

2021 年第六届“数维杯”大学生
数学建模竞赛论文

题 目 外卖骑手的送餐危机

队伍编号：202104214898

摘要

在当下美团外卖处于舆论风口，压缩骑手时间，降低骑手收入，如何在之后稳步提高提高骑手福利待遇水平、保证平台、骑手、商家共赢是我们今天需要考虑的事情。问题1主要采用的是层次分析法；问题2采用的是非线性规划模型；问题3运用了线性回归；问题4采用了平台配送网络模型；问题5采用了自适应遗传算法来解决题目问题。

对于问题1，我们设计一个合理的骑行时长方案及此方案对应的奖惩措施，既能够留足充分的时间较好的保障骑手的安全，也能够及时的将外卖送达提供高质量的外卖服务。以南京市栖霞区为例，以仙林大学城的外卖配送情况为数据源，利用多元线性回归模型分析三种因素之间的关系非常密切且回归分析的结果在统计性上表现良好，因此上述分析结果可以用于判断矩阵的构建。

对于问题2，我们在不显著增加订单总体配送费用与总体配送效率的基础上，提出一种静态和动态订单配送提成定价与奖惩策略，使得外卖骑手总体的满意度最高。在外卖平台希望在不改变现有收益的情况下，使得本平台的骑手能够对工作更加满意。根据非线性规划模型的求解结果可知，对于动态定价幅度，模型告诉我们其执行程度大致为略微高于50%。

对于问题3，我们设计出一个极端气候条件的影响下的额外订单配送费用收取金额、订单配送时长和订单配送提成的合理方案，在确定影响之后进行线性回归模型的建立。得出极端气候确实会影响额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成，且影响较为明显。

对于问题4，我们将各方需求整合为利润函数或成本函数以达到对其建模的目的，三种运营模式下骑手最优利润均随着骑手激励金额上限增加而先增大后减少。在相同骑手激励金额上限下，商家自建平台+配送模式下骑手最优利润大于平台配送模式且大于商家配送模式下骑手最优利润。在相同条件下，配送骑手选择加入自建平台的餐饮商家可以获得更多的收益^[1]。

对于问题5，针对远距离条件下城市外卖配送中的现实问题，提出多阶段跨区域联合配送策略。考虑到外卖特有时间约束，以客户时间窗和地理位置划分客户服务区域，分时段、分阶段地开展配送服务。充分考虑绩效费用、旅行费用，奖励费用并结合配送距离、车载率、行驶速度等多种因素，设计以可变成本和车辆启动费用等优化目标，建立面向交通的多阶段跨区域联合配送模型。针对模型的特征，设计自适应遗传算法。最后，结合算例对模型的可行性以及算法的有效性进行了验证分析。

总体上，本团队综合运用了多种建模方法和技术手段，并在此基础上适当融合不同层面的分析思路，形成了对于外卖平台的运营提供了一个可资借鉴的方向。

关键词： 层次分析法；非线性规划；线性回归模型；网络模型；自适应遗传算法

目 录

一、问题重述.....	2
二、问题分析.....	2
2.1 问题1的分析.....	2
2.2 问题2的分析.....	3
2.3 问题3的分析.....	3
2.4 问题4的分析.....	4
2.5 问题5的分析.....	4
三、模型假设.....	4
四、定义与符号说明.....	5
五、模型的建立与求解.....	5
5.1 问题1的模型建立与求解.....	5
5.1.1 层次分析模型的建立.....	5
5.1.2 层次分析模型的求解.....	8
5.1.3 层次分析模型的结果分析.....	8
5.2 问题2的模型建立与求解.....	9
5.2.1 非线性规划模型的建立.....	9
5.2.2 非线性规划模型的求解.....	10
5.2.3 非线性规划模型的结果分析.....	10
5.3 问题3的模型建立与求解.....	11
5.3.1 线性回归模型的建立.....	11
5.3.2 层次分析模型的求解.....	13
5.3.3 层次分析模型的结果分析.....	14
5.4 问题4的模型建立与求解.....	14
5.4.1 平台配送网络模型的建立.....	14
5.4.2 网络模型的求解.....	15
5.4.3 网络模型的结果分析.....	15
5.5 问题5的模型建立与求解.....	17
5.5.1 多阶段跨区域联合配送模型的建立.....	17
5.5.2 自适应遗传算法模型的求解.....	23
5.5.3 自适应遗传算法模型的结果分析.....	24
六、模型的评价及优化.....	26
6.1 模型的优缺点.....	26
6.2 模型的推广.....	27
参考文献.....	28
附 录.....	29

一、问题重述

随着互联网的迅猛发展，外卖市场已成为我国餐饮行业最受聚焦的市场之一，该市场的核心就是外卖平台。与传统意义上的商品或服务交易方式不同，外卖平台企业利用“平台”来达到吸引买卖双方并促其完成交易的目的。这类新型企业的主要利润来源是向外卖商家收取一定比例的佣金，外卖商家产品的定价会在一定程度上影响外卖平台的利润。近两年来，受服务业数字化转型以及网购消费带动，包括外卖骑手在内的网约配送员就业群体规模迅速增长。人社部数据显示，每天跑在路上的网约配送员已经达到百万级。仅美团平台一家，2020年上半年的有单骑手就达到295.2万人，同比增长16.4%。但同时，外卖骑手成“高危职业”的话题多次登上微博热搜，交通管理部门发布的外卖骑手交通违法数量节节攀升。专家表示，互联网平台经济打破了传统的劳资关系，如何既鼓励新业态新模式发展，又维护好劳动者权益，需要企业加强自律，还需要政府创新和改进监管^[2-5]。

想要月入万元并非易事，尤其是对等级低的骑手来说。一方面，骑手的配送费普遍在下跌，“现在的配送费和两年前已经没法比了，那时每单8元左右，而现在最低降至每单3.3元。另一方面，以前系统会自动给骑手分派同一个方向的订单，这样有利于提升配送效率，但是现在，等级低的骑手很难享受到这种待遇。”^[7-8]

由于外卖配送的订单存在待取餐和待送餐的不同需求点，且成对出现；各需求点存在严格的时间窗要求；待取餐与待送餐的节点有严格的被访问顺序，即必须先前往商家点取餐，随后才能去对应的客户点送餐，为了尽快送单，违反交通规则屡见不鲜。在外卖骑手不断抱怨的同时商家方面也对于平台高达20个点抽成叫苦不迭，其中部分商家为了盈利出现了调理包加热、食材不新鲜、包装材料廉价等问题，最终消费者也成为了受害群体。

二、问题分析

2.1 问题1的分析

问题1属于决策优化类的数学问题，对于此类问题研究方法较为丰富且角度较为多元，主要研究方法有层次分析法、神经网络模型、系统动力学模型等。其中层次分析法使用最为普遍，应用的领域也最为广泛。该问题希望设计一个合理的骑行时长方案和对应的奖惩措施，来保障骑手安全和高质量的外卖服务^[9]，根据分析，该问题的解决主要需要注意以下三个核心要素：

（1）骑手安全和高质量的外卖服务对于骑行时长的影响是相悖的：骑手安全需要较为充足

的配送时长，而高质量的外卖服务则需要较短的骑行时长，本题主要还是在探寻如何在相悖的两个方面中寻找平衡的问题。

(2) 骑行时长的影响因素较为多样，需要甄别审定不同因素对于骑行时长的影响是否存有统计学上的意义，进而形成对不同影响要素贡献程度的大小判断。随后再进行多元回归分析和层次分析模型的构建等分析不同时长订单的情况，确定合理的骑行时长方案和奖惩机制。

(3) 因为情况不同，骑行时长也相对不同，如果对每种骑行时长都进行分析的话，数据过于繁杂且难以处理和总结得出结论。故采取将简化处理，将订单分为长时和短时订单，从较为宏观的角度分析问题，降低模型分析的难度。

2.2 问题2的分析

问题 2 属于合理规划的数字问题，对于此类问题解决办法较为多样。该问题要求在不显著影响订单总体配送费用与总体配送效率的基础上，考虑多种因素的静动态订单配送提成和奖惩策略来提高骑手的满意度，该问题的解决需要注意外卖平台希望达到的是不影响其收益还要提高骑手满意度的方案，此问题关键在于寻找骑手满意度的影响因素，进而才能寻找不影响收益的策略。非线性规划模型能够在多种影响因素和限制条件下较好的得到预期的结果，是解决此问题的合适方法。

2.3 问题3的分析

问题 3 需要解决的是极端气候条件下，如何合理安排额外订单配送费用收取金额、订单配送时长和订单配送提成，属于情况应对问题。本问题的思路相对较为直接，即极端气候会对额外订单配送费用收取金额、订单配送时长和订单配送提成等产生影响，而需要得到这种影响的程度，故采用线性回归模型来解决^[10]。本题希望设计合理方案其关键点如下：

(1) 本题虽然假定极端气候条件下，额外订单配送费用收取金额、订单配送时长和订单配送提成等会产生变化，但需要对其影响进行确认，故需要建立模型确定极端气候条件能够对三者产生影响。

(2) 极端气候的假设太过模糊，如果要建立相应的模型对其进行定量分析需要先将极端天气按照其极端程度不同进行分类，便于模型的构建和数据分析的进行。

(3) 极端气候不仅会对额外订单配送费用收取金额、订单配送时长和订单配送提成产生影响，还会造成订单数量的变化；订单数量的变化又会作用于三者，产生相应的影响，因此极端气候对额外订单配送费用收取金额、订单配送时长和订单配送提成产生的影响是多重的，需要考虑

