

2022 第二届天府杯全国大学生数学建模竞赛

题 目 基于 VAR 与模糊综合评价的生态经济效益研究

摘 要:

本文研究了世界各国生态经济效益的水平,通过对经济水平、工业水平、森林植被面积等多方面的研究,建立数学模型。分析了人均收入等级不同的国家对生态经济效益的影响。

针对问题一,主要解决了预测中国在 2025-2035 年的面积变化的问题。首先通过对附件中所给的十一年数据进行分析处理,将前五年的数据作为原始数据,为使预测值更准确,分别建立灰色预测模型、灰色 *Verhulst* 预测模型、**基于拟合算法的时间序列模型**,对其未来六年进行预测,得出最小误差模型。最后,用误差最小的基于拟合算法的时间序列模型预测出中国 2025-2035 年的面积,且中国在 2035 年达到 2492899.301 平方公里。

针对问题二,本文对退耕还林政策对中国工业水平和中国国民经济的影响进行研究。以中国作为研究对象,选取了农业用地、耗电量等 11 个指标,通过灰色关联度分析和熵值取权法相结合得出了**最优权重**,建立主成分分析模型将指标分成三大类,分别放在退耕还林政策、工业水平和国民经济中,结合 **VAR 向量自回归**模型得出了退耕还林政策对工业水平和国民经济的影响呈平稳但不同的发展趋势。

针对问题三,本文以世界人均收入等级水平不同的国家作为研究对象,选取了有关经济水平、工业水平、森林植被面积三个方面的 7 项指标作为研究对象,设立分级指标,分析其对生态经济效益水平的影响。建立模糊综合评价模型,结合层次分析法、*CRITIC* 法的综合集成赋权法求最优权重。最后得出澳大利亚、俄罗斯、蒙古、阿富汗四个国家的**生态经济效益水平得分**。量化分析后发现人均收入等级高和中高的国家得分优秀、中低的得分一般、低的得分差。

针对问题四,结合前三问的分析总结,对部分二级指标做出了详细的分析和总结。给出联合国对人均收入等级不同的国家对生态经济效益的影响和建议。

关 键 词: 基于拟合算法的时间序列预测 VAR 向量自回归 最优权重 模糊综合评价

目录

一、问题重述.....	3
1.1 问题背景.....	3
1.2 问题提出.....	3
二、模型假设.....	4
三、符号说明.....	4
四、问题一.....	5
4.1 问题分析.....	5
4.2 基于拟合算法的时间序列模型.....	5
4.3 灰色预测模型.....	6
4.4 灰色 <i>Verhulst</i> 预测模型.....	8
4.5 问题一求解.....	9
五、问题二.....	10
5.1 问题分析.....	10
5.2 灰色关联度分析.....	11
5.3 熵值取权法.....	12
5.4 综合集成赋权法.....	12
5.5 建立主成分分析模型.....	12
5.6 建立向量自回归模型 (<i>VAR</i> 模型)	13
5.7 问题二求解.....	14
六、问题三.....	16
6.1 问题分析.....	16
6.2 世界各国代表性的国家选取.....	17
6.3 生态经济效益水平综合评价指标的建立.....	18
6.4 层次分析法(<i>AHP</i>).....	18
6.5 <i>CRITIC</i> 法.....	18
6.6 综合集成赋权法.....	19
6.7 建立模糊综合评价模型.....	19
6.8 问题三求解.....	19
七、问题四.....	24
八、灵敏度分析.....	25
九、模型的评价与推广.....	25
9.1 模型的优点.....	25
9.2 模型的缺点.....	25
9.3 模型的推广.....	25
十、参考文献.....	26
十一、附录.....	27

一、问题重述

1.1 问题背景

中国坚持“绿水青山就是金山银山”的理念，实施可持续发展战略，促进全面绿色发展。环境保护和绿色经济是指以市场为导向、以传统产业经济为基础、以经济 and 环境的和谐为目的而发展起来的一种形式，是为了适应人类环保与健康需要而产生的。所以“绿水青山就是金山银山”不单纯只是一个环境问题，而且还关系到各国经济可持续发展的未来，还能推动经济增长，由此可以看出经济发展和环境保护相互推动。所以加快建设环境保护和提升森林面积认为刻不容缓。本研究就是通过对各个国家的不同指标进行了分析，从而得出了这些指标对国民经济、工业水平和森林植被面积的影响，从侧面告诉说明了“退耕还林”的可执行性。

退耕还林就是从保护和改善生态环境出发，将易造成水土流失的坡耕地有计划、有步骤地停止耕种，按照适地适树的原则，因地制宜地植树造林，恢复森林植被。退耕还林工程建设包括两个方面的内容：一是坡耕地退耕还林；二是宜林荒山荒地造林。

1.2 问题提出

在上述问题背景中，本文通过建立数学模型和对数据进行分析，解答了下述问题：

问题（1）：对附件中的数据进行处理，提取指标，建立数学模型，预测中国在2020-2035年内的森林面积。

问题（2）：退耕还林政策对中国工业水平和中国国民经济有何影响？

问题（3）：将附件所给世界很多国家的数据进行处理，依据人均收入等级选取有代表性国家，研究所选国家的经济水平、工业水平和森林植被面积。

问题（4）：依据我们队的研究结果，给联合国提出可行计划和建议。

二、模型假设

在问题求解过程中，考虑到实际情况与简化计算的需要，提出以下相关的假设：

- ① 问题二、三中一级指标都是相互独立的。
- ② 问题一、二、三中对缺失值的拟合插值处理对最终结果无显著影响。
- ③ 主观权重与客观权重结合得到的综合权重为最优权重。

三、符号说明

符号	符号说明
α	发展灰度数
a	GDP
b	工业增加值
c	耗电量
d	能源使用量
e	二氧化碳排放量
f	农业用地
g	森林面积
μ	内生控制灰度
V	评语等级论域
k	综合评价
w	权重
r_i	关联度
R	关系矩阵
U_{ij}	主成分
X_{ij}	数据标准化

四、问题一

4.1 问题分析

问题一要求预测出中国 2025-2035 年的森林面积情况，为了方便问题的研究本文对附件中的数据进行整理，选出了中国十年的森林面积数据。将 2016-2020 年的森林面积作为研究对象，分别通过基于拟合算法的时间序列模型、灰色预测模型、灰色 *Verhulst* 预测模型对其进行预测，对预测出的数据和附件中的数据进行对比，求出误差最小的基于拟合算法的时间序列模型，并用此模型对中国 2025-2035 年的森林面积进行预测。

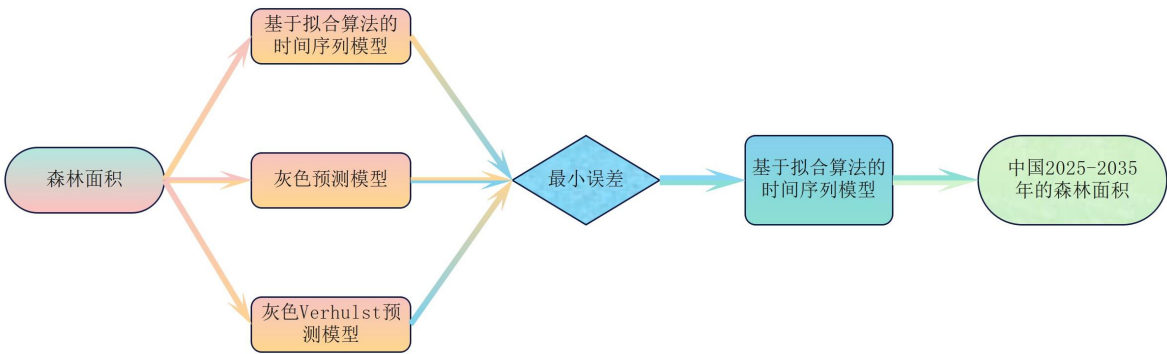


图 1 问题一流程图

4.2 基于拟合算法的时间序列模型

4.2.1 拟合算法

利用拟合算法预测出未来森林面积大小走势。

Algorithm 1: 拟合

Step1: 设 y 与 x 成线性关系, $y = a_0 + a_1x$ 。

Step2: 由最小二乘法原理, 参数应使 $s(a_0, a_1) = \sum_{i=1}^m (y_i - a_0 - a_1x_i)^2$ 取极小值。

Step3: 利用相关系数 R 来衡量实验点得线性特性 $R = \frac{\sum_{i=1}^m x_i y_i - m \overline{x} \overline{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^m x_i^2 - m \overline{x}^2)(\sum_{i=1}^m y_i^2 - m \overline{y}^2)}}$ 且

R 越大拟合的解越优。

表 1 拟合算法描述

4.2.2 时间序列模型

森林面积的大小是需要对森林面积未来的大小走势进行预测的，而时间序列可以很好的预测中国 2025-2035 十年的森林面积走势情况，因此采用时间序列方法建立预测模型。

表 2 时间序列模型算法描述

Algorithm 2: 时间序列法

Step1: 检验原始时间序列数据 a_t 是否是平稳

Step2: 对序列 a_t 作一阶差分运算 $b_t = a_{t+1} - a_t$, 得到序列 $b_t \frac{1}{2}$

Step3: 建立自回归模型 $y_t = c_1 y_{t-1} + c_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$, 对 b_t 进行预测

4.3 灰色预测模型

对 $X_{(1)}$ 建立变量的一阶微分方程 $GM(1,1)$ 模型为:

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + \alpha X^{(1)} = \mu$$

式中, α 为发展灰度数, μ 为内生控制灰度。

构造均值序列, 令 $Z^{(1)}$ 为 $x^{(1)}$ 的均值序列:

$$Z^{(1)} = \{Z_{(i)}^{(1)}\}, i = 1, 2, \dots, 8$$

其中:

$$Z_{(i)}^{(1)} = 0.5(X_{(i)}^{(1)} + X_{(i+1)}^{(1)})$$

设 \hat{a} 为待估参数向量, 且 $\hat{a} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \mu \end{pmatrix}$ 利用最小二乘法求解, 可得:

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T y_n$$

式中:

$$y_n = \begin{pmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}[X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)], 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)], 1 \\ \vdots \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)], 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Z^{(1)}(2), 1 \\ -Z^{(1)}(3), 1 \\ \vdots \\ -Z^{(1)}(n), 1 \end{pmatrix}, n = 9$$

