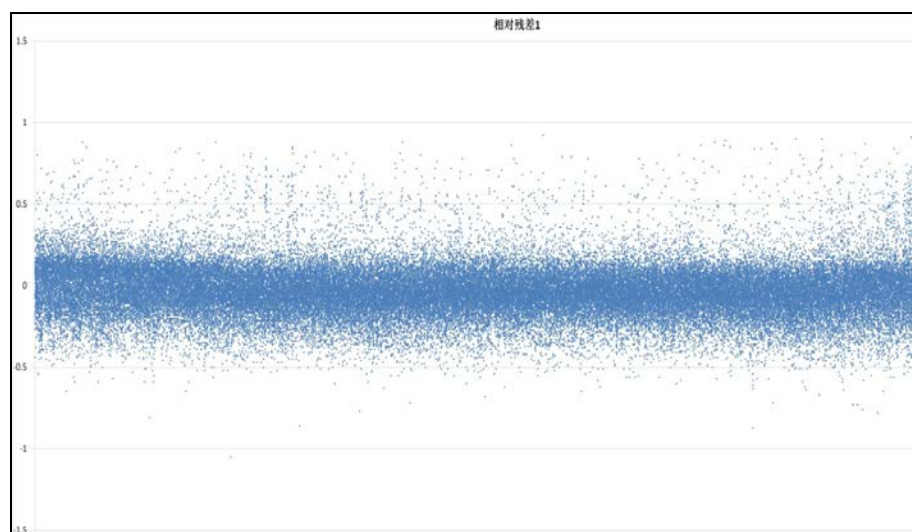


图 7 相对残差散点图（去除强影响点后）

7.1.4 多元非线性模型的求解算法

本文将去除强影响点的数据代入推测的经验公式，为减小残差对最后结果的影响，通过 SPSS 用迭代算法(表 1)进行最小二乘法拟合，最终得出各参数值(表 2)。

表 1 迭代算法过程

迭代号 码	残差平方和	参数			
		b	c	d	f
1.0	4.196E+10	0.547	-69.176	25680.224	4.959
1.1	4.127E+10	0.626	-391.473	25467.852	6.638
2.0	4.127E+10	0.626	-391.473	25467.852	6.638
2.1	4.114E+10	0.608	-285.135	30203.820	6.171
3.0	4.114E+10	0.608	-285.135	30203.820	6.171
3.1	4.114E+10	0.615	-304.311	29849.181	6.320
4.0	4.114E+10	0.615	-304.311	29849.181	6.320
4.1	4.114E+10	0.614	-299.622	30015.977	6.292
5.0	4.114E+10	0.614	-299.622	30015.977	6.292
5.1	4.114E+10	0.614	-300.787	29978.276	6.299
6.0	4.114E+10	0.614	-300.787	29978.276	6.299
6.1	4.114E+10	0.614	-300.496	29987.879	6.297
7.0	4.114E+10	0.614	-300.496	29987.879	6.297
7.1	4.114E+10	0.614	-300.569	29985.494	6.298

注：E+X 表示 10^X （科学计数法）。

表 2 函数中各参数值

参数	估计	标准差	95%信赖区间	
			下限	上限
b	0.614	0.004	0.607	0.621
c	-300.569	7.024	-314.335	-286.802
d	29985.494	1226.011	27582.525	32388.464
f	6.298	0.067	6.167	6.429

根据表 9 最终可得出表达初始缓冲时延(t_0)与初始缓冲峰值速率(h)、E2E RTT(C)之间关系的函数式：

$$t_0 = \frac{8A}{(0.614h - 300.569) \times 1.024} + \frac{C(6.298h + 29985.494)}{0.614h - 300.569}. \quad (1.4)$$

由式(1.4)可知，A 为初始缓冲下载数据量，由初始缓冲时间与视频码率乘积可得到初始缓冲下载数据量，根据说明可知，初始缓冲时间为 4s，视频码率 2903 / 2934 / 2966kbps，

选取中间值视频码率 $2934kbps$ ，将数据代入上式可求出初始缓冲下载数据量为：

$A = 1467(kb)$ 。再将题目中所给各用户实际初始缓冲数据量进行计算后发现，实际 A 值（见附录 1）与题目中求得的 A 值差距较大，因此，本文采用各用户实际初始缓冲数据量的平均值（ $A = 1583538.063 B$ ），将单位统一后代入式 (1.4) 可得出

$$t_0 = \frac{12371391.117}{(0.614h - 300.569) \times 1.024} + \frac{C(6.298h + 29985.494)}{0.614h - 300.569}. \quad (1.5)$$

7.2 卡顿占比与网络侧变量关系的求解

7.2.1 卡顿占比模型的准备

经过初始缓冲时延，完成了初始缓冲数据量的下载，视频进入一段平稳而流畅的播放过程。之后由于本地缓冲内容不足，视频播放会出现停顿，即出现第一次卡顿^[3, 5, 6, 9]。本模型研究的对象即为视频卡顿的时间和次数，目的在于探索卡顿对于用户观看移动视频体验的影响，进而判断受单一因素即卡顿占比影响的移动视频质量。本题中重要研究卡顿时间、初始缓冲峰值速率、E2E RTT、播放阶段平均速率之间的关系。目前对与卡顿时间的预测方法有很多，常用的有：回归分析法、指数平滑法、播放定额法、灰色预测法等。经分析，卡顿的时长与次数取决于若干影响因素，即一个因变量和几个自变量均有依存关系。而此题中，这几个影响因素主次难以区分，或者说有的因素虽属次要，但也不能略去其作用。考虑到附录中所给的数据数量较大，不能明显地看出各变量之间的关系，需要采用拟合的方法来理清各变量之间的关系。本文采用回归分析模型。回归分析模型由于具有方法简便，模型简洁，易于开发且预测费用较低等特点最为常用。

回归分析法是根据对因变量与一个或多个自变量的统计分析，建立因变量与自变量的关系。最简单的情况就是一元回归分析，但由于此时存在多个自变量，单个自变量和因变量之间的关系还未知，所以采用一元回归分析进行预测是难以奏效的，则需要采用多元回归分析预测法。

