

2021 第六届“数维杯”大学生 数学建模竞赛论文

题 目 外卖配送时长、定价与奖惩策略研究

摘 要

外卖业务已经成为上班族生活中不可或缺的一部分。在数据分析驱动下，外卖骑手正在向更快更廉价的趋势发展。如何对外卖配送进行合理的定价和时长制定，对骑手设置奖惩措施，关系到外卖骑手以及平台、商家、消费者等多方利益。

针对问题一，我们首先采用了**模糊分析法**对外卖配送服务的质量进行了评价标准制定。从两个目标同时出发运用**模拟退火算法 TSP** 制定出配送时长设计方案。借助平台调查数据与时长方案从**平台与消费者双角度**制定出针对骑手配送服务评价的奖惩措施。

针对问题二，我们首先采用了**层次分析法**从问题一的奖惩函数扩展到更多因素如距离、工龄、高峰、天气以及顾客特殊需求等**动态静态因素**影响。利用**多元回归拟合多项式**并改进效益函数对骑手满意度进行分析，最终对骑手的效用进行最大化，提出具有普遍适用性的配送费用提成定价和奖惩规则。

针对问题三，我们首先采用了 **dijkstra 算法**模拟天气变化对路况的影响进而计算得出规定的配送时长。然后我们引入**哑变量**模拟恶劣天气，利用多元函数对弹性时间进行调整。**创新研究空气质量**对外卖订单数量，配送服务饱和率的影响，产生不同天气情况下骑手的配送费用和订单提成确定的策略。

针对问题四，我们创新地借用了**斯塔克尔伯格模型**，对商家、骑手、平台、消费者四方抽象出效用函数，并且利用**纳什均衡**的思想以及**多目标规划**进行共赢满意度最大化求解，最终得到有关配送时长设定与提成定价的抽象策略描述。

针对问题五，我们首先设置骑手对**远距离配送的敏感度函数**并创新性地将服务分为专送与顺风送两种情况。然后采用聚类的思想并**改进模拟退火算法**为顺风派送进行时长设定，利用 **dijkstra 算法**形成最后针对远包配送两种服务的时长设计、提成定价以及奖惩策略。

关键词 模糊分析法；层次分析法；模拟退火法 TSP 最优路径规划；斯塔克尔伯格模型

目 录

一、问题重述..... (3)

二、问题分析..... (4)

三、模型假设..... (6)

四、定义与符号说明..... (7)

五、模型的建立与求解..... (8)

 5.1 问题 1 的模型..... (8)

 5.1.1 模型的建立..... (8)

 5.1.2 模型求解..... (12)

 5.1.3 结论..... (19)

.....

 5.2 问题 2 的模型..... (20)

 5.2.1 模型的建立..... (20)

 5.2.2 模型求解..... (22)

 5.2.3 结论..... (25)

.....

 5.3 问题 3 的模型..... (26)

 5.3.1 模型的建立..... (26)

 5.3.2 模型求解..... (28)

 5.3.3 结论..... (29)

.....

 5.4 问题 4 的模型..... (32)

 5.4.1 模型的建立..... (32)

 5.4.2 模型求解..... (33)

 5.4.3 结论..... (34)

.....

 5.5 问题 5 的模型..... (36)

 5.5.1 模型的建立与求解..... (36)

 5.5.2 结论..... (38)

六、模型的评价及优化·····	(39)
6.1 误差分析·····	(39)
6.2 模型的优点·····	(41)
6.3 模型的缺点·····	(42)
6.4 模型推广·····	(42)
参考文献·····	(43)
附录·····	(44)

一、问题重述

外卖业务已经成为了大城市上班族每日生活中不可或缺的一部分。根据美团 2020 年 6 月发布的《2019 中国即时配送行业发展报告》中显示，2019 年我国即食配送业务订单规模达到 182.8 亿单，比 2018 年增长了 37%，即时配送行业用户达到 4.21 亿人，比 2018 年增加了 17.6%。面对巨大的订单量及用户群体，外卖骑手的数量也呈现一种直线上升的趋势。2019 年通过美团骑手总数达到 399 万人，同比增长了 23.3%。根据第三方平台数据显示，2020 年外卖骑手的数量突破 438 万。

在复杂的国内与国际经济环境及我国庞大的人口规模下外卖骑手间的竞争变得异常激烈。这给予了平台更多的订单配送提成单价压缩空间。其中常以拼命压缩配送时间和延长上班时间来换取较高收入的骑手为参照，以骑手配送效率低下为理由逐步压缩外卖骑手的订单配送提成。典型表现包括当初的一单 15 元降到后来的 8 元，再到 3 元，再到更低的水平……。这导致外卖骑手从原来的月入过万逐步缩减到较难超过月入五千的现状。

如何对外卖配送进行合理的定价和时长制定，对骑手设置恰当的奖惩措施，严重关系到外卖骑手的生活水平、人身安全以及平台、商家、消费者等多方利益。

问题 1：请充分考虑骑手的骑行安全与高质量服务等因素后，试制定一个合理的骑手配送时长设计方案，并提供对应的完成质量奖惩措施。

问题 2：您能否提出一种考虑多种因素在内的静态和动态订单配送提成定价与奖惩策略，它在不显著增加订单总体配送费用与总体配送效率的基础之上，能够使得骑手总体的满意度最高。

问题 3：随着全球极端气候的频发（如暴雨、暴雪及大风等），我们需要考虑极端气候条件下的额外订单配送费用收取金额、订单配送时长设计及订单配送提成设计方案。您能否提供一个考虑上述因素的通用方案？

问题 4：共享、共赢依然成为了新的经济发展模式。在外卖骑手的送餐危机中外卖平台、骑手、商家与消费者之间显然没有实现这种共享与共赢的目标。这不仅会导致内需的下降，也可能会影响到众多群体的幸福指数。您能否从博弈理论角度出发提出一个可行的共赢方案？

问题 5：目前外卖订单的配送距离约束相对较少且跨区域的配送较难实现，您能否设计出更长距离和跨区域的外卖订单的配送模式及其订单配送提成定价策略？

二、问题分析

2.1 问题 1 的分析

问题 1 属于**综合评价类**和**对应策略类**的抽象数学问题。希望通过对多因素赋予一定的权重合理的评价标准并且指定对应的解决方案。外卖的时间受到配送距离、外卖员的安全速度以及服务的完整有效性影响。外卖服务收到**配送效率、配送礼仪和配送质量**的影响，骑手安全主要受到行驶速度的影响。对于解决此类问题一般采用模糊分析法分析等先计算不同因素对研究对象的影响。同时，利用并改进**模拟退火算法**和**TSP 多元最优化算法**设计骑手最优路线，据此设计平台预估配送时长。根据时长方案设计和多因素权重设计制定相应的来自平台与消费者双方的奖惩措施。

2.2 问题 2 的分析

问题二仍然属于**综合评价类**和**对应策略**的研究问题。与问题一相比，问题二将考虑更多的因素也更贴近现实情况，对骑手的福利与惩罚标准考量更多。订单提成定价的静态因素和来自消费者的评分也间接影响多因素奖惩措施。**静态因素有距离、是否专送等影响，动态因素有工龄，高峰期，天气，外卖质量，是否夜间外卖的影响**。希望利用层次分析法给予各因素一定的权重，在对骑手的效用函数进行优化的过程中，通过因素对外卖提成定价和奖惩规则的影响进而影响满意度，最终达到效用最大化，得到关于提成定价与奖罚的一般规则。

2.3 问题 3 的分析

问题 3 属于**评价策略类数学问题**。对于解决此类问题一般采用优化处理如模拟退火、**dijkstra**等方法进行路径优化和情景模拟。问题三的特点是主要专注于天气对外卖订单配送难度的增大以及骑手机会成本的提高，进而平台需要为骑手从配送时间的通融以及配送定价于奖励的提高进行相应的补偿，并进一步保证消费者的利益，实现多方共赢。另一方面，天气会影响外卖订单的数量和骑手的供给数量，在影响骑手机会成本的同时也产生服务供不应求的经济现象，在这种条件下服务的价格水平会有所提高，并反映在提成与奖励中。基于以上原因，我们首先对**恶劣天气的道路情况**建立模型进行路况模拟，