2.4 问题4的分析

本问题属于经典的博弈论问题，希望能够解决外卖中出现的外卖平台、外卖骑手、商家和消费者之间的共赢，需要考虑多方需求并且能够达到多方的平衡。问题解决的关键在于：外卖平台、外卖骑手、商家和消费者如何纳入同一个模型以及同一个模型中如何寻求四者的良性互动达到共赢；外卖平台、外卖骑手、商家和消费者四者的数据如何量化归入模型。

2.5 问题5的分析

外卖订单一般集中出现在午餐和晚餐时期，产生集中，订单量大。订单与订单之间具有很多相似性比如其取餐节点和订餐节点的地理位置、时间窗等，订单各因素间的特点明显。（1）时间窗大致相同。很多下单的顾客一般是学生、上班族等，他们就餐时间固定，下单时间也一般固定，导致顾客的时间窗大致相同。（2）存在订单之间取餐位置和配送方向大致相同或单独的取餐位置大致相同或单独的配餐位置大致相同时，可并单分派给同一位骑手派送。（3）订单包装大致相同。包装食品的餐盒一般都是市面上统一标准的配餐盒，有不同的体积规格。这样方便骑手取餐和装载配送。（4）订单具有即时性。订单的下单、接单在系统上都是实时完成的。订单大多数是加热的食物，在口感、顾客需求等方面需要骑手接单后及时配送^[1]。

在传统没有交通限行的 MDVRP 中，配送骑手通常从商家出发（不考虑骑手初次从家赶往商家费用），到达各个配送中心，在各配送中心处有独自的车辆，在不超过车辆载重的情况下完费用区域客户配送，最后车辆回到原配送中心进行本区域内的下一段配送。这种“一对多”的配送方式对客户进行固定地划分，造成资源难以有效集成与共享，使得各配送中心忙闲不均，配送车辆的返程空驶，迂回运输等资源浪费现象严重。

三、模型假设

数学模型的建立基于以下假设条件：

- （1）假设一：假设网络平台及数据库所搜寻到的数据真实可靠。
- （2）假设二：假设外卖市场稳定，没有较大的经济波动导致商家产品价格波动较大。
- （3）假设三：假设电动车电力充足，无最大行驶里程约束。
- （4）假设四：假设平台资金链正常，无突发资金断流影响外卖平台运营。
- （5）假设五：同类型的电动车，各项参数如容量、最大行驶里程、单位里程耗电量等相同。
- （6）假设六：电动车的行驶速度假设恒定不变。

(7) 假设七：不考虑特殊的客单货物，比如单个客单货物体积超过电动车运力的特殊情况。

四、定义与符号说明

符号定义	符号说明	符号定义	符号说明
CI	一致性程度	Y	电量费用
ξ	特征根	π	常数
R^2	拟合优度	d	距离
M_1	交通状况	α	距离相关常数
M_2	配送距离	ω	载重
M_3	出餐时间	q_1	单位服务质量的成本
A	单位时间收入	q_2	骑手单位服务质量的成本
B	工作时长	θ	价格的敏感系数
C	订单量	β	服务质量的敏感系数
D	配送效率	λ	骑手的激励金额上限
p_1, p_2	服务价格和产品价格	D_0	市场的固有需求
e_1, e_2	服务质量和产品质量	coef	线性回归方法得出的系数
t	节点间行驶时间	StdDev	标准误差
Z	收入	m	骑手固定配送费用
perf	位里程绩效收入	H	路段电量费用
M	种群	S	配送中心集合
p_c	交叉概率	E	客户集
p_m	变异概率	0	商家
f_{\max}	最大适应度	F	固定费用
f_{avg}	平均适应度	η	客户服务时间

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的模型建立与求解

5.1.1 层次分析模型的建立

我们需要解决的问题是如何设计一个合理的骑行时长方案及此方案对应的奖惩措施，既能够留足充分的时间较好的保障骑手的安全，也能够及时的将外卖送达提供高质量的外卖服务。此问题归根结底依旧是决策优化问题，其解决涉及交通状况、订单时段、配送距离、商家出餐时间等

多方面因素，综合考虑多种因素优化配送时长及相应奖惩措施，达到双赢的目的。仙林大学城有大量的顾客群体和提供服务的商家，数据相对而言较为丰富；且配送大都在内部进行，配送路线相对较为简单，更有利于研究的进行，故选择大学城作为研究对象。

层次分析模型作为决策分析方法中常见的技术手段，被广泛应用于各种问题研究。其模型构建过程如下：

（1）建立层次结构模型

将决策的目标、考虑的因素（决策准则）和决策对象按它们之间的相互关系分为最高层、中间层和最低层，绘出层次结构图。最高层是指决策的目的、要解决的问题。最低层是指决策时的备选方案。中间层是指考虑的因素、决策的准则。对于相邻的两层，称高层为目标层，低层为因素层。

本问题的最高层是期望达到的目标，即合理的配送时长方案；中间层是指影响目标的因素，即交通状况、订单时段、配送距离、商家出餐时间等等；最低层即是不同配送时长的方案。

（2）构造判断矩阵

判断矩阵的构造目的是为了确定不同影响因素重要程度的权重，而在确定各种影响因素之间的权重时，常常采用一致矩阵法，利用相对尺度比较来减少不同因素比较的困难，进而提高准确性。同等重要、稍微重要、较强重要、强烈重要、极端重要的量化值分别为：1、3、5、7、9，而两相邻判断的中间值为2、4、6、8。

（3）一致性检验

一致性检验的目的是为了减小模型的出错几率，提高模型的准确度，以便更好的达成目标，是模型构建的关键一环。其基本公式如下：

$$CI = \frac{\xi - n}{n - 1}$$

其中， ξ 为特征根， n 为阶数。 CI 为0，表示有完全的一致性； CI 接近0，有满意的一致性； CI 越大，一致性越差。

随后是影响因素的筛选和判断矩阵的建立。对于本问题而言，配送时长一般与交通状况、订单时段、配送距离、商家出餐时间等因素有关，但这些因素如何对配送时长的影响程度和判断矩阵的设计还需要建立在对现实情况的基础上。利用多元回归分析对影响订单配送时长的因素进行分析，构建科学有效的判断矩阵。

以仙林大学城的外卖配送情况为数据源，将交通状况、配送距离、订单时段、商家出餐时间作为自变量，订单配送时长作为因变量，利用多元线性回归模型分析订单配送时长之中存在着怎样的数学关系，进而判断距离、交通、时间等因素对订单时长的影响因素，为之后的层次分析法提供科学的判断依据。分别对仙林大学城多个不同配送时长的订单同上述四因素进行多元回归后得到如下结果：

表 5-1 不同配送时长的订单进行多元回归的结果

配送时长 17 分钟，R ² =0.85					配送时长 22 分钟，R ² =0.89				
变量名	coef	StdDev	t	p	变量名	coef	StdDev	t	p
交通状况	-2.31	3.21	-0.18	0.05	交通状况	-1.01	1.37	-0.52	0.03
配送距离	11.62	7.34	0.86	0.09	配送距离	18.91	10.38	0.91	0.02
订单时段	0.61	0.32	0.31	0.32	订单时段	1.23	0.78	0.12	0.18
商家出餐时间	6.21	3.01	1.73	0.02	商家出餐时间	0.98	0.51	0.23	0.04

附表

配送时长 25 分钟，R ² =0.83					配送时长 29 分钟，R ² =0.86				
变量名	coef	StdDev	t	p	变量名	coef	StdDev	t	p
交通状况	3.19	1.27	0.15	0.01	交通状况	2.37	0.34	0.33	0.08
配送距离	29.32	18.29	0.57	0.11	配送距离	37.83	16.37	1.38	0.06
订单时段	-0.32	0.31	-1.56	0.08	订单时段	0.18	0.09	0.67	0.12
商家出餐时间	1.91	1.29	0.78	0.07	商家出餐时间	4.52	3.63	3.23	0.14

附表

配送时长 35 分钟，R ² =0.79				
变量名	coef	StdDev	t	p
交通状况	6.23	4.28	0.27	0.05
配送距离	22.15	13.29	0.57	0.11
订单时段	0.25	0.18	-1.56	0.25
商家出餐时间	0.67	0.46	0.78	0.07

由表 5-1 可以看出，回归分析的结果在 R² 上的表现均较好，但从不同配送时长的结果来看，仅有交通状况、配送距离和商家出餐时间表现相对较好，在多组数据中均小于 0.1，故在下文中仅考虑以上三个变量进行二轮回归分析，其结果如下：

表 5-2 不同配送时长的订单进行二轮多元回归的结果

配送时长 17 分钟，R ² =0.81					配送时长 22 分钟，R ² =0.78				
变量名	coef	StdDev	t	p	变量名	coef	StdDev	t	p
交通状况	-1.93	1.03	-0.23	0.01	交通状况	3.27	2.11	0.34	0.02
配送距离	9.87	4.78	0.51	0.05	配送距离	12.11	5.68	2.23	0.00
商家出餐时间	1	0.46	0.98	0.03	商家出餐时间	1.32	0.98	0.71	0.01

附表

配送时长 25 分钟，R ² =0.87					配送时长 29 分钟，R ² =0.84				
变量名	coef	StdDev	t	p	变量名	coef	StdDev	t	p
交通状况	3.52	1.01	0.39	0.00	交通状况	4.32	0.23	0.14	0.01
配送距离	15.91	6.78	0.79	0.04	配送距离	20.39	12.39	0.57	0.00
商家出餐时间	0.73	0.36	0.18	0.02	商家出餐时间	-2.14	1.36	-0.22	0.00

附表

配送时长 35 分钟，R ² =0.88				
变量名	coef	StdDev	t	p
交通状况	7.24	5.32	2.34	0.01
配送距离	32.09	17.89	4.51	0.05
商家出餐时间	4.29	2.41	0.91	0.00

