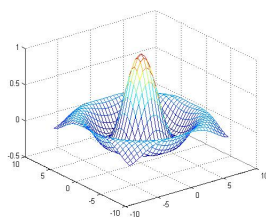


2017 年第十四届五一数学建模竞赛



题 目 城市宜居综合评价问题

摘 要

本文通过多轮指标筛选，利用熵权法，虚拟控制点调节法，量化指标稳定性对权重进行修正等方法建立对城市宜居性的综合评价模型，并对八个城市进行宜居性排名，最后针对徐州的宜居性给出了建设性意见。

对于问题一，根据国内外的多种评价体系，根据特定原则，最终获得三级指标评价体系，其中三级指标 33 个，并构建了基于熵权法的综合评价模型。

对于问题二，针对这八个城市，并利用相关性分析对指标进行进一步的遴选，得到 24 个三级指标，并且使用所建立的综合评价模型进行求解，得出了济宁宜居性最高，徐州次之，而宿州宜居性最差的结果。

对于问题三，引入虚拟控制城市，通过对控制城市各指标数据进行相同幅度的调节，计算调节前后八个城市的综合评分间的相对欧式距离，最终得到“卫生机构数”、“高等教育在校学生数”、“每百人公共图书馆藏书”对排名影响显著的结果。

对于问题四，将分析不确定因素的影响转化为计算指标稳定性。选取临近城市南京，对其“十二五”期间的数据进行线性回归分析，并计算得到实际值与预估值的偏离程度，即指标的稳定性。最后得到“GRP 增长率”、“每万人拥有自行车辆”等指标受到不确定因素的影响较大的结果，再基于指标的偏离程度的不同再对指标进行权重的修正，最后代入八个城市的数据得到八个城市的评分与排名，相对于第二问得出的排名，商丘与枣庄的排名交换了位置。

对于问题五，根据前几问得出的结论，对徐州的宜居性的发展从五个方面提出了一些具有建设性的政策意见。

本文的特点在于综合了国内外现有最常见的三种指标体系，建立了符合中国城市特色的三层城市宜居评价指标体系。并且运用了熵值赋权法、虚拟控制点调节法、量化指标稳定性对权重进行修正等方法对八个城市进行了客观、全面的宜居性评价。

关键词：城市宜居性 指标二次遴选 熵值赋权法 虚拟控制点 指标稳定性 线性回归

一、问题重述

宜居城市问题

城市宜居性是当前城市科学研究领域的热点议题之一，也是政府和城市居民密切关注的焦点。建设宜居城市已成为现阶段我国城市发展的重要目标，对提升城市居民生活质量、完善城市功能和提高城市运行效率具有重要意义。

我国宜居城市的排名每年都是热门话题，不同机构对宜居城市的排名结果也不尽相同。2016 年，中科院发布了《中国宜居城市研究报告》，在被调查的 40 个城市中，排名前十的城市分别为：青岛、昆明、三亚、大连、威海、苏州、珠海、厦门、深圳、重庆。而美世人力资源咨询公司（William Mercer）公布的 2016 年全球宜居城市排行中大陆前十名分别为上海、北京、广州、成都、南京和深圳（并列）、西安、重庆、青岛、沈阳、吉林。

宜居城市评价指标体系不同，宜居城市排名结果也会发生变化。一座宜居的城市不仅应具备物质丰足、生活便利等条件，而且应注重人们的切身感受。人们选择留在某个城市，不单是为了生存，更是寄托了自己的梦想与希望。对很多人来说，衡量是否宜居或许就是八个字：衣食住行、安居乐业。

请你查阅相关资料和数据，结合数据特点，回答下列问题：

问题 1. 通过查阅资料，筛选评价宜居城市的主要指标，并阐述这些指标的合理性。根据所筛选的主要指标，建立评价宜居城市的数学模型。

问题 2. 利用你构建的评价宜居城市的数学模型，对淮海经济区内的 8 个城市（宿迁、连云港、宿州、商丘、济宁、枣庄、徐州、淮北）进行合理性研究，给出宜居城市排名。

问题 3. 以问题 2 为例，定量分析你所建立的模型中，哪些评价指标的变化会对宜居城市排名产生显著的影响。

问题 4. 一些不确定性的因素（如突发自然灾害、房价大幅波动、宏观政策的重大调整等）会对宜居城市的某些指标产生重大影响。建立基于某些不确定性因素的评价宜居城市的数学模型，并重新讨论问题 2。

问题 5. 根据上述定量分析的结果，请有针对性地给出进一步提高徐州市宜居水平的政策建议。

二、建模假设

- 1) 假设中国城市统计年鉴中的数据均真实有效；
- 2) 假设选取的指标能较全面地反映城市的宜居性；
- 3) 假设收集的数据能较全面地反映不确定因素对指标的影响程度。

三、符号说明

符号	意义
Q_j	城市宜居性评价指数
E_i	信息熵
D_i	欧式距离
V_i	偏离程度

四、问题分析

4.1 问题一的分析

第一问要求选择主要指标，建立对城市宜居性的综合评价模型。由于城市宜居性受多种复杂因素作用的影响，且在选取评价指标时需要考虑到指标的可行性、指标选取的主观性等因素的影响，因此可以基于熵权法进行客观赋权，建立一个多层次的宜居评价指标体系。

4.2 问题二的分析

第二问要求对给出的八个城市进行宜居性的综合评价并进行排名。考虑到指标针对这八个城市的可行性，并且避免各项指标对目标层的影响部分重叠，需要将第一问选取的指标进行二次筛选。将收集到的数据标准化后用熵权法计算各指标权重，最后代入第一问的评价体系即可求出综合评分进行排名。

4.3 问题三的分析

第三问要求确定哪些指标的变化对城市排名的影响较大，可以考虑根据分析各项指标的灵敏性来判断指标对目标层影响的大小。为了能更直观地调控各指标的变量，且使各变量值对该指标的影响是等效的，本文考虑插入一个虚拟控制变量。通过调节改虚拟控制变量的各指标数据，计算各指标的灵敏度，从而确定出各指标变化对目标层的影响效果。

4.4 问题四的分析

第四问要求考虑不确定因素对指标产生的影响。现实生活中，若是不考虑不确定因素的影响，城市的各项指标应处于稳定发展的趋势；由于不确定因素的影响，指标数据会产生波动。由于第一、二问模型中所采用的是现实生活中受到不确定因素影响后的真实数据，而不确定因素对指标的影响是一个相对复杂的映射，因此可以通过分析不确定因素对指标直接影响的效果，即各项指标的稳定性，来对指标的权重进行校正，得到新的评价体系。