进而对恶劣天气对外卖订单的供给与需求进行建模，从两方面对结果进行分析和预测，并得到时长与奖惩抽成的一般策略。

2.2 问题 4 的分析

问题四属于分析**评价类**问题，题目要求采用博弈论的思路进行解题。由于商家、骑手、平台、消费者的具体函数未知，故根据前三题中所做的假设进行合理化分析。当四方的效用函数相互制约达到**纳什均衡**时，相对应的提成**定价函数**和**奖罚函数**即为最优解。此次**博弈论分析**由于平台作为规则的第一制定者，故采用**斯塔克尔伯格模型**分析四方的纳什均衡。

2.2 问题 5 的分析

问题五属于**策略设计类**问题，且题目中提出了一种新的配送模式，要求我们根据新模式的现实情况设置合理的配送模式。远距离配送需要考虑外部环境如距离、天气等多种出行成本以及内生问题如远包配送服务**供给需求**等对配送费的影响，同时骑手的配送行为（专送与顺风）都会影响骑手的**机会成本**，同时平台的抽成与奖罚也会根据骑手的机会成本进行调整。同时，远包服务对骑手的**综合素质**要求更高，需要平台在所有骑手中进行一定的挑选，挑选标准需要根据此服务对骑手的要求进行设定。远包配送服务由骑手、消费者、平台三方相互制衡，三方相互挑选，给骑手更大的选择空间和更优厚的待遇。基于以上原因，我们首先建立一个针对骑手对长距离配送的敏感度函数，将之作为评判是否可以参与远包配送的条件之一。专送与顺风两种服务分别采用**改进的模拟退火法**和 **dijkstra 算法**进行时长设定，并根据现实调查进行奖惩与提成定价的设计。

三、 模型假设

假设一：在不考虑其他因素影响的理想条件下，一个客户的订单只能由一辆车进行配送且不考虑配送员的个体差异性外卖骑手匀速直线运动，速度为 15km/h，且不受交通管制的影响。

理由：理想状况下，仅考虑由距离决定从安全角度和服务质量出发的配送时长并根据美团技术平台要求，此假设符合条件。

假设二：给予外卖骑手配送弹性时间为五分钟，最短送餐时间为五分钟。商家备餐时间为 20min。配送时间=备餐时间+送餐时间+弹性时间。

理由：根据饿了么最新改进，考虑红绿灯、路况、天气以及电梯等突发情况，弹性时间设置合理。根据美团技术平台配送时间设计，该假设合理。

假设三：城市道路为网格状，送餐员仅能沿正方形网格线行驶，且道路可双向行驶。

理由：在考虑配送时长与最优路径时需考虑路段节点，网状结构符合中国道路形态与模型简化要求。

假设四：假定当消费者下单时，商家与距离商家 15min 车程以内的所有骑手同时被告知，商家处理订单（此时备餐时间已经开始倒计时）；骑手有 5 分钟抢单时间，先到先得。忽略无人抢单的特殊情况。

理由：从接单的现实性和人身安全以及商家制作流程完整性考虑，由现实的抢单策略理想化得来。

假设五：消费者接受超过预期的快速配送

理由：在骑手不违反交通规则的条件下，配送服务除了过快其他都是优质的，很少会有顾客投诉，美团外卖甚至没有对配送时间下限的设定。

假设六：在长距离专向配送中，骑手行驶路线抽象为直线。

理由：由 dijkstra 算法即可得到最短路线，无需考虑真实路线。

假设七：远包顺风配送骑手到达店家时外卖已备好

理由：远包配送距离与店家之间的距离有长度差，在假设消费者订单同时下达的条件下，店家将外卖已经备好的假设合理。

假设八：在考虑目标条件的时候忽略一切其他外界因素的影响

理由：现实中影响因素过多且在短时间内基本恒定，假设合理。

四、定义与符号说明

符号定义	符号说明
T	配送时间
t_1	备餐时间
t_2	送餐时间
v_0	骑手派送速度
I	消费者满意度
D	单位时间内外卖订单的最大需求量
α	消费者对配送价格的敏感程度
β	消费者对预估时长的敏感程度
γ	消费者对服务水平的敏感程度
p	外卖食品价格
n	骑手单位配送能力
C	成本
c_d	配送价格
μ_1	单位时间内所需的配送能力

$g(l)$	消费者打分
σ_1	饱和度
q	骑手对长单的总敏感度
σ_2	骑手前期对长单的接受率
d	配送服务总需求量

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的模型建立与求解

5.1.1 模拟退火 TSP 模型的建立

我们要解决的问题是在综合考虑外卖配送质量和骑手安全的情况下对外卖配送总时长进行合理规划，并对骑手服务制定合理的奖惩方法以提高外卖员的整体幸福水平和消费者满意度。题目要求我们综合考虑双方需要解决的问题是根据分析建模给出对骑手更加合理的时长和奖惩规定以防止过度剥削。从整体上看我们对现实中的时长规定放开了限制并增加了奖惩力度。相对宽松的时长规定能增强对骑手人身安全的保障，相对严格的奖惩制度可以提高优秀骑手的幸福水平并从骑手和商家两方面提高整体的外卖配送服务质量。

