

加速度检测仪数据校正数学建模论文讲解

# 第七届华中地区大学生数学建模邀请赛

## 承 诺 书

我们仔细阅读了第七届华中地区大学生数学建模邀请赛的竞赛细则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的。如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们的参赛报名号为：

参赛队员（签名）：

---

武汉工业与应用数学学会

第七届华中地区大学生数学建模邀请赛组委会

# 第七届华中地区大学生数学建模邀请赛 编 号 专 用 页

选择的题号：

参赛的编号：

---

（以下内容参赛队伍不需要填写）

竞赛评阅编号：\_\_\_\_\_

# 第七届华中地区大学生数学建模邀请赛

题目： 加速度检测仪数据校正

## 【摘 要】

本文讨论了加速度检测仪数据校正的问题,首先建立一个模型通过数值积分的方法求解出声屏障的速度与位移,并且做出了它们分别与时间的函数关系,发现与实际情况不相符合,也就是存在着误差。然后通过模型的建立求解出仿真的加速度与时间的关系,此时我们采用了误差理论里的经验公式进行严格计算得出加速度与时间的函数关系以及拟合曲线。在求解过程中,我们主要运用 Excel 对数据进行了分析以及 SPSS 为辅助分析得出能很好反应出加速度与时间关系的时间段,接着用严格计算法求出加速度与时间的最佳配合次数,从而求解出它们之间的关系。我们利用求解出来的加速度数值积分仿真出速度与位移,与原始数据所得到的曲线相比较,分析出系统误差与随机误差。在问题二中,通过对原始数据数值积分得到的速度图像可以观察到速度在开始阶段成线性增长,由于误差是累积的,所以可以推测原始加速度的系统误差是一个常数,然后对原始数据通过增加修正值进行校正。对校正后的数据进行最小二乘法拟合,以消除随机误差,使得速度与位移的计算结果基本符合物体运动事实。而在问题三中,是对模型的推广与运用,在问题二中,由于原始数据的规律性,我们直接采用了增加修正值得方法和最小二乘法就将速度与位移的系统误差与随机误差进行了校正,因此若用加速度检测仪测出的数据也具有这样的规律性,我们也可以采用这种方法进行校正,但若更普遍性,我们可以采用加速度修正算法也就是对其主要产生系统误差的因素进行校正,同时利用卡尔曼滤波将随机误差进行最大程度的消除,最后将改进的应用在各个领域中。

本文分为两个部分:第一部分是问题重述;第二部分是对问题 1,问题 2,问题 3 的数学模型以及求解,从而分析出系统误差与随机误差,并接着对其进行校正使之基本符合事实,最后进行推广与应用。

关键字: 数值积分, 时域积分, 修正值, 卡尔曼滤波模型, 最小二乘法

## 一：问题重述

声屏障是一种控制铁路、公路、高速铁路等各种道路行车对周围环境的噪声污染有效措施之一，随着列车的大幅度加速，脉动风交替出现在列车两侧，从而引起对声屏障的拉压作用，声屏障发生摆动。正常状态下，声屏障的摆动应当在一定的范围内，当超过正常范围则需要对其进行加固维修。由于声屏障维修或重建费用高昂，故需声屏障检测仪对声屏障的工作状态进行检测，有针对性的对声屏障进行维修。然而，声屏障检测仪是通过加速度传感器记录屏障震动所产生的加速度的数值，而在试验中，传感器测得的数值会存在误差，由于我们是通过测得的加速度的数据，利用数值积分的方法求出速度和位移，将此位移转化为震动的位移，从而对声屏障的状态进行，因此误差的存在就会结果有一个累积的效应。故而在测得数据后，需要经过系统误差校正、随机误差数据滤波等对数据进行校正。

## 二：数学建模和问题求解

### （一）问题 1

#### 1.1 问题分析

在本题实例中，我们发现计算出来的速度波形与位移波形偏离了实际。理论上单方向从 A 点运动至 B 点，速度的变化是先快速增大，缓慢达到极值，速度下降由慢到快，直至速度降为 0。而由此加速度数据计算的速度数据，下降后速度小于 0(如图 1.221)。由位移图形图 1.222 可看出物体后期将一直匀速运动下去，也与实际不符。这是由于在试验中传感器测得的数据有误差，从而我们知道本题中所给的三组在正常状态下的数据是有一定误差的，所以我们需要建立一个数学模型拟合出加速度与时间的关系，通过数值积分的方法计算出速度与位移，然后作出加速度与时间的曲线与实际测得的数据所作出的曲线相比较，分析出误差。

#### 1.2 符号说明

$a_i$ ：各点加速度	$\varphi_i(t)$ ：多项式中每一项时间的函数
$s_i$ ：每一小份的矩形面积	$c_m$ ：多项式中每一项的系数
$v_i$ ：每点的速度	$m$ ：配合次数
$t_i$ ：每时刻对应的时间	$F_i$ ：第 i 次 F 分布
$x_i$ ：每一小份的位移	$(\sum p_v^2)_i$ ：第 i 次配合残差

$a(t)$ ：加速度与时间的函数关系

#### 1.3 模型假设

1. 假设仪器设备良好，测量方法正确。
2. 假设声屏障只受脉动风的作用，其间不受其他外力作用。
3. 假设实验数据中的加速度是等精确的。

## 1.4 模型建立与求解

### 1.4.1 数值积分求解速度与位移

根据测试得到的加速度信号，按照数值积分算法(如矩形公式、辛普森公式、牛顿-科特斯公式、复化梯形公式等)进行一次积分得到数值速度信号，进行两次积分得到的位移信号，现在我们采用矩形公式进行积分计算，求得的结果如图 1-1 和 1-2:

第  $i$  个加速度数据  $a_i$

其矩形面积为  $s_i = a_i / f$

第  $i$  个速度  $v_i = \sum_1^i s_i$

第  $i$  个位移  $x_i = \sum_1^i v_i \times 0.001$

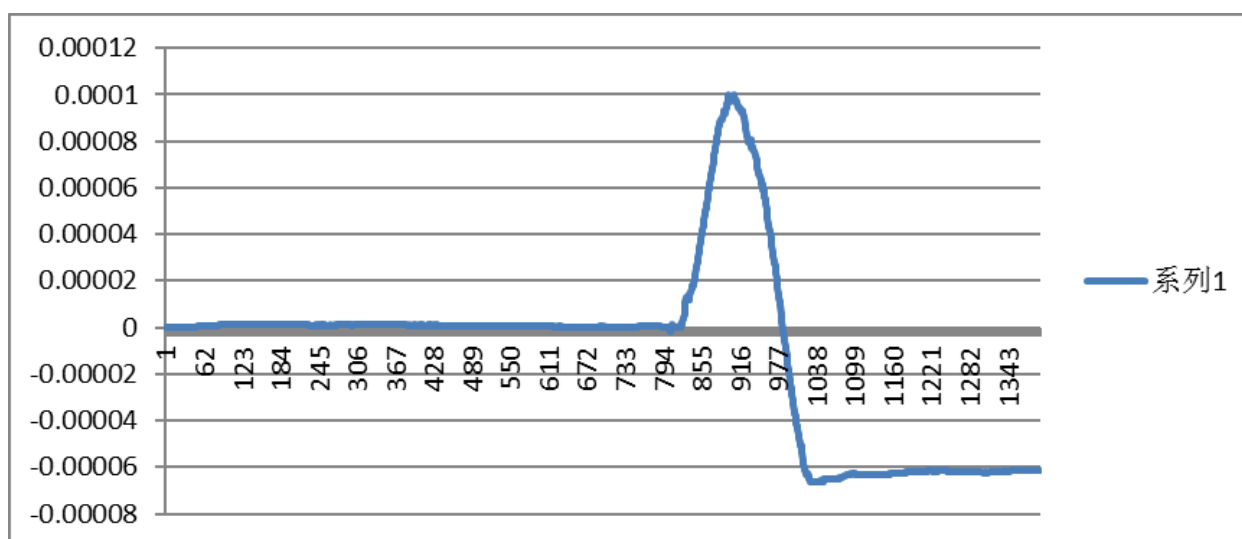


图 1.1: 数值积分算法求得的 a 到 b 速度

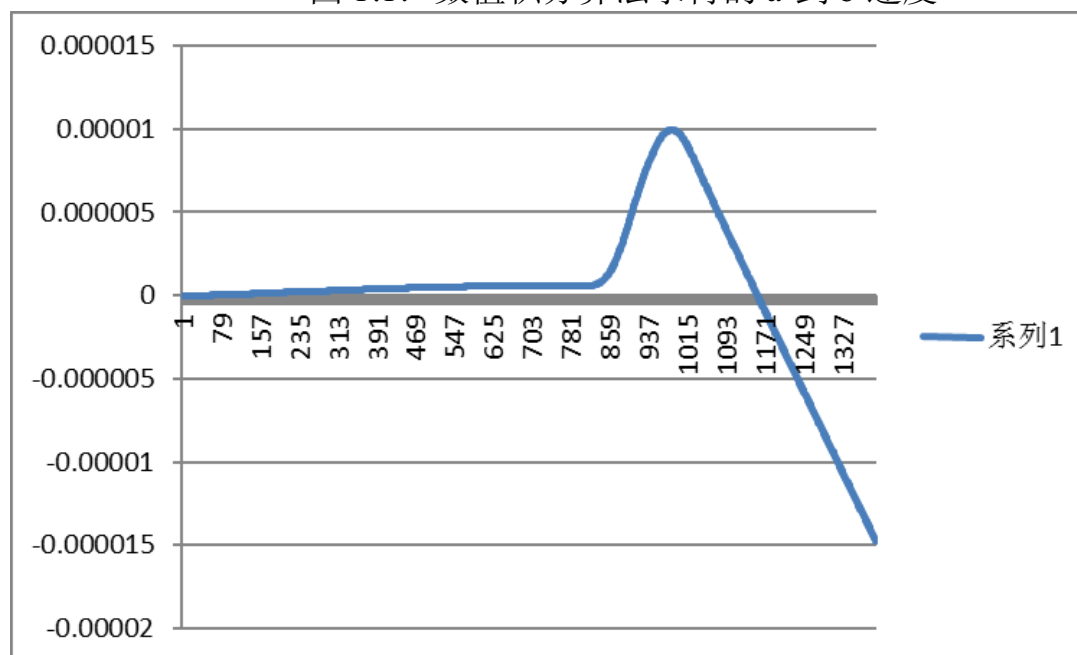


图 1.2: 数值积分算法得到的 a 到 b 位移

#### 1.4.2 建立模型进行仿真计算

由于两量关系  $y=f(x)$  可按泰勒级数展开为幂级数<sup>[6]</sup>, 即  $f_m(t) = \sum_{k=0}^m p_k t^k \in \Phi$ ,