五、问题一的模型建立与求解

5.1 城市宜居的概念

“城市宜居”是指对城市适宜居住程度的综合评价。宜居性高的城市，其特征是具有良好的居住和空间环境、人文社会环境、生态与自然环境和清洁高效的生产环境的居住地。

5.2 城市宜居评价指标体系的确定

5.2.1 评价指标设立的原则

城市宜居评价体系是一个复杂的受多级指标影响的评价体系，选取不同的指

标，最终的评价结果也不同。为了使体系能涵盖人们对宜居城市的普遍要求，指标的设立应符合以下原则：

一、整体性与层次性相结合

考虑到宜居城市评价体系受多种复杂程度不一、作用强度不同的多种功能团的作用，构建的体系应采用分级控制的方法，最终作用于城市宜居性。

二、代表性与关联性相兼顾

城市宜居评价体系结构复杂且普遍应用于所有城市，因此所选择的指标要能够充分反映城市发展状况所具有的主要特征。

三、突出区域特性和连续性

在足够大的区域范围内，不同地区由于发展过程、历史文化的不同对“宜居城市”的理解存在差异。因此，选取的指标不仅应充分体现城市的地域特色，也要体现出发展的动态性。

四、强调可操作性与可比性

可操作性的前提是数据的可获得性，取得的数据要具备量化的可行性和合理性。

5.2.2 现有的评价指标体系

城市宜居评价体系是基于人们对“宜居城市”的普遍要求建立的，因此，评价指标的选取并没有统一的标准，且具有一定的主观性。

目前国内外现有的常见的城市宜居指标体系有三类，一般分为三到四层，目标层（一级指标）均为城市宜居性，其指数越高，该城市宜居性越高。对于准则层（二级指标）的分类则因其分类的理论依据的不同而各有不同。具体如表 5-1 所示：

表 5-1 三类城市宜居指标体系的标准层及依据

评价体系	分层数	准则层	指标选取依据
(1)	5	<ul style="list-style-type: none"> ● 经济发展度 ● 社会和谐度 ● 文化丰厚度 ● 居住舒适度 ● 景观怡人度 ● 公共安全度 	综合考虑社会，经济，文化，生活，景观，安全等诸多因素 ^[1]
(2)	3	<ul style="list-style-type: none"> ● 生理需求层次 ● 安全需求层次 ● 社交需求层次 ● 尊重需求层次 ● 自我实现需求层次 	从马斯洛的“需求层次”理论出发 ^[2]
(3)	4	<ul style="list-style-type: none"> ● 社会文明度 ● 经济富裕度 ● 环境优美度 ● 资源承载度 ● 生活便宜度 ● 公共安全度 	中国宜居城市科学评价标准 ^[3]

5.2.3 城市宜居的评价指标

本文中建立的体系主要用于对中国的城市进行宜居性评价。因此，本文在立

足于 5.2.1 中指标设立的四大原则的同时,结合本国国情,对以上三种体系进行了进一步的优化筛选,得到四级评价指标如下表 5-2 所示:

表 5-2 城市宜居评价指标

目标层	准则层	领域层	指标层
城市宜居度	经济发展	经济水平	人均 GDP(元)/GRP
			GDP/GRP 增长率(%)
		经济体系	第三产业占 GDP/GRP 的比重(%)
			外资企业比重(%)
	社会安定与和谐	就业情况	从业失业比
		社会保障	社会养老保险覆盖率
			医疗保险覆盖率(%)
		自然灾害	自然灾害受灾人次(万人次)
		人为灾害	交通事故发生数(起)
			统计执法检查立案案件(件)
	生态环境	绿化	建成区绿化覆盖率(%)
			人均建城区绿地面积(公顷/万人)
		污染	年平均 AQI
			工业废水排放量(万吨)
			生活垃圾无害化处理率(%)
		气候	平均气温(℃)
			降水量(毫米)
	文化教育	教育情况	高等教育在校学生数(人/万人)
			教师年平均工资(元)
			城镇居民人均教育消费支出(元)
		人文底蕴	文物、文化事业费(万元)
		基础文化设施	市区普通高等学校数(所/百万人)
			每百人公共图书馆藏书(册)
	生活舒适度	人口情况	人口密度(人/平方公里)
			城镇居民人均住房建筑面积(平方米)
		交通情况	城市人均拥有道路面积(平方米)
			每万人拥有公共汽车辆(辆)
			城市年末实有出租汽车数(辆/万人)
			机动车保有量
		医疗情况	卫生机构床位数(张/万人)
			卫生机构人员数(人/万人)
			卫生机构数(个/万人)
		消费情况	人均社会消费品零售额(元)

5.3 城市宜居的综合评价模型

考虑城市宜居性评价体系的复杂性、相对客观性及受数据收集、量化等限制因素，本文采用了相对主观性较小，能充分利用数据特征的熵值赋权法^[4]对评价体系的各项指标进行赋权，从而根据权重比计算出城市的宜居性指数。该指数的值越大，该城市的宜居性越高。

Step1: 标准化后的数据 x_{ij}' 比重的计算

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}'}{\sum_{j=1}^n x_{ij}'}$$

Step2: 各指标信息熵的计算

已知信息熵的计算公式:

$$E_i = -\ln(n)^{-1} \sum_{j=1}^n p_{ij} \ln p_{ij}$$

信息熵是一个无序度的度量，信息熵 E_i 的值越大，信息 X_i 的无序度越高，其信息的效用值越大，即该指标对城市宜居的影响程度越大。特别的，当 $p_{ij} = 0$ 时，则定义 $\lim p_{ij} \ln p_{ij} = 0$ 。

Step3: 各指标权重的计算

已知各指标权重的计算公式:

$$W_i = \frac{1 - E_i}{\sum_{i=1}^k (1 - E_i)}$$

其中， $i=1,2,\dots,k$ 。

由此得到了各项指标对城市宜居影响所占的权重，则可计算出第 j 个城市宜居性评价指数 Q_j ：

$$Q_j = \sum_{i=1}^k W_i x_{ij}' \quad (\text{式 5-1})$$

该指标的值越大，该城市的宜居性越高。

至此，利用熵值赋权法对指标进行赋权从而计算出城市宜居性指数的模型建立完毕。

六、问题二的模型建立与求解

6.1 基于可行性的评价指标一次剔除

根据评价指标的可行性原则，指标的数据需要满足以下几项可操作特性：

- (1) 指标数据便于收集、整理
- (2) 指标便于进行量化、标准化处理
- (3) 指标数据就有一定的时效性和准确性
- (4) 指标等级的评定不能具有较强的主观性
- (5) 不考虑具有较大波动性或偶然性的指标数据

根据以上可操作性要求，将表 5-2 中所列的评价指标进行初步筛选后，考虑剔除以下指标，如下表 6-1 所示：

表 6-1 一次剔除的评价指标

序号	剔除指标	剔除原因
----	------	------

1	自然灾害受灾人次	事件发生较为随机，偶然性大
2	交通事故发生数(起)	许多小型事件不便于统计，数据不准确
3	统计执法检查立案案件	缺乏数据，难以统计
4	平均气温	具有较强的主观性，因人而异
5	降水量	具有较强的主观性，因人而异
6	文物、文化事业费	部分城市数据缺失
7	城镇居民人均住房建筑面积	部分城市数据缺失
8	机动车保有量	缺乏数据，难以统计

6.2 数据收集及预处理

由于国家统计局公布的城市统计年鉴的数据仅更新到 2015 年的数据，即《2016 中国城市统计年鉴》。因此，本文此处以 2015 年各个城市的数据为样本进行城市宜居性评价。

6.2.1 数据的收集整理

根据《2016 中国城市统计年鉴》^[5]中所给数据，整理得到宿迁等 8 个城市在剔除表 6-1 中的指标之后的表 5-2 中指标的数据（详见附录一），部分如下：