(1) 具体研究过程：

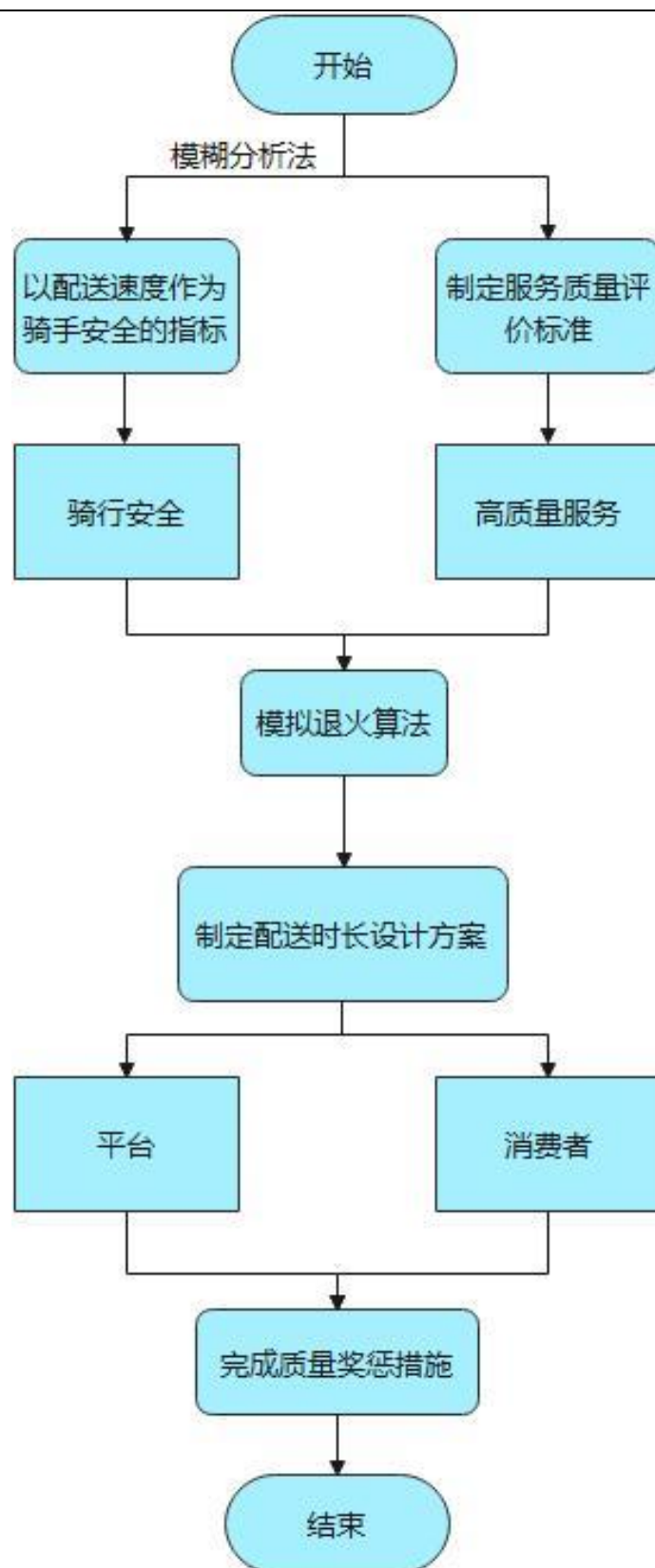


图 5-1

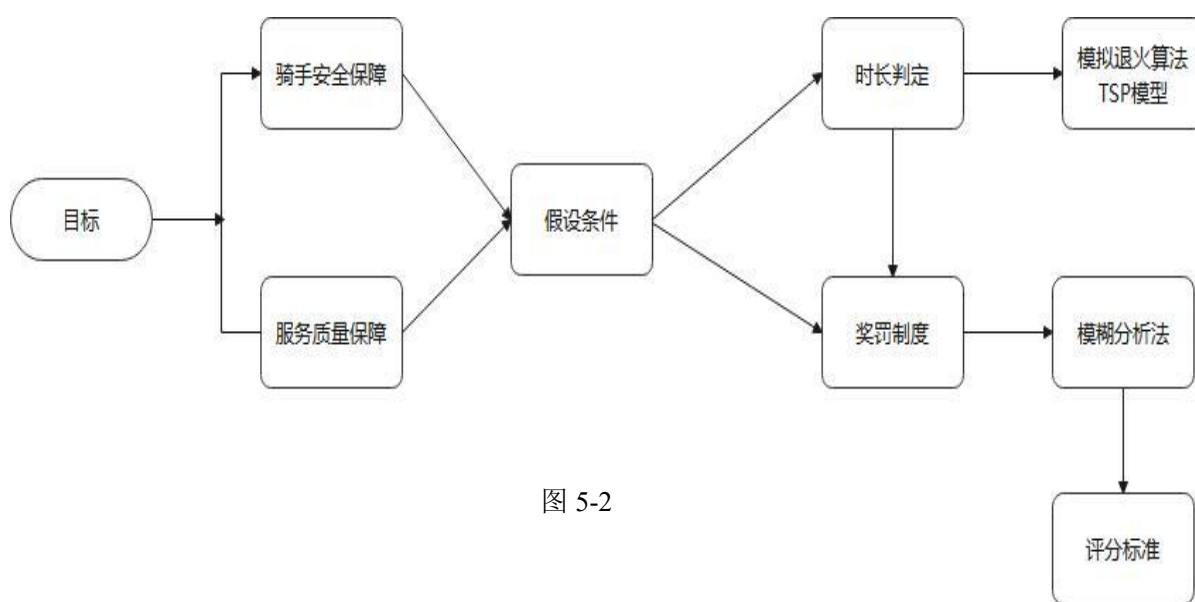


图 5-2

研究过程优点：基于问题要求和最终目的提出适当的假设条件，针对不同的问题采用不同的研究方法，并将前后问题进行研究方法和结论的串通。

（2）对时长制定的设计——模拟退火法与 TSP 优化：

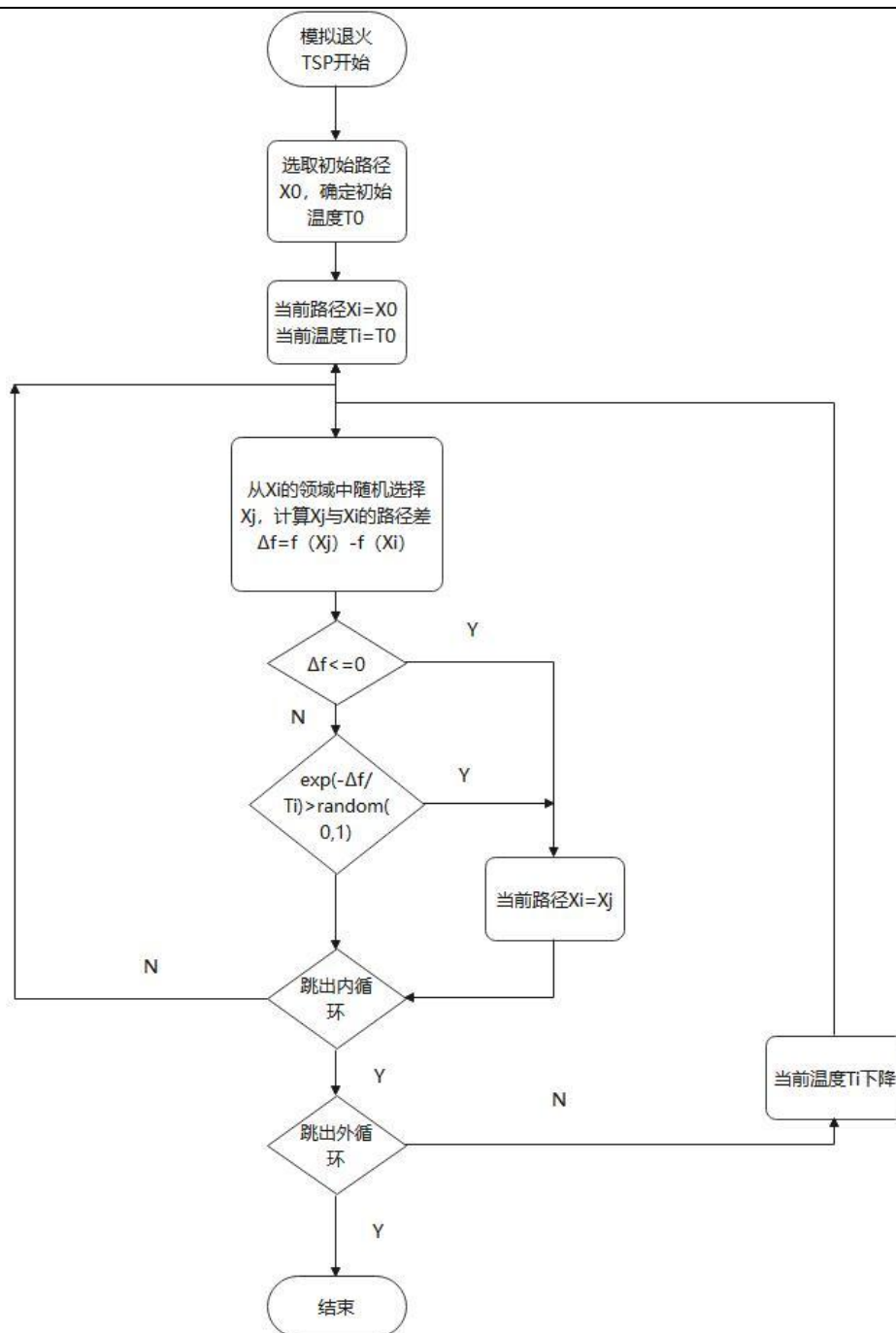


图 5-3

模拟退火算法与 TSP 模型优点及创新之处: 对配送时间进行合理的制定可以转化为最优路径问题。运用并从线路规划的角度改进模拟退火算法, 建立无返回动态规划和最优路径选取, 使之更加接近现实配送过程。对骑手接单的各种情况如: 一对一、一对多与多对一等进行讨论, 充分考虑最终目标与人性化设计, 最终得到统一的评判指标。该算法有较强的局部搜索能力, 程序运行时间短, 且能保证最终结果逐步收敛于全局最优