求解微分方程, 预测模型:

$$\hat{X}^{(1)}(K+1) = \left[X^{(0)}(1) - \frac{\mu}{\alpha} \right] e^{-\alpha k} + \frac{\mu}{\alpha}, k = 0, 1, 2, \dots, n$$

(1) 参数的检验

因为: 模型中参数 a 的取值范围:

$$a \in \left(\frac{-2}{n+1}, \frac{2}{n+1} \right)$$

a 在此范围内, 故此灰色预测模型适用。

(2) 灰色预测模型的精度检验

灰色预测精度检验有残差检验、关联度检验和后验差检验。

① 残差检验

按预测模型计算预测值 $\{X(i)\}^{\wedge 1}$ 经过一次累减生成 $\{X(i)\}^{\wedge \infty}$ 。

其中:

$$X(i)^{\wedge \infty} = X(i)^{\wedge 1} - X(i-1)^{\wedge 1}, \quad i = 2, 3, \dots, X(1)^{\wedge \infty} = X(1)^{\wedge 1}$$

数据的变换还原:

$$\left\{X(i)^{\wedge (0)}\right\} = \left[X(i)^{\wedge \infty} - 4 \max \left\{X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, X_3^{(0)}, \dots, X_9^{(0)}\right\}\right], i = 1, 2, \dots$$

绝对误差:

$$\Delta(i) = \left|X(i)^{(0)} - X_i^{\wedge (0)}\right| (i = 1, 2, \dots, n)$$

相对误差:

$$\phi(i) = \frac{\Delta(i)}{X(i)^{(0)}} \times 100\% (i = 1, 2, \dots, n)$$

通过 *MATLAB* 软件计算得:

令 P_0 为精度, 且:

$$P_0 = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^9 \phi(i)}{n-1}\right] \times 100\%$$

② 关联度检验

关联系数:

$$\eta(i) = \frac{\min \Delta(i) + \rho \max \Delta(i)}{\Delta(i) + \rho \max \Delta(i)}$$

则关联度为:

$$r = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 \eta(i) > 0.6$$

所以关联度检验合格。

③ 后验差检验

原始序列的标准差:

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (X_i^{(0)} - \bar{X}^{(0)})^2}{8}}$$

绝对误差序列的标准差:

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (\Delta(i) - \bar{\Delta})^2}{8}}$$

方差比为:

$$C = \frac{S_2}{S_1}$$

计算小误差概率:

$$e_i = |\Delta(i) - \bar{X}|$$

比较 e_i 与 S_0 , e_i 中有 7 值大于 S_0 , 所以小概率检验不合格。

(3)模型的修正

按预测模型计算得预测值 $\hat{X}(i)$, 对变换后的累加序列 $\{\hat{X}(i)\}$ 。

重新定义残差:

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = \left[X^{(0)}(1) - \frac{\mu}{\alpha} \right] e^{-ak} + \frac{\mu}{\alpha} + \sigma(k-1)(-\alpha_e) \left[e^{(1)}(1) - \frac{\mu_e}{\alpha_e} \right] e^{-ak}, \sigma(k-1) = \begin{cases} 1, k \geq 2 \\ 0, k < 2 \end{cases}$$

运用 MATLAB 软件求解修正模型。

4.4 灰色 Verhulst 预测模型

设 $x^{(0)}$ 为原始数据序列, 有:

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)),$$

$x^{(1)}$ 为 $x^{(0)}$ 的 1 次累加生成序列, 有:

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)),$$

$z^{(1)}$ 为 $x^{(1)}$ 的均值生成序列, 有:

$$z^{(1)} = (z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(n)).$$

则灰色 Verhulst 模型:

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b[z^{(1)}(k)]^2,$$

其中 a 和 b 为参数。

则有灰色 Verhulst 模型的白化方程:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b[x^{(1)}(t)]^2,$$

其中 t 为时间。

若参数序列:

$$u = [a, b]^T$$

且:

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & (z^{(1)}(2))^2 \\ -z^{(1)}(3) & (z^{(1)}(3))^2 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & (z^{(1)}(n))^2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix},$$

则参数序列 u 的最小二乘估计满足:

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix}^T = (B^T B)^{-1} B^T Y.$$

灰色 Verhulst 模型的白化方程的解为:

$$x^{(1)}(t) = \frac{\hat{a} x^{(0)}(1)}{\hat{b} x^{(0)}(1) + \left[\hat{a} - \hat{b} x^{(0)}(1) \right] e^{\hat{a}t}},$$

灰色 Verhulst 模型的时间响应序列为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \frac{\hat{a}x^{(0)}(1)}{\hat{b}x^{(0)}(1) + \left[\hat{a} - \hat{b}x^{(0)}(1) \right] e^{\hat{a}k}},$$

累减还原式为：

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k).$$

4.5 问题一求解

本文将附件所给的数据进行处理，提取出十年的森林面积数据，将 2010-2015 年的森林面积数据作为原始数据，分别通过基于拟合算法的时间序列模型、灰色预测模型、灰色 *Verhulst* 预测模型对 2016-2020 年的森林面积进行预测，并将所预测出的数据和原始数据进行对比，将三个模型得出的结果及误差如图所示：

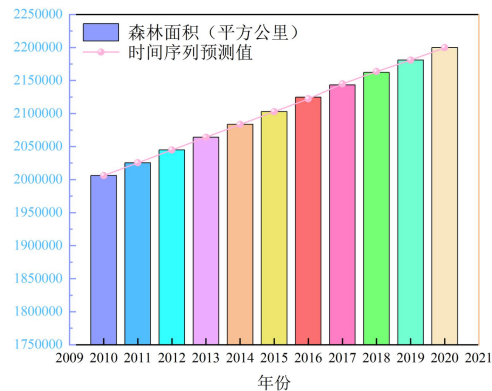


图 2 2016-2020 年时间序列预测值

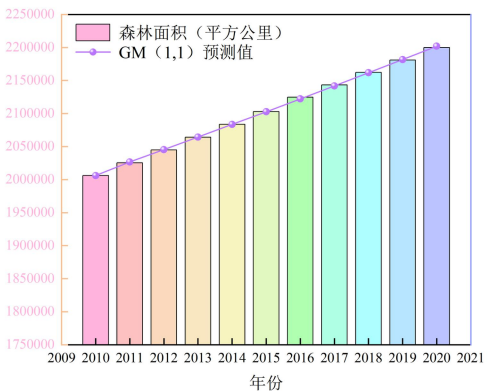


图 3 2016-2020 年灰色预测模型预测值

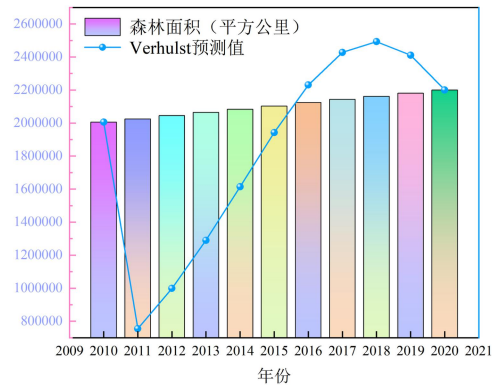


图 4 2016-2020 年灰色 *Verhulst* 预测值

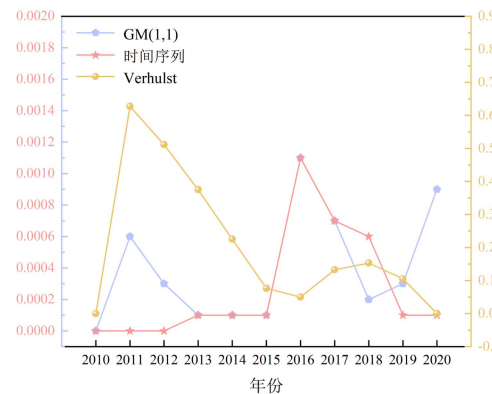


图 5 三个预测模型预测误差对比图

通过图 2-6 可知：基于拟合算法的时间序列模型、灰色预测模型、灰色 *Verhulst* 预测模型三个预测模型中基于拟合算法的时间序列模型所预测出的数据与附件所给数据的误差最小，因此选取基于拟合算法的时间序列模型作为本文的最佳预测模型。同时，从灰色 *Verhulst* 预测模型可看出中国森林面积还没到饱和状态，中国的森林面积还会继续增长。

将 2010-2020 年中国森林面积的数据带入基于拟合算法的时间序列模型，通过 *MATLAB* 的计算预测出 2025-2035 年中国森林面积，如表 3-4 所示：

表 3 2025-2030 年中国森林面积预测值

年份	2025 年	2026 年	2027 年	2028 年	2029 年	2030 年
森林面积	2298181.040	2317652.866	2337124.692	2356596.518	2376068.344	2395540.170

表 4 2026-2035 年中国森林面积预测值

年份	2031 年	2032 年	2033 年	2034 年	2035 年
森林面积	245011.997	2434483.823	2453955.649	2473427.475	2492899.301

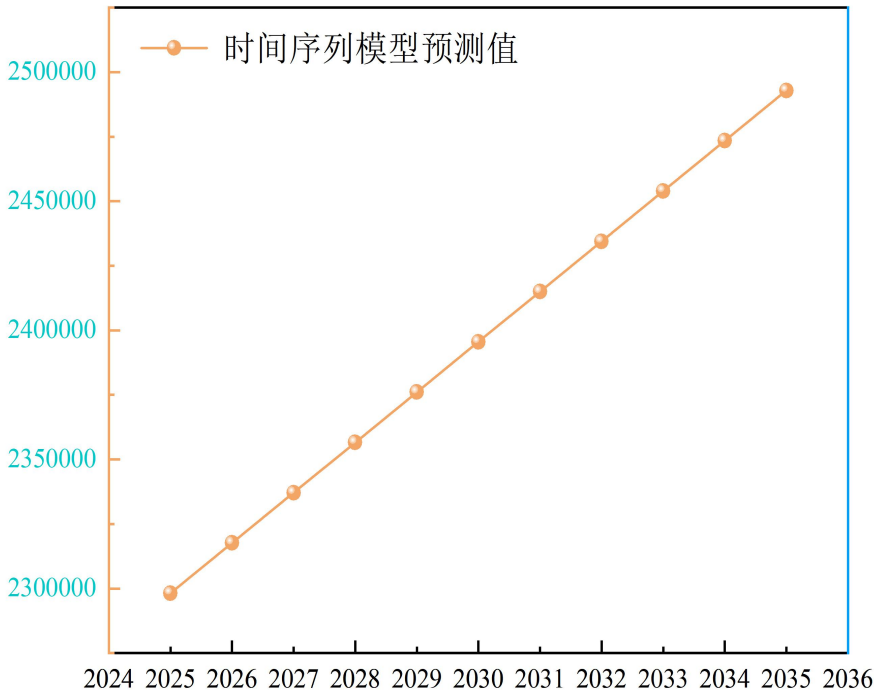


图 6 2025-2035 年中国森林面积大小

表 3 和表 4 是基于拟合算法的时间序列模型得出的中国在 2025-2035 年的森林面积，从图 6 可发现中国森林面积大小在 2025-2035 年内呈上升的趋势，且在 2035 年达到 2492899.301 平方公里。