7.2.2 自变量的选取

由于卡顿时间与网络环境、手机解码率、视频参数等因素均有关。为了下一步模型的建立，需通过图形的绘制，得到 E2E RTT 和播放阶段平均速率分别与卡顿率的关系。

根据附录中所给的数据，绘制出 E2E RTT 与卡顿率的柱型图(图 8)。将 E2E RTT 进行分段统计后发现，当 E2E RTT 大小为 $0 \sim 129ms$ ，视频卡顿的几率很小，卡顿率均小于 15%。视频不卡顿率近似地呈现一条直线，几乎不发生卡顿，整体播放情况良好。当 E2E RTT 大于 $130ms$ ，视频发生卡顿的比例先增大再减小。但整体来看，视频播放的卡顿率数值随着 E2E RTT 的增大没有明显变化，说明 E2E RTT 不是造成视频发生卡顿的主要原因。

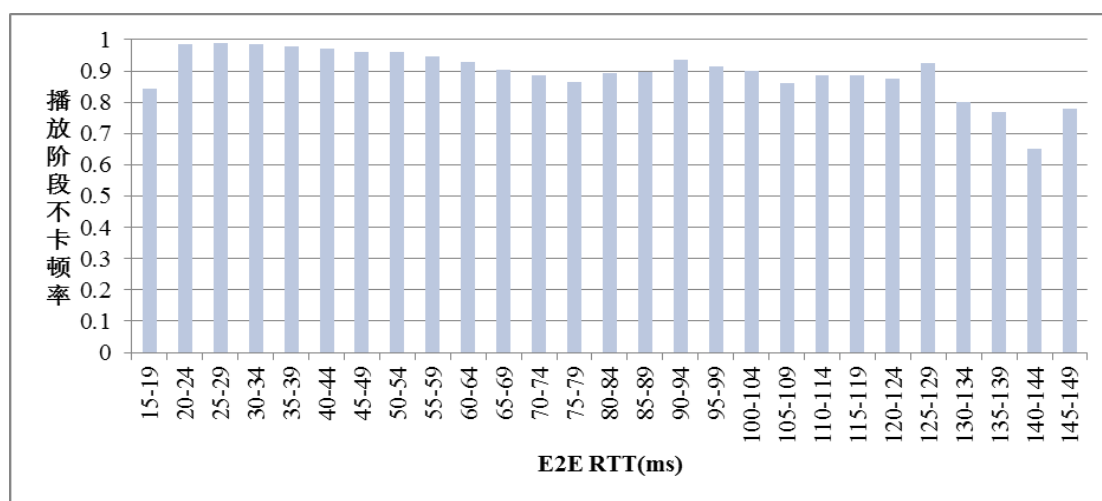


图 8 E2E RTT 与不卡顿率关系

图 8 中，横坐标为 E2E RTT，纵坐标为视频播放阶段不卡顿率。初始缓冲量为 $4s$ 乘以视频码率得到初始缓冲阶段需要下载的数据量，本题中取视频码率的中间值 $2934kbps$ 。经分析可知在相同的初始缓冲数据量下，E2E RTT 与具体卡顿时间没有明显关系。播放阶段，要求每时每刻的下载速率不能低于平均码率的某个倍数 β_1 ，才能保证播放全过程不发生卡顿，这个最低倍数即播放速率要求(持续保证通量)^[7, 8, 12]。下面重点分析播放阶段平均速率与卡顿率的关系。

根据附录中所给的数据，令播放阶段平均速率为横坐标，视频播放阶段卡顿率为纵坐标，绘制出柱型图(如图 9)。当播放阶段平均速率为 $0 \sim 4000kbps$ 时，视频卡顿率为 $34\% \sim 100\%$ ，视频卡顿情况较为严重，出现卡顿的几率很大。当播放阶段平均速率为 $4000 \sim 8000kbps$ 时，视频不卡顿率均大于 90% ，可以认为视频播放较为流畅，几乎不出现卡顿。当播放阶段平均速率大于 $8000kbps$ 时，视频不卡顿率出现了明显下降，此时视

频播放阶段平均速率很大，理论上不会出现视频卡顿现象，但这明显与事实不符，后文将针对此现象进行具体分析。

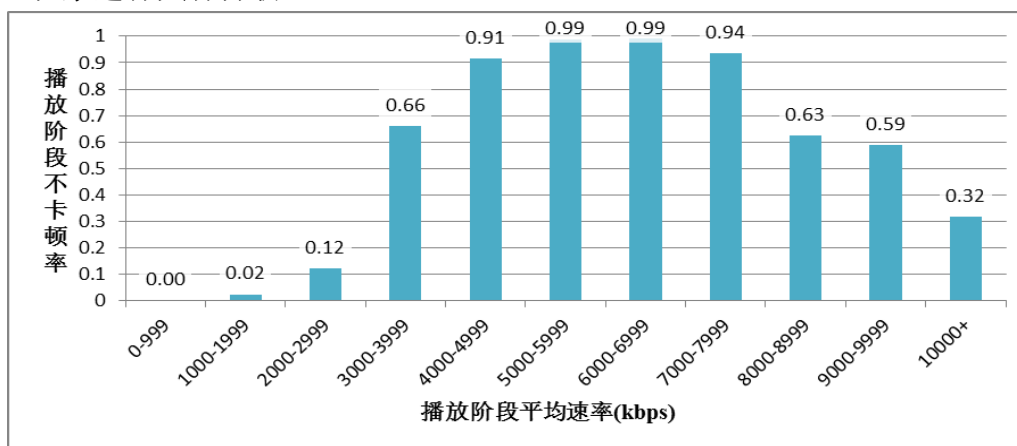


图 9 播放阶段平均速率与不卡顿率关系

7.2.3 卡顿占比线性模型的建立

为了定性地描述播放阶段平均速率与卡顿时间的关系，使用 MATLAB 绘制出散点图 10。图 10 中，横坐标为播放阶段平均速率，纵坐标为卡顿时间。由散点图可知，当播放阶段平均速率属于 0~4000kbps 时，横纵坐标代表的两个变量呈线性关系，可以拟合成一条直线。这些数据点大致均匀地分布在直线的两侧，仍有少量数据点落在横轴附近，大量数据点卡顿时间为 0。经分析，这是由于 0~4000kbps 时，卡顿率为视频卡顿率为 34%~100%，则说明仍有很多卡顿情况良好的数据，这些数据即图中直线下方的不规则的点。结合散点图和变量之间的关系建立以下关系式：

$$y = \beta_1 \bar{v} + \beta_2, \quad (1.6)$$

其中 y 为卡顿时间， \bar{v} 为播放阶段平均速率， β_1 和 β_2 为常数。

当播放阶段平均速率为 4000~8000kbps 时，散点图 10 中可以直观地看出有大量密集的数据点，这些数据点分布看似毫无规律。结合图 9 的结果可以得知，此阶段视频播放情况良好，卡顿几率很小，但由于数据点集中地分布在此区间，所以在此区间，呈现不规则的散点图。