解，比较两种配送路线下的最优解，取最小值为本题的最终解。

(3) 对奖罚制度的设计——二级模糊综合评判：

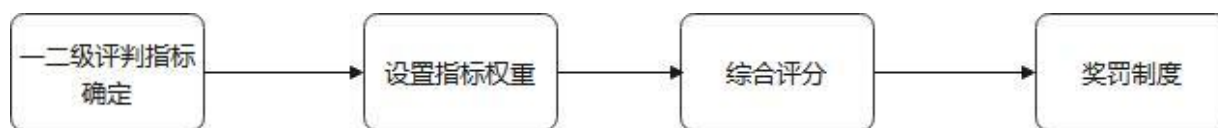


图 5-4

模糊综合评判优点：综合考虑多种指标并进行分级，在时长制定相对合理的情形下基于网络数据通过模糊综合评价给出合理打分，对现有的奖惩措施进行改进。

5.1.2 模拟退火 TSP 模型与模糊综合评判模型的求解

(1) 模拟退火算法与 TSP 模型求解

制定合理的配送时间，可转化为最短路径(TSP)问题，使得在完成既定任务的情况下，实现送餐效率最高，送餐时间最短。进而对配送时间进行相应的调整。由于配送速度恒定，优化目标转化为求距离的最小值。考虑到摩托车承载能力的限制，将送餐员的配送路线分为如图 1、图 2 两种情况。

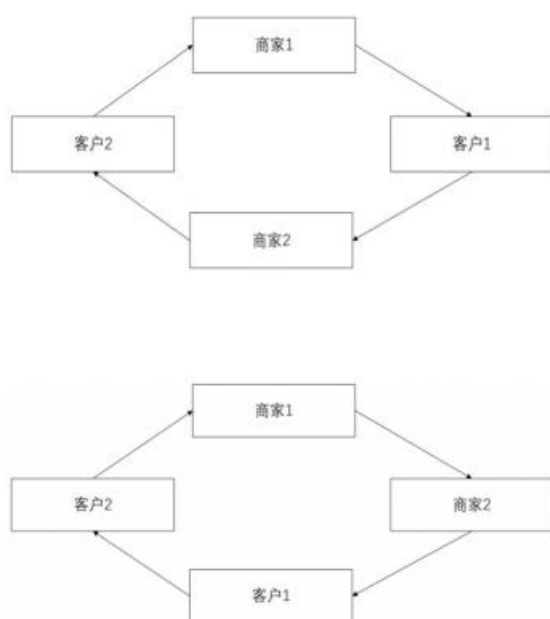


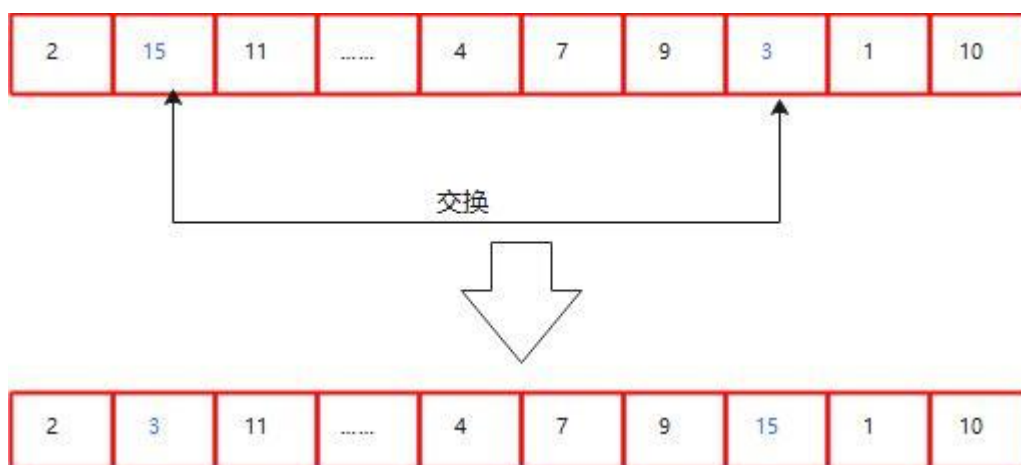
图 5-5

骑手的在配送过程会有一位骑手配送一份订单，一位骑手配送多份订单两种情况，在充分考虑骑手安全的条件下，将骑手的省时策略忽略，获得最大宽限。

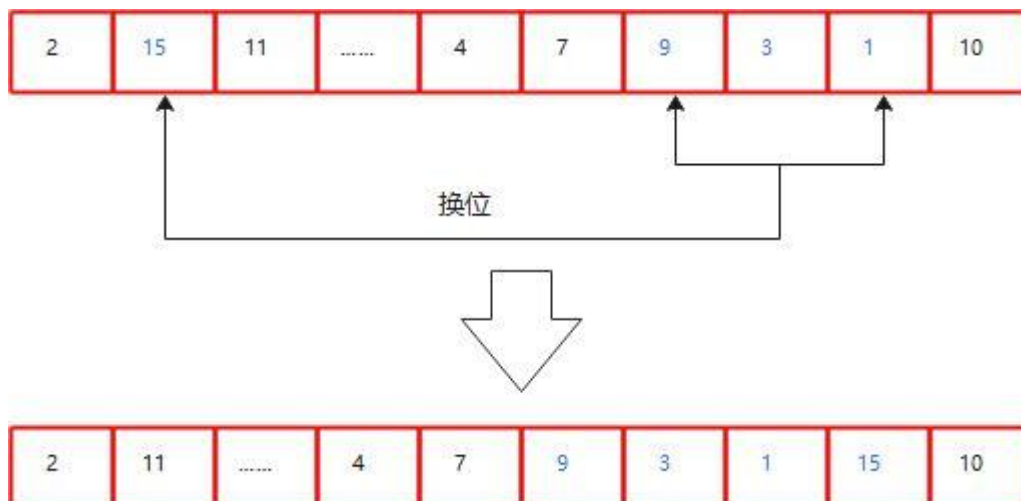
具体步骤为：

采用三种方法，根据不同的算法改变新解：

●交换法



●移位法



●倒置法

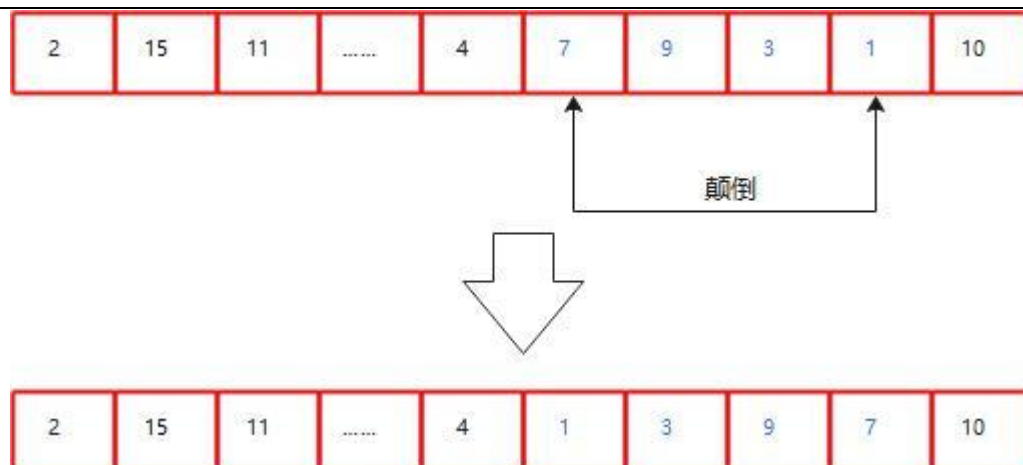


图 5-6

操作过程为:

1. 记 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 为任意两点, d 为两点间的距离。假设配送员仅能沿网格线行驶, 则 $d = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$;



图 5-7

2. 在算法的迭代过程中, 根据算法的局限性分析, 我们引入了波尔兹曼常数 q ($q = 1.3806488 \times 10^{-23}$) 更新移动规则, 从而缩短计算时间, 提高运行速度;

3. 取温度 T_0 , 使 T_0 足够大, 令 $T = T_0$, 记送餐员有 k 条初始配送路线, 温度 T 的迭代次数为 L ;

4. 对 k 条初始配送路线执行步骤 (3) ~ (6) ;
5. 通过改变配送次序以扰动初始配送路线, 记产生的新解为 k' ;
6. 记新解 k' 与初始配送路线 k 的路线长度之差为增量 $\Delta t'$, 即 $\Delta t' = Z(k') - Z(k)$;
7. 若 $\Delta t' < 0$, 则更新 k' 作为路线的当前解, 否则以 $e^{-\Delta t' / qT}$ 作为新解的接受概率, q 为波尔兹曼常数;
8. 当迭代次数到达 L 时, 若新路线解 k' 在 n 次没有接受, 则算法结束, 得到最优配送路线, 否则 T 减小 ($T > 0$), 转到步骤 (2) ;