表 6-2 城市指标数据（部分）

指标层	徐州	连云港	宿迁	宿州
人均 GRP(元)	90287	57212	49345	27704
从业失业比	37.6	42.2	60.1	44.1
年平均 AQI	57.92	43.93	54.49	65.34
城镇居民人均教育消费支出(元)	4579.6	3373.4	4708.7	2968.5
人口密度(人/平方公里)	1087.17	733.73	808.17	650.15

6.2.2 数据的无量纲化处理

由于收集整理的各指标的数据之间存在度量单位和数量级的差别，存在不可公度性。为了消除不同量纲带来的影响，需将数据进行无量纲化处理。本文中均用极大-极小值法进行处理，公式如下：

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \min(x_i)}{\max(x_i) - \min(x_i)}$$

其中， y_{ij} 为第 i 个指标第 j 个城市无量纲化后的数据； $\max(x_i), \min(x_i)$ 为第 i 个指标的最大、最小值。

6.2.3 数据的一致化处理

给出的所有指标中，存在“极大型”和“极小型”两种类型的数据。为了方便对这两种类型的数据同时进行评价和预测，需要对数据进行一致化处理。本文将所有数据处理成“极大型”数据，即值越大宜居性越高。

本文中存在的极小型数据指标为：年平均 AQI、人口密度。对于“极小型”数据的处理公式如下：

$$x_{ij}' = \max(y_i) - y_i$$

其中， $\max(y_i)$ 为第 i 个指标中的最大值。

对于“极大型”数据： $x_{ij}' = y_{ij}$ 。

至此，对于全部数据的标准化已完成（标准化后数据见附录二），部分数据见下表 6-3：

表 6-3 标准化数据（部分）

指标层	徐州	连云港	宿迁	宿州
人均 GRP(元)	1.00	0.51	0.40	0.08
从业失业比	0.56	0.65	1.00	0.68
年平均 AQI	0.62	1.00	0.71	0.42
城镇居民人均教育消费支出(元)	0.93	0.50	0.97	0.36
人口密度(人/平方公里)	0.60	0.11	0.22	0.00

6.3 基于相关性的评价指标二次剔除

考虑到相同领域层的多个指标之间或多或少存在一定的联系，若两个指标相关性较大，则对城市宜居性评价的影响会产生重叠部分，无形中加强了该影响对目标层产生的效果。

本文对同一领域层的多个指标的数据计算 pearson 相关系数，分析其相关性，且认为相关系数大于 0.9 则认为两个指标之间有极强的相关性。对于 α, β 两个指标间的相关系数 $r_{\alpha, \beta}$ ，计算公式如下：

$$r_{\alpha, \beta} = \frac{n \sum_{j=1}^n x'_{\alpha j} x'_{\beta j} - \sum_{j=1}^n x'_{\alpha j} \sum_{j=1}^n x'_{\beta j}}{\sqrt{n \sum_{j=1}^n x'^2_{\alpha j} - \left(\sum_{j=1}^n x'_{\alpha j} \right)^2} \sqrt{n \sum_{j=1}^n x'^2_{\beta j} - \left(\sum_{j=1}^n x'_{\beta j} \right)^2}}$$

其中 $x'_{\alpha j}, x'_{\beta j}$ 为 α, β 两个指标第 j 个城市标准化后的数据； n 为每个指标数据的个数，本题中 $n=8$ 。

计算出所有同领域层指标间的相关系数 r 后，得到仅有“医疗情况”这一领域层下的“卫生机构床位数”和“卫生机构人员数”这两个指标的相关系数 r 大于 0.9，具体如下表 6-4：

表 6-4 “医疗情况”领域层三个指标的相关系数

Pearson 相关系数	卫生机构数	卫生机构床位数	卫生机构人员数
卫生机构数	1	0.218	0.056
卫生机构床位数	0.218	1	0.948
卫生机构人员数	0.056	0.948	1

由表 6-3 可见，“卫生机构床位数”和“卫生机构人员数”这两个指标的相关系数为 0.948，具有极强的相关性。但“卫生机构人员数”和“卫生机构数”的相关系数为 0.056，两者间相关性极弱。

所以选择剔除“卫生机构床位数”这一指标。

6.3 基于熵权法的城市宜居综合评价

将表 6-3 中的标准化数据代入模型 5.3 中公式进行计算，得出各指标权重部分如下表 6-5 所示（详见附录三）：

表 6-5 各指标的权重（部分）

指标层	指标权重
人均 GRP (元)	0.0353
社会养老保险覆盖率	0.0522
年平均 AQI	0.0375
人口密度 (人/平方公里)	0.0405
卫生机构数 (个/万人)	0.0611

将上表中各指标的权重代入（式 5-1）中，计算出 8 个市的城市宜居性的综合评分，并按照得分高低对其进行排名。

由于计算出的 8 个城市的评分均在 $[0.2200, 0.6663]$ 的范围内，为了便于观察，将 8 个城市的评分均乘以一个系数 $\frac{1000}{7}$ ，结果如下表 6-6：

表 6-6 城市宜居度综合评分及排名

排名	排名城市	总分	经济发展	社会安定 与和谐	生态环境	文化教育	生活舒适度
1	济宁	95.18	11.53	17.01	19.18	17.42	30.04
2	徐州	84.19	13.94	9.14	17.58	21.74	21.8
3	淮北	77.98	2.2	12.39	15.15	18.25	29.98
4	连云港	73.17	16.55	10.85	14.62	17.47	13.68
5	宿迁	52.25	9.73	6.1	10.08	11.02	15.31
6	枣庄	36.12	5.52	7.2	10.73	4.45	8.22
7	商丘	35.87	4.7	0.94	2.99	16.6	10.63
8	宿州	31.43	4.39	2.73	7.74	4.85	11.71

该过程可由 Matlab 变成计算（详见附录四）。

6.4 评价结果的分析

由综合排名可知，济宁是 8 个城市中最适宜居住的城市。济宁作为鲁西南地区经济、文化、商品的流通中心，不仅工业、旅游业、科技产业发达，而且是孔孟文化的发源地，历史人文底蕴十分丰厚。因此，济宁市曾荣获综合、卫生、治安、知识产业、科技、教育等方面的 13 项全国荣誉称号。此外还有徐州、淮北、连云港都较适宜居住。

而宿州在 8 个城市中排名最末，被评定为较不适宜居住。相较于其他城市，宿州经济实力较低，城市的环境有待改善，城市基础设施建设也不能满足人们的生活需求。

七、问题三的模型建立与求解

7.1 模型的建立

7.1.1 插入虚拟控制量

为了方便地调控各指标的变量，且使每项指标的变量相对于该指标的影响是等效的，本文插入一个虚拟控制量，即一个控制城市。

则该城市的各项指标数据为：

$$x'_{i0} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x'_{ij}$$

其中 x_{i0} 为虚拟控制城市的第 i 个指标数据。

将数据按照模型 6.2.2、6.2.3 进行无量纲化和一致化处理。

将标准化处理后的数据代入模型 5.3 中的公式中进行计算，得到 8 个城市的评分： $\hat{Q}_0 = \{Q_{01}, Q_{02}, \dots, Q_{08}\}$