也就是  $a(t) = \sum_{k=0}^m p_k t^k$  再用 严格计算法<sup>[1]</sup> 求解该多项式最佳配合的

次数。

由于

$$a = p_0 + p_1 t + p_2 t^2 + \dots + p_m t^m \quad (1.1)$$

配合  $(a_i, t_i)$ , 用契贝雪夫多项式  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_m(t)$  代替  $1, t^2, t^3, \dots, t^m$  即

$$a = c_0 \varphi_0(t) + c_1 \varphi_1(t) + c_2 \varphi_2(t) + \dots + c_m \varphi_m(t) \quad (1.2)$$

先取  $m=0$  配合数据, 然而由于所测得的数据过多, 并且从题目中的例子可以看出开始物体并没有运动后期物体停止了运动, 并且通过运用 excel 进行全部数据和部分数据的多次拟合, (如图 1-3 和 1-4)

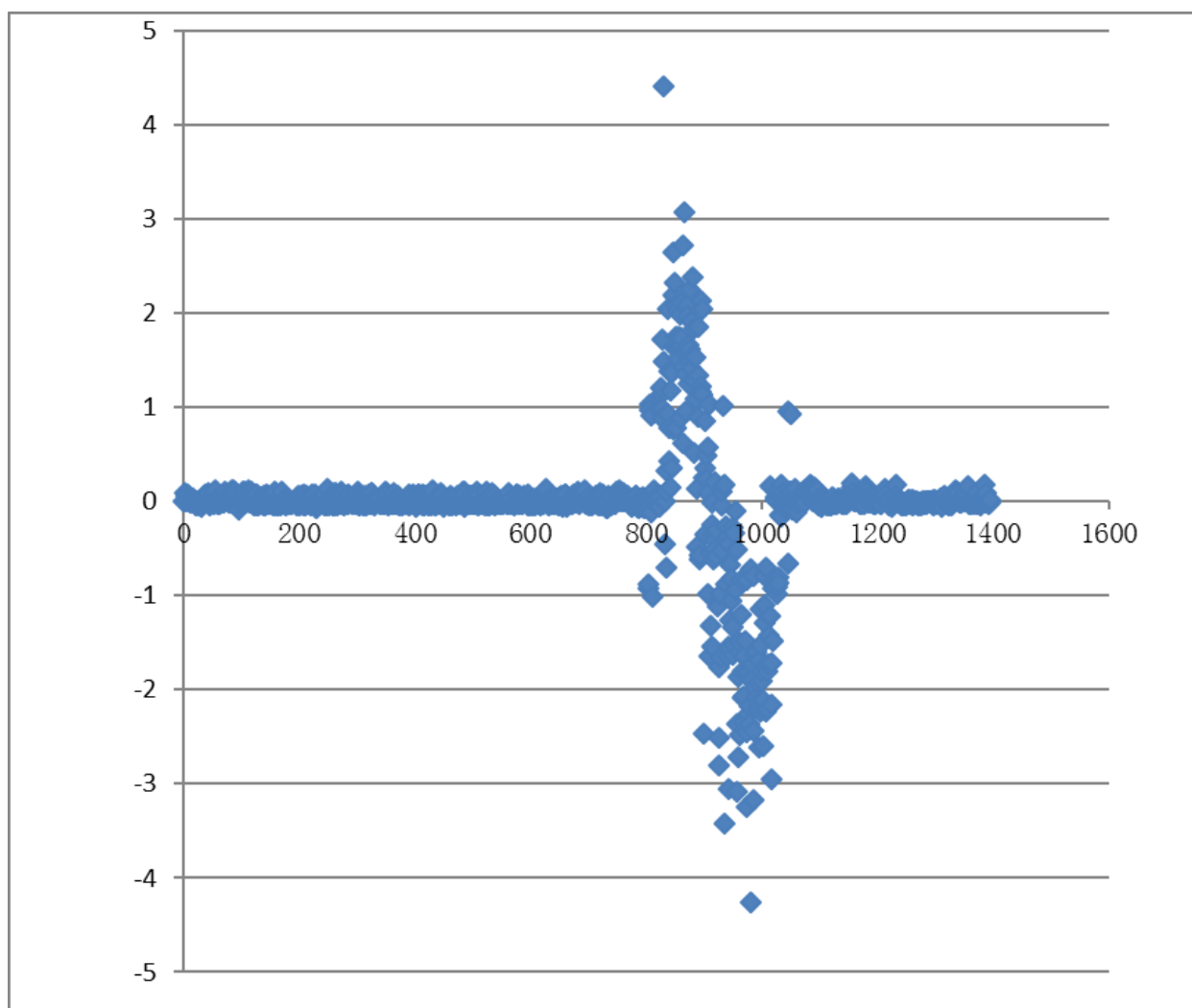


图 1.3: A 到 B 加速度的测量数据分布图

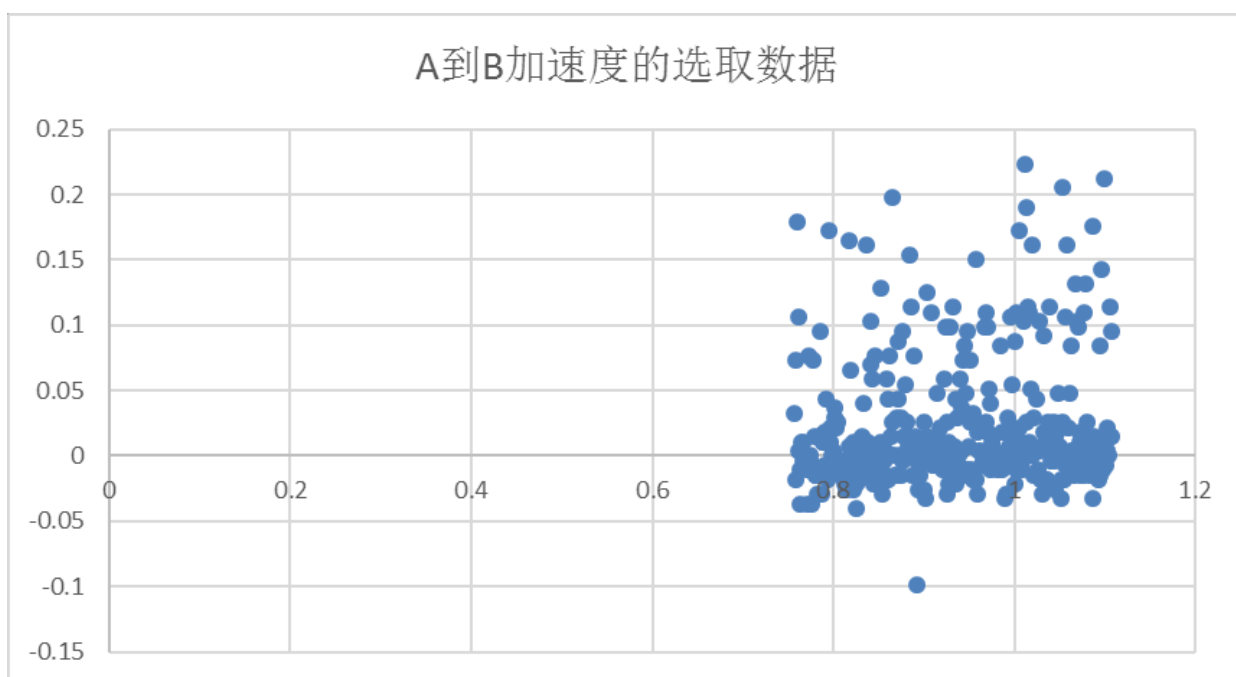


图 1-4: A 到 B 加速度的部分数据

我们发现只需要采取有效的一段数据进行拟合，所得到的曲线效果更好，因此我们取了曲线与 x 轴的交点附近的大概值，又曲线大致具有对称性，因此我们选取了 807-927 之间的 120 个数据（计算数据见附表 1），当

$$\varphi_0(t) = 1$$

$$c_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_0(t_i) a_i}{\sum_{i=1}^n \varphi_0^2(t_i)} = \frac{\sum_{i=1}^{120} a_i}{120} = 0.7565 \quad (1.3)$$

于是经验公式为 0 次时，其形式为

$$a_{(0)} = c_0 \varphi_0(t) = 0.7565 \quad (1.4)$$

且

$$(\sum p_v^2)_0 = \sum_{i=1}^n (a_{(0)} - a_i)^2 = 145.6234 \quad (1.5)$$

又设经验公式为 1 次，因

$$\varphi_1(t) = t - \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = t - 0.8655 \quad (1.6)$$

$$c_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_1(t_i) a_i}{\sum_{i=1}^n \varphi_1^2(t_i)} = -4.3960 \quad (1.7)$$



故经验公式为 1 次时

$$a_{(1)} = c_0 \varphi_0(t) + c_1 \varphi_1(t) = 0.7565 - 4.3960(-0.8655) \quad (1.8)$$

$$(\sum p_v^2)_1 = \sum_{i=1}^n (a_{(1)i} - a_i)^2 = 142.8409 \quad (1.9)$$

此时判断  $a_{(0)}$  是否足以配合数据，因

$$F_1 = 161.6$$

取信度  $\alpha=0.05$ ，由 F 分布可查得

$$F_\alpha(1, 118) = 3.92$$

其中  $F_\alpha(1, 118)$  表参数  $f_1=1, f_2=118$  时  $F_\alpha$  的值

$$\text{因 } F_1 = 161.6 > F_\alpha(1, 118) = 3.92$$

故  $a_{(0)}$  不足以配合数据。为检验  $a_{(1)}$  是否足以配合数据，继续求二次多项式，因

$$\varphi_2(t) = t^2 - \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_1(t_i) t_i^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_1^2(t_i)} \varphi_1(t) - \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} = t^2 - 1.731(t - 0.8655) - 0.7503 \quad (1.10)$$

$$c_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_2(t_i) a_i}{\sum_{i=1}^n \varphi_2^2(t_i)} = -663.176 \quad (1.11)$$

故经验公式为 2 次时

$$a_{(2)} = c_0 \varphi_0(t) + c_1 \varphi_1(t) + c_2 \varphi_2(t) = 0.7565 - 4.3960(-0.8655) - 663.176(t^2 - 1.731(t - 0.8655) - 0.7503)$$

$$(\sum p_v^2)_2 = \sum_{i=1}^n (a_{(2)} - a_i)^2 = 82.0638 \quad (1.12)$$

现检验  $a_{(1)}$  是否足以配合数据，因

$$F_2 = \frac{(\sum p_v^2)_1 - (\sum p_v^2)_2}{(\sum p_v^2)_2 / (n - (m + 2))} = 169.5992 \quad (1.13)$$