由表 5-2 结果显示，上述三种因素之间的关系非常密切且回归分析的结果在统计性上表现良好，因此上述分析结果可以用于判断矩阵的构建。根据三种因素的系数大小，可判断三者的影响程度依次为配送距离、商家出餐时间和交通状况。基于以上分析，将交通状况、配送距离和出餐时间分别设定为 M_1 、 M_2 、 M_3 ，参考文献资料和专家意见，建立层次分析法的第一个判断矩阵 M ：

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{2} & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

在解决不同影响因素对订单配送时长的影响程度问题之后，便可以讨论配送时长的情况，我们需要进一步建立配送时长与影响因素之间的矩阵， N_1 、 N_2 、 N_3 。根据数据分析，我们可以发现，在配送距离上，长时订单（>25 分钟）受到配送距离的影响越大；在商家出餐时间上，短时订单（<25 分钟）受到的影响更为明显；在交通状况上，短时订单（<25 分钟）受到交通情况的影响更大。此外，长时订单 意外事故 以及 短时订单 的游客满意度

$$N_1 = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix}, N_2 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{7} \\ 7 & 1 \end{pmatrix}, N_3 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{5} \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

5.1.2 层次分析模型的求解

由 Matlab 计算得到 M_1 、 M_2 、 M_3 的权重分别为：

$$M_1 \text{---} 0.5364$$

$$M_2 \text{---} 0.0801$$

$$M_3 \text{---} 0.3835$$

由 Matlab 得到的 N_1 、 N_2 、 N_3 的权重分别为：

$$N_1 \text{---} \text{长时订单：短时订单} = 0.875 : 0.125$$

$$N_2 \text{---} \text{长时订单：短时订单} = 0.125 : 0.875$$

$$N_3 \text{---} \text{长时订单：短时订单} = 0.17 : 0.83$$

因此，进行骑手配送时长设计时，根据层次分析法的思路两种情况分别为：

$$\text{长时订单} = 0.5364 \times 0.875 + 0.0801 \times 0.125 + 0.3835 \times 0.17 = 0.5445$$

$$\text{短时订单} = 0.5364 \times 0.125 + 0.0801 \times 0.875 + 0.3835 \times 0.83 = 0.4554$$

5.1.3 层次分析模型的结果分析

综上，通过层次分析法的研究，在外卖配送过程中，长时订单（>25 分钟）相较于短时订单（<25 分钟）更能保证骑手安全和高质量服务的双赢，但这种影响是有限度的，长时订单（>25 分钟）的优势并不是极其明显；两者较为接近，因此在进行合理的外卖配送时长的设计中，应当

设置一定的配送时长允许范围，即 25 分钟-27 分钟，而非一味的延长或者缩减外卖配送时长。

长时订单和短时订单的不同还在于其影响的骑手安全和外卖配送质量，经过对仙林大学城数日的外卖配送数据分析发现，长时订单发生意外的概率仅为短时订单的十分之一，而外卖配送质量则为短时订单的四分之一，由此可见长时订单相较于短时订单虽然降低了部分的外卖配送质量，但更为安全。

因此在中等配送时长的基础上适当延长配送时长是合理的。但需要建立合理的奖惩制度，鼓励外卖配送质量的提升，但奖惩制度也应该有一定的限度：在合理配送时长的基础上提前五分钟以内给予 20% 配送费用的奖励及延后五分钟以上的给予 20% 配送费用的惩罚，将配送时长控制在 20 分钟-32 分钟之间，既能保证外卖配送人员的安全，也能提高外卖配送服务的质量，达到两者的双赢。

5.2 问题 2 的模型建立与求解

5.2.1 非线性规划模型的建立

我们需要在不显著增加订单总体配送费用与总体配送效率的基础上，提出一种静态和动态订单配送提成定价与奖惩策略，使得外卖骑手总体的满意度最高。总的来说，这是外卖平台希望在不改变现有收益的情况下，使得本平台的骑手能够对工作更加满意。综合调研骑手满意度后，我们了解到收入、单位时间收入、工作时长、用户人品、平台抽成幅度、未来发展空间等因素是骑手不满意的主要原因。

非线性规划模型广泛应用于企业管理、金融策略、控制论等诸多领域，是适用性极强的模型求解器，其模型构建过程如下：

1. 确定变量关系以及限制条件的确立

鉴于本题的限制即不显著增加订单总体配送费用与总体配送效率，我们现将订单量、单位时间收入、工作时长与配送效率作为骑手满意度的影响因素进行分析。如图所示，整理骑手满意度调查问卷，统计数据显示单位时间收入选择率为 91.3%，工作时长选择率为 55.7%，订单量选择率为 25.7%，配送效率选择率为 8.4%。根据以上数据，首先假定这些因素相互独立且与满意度简单线性相关，其中线性因子与该因子选择率成正比。据此建立满意度函数 $M(A, B, C, D)$ ：

$$M(A, B, C, D) = w_A * A + w_B * B + w_C * C + w_D * D$$

其中 w_A, w_B, w_C, w_D 为该因子选择率， A, B, C, D 分别为单位时间收入、工作时长、订单量与配送效率根据限制条件，不显著增加订单总体配送费用我们认为定单费用不超过之前的订单费用，不显著增加总体配送效率我们认为总订单量与工作时长比值为固定的，据此我们可以将限制条

件数学化：

$s.t.:$

$$B * C \leq 1$$

$$A / C = D$$

2.构建求解模型

前面有了满意度函数，其变量为单位时间收入、工作时长、订单量、配送效率，根据题目要求，决策变量为动态定价与奖惩策略，鉴于我们没有每个订单的定位、时间、提成价格、奖惩策略等数据，这里我们抽象化地表示动态定价幅度与奖惩策略力度，并将其归一化得限制在(0, 1)内，以此从策略强度方面探讨决策变量对目标函数即满意度函数的影响。

我们认为动态定价幅度与单位收入线性相关，而奖惩力度则决定每个订单的偏置量。下面我们分别对四个变量对决策变量进行建模：

$$A = 1 - x_1^2$$

$$B = x_1 + x_1 x_2$$

$$C = 1 / (x_1 + x_1 x_2)$$

$$D = -x_1^3 x_2 - x_1^3 + x_1 x_2 + x_1$$

其中 x_1, x_2 分别代表动态定价幅度与奖惩策略力度。

5.2.2 非线性规划模型的求解

经过计算简化后，非线性规划模型得以定义。

定义满意度函数文件：

```
function f=fun1(x);
f=-1*(91.3*(1-x(1))+55.7*(x(1)+x(1)*x(2))+25.7/(x(1)+x(1)*x(2))+8.4*(x(1)+x(1)*x(2))-x(1)^3-x(2)*x(1)^3));
```

定义限制条件文件：

```
function[g,h]=fun2(x);
g=x(1)*x(2)-1;
h=x(1)+x(1)*x(2)-x(1)^3-x(2)*x(1)^3-1;
```

定义主函数：

```
[x,y]=fmincon('fun1',ones(2,1),[],[],[],[],zeros(2,1),ones(2,1),'fun2');
```

求解结果：

```
x=[0.5774,1.0000],y=-131.6279
```

5.2.3 非线性规划模型的结果分析

求解所得 x 向量分别是动态定价幅度 $x_1=0.5774$ ，奖惩力度 $x_2=1.0000$ ，最优满意度为 131.6279，由于两个决策变量都是归一化为(0, 1)区间内，且初始化为 1，所以可以视作在外卖平台制定初始策略时，两者的程度强弱考虑一致并处在同一等级。根据非线性规划模型的求解结果

可知，对于动态定价幅度，模型告诉我们其执行程度大致为略微高于 50%，执行动态定价策略时骑手往往倾向于选择配送提成高的订单，依此可以提高平均提成与单位时间收入，从而提高骑手的满意度，然而，动态定价不能过头，过度追求动态定价会导致骑手过于追求订单提成而导致骑手总订单量偏低，进而导致骑手的满意度降低。对于奖惩策略力度，我们的模型告诉我们可以充分执行，在我们的模型中，奖惩力度主要影响单个订单的偏置，偏置为正时代表骑手会根据奖惩力度获得单个订单的额外收入，这样可以为骑手带来总体的收入进而提高骑手的满意度，这点在模型中展现的淋漓尽致以至于模型建议我们完全执行，但同时也说明我们模型存在一定缺陷，并没有很好地表达奖惩力度的负反馈机制，缺少对当骑手过度追求奖惩力度时对客户以及外卖平台造成的挤压效应的有效建模。

总的来说，通过我们的模型，骑手总体的满意度提高了 93%，取得了良好的效果，并对外卖平台的动态定价与奖惩策略作出了效果显著的具有实际的建议与优化。

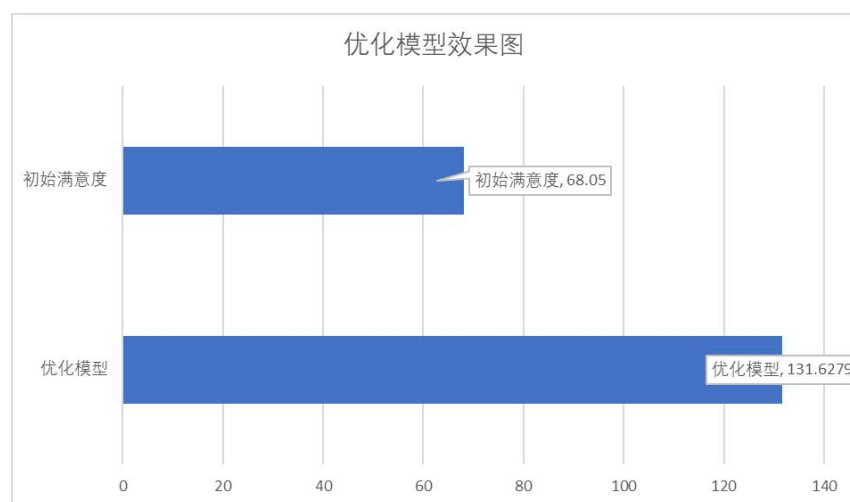


图5-1 优化模型图

5.3 问题 3 的模型建立与求解

5.3.1 线性回归模型的建立

我们需要解决的问题是设计出一个极端气候条件的影响下的额外订单配送费用收取金额、订单配送时长和订单配送提成的合理方案。首先问题需要验证极端气候对额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成的影响，在确定影响之后进行线性回归模型的建立。