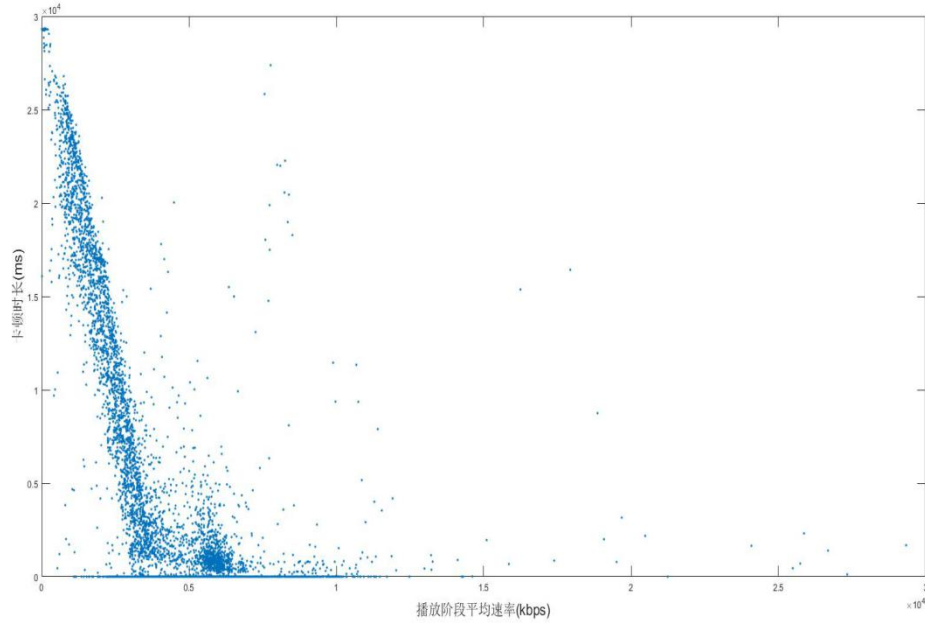


图 10 播放阶段平均速率与卡顿时间散点图

当播放阶段平均速率大于 8000kbps 时，散点图中出现了零星的数据点，经分析可以得知，出现的少量数据点是由于在播放视频的时候存在拥塞、丢包等问题。而网络中存在丢包通常是导致视频卡顿，花屏，网络侧最主要的原因。由于丢包问题使得数据在传输过程中发生缺失，而网络流量拥塞则加剧了丢包的几率。由文献^[1,2,12,13]可知，丢包率的形成原因主要有两点，一是传统 IP 传输过程中的误码，这种情况在目前的网络条件下发生的概率极低。另一个是不能保障业务带宽造成的，当网络流量越拥塞，影响就越强烈，丢包发生率也就越大，这与本文的研究结果基本相同。

7.2.4 相关变量的相关性检验

皮尔森相关系数可以相当精确地反映两个变量线性相关程度，针对本文建立的线性模型，对变量进行皮尔森相关分析，判断这些变量的相关强度。皮尔森相关系数表达式^[10,11]为：

$$r = \frac{1}{n-1} \left(\frac{X_i - \bar{X}}{S_x} \right) \left(\frac{Y_i - \bar{Y}}{S_y} \right), \quad (1.7)$$

式(1.7)中，相关系数用 r 表示，描述的是两个变量间线性相关强弱的程度， n 为样本量， X_i 和 Y_i 为变量的观测值， \bar{X} 和 \bar{Y} 为两个观察量的均值。 r 的绝对值越大表明其相关性越强^[11]。一般而言，相关系数 r 的绝对值在 $0.70 \sim 0.99$ 之间为高度相关，在 $0.40 \sim 0.69$

之间为中度相关 r ，在0.10~0.39之间为低度相关。通过 SPSS 得出相关系数，计算结果表 3。

表 3 皮尔森相关系数

		卡顿时长 (ms)	播放阶段平均速率 (kbps)
皮尔森相关	卡顿时长(ms)	1.000	-0.868
	播放阶段平均速率(kbps)	-0.868	1.000
显著性(单尾)	卡顿时长(ms)		0.000
	播放阶段平均速率(kbps)	0.000	
N	卡顿时长(ms)	5629	5629
	播放阶段平均速率(kbps)	5629	5629

通过皮尔森相关性分析可知，播放阶段平均速率与卡顿时间的相关系数的绝对值为0.868，该值在0.70~0.99之间，可认为播放阶段平均速率与卡顿时间之间具有高度相关，即可以认为函数的变量选取存在客观上的合理性。

7.2.5 卡顿占比线性模型的求解算法

为了探寻播放阶段平均速率与卡顿时间的具体关系，得到确定地参数，根据附录中所给的数据及补充数据，本文选用播放阶段平均速率小于 3500 kbps 的数据通过拟合算法得出。利用线性回归的方法，使用 SPSS 作为工具，得到变量的参数值，见表 4。

表 4 变量参数值

模型	非标准化系数		标准化系数	T	显著性	B 的 ¹ 信赖区间	
	B	标准差	Beta			下限	上限
(常数)	27518.607	122.716		221.312	0.000	26918.036	27399.178
播放阶段平均速率(kbps)	-7.201	0.055	-0.868	-130.969	0.000	-7.309	-7.093

由表 4 可得回归参数的值， $\beta_1 = -7.201$ ， $\beta_2 = 27518.607$ 。经观察， β_1 的平均值介于 $[-7.309, -7.093]$ 的概率为95%， β_2 的平均值介于 $[26918.036, 27399.178]$ 的概率为95%，可以认为在该置信区间内模型表现良好。由此得到回归模型，其形式为：

$$y = -7.201\bar{v} + 27518.607. \quad (1.8)$$

7.2.6 卡顿占比线性模型的进一步诊断

随后，为了进行更精确的分析，本文选用 SPSS 对附录中给出的数据进行进一步拟合建立回归模型的时候，残差的分布必须是正态分布，否则就会使回归方程没有任何实

际意义。通过 SPSS 得出残差值和标准残差值，及标准化残差分布，如表 5、图 11。

表 5 残差值和标准残差值

	最小值	最大值	平均数	标准偏差	N
预测值	1955.0935	25927.2363	12255.7746	6018.34702	5629
残差	-23281.7793	20233.85742	0.0000	3447.05374	5629
标准预测值	-1.712	2.272	0.000	1.000	5629
标准残差	-6.754	5.869	0.000	1.000	5629