(2) 配送时间确定:

配送时间	=	备餐时间	+	送餐时间	+	弹性时间
------	---	------	---	------	---	------

根据假设: 骑手的骑行速度不会超过 15km/h, 备餐时间恒为 20min 且弹性时间恒为 5min, 根据模拟退火 TSP 算法得到的送餐时间, 加和即为总配送时间。

(4) 奖惩制度确定:

1. 策略基本思路:

- ①参与骑手奖惩的角色有平台与消费者两个。
- ②平台单方无奖励措施, 只有从外卖准时性角度以加大抽成为主要手段的惩罚措施。
- ③消费者对骑手的配送服务质量进行打分, 根据综合得分平台予以骑手相应的奖罚。
- ④角色双方互不干扰且不存在消费者恶意差评现象。

2. 基于外卖准时性的罚函数设定:

①假设外卖员在顾客下单的瞬间获得订单, 并且恰好在店中取得外卖, 取此刻为 0 时刻开始计时, 根据新国标电动车限速规定不超过 $v' = 25\text{km/h}$, 由模拟退火 TSP 模型求解得最小路径 (s') 后, $T' = \frac{s'}{v'}$, 规定外卖员若在 $(0, T')$ 内送达, 根据外卖员骑行安全要求, 视外卖员为违反交通法规, 给予罚函数扣除提成。希望根据此惩罚机制更加遵守交通法规, 保障骑手的骑行安全。

②若外卖员在正常配送时间内送达, 则不给予惩罚, 获得全部提成。

③根据数据显示, 超过半数的人不愿意额外等待时长超过五分钟, 并且在保证骑手的骑行安全下, 不会因为超时而扣除过多提成影响骑行安全, 设置超过五分钟时扣除 15%

的提成，

④根据调查，大概 90%的人不愿意额外等待时长超过 15 分钟，故设置超过十五分钟时扣除全部提成，根据行业规定，超过 30 分钟属于严重超时行为，在扣除全部提成的基础上额外扣除四倍提成，并提取其中一部分补偿消费者。通过 Matlab 曲线拟合工具箱拟合得到如下函数及其图像：

$$h(x) = -0.2778x^3 - 1.009x^2 - 1.436x + 0.3094$$

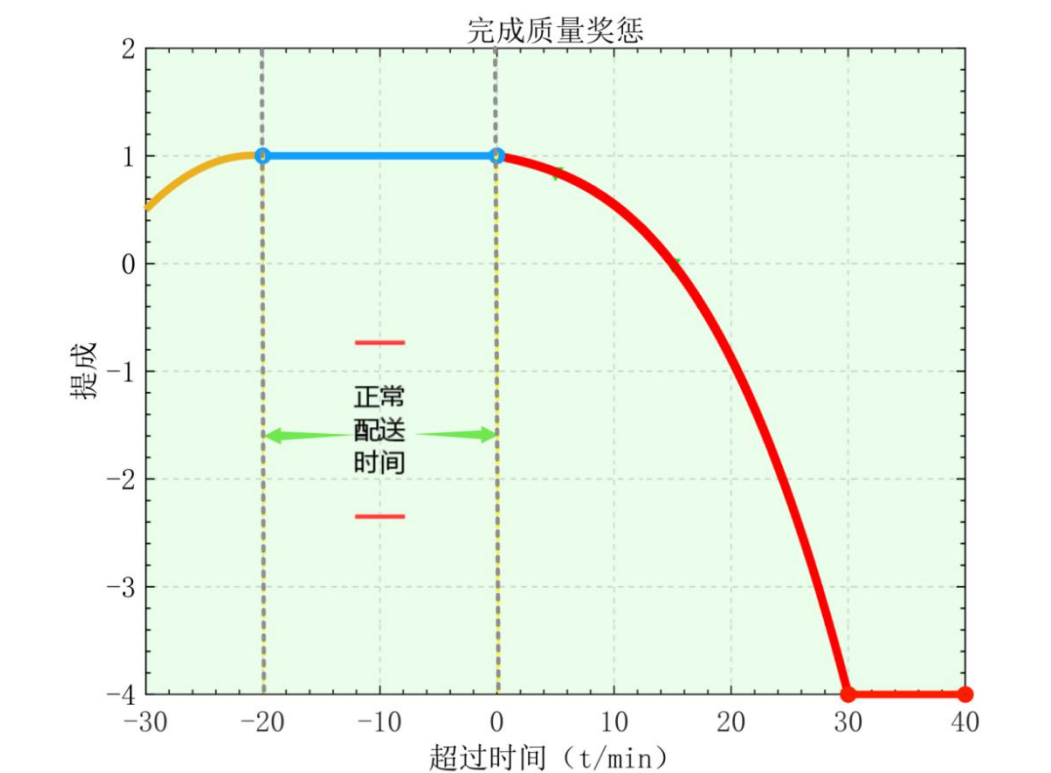


图 5-8

3. 基于模糊评判标准设定的消费者评价机制：

①根据消费者对配送服务的普遍要求调查，考虑以下评价因素：送餐时间、服务质量和送餐礼仪三个主要因素，并对主要因素进行二级分析。送餐时间综合考虑时间长短和骑手的人身安全，服务质量考虑外卖的完整性、准时性和冷热程度三方面，服务礼仪考虑电话礼仪和送餐礼仪两方面。如下图所示：

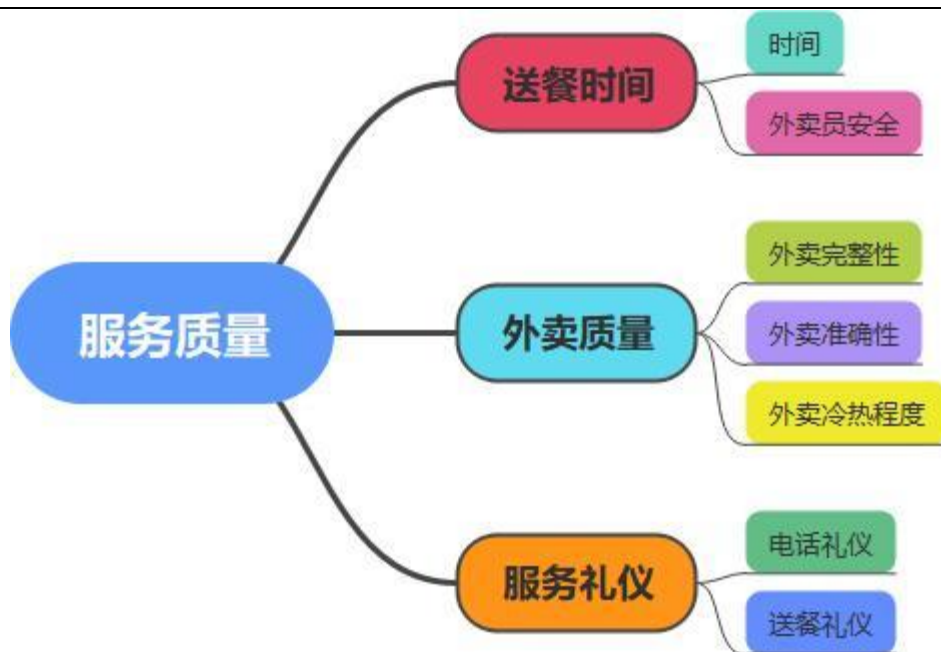


图 5-9

②根据对消费者对指标的重视程度，赋予以下分值：

表 5-1

一级指标	二级指标	评价				
		非常重要	很重要	重要	一般	无所谓
送餐时间	时长	0.3	0.4	0.2	0.1	0
	外卖员安全	0.6	0.3	0.1	0	0
外卖质量	完整性	0.2	0.4	0.3	0.1	0
	准确性	0.8	0.2	0	0	0
	冷热程度	0.2	0.2	0.3	0.2	0.1
服务礼仪	电话礼仪	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2
	送餐礼仪	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