1. 模型影响因子的验证

极端气候包括的种类多样，包括台风、暴雨、高温等多种类型，造成的影响也相对复杂，因此选择多变量序列分量方差分析模型作为验证模型，确定极端气候对额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成的影响，基本思想是随着相关性变动的 m 个随机变量的背后，有较少的 n 个不可观测的共同变动因子存在，即可以通过这些较少的 n 个不可观测的共同变动因子，对

多变量序列进行研究。

首先构建随机变动模型：

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ u_{3t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{1t} \\ k_{2t} \\ k_{3t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix}$$

其中 $u_{it}=E(y_{it})$ ， k_{it} 是 (y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}) 的第 i 个共同变动因子，可以直接利用主成分分析方法得到，相应的特征值 λ_i 是 k_{it} 的方差 γ_i 的估计值，系数矩阵 $C=(c_{ij})$ ， c_{ij} 反映第 j 个共同变动因子 k_{jt} 对第 i 变量 y_{it} 的影响系数， ε_{it} 为误差项。

$$\frac{\text{var}(c_{ij}k_{it}) - c_{ij}^2\tau_j}{\text{var}(y_{it}) - \sigma_{ii}}$$

上式为 k_{it} 对 y_{it} 的说明能力，可以利用主成分分析方法估计的 c_{ij} 、 τ_j 、 σ_{ii} 估计 y_{it} 能被第 j 个共同变动因子解释的变动比例。

本题种假设极端气候有四种，分别为台风、暴雨、高温、暴雪，而共同变动因子有额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成，由此建立起对应的分析表格。

表5-3 各因子说明能力统计表

指标名称	额外订单配送费用收取金额	配送时长	配送提成
台风	0.6394	0.8767	0.4042
暴雨	0.8044	0.3967	-0.1576
高温	0.7408	-0.046	0.5042
暴雪	0.5889	-0.1228	0.2195
说明能力 (%)	54.87	73.26	45.09

由上表可以看出，额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成对各种极端气候的说明能力相对较好，其中配送时长说明能力最好，达73.26%。故三者对极端气候的影响是肯定的，可以建立线性回归模型。

1.线性回归方程的建立

极端气候造成的额外订单配送费用收取金额、配送时长的变化会影响外卖的配送质量，而配送提成的变化则影响外卖配送人员的积极性，合理的配送方案还必须考虑到这些因素，因此需要一个中间量来协调这些因素，即配送订单数量。随后建立极端气候与配送订单数量的一元线性回归模型：

$$A_n = a_0 + a_1 \cdot n$$

其中 A_n 表示 n 等级的极端气候下的配送订单数量， a_0 、 a_1 为系数， n 为极端气候的等级，从弱到强依次为1到9。

利用仙林大学城过往极端气候的数据，分析配送订单数量的变化，得出下表。

表5-4 仙林大学城订单数量与极端气候等级的回归分析结果表

Dependent Mth	Rsqr	d.f.	F	Sigf	a ₀	a ₁
VAR00002 LIN	0.842	5	29.3842	0.003	1784	-127

由此可以得出仙林大学城外卖配送订单的一元线性回归方程：

$$A_n = 1784 - 127 \cdot n$$

2. 线性回归模型的建立

根据此前对极端气候与额外订单配送费用收取金额、配送时长和订单提成的数据分析，发现极端气候的等级每高一级，额外订单配送费用收取金额的上限便提升5%；而配送时长上，极端气候的等级每高一级，可以容忍的配送时长提升3%；订单提成则是随着极端气候等级的上升，每高一级提成增加10%。而通过问卷、调查与采访等方法探寻订单数量与三者的关系，结果显示订单数量对额外订单配送费用收取金额、配送时长和订单提成的影响系数分别为0.8、1和0.7。

由此我们可以分别三者与极端气候的线性回归方程：

$$P_n = 0.05 \cdot n \cdot P_0 + \frac{127n}{1784} \cdot 0.8 \cdot P_0$$

$$T_n = 0.27 \cdot n \cdot T_0 + \frac{127n}{1784} \cdot 1 \cdot T_0$$

$$C_n = 0.1 \cdot n \cdot C_0 + \frac{127n}{1784} \cdot 0.7 \cdot C_0$$

其中 P_n T_n C_n 分别为增加的额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成， P_0 T_0 C_0 分别为基础额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成， n 为极端气候的等级。

5.3.2 层次分析模型的求解

当极端气候等级为9时，气候最为极端，影响最为明显：

$$P_n = 0.45P_0 + 0.51P_0 = 0.96P_0$$

$$T_n = 0.27T_0 + 0.64T_0 = 0.91T_0$$

$$C_n = 0.9C_0 + 0.45C_0 = 1.35C_0$$

由此可以得出极端气候下额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成的变化量，分别为 $0.96P_0$ ， $0.91T_0$ ， $1.35C_0$ ，并随后据此提出合理的方案。

5.3.3 层次分析模型的结果分析

本题利用线性回归模型和多变量序列分量方差分析模型来研究极端气候下的额外订单配送费用收取金额、订单配送时长设计及订单配送提成设计方案，得到如下结果：（1）极端气候确实会影响额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成，且影响较为明显；（2）极端气候造成的订单数量变化也会对额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成产生一定影响，因此极端气候造成的影响更为复杂多样；（3）通过线性回归模型的预测和求解，得出气候最为极端情况下的额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成的变化量：额外订单配送费用收取金额相较于此前增加0.96倍，配送时长增加0.91倍，配送提成增加1.35倍，而且随着极端气候等级的下降，额外订单配送费用收取金额降低0.09倍、配送时长减少0.1倍、配送提成降低0.16倍。

5.4 问题 4 的模型建立与求解

5.4.1 平台配送网络模型的建立

外卖平台、骑手、商家与消费者之间的种种恶性竞争导致内需下降和影响众多群体的幸福指数，我们需要将各方需求整合为利润函数或成本函数以达到对其建模的目的，并根据实际情况通过建立平台配送网络模型，最后运用博弈论知识分析达到的纳什均衡与最优解的关系。

平台配送网络模型的确立

在外卖服务供应链中，假定外卖平台、餐饮商家和配送骑手地位平等，同时行动、独立决策以实现自身收益最大。现建立平台配送网络，构建外卖平台、餐饮商家和配送骑手的利润函数，并分别优化得到外卖服务供应链成员最优质量控制策略和利润。

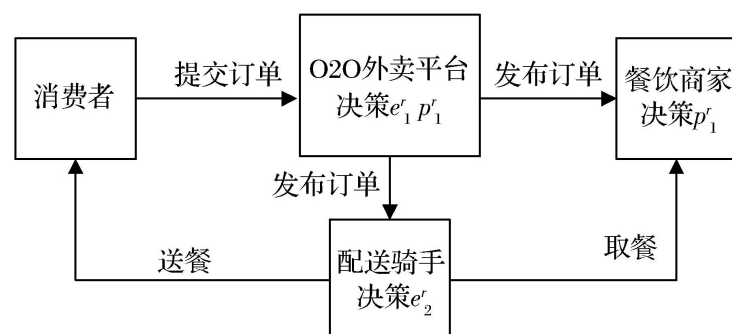


图5-2 平台配送模式图

在平台配送模式下，商家仅负责提供餐饮外卖，由外卖平台统一负责雇佣、培训、管理和激励骑手进行配送。餐饮商家收取产品价格 p_2 ，外卖平台收取流量和配送服务价格 p_1 ，负责支付骑手固定配送费用 m 和服务努力的激励以及骑手的培训和管理费用 M_2 ，同时承担平台固定运营和开发费用 M_1 ，外卖平台、餐饮商家、骑手的成本函数分别为：

O2O外卖平台成本函数为

$$\pi_r^r = (p_1 - m - \lambda e_2)[D_0 + \beta(e_1 + e_2) - \theta(p_1 + p_2)]$$

餐饮商家成本函数为

$$\pi_s^r = (p_2 - c)[D_0 + \beta(e_1 + e_2) - \theta(p_1 + p_2)]$$

骑手成本函数为

$$\pi_d^r = (m + \lambda e_2)[D_0 + \beta(e_1 + e_2) - \theta(p_1 + p_2)]$$

消费者成本函数定为1，以便于计算纳什均衡条件与后续的评价分析。

通过以上模型的建立，求解可得纳什均衡条件。

$$\pi_r^{r*} = \frac{q_1(2\theta q_1 - \beta^2)[A_3 + D_0(q_2 - \beta\lambda)]^2}{\beta^2(\beta\lambda - q_2) + \theta q_1[\lambda(\theta\lambda - 4\beta) + 3q_2]}$$

$$\pi_s^{r*} = \frac{\theta q_1^2[D_0(\beta\lambda - q_2) - A_3]^2}{\beta^2(\beta\lambda - q_2) + \theta q_1[\lambda(\theta\lambda - 4\beta) + 3q_2]}$$

$$\pi_d^{r*} = \frac{2m\beta^2\theta q_1 q_2[2m\beta - (2c + m)\theta\lambda + 2\lambda D_0]}{\beta^2(\beta\lambda - q_2) + \theta q_1[\lambda(\theta\lambda - 4\beta) + 3q_2]}$$