为了观察各指标产生同一波动对目标层产生的影响，分别将 $x'_{10}, x'_{20}, \dots, x'_{k0}$ 增大 20% 后重复上述标准化过程及评价过程，即可得到调节控制城市第 i 个指标后所产生的 8 个城市综合评分： $\hat{Q}_i = \{Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{i8}\}$

7.1.2 调节控制量计算预测度

由于样本城市数量太小，若直接通过排名变化来对指标的灵敏性进行评定，不仅评定精度低，且评定结果易受偶然因素的影响。因此，本文将指标调节前后各城市综合评分的相对距离的大小作为该指标灵敏性评价的标准。

Step1: 综合评分的无量纲化处理

由于各指标的权重会随着控制城市某一指标数据调节的变化而变化，因此对不同指标调节后计算出的各城市的综合评分的数量级是不同的。为了使计算的相对距离具有可比性，我们需对改变第 i 个指标后的综合评分 \hat{Q}_i 进行无量纲化处理，公式如下：

$$Q'_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\sum_{j=1}^n Q_{ij}}$$

Step2: 计算变化距离

对第 i 个指标数据进行调节后，第 j 个城市的综合评分与调节之前相比会产生一段一维变化距离： $|Q'_{ij} - Q'_{0j}|$ ，那么 n 个城市的相对变化距离可用 n 维欧式距离来计算，公式如下：

$$D_i = \sum_{j=1}^n |Q'_{ij} - Q'_{0j}|^2$$

其中， D_i 为第 i 个指标数据调节前后 n 个城市综合排名的相对变化距离，本文中此处 $n=8$ 。

Step3: 判断灵敏度

插入的虚拟控制城市每个指标的数值变动相同的值 20%，所导致的 8 个城市前后评分的相对距离 D_1, D_2, \dots, D_k 不同。 D_i 越大，说明城市评分针对于该指标改变的波动越大，说明该指标的灵敏性越强，对城市排名的影响也将越显著。

7.2 模型的求解

插入一个虚拟控制城市，其各项指标数据计算部分如下（详见附录五）：

表 7-1 虚拟控制城市各项指标数据（部分）

指标层	控制城市
人均 GRP(元)	51426.875
社会养老保险覆盖率	18.525
年平均 AQI	63.55

人口密度(人/平方公里)	952.4125
卫生机构数(个/万人)	0.39875

将九个城市的的数据按照模型 6.2.2、6.2.3 进行无量纲化和一致化处理后代入模型 5.3 中的公式中进行计算,得到其他 8 个城市的评分。为了方便观察,将所有评分乘以 10000 的系数,结果如下:

$$\hat{Q}_0 = \{88.59, 69.07, 51.43, 24.84, 44.05, 103.76, 42.71, 75.86\}$$

接下来依次调节 24 个指标,通过计算评分相对距离对指标进行灵敏性的评价。这里以第一个指标“人均 GRP”为例。

已知虚拟控制城市的人均 GRP(元)为 $x'_{10} = 51426.875$, 将其调节增大 20%:
 $x''_{10} = (1+10\%)x'_{10} = 56569.563$, 其他指标数据不变。

将调解后的数据重复上述过程得到 8 个城市的评分:

$$\hat{Q}_1 = \{88.63, 69.09, 51.49, 24.89, 44.09, 103.79, 42.76, 75.84\}$$

计算调节第一个指标前后 8 个城市评分 8 维相对距离:

$$D_1 = \sum_{j=1}^8 |Q'_{1j} - Q'_{0j}|^2 = 0.8483$$

重复上述过程可以得到改变 24 个指标的相对距离。该过程可由 Matlab 编程进行计算(详见附录六)。

为了更直观的比较指标灵敏性与指标权重的关系,将各指标的权重一起列出,部分如下表 7-2 所示(详见附录七):

表 7-2 调节 24 个指标前后的综合评分的相对距离(部分)

指标层	相对距离	权重
人均 GRP(元)	0.8483	0.0353
社会养老保险覆盖率	1.9331	0.0522
年平均 AQI	1.3378	0.0375
人口密度(人/平方公里)	1.3706	0.0405
卫生机构数(个/万人)	3.328	0.0611

7.3 指标筛选及评价分析

对于各指标产生相对相同的波动,8 个城市的综合评分相对距离越大则该指标的灵敏性越高。由表 7-2 可见,灵敏性最高的指标为“卫生机构数”,而由表 6-5 可知,“卫生机构数”指标在综合评价体系中所占的权重也是最大的。此外,其他数据也基本符合“权重越大、灵敏性越大”的规律。

由此可得出结论,对宜居城市排名产生显著影响的指标,即相对距离大于 2 的指标有:“卫生机构数”、“高等教育在校学生数”、“每百人公共图书馆藏书”、“工业废水排放量”及“外资企业比重”。

八、问题四的模型建立与求解

8.1 模型的建立

8.1.1 选取参考城市

为了确定城市各项指标的稳定性,需要引入一个与该 8 个城市的不确定因素种类、频率都相近的城市。通过分析该城市近几年的各项指标的数据来确定其稳定性。

因此,该城市的选择应遵循以下几个原则:

- 1) 该城市的数据应便于收集整理
 - 2) 该城市的不确定因素的种类、频率应尽可能与 8 个城市相近
- 收集该城市近 j 年的 i 项指标数据: x_{ij} 。

8.1.2 线性回归分析指标稳定性

在不考虑任何不确定因素的影响下,某个指标值随时间的发展是符合一定变化趋势的。通过对一般规律的分析,得出指标值的改变在较小的时间段内是线性变化的,只会量变而不会产生质变。故接下来对每个指标进行线性回归分析。

定义自变量集: 年份 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_j\}$

因变量集: 指标值 $y^{(i)} = \{y_{1i}, \dots, y_{ji}\}$

则两者的线性方程: $\hat{y}^{(i)} = ax + b$ 的计算公式如下:

$$\begin{cases} b = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})(y_j^{(i)} - \bar{y}^{(i)})}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2} \\ a = \bar{y}^{(i)} - b\bar{x} \end{cases} \quad (\text{式 8-1})$$

为了评定各指标受不确定因素的稳定性,这里定义偏离程度 V_i 表示第 i 个指标的稳定性:

$$V_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\hat{y}_j^{(i)} - y_{ij}) \quad (\text{式 8-2})$$

8.1.3 利用偏离程度修改权重

指标的偏离程度 V_i 体现的是指标受不确定因素影响稳定性,偏离程度值越大,指标的稳定性越低,指标受不确定因素的影响越大。

为了削弱不确定因素对各指标数值的影响,本文将按比例减小稳定性小的指标权重,增大稳定性大的指标权重。

这里定义偏离程度大于 0.001 的指标为受不确定因素影响大的指标,记为:

$$V_p = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$$

将偏离程度小于 0.001 的指标定义为不易受不确定因素影响的指标,记为:

$$V_q = \{q_1, q_2, \dots, q_{k-m}\}$$

其中, k 为指标个数; m 为偏离程度大于 0.001 的指标个数。

指标的修正是在原有的指标基础上按照等比例原则进行缩放,即将稳定性小的指标权重等比例减去一个修正因子 α_m 后将其等比例分配为修正因子 β_{k-m} 增加到稳定性大的指标上。修正步骤如下:

Step1: 容易被不确定因素影响的指标的权重的修正:

容易被不确定因素影响的指标的偏离程度的和为:

$$V_{sum} = \sum_{i=1}^m v_{pi}$$

其中， m 为容易被不确定因素影响的指标的个数。

第 i 个指标的权重降低的比例为：

$$\alpha_i = \frac{v_i}{V_{sum}}$$

修正因子为：

$$\beta_i = \alpha_i \times W_i$$

其中， W_i 为第 i 个指标原有的权重。

则容易被不确定因素影响的指标 i 的修正后的权重为：

$$W'_i = W_i - \beta_i$$

Step2：不容易被不确定因素影响的指标的权重的修正：

不容易被不确定因素影响的指标 i 的权重修改因子为：

$$\phi_i = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i}{k - m}$$

其中， k 为指标的总数， m 为容易被不确定因素影响的指标的个数。

不容易被不确定因素影响的指标 i 的修正后的权重为：

$$W'_i = W_i + \phi_i$$

其中， W_i 为指标 i 的原有的权重。

最后利用新的权重代入（式 5-1）对 8 个城市进行综合评价得出排名。

8.2 模型的求解

Step1：城市的选取

根据 8.1.1 中的原则，本文决定选择江苏省省会南京作为参考城市，并且从《中国城市年鉴》中整理出“十二五”时期即 2011-2015 年各指标的相关数据（详见附录八）。

Step2：线性回归分析指标稳定性

将自变量 $x = \{2011, 2012, 2013, 2014, 2015\}$ ，因变量 $y^{(j)} = \{y_{1j}, \dots, y_{5j}\}$ 代入

（式 8-1）中，可拟合出各指标数据随时间变化的线性回归曲线 $\hat{y}^{(j)} = ax + b$ 。

这里以“医疗保险覆盖率”为例，其回归曲线为： $\hat{y} = 30.7310 + 5.3090x$ ，其散

点图如下图 8-1 所示：

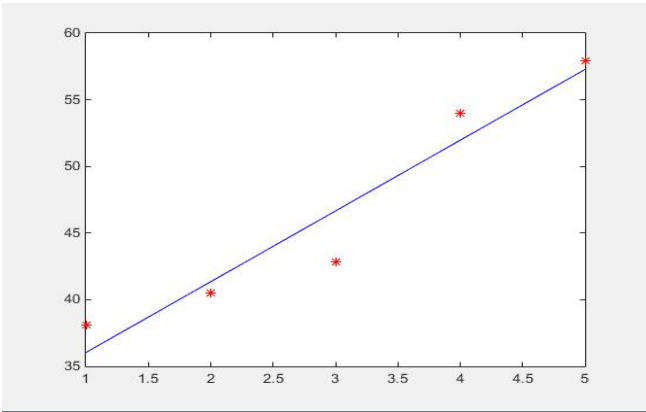


图 8-1 “医疗保险覆盖率”指标的拟合曲线

按照（式 8-2）计算各指标的偏离程度 V_i （详见附录九），例如：“医疗保险覆盖率”的偏离程度： $V = 0.0038$

Step3：基于指标稳定性对权重进行修改

将各指标的偏离程度数值代入 8.1.3 中的公式进行计算，得到各指标的修正因子、修正后的权重部分如下表 8-1（详见附录十）：

表 8-1 各指标修正后的权重

指标	V（偏离程度）	修正因子 1	修正因子 2	修正后权重
人均 GRP(元)	0.0076	0.0023		0.033
社会养老保险覆盖率	0.0007		0.0017	0.054
年平均 AQI	0.0037	0.0012		0.0363
人口密度(人/平方公里)	0		0.0018	0.0423
卫生机构数(个/万人)	0		0.0018	0.0629

Step4：对 8 个城市进行综合评价

将修正后的权重代入模型进行综合评价得出考虑不确定因素影响后的综合排名如下表 8-2：

表 8-2 考虑不确定因素后的城市宜居综合排名

排名	排名城市	总分	经济发展	社会安定 与和谐	生态环境	文化教育	生活舒适度
1	济宁	104.54	10.00	17.27	22.50	17.61	37.15
2	徐州	89.72	12.79	9.13	16.83	22.05	28.92
3	淮北	76.73	2.07	12.32	13.91	18.77	29.65
4	连云港	67.81	14.66	11.04	9.69	17.75	14.67
5	宿迁	51.88	8.09	6.36	8.22	10.98	18.23
6	商丘	47.23	3.45	1.00	7.65	16.95	18.18
7	枣庄	45.24	4.43	7.33	16.35	4.54	12.58
8	宿州	23.76	3.09	2.91	8.80	4.87	4.10

将表考虑不确定因素后的城市宜居排名与问题二中的排名进行比较发现，城市排名普遍相同，仅有商丘和枣庄的排名发生了变化。

九、进一步提高徐州市宜居性的政策建议报告

尊敬的徐州市政府领导：

你们好！

我们对城市宜居性建立了综合评价模型进行研究，并通过收集资料对徐州等 8 个淮海经济区内的城市的宜居性进行了合理性排名。

经分析，徐州的宜居性较高，在 8 个城市中排名第二，十分适宜人们居住。为了进一步提高徐州市的宜居性，给徐州的市民提供更加舒适便捷的生活居住环境，我们依据研究成果将对徐州市从经济发展、社会安定与和谐、生态环境、文化教育、生活舒适度五个方面提出一些建设性的建议，希望能够在发展、建设徐州市方面提供一些帮助。

在经济发展方面，徐州仅次于连云港排名第二。徐州作为国家“一代一路”重点城市，淮海经济区中心城市，其人均 GRP 以及第三产业所占比重都高居 8 座城市之首。但徐州的 DRP 增长率相对较低，其外资企业的占比也低于其他城市。因此我们建议经济上在维持传统行业的持续发展、保持民族产业旺盛生命力的同时，加大对外交流合作，立足于世界格局，保持经济平稳增长。

在社会安定与和谐方面，徐州位于济宁、淮北、连云港之后，仅居第四，这也是徐州五个方面中排名最低的一个方面。在此我们进行对比分析后给出以下几点建议：

- 1、深入实施人民参保计划，进一步扩大社会保障覆盖范围。
- 2、加大创业扶持资金的投入、提供创业培训和服务，鼓励大众创业、万众创新，创造出更多的工作岗位。
- 3、加大社会治安经费投入，加强执法队伍的建设和培训，进一步加强社会治安防控体系的建立。

在生态环境方面，徐州仅次于济宁位居第二。徐州的城市绿化工作位于全国前列，但工业污染排放大、空气质量污染严重一直是徐州城市环境治理的两大重难点。徐州空气污染严重有二：一是冬季燃煤取暖造成含有二氧化硫、PM2.5 污染物等的烟尘排放增加；二是工业生产排放的污染物对大气产生破坏。因此，我们建议可以进行一次产业结构和能源结构调整，削弱重工业比重，多开发新型能源；此外，建议市民要节约用水用电。