五、问题二

5.1 问题分析

问题二要求分析退耕还林政策对国家工业水平和国民经济的影响，本题以这三个方面为一级指标研究其相关性，将收集好的数据进行整理选取了 11 个相关指标，通过灰色关联度分析、熵值取权法进行综合集成赋权法求最优权重，结合主成分分析得到 11 个指标与三个主成分对应的特征向量，通过特征向量得到对应的主成分回归方程，建立向量自回归模型，定量分析退耕还林政策对国家工业水平和国民经济的影响。

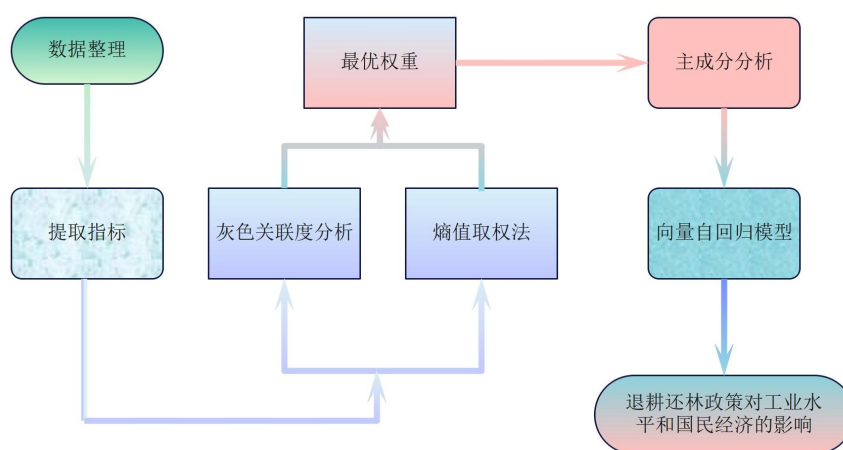


图 7 问题二流程图

5.2 灰色关联度分析

灰色关联方法是格雷系统理论的重要组成部分,基本思路是根据与参照系列曲线比较的系列曲线的相似性判断相关度,相关度越高,评价基准越接近评价基准方式,评价结果越好。灰色关联方法按发展趋势进行分析,对样本量没有过多的要求,也不需要典型的分布规律,且计算量较小,结果与定性结果相对吻合,是系统分析中比较简单、可靠的一种分析方法。灰色关联分析计算步骤:

(1)原始数据的初始化。

在灰色关联法的运用中,一般需 要进行数据的无量纲化处理,转化为统一衡量尺度下的标准化数量级无量纲数据。

(2)计算比较数列和参考数列的绝对差值。

被评价的指标是正向性指标时,值越大越好,此时最优指标值为各指标的最大值;被评价的指标是逆向性指标时,值越小越好,此时最优指标值为各指标的最小值。

(3)指标体系的灰色系数。

关联系数是参考数列和比较序列在各个时点之间的几何距离,值越大,表示两个指标数列在对应的指标.上的相互关联程度越大。

关联系数计算:

$$\xi_{0i} = \frac{\min \Delta_{0j}(j) + \rho \max \Delta_{0j}(j)}{\Delta_{0j}(j) + \rho \max \Delta_{0j}(j)}, 0 < \rho < 1$$

通常情况下, ρ 取 0.5。

(4)指标体系的灰色系数。

关联系数是参考数列和比较序列在各个时点之间的几何距离,值越大,表示两个指标数列在对应的指标上的相互关联程度越大。

求关联度 r_i

$$r_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n \xi_i(j)$$

(5)关联度排序

因素间的关联程度,主要是用关联度的大小次序描述,而不仅是关联度的大小。将 m 个子序列对同一母序列的关联度按大小顺序排列起来,便组成了关联序,记为 $\{x\}$,

它反映了对于母序列来说各子序列的“优劣”关系。若 $r_{0i} > r_{0j}$ ，则称 $\{x_i\}$ 对于同一母序列 $\{x_0\}$ 优于 x_j ，记为 $\{x_i\} > \{x_j\}$ ； r_{0i} 表示第 i 个子序列对母数列特征值。

5.3 熵值取权法

由于灰色关联度分析法得出结果存在一定的主观因素，因此我们决定使用熵值取权法进行校正。在信息论中信息熵是信息不确定性的一种度量，熵值法就是通过计算各指标观测值的信息熵，根据各指标的相对变化程度对系统整体的影响来确定指标权重系数的一种赋权方法，其计算步骤如下。

表 5 熵值取权法算法描述

Algorithm 3：熵值取权法

Step1:构造 11 个指标的决策矩阵 $X = (x_{ij})$

Step2:归一化处理 $r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^n x_{ij}}$

Step3:计算信息熵 $E_j = -\frac{1}{\ln n} \sum_{i=1}^n r_{ij} \ln r_{ij}, (j = 1, 2, \dots, 11)$

Step4:计算确定各权重 $w_j = \frac{1 - E_j}{\sum_{k=1}^{11} (1 - E_k)}, (j = 1, 2, \dots, 11)$

5.4 综合集成赋权法

主观赋权法与客观赋权法两者都只能主观或者客观的反应所得出的权重，不能得出最优权重组合，综合集成赋权法能很好的将主观意识和客观意识结合，对主观权重和客观权重进行集成赋权得出最优权重组合。

表 6 综合集成赋权法描述

Algorithm 4：综合集成赋权法

Step1:确定主观权重 $w_j^{(1)}$ 和客观权重 $w_j^{(2)}$

Step2:对 $w_j^{(1)}$ 和 $w_j^{(2)}$ 进行加权得指标新的权重系数 $w_j = k_1 w_j^{(1)} + k_2 w_j^{(2)} (j = 1, 2, \dots, m)$

Step3:再次确定主观权重 $w_j^{(1)}$ 和客观权重 $w_j^{(2)}$

Step4:对 $w_j^{(1)}$ 和 $w_j^{(2)}$ 重新赋权 $w_j = \frac{w_j^{(1)} w_j^{(2)}}{\sum_{k=1}^m w_k^{(1)} w_k^{(2)}} (j = 1, 2, \dots, m)$

Step5:从上步骤得新权重系数 w_j 中同时具有主客观信息的集成特征

5.5 建立主成分分析模型

原始指标数据的标准化采集 p 维随机向量 $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)^T$ n 个样品 $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip})^T, i = 1, 2, \dots, n, n > p$ 构造样本阵，对样本阵元进行如下标准化变换：

$$Z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p$$

其中 $\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n}$, $x_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n-1}$, 得标准化阵 Z 。

对标准化阵 Z 求相关系数矩阵:

$$R = [r_{ij}]_p \quad x_p = \frac{Z^T Z}{n-1}$$

其中, $r_{ij} = \frac{\sum z_{kj} \cdot z_{ki}}{n-1}, i, j = 1, 2, \dots, p$ 。

解样本相关矩阵 R 的特征方程 $|R - \lambda I_p| = 0$ 得 p 个特征根, 确定主成分按

$\frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \geq 0.85$ 确定 m 值, 使信息的利用率高达 85% 以上, 对每个 $\lambda_j, j = 1, 2, \dots, m$, 解方

程组 $Rb = \lambda b$ 得单位特征向量 b_j^o 。

将标准化后的指标变量转换为主成分:

$$U_{ij} = z_i^T b_j^o, j = 1, 2, \dots, m$$

U_1 称为第一主成分, U_2 称为第二主成分, ..., U_p 称为第 p 主成分。

5.6 建立向量自回归模型 (VAR 模型)

5.6.1 VAR 模型

向量自回归模型是指多个时间序列变量之间的关系, 该模型是一种基于数据的非结构化模型。

该数学模型如下:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_p Y_{t-p} + B X_t + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, T$$

Y 表示 K 维内生变量列向量, $Y_{t-i}, i = 1, 2, \dots, p$ 为滞后的内生变量, X_t 表示 d 维外生变量列向量, 它可以是常数变量、线性趋势项或者其他非随机变量, P 是滞后阶数, T 为样本数, Φ_i 即 $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$ 为 $k \times k$ 维的待估矩阵。

5.6.2 模型的顺序

$AIC, SC, HQ, LogL, FPE$ 用于分析数据并确定滞后顺序 P 。

5.6.3 估计模型系数

对于向量自回归模型系统中的每一个方程都可以采用最小二乘估计方法进行估计, 同时估计量具有一致性和无偏性。

5.6.4 模型试验

(1) 在 $VAR(P)$ 模型中, 如果特征方程:

$$|I_N \lambda_p - \Phi_1 \lambda_p - \Phi_2 \lambda_p - \dots - \Phi_p| = 0$$

的所有特征根都落在单位圆内, 即 $|\lambda_i| < 1, (i = 1, 2, \dots, p)$, 那么就说 $VAR(P)$ 模型是协方差稳定的。则 $VAR(P)$ 过程单位根检验的假设条件可以确定为:

$$H_0: \alpha = 0 \leftrightarrow H_1: \alpha < 0$$

构造 ADF 检验统计量:

$$\tau = \frac{\hat{\alpha}}{S(\hat{\alpha})}$$

$S(\hat{\alpha})$ 为参数 α 的样本标准差。

(2) 格兰杰因果检验

格兰杰因果检验用于检验时间序列之间是否存在相关关系，它是能否建立脉冲函数的前提。

检验原假设： $H_0 : y_{2t}$ 不是 y_{1t} 的格兰杰原因。

通过 F 统计量来检验联合假设：

$$\Phi_{12}(1)=\Phi_{12}(2)=\cdots=\Phi_{12}(p)=0$$

若检验结果拒绝原假设，即拒绝 y_{2t} 不是 y_{1t} 的格兰杰原因。

5.6.5 脉冲响应分析

在 VAR 模型中，脉冲响应分析的作用是可以分析某个变量对另一个变量的影响时间和幅度。研究当扰动项发生变化时，对整个模型系统产生的影响，用来描述一个变量的变动怎样影响模型其他所有的变量。脉冲响应函数在参数估计量的评价标准中，一般包含无偏性、有效性、相合性和一致性，而 VAR 模型参数的普通最小二乘法估计量只具有一致性，因此要解释复杂的经济问题，单个参数估计值是很难完成的。一个有效的对 VAR 模型进行分析的方法就是脉冲响应函数。