5.4.2 网络模型的求解

由于在模型中参数较多，表达式也较为复杂，为更直观地分析骑手激励金额上限和市场固有风险对O2O外卖平台和餐饮商家的最优定价、O2O外卖平台和骑手的最优服务质量努力、外卖平台、餐饮商家和配送骑手的最优利润的影响，我们作出数值假定

$m = 2, q_1 = 20, q_2 = 20, \beta = 1, \theta = 1, c = 2, D_0 = 40, \lambda \in (0, 3)$ ，在分析数据时，我们选择控制变量法来独立观察两个变量之间的联系。

5.4.3 网络模型的结果分析

由图可知，在商家配送模式下，平台的最优价格 p_1^{s*} 随着骑手激励金额上限 λ 的增大而先增大后减小。而在平台配送模式下，平台的最优价格 p_1^{r*} 随着骑手激励金额上限 λ 的增加而增加。当 λ 小于 λ' 时， $p_1^{s*} > p_1^{r*}$ 。当 λ 增大到某一值 λ' 时， $p_1^{s*} = p_1^{r*}$ 。由此可知，在平台配送模式下，随着骑手激励金额上限的增大，平台运营成本随之提高，进而使平台最优服务价格不断增加。但是如果外卖平台的服务价格太高，可能导致消费者剩余减少，进而影响销量。所以在该运营模式下，不可盲目增加骑手激励，外卖平台应控制骑手激励金额上限。在商家配送模式下，因为商家支付骑手的激励费用，外卖平台存在一定“搭便车”行为，因此如果商家激励骑手金额较高，外卖平台可采取相对较低的产品销售价格策略。

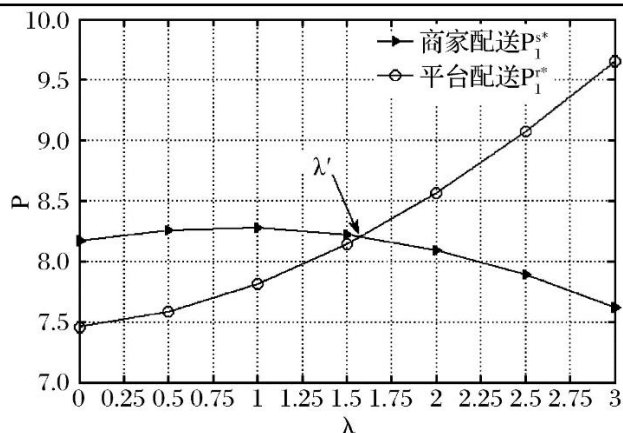


图5-3 商家配送模式与平台配送模式图

如图所示，三种运营模式下商家最优利润 π_s^* 、 π_s^{r*} 、 π_s^{c*} 与市场固有需求规模 D_0 正相关，当市场固有需求规模 D_0 小于 D_0' 时，平台配送模式下商家最优利润大于商家配送下商家最优利润大于商家自建平台时商家最优利润，随着市场基本需求规模不断增大，商家自建平台+配送模式下商家最优利润迅速增大，当市场固有需求规模 $D_0 > D_0'$ 时商家自建平台下商家利润 $\pi_s^* < \pi_s^{r*} < \pi_s^{c*}$ ，且 D_0 越大，商家自建平台+配送模式与其他两种模式商家最优利润差距越大。由此可知，对于市场固有需求较小的餐饮商家，由于固有需求小，不足以支持独立运营以及管理骑手配送付出的成本，选择平台配送模式是最优的选择。而对于具有一定实力并且有较大的市场固有需求规模的餐饮商家，可以选择自建平台，独立负责平台开发运营和骑手的培训和管理，更有利于平台和骑手服务努力的提升，提升消费者的服务体验，有利于打造品牌知名度。

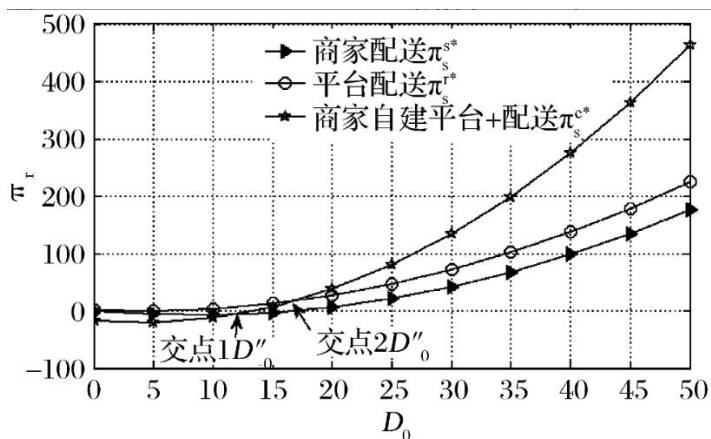


图5-4 商家配送模式与平台配送模式优化图

综上所述对四者互动的综合建议如下：

餐饮商家在选择外卖运营模式时，应充分考虑自身实力以及市场的固有需求规模，对于固有需求规模较少的中小商家，选择加入到外卖平台的平台配送体系，并支付平台一定的服务费用更有利于增加自身利润。而对于具有一定实力并且有较大的市场固有需求规模的餐饮商家，可以选择自建平台，独立负责平台运营和骑手的管理，更有利于提升平台和骑手的服务质量努力，提升消费者的服务体验并打造品牌，而且节省了外卖平台的服务费用，相同条件下可以获得更多的利

润。

外卖平台应吸引更多餐饮商家入驻，并对固有需求规模不同的餐饮商家采取不同的策略。对于一些有实力的、市场固有需求规模较大的餐饮商家，可以适当减少收取的服务费用或其他优惠政策（如承诺排名位置和流量），提升平台的市场占有率，创造更多的收益。

三种运营模式下骑手最优利润均随着骑手激励金额上限增加而先增大后减少。在相同骑手激励金额上限下，商家自建平台+配送模式下骑手最优利润大于平台配送模式且大于商家配送模式下骑手最优利润。在相同条件下，配送骑手选择加入自建平台的餐饮商家可以获得更多的收益。

5.5 问题 5 的模型建立与求解

5.5.1 多阶段跨区域联合配送模型的建立

5.5.1.1 构建分析

传统的车辆路径问题的定义是：利用车队的配送装载能力来服务一定的客户需求，根据车辆的装载能力等条件与客户需求相匹配，在满足客户时间窗等特殊需求的同时车队的服务范围一定要辐射所有顾客的取货或送货需求，对其规划出合理的配送路线。一般车队会从车场出发，考虑到路径连通约束、车辆装载能力约束、客户的时间窗约束等限制条件，规划出满足条件的路径访问顺序，即得到车辆路径问题的可行解。通过遍历各个可行解，通过目标函数进行最优比较，得到最优解即最优路径。一般来考虑的目标函数包括：车辆访问距离最短、配送车辆最少、配送费用最低或者是旅行时间最短等。考虑到交通限行政策的影响，针对城市多区域配送问题，本模型提出网络化跨区域联合配送策略，将隶属于不同配送中心的车辆根据配送任务进行联合调用，结合配送任务的均衡要求选择合适的配送中心进行停靠。如此即可实现外卖配送中最重要的车辆资源进行有效整合与共享，并构建相应的模型。模型主要特征如下：

1) 客户分区。假设一个城市内根据一些共同的属性分为不同的客户区域，这些属性可以为地理位置上的相邻、配送时间相近、外卖相似等。

2) 多配送中心。每个客户区有一个配送中心，这个配送中心可以满足区域内所有客户需求。配送中心可位于客户区内、客户区外、客户区之间的边界处。同时，客户并不是固定由某个配送中心负责，根据配送任务可能由客户区外的配送中心负责某次配送。

3) 跨区域行驶。车辆可以在一个给定的计划周期内对不同的客户区域行使多次服务，同一客户区内只能服务一次，每个客户只有一辆车为其服务。

4) 时间窗。每个客户的时间窗均为随机产生的，且为软时间窗。

车辆从商家出发，为客户区内的客户提供服务并执行多条路径，最终回到商家，如图 5-4。这个问题涉及配送费用最优化的路径设计，确保车辆能够准时送货，并能准时进入另一客户区以完成联合配送。最终的目的是使运输总费用最小化，这个费用包括两个方面：1) 使用车辆的固定费用；2) 所有车辆在运输总距离上的可变费用。问题的关键是既要保证在客户的时间窗内准确送货，同时确保网络化跨区域配送时车辆不能违反现行规定。

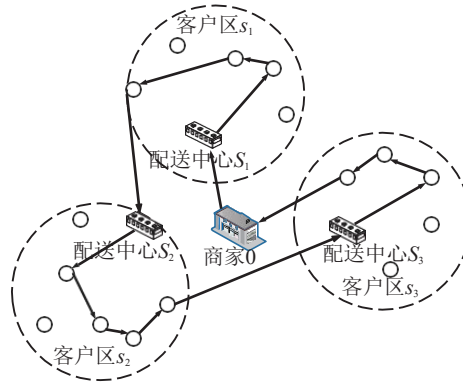


图 5-4 跨区域联合配送的车辆路径问题模型

5.5.1.2 选择优化目标

在实际运输作业中，车辆的实际运输量与车载率都影响着运输费用，同时运输费用与运输距离也密切相关，在实际中，若仅以运输费用最小为优化目标，则实际的车辆运输量和车载率在运输费用中无法体现。为此，本文提出以运输费用密切相关的电量费用及车辆启用时的固定费用为优化目标，综合考虑配送距离、载重量、行驶速度等多重因素对配送费用的影响。首先给出Bektas 的电量费用公式，即：

$$Y_{ij} = [\alpha_{ij}(\omega_0 + \omega_{ij}) + \pi v_{ij}^2] d_{ij} \quad (1)$$