由此可看出经验公式取一次多项式也不足以配合，同时我们也作出它的一次拟合图像 1-5，

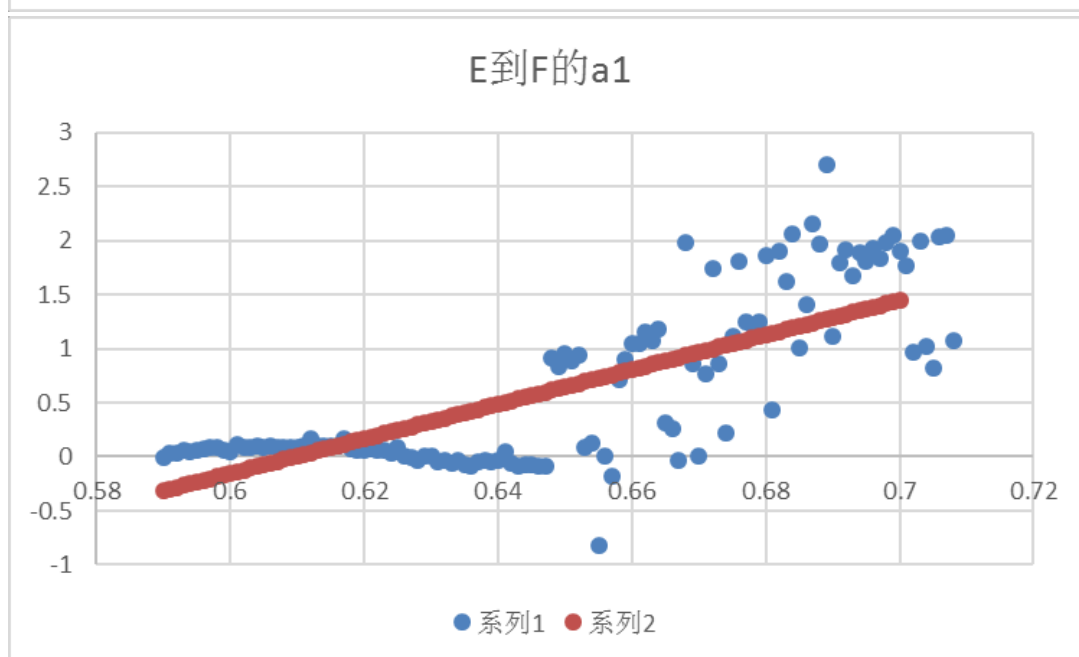
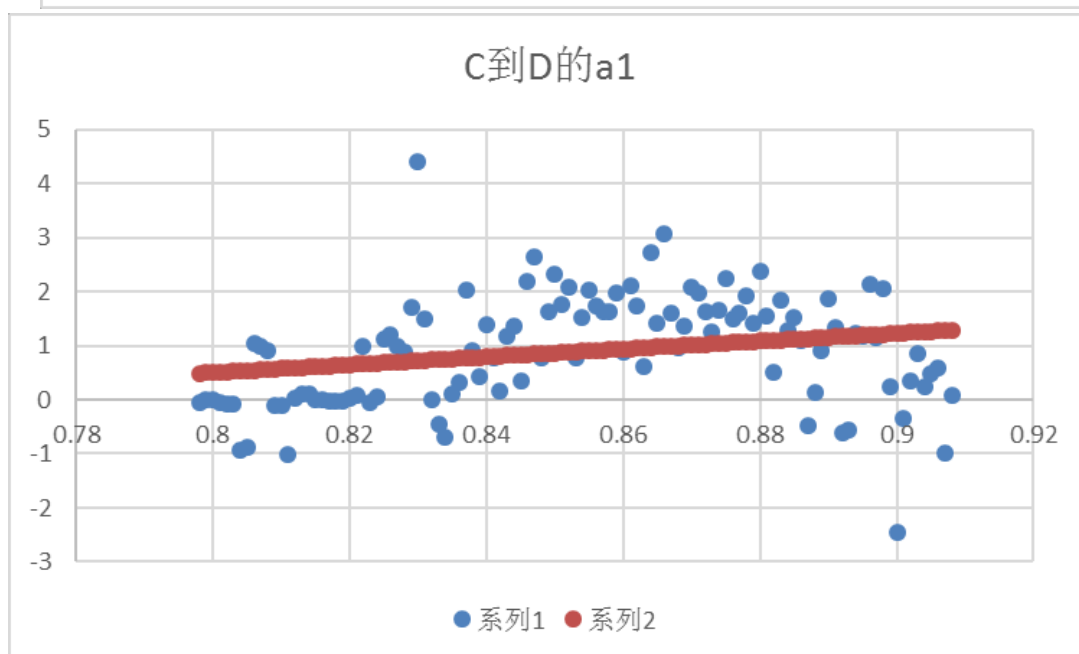
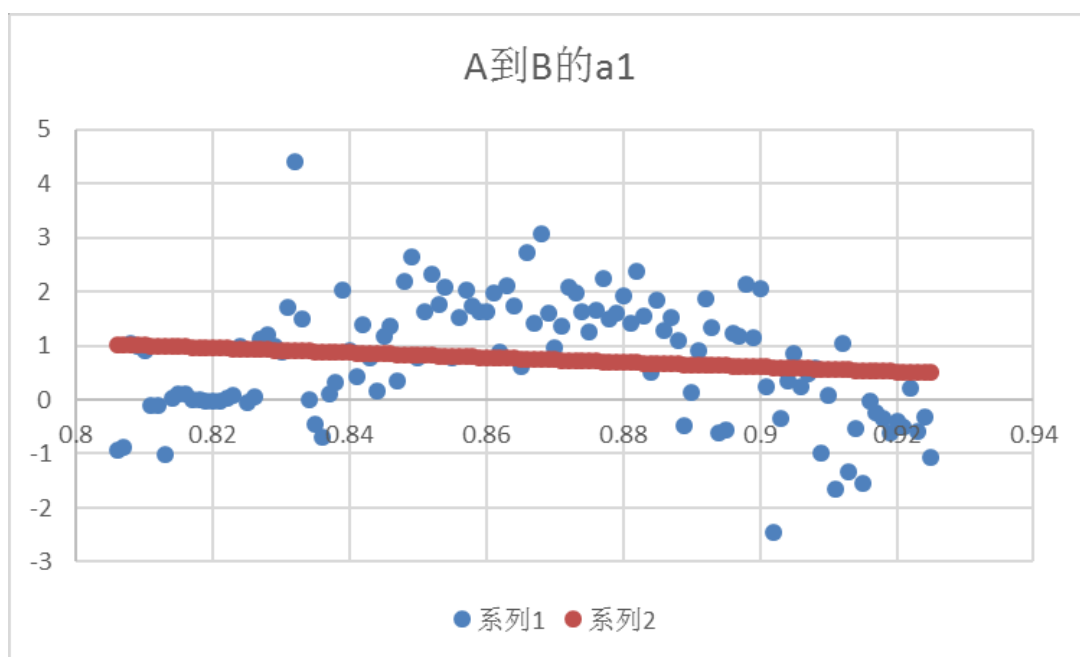


图 1-5

因此继续求三次多项式，因

$$\varphi_3 = t^3 - \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_2(t_i) t_i^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_2^2(t_i)} \varphi_2(t) - \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_1(t_i) t_i^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_1^2(t_i)} \varphi_1(t) - \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} \quad (1.14)$$

$$= t^3 - 1(t^2 - 1.731(-0.8655) - 0.7503) - 1.731(0.7565 - 4.3960(-0.8655)) - 0.7503$$

$$c_3 = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_3(t_i) a_i}{\sum_{i=1}^n \varphi_3^2(t_i)} = -3.9361 \quad (1.15)$$

故经验公式为 3 次时

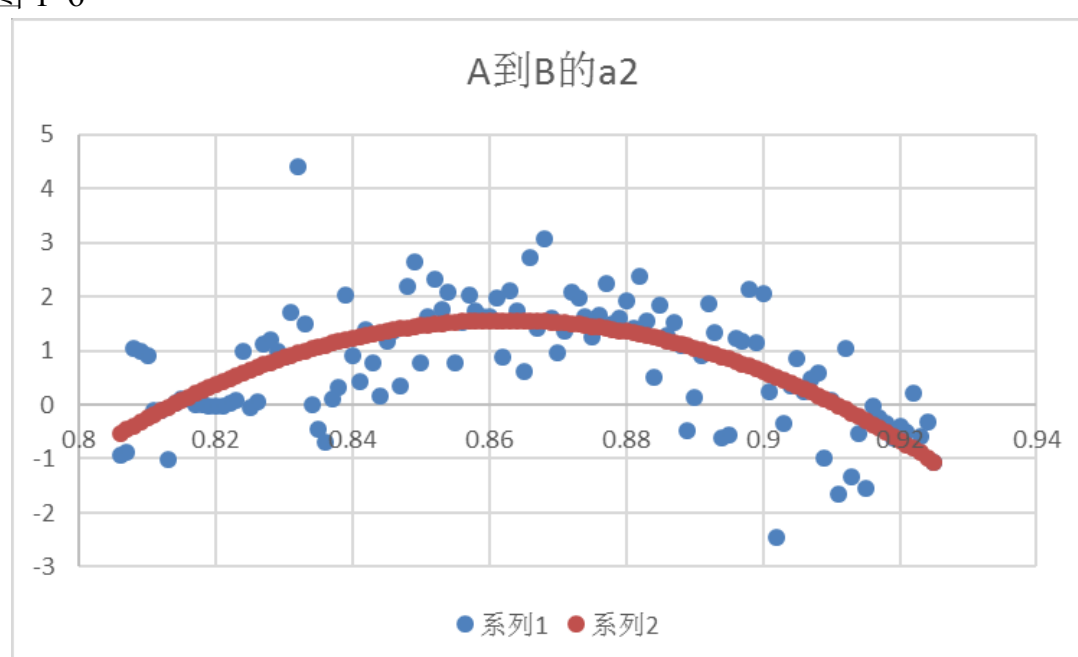
$$\begin{aligned} a_{(3)} &= c_0 \varphi_0(t) + c_1 \varphi_1(t) + c_2 \varphi_2(t) + c_3 \varphi_3(t) \\ &= 0.7565 - 4.3960 \varphi_1(t) - 663.176 \varphi_2(t) - 1.731 \varphi_3(t) \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$(\sum p_v^2)_3 = \sum_{i=1}^n (a_{(3)} - a_i)^2 = 93.7506 \quad (1.17)$$

