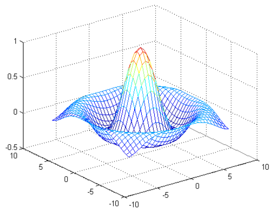
五一数学建模竞赛



题 目 公交车排班问题

关键词：0-1 规划　类指派问题　遗传算法　适应度函数 优化排班策略

摘　要：

本文主要研究公交公司根据全天出行高峰的分布，各时间段单程时间和发车间隔时间不同的特点，制定出使得公交车在各时间段运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划方案，本文构造单双班车综合发车计划矩阵并采用行列迭代加边求和的方法，既考虑发车时间具有波动性，又要尽量使上下午司机工作时间均衡，通过采用遗传算法对模型进行求解，有效增强了模型的传递性和适应性。

问题一首先进行时间点单位统一为分钟，便于确定起点发车时间和返回终点时间。选取早高峰时间段最大发车时间间隔以达到运行所需要使用的公交车数量最少的目的。将单双班车视为同一 0-1 变量进行定量描述，建立发车时间点（行）与使用班车编号矩阵（列），使用标记为 1，反之为 0，矩阵的非零列向量个数即为所使用最少总公交车数。据此，本文通过发车计划矩阵的构建，建立相关的最少公交车数量模型。为了对该优化模型进行有效准确地求解，我们利用 MATLAB 软件并采用算法进行遍历搜索求解，得到了最终的全局最优解，制定出使得徐州市 2 路公交车，在早高峰时段运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划。

问题二在问题一的基础上，制定出徐州市 2 路公交车完成一整天的运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划，比问题一更加进一步的约束了双班车司机工作时间和极限运行班次数。已知各时间段长度，故各发车时间点即可确定，从而可计算出起终时间。为得到最少公交车总数，单双班车数和每辆车的总班次数，可通过建立全天各时间段发车时间点（行）与使用单班车编号矩阵（列）X，双班车编号矩阵（列）Y，综合得到所有班车编号矩阵（列）Z，进行求解，其非零列向量个数及各非零列向量元素之和即为待求变量。基于此模型求解得最优结果见附录表 1

根据问题二中矩阵所得的单班车数量公式，综合考虑问题三中提到的单班车不少于 3 辆的约束即可得到满足问题三约束条件的最优解。基于此模型求解得最优结果见附录表 2

问题四首先根据增加约束条件对问题二的模型进行改进，然后因为发车间隔的变动与最小停站时间，换班时间，双班车司机的用餐时间之间存在相互作用的关系，这些关系可能使我们要求得的最少公交车的数量发生在不同的发车间隔对应的发车时刻下的变动。为了求得在发车间隔波动的情况下的最小所需车辆数目，我们引入遗传算法，在不同的可行的发车时课表序列中进行交叉，变异，选择等操作从而得到最优的一个最少车辆数的发车时刻表序列，同时为了使算法收敛更快，我们再引入工作时间均匀度指标作为目标函数（适应度函数）的一个决定因素。基于此模型求解得最优结果见附录表 3

一、问题重述

随着徐州市经济的快速发展，公交车系统对于人们的出行扮演着越来越重要的角色。在公交车资源有限的情况下，合理的编排公交车的行车计划成为公交公司亟待解决的问题。以下给出公交车排班问题中的部分名词说明和假设。

问题 1. 徐州市 2 路公交车，从徐州火车站出发后经沿途站点后回到徐州火车站，2 路公交车行车信息如表 1。请建立数学模型，计算徐州市 2 路公交车，在早高峰时段(6:00-8:00)运行所需要使用的最少公交车数量(需要给出含单班车和双班车各多少辆)。

问题 2. 在问题 1 的基础上，请建立数学模型并设计相应的求解算法，给出徐州市 2 路公交车完成一整天的运行所需要最少的公交车的数量(需要给出含单班车和双班车各多少辆)，并按照表 2 的格式给出公交车排班计划表。

问题 3. 在问题 2 的基础上，如果要求单班车不少于 3 辆，请建立数学模型并设计相应的求解算法，给出徐州市 2 路公交车完成一整天的运行所需要最少的公交车的数量(需要给出含单班车和双班车各多少辆)，并按照表 2 的格式给出公交车排班计划表。

问题 4. 在公交车排班过程中，除以上要求之外，还需要考虑如下的实际因素的限制：

(a)单班车司机不安排吃饭，所有双班车司机都安排吃饭(早餐和晚餐)，每餐饭需要 20 分钟用餐时间。早餐 8:00 开始供应，10:00 截止；晚餐 18:00 开始供应，20:00 截止。

(b)限定双班车辆的数量为 19 辆。

(c)双班车辆运行 5 班次以后，上午、下午班司机进行换班，换班时间最少为 20 分钟(含最短停站时间)。

请建立数学模型并设计相应的求解算法，并以表 3 给出的行车信息表为例，给出徐州市 2 路公交车行车信息调整后，完成一整天的运行所需要最少的公交车的数量(需要给出含单班车和双班车各多少辆)，并按照表 2 的格式给出公交车排班计划表。

二、基本假设

1、假设单双班车为同一车辆类型；

2、假设公交车按照排班计划表准时进站和出站；

3、假设途中没有堵车和意外事故发生；

4、假设环线为单环线，即只有一个运行方向的环线；

5、假设每辆公交车可以运行 1 整天不需要加油；

6、假设公交车运行单程时间已包含乘客在各站(包括起终点)的上下车时间；

7、假设司机吃饭和换班的时间均包含最短停站时间；

三、问题分析

3.1 问题一的分析

问题一要求根据徐州市 2 路公交车行车信息表 1，在从徐州火车站出发后经沿途站点后回到徐州火车站，即完成一次环线的情况下，制定出使得徐州市 2 路

公交车，在早高峰时段运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划。观察信息表可知，单程时间等因素的单位均为分钟，而早高峰时间段为6:00-8:00，为便于确定起点发车时间和返回终点时间，将以小时为单位的时间段转化为以分钟为单位，即 06：00 为 0min，08：00 为 120 分钟。早高峰时间段发车时间间隔为 4.0±1.0，为使运行所需要使用的公交车数量最少，选取最大发车时间间隔 5min，已知早高峰时间段共 120 分钟，故各发车时间点即可确定。单双班车除班制不同外车速、单程时间等运行条件均相同。因此确定最少公交车数量时，可将单双班车视为同一变量，建立发车时间点（行）与使用班车编号矩阵（列），使用标记为 1，反之为 0，矩阵的非零列向量个数即为所使用最少总公交车数。再依据单班车单班车通常要求在早高峰跑 2-3 个班次，一天不超过 5 个班次，的约束条件，最终确定单双班车使用方案。

3.2 问题二的分析

问题二要求在问题一的基础上，制定出徐州市 2 路公交车完成一整天的运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划，比问题一更加进一步的约束了双班车的排班。对于双班车来说，要求上、下午各一个司机，上午和下午司机的工作时间尽可能均匀，并且都不超过 8 小时，每辆双班车一天运行不超过 10 个班次，由于司机工作时间均衡与司机所发车班次数有直接联系，发车班次数越多，工作时间越长，因此可将对司机工作时间尽可能均衡的要求转化为司机尽可能在各车辆每日所发班次数达到一半时进行换班，遇到不足一班次的情形进行取整运算。为得到排班计划表中起点发车时间和返回终点时间，首先将时间单位统一，得各时间段节点时间，为使运行所需要使用的公交车数量最少，选取各时间段最大发车时间间隔,又已知各时间段长度，故各发车时间点即可确定，从而可计算出起终时间。发车时间点数量为最少班次数，同时在假设不安排单班车的情况下也是最大双班车数。为得到最少公交车总数，单双班车数和每辆车的总班次数，可通过建立全天各时间段发车时间点（行）与使用单班车编号矩阵（列）X，双班车编号矩阵（列）Y，综合得到所有班车编号矩阵（列）Z，进行求解，其非零列向量个数及各非零列向量元素之和即为待求变量。