其中 α_{ij} 为与 i 、 j 之间的距离有关的常数，与道路的坡度、阻力等因素有关，根据外卖的实际运输情况，一般 $\alpha_{ij} \in [0.09, 0.2]$ ； π 为与使用的车型有关的常数，与车辆的马力、迎风面积等因素有关； ω_0 为车辆自重； ω 表示在 i 、 j 上的载重量， v_{ij} 表示在 i 、 j 之间车辆行驶的速度， d_{ij} 为 i 、 j 之间的距离。然后对式(1)进行改进，记 c_i 为单位电量的配送费用，则该路段的电量费用为：

$$H_{ij} = c_i \cdot Y_{ij} \quad (2)$$

式(2)表明，不仅运输距离会影响电量的变化，载重和车辆的速度也会引起电量变化，另外还充分考虑了空车行驶时的耗电量，这样的费用计算方法对路径的优化更彻底，也最符合实际情况。

5.5.1.3建立数学模型

为了建立面向交通限行的网络化跨区域联合配送模型，首先对模型中的相关参数介绍如下：

S 表示分配送中心的集合，假设每个区域内只有一个分配送中心，每个分配送中心只负责本区域客户的配送需求。 E 表示在客户区域 s 内的客户集，因此，客户集合为 $E = \bigcup_{s \in S} E_s \cdot q_i (q_i > 0)$ 表示每个客户的需求量。 x_{ij}^k 表示从客户 i 到 j 客户由车辆 k 负责配送。 0 表示商家，每个周期初车辆由此出发，周期末车辆须返回商家。为了简化模型，不考虑骑手初次从家赶往商家费用影响，只产生固定费用在此记为 F 。 $[E(i), L(i)]$ 表示客户 i 的服务时间窗， $\eta(i)$ 表示客户 i 的服务时间，假设其与客户有关，与客户需求量无关。 $t_{i,j}$ 表示车辆从节点 i 到 j 的行驶时间，其中 $i, j \in S \cup E$ 。当车辆完成一个客户区的配送任务后，根据限行要求和配送需求决策车辆下一阶段的配送任务。车辆完成一周期的配送任务后将回到主要商家 0 。

当然我们基于骑手角度考虑，建立平台配送总费用最大的数学模型，骑手获得的费用包含三部分，即旅行费用、绩效费用和奖励费用。

1.旅行费用

本文考虑的旅行费用与配送距离有关，式(3)表示骑手获得旅行配送费用，包括车辆启用的固定费用和与耗电相关的可变费用。

$$\max Z_1 = \sum_{k \in K} \sum_{i,j \in E} c_i Y_{ij} \cdot x_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} F \cdot x_{0s}^k \quad (3)$$

2.绩效费用

基于人性化、平台长期运营发展的考虑，绩效工资的设置对于骑手体现公平分配原则，实现劳动和收入对等。该部分费用从配送订单数量、配送距离及订单体积三个角度考虑设定。其中，对于平台来讲，订单数量和订单体积所产生的费用是确定不变的，与其相关的绩效费用对于平台不存在增加空间，所以不予考虑。本文只考虑与配送距离有关的部分绩效工资，单位里程的绩效收入记做 $perf$ ，提出绩效收入函数为：

$$Z_2 = d_{ij} \cdot perf \quad (4)$$

3.奖励费用

对于任一节点 1 ，存在可接受时间窗分别为 $[t_{i,1}, t_{i,2}]$ 和 $[t_{i,3}, t_{i,4}]$ ，期望骑手送达时间窗为 $[t_{i,2}, t_{i,3}]$ ，骑手在 $t_{i,1}$ 之前或者 $t_{i,4}$ 之后到达节点 i ，其服务对象(商家或顾客)满意度极低，物流配送平台将付出很高的惩罚费用 M (M 是足够大的正数)；在 $[t_{i,1}, t_{i,2}]$ 范围内到达，单位时间奖励系数为 ϕ ；在 $[t_{i,2}, t_{i,3}]$ 时间范围内到达，单位时间奖励系数为 ψ ；在 $[t_{i,3}, t_{i,4}]$ 时间范围内到达，单位时间奖励系数为 φ 。则骑手的奖励费用模型为：

$$Z_3(S_{ik}) \begin{cases} M, S_{ik} < t_{i,1} \\ \emptyset(t_{i,2} - S_{ik}), t_{i,1} \leq S_{ik} \leq t_{i,2} \\ \psi S_{ik}, t_{i,2} \leq S_{ik} \leq t_{i,3} \\ \varphi(S_{ik} - t_{i,3}), t_{i,3} \leq S_{ik} \leq t_{i,4} \\ M, t_{i,4} < S_{ik} \end{cases} \quad (5)$$

建立面向骑手的获得费用的跨区域联合配送模型，具体如下：

$$\max Z_1 \left(\sum_{k \in K} \sum_{i,j \in D} c_i Y_{ij} \cdot x_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} F \cdot x_{0s}^k \right) + Z_2(d_{ij} \cdot perf) + Z_3(S_{ik}) \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k \in K} \sum_{ij \in EU S} q \cdot x_{ij}^k \leq Q \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{s,d \in S \cup E} x_{sd}^k \leq 1 \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i,j \in E} x_{ij}^k + \sum_{k \in K} \sum_{j,s' \in EU S} x_{js'}^k + \sum_{k \in K} \sum_{d \in E} x_{0s}^k = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K} \left[\sum_{i,j \in E} x_{ij}^k + \sum_{i,j \in E} x_{ji}^k \right] = 1 \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{0s}^k + \sum_{k \in K} \sum_{s,d \in S \cup E} x_{is}^k - \sum_{k \in K} \sum_{s,d \in S \cup E} x_{is}^k \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in E} x_{j0}^k = \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} x_{0s}^k \quad (12)$$

$$L(i) + t_{ij} \geq E(j) \quad (13)$$

$$L(i) + t_{ij} + \eta(i) \leq L(j) \quad (14)$$

$$\sum_{j \in V_k} x_{ijk} - \sum_{j \in V_k} x_{j,n+i,k} = 0, \forall k \in K, \forall i \in P_k \quad (15)$$

$$\sum_{j \in P_k \cup T_k} x_{\tau_{kj},k} = 1, \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{j \in E_k \cup T_k} x_{i,\tau_{kj},k} = 1, \forall k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{i \in V_k} x_{i,j,k} - \sum_{i \in V_k} x_{j,i,k} = 0, \forall k \in K, \forall j \in N_k \quad (18)$$

$$x_{ijk} = 1 \Rightarrow (L_{ik} + l_i - L_{jk}) \leq 0, \forall k \in K, \forall (i,j) \in A_k \quad (19)$$

$$L_{ik} \leq c_k, \forall k \in K, \forall i \in V_k \quad (20)$$

$$L_{\tau_{kk}} \leq L_{\tau_{kk}} = 0, \forall k \in K \quad (21)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \{i,j\} \in D, k = 1,2,\dots,K \quad (22)$$

$$y_{gs}^k \in \{0,1\}, s \in D, k = 1,2,\dots,K \quad (23)$$

其中：式(7)表示车辆服务的顾客需求总量不超过车辆的最大载重；式(8) 确保了每辆车离开分配中心后只能访问客户；式(9)限制每个客户只有一辆车为其服务，同时确保每辆车离开客户*i*并到达在同一个区域*D_s*内的另一个客户点*j*，或配送中心*s'(s' > s)*，或返回商家0；(10) 保证在客户点处车流平衡；式(11) 表示在配送中心的车流平衡；式(12) 表示在商家0的车流平衡；式(13)、(14) 表示车辆到达客户的时间窗约束；（15）—（18）表示骑手配送路径选择相关约束，（19）-（21）表示骑手装载体积约束；式(22)、(23) 是二元变量。

5.5.1.4算法设计

考虑到模型的复杂性，传统精确算法在求解效率上难以胜任，为此，通过设计自适应遗传算法来解决问题。遗传算法(GA)自1969年被Holland教授提出，后经DeJong、Goldberg等人归纳总结形成了一类模拟进化算法，之后被广泛用于解决复杂的非线性和多维空间寻优问题。但是，经典遗传算法采取固定的交叉与变异概率，在求解复杂组合优化问题时易早熟，求解质量不高。为此，通过个体适应值与种群平均值相结合的方式设计动态自适应的交叉与变异概率，在算法初期赋予较大的交叉与变异概率，增加产生新个体的概率，当算法临近收敛时赋予较小的交叉与变异概率，保护优秀个体不被破坏。具体算法设计如下。

1.编码结构与初始种群生成

根据问题的特征，在此设计自然数编码结构的染色体来表达模型的解。0表示商家，其他自然数表示客户序号。由问题分析可知，跨区域多阶段配送中每一阶段的客户是同一客户区域内的客户，根据时间窗和地理位置共同决定。为此，以时间窗为划分依据的聚类分析方法与以地理位置为划分依据的扫描方法的两种方法相结合的方式，对所有产生需求的客户进行划分，产生不同阶段需要服务的客户。同一阶段的不同服务次别的客户归为一类，记为m类，确定每类客户的配送中心；然后，以配送中心为圆心，用扫描算法得到各类样本(客户)与圆心的角度，按照角度对同一类客户进行排列，设计组合结构的染色体。显然，该染色体结构中不同类客户序列有别，而同类客户序列可以交换，同时，不同类客户的时间窗是逐次递增的。如图5-5所示。