5.7 问题二求解

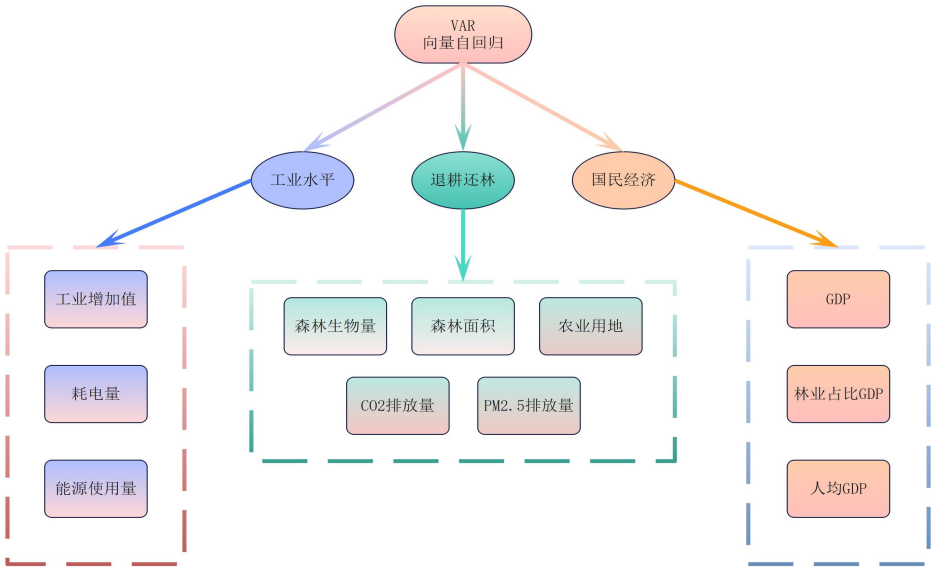


图 8 问题二指标体系

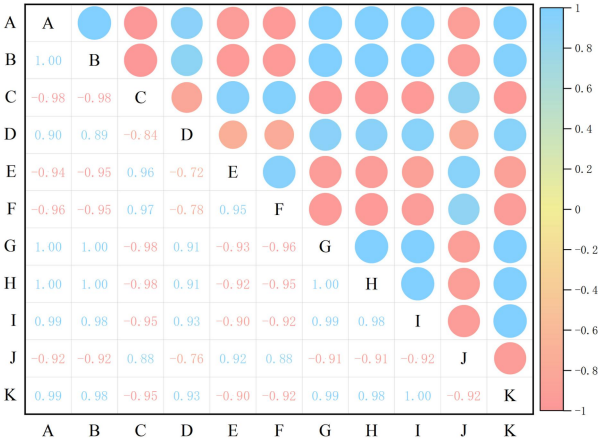


图 9 相关系数图

本文将根据灰色关联度分析得出主观权重与熵值取权法得出的客观权重，通过综合集成赋权法可以得到评价指标权重的最优组合见下表。

表 7 所选 11 个指标的最优权重计算

指标	主观赋权法	客观赋权法	最优权重
森林面积	0.7165	0.0054	0.289824416
森林生物量	0.7205	0.0064	0.292064053
农业用地	0.6956	0.0000	0.278240412
CO ₂ 排放量	0.6903	0.0114	0.282975329
PM2.5 排放量	0.6946	0.0925	0.333319193
工业增加值	0.6905	0.0345	0.296900484
耗电量	0.7149	0.1863	0.397738362
能源使用量	0.7149	0.0468	0.314014238
GDP	0.7102	0.2904	0.458337386
林业占比 GDP	0.7045	0.0778	0.32849976
人均 GDP	0.7098	0.2485	0.433006367

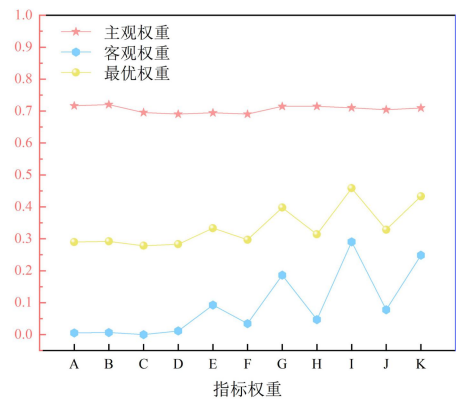


图 10 所选 11 个指标的权重图

将 11 个指标数据的原始数据及最优权重代入主成分分析模型，得出了退耕还林、国家工业水平、国民经济三个主成分对应的特征向量，其数据如下表所示，其中 $x_1 \dots x_{11}$ 表示所选的 11 个指标。

表 8 三个主成分对应的特征向量

指标	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
退耕还林	0.3101	0.0307	0.092	0.0458	0.095	0.0517
国家工业水平	0.3097	-0.0112	0.0461	0.2437	0.2823	-0.1569
国民经济	-0.3046	0.1528	-0.3687	-0.2121	0.1242	-0.385

表 9 三个主成分对应的特征向量

指标	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
退耕还林	0.0421	0.5082	-0.1504	0.2998	0.7128
国家工业水平	0.1682	0.4302	0.1609	-0.6584	-0.2557
国民经济	0.7231	0.0514	0.00808	0.0768	0.0886

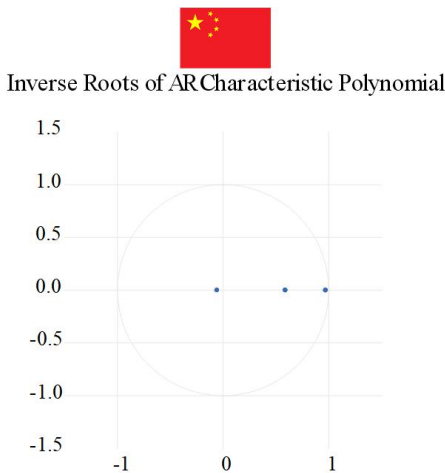


图 11 VAR 的单方根检验

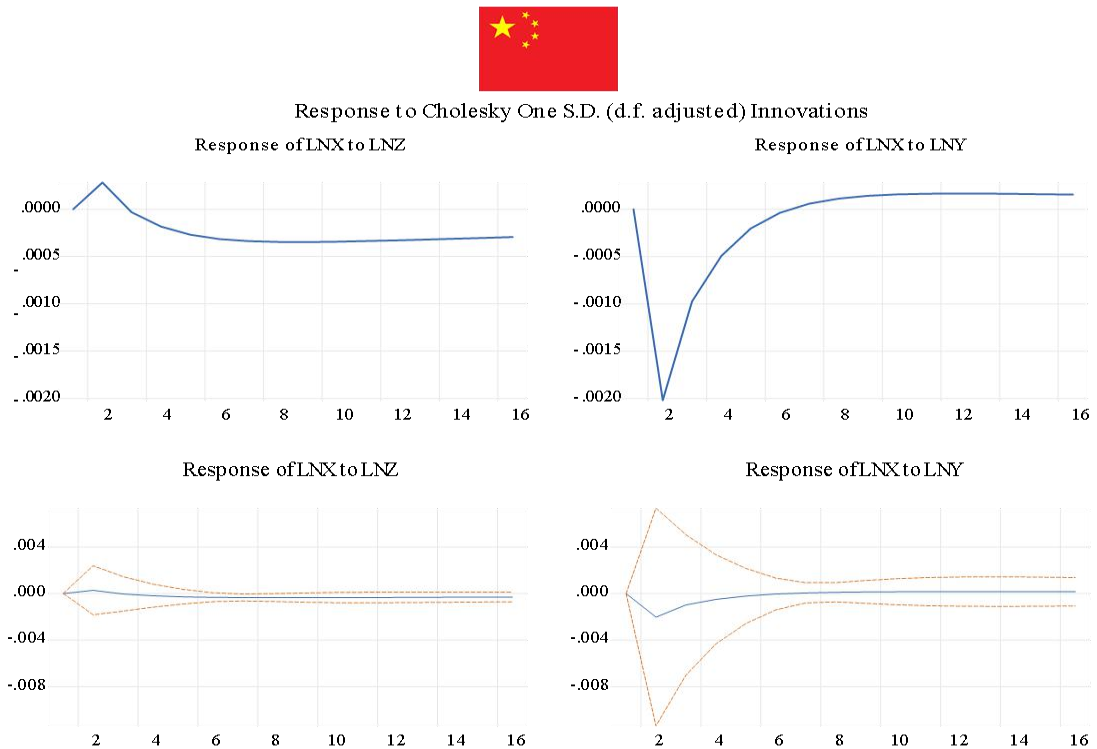


图 12 影响图及脉冲函数图

如图 12 所示可以看出退耕还林政策 (X) 对国民经济 (Z) 的脉冲响应函数呈现正向的冲击效应, 同时两边的发散效应非常小, 即十分收敛。到第二期后正向冲击效应开始走弱, 在第四期时变为负向的冲击效应, 同时开始保持平稳的发展趋势。

退耕还林政策 (X) 对国家工业水平 (Y) 的脉冲响应函数呈现负向的冲击效应, 两边的发散效应相较于 X 对 Z 略微发散, 但依旧呈现比较明显的收敛效应。到第二期后负向的冲击效应开始减弱, 并在第五期后呈现正向的冲击效应, 随后开始保持平稳的正向发展趋势。

六、问题三

6.1 问题分析

问题三要求我们对世界各国生态经济效益水平进行定量分析, 为了方便问题的研

究，本文对附件所给数据进行整理，根据各国收入等级的评定本文选取了澳大利亚、俄罗斯、蒙古、阿富汗四个有代表性的国家，同时选出一级指标与二级指标，建立模糊综合评价模型，结合层次分析法、CRITIC法进行综合集成赋权法求最优权重，定量评估分析世界各国经济水平、工业水平和森林植被面积即生态经济效益水平。