根据表 5 的残差计算结果，绘制标准化残差序列的带正态曲线的直方图。

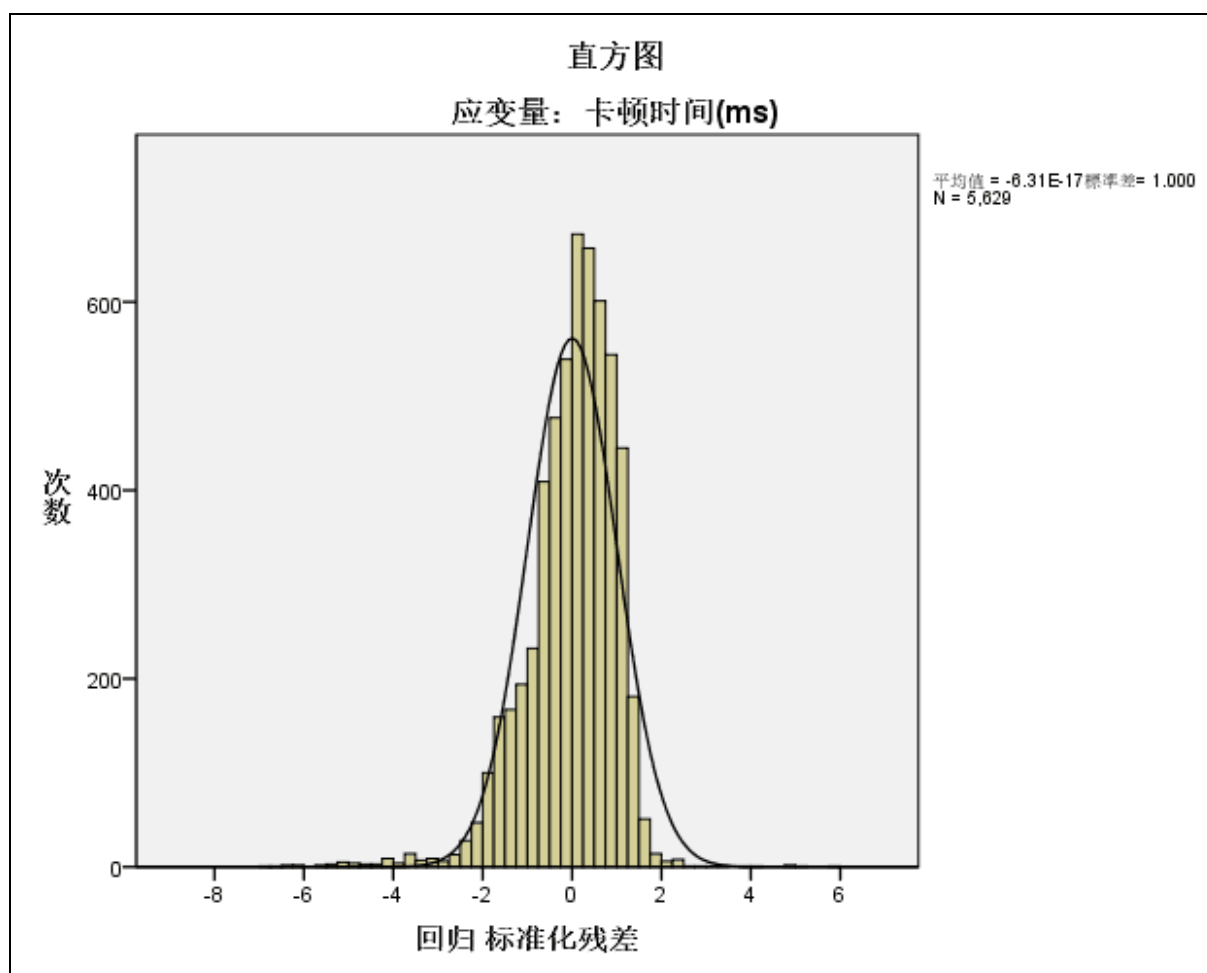


图 11 标准化残差分布

由图 11，易见直方图中标准化残差值出现的次数并不非常接近正态分布曲线，是否合理有待考虑。

7.2.7 卡顿占比非线性模型的提出

本文使用非线性回归模型来分析问题。初始阶段结束后，视频开始播放，此时一边播放一边下载数据。本文认为初始缓冲下载数据量中用于视频播放的数据量与总下载数

据量成正比例关系，令正比例系数为 β_2 ，当视频平稳播放所需数据总量大于初始缓冲下载数据量中用于视频播放的数据量与播放阶段下载数据量之和时，开始第一次卡顿，卡顿时长即为视频缓冲时长 Δt 。 Δt 秒后，视频开始继续播放。当视频平稳播放所需数据总量大于视频缓冲阶段下载数据量与播放阶段下载数据量之和时，开始第二次卡顿，并以此为周期反复进行，直到30000ms时播放结束。