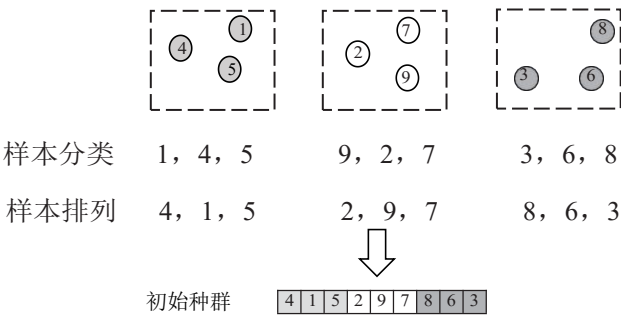


图5-5 编码结构与初始种群生成

2.解码算子

结合染色体编码结构及基因码内在的属性，在此，设计大旅程截取算法，以客户需求量之和不能超出服务车辆的载重为约束条件，按照染色体中客户的先后顺序，尽可能多地加入到路径中，直到客户需求量之和超过车辆载重时记录顾客位置 $s(i)$ ，在 $s(i)$ 之后插入0点，即下一个配送中心；重复以上步骤，直到所有的客户都划分到各子路径中。其中，首尾位置的0表示商家，其他位置的0表示配送中心。

3.选择操作

在选择操作上，采用一种改进后的赌盘选择算子，其基本思想是先用赌盘选择的方式来单独选择某个最优个体，在选定了该个体后，相应地减少该个体比例的大小，然后重复以上操作，直到产生所有的个体。首先，假设种群大小为 M ，根据适应度计算所有个体比例，即 $p_i = f_i / \sum_{i=1}^M f_i$ ，根据比例计算所有个体的占比值，用赌盘方法选择一个个体 $g(g \in [1, M])$ ，判断 P_g ，如果 $p_g - 1/M \leq 0$ ，则令 $p_g = 0$ ，否则令 $p_g = p_g - 1/M$ ；然后，循环选出个体，直至达到种群大小；最后存储所有新选出的个体，并返回。

4.自适应交叉与变异概率设置

在交叉与变异操作过程中采用自适应调整，设交叉概率为 p_c ，变异概率为 p_m ，采用如下计算公式：

$$p_c = \begin{cases} \frac{A_1(f_{\max} - f)}{f_{\max} - f_{\text{avg}}}, & f \geq f_{\text{avg}} \\ A_2, & f \leq f_{\text{avg}} \end{cases}$$

$$p_m = \begin{cases} \frac{A_3(f_{\max} - f^*)}{f_{\max} - f_{\text{avg}}}, & f^* \geq f_{\text{avg}} \\ A_4, & f^* \leq f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (24)$$

其中： f_{\max} 是种群的最大适应度值； f_{avg} 是种群的平均适应度值； f 是要交叉的较大的适应度值； f^* 是要变异个体的适应度值； $A_1 - A_4$ 为常数，且满足 $A_1 < A_2$ ， $A_3 < A_4$ 的条件。

由式(14) 可知：当个体适应值大于种群平均值时，交叉与变异概率均赋予较小的值，这样能够很好地保护优秀个体的基因不被破坏；而当个体适应值小于种群平均值时，交叉与变异概率均赋予较大的值，这样可以更好地促使个体进化以产生优秀基因。

5.交叉操作

遗传算法在求解车辆路径问题时，常采取部分匹配交叉、顺序交叉、循环交叉、类顺序交叉法等，但这些交叉操作容易破坏个体中的优秀基因串。为增大优秀基因的保留概率，改进交叉操作方式，具体步骤如下。

Step 1: 根据交叉概率选择出进行交叉操作的父代1和父代2，并保留父代中最优的子路径；

Step 2: 选择一个匹配区域，将匹配区域内的子路径复制到自身子串的后面；



图5-6 交叉与检验操作

Step 3: 交换匹配区域内子路径代码;

Step 4: 删除匹配区域外与区域内基因重复的部分, 得到子代1和子代2。

6. 变异操作

根据基因码组间无序组内有序的特点, 设计变异操作如下。

Step 1: 记染色体长度为 N , 随机生成两个交叉位置 $t_1, t_2 (1 \leq t_1 < t_2 \leq N)$, 若为0点, 则重新生成;

Step 2: 随机产生两段交叉基因长度 $\omega_1, \omega_2 (1 \leq \omega_1 < \omega_2 \leq N/2)$, 若有重叠部分, 则去掉重叠部分, 若包含0点, 则取由0分割的长子段;

Step 3: 交换选取的交叉子段, 合并剩余子段以形成新的个体;

Step 4: 检验新个体, 如果满足约束条件, 则该个体为变异产生的新个体; 否则, 移动0的位置以满足约束条件。

7. 终止条件

当算法运行完最大迭代次数或最优个体适应值等于种群平均值时, 算法终止, 输出最优车辆路径方案和配送费用。

5.5.2 自适应遗传算法模型的求解

为检验模型和算法的有效性, 本文根据南京市数据, 以40个客户点的算例为例进行具体分析, 算例中配送中心和配送客户的具体信息分别如表5-4和表5-5所示。假设有3个配送中心, 40个客户点, 以南京市为例, 配送车辆行驶单位费用为5元/km, 配送中心的时间为 $[0, 60]$, 所有配送均在客户时间窗内。耗电费用参数设置为: $\alpha_{ij} = 2.08352 \times 10^{-5}$, $\beta = 4.45 \times 10^{-5}$, $w_0 = 5$, $v_{ij} = 40$, $c_i = 5$ 。实验仿真环境在Intel(R) Core(TM) i7-4510U CPU @ 2.00 GHz 处理器下采用Matlab2010b实现。

5.5.3 自适应遗传算法模型的结果分析

表5-4 配送中心实例信息

配送中心	需求量	坐标		时间窗	
		X	Y	$E(i)$	$L(i)$
A	0	-19.91	15.36	1	6
B	0	-29.89	-18.25	1	6
C	0	45.31	-25.39	1	6

表5-5 配送客户实例信息

客户点	需求量	X 坐标	Y 坐标	时间窗	客户点	需求量	X 坐标	Y 坐标	时间窗
1	1.3	-46.17	-60.96	[20, 60]	21	0.6	-45.70	-71.68	[21, 40]
2	0.6	12.35	-35.22	[20, 50]	22	0.6	36.24	-2.66	[20, 45]
3	1	-57.75	26.62	[10, 60]	23	0.6	-4.22	-23.59	[10, 60]
4	4.8	50.97	-6.11	[40, 50]	24	1	31.28	-73.95	[40, 52]
5	0.9	-20.41	-81.27	[32, 45]	25	4.8	-72.20	41.17	[32, 45]
6	0.7	4.57	26.06	[20, 40]	26	0.3	13.35	31.37	[32, 45]
7	0.5	-34.19	-76.70	[18, 42]	27	0.9	-73.57	-28.84	[20, 40]
8	1.3	15.87	8.72	[11, 22]	28	0.7	-38.94	-4.25	[25, 45]
9	0.5	-76.42	19.28	[11, 42]	29	0.5	26.31	11.98	[25, 32]
10	0.24	-53.62	3.73	[22, 33]	30	1.3	-15.30	48.35	[40, 52]
11	0.7	41.49	-3.31	[21, 35]	31	0.7	-43.76	-39.34	[32, 45]
12	0.5	-22.61	-12.79	[14, 25]	32	4	35.32	30.4	[14, 25]
13	0.2	19.61	-39.55	[30, 45]	33	1.5	41.25	-59.63	[30, 45]
14	0.6	-51.25	-13.76	[11, 42]	34	0.6	12.39	-16.25	[30, 45]
15	1.1	48.34	-45.94	[22, 33]	35	0.5	0.53	69.61	[11, 42]
16	0.4	23.6	-63.11	[21, 35]	36	0.2	-8.68	7.77	[22, 33]
17	1.6	55.44	-31.38	[40, 45]	37	1.1	28.47	-55.02	[40, 45]
18	1.2	19.12	69.04	[25, 45]	38	0.9	21.86	54.97	[15, 40]
19	0.3	-42.25	52.43	[25, 32]	39	0.8	-1.31	-58.06	[20, 32]
20	0.4	48.03	-12.48	[21, 40]	40	1.1	30.02	-61.02	[20, 35]

通过对实际情况进行抽象化处理，假设各节点之间虚拟为直线相同，在处理过程中引入迂回系数 ξ_i 。迂回系数的大小与实际交通状况有关，本文将迂回系数设为 $\xi_i = 1.3$ ，配送客户与配送中心之间的距离通过公式 $d_{ij} = \xi_i \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2}$ 求得。下面根据模型和算法，分别对独立配送模式与网络化跨区域配送模式进行实验对比分析。