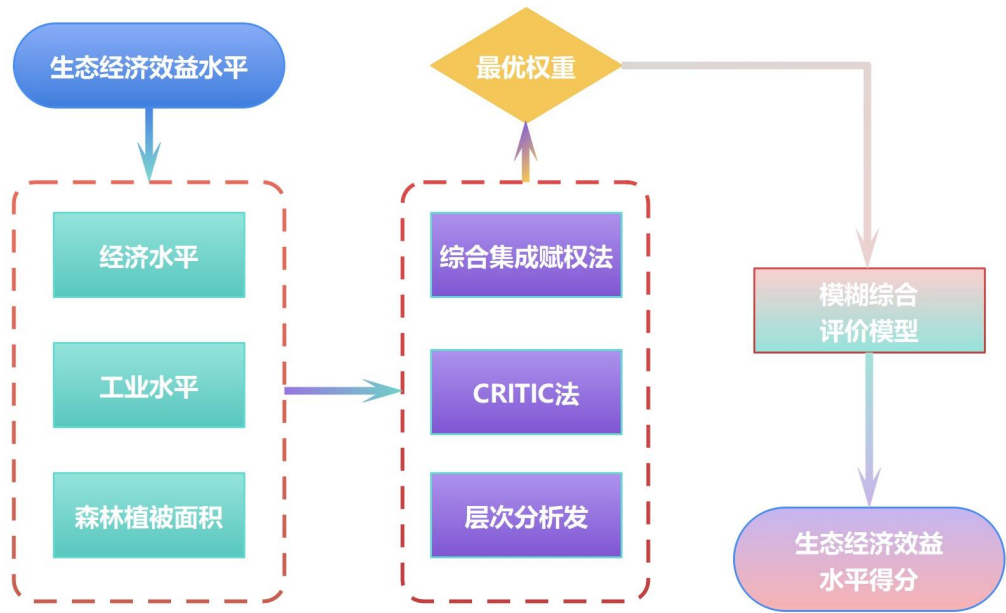


图 13 问题三流程图

6.2 世界各国代表性的国家选取

通过对附件中的数据进行整理，发现世界各国的国家分为人均收入高的、人均收入中高的、人均收入低的、人均收入中低的四种人均收入水平，将各种类进行归类，我们分别选取了人均收入高的澳大利亚、人均收入中高的俄罗斯、人均收入中低的蒙古、人均收入低的阿富汗四个代表性国家。

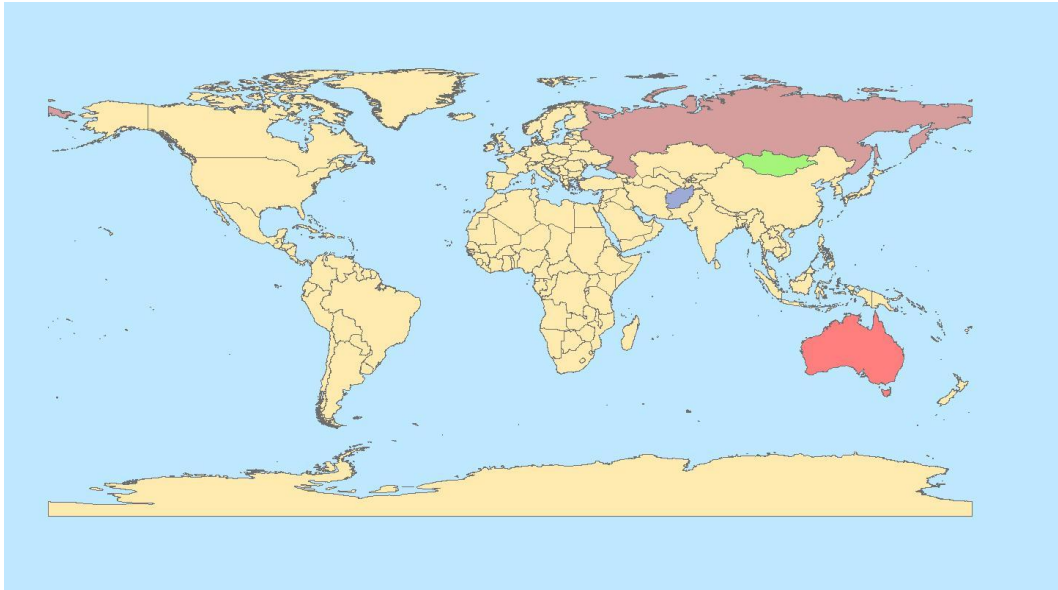


图 14 四个代表性国家位置可视化

6.3 生态经济效益水平综合评价指标的建立

本文将通过经济水平、工业水平、森林植被面积三方面来进行综合分析评价。将上述三方面作为一级指标，将收集到的平均温度、森林覆盖率、二氧化碳吸收量等 9 个数据作为二级指标，具体的评价指标如下所示。

表 10 评价指标

综合评价指标	一级指标	二级指标
生态经济效益水平得分	经济水平	GDP
		工业增长值
	工业水平	耗电量
		能源使用量
		二氧化碳排放量
	森林植被面积	森林面积
		农业面积

6.4 层次分析法(AHP)

层次分析法^[1]一种定性和定量相结合的、系统化的、层次化的分析方法，将决策的有关元素分解成目标层、准则层和方案层，并通过决策者的经验判断对决策方案的优劣进行排序，在此基础上进行定性和定量分析，在定量评估特征因子的重要性，我们考虑到不同特征因子涉及直接影响因素，例如，系统性风险、总股本等，其计算步骤如下。

表 11 层次分析法算法描述

Algorithm 5: 层次分析法
Step1: 建立层次结构模型
Step2: 构造判断（成对比较）矩阵 $A=(a_{ij})$
Step3: 层次单排序，求最大特征值及特征向量
Step4: 一致性检验 $CI=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1}$ 和 $CR=\frac{CI}{RI}$
Step5: 层次总排序及一致性检验，求组合权重向量以及一致性检验

6.5 CRITIC 法

CRITIC 法^[9]是由 Diakoulaki 提出的另一种客观权重赋权方法。它的基本思路是确定指标的客观权数以两个基本概念为基础。一是对比强度，它表示了同一指标各个评价方案之间取值差距的大小，以标准差的形式来表现。二是评价指标之间的冲突性，指标之间的冲突性是以指标之间的相关性为基础，其计算步骤如下。

表 12 CRITIC 法算法描述

Algorithm 6: CRITIC 法
Step1: 数据标准化 $X_{ij}=\frac{f_j(i)-f_{\min}}{f_{\max}-f_{\min}}$
Step2: 计算指标 X_i 和指标 X_j 间的线性相关系数 r_{ij}
Step3: 计算第 j 个评价指标所包含的信息量 $C_j=\sigma_j\sum_{i=1}^9(1-r_{ij}),j=1,2,...,7$
Step4: 计算各指标归一化后的权重 $W_j=\frac{C_j}{\sum_{k=1}^9C_k}$

6.6 综合集成赋权法

主观赋权法与客观赋权法两者都只能主观或者客观的反应所得出的权重，不能得出最优权重组合，综合集成赋权法能很好的将主观意识和客观意识结合，对主观权重和客观权重进行集成赋权得出最优权重组合。

表 13 综合集成赋权法描述

Algorithm 4: 综合集成赋权法

- Step1:确定主观权重 $w_j^{(1)}$ 和客观权重 $w_j^{(2)}$
- Step2:对 $w_j^{(1)}$ 和 $w_j^{(2)}$ 进行加权得指标新的权重系数 $w_j = k_1 w_j^{(1)} + k_2 w_j^{(2)} (j = 1, 2, \dots, m)$
- Step3:再次确定主观权重 $w_j^{(1)}$ 和客观权重 $w_j^{(2)}$
- Step4:对 $w_j^{(1)}$ 和 $w_j^{(2)}$ 重新赋权 $w_j = \frac{w_j^{(1)} w_j^{(2)}}{\sum_{k=1}^m w_k^{(1)} w_k^{(2)}} (j = 1, 2, \dots, m)$
- Step5:从上步骤得新权重系数 w_j 中同时具有主客观信息的集成特征

6.7 建立模糊综合评价模型

模糊综合评价是以模糊数学为基础，应用模糊关系合成的原理，将一些边界不清、不易定量的因素定量化，从多个因素对被评价事物隶属等级（或称为评语集）状况进行综合性评价的一总方法，其计算步骤如下。

表 14 模糊综合评价法算法描述

Algorithm 7: 模糊综合评价法

- Step1:确定评判对象的因素论域 $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$
- Step2:确定评语等级论域 $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$
- Step3:进行单因素评判，建立模糊关系矩阵 R
- Step4:确定评判因素权向量，为综熵值取权法确定的权重 w
- Step5:综合评判 $k = w \times R_{ij}$