3.3 问题三的分析

问题三是在问题二的基础上，要求单班车不少于 3 辆，制定出徐州市 2 路公交车，完成一整天的运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划，问题三相对于问题二的差异即为要求单班车不少于 3 辆。单班车是由同一个驾驶员驾驶的公交车。针对所有的单班车通常要求在早高峰跑 2-3 个班次，晚高峰 2-3 个班次，每辆单班车一天不超过 5 个班次。早晚高峰时间段为均为 120 分钟，早高峰时间段单程时间为 80min，晚高峰时间段单程时间为 75min，也就是说，一辆单班车在早晚高峰期间均最多发车 2 次。根据问题二中矩阵所得的单班车数量公式，综合考虑问题三中提到的单班车不少于 3 辆的约束即可得到满足条件的最优解。

3.4 问题四的分析

该问题要求我们在考虑实际情况，即有最小的发车间隔，双班车数量限制为 19 辆和考虑双班车司机安排吃早晚饭以及换班的条件下求出最少的公交车数量。于是我们首先根据增加约束条件对问题二的模型进行改进，使得到的模型可以求解出在指定定发车时刻的情况下的最小所需车辆数目。然后，因为发车间隔的变动与最小停站时间，换班时间，双班车司机的用餐时间之间存在相互作用的

关系，这些关系可能使我们要求得的最少公交车的数量发生在不同的发车间隔对应的发车时刻下的变动。为了求得在发车间隔波动的情况下的最小所需车辆数目，我们引入遗传算法，在不同的可行的发车时课表序列中进行交叉，变异，选择等操作从而得到最优的一个最少车辆数的发车时刻表序列，同时为了使算法收敛更快，我们再引入工作时间均匀度指标作为目标函数（适应度函数）的一个决定因素。

四、符号说明

序号	符号	符号说明
1	$T_{发i}$	早高峰时间段发车时间点
2	$T_{返j}$	第 j 辆车的返回终点时间
3	X	早高峰时间段发车时间点（行）与使用班车编号（列）矩阵
4	$B_{双j}$	双班车辆班次数
5	$C_{上(下)}$	上（下）午司机班次数
6	Z	综合发车计划矩阵
7	t_{dj}	表示第 j 个时间段的发车时间间隔的下限
8	$g(x_i)$	第 i 个个体的适应度值
9	f_i	第 i 个时间段里不符合时间间隔范围要求的时间间隔数
10	$S_{总\min}$	最少总公交车数

五、问题一模型的建立与求解

5.1 建模准备

5.1.1 时间数据处理

5.1.1.1 时间段单位统一

观察徐州市 2 路公交车行车信息如表 1 可知，单程时间等因素的单位均为分钟，而早高峰时间段为 6:00-8:00，为便于确定起点发车时间和返回终点时间，将以小时为单位的时间段转化为以分钟为单位，即 06：00 为 0min，08：00 为 120 分钟。

5.1.1.2 各发车时间点的确定

早高峰时间段发车时间间隔为 4.0±1.0，为使运行所需要使用的公交车数量最少，选取最大发车时间间隔 5min，已知早高峰时间段共 120 分钟，故各发

车时间点即可确定。

发车时间点数量的确定

$$n=\frac{t_1}{t_{间1\max}}+1$$

$n-$早高峰时间段发车时间点个数

t_1-早高峰时间段,120min

$t_{间1\max}-$早高峰时间段发车间隔最大值,5min

发车时间点的确定

$$T_{发i+1}=T_{发i}+t_{间1\max}(i=1,2\cdots n)$$

$T_{发1}=0\text{min}$，即06:00发出

$T_{发i}-$早高峰时间段发车时间点

$i-$早高峰时间段发车时间点序号

5.1.1.3 返回终点时间的确定

$$T_{返i}=T_{发i}+t_{间1\max}(i=1,2\cdots n)$$

$T_{发1}=0\text{min}$，即06:00发出

$T_{发i}-$早高峰时间段发车时间点

$i-$早高峰时间段发车时间点序号

5.2 模型的建立

5.2.1 决策变量的选取

单双班车除班制不同外车速、单程时间等运行条件均相同。因此确定最少公交车数量时，可将单双班车视为同一变量，x_{ij}，x_{ij}为0-1决策变量。当某发车时间点使用某编号车辆时，x_{ij}取值为1，否则取值为0。

即：

$$x_{ij}=\begin{cases}1\\0\end{cases}\qquad (i,j=1,2,\quad ,n)$$

$i-$早高峰时间段发车时间点序号

$j-$车辆编号

5.2.2 发车计划原始矩阵的建立

本文建立早高峰时间段发车时间点（行）与使用班车编号矩阵（列）X该矩阵可定义为：

$$X_{n\times n}=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & & x_{34} \\ & & & & \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & & x_{nn} \end{pmatrix}$$

其中，矩阵元素 x_{ij} 表示在第 i 个早高峰时间段发车时间点发车的是车辆编号为 j 的车辆。

5.2.3 发车计划迭代矩阵的建立

5.2.3.1 行迭代

在一个早高峰时间段发车时间点只能安排发出一辆车，当一辆车被使用时标记为 1，反之为 0，所以 X 矩阵的每一行只有一个 x_{ij} 取值为 1。

$$当x_{ij}=1时，令x_{ip}=0, p=1,\cdots j-1, j+1,\cdots n$$

5.2.3.2 列迭代

在一个早高峰时间段发车时间点只能从还未被使用的车中选择一辆车来安排，其中包括从未被使用的车辆和被使用过但是已经到达终点的车辆，为使运行所需要使用的公交车数量最少，更倾向于使用第二种情况即车被使用过但是已经到达终点的车辆。因此从该辆车发出的 80min 内不能再使用该编号列车。同上，当一辆车被使用时标记为 1，反之为 0，所以 X 矩阵的每一列可能不只有一个取值为 1。

$$当x_{ij}=1时，令x_{qj}=0, q=i+1,\cdots\partial$$

$$\partial=\min\left\{i+\frac{t_{单1}}{t_{间1}},\ n\right\}$$

$$t_{单1}-早高峰时间段单程时间,80\text{min}$$

5.2.4 发车计划车辆数统计矩阵的建立

5.2.4.1 加边法

矩阵 X 的非零列向量个数即为所使用最少总公交车数。原矩阵 X 为 n*n 矩阵，新矩阵 X^* 为（n+1）*矩阵，在原矩阵的最后一行加入一行 $x_{n+1,\ j}$ 用于对矩阵 X 的各列向量元素求和，新矩阵 X^* 为

$$X^*=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{nn} \\ x_{(n+1)1} & x_{(n+1)2} & x_{(n+1)3} & \cdots & x_{(n+1)n} \end{pmatrix}$$

$$x_{(n+1)j} = \begin{cases} 1, \sum_{i=1}^{n} x_{ij} \neq 0, j = 1,2,\cdots n \\ 0, \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 0, j = 1,2,\cdots n \end{cases}$$