现检验  $a_{(2)}$  是否足以配合数据，因

$$F_3 = 14.4604$$

由此又得出经验公式取二次仍然不足以配合，同时我们也作出了二次拟合图像，如下图 1-6



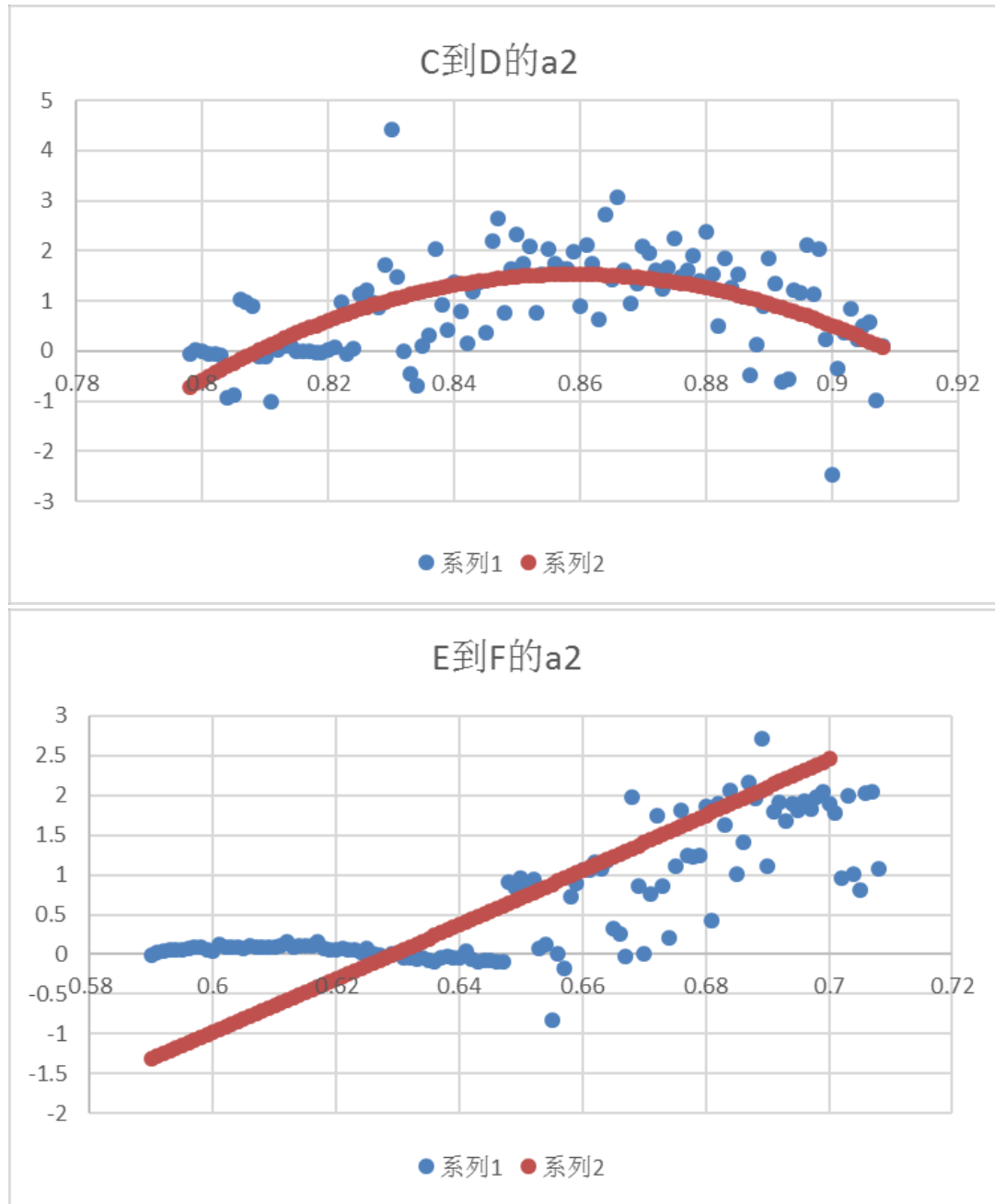


图 1-6

为检验  $a_{(3)}$  是否足以配合数据，继续求四次多项式，因

$$\varphi_4 = t^4 - \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_3(t_i) t_i^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_3^2(t_i)} \varphi_3(t) - \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_2(t_i) t_i^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_2^2(t_i)} \varphi_2(t) - \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_1(t_i) t_i^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_1^2(t_i)} \varphi_1(t) - \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} \quad (1.18)$$

$$= t^4 + 0.9753 \varphi_3(t) - 1 \varphi_2(t) - 1.73 \varphi_1(t) - 0.7503$$

$$c_4 = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_4(t_i) a_i}{\sum_{i=1}^n \varphi_4^2(t_i)} = -3.3791 \quad (1.19)$$

故检验公式为 4 次时

$$a_{(4)} = c_0\varphi_0(t) + c_1\varphi_1(t) + c_2\varphi_2(t) + c_3\varphi_3(t) + c_4\varphi_4(t) \quad (1.20)$$

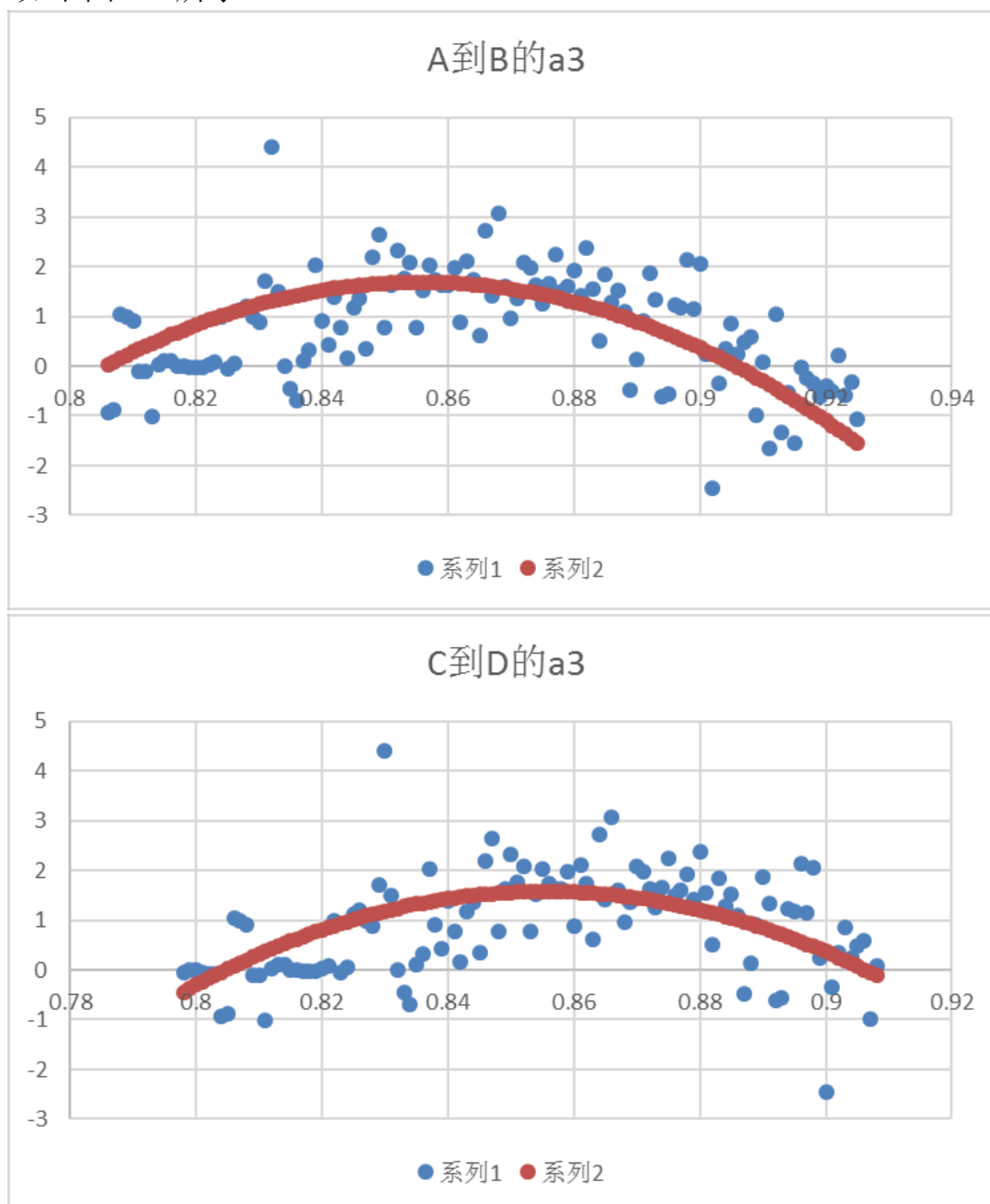
$$= 0.7565 - 4.3960\varphi_1(t) - 663.176\varphi_2(t) - 1.731\varphi_3(t) - 3.3791\varphi_4(t)$$