(1) 配送中心之间独立配送时，配送方案如表5-6所示。

(2) 当配送中心之间进行联合车辆跨区域配送时，配送方案如表5-7所示。

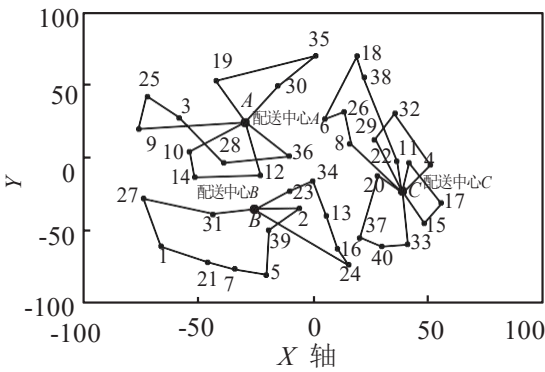
(3) 两种不同配送模式下的车辆路径如图5-7所示。

表5-6 独立配送

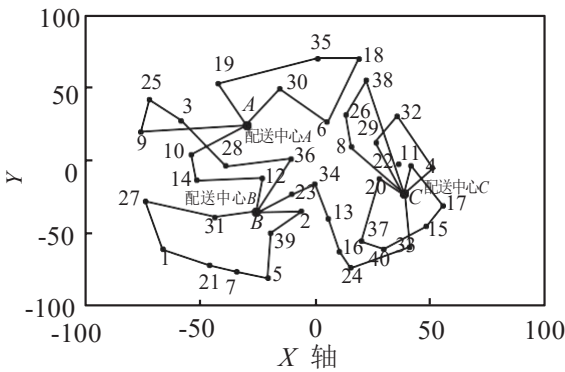
配送中心	路线	耗电费用补偿	行驶距离	收益
A	A - 9 - 25 - 3 - 28 - 36 - A	41.44	40.34	102.38
	A - 10 - 14 - 12 - A	57.18	50.31	123.26
	A - 30 - 35 - 19 - A	22.36	20.71	75.36
B	B - 31 - 27 - 1 - 21 - 7 - 5 - 39 - 2 - B	56.18	65.85	165.85
	B - 23 - 34 - 13 - 16 - 24 - B	80.61	93.43	193.43
C	C - 20 - 37 - 40 - 33 - C	57.97	52.48	92.48
	C - 22 - 38 - 18 - 6 - 26 - 8 - C	80.38	77.03	177.03
	C - 4 - 32 - 29 - C	59.12	55.35	155.35

表5-7 网络化跨区域联合配

配送中心	路线	耗电费用补偿	行驶距离	收益
A	A - 19 - 35 - 18 - 6 - 30 - A	48.26	58.25	198.25
	A - 9 - 25 - 3 - 28 - 36 - B	40.99	52.31	162.31
	A - 10 - 14 - 12 - B	28.95	31.3	131.3
B	B - 31 - 27 - 1 - 21 - 7 - 5 - 39 - 2 - B	45.18	65.85	175.85
	B - 23 - 34 - 13 - 16 - 24 - 33 - C	23.29	25.71	125.71
C	C - 20 - 37 - 40 - 15 - 17 - 11 - C	20.11	20.5	120.5
	C - 4 - 32 - 29 - C	30.04	35.35	140.35
	C - 38 - 26 - 8 - C	35.17	45.78	155.78



独立配送下的车辆路径



网络化跨区域联合配送下的车辆

图5-7 配送路径对比图

从表5-6和表5-7可知: 与独立配送相比, 网络化跨区域联合配送在各方面都得到了优化, 不仅减少了车辆行驶的总路程, 同时减少了配送路径, 使资源更为合理使用, 并有效地减少了交通拥堵状况。从收益来看, 跨区域配送由于延长了距离, 增加了骑手的收益。由此可见, 跨区域联合配送对骑手是一种既节约资源又减少成本的配送方式, 且收益良好。且采用自适应遗传算法求解车辆路径问题, 收益最大化, 其全局收敛性较好, 求解效率更高。

六、模型的评价及优化

6.1 模型的优缺点

(1) 层次分析法的优点是能综合考虑多种因素的影响, 避免决策因为考虑问题单一而忽略某些问题, 故选择在骑行时长和奖惩方案中选择使用层次分析法。但碍于数据繁杂层次分析处理误差偏大, 只能选择将方案简单化, 故提出的骑行时长方案和奖惩方案较为粗糙, 也可能由于笔者能力不足而无法处理如此庞大的数据提出更为具体的方案。

(2) 非线性规划模型能够在限制条件和多变量下求得最优解, 但非线性规划模型不能涵盖影响骑手满意度的全部因素, 诸多因素难以纳入非线性规划模型之中。

(3) 线性回归模型可以定量化极端天气的变化, 为额外订单配送费用收取金额、配送时长和配送提成的方案设计提供更为具体的方案; 但线性回归模型考虑的因素过于单一, 无法全部阐释极端天气的影响, 最终结果可能会有一定误差。

(4) 平台配送网络模型能够极好的纳入外卖平台、外卖骑手、商家和消费者四方并且还能将四者合理量化, 寻求最优解, 但模型构建中将四个利益相关方的影响因素略有欠缺, 可能会对模型结果造成一定的影响。

(5) 多阶段跨区域联合配送模型模型可以有效地节约里程、减少配送路径、节约成本等, 力求骑手收益最大化, 算法方面也取得了良好的效果。但是模型只对静态的交通限行配送问题进行了研究, 没考虑交通网络的时变性和商家以及消费者需求的动态性, 而这些问题是城市多区域外卖配送问题不可忽视也难以回避的, 在下一步的研究中将继续关注这些方面。

6.2 模型的推广

本文主要采用的是层次分析法、非线性规划模型、线性回归、网络模型、自适应遗传算法都较为常见，但是以多指标因素为着眼点共同决策的方式有一定的创新点。然而，本文使用的模型相较其他模型可能都存在一定的主观性，例如在问题5中，自适应遗传算法需要大量数据不断修正，但由于时间关系暂时无法实现。

参考文献

- [1]贾雨桐,彭芳菲,姜泓宇,刘可.O2O外卖平台商业模式及其发展前景分析——以美团外卖为例[J].物流工程与管理,2019,41(11):113-114+109.
- [2]石翔元,初凤荣.美团外卖市场营销策略分析[J].中外企业家,2019(12):17-18.
- [3]丁艳慧.美团外卖配送模式选择研究[D].南京大学,2018.
- [4]蒋雪柔.O2O模式下“美团外卖”的“蓝海”战略分析[J].经营与管理,2018(05):27-29.
- [5]赵楨.西安美团外卖配送模式和流程优化研究[D].贵州大学,2017.
- [6]王倩.美团外卖市场营销策略研究[D].山东大学,2017.
- [7]张彩云.外卖O2O商业模式评价研究[D].哈尔滨工业大学,2016.
- [8]王晓辉.基于O2O模式的餐饮外卖营销策略研究[D].河南大学,2016.
- [9]杨旭英,周明,李庚银.智能电网下需求响应机理分析与建模综述[J].电网技术,2016,40(01):220-226.
- [10]张邻,吴伟明,黄选伟.基于动态信号配时的非线性规划模型[J].公路交通科技,2014,31(08):131-137.
- [11]胡勇,于兴河,李胜利,陈恭洋,周艳丽,高照普.应用地震正反演技术提高地质建模精度[J].石油勘探与开发,2014,41(02):190-197.

附 录

问题1的代码:

```
disp('M');
A=input('M=');
[n,n]=size(M);
x=ones(n,100);
y=ones(n,100);
r=zeros(1,100);
r(1)=max(x(:,1));
y(:,1)=x(:,1);
x(:,2)=M*y(:,1);
r(2)=max(x(:,2));
y(:,2)=x(:,2)/r(2);
p=0.0001; h=2; g=abs(r(2)-r(1));
while g>p
h=h+1;
x(:,h)=M*y(:,h-1);
r(h)=max(x(:,h));
y(:,h)=x(:,h)/r(h);
g=abs(r(h)-r(h-1));
end
a=sum(y(:,h));
w=y(:,h)/a;
t=r(h);
disp(w);
```

问题2的代码:

定义满意度函数文件:

```
function f=fun1(x);
```

```
f=-1*(91.3*(1-x(1))+55.7*(x(1)+x(1)*x(2))+25.7/(x(1)+x(1)*x(2))+8.4*(x(1)+x(1)*x(2)-x(1)^3-x(2)*x(1)^3));
```

定义限制条件文件:

```
function[g,h]=fun2(x);
```

```
g=x(1)*x(2)-1;
```

```
h=x(1)+x(1)*x(2)-x(1)^3-x(2)*x(1)^3-1;
```

定义主函数:

```
[x,y]=fmincon('fun1',ones(2,1),[],[],[],[],zeros(2,1),ones(2,1),'fun2');
```

求解结果:

```
x=[0.5774,1.0000],y=-131.6279
```

问题5的部分代码:

```
function [newpop] = crossover(pop,pc)
```

```
[px,py] = size(pop);
newpop = ones(size(pop)); for i = 1:2:px-1
    if(rand<pc)
        cpoint = round(rand*py);
        newpop(i,:) = [pop(i,1:cpoint),pop(i+1,cpoint+1:py)];
        newpop(i+1,:) = [pop(i+1,1:cpoint),pop(i,cpoint+1:py)];
    else
        newpop(i,:) = pop(i,:);
        newpop(i+1,:) = pop(i+1,:);
    endend
function [newpop] = mutation(pop,pm)
[px,py] = size(pop);
newpop = ones(size(pop)); for i = 1:px
    if(rand<pm)
        mpoint = round(rand*py);
        if mpoint <= 0;
            mpoint = 1;
        end
        newpop(i,:) = pop(i,:);
        if newpop(i,mpoint) == 0
            newpop(i,mpoint) = 1;
        else newpop(i,mpoint) == 1
            newpop(i,mpoint) = 0;
        end
        else newpop(i,:) = pop(i,:);
    endend
function [bestindividual bestfit] = best(pop,fitvalue)
[px,py] = size(pop);
bestindividual = pop(1,:);
bestfit = fitvalue(1); for i = 2:px
    if fitvalue(i)>bestfit
        bestindividual = pop(i,:);
        bestfit = fitvalue(i);
    endend
```