5.3 模型的求解

5.3.1 单双班车总数量的确定

从而得出矩阵 X 的非零列向量个数即为所使用最少总公交车数 $S_{总\min}$

$$S_{总\min} = \sum_{j=1}^{n} x_{(n+1)j}$$

5.3.2 单班车数量的确定

单班车是由同一个驾驶员驾驶的公交车。针对所有的单班车通常要求在早高峰跑 2-3 个班次，晚高峰 2-3 个班次，每辆单班车一天不超过 5 个班次。

早高峰时间段为 6:00-8:00，共 120 分钟，而早高峰时间段单程时间为 80min，

也就是说，一辆单班车在早高峰期间最多发车 2 次。

设单班车数量为 $S_{单}$，每辆单班车发车次数为 k

情况 1，针对所有的单班车，若在早高峰跑 2 个班次，那么早高峰时间段将使用 1 辆单班车（1 辆单班车发车 2 次）$S_{单} = 1$，$k = 2$

或 2 辆单班车（2 辆单班车各发车 1 次）$S_{单} = 2$，$k = 1$

情况 2，针对所有的单班车，若在早高峰跑 3 个班次，那么早高峰时间段将使用 2 辆单班车（1 辆单班车发车 2 次，1 辆单班车发车 1 次）

$S_{单} = S_{单1} + S_{单2} = 2$

或 3 辆单班车（3 辆单班车各发车 1 次）$S_{单} = S_{单1} + S_{单2} + S_{单3} = 3$

5.3.3 双班车数量的确定

设双班车数量为 $S_{双}$

$$S_{双} = S_{总\min} - S_{单}$$

5.4 模型的结果

根据所建立的数学模型，计算徐州市 2 路公交车，在早高峰时段(6:00-8:00)运行所需要使用的最少公交车数量(需要给出含单班车和双班车各多少辆)。

结果如下：

在早高峰时段(6:00-8:00)运行所需要使用的最少公交车数量为 16 辆，其中，单班车 2 辆，双班车 14 辆；或单班车 2 辆，双班车 14 辆。

六、问题二模型的建立与求解

6.1 建模准备

6.1.1 时间数据处理

6.1.1.1 时间单位统一

观察徐州市 2 路公交车行车信息如表 1 可知，单程时间等因素的单位均为分钟，为便于确定起点发车时间和返回终点时间，将以小时为单位的时间段转化为以分钟为单位，各时间段节点 t_ε 如下

$$t_\varepsilon,\ \ \varepsilon = 1,2,3,4,5$$
$$t_1 = 0\,\text{min}(\text{即}06{:}00),\ \ t_2 = 120\,\text{min}(\text{即}08{:}00),\ \ t_3 = 600\,\text{min}(\text{即}16{:}00)$$
$$t_4 = 720\,\text{min}(\text{即}18{:}00),\ \ t_5 = 870\,\text{min}(\text{即}20{:}30)$$

6.1.2 车辆运行时间点的确定

各时间段发车时间间隔为 $t_{\text{间}\eta}$，为使运行所需要使用的公交车数量最少，选取最大发车时间间隔 $t_{\text{间}\eta\max}$，已知各时间段长度 t_η，故各发车时间点即可确定。

6.1.2.1 发车时间点数量的确定

发车时间点数量 n 为最少班次数，同时在假设不安排单班车的情况下也是最大双班车数

$$n = \sum_{\eta=1}^{4} \frac{t_\eta}{t_{\text{间}\eta\max}} + 1$$

n – 全天发车时间点最少个数

t_η – 各时间段长度

$t_{\text{间}\eta\max}$ – 各时间段发车间隔最大值

6.1.2.2 起点发车和返回终点时间的确定

$$T_{起 j+1}=T_{起 j}+t_{单\gamma}+t_{停 j}$$
$$T_{返 j}=T_{起 j}+t_{单\gamma}$$
$j-$车辆编号

$T_{起 j}-$第j辆车的起点发车时间

$T_{返 j}-$第j辆车的返回终点时间

$t_{单\gamma}-$各时间段单程时间，$\gamma=1,2,3,4$

$t_{停 j}-$第j辆车辆单程时间

$$t_{停 j}=\min\{T_{起\mu}-T_{返 j},\ T_{起\mu}-T_{返 j}>0,\mu=j+1,j+2\cdots n\}$$

6.2 模型的建立
6.2.1 决策变量的选取
6.2.1.1 单班车决策变量的选取

单班车是由同一个驾驶员驾驶的公交车，单班车通常要求在早高峰跑 2-3 个班次，晚高峰 2-3 个班次，一天不超过 5 个班次。 设单班车为x_{ij}，x_{ij}为 0-1 决策变量，最多有 5 辆单班车，故 j 的取值为 1 至 5，当某发车时间点使用某编号车辆时，x_{ij}取值为 1，否则取值为 0。

$$即：x_{ij}=\begin{cases}1\\0\end{cases}(i=1,2,\quad,n,j=1,2\quad 5)$$

$i-$全天各时间段发车时间点序号

$j-$车辆编号

6.2.1.2 双班车决策变量的选取

双班车是由两个驾驶员驾驶的公交车，要求上、下午各一个司机，设双班车，为y_{ij}，y_{ij}为 0-1 决策变量，在假设不安排单班车的情况下，发车时间点数量 n 为最少班次数也是最大双班车数，又因为单班车最多有 5 辆，为了便于建立矩阵进行排班，故 j 的取值为 1 至 5，故 j 的取值为 6 至 n+5，当某发车时间点使用某编号车辆时，y_{ij}取值为 1，否则取值为 0。

$$y_{ij}=\begin{cases}1\\0\end{cases}(i=1,2,\quad,n,j=6,7\quad n+5)$$

$i-$全天各时间段发车时间点序号

$j-$车辆编号

6.2.2 发车计划原始矩阵的建立
6.2.2.1 单班车发车计划原始矩阵的建立

本文建立全天各时间段发车时间点（行）与使用单班车编号矩阵（列）X，该矩阵可定义为：

$$X_{n\times n}=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & x_{25} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & x_{35} \\ & & & & \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & x_{n4} & x_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\left(i=1,2,\quad ,n,j=1,2\quad 5\right)$$

其中，矩阵元素 x_{ij} 表示在第 i 个时间段发车时间点发车的是车辆编号为 j 的车辆。

6.2.2.2 双班车发车计划原始矩阵的建立

本文建立全天各时间段发车时间点（行）与使用双班车编号矩阵（列）Y，该矩阵可定义为：

$$Y=\begin{pmatrix} y_{16} & y_{17} & y_{18} & & y_{1(n+5)} \\ y_{26} & y_{27} & y_{28} & & y_{2(n+5)} \\ y_{36} & y_{37} & y_{38} & & y_{3(n+5)} \\ & & & & \\ y_{n6} & y_{n7} & y_{n8} & & y_{n(n+5)} \end{pmatrix}$$

$$\left(i=1,2,\quad ,n,j=6,7\quad n+5\right)$$

其中，矩阵元素 y_{ij} 表示在第 i 个时间段发车时间点发车的是车辆编号为 j 的车辆。

6.2.2.3 综合发车计划原始矩阵的建立

本文建立全天各时间段发车时间点（行）与使用班车编号矩阵（列）Z，此矩阵为 X, Y 矩阵的综合矩阵，因为在同一个发车时间点，不能同时发出单班车和双班车，只能二者选其一，该矩阵可定义为：

$$Z=\begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nn} \end{pmatrix}$$

$$z_{ij}=x_{ij}+y_{ij}\le 1$$

$$\left(i=1,2,\quad ,n,j=1,2\quad n+5\right)$$

其中，矩阵元素 z_{ij} 表示在第 i 个时间段发车时间点发车的是车辆编号为 j 的车辆。

6.2.3 发车计划迭代矩阵的建立

6.2.3.1 行迭代

在一个发车时间点只能安排发出一辆车，当一辆车被使用时标记为 1，反之为 0，所以 Z 矩阵的每一行只有一个 z_{ij} 取值为 1。

$$当z_{ij}=1时，令z_{ip}=0, p=1,\cdots j-1, j+1,\cdots n+5$$

6.2.3.2 列迭代

在一个发车时间点只能从还未被使用的车中选择一辆车来安排，其中包括从未被使用的车辆和被使用过但是已经到达终点的车辆，为使运行所需要使用的公交车数量最少，更倾向于使用第二种情况即车被使用过但是已经到达终点的车辆。因此从该辆车发出的单程时间内不能再使用该编号列车。同上，当一辆车被使用时标记为 1，反之为 0，所以 X 矩阵的每一列可能不只有一个取值为 1。

$$当z_{ij}=1时，令z_{qj}=0, q=i+1\cdots\frac{\beta}{\lambda}$$
$$\beta-第j辆车本次起点发车时间所在时间段的单程时间$$
$$\beta=t_{\eta},\left(t_{\varepsilon}\le T_{起j}\le t_{\varepsilon+1},\eta=\varepsilon\right)$$
$$\lambda-第j辆车本次起点发车时间所在时间段的最大发车间隔时间$$
$$\lambda=t_{间\eta\max},\left(t_{\varepsilon}\le T_{起j}\le t_{\varepsilon+1},\eta=\varepsilon\right)$$