一级指标权重为

$$W = [0.4, 0.45, 0.15]$$

二级指标权重为

$$W_1 = [0.3, 0.7]$$

$$W_2 = [0.4, 0.5, 0.1]$$

$$W_3 = [0.5, 0.5]$$

指标体系矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 & 0.0 \\ 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0.0 & 0.0 \\ 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.0 \\ 0.8 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

对各个子因素进行一级模糊评判得到

$$B_1 = W_1 * A$$

$$B_2 = W_2 * A$$

$$B_3 = W_3 * A$$

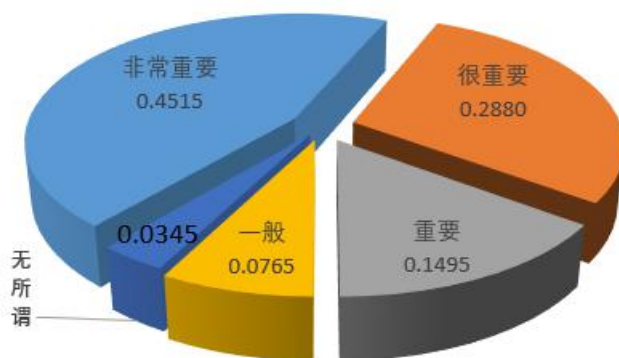
这样，二级综合评判为

$$C = W * B = [0.4515, 0.2880, 0.1495, 0.0765, 0.0345]$$

即

表 5-2

重视程度	权重	星级	星级对应得分
非常重要	0.4515	五星	5.0000
很重要	0.2880	四星	3.1894
重要	0.1495	三星	1.6556
一般	0.0765	二星	0.8472
无所谓	0.0345	一星	0.3821



消费者对服务质量的重要性权重

图 5-10

假设不会恶意差评（客户没有不满意的情况下基本上是 4~5 星），客户分别对效率、质量和礼仪三个方面进行打分，相应星级得到分数乘以对应比重（效率：质量：礼仪 = 0.4:0.45:0.15），求和即为外卖员总得分。例如：客户对某外卖员打分情况为：效率五星，质量四星，礼仪三星，则该外卖员得分为： $5 \times 0.4 + 3.1894 \times 0.45 + 1.6556 \times 0.15 = 3.68357$ 。

4. 奖惩措施制定

将消费者评价奖惩设置四个阶段，外卖骑手每单得分 4.5 及以上可以获得由平台发放的配送费 20% 的奖励；得分在 4.0 到 4.5 之间得到应得的抽成后的配送费；得分在 3.0 到 4.0 之间时会被平台扣费，扣费函数为一次函数：留存收益 (%) = (得分 - 3) * 100%，直到扣完为止；得分在 2.0 到 3.0 之间时会被罚款，罚款函数为一次函数：罚款 (%) = (-得分 + 3) * 100%，直到罚款为配送费的一倍；得分在 2.0 以下时罚款为原配送费的一倍。

5.1.3 结果

基于对骑手安全和外卖配送质量双方面的考虑，通过模拟退火算法 TSP 路径优化对配送时间进行合理规划后得到恒定的最长要求配送时长。通过消费者对外卖服务打分和平台对配送准时的要求，设置相对灵活的奖惩措施，假设合理，模型具有一定的现实意义。

5.2 问题 2 的模型建立与求解

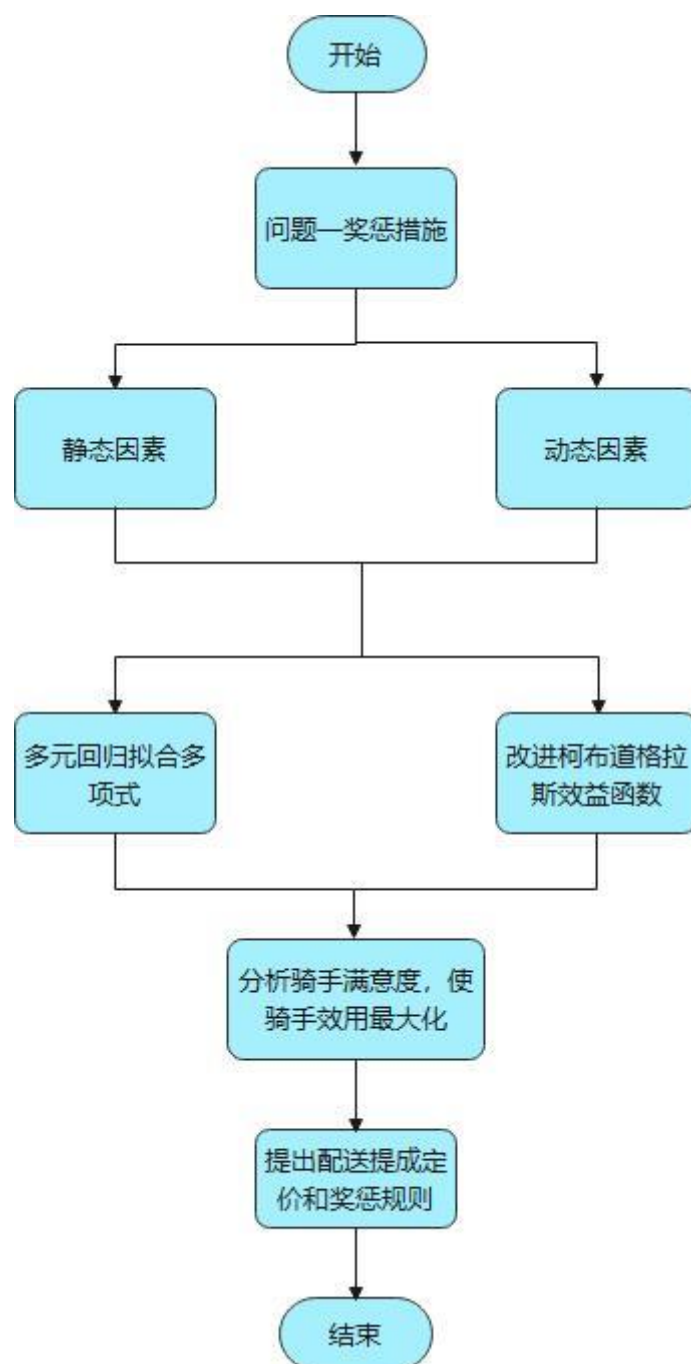


图 5-11

5.2.1 层次分析模型的建立

我们要解决的问题是设定一个更加具有现实意义和普遍规律的奖惩方案和提成定价模式。题目要求是根据第一问的初步分析，加入静动态因素合成策略并考虑将骑手的

效用最大化。具体步骤为以下几点：

（1）静动态因素对奖惩与定价的影响权重——层次分析法

如图 1 所示，将问题分解为三个层次，最上层为目标层，即确定骑手各指标对提成重视程度；中间层为准则层，包括派送距离、骑手工龄、是否为高峰时期派送、天气等环境因素、派送物品完整度要求、是否在很少骑手工作的时段派送和派送质量；第三层为方案层，即预期 P1~P7。