通过主观赋权法与客观赋权法求得权重后，通过综合集成赋权法得出最优权重，将最优权重代入模糊综合评价模型，计算最终生态经济效益水平的得分。

6.8 问题三求解

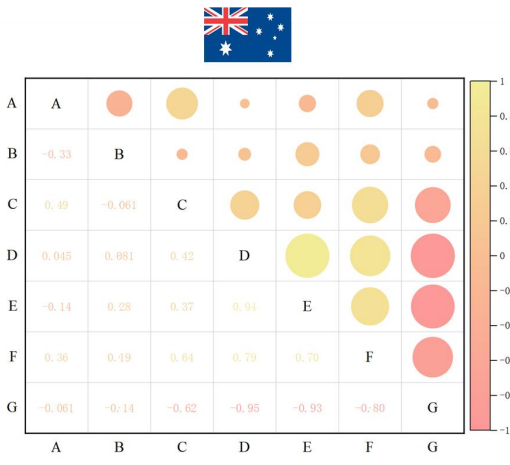


图 15 澳大利亚相关系数图

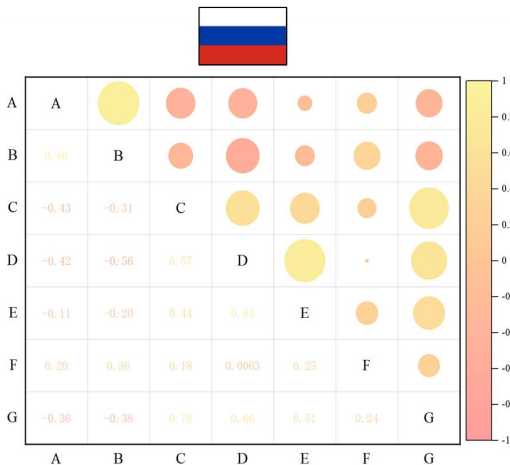


图 16 俄罗斯相关系数图

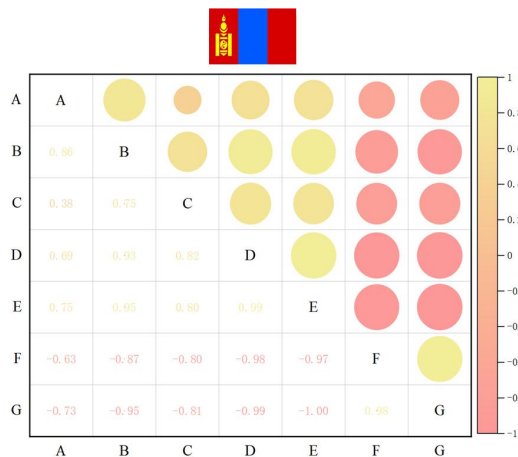


图 17 蒙古相关系数图

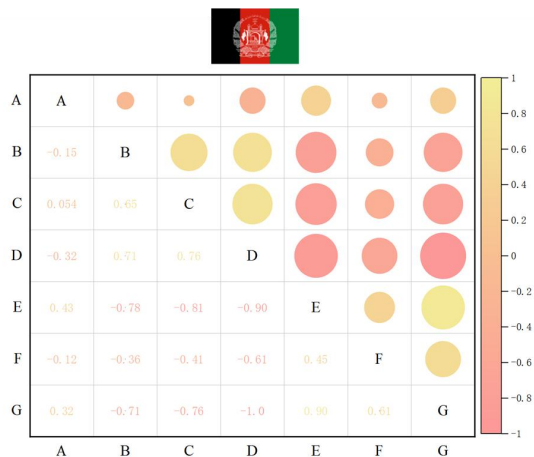


图 18 阿富汗相关系数图

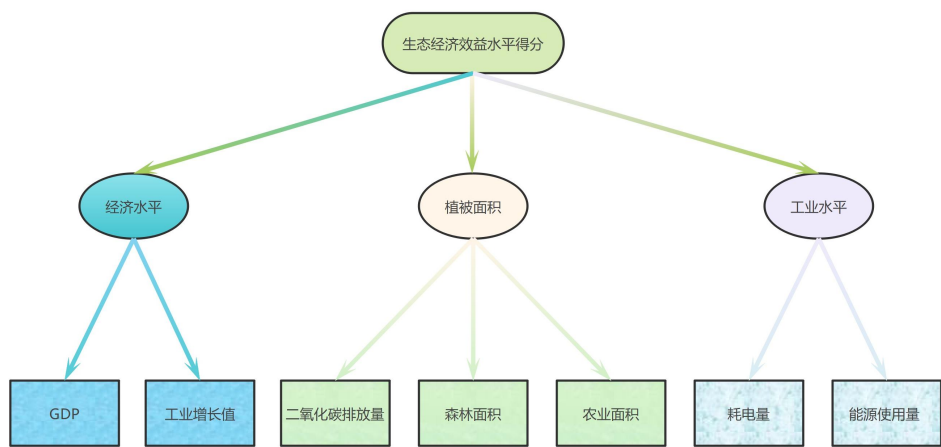


图 19 问题三指标体系

根据本文对附件中数据的处理，进而构造因素间的成对比较矩阵。GDP、工业增加
值、耗电量、能源使用量、二氧化碳排放量、农业用地、森林面积的比较矩阵：

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1/2 & 1 & 2 & 1/2 \\ 1 & 1 & 2 & 1/2 & 1 & 2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 1/5 & 1/2 & 1 & 1/5 \\ 2 & 2 & 5 & 1 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1/2 & 1 & 2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 1/4 & 1/2 & 1 & 1/4 \\ 2 & 2 & 5 & 1 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

本文将澳大利亚、俄罗斯、蒙古、阿富汗四个国家根据层次分析法得出主观权重与
CRITIC 法得出的客观权重，通过综合集成赋权法可以得到评价指标权重的最优组合：

表 15 澳大利亚的二级指标最优权重计算

指标	主观赋权法	客观赋权法	最优权重
<i>a</i>	0.1234	0.129	0.12676
<i>b</i>	0.1234	0.111	0.11596
<i>c</i>	0.0581	0.119	0.09464
<i>d</i>	0.2551	0.121	0.17464
<i>e</i>	0.1234	0.142	0.13456
<i>f</i>	0.0617	0.106	0.08828
<i>g</i>	0.2551	0.272	0.26524

表 16 俄罗斯的二级指标最优权重计算

指标	主观赋权法	客观赋权法	最优权重
<i>a</i>	0.1234	0.184	0.15976
<i>b</i>	0.1234	0.129	0.12676
<i>c</i>	0.0581	0.132	0.10244
<i>d</i>	0.2551	0.107	0.16624
<i>e</i>	0.1234	0.183	0.15916
<i>f</i>	0.0617	0.115	0.09368
<i>g</i>	0.2551	0.150	0.19204

表 17 蒙古的二级指标最优权重计算

指标	主观赋权法	客观赋权法	最优权重
<i>a</i>	0.1234	0.088	0.10216
<i>b</i>	0.1234	0.141	0.13396
<i>c</i>	0.0581	0.113	0.09104
<i>d</i>	0.2551	0.104	0.16444
<i>e</i>	0.1234	0.096	0.10696
<i>f</i>	0.0617	0.237	0.16688
<i>g</i>	0.2551	0.222	0.23524

表 18 阿富汗的二级指标最优权重计算

指标	主观赋权法	客观赋权法	最优权重
<i>a</i>	0.1234	0.108	0.11416
<i>b</i>	0.1234	0.161	0.14596
<i>c</i>	0.0581	0.155	0.11624
<i>d</i>	0.2551	0.167	0.20224
<i>e</i>	0.1234	0.136	0.13096
<i>f</i>	0.0617	0.133	0.10448
<i>g</i>	0.2551	0.140	0.18604

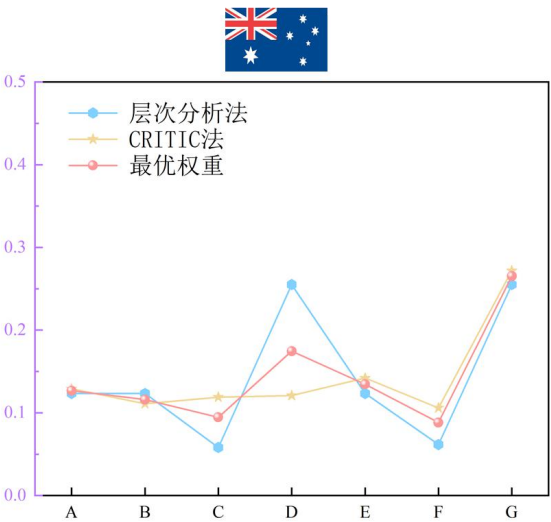


图 20 澳大利亚二级指标权重图

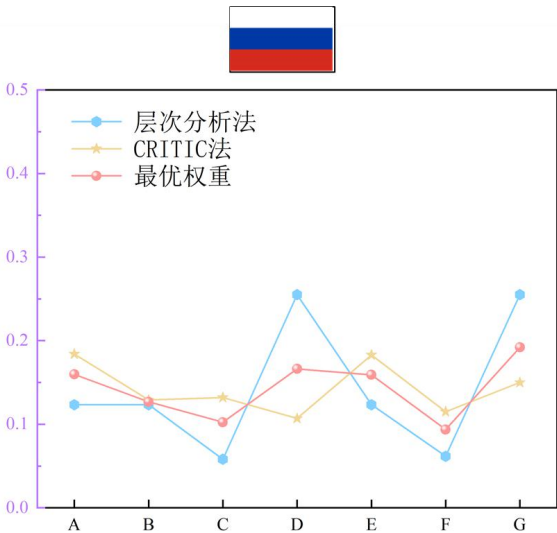


图 21 俄罗斯二级指标权重图

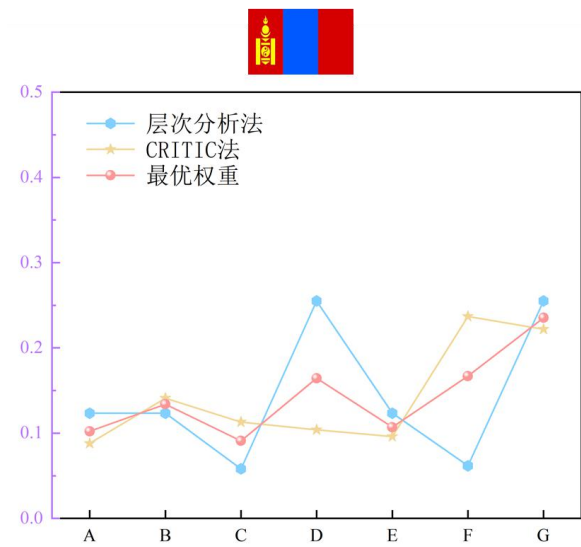


图 22 蒙古二级指标权重图

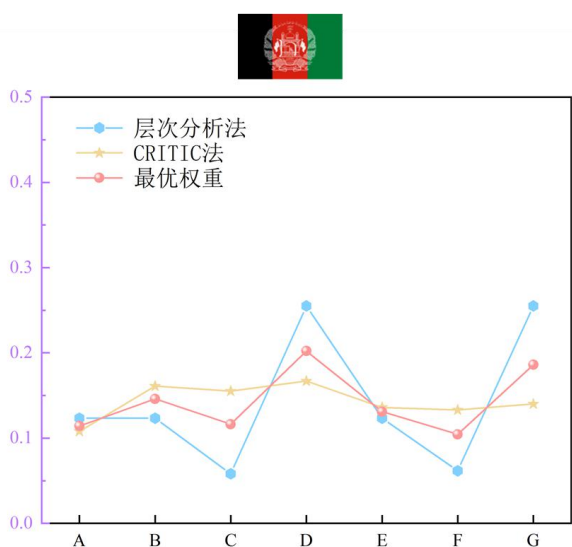


图 23 阿富汗二级指标权重图

将生态经济效益水平 7 个二级指标数据的原始数据及最优权重代入模糊综合评价模型，得出了澳大利亚、俄罗斯、蒙古、阿富汗四个国家的得分，其分数和变化趋势如下表所示。

表 19 澳大利亚的一级指标得分

指标	优秀	良好	一般	差
经济水平	0.1340	0.0601	0.0306	0.0179
工业水平	0.0968	0.0721	0.0735	0.0269
森林植被面积	0.1864	0.1862	0.0711	0.0444
综合评判	0.1367	0.1021	0.0578	0.0290