6.2.4 发车计划车辆数统计矩阵的建立

6.2.4.1. 单班车矩阵加边

矩阵 X 的非零列向量个数即为所使用单班车车数。原矩阵 X 为 n*5 矩阵，新矩阵 X^* 为（n+1）*5 矩阵，在原矩阵的最后一行加入一行 $x_{n+1,\ j}$ 用于对矩阵 X 的各列向量元素求和，新矩阵 X^* 为

$$X^*=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{nn} \\ x_{(n+1)1} & x_{(n+1)2} & x_{(n+1)3} & \cdots & x_{(n+1)n} \end{pmatrix}$$

$$x_{(n+1)j}=\begin{cases} 1,\sum_{i=1}^{n}x_{ij}\neq 0, j=1,2,\cdots n \\ 0,\sum_{i=1}^{n}x_{ij}=0, j=1,2,\cdots n \end{cases}$$

6.2.4.2 双班车矩阵加边

矩阵 Y 的非零列向量个数即为所使用双班车车数。原矩阵 Y 为 n*5 矩阵，新矩阵 Y^* 为（n+1）*5 矩阵，在原矩阵的最后一行加入一行 $y_{n+1,\ j}$ 用于对矩阵 X 的各列向量元素求和，新矩阵 Y^* 为

$$Y^* = \begin{pmatrix} y_{16} & y_{17} & y_{18} & & y_{1(n+5)} \\ y_{26} & y_{27} & y_{28} & & y_{2(n+5)} \\ & & & & \\ y_{n6} & y_{n7} & y_{n8} & & y_{n(n+5)} \\ y_{(n+1)6} & y_{(n+1)7} & y_{(n+1)8} & & y_{(n+1)(n+5)} \end{pmatrix}$$

$$y_{(n+1)j} = \begin{cases} 1, \sum_{i=1}^{n} y_{ij} \neq 0, j = 6,7,\cdots n+5 \\ 0, \sum_{i=1}^{n} y_{ij} = 0, j = 6,7,\cdots n+5 \end{cases}$$

6.2.4.3 综合发车计划矩阵加边

矩阵 Z 的非零列向量个数即为所使用最少总公交车数。原矩阵 Z 为 n*（n+5）矩阵，新矩阵 Z^* 为（n+1）*(n+5)矩阵，在原矩阵的最后一行加入一行 $z_{n+1,\ j}$ 用于对矩阵 Z 的各列向量元素求和，新矩阵 Z^* 为

$$Z^* = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & & z_{1(n+5)} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & & z_{2(n+5)} \\ & & & & \\ z_{n1} & z_{n2} & z_{n3} & & z_{n(n+5)} \\ z_{(n+1)1} & z_{(n+1)2} & z_{(n+1)3} & & z_{(n+1)(n+5)} \end{pmatrix}$$

$$z_{(n+1)j} = \begin{cases} 1, \sum_{i=1}^{n} z_{ij} \neq 0, j = 1,2\cdots n+5 \\ 0, \sum_{i=1}^{n} z_{ij} = 0, j = 1,2\cdots n+5 \end{cases}$$

6.3 模型的求解

6.3.1 各车辆班次数的确定

$$B_{单j} = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}$$

$$B_{双j} = \sum_{i=1}^{n} y_{ij}$$

6.3.2 司机班次数的确定

对于双班车来说，要求上、下午各一个司机，上午和下午司机的工作时间尽可能均匀，并且都不超过 8 小时。每辆双班车一天运行不超过 10 个班次，由于司机工作时间均衡与司机所发车班次数有直接联系，发车班次数越多，工作时间越长，因此可将对司机工作时间尽可能均衡的要求转化为司机尽可能在各车辆每日所发班次数达到一半时进行换班，遇到不足一班次的情形进行取整运算。

$$C_{上} = \lfloor 0.5 * y_{(n+1)j} \rfloor$$

$$C_{下} = y_{(n+1)j} - C_{上}$$

6.3.3 单班车数量的确定

单班车是由同一个驾驶员驾驶的公交车。针对所有的单班车通常要求在早高峰跑 2-3 个班次，晚高峰 2-3 个班次，每辆单班车一天不超过 5 个班次。
早晚高峰时间段为均为 120 分钟，早高峰时间段单程时间为 80min，晚高峰时间段单程时间为 75min，也就是说，一辆单班车在早晚高峰期间均最多发车 2 次。
早高峰单班车数量的约束条件

$$t_1 \le T_{起j} \le t_2$$

$$2 \le \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{5} x_{ij} \le 3$$

晚高峰单班车数量的约束条件

$$t_3 \le T_{起j} \le t_4$$

$$2 \le \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{5} x_{ij} \le 3$$

在上述约束条件满足的条件下，得出的矩阵 X 的非零列向量个数即为所使用单班车数 $S_{单}$

$$S_{单} = \sum_{j=1}^{5} x_{(n+1)j}$$

6.3.4 双班车数量的确定

每辆双班车一天运行不超过 10 个班次需满足约束条件

$$S_{双} \le 10$$

从而得出矩阵 X 的非零列向量个数即为所使用双班车数 $S_{双}$

$$S_{双} = \sum_{j=6}^{n+5} y_{(n+1)j}$$

6.3.5 单双班车总数量的确定

从而得出矩阵 Z 的非零列向量个数即为所使用最少总公交车数 $S_{总\min}$

$$S_{总\min} = S_{单} + S_{双}$$

6.4 模型的结果

根据所建立的数学模型，通过使用 MATLAB 软件运用算法进行求解，徐州市 2 路公交车完成一整天的运行所需要最少的公交车的数量结果如下：

在全天各时段运行所需要使用的最少公交车数量为 16 辆，其中，单班车 2 辆，双班车 14 辆。基于此模型求解得最优公交车排班计划表见附录表 1

七、问题三模型的建立与求解

7.1 约束分析

问题三是在问题二的基础上，要求单班车不少于 3 辆，制定出使得徐州市 2 路公交车，完成一整天的运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划，问题三相对于问题二的差异即为要求单班车不少于 3 辆

7.1.1 单班车数量 $S_{单}$ 的确定

单班车是由同一个驾驶员驾驶的公交车。针对所有的单班车通常要求在早高峰跑 2-3 个班次，晚高峰 2-3 个班次，每辆单班车一天不超过 5 个班次。

早晚高峰时间段为均为 120 分钟，早高峰时间段单程时间为 80min，晚高峰时间段单程时间为 75min，也就是说，一辆单班车在早晚高峰期间均最多发车 2 次。

早高峰单班车数量的约束条件

$$t_1 \le T_{起j} \le t_2$$

$$2 \le \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{5} x_{ij} \le 3$$

晚高峰单班车数量的约束条件

$$t_3 \le T_{起j} \le t_4$$

$$2 \le \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{5} x_{ij} \le 3$$

单班车最少数量的约束条件

$$3 \le S_{单}$$

在上述约束条件满足的条件下，得出的矩阵 X 的非零列向量个数即为所使用单班车数 $S_{单}$

$$S_{单} = \sum_{j=1}^{5} x_{(n+1)j}$$

7.2 模型的结果

根据所建立的数学模型，通过使用 MATLAB 软件运用算法进行求解，徐州市 2 路公交车完成一整天的运行所需要最少的公交车的数量结果如下：
在全天各时段运行所需要使用的最少公交车数量为 16 辆，其中，单班车 3 辆，双班车 13 辆。基于此模型求解得最优公交车排班计划表见附录表 2