使用流程图描述视频播放具体过程，具体流程如图 12。

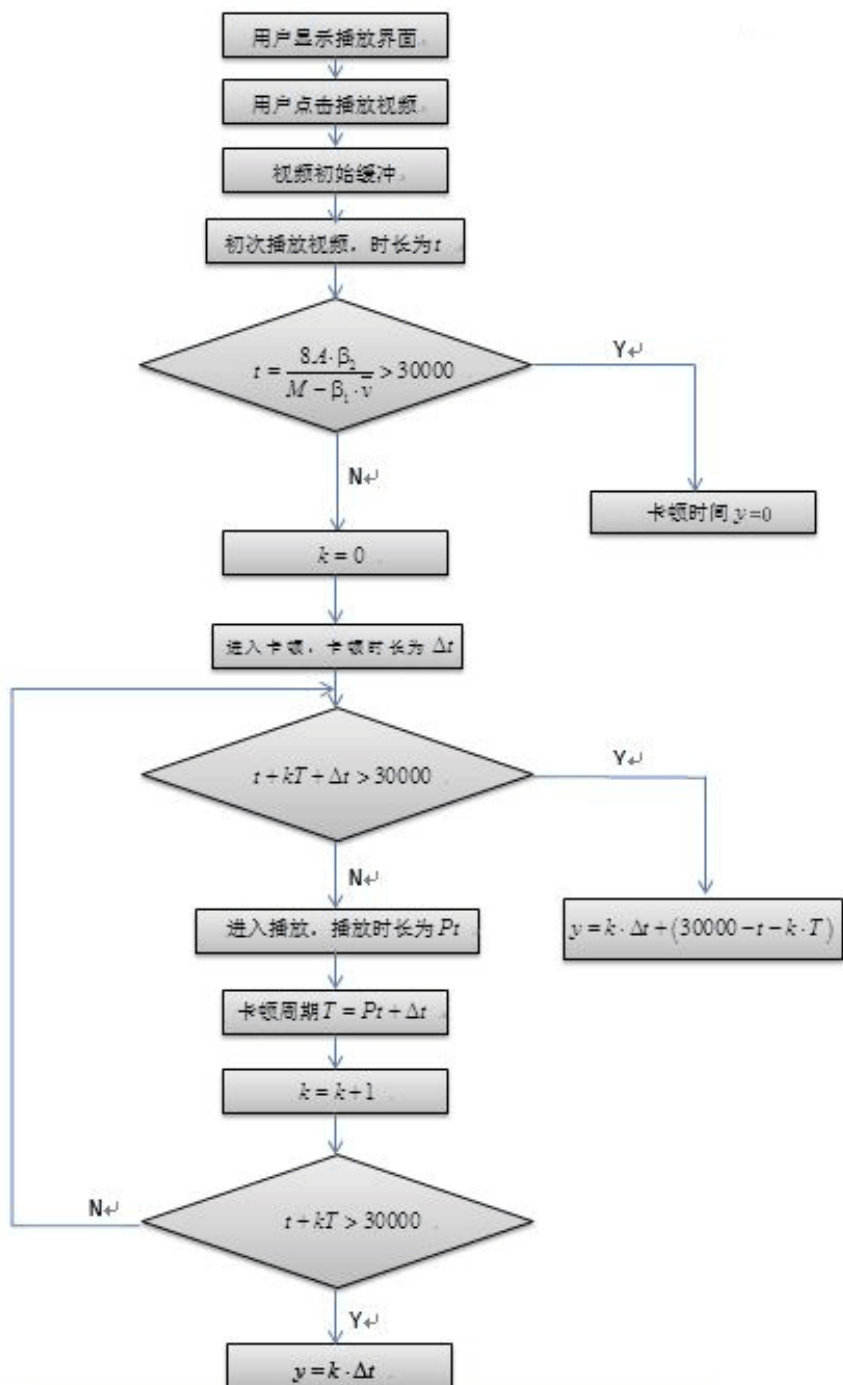


图 12 视频播放过程流程图

7.2.8 卡顿占比非线性模型的建立

由上述关系，易建立播放阶段平均速率和卡顿时间的非线性模型。令视频第一次播放时长为 t ，播放阶段平均速率为 \bar{v} ，视频平稳播放所需数据总量为 $t \times M$ 。由此可推出卡顿时长与视频播放阶段平均速率间的公式为

$$y = \begin{cases} ([k]+1) \cdot \Delta t & \{k\} \cdot T / \Delta t > 1 \\ [k] \cdot \Delta t + \{k\} \cdot T & \{k\} \cdot T / \Delta t \leq 1 \end{cases}, \quad (1.9)$$

其中 $[k]$ 为向下取整， $\{k\}$ 为取小数部分。易知，当 $t = \frac{8A \cdot \beta_2}{M - \beta_1 \cdot \bar{v}} \leq 30000$ 时，视频开始第一次卡顿。本文认为初始缓冲下载数据量中用于视频播放的数据量与总下载数据量成正比关系，令正比例系数为 β_2 。

设视频每次进入卡顿后到进入下一次卡顿的时间为 T ，即卡顿周期为 T ，自变量 \bar{v} 为播放阶段平均速率，因变量 T 为卡顿周期， T 与 \bar{v} 的关系式如下：

$$T = 2700 \times 2934 \times \left(\frac{1}{\beta_1 \bar{v}} + \frac{1}{2934 - \beta_1 \bar{v}} \right), \quad (1.10)$$

式中 β_1 为实参数。

从视频开始播放到30000ms播放结束为止，总播放时间内共经过了 k 个卡顿周期，关系式如下：

$$k = \left(30000 - \frac{8A \cdot \beta_2}{(2934 - \beta_1 \bar{v}) \cdot 1.024} \right) \times \frac{1}{T}. \quad (1.11)$$

式(1.11)中， A 为初始缓冲下载数据量，即4s乘视频码率所得到的数据量。在视频的每个卡顿周期，设视频的具体缓冲时间为 Δt ，

$$\Delta t = \frac{2700 \times 2934}{\beta_1 \bar{v}}. \quad (1.12)$$

为了计算在30000ms内共经过了几个完整的卡顿周期，令 k 除以1并取余数，设其求余后余数为 m ，求得

$$P(\bar{v}) = \frac{m \times T}{\Delta t}. \quad (1.13)$$

由式(1.13)可以看出，将 $P(\bar{v})$ 与1比较，若比值大于1，则说明播放时间为30000ms时视频刚好处于播放阶段。此时将 k 向上取整，并将 k 乘 Δt 则得到具体的卡顿时间。若比值小于1，则说明播放时间为30000ms时视频刚好处于缓冲阶段，此时将 k 向下取整，

将 k 加上 $P(\bar{v})$ 后的值乘 Δt ，即得到具体的卡顿时间。

通过以上经验公式的建立，计算出具体的卡顿时间 y ，由此进一步计算卡顿占比 w 。由卡顿占比即卡顿时间与播放时长的比值可得出如下关系式：

$$w = \frac{y}{30000 - y}. \quad (1.14)$$

为得出上述经验公式中参数的准确数值，本文采用数据拟合算法得出。本文采用数据拟合算法对附录中给出的数据进行拟合后，得出上述函数关系式中参数的准确数据。

7.2.9 卡顿占比非线性模型的求解算法

本文通过对附件及补充数据的播放时长进行统计后发现，多数数据的播放时长均高于 30000ms，为提高所得函数关系的准确性，本文将全部播放时长求取平均值得到平均播放时长为 30007ms。将数据代入推测的公式，为减小残差对最后结果的影响，本文首先去除初始缓冲下载数据量较小的数据，通过 MATLAB 中 `nlinfit` 函数进行拟合，拟合结果如图 13，确定所得函数关系为所给数据的似然函数；为得到更精确的参数值，本文将剩余数据进行了标准化残差计算（图 14，详见附录），并将强影响点即标准化残差的绝对值大于 3 的数据点去除，并进行拟合，拟合结果如图 15，最终得出各参数值(表 6)。