在文化教育方面，作为华东地区重要的科教、文化中心，徐州以其 6000 年的悠久历史底蕴在 8 座城市中位居榜首。

在生活舒适度方面，徐州离排名第一的济宁还有一定的距离，主要原因在于人口稠密导致道路拥挤。我们建议加强地铁与立交桥的建设以缓解交通压力，为了满足人们出行要求，建议增加出租车的投放量。另外徐州的人均医疗机构数量相较于其他城市偏少，这可能间接影响到人们的身体健康，所以建议适当新建一些医疗机构。

十、模型的评价与推广

10.1 模型评价

问题一建立了基于熵权法的城市宜居性综合评价模型，该模型能够较好的反映某项信息的有效性，通过信息熵的大小确定权重具有很好的客观性。

问题二中根据数据对指标分析及进行指标的相关性分析，依此对指标进行的进一步的遴选，并利用模型完成求解，是结果更加合理。

问题三中建立了虚拟控制量，并通过适当调节其指标值，基于前面建立的模型进行宜居性评分的多次求解并计算改变前后的欧式距离，由此给出指标对评分的影响性。

问题四中建立了基于线性回归的指标稳定性分析模型，对各个指标的时间稳定性进行的定量求解。

10.2 模型改进

本文的模型所建立的模型不能很好的体现各个指标的交互作用，如果能够对指标进行进一步的进行因子分析，结果将更具可靠性。

10.3 模型推广

本文所建立的评价模型简单实用，可通过易于获得的数据来给出城市宜居性的排名及分数，结果准确可靠，为这些城市的发展提供了一定的参考作用，该模型也可用于其他评价问题。

十一、参考文献

- [1]朱鹏，姚亦锋，张培刚，《基于人的“需求层次”理论的“宜居城市”评价指标初探》 河南科学，vol.124 No.1，2002.06
- [2]李丽萍，吴祥裕，《宜居城市评价指标体系研究》 中共济南市委党校学报，2007.01
- [3]顾文选，《宜居城市科学评价体系》 中国城市科学研究会，2007.04
- [4]韩中庚，《数学建模方法及其应用》 高等教育出版社，2008.12
- [5]城市社会经济调查司，《中国城市统计年鉴》（2012-2016）中国统计出版社
- [6]司守奎，孙玺菁，《数学建模算法与应用》 国防工业出版社 2014.9

附录

附录一：8个城市的指标数据

表 6-2 城市指标数据

指标层	徐州	连云港	宿迁	宿州	商丘	济宁	枣庄	淮北
人均 GRP(元)	90287	57212	49345	27704	22427	70158	47498	46784
GDP/GRP 增长率 (%)	7	11	10	8.94	8.7	9.3	6.9	2.17
第三产业占 GDP/GRP 的比重 (%)	47.1	47	43.1	41.2	40.8	45.9	37.7	35.6
外资企业比重 (%)（外商投资企业数/工业企业数）	6.2	12.2	5.2	1	2.4	4.4	3.3	1.6
从业失业比（从业人数/失业人数）	37.6	42.2	60.1	44.1	18.9	52.9	26.6	9.5
社会养老保险覆盖率	12.4	24.6	11.3	7.4	8	35.8	21.4	27.3
医疗保险覆盖率 (%)	32.8	24.6	12.8	8	8.2	35.1	17.6	39.7
建成区绿化覆盖率 (%)	43.8	40.1	42.5	44.5	41.8	41.3	42.3	44.7
人均建城区绿地面积 (公顷/万人)	33.5	37.5	20.7	17.7	14.5	43.8	26.5	36.2
年平均 AQI	57.9	43.9	54.5	65.3	78.1	72.4	80.5	55.8

工业废水排放量（万吨）	10968	7339	4397	6127	4863	16663	9485	5378
生活垃圾无害化处理率（%）	100	100	100	86.87	90.49	100	100	100
高等教育在校学生数（人/万人）	413.7	175.4	104.8	119.8	441.9	224.2	95.4	367.6
教师年平均工资（元）	59373	60373	57255	47323	42285	59162	50810	52191
城镇居民人均教育消费支出（元）	4579.6	3373.4	4708.7	2968.5	3879.4	4792.7	1935.9	2120.7
市区普通高等学校数（所/百万人）	2.7	1.8	1.7	1.6	3.3	3.8	1.3	2.9
每百人公共图书馆藏书（册）	46.7	106.1	38.4	24.5	17.5	16.4	46.6	77.4
人口密度（人/平方公里）	1087.2	733.7	808.2	650.2	1072.5	1110.4	775.5	1381.6
城市人均拥有道路面积（平方米）	13.5	10.8	11.2	8.4	5.2	24.4	10.4	11.5
每万人拥有公共汽车车辆（辆）	7	4.9	5.6	1.8	7.3	6.9	6.2	4.2
城市年末实有出租汽车数（辆/万人）	13	8.2	4.4	8.6	15.7	8.5	3.5	15.6
卫生机构床位数（张/万人）	73.8	41.1	44.7	41.8	40.8	100.5	45.8	68.8
卫生机构人员数（人/万人）	28.1	23.3	17	18.1	18.4	41.7	21.4	26
卫生机构数（个/万人）	0.32	0.34	0.63	0.29	0.27	0.42	0.32	0.6
人均社会消费品零售额（元）	44249.8	21946.3	15446.6	10552.7	18396.7	43223.3	18532.4	19608.8

附录二：标准化数据

表 6-3 标准化数据

指标	徐州	连云港	宿迁	宿州	商丘	济宁	枣庄	淮北
人均 GDP（元）/GRP	1.00	0.51	0.40	0.08	0.00	0.70	0.37	0.36
GDP/GRP 增长率（%）	0.55	1.00	0.89	0.77	0.74	0.81	0.54	0.00
第三产业占 GDP/GRP 的比重（%）	1.00	0.99	0.65	0.49	0.45	0.90	0.18	0.00
外资企业比重（%）	0.46	1.00	0.38	0.00	0.13	0.30	0.21	0.05
从业失业比（从业人数/失业人数）	0.56	0.65	1.00	0.68	0.19	0.86	0.34	0.00
社会养老保险覆盖率	0.18	0.61	0.14	0.00	0.02	1.00	0.49	0.70
医疗保险覆盖率（%）	0.78	0.52	0.15	0.00	0.01	0.85	0.30	1.00
建成区绿化覆盖率（%）	0.80	0.00	0.52	0.96	0.37	0.26	0.48	1.00
人均建城区绿地面积（公顷）	0.65	0.78	0.21	0.11	0.00	1.00	0.41	0.74