八、问题四模型的建立与求解

8.1 最小车辆数求解模型的改进

8.1.1 约束分析

8.1.1.1 最小发车间隔约束

$$T_{返m} - T_{起m+1} \ge 10$$

$T_{返m}$ 表示第 i 辆车 m 次回来的时间，$T_{起m+1}$ 表示第 i 辆车第 m+1 次发车的时间。

8.1.1.2 换班时间约束

在第二问的 Y 矩阵中若 $\sum_{j=i}^{n_z} y_{ij} = 0$ 则不用考虑换班问题。否则当 $\sum_{j=i}^{s} y_{ij} = 5$，得到 s。
则

$$T_{返s} - T_{起s+1} \ge 20$$

8.1.1.3 用餐时间约束

因为双班车司机在第 210 分钟-330 分钟每一位都必须用早饭，在 810 分钟-930 分钟必须用晚饭，所以，要满足如下情况：

$$当\ 210 \le T_{ij}^{1} \le 330\ 时\ \forall i \in \{6,7,\quad,n_z\} \quad \exists T_{返j} - T_{起j+1} \ge 20$$

$$当\ 810 \le T_{ij}^{1} \le 930\ 时\ \forall i \in \{6,7,\quad,n_z\} \quad \exists T_{返j} - T_{起j+1} \ge 20$$

8.1.1.4 双班车数量约束

在矩阵 Y*即双班车的加边矩阵中

$$Y^*=\begin{pmatrix} y_{16} & y_{17} & y_{18} & & y_{124} \\ y_{26} & y_{27} & y_{28} & & y_{224} \\ & & & & \\ y_{n6} & y_{n7} & y_{n8} & & y_{n24} \\ y_{(n+1)6} & y_{(n+1)7} & y_{(n+1)8} & & y_{(n+1)24} \end{pmatrix}$$

$$y_{(\mathrm{n+1})j}=\begin{cases} 1,\sum_{i=1}^{n} y_{ij}\neq 0, j=6,7,\cdots,24 \\ 0,\sum_{i=1}^{n} y_{ij}=0, j=6,7,\cdots,24 \end{cases}$$

应为在本问中限制双班车的数量不超过 19 辆，于是我们得到：

$$\sum y_{n+1\,j}\leq 19\quad \{j=6,7,\quad ,24\}$$

在这里 j 的取值范围为 6-24，因为单班车最多为 5 辆双班车最多为 19 辆。

8.1.2 工作时间均匀度指标的确定

题干中要求我们的排班尽量使双班车司机的工作时间均匀，同时为了方便下面遗传算法的计算。于是我们确立了一个工作时间均匀度指标 j_i。

$$j_i=\left|\sum_{i=1}^{s} y_{ij}T_g-\sum_{i=s}^{n_z} y_{ij}T_g\right|\quad i=6,7,8\ldots,24$$

其中 T_g 表示第 j 个时间点发出的车辆的单程时间。

8.1.3 改进后的模型

同上面三问一样我们建立一个综合单双班车的加边矩阵来 描述整天的发车情况如下图：

$$Z^*=\begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & & z_{124} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & & z_{224} \\ & & & & \\ z_{n1} & z_{n2} & z_{n3} & & z_{n24} \\ z_{(n+1)1} & z_{(n+1)2} & z_{(n+1)3} & & z_{(n+1)24} \end{pmatrix}$$

$$z_{(\mathrm{n+1})j}=\begin{cases} 1,\sum_{i=1}^{n} z_{ij}\neq 0, j=1,2\cdots 24 \\ 0,\sum_{i=1}^{n} z_{ij}=0, j=1,2\cdots 24 \end{cases}$$

$$当z_{ij}=1时，令z_{ip}=0, p=1,\cdots j-1, j+1,\cdots 24$$

$$当z_{ij}=1时，令z_{qj}=0, q=i+1\cdots\frac{\beta}{\lambda}$$

$\beta-$第j辆车本次起点发车时间所在时间段的单程时间

$\beta=t_\eta,\left(t_\varepsilon\le T_{起j}\le t_{\varepsilon+1},\eta=\varepsilon\right)$

$\lambda-$第j辆车本次起点发车时间所在时间段的最大发车间隔时间

$\lambda=t_{间\eta\max},\left(t_\varepsilon\le T_{起j}\le t_{\varepsilon+1},\eta=\varepsilon\right)$

$$2\le\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{5}z_{ij}\le 3$$

$$T_{返m}-T_{起m+1}\ge 10$$

$$当\ \sum_{j=i}^{s}y_{ij}=5\qquad T_{返j}-T_{起j+1}\ge 20$$

$$当210\le T_{ij}^{1}\le 330时\ \forall i\in\{6,7,\quad,n_z\}\quad \exists T_{返j}-T_{起j+1}\ge 20$$

$$当810\le T_{ij}^{1}\le 930时\ \forall i\in\{6,7,\quad,n_z\}\quad \exists T_{返j}-T_{起j+1}\ge 20$$

从而得出矩阵 Z 的非零列向量个数即为所使用最少总公交车数 $S_{总\min}$

$$S_{总\min}=\sum_{j=1}^{24}z_{n+1j}\qquad j=1,2,\quad,24$$

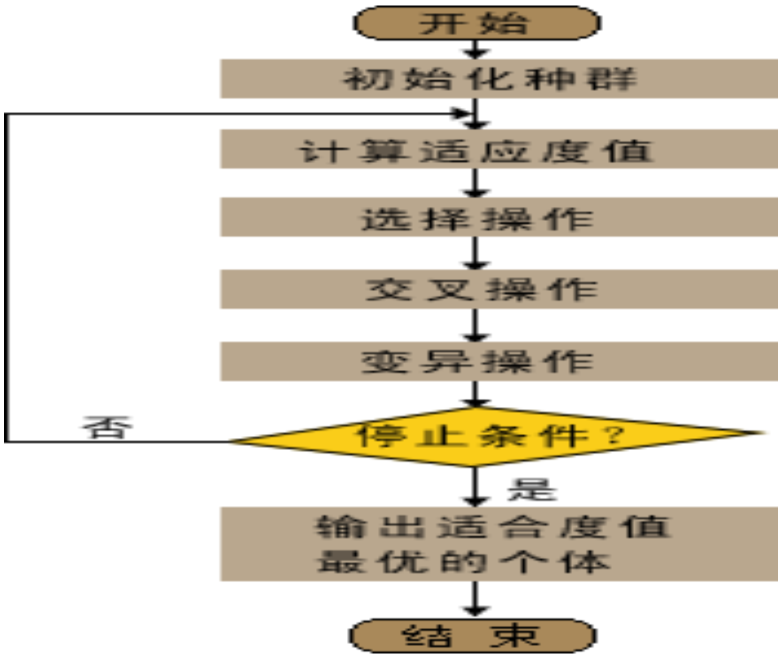
为了加速我们后面运用的遗传算法的收敛速度我们将上述工作时间均匀度指标也作为最终模型优化结果的考虑因素，但是为了不影响我们得到的最优的车辆数目，我们将每个工作时间均匀度指标除以它的预估最大值（在这里我们取 4*60min,即每个双班车最长工作时间的一半）然后求平均值使得到的值小于最少车辆数的最小增长值 1。得到新的目标函数：

$$f=S_{总\min}+\frac{\sum_{i=1}^{24}j_i}{240\times 24}$$

8.2、遗传算法确定时间间隔（发车时刻序列）

8.2.1 遗传算法的基本过程

遗传算法的基本过程如图所示:



Step1：初始种群的建立

首先我们随机产生满足以下约束条件的初始种群（可行发车时刻序列）$\left[x_1,x_2,\quad,x_n\right]$。

$$t_{dj} \le x_i - x_{i-1} \le t_{uj} \text{当} T_{jb} < x_i \le T_{je} \quad j = 1,2,3,4,5,6$$

其中 x_i 表示第 i 个发车时间点对应的时间，t_{dj} 表示第 j 个时间段的发车时间间隔的下限，t_{uj} 表示第 j 个时间段发车时间间隔的上限。

Setp2：建立适应度函数

我们得到的时间序列不仅要满足在不同的时间段内的时间间隔在规定的范围内。同时要使在该时间序列下的经过上述最少车辆数模型求解的目标函数值最小。于是我们利用不满足时间间隔约束的时间间隔数建立一个惩罚值 $H = \sum_{i=1}^{6} f_i$ 这里的 f_i 表示第 i 个时间段里不符合时间间隔范围要求的时间间隔数，然后结合上述模型得到的目标函数值 f 构建适应度函数

$$g = -(0.8H + 0.2f)$$

因为时间间隔约束为一重要的刚性约束，所以我们赋予他 0.8 的权重。

Step3：选择

根据各个个体的适应值 $g(x_i)$，按照轮盘赌的方法，$g(x_i)$ 为第 i 个个体的适应度值。$\sum g(x_i)$ 为总的适应度值，个体 x_i 被选择遗传下来的概率为