表 6 函数中各参数值

β_1	0.771
β_2	0.636

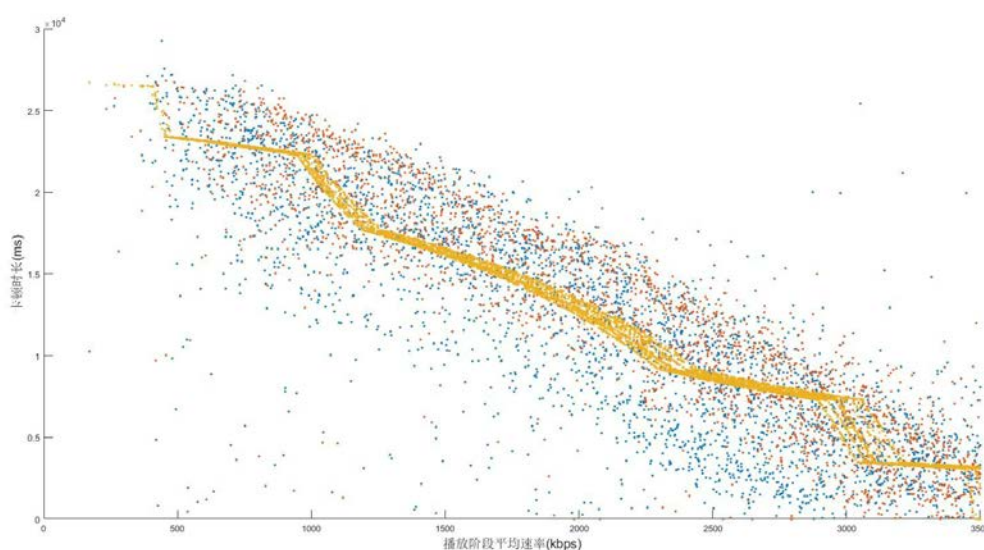


图 13 卡顿占比与播放阶段平均速率非线性拟合 1

速率	初始缓冲下载量	总时长	码率	卡顿时长	预测值	残差	标准化残差
3052.00	1620535.00	30007.00	3092.00	25415.00	7353.94	-18061.06	-5.02983
3210.00	1528334.00	30004.00	2903.00	21164.00	3282.29	-17881.71	-4.98032
3210.00	1528334.00	30004.00	2903.00	21164.00	3282.29	-17881.71	-4.98032
...
575.00	1657736.00	30004.00	3065.00	1043.00	23089.55	22046.55	6.04243
538.00	1537991.00	30006.00	2903.00	452.00	23182.25	22730.25	6.23118
427.00	1586566.00	30007.00	3022.00	802.00	25686.30	24884.30	6.82583

图 14 各数据标准化残差（详见附录）

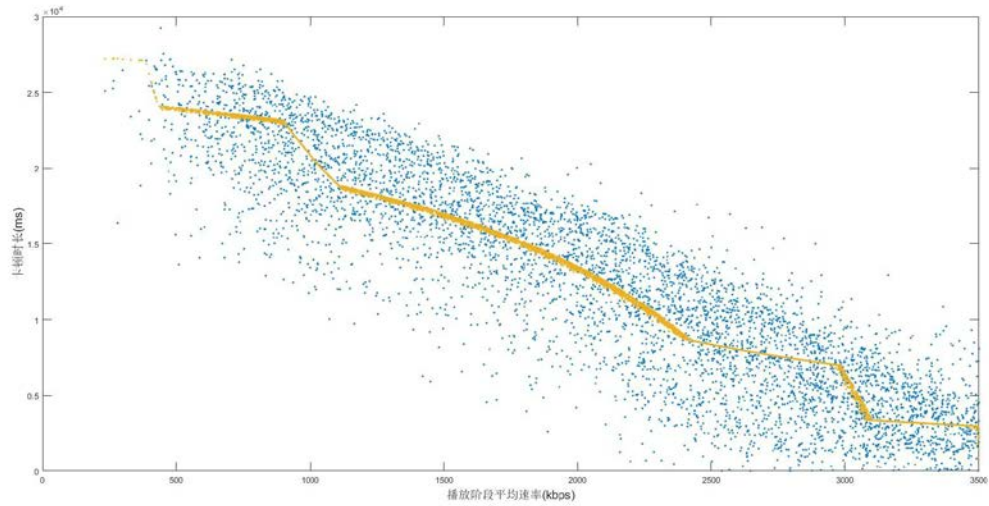


图 15 卡顿占比与播放阶段平均速率非线性拟合

A 为初始缓冲下载数据量，由初始缓冲时间与视频码率乘积可得到初始缓冲下载数据量。根据附件所给数据及补充数据，本文通过计算得到平均视频码率为 $2979kbps$ ，将数据代入上式可求出初始缓冲下载数据量为： $A=1489.5(KB)$ 。再将题目中所给各用户实际初始缓冲数据量进行计算后发现，实际 A 值（见附录 1）与题目中求得的 A 值差距较大，因此，本文采用各用户实际初始缓冲数据量的平均值（ $A=1572781B$ ），将单位统一后代入式(1.6)、(1.7)、(1.8)可得出

$$T = 7921800 \times \left(\frac{1}{0.771 \times v} + \frac{1}{2979 - 0.771 \times v} \right), \quad (1.15)$$

$$k = \left(30007 - \frac{7811069.4}{2979 - 0.771 \times v} \right) \times \frac{1}{T}, \quad (1.16)$$

$$\Delta t = \frac{2700 \times 2979}{0.771 \times v}, \quad (1.17)$$

将式(1.15)、(1.16)、(1.17)代入式(1.09)、(1.10)即

$$y = \begin{cases} ([k]+1) \cdot \Delta t & \{k\} \cdot T / \Delta t > 1 \\ [k] \cdot \Delta t + \{k\} \cdot T & \{k\} \cdot T / \Delta t \leq 1 \end{cases},$$

和

$$w = \frac{y}{30007 - y}$$

中，得出关于播放阶段平均速率(\bar{v})和卡顿占比(w)的非线性函数关系。

7.3.0 卡顿占比模型的确定

将上述建立的线性模型与非线性模型进行对比发现，两模型均经过推理得到公式，并在拟合数据后得到具体参数，由 SPSS 得到两种模型的拟合优度(R^2)，如表 7。

表 7 卡顿时间线性及非线性模型拟合优度

模型	R 平方
卡顿占比的线性模型	0.753
卡顿占比的非线性模型	0.8752

由表 7，卡顿占比的非线性模型的拟合优度为 0.8752，线性模型的拟合优度为 0.753，非线性模型的拟合优度高于线性模型，且非线性模型具有更好的理论解释。综上，对于卡顿占比与播放阶段平均速率模型的建立与求解，本文选取拟合优度更好的非线性回归模型。