/万人)								
年平均 AQI	0.62	1.00	0.71	0.42	0.07	0.22	0.00	0.67
工业废水排放量 (万吨)	0.54	0.24	0.00	0.14	0.04	1.00	0.41	0.08
生活垃圾无害化处理率 (%)	1.00	1.00	1.00	0.00	0.28	1.00	1.00	1.00
高等教育在校学生数 (人/万人)	0.92	0.23	0.03	0.07	1.00	0.37	0.00	0.79
教师年平均工资 (元)	0.94	1.00	0.83	0.28	0.00	0.93	0.47	0.55
城镇居民人均教育消费支出(元)	0.93	0.50	0.97	0.36	0.68	1.00	0.00	0.06
市区普通高等学校数(所/百万人)	0.56	0.20	0.16	0.12	0.80	1.00	0.00	0.64
每百人公共图书馆藏书(册)	0.34	1.00	0.25	0.09	0.01	0.00	0.34	0.68
人口密度(人/平方公里)	0.60	0.11	0.22	0.00	0.58	0.63	0.17	1.00
城市人均拥有道路面积(平方米)	0.43	0.29	0.31	0.17	0.00	1.00	0.27	0.33
每万人拥有公共汽车辆(辆)	0.05	0.44	0.31	1.00	0.00	0.07	0.20	0.56
城市年末实有出租汽车数(辆/万人)	0.78	0.39	0.07	0.42	1.00	0.41	0.00	0.99
卫生机构人员数(人/万人)	0.45	0.26	0.00	0.04	0.06	1.00	0.18	0.36
卫生机构数(个/万人)	0.14	0.19	1.00	0.06	0.00	0.42	0.14	0.92
人均社会消费品零售额(元)	1.00	0.34	0.15	0.00	0.23	0.97	0.24	0.27

附录三：各指标权重

表 6-5 各指标的权重

指标层	控制城市
人均 GRP(元)	0.0353
GDP/GRP 增长率 (%)	0.0185
第三产业占 GDP/GRP 的比重 (%)	0.0284
外资企业比重 (%)	0.0511
从业失业比	0.028
社会养老保险覆盖率	0.0522
医疗保险覆盖率 (%)	0.0501
建成区绿化覆盖率 (%)	0.0273
人均建城区绿地面积(公顷/万人)	0.0357
年平均 AQI	0.0375
工业废水排放量 (万吨)	0.0610
生活垃圾无害化处理率 (%)	0.0222

高等教育在校学生数 (人/万人)	0.0577
教师年平均工资 (元)	0.0246
城镇居民人均教育消费支出(元)	0.0352
市区普通高等学校数(所/百万人)	0.0423
每百人公共图书馆藏书 (册)	0.0582
人口密度(人/平方公里)	0.0405
城市人均拥有道路面积(平方米)	0.0355
每万人拥有公共汽车辆(辆)	0.0545
城市年末实有出租汽车数(辆/万人)	0.037
卫生机构人员数(人/万人)	0.0605
卫生机构数(个/万人)	0.0611
人均社会消费品零售额(元)	0.0456

附录四：问题二 Matlab 程序

```

pj=pj'; %导入数据并转置
pjmax=max(pj);
pjmin=min(pj);
for j=1:24
    for i=1:8
        pj(i,j)=(pj(i,j)-pjmin(j))/(pjmax(j)-pjmin(j));
    end
end %数据标准化
p=pj;
for i=1:8
    p(i,10)=pjmax(10)-p(i,10); %第 10 个指标为极小型指标
end
for i=1:8
    p(i,18)=pjmax(18)-p(i,18); %第 18 个指标为极大型指标
end
psum=sum(p);
for j=1:24
    for i=1:8
        p(i,j)=p(i,j)/psum(j);
    end
end
for j=1:24
    for i=1:8
        if p(i,j)~=0
            p(i,j)=p(i,j)*log(p(i,j));
        end
    end
end
psum=sum(p);

```

```

for i=1:24
    E(i)=(-1/log(8))*psum(i);
end %计算出来信息熵值
for i=1:24
    w(i)=(1-E(i))/sum(1-E);
end %根据信息熵算出权重
for i=1:8
    for j=1:24
        score(i,j)=pj(i,j)*w(j);
    end
end
score=(1000/7)* score; %放大一定倍数
fscore=sum(score,2) %得出最终得分
fiscore=zeros(8,5);
for i=1:8
    for j=1:4
        fiscore(i,1)=fiscore(i,1)+score(i,j);
    end
    for j=5:7
        fiscore(i,2)=fiscore(i,2)+score(i,j);
    end
    for j=8:12
        fiscore(i,3)=fiscore(i,3)+score(i,j);
    end
    for j=13:17
        fiscore(i,4)=fiscore(i,4)+score(i,j);
    end
    for j=18:24
        fiscore(i,5)=fiscore(i,5)+score(i,j);
    end
end
fiscore %分项最终得分

```

附录五：虚拟控制城市各项指标数据

表 7-1 虚拟控制城市各项指标数据

指标层	控制城市
人均 GRP (元)	51426.875
GDP/GRP 增长率 (%)	8.00125
第三产业占 GDP/GRP 的比重 (%)	42.3
外资企业比重 (%)	4.5375
从业失业比	36.4875
社会养老保险覆盖率	18.525

医疗保险覆盖率(%)	22.35
建成区绿化覆盖率(%)	42.625
人均建城区绿地面积(公顷/万人)	28.8
年平均 AQI	63.55
工业废水排放量(万吨)	8152.5
生活垃圾无害化处理率(%)	97.17
高等教育在校学生数(人/万人)	242.85
教师年平均工资(元)	53596.5
城镇居民人均教育消费支出(元)	3544.8625
市区普通高等学校数(所/百万人)	2.3875
每百人公共图书馆藏书(册)	46.7
人口密度(人/平方公里)	952.4125
城市人均拥有道路面积(平方米)	11.925
每万人拥有公共汽车辆(辆)	5.4875
城市年末实有出租汽车数(辆/万人)	9.6875
卫生机构人员数(人/万人)	24.25
卫生机构数(个/万人)	0.39875
人均社会消费品零售额(元)	23994.575

附录六：第三问 Matlab 程序

```

f=[];
pj=pj';
for k=0:24
    if k~=0
        pj(9,k)=pj(9,k)*af;          % af 为改变系数
    end
    pjmax=max(pj);
    pjmin=min(pj);
    for j=1:24
        for i=1:9
            pj(i,j)=(pj(i,j)-pjmin(j))/(pjmax(j)-pjmin(j));
        end
    end
    p=pj;
    for i=1:9
        p(i,10)=pjmax(10)-p(i,10);
    end
    for i=1:9
        p(i,18)=pjmax(18)-p(i,18);
    end
    p=pj;
    psum=sum(p);

```

```

for j=1:24
    for i=1:9
        p(i,j)=p(i,j)/psum(j);
    end
end
for j=1:24
    for i=1:9
        if p(i,j)~=0
            p(i,j)=p(i,j)*log(p(i,j));
        end
    end
end
psum=sum(p);
for i=1:24
    E(i)=(-1/log(9))*psum(i);
end
for i=1:24
    w(i)=(1-E(i))/sum(1-E);
end
for i=1:9
    for j=1:24
        score(i,j)=p(i,j)*w(j);
    end
end
score=(1000/7)*score;
fscore=sum(score,2);
fsum=sum(fscore(1:8));
for i=1:8
    fscore(i)=fscore(i)/fsum;
end
f=[f,10000*fscore];
end %得出相应的矩阵
osjl=zeros(1,24);
for j=1:24
    for i=1:8
        osjl(j)=osjl(j)+(f(i,j+1)-f(i,j))^2;
    end
end
osjl=sqrt(osjl);
osjl=osjl' %计算得出欧式距离