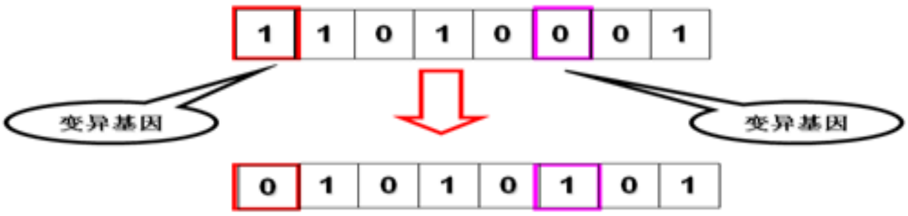
$p_s(x_i)=\dfrac{g(x_i)}{\sum_{j=1}^{N} g(x_j)}$，依此从第 t 代群体 P(t)中选择出一些优良的个体遗传到下一代群体 P(t+1)中。

Step4：交叉操作

在这里我们选择单点交叉作为遗传算法的交叉运算，其基本过程如下：对于按照交叉概率 0.8（对于遗传算法交叉概率 Pc 一般范围为(60%, 90%)，平均约 80%)，从种群中选出的某条染色体，随机地在染色体上选择一个断点， 交换双亲上断点的右端， 生成新的后代。即在发车时间序列的编码之中找见一个节点与另一时间序列的对应节点进行相应部分的交换。从而产生具有更高适应之的发车时间序列。

Step5：变异

在本模型中我们采用均匀变异操作。 其基本过程如下：依次指定染色体当中的基因座为变异点，对每个变异点以很小的变异概率 1.5%（变异概率在遗传算法中一般为 1%-2%）从对应基因（发车时刻点）的取值范围内取一个均匀分布的随机数来代替原来的基因（发车时刻点)。



8.2.2 模型的结果

最终我们通过迭代之后得到发车时间序列，再将得到的发车时间序列代入上述改进后的模型中求解得到 $S_{总\min}$ =22 汇总得到总车辆 22 辆，总双班车数量 18，总单班车数量 4，所有车的总班次数 184，完整排班表详见附录表三。

九、模型的评价、改进与推广

9.1 模型的优点

（1）针对各时间段单程时间和发车间隔时间不同的约束条件，本文构造单双

班车综合发车计划矩阵并采用行列迭代加边求和的方法，模型简单且直观。

（2）随着问题的不断深入，考虑的因素逐渐增多，既要考虑发车时间具有波动性，又要尽量使上下午司机工作时间均衡，通过采用遗传算法对模型进行求解，制定出使得徐州市 2 路公交车，在各时间段运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划方案，因此本模型求解结果较好。

9.2 模型的缺点

为使模型的建立较为理想化，做出了公交车按照排班计划表准时进站和出站，途中没有堵车和意外事故发生，最短停站时间为零等假设，可实际情况下，时间的波动性是必然存在的，每辆车也不可能在返回终点就马上再次投入使用，求解过程中没有考虑这些因素，因此存在着些许误差。

9.3 模型的改进

简化模型的影响可大可小，模型改进时可将合理的停站整修时间、突发情况等因素纳入考虑，逐步将模型建立到与实际生活更符合的方向。

9.4 模型的推广

本文主要研究公交公司根据全天出行高峰的分布，各时间段单程时间和发车间隔时间不同的特点，制定出使得公交车在各时间段运行所需要使用的最少公交车数量的排班计划方案，可以把该模型和算法推广到，高铁开行方案等涉及到资源利用尽可能少，全天各时间段需求存在波动范围及高峰，起点与终点相同的实际问题中去。

十、参考文献

[1] 韩中庚.数学建模方法及其应用（第二版）北京:高等教育出版社，2011.11.

[2] 司守奎，孙玺菁.数学建模算法与应用.北京:国防工业出版社，2013.08.

[3] 姜启源，谢金星，叶俊.数学模型（第三版）.北京:高等教育出版社，2003.08.

[4]姜启源，谢金星，叶俊.数学模型（第四版）.北京:高等教育出版社，2011.01.

[5] 时敬梁，田世峰.《遗传算法在公交车辆智能排班系统在中的应用研究》.中国石油大学（华东）计算机与通信工程学院 ，2007.12

[6] 王庆荣，袁占亭，张秋余.《基于改进遗传—模拟退火算法的公交排班优化研究》.兰州理工大学 电气工程与信息工程学院，2012.07

十一、附录

11.1 附录表一：问题二徐州市 2 路公公交车排班计划表

附录表一：问题二徐州市 2 路公交车排班计划表

车辆编号	车辆性质(填写单班或双班)	起点发车时间	返回终点时间	每辆车的总的班次	上午司机班次(仅双班车需要填写)	下午司机班次(仅双班车需要填写)
1	单	06：00	07：20	2		
		16：51	18：01			
2	单	06：05	07：25	2		
		16：57	18：07			
3	双	06：10	07：30	9	5	4
		07：20	08：40			
		08：54	10：04			
		11：00	12：10			
		13：06	14：16			
		15：12	16：22			
		17：03	18：23			
		18：32	19：47			
		20：10	21：25			
4	双	06：15	07：35	9	5	4
		07：25	08：45			
		09：03	10：13			
		11：09	12：19			
		13：15	14：25			
		15：21	16：31			
		17：09	18：29			
		18：39	19：54			
		20：17	21：32			

5	双	06：20	07：40	9	5	4
		07：30	08：50			
		09：12	10：22			
		11：18	12：28			
		13：24	14：34			
		15：30	16：40			
		17：15	18：35			
		18：46	20：01			
		20：24	21：39			
6	双	06：25	07：45	9	5	4
		07：35	08：55			
		09：21	10：31			
		11：27	12：37			
		13：33	14：43			
		15：39	16：49			
		17：21	18：41			
		18：53	20：08			
		20：31	21：46			
7	双	06：30	07：50	8	4	4
		07：40	09：00			
		09：30	10：40			
		11：36	12：46			
		13：42	14：52			
		15：48	16：58			
		17：27	18：47			
		19：00	20：15			
8	双	06：35	07：55	8	4	4
		07：45	09：05			
		09：39	10：49			
		11：45	12：55			
		13：51	15：01			
		15：57	17：07			
		17：33	18：53			
		19：07	20：22			
9	双	06：40	08：00	8	4	4
		07：50	09：10			
		09：48	10：58			
		11：54	13：04			
		14：00	15：10			
		16：03	17：23			
		17：39	18：59			
		19：14	20：29			
10	双	06：45	08：05	8	4	4

		07：55	09：15			
		09：57	11：07			
		12：03	13：13			
		14：09	15：19			
		16：09	17：29			
		17：45	19：05			
		19：21	20：36			
11	双	06：50	08：10	8	4	4
		08：00	09：20			
		10：06	11：16			
		12：12	13：22			
		14：18	15：28			
		16：15	17：35			
		17：51	19：11			
		19：28	20：43			
12	双	06：55	08：15	8	4	4
		08：09	09：19			
		10：15	11：25			
		12：21	13：31			
		14：27	15：37			
		16：21	17：41			
		17：57	19：17			
		19：35	20：50			
13	双	07：00	08：20	8	4	4
		08：18	09：28			
		10：24	11：34			
		12：30	13：40			
		14：36	15：46			
		16：27	17：47			
		18：04	19：19			
		19：42	20：57			
14	双	07：05	08：25	8	4	4
		08：27	09：37			
		10：33	11：43			
		12：39	13：49			
		14：45	15：54			
		16：33	17：53			
		18：11	19：26			
		19：49	21：04			
15	双	07：10	08：30	8	4	4
		08：36	09：36			
		10：42	11：52			
		12：48	13：58			

