

2020 华数杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“华数杯数学建模竞赛论文格式规范与提交说明”)

B 题 工业零件切割优化方案设计

在大型工业产品中，如机床、轮船、飞机，常常需要很多的小零件，如螺钉、螺帽、螺栓、活塞等。在零件的生产过程中，第一步是需要依照零件产品尺寸从原材料中截取初级产品，这是零件制造的第一道工序。在这道工序中，不同的截取方案具有不同的材料利用率，而原材料的利用率（原材料截取初级产品的总体积与原材料体积之比）直接影响产品的生产成本。在市场上，零件的截面（表面）形状是多种多样的，有圆形、矩形等，零件的厚度（高度）尺寸也是大小不一的。在原材料尺寸固定的前提下，截取零件的初级产品后产生的废料最少是企业的追求。

某零件加工厂新进一种原材料用来加工零件，如表 1 所示。在零件加工的过程中，需要使用切割生产的初级产品如表 2 所示。假设：割缝宽度忽略不计。请你为该零件厂提供如下问题的原材料最优切割设计方案。

问题一：在一块原材料上切割 LJ5 产品，建立数学模型，给出原材料利用率最高的切割方案，即切割的数量和原材料的利用率。

问题二：在一块原材料上切割 LJ1、LJ2、LJ3、LJ4、LJ5、LJ6 产品，建立数学模型，给出利用率由高到低排序的前 5 种切割方案，即每个零件产品的数量和原材料的利用率。

问题三：需要完成表 2 中 LJ1、LJ2、LJ3、LJ4、LJ5、LJ6 产品的生产任务，至少需要多少个原材料？由于工艺的缘故，只允许至多采用 5 种切割方案，建立数学模型，给出原材料总利用率最高的至多 5 种切割方案。

问题四：将问题三的产品型号拓展到 LJ1-LJ9，需要完成表 2 中 LJ1-LJ9 产品的生产任务，同样需要多少个原材料？同样只允许至多采用 5 种切割方案，建立数学模型，给出原材料总利用率最高的至多 5 种切割方案。

问题五：不考虑产品 LJ1-LJ9 的需求数量，给定 100 个原材料，按照表 2 中给出的利润，建立数学模型，给出总利润最大的切割方案（同样要求切割方案不超过 5 个）。

注：1) 原材料总利用率 = $\frac{\text{所有初级产品的总体积}}{\text{所有原材料的总体积}}$ ；

2) 每一个问题的计算结果尽量用表格的形式展示在论文之中。