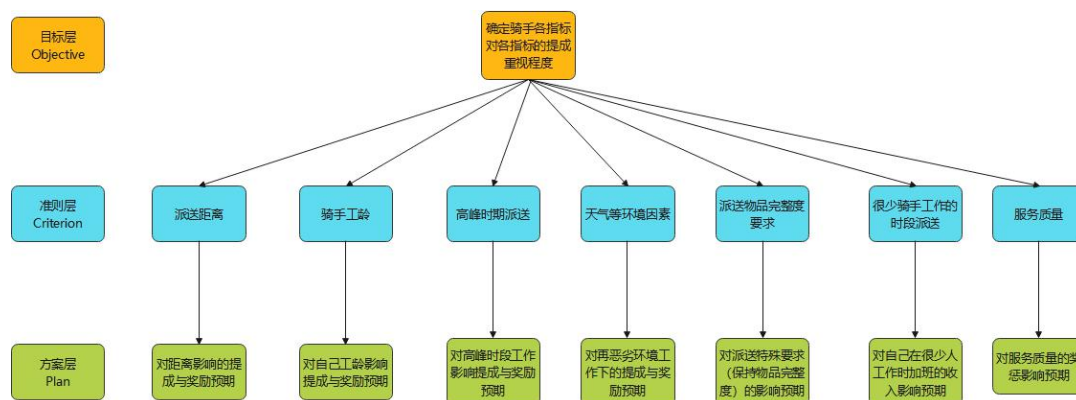


图 5-12

（2）定价提成策略

1. 定价策略的主线是骑手升级制度。衡量指标为平台可以搜集到的顾客评分、投诉率以及罚单率。顾客评分规则来源于第一题的评分设计，评判标准为：

$$C = W * B = [0.4515, 0.2880, 0.1495, 0.0765, 0.0345]$$

投诉率为消费者投诉该骑手的次数占平台所有投诉数的比例

罚单率为该骑手违反交通规则收到处罚的次数占平台内所有骑手受到违章处罚次数的比例

2. 等级标准依照日常游戏划分为“王者”“黄金”“白银”和“青铜”。划分按照排名先后，前 10%为王者，前 10%到 30%为黄金，前 30%到 50%为白银，后 50%为青铜。
3. 不同的等级享受不同的抽成。等级“王者”一般抽成为 3%，等级“黄金”一般抽成为 5%，等级“白银”一般抽成为 8%，等级“青铜”一般抽成为 10%。
4. “王者”等级的骑手可以为消费者提供个性化服务，且服务费用不计入总配送费重参与抽成，完全由骑手享有。

(3) 奖罚策略

1. 初步奖罚函数来源于第一题。
2. 根据本题的层次分析加入多种静动态因素对奖罚函数进行修正
3. 函数自变量有顾客评分、派送距离、骑手工龄等连续性变量以及是否高峰期、是否恶劣天气、是否夜间配送等二元变量。
4. 奖励来源于所有因素，惩罚只来源于顾客评分。
5. 多种奖励单独计算。
6. 派送距离奖励制度为超出五公里的情况下，每单每超出三公里奖励原配送费的 20%。
7. 骑手工龄的奖励制度为工作时间超出两年的情况下，每单奖励原配送费的 5%*超额工龄。
8. 高峰期派送在原配送费的 90%的基础上抽成，也就是骑手在不受到惩罚的情况下保底有百分之十的配送费。
9. 恶劣天气派送在原配送费的 80%的基础上抽成，也就是骑手在不受到惩罚的情况下保底有百分之二十的配送费。
10. 夜间配送在原配送费的 90%的基础上抽成，也就是骑手在不受到惩罚的情况下保底有百分之二十的配送费。
11. 加权平均为骑手的最终佣金，在所有条件均存在的情况下权重为

评价：0.1375

距离：0.0471

工龄：0.3745

天气：0.1440

夜间配送：0.2132

高峰配送：0.0837

若有条件不满足，则仅考虑存在的因素并等比例放大至和为 1

5.2.2 层次分析模型的求解

(1) 层次分析模型的求解

构造矩阵 M，将准则层中七个因素两两比较，如果 C1 项与 C2 项同样重要，则标度

为 1；若 C1 比 C2 稍微重要，则标度为 2；若 C1 比 C2 明显重要，则标度为 5；若 C1 比 C2 强烈重要，则标度为 7；如果 C1 和 C2 相比标度为 4，那么 C2 和 C1 相比就是 1/4。

根据此准则得比较矩阵：

	派送距离	骑手工龄	高峰期派送	天气影响	外卖质量	加班派送	服务质量
派送距离	1	1/6	1/4	1/5	1/3	1/5	3
骑手工龄	6	1	4	4	5	3	5
高峰期派送	4	1/4	1	1/2	1/2	1/3	2
天气影响	5	1/4	2	1	3	1/3	3
外卖质量	3	1/5	2	1/3	1	1/3	3
加班派送	5	1/3	3	3	3	1	3
服务质量	1/3	1/5	1/2	1/3	1/3	1/3	1

图 5-13

为避免出现矛盾现象，需要对比较矩阵进行一致性检验：

求解 M 的特征值，得 $\lambda_{max} = 7.7111$ ，由 $CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$ ，根据 $CR = \frac{CI}{RI}$ ，计算得到 $CR = 0.0872 < 0.1$ ，通过了一致性检验。

n	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46	1.49

用三种方法分别计算出方案层每个影响因素所占的权重：

1. 算术平均法

- 1) 将矩阵按列进行归一化，每个元素除以其所在列的和，再以行为单位各列相加；
- 2) 相加后的每个向量元素除以 n 即为权重向量。

假设比较矩阵 $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$ ，那么算术平均法求得权重向量

$$\omega_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{kj}} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

2. 几何平均法

- 1) 将比较矩阵的元素按行相乘得一个新的列向量，将其的每个分量开 n 次方；
- 2) 对新的列向量进行归一化即得权重向量。

假设比较矩阵 $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$, 那么几何平均法求得权重向量

$$\omega_i = \frac{\left(\prod_{j=1}^n a_{ij}\right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{k=1}^n \left(\prod_{j=1}^n a_{kj}\right)^{\frac{1}{n}}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

3. 特征值法

1) 求出比较矩阵的最大特征值及其对应的特征向量;

一致矩阵有一个特征值为 n , 其余均为 0, 那么 n 对应的特征向量为

$$k \left[\frac{1}{a_{11}}, \frac{1}{a_{12}}, \dots, \frac{1}{a_{1n}} \right]^T \quad (k \neq 0)$$

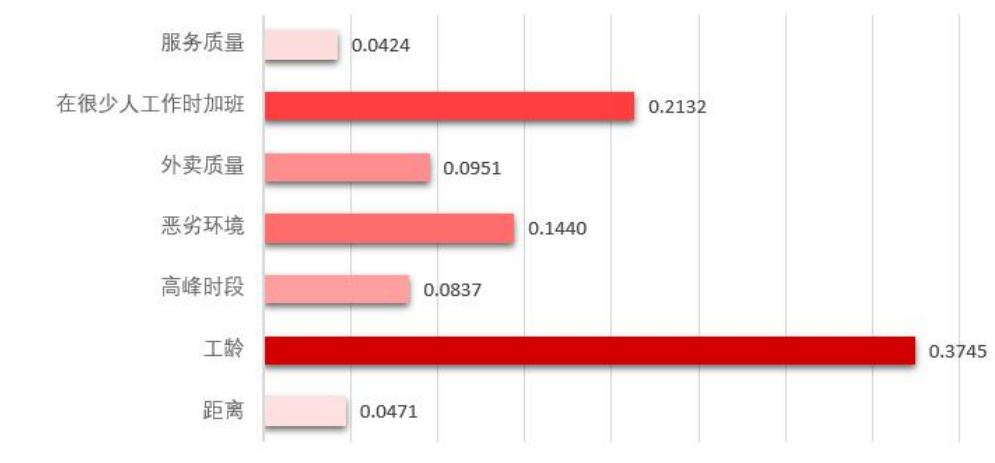
2) 对特征向量进行归一化即得权重向量。

为了保证权重的稳健性, 对三种方法得到的权重求取平均值得到三者加权重, 汇总如下表:

表 5-3

	算术平均法求权重	几何平均法求权重	特征值求权重	三者加权重
距离	0.0519	0.0429	0.0466	0.0471
工龄	0.3680	0.3807	0.3747	0.3745
高峰时段	0.0855	0.0829	0.0828	0.0837
恶劣环境	0.1445	0.1427	0.1447	0.1440
外卖质量	0.0979	0.0939	0.0934	0.0951
在很少人工作时加班	0.2084	0.2157	0.2156	0.2132
服务质量	0.0439	0.0411	0.0422	0.0424