$$(\sum p_v^2)_4 = \sum_{i=1}^n (a_{(4)} - a_i)^2 = 410.1347 \quad (1.21)$$

先检验 是否足以配合数据，因

$$F_4 = 0.7714 < F_\alpha$$

由上可发现经验公式取三次多项式足以，因此我们由此拟合出三次多项式的曲线。如下图 1-7 所示。



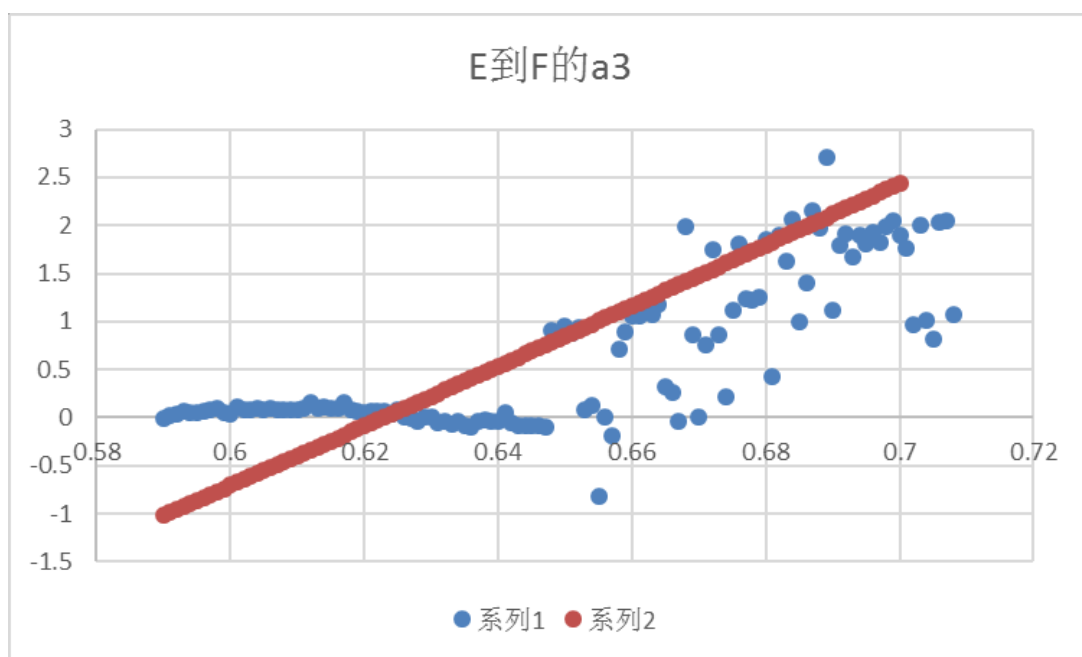
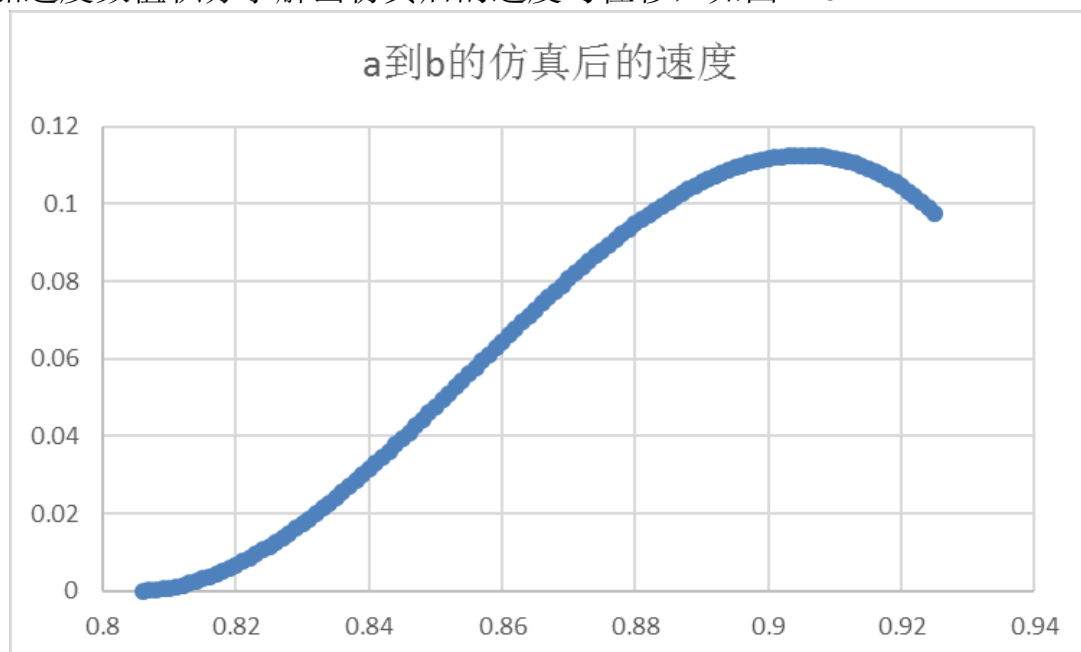


图 1-7

利用加速度数值积分求解出仿真后的速度与位移，如图 1-8



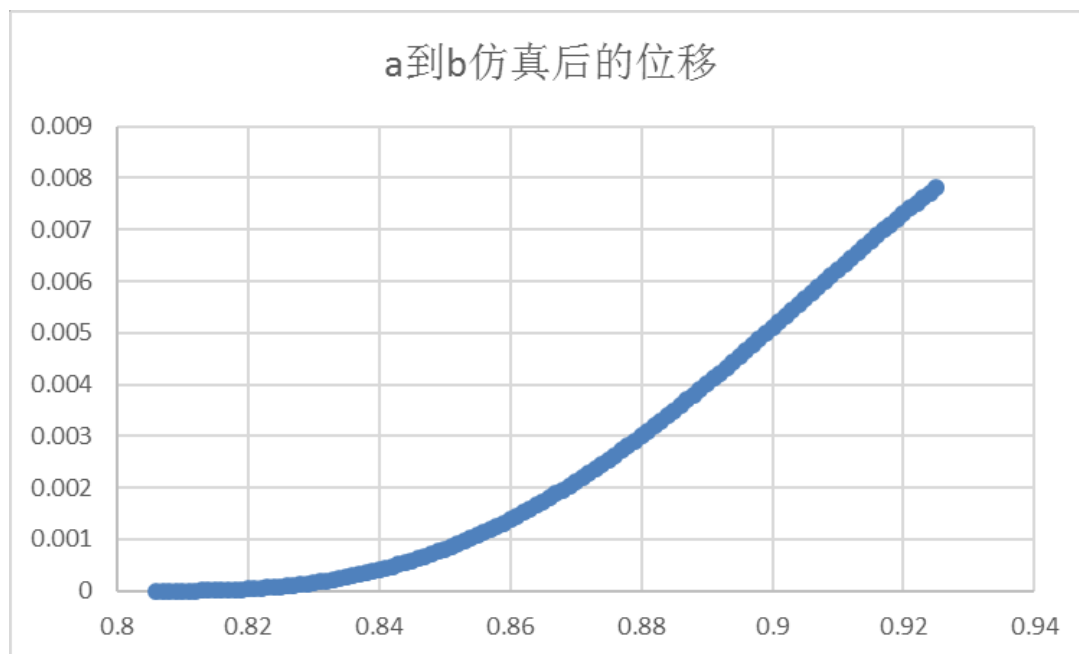
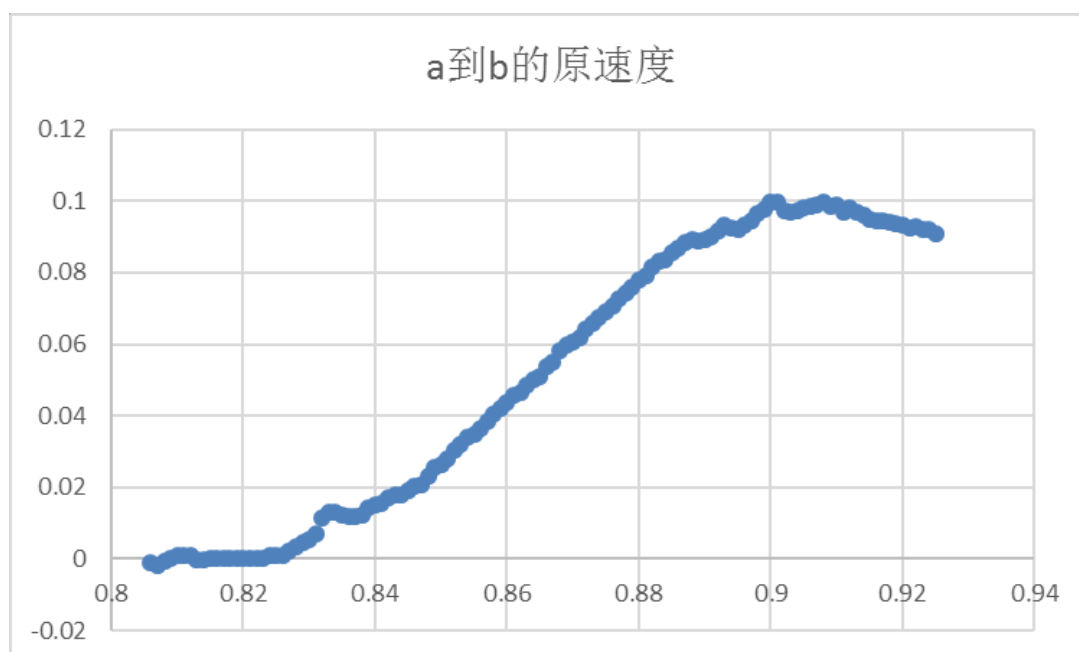


图 1-8

现在做出原速度，原位移的图像，如图 1-9 所示



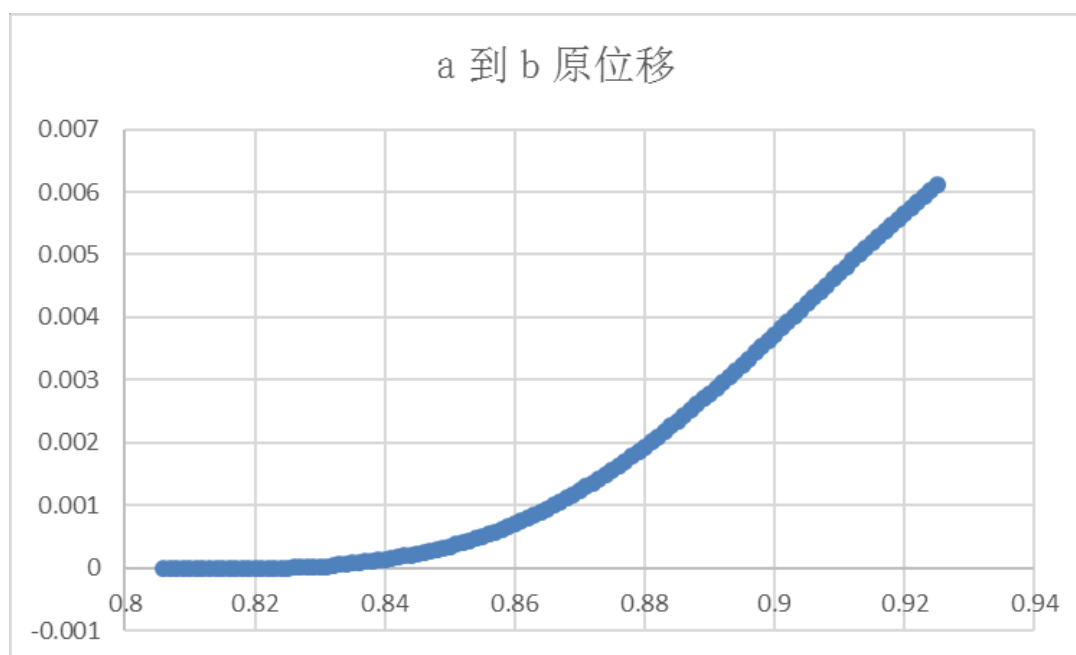


图 1-9

从曲线中我们可以看出加速度传感器即声屏障检测仪测出的数据存在着明显误差,原速度曲线与仿真后的速度相比有一定的波动,也就是存在一定的误差。同时,我们开始对全部数据进行分析时,由加速度与时间的数据分布图我们也不难发现其曲线所围成的面积也就是物体的速度并不等于 0 即 x 轴上面所围的面积小于下方的,与事实不吻合,位移也是偏离了实际。无论 A 到 B 单方向还是 C 到 D 双方向,还是 E 到 F 来去两次,它们每段曲线大致趋势一样,因此上面我们对 A 到 B 单方向进行了曲线刻画,并从中得出数据存在着明显的误差,由此从随机误差和系统误差两个角度进行误差分析:

## 1.5 误差分析

### 1.5.1 系统误差分析<sup>[2]</sup>

系统误差具有确定性的变化规律,即对测量结果的影响有一定的规律,且在一定的时间里具有相对的稳定性。在声屏障检测仪中主要是加速度传感器误差。该类误差由加速度传感器引起,其中主要包括:

#### (1) 系统随机噪声;

在硅电容式加速度传感器中,主要的随机噪声主要包括机械领域的随机噪声和电路中随机噪声。机械领域的随机噪声主要为加速度传感器弹性系统布朗噪声。电路中的主要随机噪声主要来源于热量有关的耗散过程产生的涨落;与杂散微粒流动相关产生的涨落;与微粒在流动中的释放与捕获相关的涨落。

电路中的随机噪声主要为:

a) 热噪声。

b) 闪烁噪声。

c) 散粒噪声。

(2) 加速度传感器制造误差。此类误差主要由加速度传感器的制造工艺引起;

(3) 加速度测量误差以及由传感器动态性引起的误差。此类误差与 1V}MS 系统的灵敏度、电容转换效率有关;

(4) 环境因素引起的误差。如测量环境温度变化、磁场影响等带来的非线性误差。

### 1.5.2 随机误差分析



随机误差具有不确定性，较为复杂，可能是由加速度数据传输丢包、重传等造成的最后的计算结果出现误差。该类误差主要是由于通信过程中数据丢失、重发等现象导致的误差。然而通过对加速度拟合曲线和原数据还观察比较，我们发现原数据的那些散点均匀分布在拟合曲线两侧，由此推测随机误差大致符合正态分布。

## （二）问题 2

### 2.1 问题 2 的分析

根据我们得到了误差分析结果。此外，由于积分运算特性，系统中的误差会随着积分运算过程不断累积，从而寻致每一个微小的加速度数据误差将累积引起最终积分运算结果巨大误差。我们需要再建一个新的模型对误差进行校正，通过模型的计算尽量消除系统误差与随机误差，使得我们在问题 1 建立的加速度与时间的模型更加符合事实。因此我们通过加修正值消除系统误差，利用最小二乘法减少随机误差。

### 2.2 符号说明

$a(t)$ : 加速度信号

$v(t)$ : 速度信号

$v'(t)$ : 速度的原函数

$s(t)$ : 位移信号

$s'(t)$ : 位移的原函数

$v_0$ : 初速度

$s_0$ : 初位移

$\delta$ : 直流误差项

$\varepsilon$ : 一次误差项的常数

$e$ : 二次误差项的常数

$n$ : 所有数据数

$k_1$ : 加速度在未受到车辆经过影响前的数据平均值

$m$ : 车辆开始影响的时刻

$j$ : 车辆停止影响的时刻

$n$ : 所有数据数

$a'_i$ : 校正后的加速度

### 2.3 模型假设

1 加速度是连续变化的

### 2.4 模型建立与求解

#### 2.4.1 系统误差校正

误差校正就是要校正测量结果中的大部分系统误差的成分，并尽可能校正其随机误差成分。然而，系统误差校正关键在于通过何种误差分离技术，将其分离出来进行校正<sup>[5]</sup>。在整个量程范围内对被测量的结果的值进行校正，需要根据离散采样获得有限误差值从而进行误差校正，即拟合为一定的误差曲线，以满足对任意测量值进行误差校正，现在我们利用加修正值的方法消除系统误差。

假设测试得到的加速度信号为  $a(t)$ ，则经过一次时域积分<sup>[3]</sup>得到的速度信号为：

$$v(t) = \int a(t)dt = v'(t) + v_0 \quad (2.1)$$

经过两次时域积分得到的位移信号为:

$$s(t) = \int v(t)dt = s'(t) + s_0 \quad (2.2)$$

式中  $v_0$ ,  $s_0$  分别为初速度和初位移,  $v(t)$ ,  $s(t)$  为理论待求速度和位移,  $v'(t)$ ,  $s'(t)$  为速度和位移的原函数。实际工程测量得到的加速度信号中包含由各种干扰因素引起的直流误差项  $\delta$ , 所以测量得到的加速度信号为:

$$a(t) = f(t) + \delta \quad (2.3)$$

对上诉加速度信号进行一次积分, 得到速度信号的表达式为:

$$v(t) = \int a(t)dt + v_0 = \int (f(t) + \delta)dt + v_0 = \int f(t)dt + \delta t + \varepsilon + v_0 \quad (2.4)$$

误差项  $\delta$  在积分运算中被逐渐放大, 同时由于积分初值无法确定, 因此加速度时域一次积分结果中含有一次误差项  $\delta t + \varepsilon$  通过两次积分所得位移信号的表达式为:

$$\begin{aligned} s(t) &= \int v(t)dt + s_0 = \int (\int f(t)dt + \delta t + \varepsilon + v_0)dt + s_0 \\ &= \int (\int f(t)dt)dt + 0.5\delta t^2 + \varepsilon t + v_0 t + s_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

由于误差项。在积分过程中逐渐被放大, 导致在一次积分得到位移信号时出现了一次误差趋势项  $\delta t + \varepsilon$ , 在二次积分得到位移信号时出现了二次误差趋势项

$0.5\delta t^2 + \varepsilon t + e$ 。通过对原始数据图形进行观察, 发现积分求得的速度在车辆未经过和经过后对其无影响时是呈线性增长, 也就是存在一个误差  $\delta$ 。我们不妨先假设  $\delta$  为一个常数, 以 A 到 B 为例进行说明。

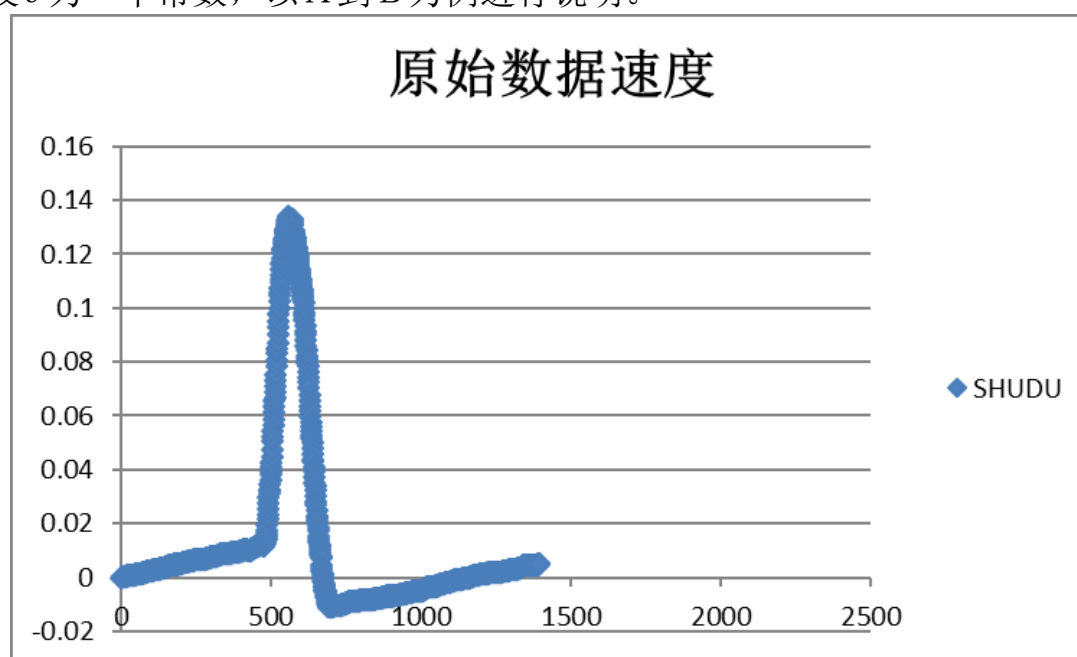


图 1-10

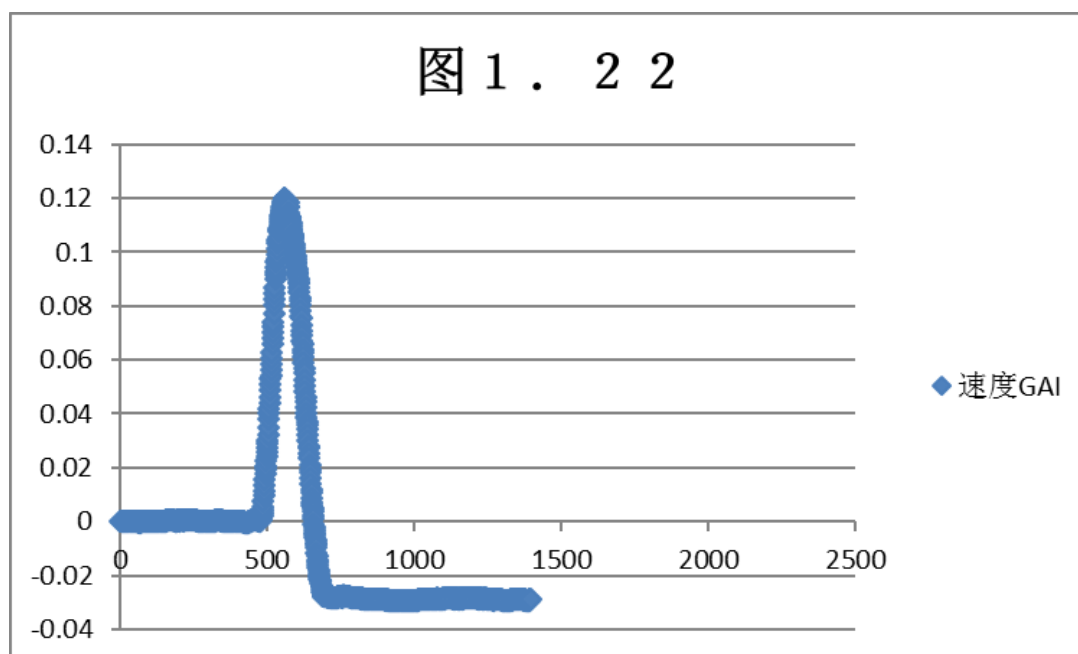
先求加速度在未受到车辆经过影响前的数据平均值  $k_1$

$$k_1 = (\sum_{i=1}^m a_i + \sum_{j=1}^n a_j) / (m + n - j) \quad (2.6)$$

将所有原始数据减去  $k_1$ ，即

$$a'_i = a_i - k_1 \quad (2.6)$$

对改正后数据  $a'_i$  进行数值积分，求得对应速度。作出对应图像。如excel.k1中图 1-11。



发现在前期与 x 轴重合较好，但是车辆影响后的部分，虽与 x 轴平行，但是在 x 轴下方，距离较大。说明  $k_1$  常数消除只对部分有效。分析可知，在车辆经过时，还存在一个误差。也就是对数据要分段处理误差常数。