表 20 俄罗斯的一级指标得分

指标	优秀	良好	一般	差
经济水平	0.1592	0.0700	0.0366	0.0207
工业水平	0.0934	0.0723	0.0762	0.0269
森林植被面积	0.1686	0.1712	0.0653	0.0398
综合评判	0.1390	0.1011	0.0591	0.0286

表 21 蒙古的一级指标得分

指标	优秀	良好	一般	差
经济水平	0.0708	0.0606	0.0862	0.0185
工业水平	0.0675	0.0684	0.0940	0.0255
森林植被面积	0.1467	0.1410	0.1788	0.0426
综合评判	0.0925	0.0875	0.1167	0.0282

表 22 阿富汗的一级指标得分

指标	优秀	良好	一般	差
经济水平	0.0780	0.0666	0.0203	0.0952
工业水平	0.0637	0.0652	0.0971	0.0925
森林植被面积	0.0974	0.0936	0.0802	0.1503
综合评判	0.0788	0.0742	0.0651	0.1108

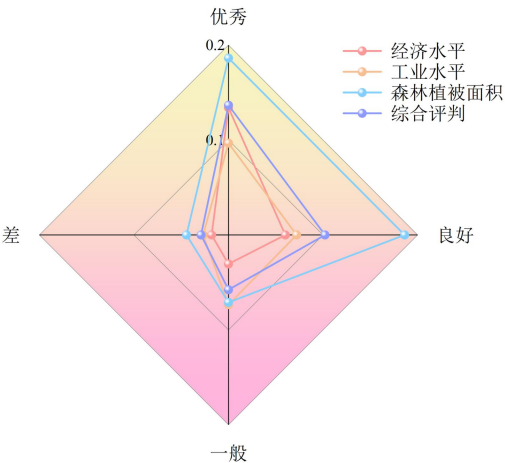


图 24 澳大利亚一级指标得分

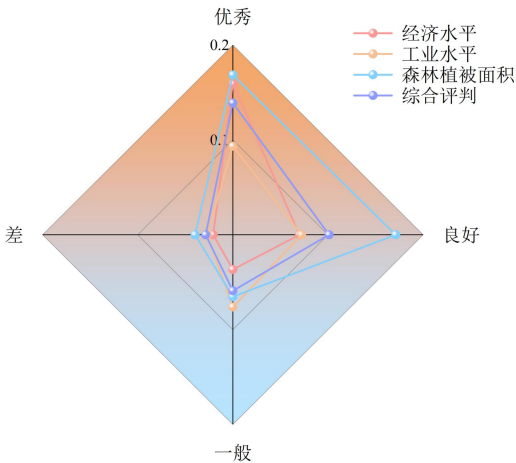


图 25 俄罗斯一级指标得分

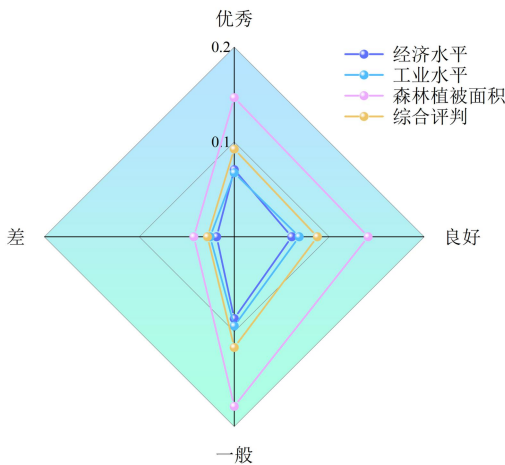


图 26 蒙古一级指标得分

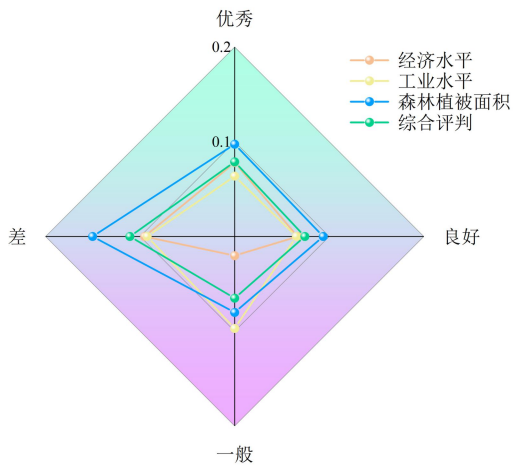


图 27 阿富汗一级指标得分

通过对表 19-表 22 的观察，可以发现：澳大利亚的经济水平、工业水平、森林植被面积都优秀，俄罗斯的经济水平、工业水平优秀、森林植被面积良好，蒙古的经济水平、工业水平、森林植被面积都一般，阿富汗的经济水平一般、森林植被面积一般、工业水平差。

因此，对于世界各国来说：人均收入高的国家及人均收入中高的国家，经济水平、工业水平和森林植被面积综合评判为优秀，人均收入中低的国家经济水平、工业水平和森林植被面积综合评判为一般，人均收入低的国家经济水平、工业水平和森林植被面积综合评判为差。

七、问题四

致联合国的一封信

尊敬的联合国领导:

您好!由联合国发布的《联合国森林文书》,可以看出当今各国对全球森林可持续经营,改善生态,建设绿色经济看得很重要,所以本研究分别对各国的生态效益水平指标进行分析,通过建立层次分析法进行了主观权重的求取,再通过 *CRITIC* 法进行客观权重的求取,结合二者去求出最优权重,最后通过模糊综合评价模型得出了不同等级收入国家的经济效应水平得分,本研究发现了一些问题如下:

根据世界上的国家划分的不同收入等级的情况下。本研究发现高等收入国家和中等收入的国家的各项指标评分基本趋于优秀,中低等国家的各项指标的评分基本是一般,而低等收入的国家各项指标的评分基本是差。由此本研究可以非常的清楚的看出环境保护和绿色经济之间的关系十分密切,一方面环境是经济发展的重要约束条件,另一方面,经济发展对环境的需求和改善也有十分重要的意义,二者相互推进,可以共同促进世界各国经济可持续发展。

针对本研究发现的问题,给予了相应的措施如下:

森林问题是全球环境治理、世界可持续发展大背景下的一个问题。它不仅是生态问题,也是经济问题,更是发展问题;不仅是国家和区域性问题,也是事关人类社会文明进程的全球性问题。因此本文根据所发现的问题,首先在资金问题上,建议建一个专门的国际森林基金,将一群人的钱集中起来,再分别将这些钱投资在需要这笔钱的国家,促使各个国家森林面积占土地的百分比趋于相近;接着在政策上,可以设立条约将发达国家在 1992 年地球大会上的承诺列入,如:承诺将其国民生产总值的 0.7%用于包括森林在内的官方发展援助和在技术上同意以有利条件包括以优惠和减让条件向发展中国家转让无害于环境的技术,由此来均衡不同收入等级国家的环境即经济的发展;最后在地理位置上,联合国可以建议各国因地制宜,选择适合自己本国的,再根据直接的一些地理优势去找其它国家来投资建厂,从而实现一个双赢的局面。

本研究提出的建议综合了各项客观数据和经验总结,有较高的参考价值和实践价值,因此也具备较高的可行性,为了世界更好的发展,世界各国应一起齐心协力,使得环境保护和绿色经济共同发展,为将来的可持续发展做努力。如果贵联合国认为我们的建议有可行之处,还望采纳!

2022 年 3 月 20 日

八、灵敏度分析

在建立主成分分析和向量自回归模型时,需要确定各指标的权重系数。主观权重会随着人的主观意识增强或减少。因此,本文将指定的权重系数在某一范围内发生变化的评估结果进行分析。

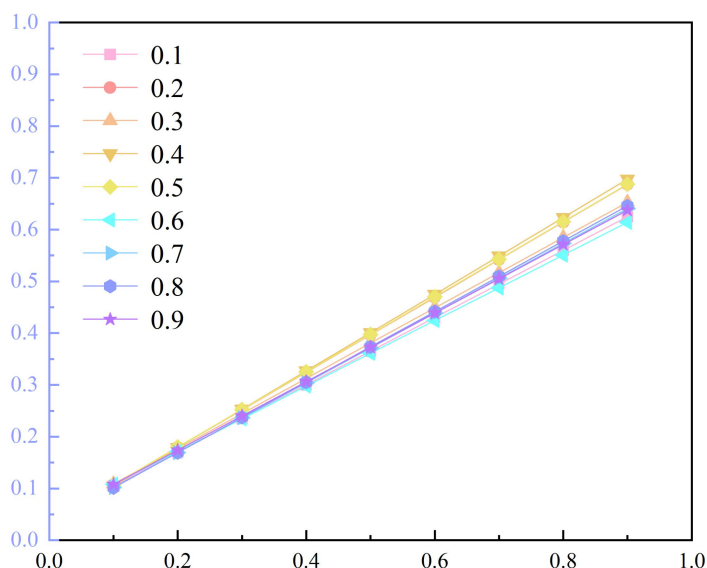


图 28 灵敏度分析图

结果如图 28 所示,值的改变对生态经济效益的指标权重和综合得分不敏感,在某种意义上显示我们的模型具有相当程度的可靠性。

九、模型的评价与推广

9.1 模型的优点

(1) 通过对三种不同的预测模型求相对误差,得到最适合的预测模型,极大程度上减小了问题一预测值的误差。

(2) 问题二、三分别通过灰色关联与熵值法结合、层次分析与 *CRITIC* 法结合,综合考虑原始评价数据的离散度、冲突和变异性,使最优权重(综合权重)更加合理。

(3) 问题二、三分别通过最优权重(综合权重)建立 *VAR* 向量自回归模型、模糊综合评价模型,使得能出的结果具有较大的准确性。

(4) 结合问题一、二、三的所得结果和查找的文献资料,向联合国提出了极具建设性和创新性的意见。

9.2 模型的缺点

(1) 对于问题一、二、三中的数据,对其中空缺的部分进行的插值处理,可能对结果有略微的影响。

(2) 由于题目限制,使问题三使用的二级指标的数量较少,对一级指标的评价可能有一定的偏差。

9.3 模型的推广

本题在数据处理方面上具有较大的工作量,在数据处理过程中对缺失值进行了插值处理,可能导致算出来的结果存在一定的误差。于是我们在问题二、三中都使用了两种不同的求权重法,通过主观权重与客观权重相结合,得到最优权重(综合权重),以此提高了结果的准确性,同时在问题二中使用了 *VAR* 向量自回归模型研究 3 个一级指标之间的关系,该模型研究不同指标之间的影响是具有非常高的精确度的,同时对数据要求非常严格,该模型可以用于研究国家的生态环境、经济方面、社会层面 3 者之间的影响。