		14：54	16：04			
		16：39	17：59			
		18：18	19：33			
		19：56	21：11			
16	双	07：15	08：35	8	4	4
		08：45	09：45			
		10：51	12：01			
		12：57	14：07			
		15：03	16：13			
		16：45	18：05			
		18：25	19：40			
		20：03	20：18			
汇总信息：总车辆数(16)，总双班车数量(14)，总单班车数量(2)，所有车的总班次数(120)						

注：本表格可以根据需要增减行数（第一行和最后一行不能删除），不能增减列数。

11.2 附录表二：问题三公交车排班计划表

附录表二：问题三公交车排班计划表

车辆编号	车辆性质(填写单班或双班)	起点发车时间	返回终点时间	每辆车的总的班次	上午司机班次(仅双班车需要填写)	下午司机班次(仅双班车需要填写)
1	单	06：00	07：20	2		
		16：21	17：41			
2	单	06：05	07：25	2		
		16：27	17：47			
3	单	06：10	07：30	2		
		16：33	17：53			
4	双	06：15	07：35	9	5	4
		07：20	08：40			
		08：45	09：45			
		10：42	11：52			
		12：39	13：49			
		14：36	15：46			
		16：39	17：59			
		17：57	19：17			
		19：28	20：43			
5	双	06：20	07：40	9	5	4
		07：25	08：45			
		08：54	10：04			
		10：51	12：01			
		12：48	13：58			
		14：45	15：54			
		16：45	18：05			

		18：04	19：19			
		19：35	20：50			
6	双	06：25	07：45	9	5	4
		07：30	08：50			
		09：03	10：13			
		11：00	12：10			
		12：57	14：07			
		14：54	16：04			
		16：51	18：01			
		18：11	19：26			
		19：42	20：57			
7	双	06：30	07：50	9	5	4
		07：35	08：55			
		09：12	10：22			
		11：09	12：19			
		13：06	14：16			
		15：03	16：13			
		16：57	18：07			
		18：18	19：33			
		19：49	21：04			
8	双	06：35	07：55	9	5	4
		07：40	09：00			
		09：21	10：31			
		11：18	12：28			
		13：15	14：25			
		15：12	16：22			
		17：03	18：23			
		18：25	19：40			
		19：56	21：11			
9	双	06：40	08：00	9	5	4
		07：45	09：05			
		09：30	10：40			
		11：27	12：37			
		13：24	14：34			
		15：21	16：31			
		17：09	18：29			
		18：32	19：47			
		20：03	20：18			
10	双	06：45	08：05	9	5	4
		07：50	09：10			
		09：39	10：49			
		11：36	12：46			
		13：33	14：43			

		15：30	16：40			
		17：15	18：35			
		18：39	19：54			
		20：10	21：25			
11	双	06：50	08：10	9	5	4
		07：55	09：15			
		09：48	10：58			
		11：45	12：55			
		13：42	14：52			
		15：39	16：49			
		17：21	18：41			
		18：46	20：01			
		20：17	21：32			
12	双	06：55	08：15	9	5	4
		08：00	09：20			
		09：57	11：07			
		11：54	13：04			
		13：51	15：01			
		15：48	16：58			
		17：27	18：47			
		18：53	20：08			
		20：24	21：39			
13	双	07：00	08：20	9	5	4
		08：09	09：19			
		10：06	11：16			
		12：03	13：13			
		14：00	15：10			
		15：57	17：07			
		17：33	18：53			
		19：00	20：15			
		20：31	21：46			
14	双	07：05	08：25	8	4	4
		08：18	09：28			
		10：15	11：25			
		12：12	13：22			
		14：09	15：19			
		16：03	17：23			
		17：39	18：59			
		19：07	20：22			
15	双	07：10	08：30	8	4	4
		08：27	09：37			
		10：24	11：34			
		12：21	13：31			

		14：18	15：28			
		16：09	17：29			
		17：45	19：05			
		19：14	20：29			
16	双	07：15	08：35	8	4	4
		08：36	09：36			
		10：33	11：43			
		12：30	13：40			
		14：27	15：37			
		16：15	17：35			
		17：51	19：11			
		19：21	20：36			
汇总信息：总车辆数(16)，总双班车数量(13)，总单班车数量(3)，所有车的总班次数(120)						

注：本表格可以根据需要增减行数（第一行和最后一行不能删除），不能增减列数。

11.3 附录表三：问题四公交车排班计划表

车辆编号	**车辆性质(填写单班或双班)**	**起点发车时间**	**返回终点时间**	**每辆车的总的班次**	**上午司机班次(仅双班车需要填写)**	**下午司机班次(仅双班车需要填写)**
1	双	04：30	5:40	10	5	5
		05：51	7:01			
		07:13	8:28			
		09:09	10:24			
		11:09	12:24			
		12:57	14:12			
		14:45	16:00			
		16:21	17:36			
		17:49	19:04			
		20:11	21:21			
2	双	04:39	5:49	10	5	5
		6:01	7:16			
		7:29	8:44			
		9:33	10:48			
		11:21	12:36			
		13:09	14:24			
		14:57	16:12			
		16:29	17:44			
		17:57	19:12			
		20:30	21:40			
3	双	04:48	5:58	10	5	5
		6:09	7:24			

		7:37	8:52			
		9:45	11:00			
		11:33	12:48			
		13:21	14:36			
		15:09	16:24			
		16:37	17:52			
		18:14	19:29			
		20:47	21:57			
4	双	04:57	6:07	10	5	5
		6:17	7:32			
		7:45	9:00			
		9:57	11:12			
		11:45	13:00			
		13:33	14：48			
		15:21	16:36			
		16:49	18:04			
		18:31	19:41			
		21:04	22:14			
5	单	5:03	6:13	4		
		6:25	7:40			
		7:53	9:08			
		16:45	18:00			
6	双	5:09	6:19	10	5	5
		6:29	7:44			
		7:57	9:12			
		10:03	11:18			
		11:51	13:06			
		13:39	14:54			
		15:27	16:42			
		16:53	18:08			
		18:39	19:49			
		21:12	22:22			
7	双	5:15	6:25	10	5	5
		6:37	7:52			
		8:15	9:30			
		10:15	11:30			
		12:03	13:18			
		13:51	15:06			
		15:39	16:54			
		17:05	18:20			
		18:56	21:06			
		21:29	22:39			

8	双	5:21	6:31	10	5	5
		6:41	7:56			
		8:24	9:39			
		10:21	11:36			
		12:09	13:24			
		13:57	15:12			
		15:45	17:00			
		17:13	18:28			
		19:05	20:15			
		21:38	22:48			
9	双	5:27	6:37	10	5	4
		6:49	8:04			
		8:33	9:48			
		10:33	11:48			
		12:21	13:36			
		14:09	15:24			
		15:57	17:12			
		17:25	18:40			
		19:22	20:32			
		21:55	23:05			
10	双	5:33	6:43	10	5	5
		6:53	8:08			
		8:39	9:54			
		10:39	11:54			
		12:27	13:42			
		14:15	15:30			
		16:01	17:16			
		17:29	18:44			
		19:29	20:39			
		22:03	23:13			
11	双	05：39	06：49	9	5	4
		07：01	08：16			
		08：51	10：06			
		10：51	12：06			
		12：39	13：54			
		14：27	15：42			
		16：09	17：24			
		17：07	18：22			
		19：47：30	20：57：30			
12	双	05：45	06：55	9	5	4
		07：05	08：21			
		08：57	10：12			
		10：57	12：12			