车辆经过路段的数据平均值  $k_2$

$$k_2 = (\sum_{m}^j a_i) / (m - j)$$

对原始数据分段处理，1 到 m 和 j 到 n 减去  $k_1$ ，m 到 j 减去  $k_2$ 。得到改正数据  $a''$ 。对其进行数值积分，求得对应速度。作出对应图像，如图 1-12 发现图像符合理想情况。进一步作出位移图像，发现依然符合理想情况（如图 1-13）。

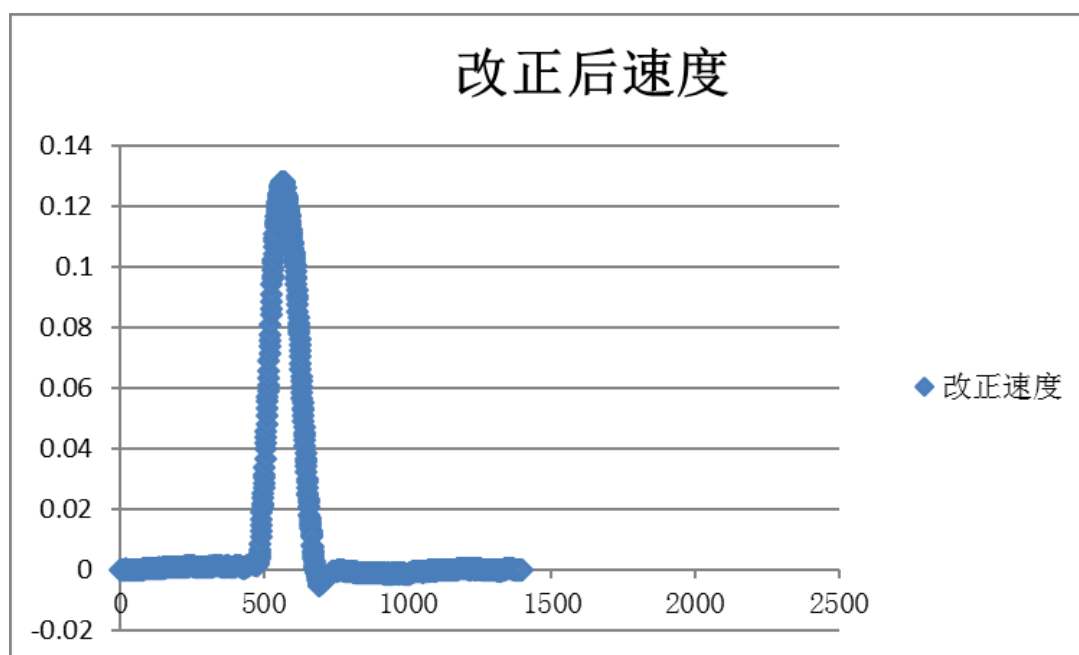


图 1-12

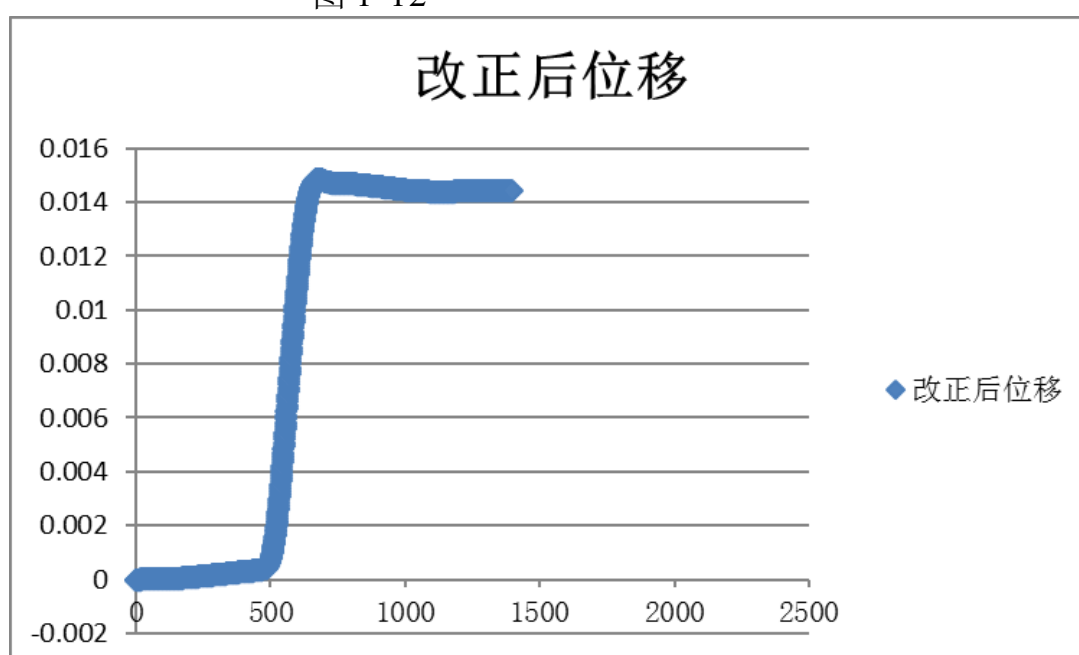


图 1 -13

由于  $j$  ,  $m$  的确定是依据原始数据, 而原始数据有误差, 所以  $j$  ,  $m$  的取值必然也存在误差, 但是在前期数据处理时, 由于数据采样比较密集, 所以影响不大。在消除误差后, 可以对  $j$  ,  $m$  的值进行修正。多次重复用上述方法消除误差。因此可以得出: 此加修正值误差校正法可以达到误差校正的目的。

#### 2.4.2 随机误差的校正

由于上面我们对系统误差进行了校正, 所以只剩下随机误差。而前面1-7中已经分析出其随机误差服从正态分布。由于加速度连续变化, 通过最小二乘法, 可以拟合出一条曲线。这条曲线就是消除了随机误差后的数据曲线。求出曲线的表达式, 就可以对任意时刻的加速度求解。对连续的数据进行一次积分和二次积分就可以得出其连续的速度和位移。

### (三) 问题 3

#### 3.1 问题 3 分析

通过前面对加速度的校正, 我们利用 加修正值的方法<sup>[4]</sup>尽可能地消除了系统

误差通过最小二乘法减少随机误差，使速度与位移符合实际情况。但是在问题2中我们是通过分析图形的规律性对其校正，然而大多数的加速度检测仪可能测出的数据并不是这样的规律。推广到更普遍的系统误差，我们可以从它的主要因素来考虑。现在我们需要找出其一般规律使加速度检测仪检测其他数据时也能运用上去，使之更加完善。

### 3.2 模型假设

1 假设不考虑一些认为的或其它的一些因素，在理想状态下。

### 3.3 符号说明

$a_r$ : 加速度传感器的实际输出值	$s[t_x]$ : 位移积分
$a_i$ : 加速度传感器的理想输出值。	$a_c$ : 标定误差，
$\Delta a$ : 加速度传感器的实际输出值与理想输出值	$a_t$ : 温度误差
$k$ : 曲线斜率	$Sens$ 加速度传感器的灵敏度
$a_r$ : 加速度传感器输出数值	
$a_n$ : 加速度传感器处于没有物体通过状态下的原始输出数值	
$a_{offset@r}$ : 加速度传感器在温度 T 时的综合补偿误差	
$a_{r@T}$ : 加速度传感器在温度 T 时的实际输出	
$a_{n@T}$ : 加速度传感器在温度 T 时的原始输出	

### 3.4 模型推广与运用

#### 3.4.1 系统误差

由于系统误差的主要引起原因是加速度传感器，因此我们主要考虑由其所引起的误差，在对于其他加速度所测的数据进行校正时，我们可以对加速度数值修正<sup>[2]</sup>，从而用数值积分求得速度与加速度。

#### 1 加速度数值修正的算法设计

假设在理性情况下，加速度传感器的输入输出特性应满足线性关系。图 4-3 为该种情况下输入输出曲线。理想情况下，输入加速度(即系统运动加速度)与加速度传感器输出加速度应为一条斜率为 1 且过原点的直线。然而，由于受温度、重力场、机械特性等因素影响，加速度传感器存在着巨大非线性误差。从而导致加速度传感器的输入输出曲线并不是一条直线，且该曲线也并不过原点。该曲线在 Y 轴上的截距为加速度传感器的温度与标定补偿误差，输出曲线与理性直线之间的差值即为加速度传感器的非线性误差。