十、参考文献

- [1]司守奎, 数学建模算法与程序[M].海军航空工程学院, 2007.
- [2]卓金武, MATLAB 在数学建模中的应用[M].北京航空航天大学出版社, 2014.
- [3]韩中庚, 数学建模方法及其应用[M].北京:高等教育出版社, 2017.
- [4]李昕编著, MATLAB 数学建模[M].北京:清华大学出版社, 2017.
- [5]冒许鹏. 基于 Landsat 长时间序列的森林类型和生物量制图[D].南京林业大学,2021.
- [6]陈耀,胡永歌,徐恩凯,何瑞珍,田国行.基于 RSEI 一熵权法复合模型的路域生态环境综合评价[J/OL].公路,2022(03):319-326[2022-03-21].
- [7]荆珍. 全球森林治理: 机制、机构、理念、前景[D].吉林大学,2015.
- [8]郑美玲,刘前进,杨金初,李瑞丽,许克静,李耀光,杜佳,张峻松.基于主成分分析与聚类分析综合评价不同甘薯浸膏的香气品质[J].中国食品添加剂,2022,33(03):196-206.
- [9] D. Diakoulaki, G. Mavrotas, L. Papayannakis. Determining objective weights in multiple criteria problems: The critic method[J]. Computers & Operations Research, 1995, 22(7):763-770.
- [10]杨海荣,孙习祥.基于VAR的我国房地产企业营业利润影响因素分析[J].武汉理工大学学报(社会科学版),2021,34(04):96-103.
- [11]梁爽.中国经济“双循环”战略的现实依据——基于VAR模型的实证分析[J].时代经贸,2022,19(01):5-9.DOI:10.19463/j.cnki.sdjm.2022.01.001.
- [12]王玲,刘平清,王梅,张小敏,秦裕蕾.基于VAR模型对贵州省房价影响因素分析[J].电脑知识与技术,2022,18(02):122-125+129.DOI:10.14004/j.cnki.ckt.2022.0017.

十一、附录

11.1 问题一中灰色 GM (1,1) 模型 MATLAB 代码

```

clc,clear
x0=[2006103.8    2025471.54    2044839.28    2064207.02    2083574.76    2102942.5    2124598.67
2143394.7    2162190.4    2180986.1    2199781.8];
n=length(x0);
lamda=x0(1:n-1)./x0(2:n)
range=minmax(lamda')
x1=cumsum(x0)
B=[-0.5*(x1(1:n-1)+x1(2:n)),ones(n-1,1)];
Y=x0(2:n);
u=B\Y
syms x(t)
x=dsolve(diff(x)+u(1)*x==u(2),x(0)==x0(1));
xt=vpa(x,6)
yuce1=subs(x,t,[0:n-1]);
yuce1=double(yuce1);
yuce=[x0(1),diff(yuce1)]
epsilon=x0'-yuce
delta=abs(epsilon./x0')
rho=1-(1-0.5*u(1))/(1+0.5*u(1))*lamda'
```

11.2 问题一中时间序列与拟合结合 MATLAB 代码

```

clc,clear
a=[2006103.8    2025471.54    2044839.28    2064207.02    2083574.76    2102942.5    2124598.67
2143394.7    2162190.4    2180986.1    2199781.8];
Rt=tiedrank(a)
n=length(a);t=1:n;
Qs=1-6/(n*(n^2-1))*sum((t-Rt).^2)
T=Qs*sqrt(n-2)/sqrt(1-Qs^2)
t_0=tinv(0.975,n-2)
b=diff(a);
m=ar(b,2,'ls')
bhat=predict(m,b')
bhat(end+1)=forecast(m,b',1)
ahat=[a(1),a+bhat']
delta=abs((ahat(1:end-1)-a)./a)
```

11.3 问题一中灰色 Verhulst 模型 MATLAB 代码

```

clc,clear
x0=[2006103.8    2025471.54    2044839.28    2064207.02    2083574.76    2102942.5    2124598.67
2143394.7    2162190.4    2180986.1    2199781.8];
x1=cumsum(x0);
n=length(x0);
z=0.5*(x1(2:n)+x1(1:n-1));
B=[-z',z'.^2];
Y=x0(2:end)';
u=B\Y
syms x(t)
x=dsolve(diff(x)+u(1)*x==u(2)*x^2,x(0)==x0(1));
xt=vpa(x,6)
yuce=subs(x,t,[0:n-1]);
yuce=double(yuce)
x0_hat=[yuce(1),diff(yuce)]
epsilon=x0-x0_hat
```

```
delta=abs(epsilon./x0)
```

11.4 问题二灰色关联分析 MATLAB 代码

```
clc;clear;
x=[2044839.28 86.29 56.10782831 9533210 63.8270168403804 45.42298074 3466.019539
2149.602569 85322.30 9.11371387030751 6300.61511825789
2064207.02 87.03 56.10803814 9936680 65.5145502176156 44.17670454 3757.185088
2204.243299 95704.06 8.94289396230057 7020.33848453658
2083574.76 87.81 56.09673805 9894940 59.7673675081780 43.08556811 3905.317598
2224.354898 104756.83 8.64349139629661 7636.11660125502
2102942.50 88.54 56.09020144 9830430 59.0634224622344 40.84133997 4189.036062
2321.128757 110615.53 8.38701488219603 8016.43143498003
2124598.67 90.01 56.08166541 9814310 52.2113220381052 39.5806215 4427.521613
2386.971254 112332.77 8.05728753464360 8094.36336675194
2143394.70 90.84 56.07935055 10017770 52.6645958291981 39.85169845 4666.007163
2452.81375 123104.09 7.46356501656873 8816.98690451989
2162190.40 91.64 56.07908341 10313460 51.5954961500000 39.68701182 4904.492714
2518.656246 138948.18 7.04302025319625 9905.34200389253
2180986.10 92.44 56.06882031 10513796 50.5488515600000 38.58740342 5142.978265
2584.498742 142799.37 7.14369124773749 10143.83817199210
2199781.80 93.22 56.06302678 10681231 50.6592654600000 37.82091725 5381.463816
2650.341238 147227.31 7.65306654755744 10434.77518748390 ]
[n,m]=size(x);
rho=0.5;
x1=zscore(x);
cankao=max(x1)';
t=repmat(cankao,[1,m])-x1;
mmin=min(min(t));
mmax=max(max(t));
xishu=(mmin+rho*mmax)./(t+rho*mmax);guanliandu=mean(xishu)
```

11.5 问题二熵权法 MATLAB 代码

```
clc,clear
a=readmatrix('1.txt');
[n,m]=size(a);
p=a./sum(a);
e=-sum(p.*log(p))/log(n);
g=1-e;w=g/sum(g)
s=w*p'
[ss,ind1]=sort(s,'descend')
ind2(ind1)=1:n
writematrix(w,'venti.xlsx')
writematrix([1:n;s;ind2'],'venti.xlsx','Sheet',2)
```

11.6 问题二中主成分分析 MATLAB 代码

```
clc,clear
gj=load('1.txt');
gj=zscore(gj);
r=corrcoef(gj);
[x,y,z]=pcacov(r)
f=repmat(sign(sum(x)),size(x,1),1);
x=x.*f
num=3;
df=gj*x(:,[1:num]);
tf=df*z(1:num)/100;
[stf,ind]=sort(tf,'descend');
```

```
stf=stf,ind=ind'
```

11.7 问题三层次分析法 MATLAB 代码

```
disp('请输入判断矩阵 A (n 阶) ');
A = input('A=');
[n,n] = size(A);
x = ones(n,100);
y = ones(n,100);
m = zeros(1,100);
m(1) = max(x(:,1));
y(:,1) = x(:,1);
x(:,2) = A*y(:,1);
m(2) = max(x(:,2));
y(:,2) = x(:,2)/m(2);
p=0.0001; i=2; k=abs(m(2)-m(1));
while k>p
    i=i+1;
    x(:,i) = A*y(:,i-1);
    m(i) = max(x(:,i));
    y(:,i) = x(:,i)/m(i);
    k=abs(m(i)-m(i-1));
end
a = sum(y(:,i));
w = y(:,i)/a;
t = m(i);
disp(w);
%一致性检验
CI = (t-n)/(n-1);
RI = [0 0 0.52 0.89 1.12 1.36 1.41 1.46 1.49 1.52 1.54 1.56 1.58 1.59];
CR = CI/RI(n);
if CR<0.10
    disp('此矩阵一致性可以接受! ');
    disp('CI=');disp(CI);
    disp('CR=');disp(CR);
end
```

11.8 问题三模糊综合评价 MATLAB 代码

```
clc,clear
a=[0.3 0.2 0.05 0.45
    0.3 0.3 0.1 0.3
    0.2 0.3 0.4 0.1
    0.2 0.15 0.25 0.4
    0.3 0.2 0.2 0.3
    0.2 0.2 0.25 0.35
    0.2 0.25 0.15 0.4];
w=[0.35 0.35 0.3];
w1=[0.11416 0.14596];
w2=[0.11624 0.20224];
w3=[0.13096 0.10448 0.18604];
b(1,:)=w1*a([1:2],:);
b(2,:)=w2*a([3:4],:);
b(3,:)=w3*a([5:end],:);
c=w*b
```

11.9 支撑材料文件列表

11.9.1 问题一

GM (1,1) .jpg

不同相对误差.xls

时间序列.jpg

时间序列预测值.jpg

问题一.xls

问题一结果.xls

误差.jpg

11.9.2 问题二

var 结果.doc

权重结果.xlsx

问题二数据.xls

系数图.opju

相关系数图.jpg

指标权重.jpg

主成分.xls

11.9.3 问题三

层次表格.docx

带国旗的权重图.doc

问题三.xls

问题三结果.xls

4 国地图.mxd

4 国分开数据.xls

4 国评价结果.xls

相关系数图.opju

权重文件夹

11.9.4 灵敏度分析