8. 模型的检验

8.1 拟合优度检验(R^2)

为了检验初始缓冲时延、卡顿时间的回归方程与数据的拟合程度，本文采取拟合优度检验的方法来说明。使用 SPSS 对样本的回归直线与样本观测值的拟合度进行检验，检验结果如表 8、9：

表 8 初始缓冲时延方程拟合优度

来源	平方和	df	均方
回归	2.813E+11	4	7.033E+10
残差	4.114E+10	89215	461124.431
未校正总数	3.224E+11	89219	
校正后总数	1.475E+11	89218	

注：E+X 表示 10^X （科学计数法），变量初始缓冲时延(ms)。

表 9 卡顿时间方程拟合优度

模型	R 平方
卡顿占比的线性模型	0.753
卡顿占比的非线性模型	0.8752

由表 8，根据统计学公式： $R^2 = 1 - \text{残差平方和} / \text{校正平方和}$ ，可得初始缓冲时延拟合优度 R^2 大小为 0.721，而卡顿时间拟合优度 R^2 大小为 0.8752（如表 9）。因 R^2 的值接近 1，说明回归模型的拟合程度很高，通过函数关系得到的理论值较为接近题目中所给的实际值。

8.2 方程显著性检验 (F 检验)

解释自变量与卡顿时间之间的线性关系，本文计算统计量 F 的值来说明总体上被解释变量与所有解释变量之间的线性关系是否显著。 F 变量定义为：

$$F = \frac{S_{\text{回}}/k}{S_{\text{残}}/(n-k-1)} \sim F(n-k-1)$$

即 F 统计量服从以 $(n, n-k-1)$ 为自由度的 F 分布。其中 n 为选取数据的组数， k 为回归方程的自由度。通过查询 F 分布统计表，我们便可以得出在特定显著度的条件下 F 检验的临界值^[11]。当统计量 F 的值大于临界值时，即可以认为在总体上，自变量与卡顿时间呈显著的线性关系，而自变量与初始缓冲峰值速率并无显著的线性关系。

具体的检验结果见下表 9、10：

表 9 初始缓冲时延

	平方和	df	平均值平方	F	显著性
群组之间	1.475E+11	88913	1658933.602	256	0.000
在群组内	1975459.500	305	6476.916		
总计	1.475E+11	89218			

注：E+X 表示 10^X （科学计数法）

表 10 卡顿时间

	平方和	df	平均值平方	F	显著性
群组之间	2.542E+11	4216	60288502.97	7.459	0.000
在群组内	1.083E+10	1340	8082444.022		
总计	2.650E+11	5556			

注：E+X 表示 10^X （科学计数法）

由表 9、10 可知，初始缓冲时延的 F 值为 256.130、卡顿时间的 F 值为 7.459。通过查阅 F 检验临界值表可发现，表 9、10 中 F 值远大于临界值，故该模型已经达到了很高的精确度。

9. 模型的评价

9.1 模型的优点

(1) 求解初始缓冲峰值速率、E2E RTT 与初始缓冲时延函数关系中，本文利用非线性回归模型得出了较为合理的函数关系，拟合结果证明，该方法稳定性较高，有较强的可操作性。

(2) 求解播放阶段平均速率与卡顿时间的函数关系时，本文建立了较为简单的线性回归模型与较为复杂的非线性回归模型，就两者的拟合程度进行对比，寻求最优模型。

(3) 提出播放阶段平均速率与卡顿时间的非线性函数关系时，本文通过流程图介绍视频播放过程，过程清晰，简单明了。

9.2 模型的缺点

本文为简化模型的复杂性，假定初始缓冲各阶段平均速率与初始缓冲峰值速率线性相关，与实际情况难免会有一定的偏差。而在数据的筛选中，只筛去了少量强影响点，由于筛选标准的差异或许仍有部分强影响点仍未去除，同时对于每位用户在达到初始缓冲峰值速率时的加速度定义也稍显简洁，对初始缓冲下载数据量、播放时长、视频码率、播放阶段缓冲速率、E2E RTT 选取了平均值，以上缺点都有可能会导致参数的偏差。后续研究会进一步分析这些可能导致偏差因素，力求达到更贴合实际的情形。

10. 参考文献

【文献 1】给出了视频播放情况的测试建议，详细地介绍了 10 个视频播放过程中的常见问题，并提供了关于 *Speedvideo* 的几个重要的指标解释，明确了提中所给数据的含义。

【文献 2】丢包和抖动等会影响视频流的质量，该文结合应用感知和网络级度量（如运动强度和丢包效应等）对视频流质量进行评估。从视频流包的内容中提取度量，对视频流质量进行了有效估计。

【文献 3】根据卡顿因素对移动视频体验的影响进行测量研究，对于本文卡顿时间的非线性模型的建立，提供了一定的理论依据。

【文献 4】针对影响移动视频用户体验质量的主客观因素，研究了无线参数、终端设备参数和视频编码参数对移动视频质量的影响，提出了基于用户体验质量的视频质量评价方法。

【文献 5-8】分别从评估算法、可靠性预测、可能性成因以及语音和视频感知等视角对视频质量进行了定性和定量化的剖析。

【文献 9】介绍了视频业务体验的评估方案，以及对影响视频体验指标 *vMOS* 的各种因素按视频质量(*sQuality*)、初始缓冲时延(*sLoading*)、卡顿占比(*sStalling*)3 个维度进行分析探讨，并总结了视频体验提升的工作思路和实践成效，对日益重要的视频优化工作开展具有一定的指导意义。

【文献 10, 11】系统介绍了概率论与数理统计的基础知识和基本原理，对理解和运用曲线拟合、最小二乘法以及各统计检验的建模和分析具有指导作用。

【文献 12】本篇白皮书阐述了移动视频业务体验评估指标 *Mobile U-vMOS* 定义，并论述了各个业务体验指标与带宽、往返时延、丢包率等网路指标之间的关系，给出了满足典型 *Mobile U-vMOS* 指标的移动网络端到端(*E2E*)带宽、时延、丢包率基线要求，并进一步给出了移动承载网的带宽、时延、丢包率等建议。

【文献 13】在对软交换的技术特点分析的基础上，讨论了软交换技术中承载网组网技术，重点分析了软交换承载网在基于 *QoS* 保证的实现技术，在 *QoS* 中对丢包率进行了明确阐述，并对承载网的安全性和可靠性进行了研究。