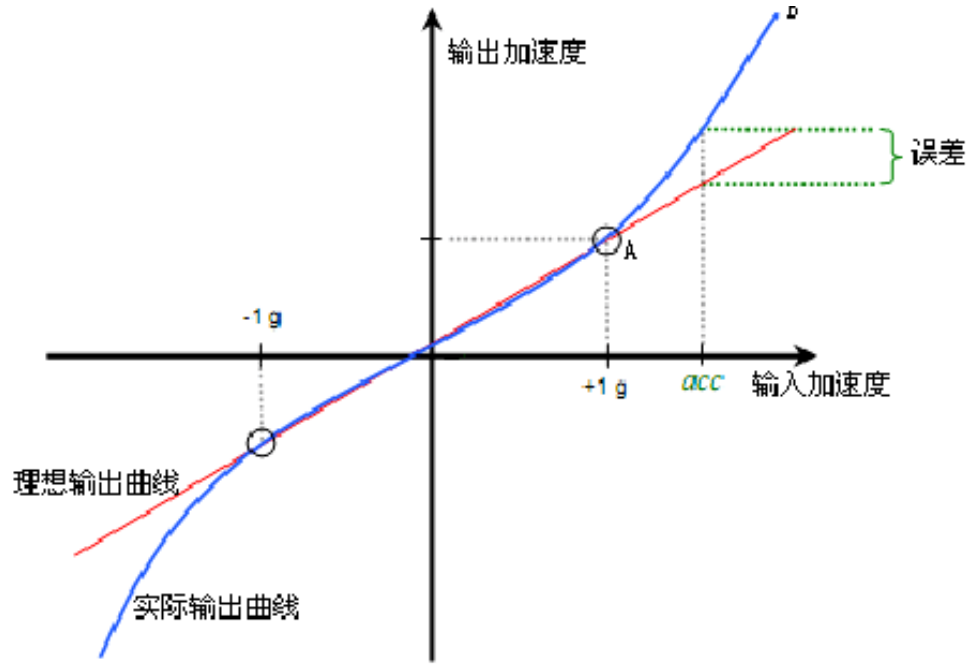


图 4-3 输入输出曲线

现在提出了一种线性的补偿方法。依据该情况下输入输出曲线，提出了基于加速度传感器非线性特性的加速度数值修正算法。

在此系统中，为简化计算，将曲线 AB 近似看做斜率为  $k$  的直线。

令  $a = a_r - a_i$ ，由几何关系

$$k = \frac{a_r[j] - 1}{a_i[j] - 1} \quad (3.1)$$

得系统在  $j$  时刻的理想加速度为

$$a_i[j] = \frac{a_r[j] + k - 1}{k} \quad (3.2)$$

基于 4-15 式，对每一个存在误差的输出加速度进行修正和补偿之前，必须知道  $k$  的数值。 $k$  值的求取过程如下：

设标定过程中，加速计位移为  $S$ ，需修正的  $x$  个加速度为  $a_r[1], a_r[2], \dots, a_r[x]$ ，

相对应的精确值为  $a_i[1], a_i[2], \dots, a_i[x]$ 。

由位移积分计算式

$$s[t_x] = \sum_{k=1}^x \frac{v[t_{k-1}] + v[t_k]}{2} \Delta t \quad (3.3)$$

得

$$s = \sum_{k=1}^n \frac{v_i[k-1] + v_i[k]}{2} \Delta t \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{l=1}^n \frac{\vartheta^l}{2} \sum_{j=1}^l \left( \frac{a_i[j-2] + a_i[j-1]}{2} + \frac{a_i[j-1] + a_i[j]}{2} \right) \vartheta^l \\
&= \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^l \left[ \frac{a_j[j-2]}{4} + \frac{a_i[j-1]}{2} + \frac{a_i[j]}{4} \right] \vartheta^{l^2}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

根据几何关系得:

$$\begin{aligned}
k &= \frac{a_r[1] - 1}{(a_r[1] - \vartheta a[1] - 1)} \\
&= \frac{a_r[2] - 1}{a_r[2] - \vartheta a[2] - 1} \\
&= \dots \\
&= \frac{a_r[x] - 1}{a_r[x] - \vartheta a[x] - 1}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

联合式 4-17, 4-18得:

$$s = \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^l \left[ \frac{a_j[j-2] + k - 1}{4k} + \frac{a_i[j-1]k - 1}{2k} + \frac{a_i[j] + k - 1}{4k} \right] \vartheta^{l^2} \tag{3.7}$$

在标定过程中, 已知  $S$ ,  $a$  和  $n$  个加速度输出值, 则  $k$  值可由式 4-19 解出(当在规定的范围时, 将  $k=1$  代入计算过程)。在以后的实验中, 所有超出所规定范围之外的读数都将被认为存在误差, 需根据式 4-21 来求出近似理想的加速度。针对其它加速计, 该加速度修正方法仍可适用。当曲线 AB 不为直线时, 可将曲线 AB 分解为  $n$  段小直线, 斜率分别为  $k_1, k_2, \dots, k_n$ 。增加标定实验的次数  $n$ , 由式 4-19 得到一个关于看  $k_1, k_2, \dots, k_n$  的  $n$  元方程组 4-20 ( $i$  的取值与  $a_r$  所在的直线段对应), 所有  $k_i$  的值可以通过解方程组求出。

$$\begin{aligned}
s &= \sum_{l=1}^{n_1} \sum_{j=1}^l \left[ \frac{a_j[j-2] + k_i - 1}{4k_i} + \frac{a_i[j-1]k_i - 1}{2k_i} + \frac{a_i[j] + k_i - 1}{4k_i} \right] \vartheta^{l^2} \\
s &= \sum_{l=1}^{n_2} \sum_{j=1}^l \left[ \frac{a_j[j-2] + k_i - 1}{4k_i} + \frac{a_i[j-1]k_i - 1}{2k_i} + \frac{a_i[j] + k_i - 1}{4k_i} \right] \vartheta^{l^2} \\
&\dots \dots \dots \\
s &= \sum_{l=1}^{n_n} \sum_{j=1}^l \left[ \frac{a_j[j-2] + k_i - 1}{4k_i} + \frac{a_i[j-1]k_i - 1}{2k_i} + \frac{a_i[j] + k_i - 1}{4k_i} \right] \vartheta^{l^2}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

加速度传感器补偿误差主要由标定误差和温度误差组成, 根据加速度传感器

特性，标定误差和温度误差计算如下式所示：

$$a_c = \frac{a_r - a_n}{Sens} 1000 \quad (3.9)$$

$$a_t = \frac{a_r - a_n}{Sens} 1000 \quad (3.10)$$

综合上式得加速度传感器的综合误差补偿式为：

$$a_{offset@r} = \frac{a_{r@T} - a_{n@T}}{Sens} 1000 \quad (3.11)$$

根据加速度传感器的非线性特性和误差补偿，可得加速度传感器在外界温度为 T 时的理想输出  $a_{@T}$  为：

$$a_{@T} = a_i + a_{offset@T} \quad (3.12)$$

因此对于加速度传感器测得的其他数据若与问题二的系统误差变化规律相似我们可以运用问题二增加修正值得方法进行消除校正，若不相似我们用此加速度修正算法进行校正。

#### 3.4.2 随机误差

在该实验中我们观察到随机误差是较均匀分布，也就是服从正态分布，但对于其他的数据可能并不服从，有一定的局限性，而且随机误差分析较为复杂，没有什么规律性。因此我们可以采用卡尔曼滤波器进行滤波，因为它能有效地滤除系统随机误差，并且卡尔曼滤波器适合于随机系统，它能将仅与部分状态有关的测量值进行处理，得出具有误差均方最小的更多状态的估计值。它是通过利用加速度传感器温度补偿、标定补偿和非线性补偿等方式，系统减小了该类非线性误差。

#### 3.4.3 改进加速度检测仪的应用

在已知其理想结果的测量中，我们可以通过对数据进行改正，对其处理结果和理想结果比较，以理想结果作为参照目标。同时，经过对问题一的误差分析，我们初步建立了合适的数学模型，为了使模型更加符合实际情况，我们又对模型进行了校正，使模型更具有实际可行性。

在进行推广中我们又建立了加速度修正的算法模型和运用卡尔曼滤波器对数据进行校正。我们知道加速度检测仪主要元件是靠其加速度传感器，加速度检测仪的原始算法虽然只有一定的系统误差和随机误差，但在最后需要通过加速度关系来计算得出的速度关系和位移关系时误差会积累下来，造成极大的总误差，与实际偏离过大，失去了其可行性，特别是对极为精密的电子或机械设备是致命的。

故经过我们修正的加速度检测仪可以运用在更多的场景，可以用于机器人的姿态控制，通过测得的更为精确加速度，得出良好的速度，位移关系，更好的对机器人的运动姿态进行控制。可以用于对地震的检测，用加速度检测仪测得加速度，即可初略分析出地震的震源和等级，更早的对地震进行预测。可以用于汽车，船舶等大型机械的振动分析，通过测量出的加速度，通过计算可以得出振动力的方向大小，再由此分析其材料能否满足弹性或刚度条件。甚至可以用于汽车安全气囊、防抱死系统、牵引控制系统等安全性能方面，还可以用于对铁路、桥梁、大坝的振动测试与分析 and 高层建筑结构动态特性和安全保卫振动侦查上，通过不



断测得的加速度，可以计算出他们的振动规律，并与它们的振动指标线比较，故可以实时监控到它们的安全情况，保护工程的安全，这在工程建设中的作用极为重要。还可以用于笔记本电脑的硬盘保护，利用加速度检测仪检测自由落体状态，从而对迷你硬盘实施必要的保护。大家知道，硬盘在读取数据时，磁头与碟片之间的间距很小，因此，外界的轻微振动就会对硬盘产生很坏的后果，使数据丢失。而利用加速度传感器可以检测自由落体状态。当检测到自由落体状态时，让磁头复位，以减少硬盘的受损程度。通过改进这些领域都能用上加速度检测仪测出较为精准的数据。

### 参考文献:

- [1]刘智敏, 误差与数据处理, 北京: 原子能出版社, 1983: 197-202。
- [2]胡三庆, 基于 MEMS 加速度传感器的空间运动轨迹追踪系统设计与实现, 华中科技大学硕士学位论文: 2009
- [3]周英杰, 加速度测试积分位移算法及其应用研究, 重庆大学硕士学位论文: 2013
- [4]董大钧等, 误差分析与数据处理, 北京: 清华大学出版社, 2013: 94-95.
- [5]费业态等, 动态测量误差修正原理与技术, 北京 :中国计量出版社, 2001: 67-68.
- [6]刘智敏, 误差分布论, 北京:原子能出版社, 1983: 321-322.

@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店



@满地黄金的店





版权说明：本文档由用户提供并上传，收益归属内容提供方，若内容存在侵权，请进行举报或认领

### 相关推荐

- 数学建模论文
- 数学建模论文
- 数学建模论文
- 高中物理加速度学习论文

### 猜你想看

- 基于加速度传感器MMA8451的振动检测仪设计
- 加速度检测仪数据校正论文
- 加速度检测仪数据校正论文\_本科论文
- 加速度检测仪数据校正

### 相关好店

知识海洋2020梦想启航的店  
「其它」潜力新店

搜趋势的店  
「其它」潜力新店

fkoeqs111的店  
「其它」潜力新店

大壮说育儿的店  
「综合」优质店铺

阿飘故事会的店  
「文化」优质店铺

北大法宝旗舰店  
「综合」优质店铺

工具  
收藏



领福利

下载文档