		12：45	14：00			
		14：33	15：48			
		16：13	17：28			
		17：11	18：26			
		19：56	21：06			
13	双	05：57	07：07	9	5	4
		07：17	08：32			
		09：15	10：30			
		11：15	13：30			
		13：03	14：18			
		14：51	16：07			
		16：25	17：40			
		17：53	19：08			
		20：21：30	21：31：30			
14	双	06：05	07：20	9	5	4
		07：33	08：48			
		09：39	10：54			
		11：27	12：42			
		13：10	14：25			
		15：03	16：18			
		16：33	17：48			
		18：05：30	19：15：30			
		20：38：30	21：48：30			
15	双	06：13	07：28	9	5	4
		07：41	08：56			
		09：51	11：06			
		11：39	12：54			
		13：27	14：42			
		15：15	16：20			
		16：41	17：56			
		18：22：30	19：32：30			
		20：45：30	21：55：30			
16	单	06：21	07：36	3		
		07：49	09：04			
		16：57	18：12			
17	双	06：33	07：48	9	5	4
		08：03	09：18			
		10：09	11：24			
		11：57	13：12			
		13：45	15：00			
		15：33	16：48			
		17：01	18：16			
		18：48	19：58			

		21：21	21：31			
18	双	06：45	08：00	9	5	4
		08：27	09：42			
		10：27	11：42			
		12：15	13：30			
		14：03	14：18			
		15：51	17：06			
		17：17	18：32			
		19：13：30	20：23：30			
		21：46：30	22：56：30			
19	双	06：57	08：12	9	5	4
		08：45	10：00			
		10：45	12：00			
		12：33	13：48			
		14：21	15：36			
		16：05	17：20			
		17：33	18：48			
		19：39	20：49			
		22：12	23：22			
20	双	07：09	08：24	8	4	4
		09：03	10：18			
		11：03	12：18			
		12：51	14：07			
		14：39	15：54			
		16：17	17：32			
		17：45	19：00			
		20：04：30	21：14：30			
21	单	07：21	08：36	4		
		08：09	09：24			
		09：21	10：36			
		17：09	18：24			
22	单	07：25	08：41	3		
		09：27	10：42			
		17：21	18：36			
汇总信息：总车辆数(22)，总双班车数量(18)，总单班车数量(4)，所有车的总班次数(184)						

11.4 源程序代码：

（1）第二题：

```
G=zeros(16,121);
b=1;s=0;c=0;
    for a=1:1:16
       G(a,b)=1;
       G(1:a-1,b)=0;
```

```
    G(a+1:16,b)=0;
    G(a,1:b-1)=0;
    G(a,b+1:b+16)=0;
    b=b+1;
 end
 for a=1:1:16
     G(a,b)=1
     G(16:a-1,b)=0;
     G(a+1:16,b)=0;
     G(a,b:b-1)=0;
     G(a,b+1:b+16)=0;
     b=b+1;
     if b>25
         n=a;
         break

     end
 end
for b=1:1:25
    for a=1:2
 s=s+G(a,b);
    end
end
if s>3
    for b=17:1:25
 for a=1:1:16
        if G(a,b)~=0
     G(a+2,b)=G(a,b);
     G(a,b)=0;
       break
        end
        end
    end
end
b=25;
for a=11:1:16
    G(a,b)=1;
    G(16:a-1,b)=0;
     G(a+1:16,b)=0;
     G(a,b:b-1)=0;
     G(a,b+1:b+16)=0;
     b=b+1;
     if b>30
         break
```

```
        end
    end
    a=3;
    for n=0:1:3
    for b=31:1:87
        G(a,b+14*n)=1;
        a=a+1;
        if a>=17
            a=3;
            b=31;
            break
        end
    end
    end
    b=87;
for a=1:1:16
        G(a,b)=1;
        b=b+1;
end
k=0;
for b=79:1:98
        for a=1:2
    k=k+G(a,b);
        end
    end
    if k>3
        for b=87:1:103
    for a=1:1:16
            if G(a,b)~=0
        G(a+2,b)=G(a,b);
        G(a,b)=0;
          break
            end
            end
        end
    end
a=3
    for n=0:1:2
    for b=103:1:122
        G(a,b+14*n)=1;
        a=a+1;
        if a>=17
            a=3;
            b=31;
```

```
            break
        end
    end
     end
    X=G(1:16,1:120);
```
（2）第三题

```
G=zeros(16,121);
b=1;s=0;c=0;
     for a=1:1:16
        G(a,b)=1;
        G(1:a-1,b)=0;
        G(a+1:16,b)=0;
        G(a,1:b-1)=0;
        G(a,b+1:b+16)=0;
        b=b+1;
     end
     for a=1:1:16
         G(a,b)=1
         G(16:a-1,b)=0;
         G(a+1:16,b)=0;
         G(a,b:b-1)=0;
         G(a,b+1:b+16)=0;
         b=b+1;
         if b>25
             n=a;
             break

         end
     end
    for b=1:1:25
        for a=1:3
     s=s+G(a,b);
        end
    end
    if s>3
        for b=17:1:25
     for a=1:1:16
            if G(a,b)~=0
         G(a+3,b)=G(a,b);
         G(a,b)=0;
           break
            end
            end
        end
```

```
   end
   b=25;
   for a=11:1:16
       G(a,b)=1;
       G(16:a-1,b)=0;
        G(a+1:16,b)=0;
        G(a,b:b-1)=0;
        G(a,b+1:b+16)=0;
        b=b+1;
        if b>30
            break
        end
   end
   a=4;
   for n=0:1:3
   for b=31:1:87
       G(a,b+14*n)=1;
       a=a+1;
       if a>=17
           a=4;
           b=31;
           break
       end
   end
   end
   b=87;
for a=1:1:16
       G(a,b)=1;
       b=b+1;
end
k=0;
for b=79:1:98
       for a=1:3
    k=k+G(a,b);
       end
   end
   if k>3
       for b=87:1:103
    for a=1:1:16
           if G(a,b)~=0
        G(a+3,b)=G(a,b);
        G(a,b)=0;
          break
           end
```

```
         end
      end
   end
a=3
    for n=0:1:2
   for b=103:1:122
      G(a,b+14*n)=1;
      a=a+1;
      if a>=17
          a=4;
          b=31;
          break
      end
   end
    end
   X=G(1:16,1:120);
```

（3）第四题：

初始种群生成函数：`function [y] = creat( x )`

```
a=[];t=0;
while t<=30
    r=randi([5 9],1,1);
    t=t+r;
   a(end+1)=t;
end
while t<=90
    r=randi([3,6],1,1);
    t=t+r;
    a(end+1)=t;
end
while t<=210
    r=randi([2,4],1,1);
    t=t+r;
    a(end+1)=t;
end
while t<=690
    r=randi([3,6],1,1);
    t=t+r;
    a(end+1)=t;
end
while t<=810
    r=randi([2,4],1,1);
    t=t+r;
    a(end+1)=t;
```

```
end
while t<=1065
    r=randi([5,8],1,1);
    t=t+r;
    a(end+1)=t;
end
y=a;
end
```

适应度函数：

```
function [y] =fitness(a)
n=size(a);b=[];
for i=1:1:n
    if a(i)<=30
        b(end+1)=a(i)+80;
    end
    if a(i)<=90&&a(i)>30
b(end+1)=a(i)+80;
    end
    if a(i)<=210&&a(i)>90
        b(end+1)=a(i)+85;
    end
    if a(i)<=690&&a(i)>210
        b(end+1)=a(i)+85;
    end
    if a(i)<=810&&a(i)>690
        b(end+1)=a(i)+85;
    end
    if a(i)<=1065&&a(i)>810
        b(end+1)=a(i)+8;
    end
end
 m=size(b);
 for j=1:1:m
     s(end+1)=b(j+1)-b(j)
 end
 y=sum(s);
end
```

遗传算法核心代码：

```
function [x,fval,exitflag,output,population,score] =
A8()
options = optimoptions('ga');
```

```
options = optimoptions(options,'PopulationType', 'bitstring');
options = optimoptions(options,'CreationFcn', @creat);
options = optimoptions(options,'MutationFcn', {  @mutationuniform
[] });
options = optimoptions(options,'Display', 'off');
[x,fval,exitflag,output,population,score] = ...
ga(@fitness,nvars,[],[],[],[],[],[],[],[],options);
```