- [1] mLAB 微信公众号. SpeedVideo 大众测试常见 10 个 FAQ 及主要指标解释(技术版)[EB/OL]. [2017-04-27]. <http://www.weixinnu.com/tag/article/268251903>.
- [2] Mandegar A H, Akbari B. A video streaming quality assessment scheme based on packet level measurement[C], International Conference on Communications, Signal Processing, and Their Applications. IEEE, 2015:1-6.
- [3] 谭浩, 梁晨曦, 孙家豪, 马梦云. 基于生理电的移动卡顿占比体验的研究[J]. 包装工程, 2017, 38(2): 120-126.
- [4] 陈希宏, 金跃辉, 杨谈, 3G 网络中移动视频质量评估模型的研究[J]. 计算机科学, 2015, 42(9): 86-93.
- [5] Barkowsky M, Masala E, Van Wallendael G, et al. Objective Video Quality Assessment -Towards Large Scale Video Database Enhanced Model Development[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 98(1):2-11.
- [6] Chikkerur S, Sundaram V, Reisslein M, et al. Objective Video Quality Assessment Methods: A Classification, Review, and Performance Comparison[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2011, 57(2):165-182.
- [7] Choe J H, Jeong T U, Choi H S, et al. Subjective Video Quality Assessment Methods for Multimedia Applications[J]. Recommendation ITU-T P.910, 1999, 12(2):3665-3673.

- [8] Watson, Anne, Sasse, et al. Measuring perceived quality of speech and video in multimedia conferencing applications[C]// In Proceedings of the ACM Multimedia Conference. 1998:55--60.
- [9] 陈楚雄. 视频业务体验评估和优化提升探讨[J]. 邮电技术设计, 2017(2): 17-23.4
- [10] 陈希孺. 概率论与数理统计[M]. 北京: 中国科学技术大学出版社, 2009.
- [11] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计(第四版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [12] 华为 mLAB.iLab 联合发布. 基于移动视频的移动承载网络要求白皮书[EB/OL]. [2017-04-28]. <http://www.docin.com/p-1727526773.html>.
- [13] 裴丽红, 软交换中承载网络组网技术分析[J]. 今日科苑, 2008, 9(4): 201.

11. 附录

附录一 主要参数设置

1. 缓冲峰值速率、E2E RTT 与播放阶段平均速率函数参数设置

参数	估计	标准差
b	0.614	0.004
c	-300.596	7.192
d	29985.494	1255.435
f	6.298	0.068

2. 播放阶段平均速率与卡顿时间线性函数参数设置

模型	非标准化系数		标准化系数	T	显著性	B 的 ¹ 信赖区间	
	B	标准差	Beta			下限	上限
1 (常数)	27158.607	122.716		221.312	0.000	26918.036	27399.178
播放阶段平均速率(kbps)	-7.201	0.055	0.868	-130.969	0.000	-7.309	-7.093

3. 播放阶段平均速率与卡顿时间非线性函数参数设置

β_1	0.771
β_2	0.636

附录二 SPSS 编写的代码

1. 初始缓冲峰值速率、E2E RTT 与播放阶段平均速率的非线性模型

```
GET DATA /TYPE=XLSX
  /FILE='C:\Users\hasee\Desktop\深圳杯
\SpeedVideoDataforModeling.xlsx'
  /SHEET=name 'data'
  /CELLRANGE=full
  /READNAMES=on
  /ASSUMEDSTRWIDTH=32767.
EXECUTE.
DATASET NAME 数据集1 WINDOW=FRONT.
```

* 非线性回归.

```
MODEL PROGRAM b c d f.
```

```

COMPUTE PRED_=(8 * 初始缓冲下载数据量 byte / 1.024 + E2ERTTms * (f *
初始缓冲峰值速率 kbps + d)) / (b * 初始缓冲峰值速率 kbps + c).
NLR 初始缓冲时延 ms
  /FILE='C:\Users\hasee\AppData\Local\Temp\spss32324\SPSSFNLR.TMP'
  /PRED PRED_
  /SAVE PRED RESID
  /CRITERIA SSCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.

USE ALL.
COMPUTE filter_$=(初始缓冲下载数据量 byte > 1000000).
VARIABLE LABELS filter_$ '初始缓冲下载数据量 byte > 1000000 (FILTER)'.
VALUE LABELS filter_$ 0 'Not Selected' 1 'Selected'.
FORMATS filter_$ (f1.0).
FILTER BY filter_$.
EXECUTE.
SORT CASES BY 初始缓冲下载数据量 byte (A).

```

* 非线性回归.

```

MODEL PROGRAM b c d f.
COMPUTE PRED_=(8 * 初始缓冲下载数据量 byte / 1.024 + E2ERTTms * (f *
初始缓冲峰值速率 kbps + d)) / (b * 初始缓冲峰值速率 kbps + c).
NLR 初始缓冲时延 ms
  /FILE='C:\Users\hasee\AppData\Local\Temp\spss32324\SPSSFNLR.TMP'
  /PRED PRED_
  /SAVE PRED RESID
  /CRITERIA SSCONVERGENCE 1E-8 PCON 1E-8.

```

附录三 MATLAB 编写的代码

卡顿占比与播放阶段平均速率的非线性模型

1) 文件《predst5557_tm.m》：待拟合的函数

```

function y=predst5557_tm(beta,X)
x=X(:,1);
A=X(:,2);
T=30006.8494;
M=2978.8325;
q=ones(5557,1);
dertat=M*2700.*(1./(beta(1).*x)+1./(M-beta(1).*x));
k=(T-A.*8./1.024.*beta(2)./(M-beta(1).*x))./dertat;
st=M*2700./(beta(1).*x);
deci=((k-floor(k)).*dertat./st);
s=min(deci,q);
y=(floor(k)+s).*st;

```

2) 命令行窗口：读取数据、拟合函数、计算 R 方、绘制图像

```
X=xlsread('5557.xlsx',1,'A2:D5558');  
y=xlsread('5557.xlsx',1,'E2:E5558');  
beta0=[0.75;0.6];  
beta=nlinfit(X,y,'predst5557_tm',beta0);  
st=predst5557_tm(beta,X);  
sst=sum((y-mean(y)).^2);  
ssr=sum((st-mean(y)).^2);  
rr=ssr/sst;  
plot3(X(:,1),y,X(:,2),'.')  
hold on  
plot3(X(:,1),st,X(:,2),'.')
```