```

附录七： 调节 24 个指标前后的综合评分相对距离

表 7-2 调节 24 个指标前后的综合评分相对距离

指标层	调节 20%后的相对距离
-----	--------------

人均 GDP(元)/GRP	0.8483
GDP/GRP 增长率 (%)	0.5704
第三产业占 GDP/GRP 的比重 (%)	1.0058
外资企业比重 (%)	2.0488
从业失业比 (从业人数/失业人数)	1.1185
社会养老保险覆盖率	1.9331
医疗保险覆盖率 (%)	1.6357
建成区绿化覆盖率 (%)	1.2741
人均建城区绿地面积 (公顷/万人)	0.8629
年平均 AQI	1.3378
工业废水排放量 (万吨)	2.2699
生活垃圾无害化处理率 (%)	0.5782
高等教育在校学生数 (人/万人)	3.0904
教师年平均工资 (元)	0.5922
城镇居民人均教育消费支出 (元)	1.5173
市区普通高等学校数 (所/百万人)	1.5128
每百人公共图书馆藏书 (册)	2.8753
人口密度 (人/平方公里)	1.3706
城市人均拥有道路面积 (平方米)	0.8192
每万人拥有公共汽车辆 (辆)	0.4882
城市年末实有出租汽车数 (辆/万人)	1.7544
卫生机构人员数 (人/万人)	1.9391
卫生机构数 (个/万人)	3.3280
人均社会消费品零售额 (元)	1.4423

附录八：南京 2011-2015 年各项指标数据

南京各项指标	2011	2012	2013	2014	2015
人均 GRP(元)	92556	103745	124600	107545	118171
GDP/GRP 增长率 (%)	17.2	18.6	23.89	10.1	9
第三产业占 GDP/GRP 的比重 (%)	52.17	53.55	54.38	56.49	57.32
外资企业比重 (%)	15.4	16.7	16.9	16.4	15.4
从业失业比 (从业人数/失业人数)	33.7	33.6	32.8	34.6	32.2
社会养老保险覆盖率	49.12	52.66	55.7	54	56.2
医疗保险覆盖率 (%)	38.12	40.47	42.8	54	57.9
建成区绿化覆盖率 (%)	44.34	44.53	44.63	44.16	44.49
人均建城区绿地面积 (公顷/万人)	49.7	49.8	49.5	50.1	50.1
年平均 AQI	94	96	107	98	90
工业废水排放量 (万吨)	27336	26554	25291	21561	23216
生活垃圾无害化处理率 (%)	88.7	93.4	90.8	92.2	100
高等教育在校学生数 (人/万人)	1251.7	1253.6	1255.6	1246.8	1212.1

教师年平均工资(元)	57863.4	61374.9	66382.52	77286.26	91075
城镇居民人均教育消费支出(元)	1477.6	1745.8	1957.5	2119.2	2657.7
市区普通高等学校数(所/百万人)	6.5	6.4	6.6	6.8	6.6
每百人公共图书馆藏书(册)	219.48	227.12	234.11	240.36	250.12
人口密度(人/平方公里)	962.4	970.7	976.3	984.85	991.35
城市人均拥有道路面积(平方米)	19.13	19.67	19.84	20.9	21.81
每万人拥有公共汽车辆(辆)	6.9	9.3	10.8	12.54	12.85
城市年末实有出租汽车数(辆/万人)	16.1	17.6	18.1	18.9	21.2
卫生机构人员数(人/万人)	31.9	32.1	32.1	33.4	33.3
卫生机构数(个/万人)	0.31	0.31	0.32	0.32	0.32
人均社会消费品零售额(元)	41536.4	47863.6	54917.3	65417.6	69960.7

附录九：各指标的偏离程度 V_i

指标	V (偏离程度)
人均 GRP(元)	0.0076
GDP/GRP 增长率 (%)	0.0796
第三产业占 GDP/GRP 的比重 (%)	0
外资企业比重 (%)	0.0023
从业失业比	0.0006
社会养老保险覆盖率	0.0007
医疗保险覆盖率 (%)	0.0038
建成区绿化覆盖率 (%)	0
人均建城区绿地面积(公顷/万人)	0
年度 AQI	0.0037
工业废水排放量(万吨)	0.0014
生活垃圾无害化处理率 (%)	0.0007
高等教育在校学生数(人/万人)	0.0001
教师年平均工资(元)	0.003
城镇居民人均教育消费支出(元)	0.0035
市区普通高等学校数(所/百万人)	0.0005
每百人公共图书馆藏书(册)	0
人口密度(人/平方公里)	0
城市人均拥有道路面积(平方米)	0.0002
每万人拥有公共汽车辆(辆)	0.0104
城市年末实有出租汽车数(辆/万人)	0.0009
卫生机构人员数(人/万人)	0.0001
卫生机构数(个/万人)	0
人均社会消费品零售额(元)	0.0008

附录十：各指标的修正因子、修正后的权重

表 8-1 各指标的修正因子、修正后的权重

指标	V(偏离程度)	降低比例	原始权重	修正因子 1	修正因子 2	修正后权重
人均 GRP(元)	0.0076	0.065915004	0.0353	0.0023268		0.0329732
GDP/GRP 增长率 (%)	0.0796	0.69037294	0.0185	0.012771899		0.005728101
第三产业占 GDP/GRP 的比重 (%)	0		0.0284		0.001755849	0.030155849
外资企业比重 (%)	0.0023	0.019947962	0.0511	0.001019341		0.050080659
从业失业比	0.0006		0.028		0.001755849	0.029755849
社会养老保险覆盖率	0.0007		0.0522		0.001755849	0.053955849
医疗保险覆盖率 (%)	0.0038	0.032957502	0.0501	0.001651171		0.048448829
建成区绿化覆盖率 (%)	0		0.0273		0.001755849	0.029055849
人均建城区绿地面积(公顷/万人)	0		0.0357		0.001755849	0.037455849
年度 AQI	0.0037	0.032090199	0.0375	0.001203382		0.036296618
工业废水排放量(万吨)	0.0014	0.012142238	0.061	0.000740676		0.060259324
生活垃圾无害化处理率 (%)	0.0007		0.0222		0.001755849	0.023955849
高等教育在校学生数(人/万人)	0.0001		0.0577		0.001755849	0.059455849
教师年平均工资(元)	0.003	0.026019081	0.0246	0.000640069		0.0246
城镇居民人均教育消费支出(元)	0.0035	0.030355594	0.0352	0.001068517		0.034131483
市区普通高等学校数(所/百万人)	0.0005		0.0423		0.001755849	0.044055849
每百人公共图书馆藏书(册)	0		0.0582		0.001755849	0.059955849
人口密度(人/平方公里)	0		0.0405		0.001755849	0.042255849
城市人均拥有道路面积(平方米)	0.0002		0.0355		0.001755849	0.037255849
每万人拥有公共汽车车辆(辆)	0.0104	0.09019948	0.0545	0.004915872		0.049584128
城市年末实有出租汽车数(辆/万人)	0.0009		0.037		0.001755849	0.038755849
卫生机构人员数(人/万人)	0.0001		0.0605		0.001755849	0.062255849
卫生机构数(个/万人)	0		0.0611		0.001755849	0.062855849
人均社会消费品零售额(元)	0.0008		0.0456		0.001755849	0.047355849