三者加权重



5.2.3 结果

影响骑手最终佣金的主要有规则提成定价和奖罚制度且奖罚制度重综合考虑了提成定价。根据分析，我们发现利用层次分析法确定的各权重相对符合实际，且考虑到多种情况。

- （1） 骑手的配送服务为最重要的衡量指标，但是他是最基本的且其他因素出现的频率较低，故在权重赋予的时候有所保留。
- （2） 骑手工龄也严重影响其工资水平，以期骑手能稳定在一个平台工作。
- （3） 天气、路况和夜间配送主要考虑的是对骑手出行安全和服务质量的保证，在可能出现差评或者投诉的情况下适当进行弥补。
- （4） 根据初步分析，发现该奖罚措施的惩罚仅局限在消费者的评价，面对其他的条件，实惠让骑手的薪资水平上升，假设骑手的满意度随着薪资水平的上升而上升且不考虑其他因素的条件下，该策略有利于骑手的效益最大，最后在能够达到满意度最大的条件。

5.3 问题 3 的模型建立与求解

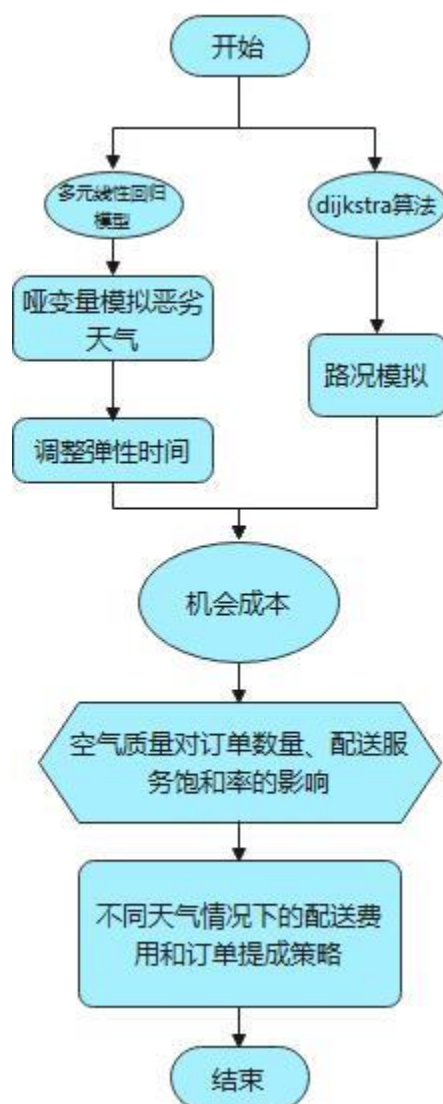


图 5-15

5.3.1 多元线性回归模型的建立

我们需要解决的问题是天气状况对外卖配送定价与时长设计的影响。题目要求我们考虑各种恶劣环境得到普适性规律。模型建立分为以下两步：

(1) 天气对外卖配送服务饱和度的影响——外卖服务需求方角度

配送服务饱和度的定义为当前配送服务的需求量对当前骑手所能承受的最大销量的比率。为检验外卖销量即外卖服务需求量与天气变量的关系，采用多元回归分析，建立如下模型：

$$\varphi(x) = \beta_0 + \beta_1 \text{Light}_{rain} + \beta_3 \text{Moderate}_{rain} + \beta_4 \text{Heavy}_{rain} + \beta_5 \text{Rainstorm} \\ + \beta_6 \text{Torrential}_{rain} + \beta_7 \text{Snow} + \beta_8 \text{Discomfort}_{cold} + \beta_9 \text{Discomfort}_{hot} \\ + \beta_{10} \text{LaAQI}$$

其中 β_1 到 β_9 相对应的自变量 Light_{rain} 到 Discomfort_{hot} 为二元虚拟变量，即若产生此种情况则赋值为 1，否则赋值为 0。同时，为了使每日的销量成为一个平稳的时间序列，并减少数据异方差性，我们将日销量的对数减去周销量的平均值的对数作为 $\varphi(x)$ 的最终表达形式。

经过分析，我们得到如下结论。天气的不舒适度对外卖的销售存在正相关关系，当炎热或寒冷等不适天气状况下，人们会倾向于增大订购外卖的力度，外卖销量上升的同时外卖配送服务的需求也会上升。同样的，降雨天气也会带动销量增长，并且随着雨势

降雨等级	降雨量 (mm)
小雨	0.1~10.0
中雨	10.0~25.0
大雨	25.0~50.0
暴雨	50.0~100.0
大暴雨	100.0~250.0
特大暴雨	大于 250.0

增大，相关系数变大，外卖需求量的增长幅度也越来越大。

Light_rain	虚拟变量，当日降雨并为小雨则赋值 1，否则为 0
Moderate_rain	虚拟变量，当日降雨并为中雨则赋值 1，否则为 0
Heavy_rain	虚拟变量，当日降雨并为大雨则赋值 1，否则为 0
Rainstorm	虚拟变量，当日降雨并为暴雨则赋值 1，否则为 0
Torrential_rain	虚拟变量，当日降雨并为特大暴雨则赋值 1，否则为 0
Snow	虚拟变量，当日降雪则赋值 1，否则为 0
LnAQI	空气质量指数 AQI 取对数
Discomfort_hot	虚拟变量，当日的天气不舒适，炎热，则赋值 1，否则为 0
Discomfort_cold	虚拟变量，当日的天气不舒适，寒冷，则赋值 1，否则为 0

销量 $x = \varphi^{-1}(y)$ ，定义变量 z 为当前骑手能够处理的销量，定义一个新变量 σ ， $\sigma = \frac{x-z}{z}$ 。

σ 的含义是饱和度，间接反映配送服务的供求关系。

(2) 天气对骑手配送难度的增加——配送服务供给方角度

天气作用在交通速度和道路安全情况上，晴朗时交通通畅，路况好，出行较为安全；而恶劣天气对路况造成不良影响，车辆行进速度受到阻碍，出现道路拥堵现象，同时还会提高交通事故的发生概率。外卖服务需要保证食物味道的鲜美，要求有高效的配送效率。当天气状况恶劣时，送餐速度会受到交通状况的影响，而顾客对外卖的送餐速度关注较大，配送超时、饭菜变凉等问题都可能导致顾客对本次用餐的不满，并可能会进行负面评价，进而影响下次的订餐选择和其他消费者对该商家的选择。

我们充分利用 dijkstra 等方法进行路径优化和情景模拟，对恶劣天气情况将会对配送时间造成的影响进行分析，并得到一定的结论。

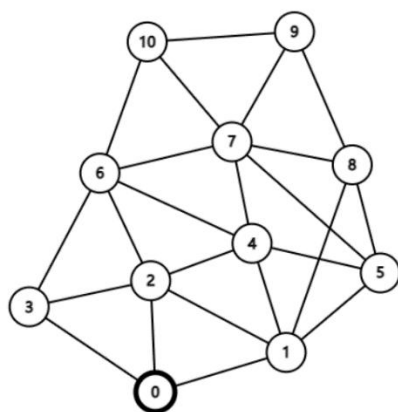


图 5-17

图示为 dijkstra 算法的基本思路。“0”为骑手的初始位置，二到十为骑手的目标位置，包括商家与消费者所在区域。骑手需沿设计好的路线进行最优路线选择。恶劣天气会毁坏其中的一个或几个道路节点，使得整个路途瘫痪，需绕开重新寻找最优路径。

5.3.2 多元线性回归模型的求解

(1) 多元线性回归模型的结论：

1. 天气的不舒适程度与外卖的销量正相关。无论是严寒还是酷暑，都会增加外卖的销量。天气舒适度是对温度和湿度的综合计算，反映的是人们对这两个指标的身体感受。
2. 降雨天气会增加出行的困难度，从而增加外卖的销量和外卖服务的需求量。并且

随着降雨量的增大，外卖需求的数量和增速都会增大。但是这种增长是有上限的。降雨等级越大，对外卖配送的阻碍也会越来越大。当阻碍达到一定程度时，外卖的配送时间超出人们的预期，外卖品质下降，外卖的订单销量可能就不会继续增长。

3. 降雪天气对在线外卖平台的销量没有显著的影响，降雪可能触发了人们订购外卖的需求，但是在雪天环境可能对外卖的配送造成了阻碍，并没有实现平台订单量的显著变化。
4. 空气质量对外卖平台销量的影响与地区有关，不同的地区的用户群体对空气质量的关注有差异。目前缺乏空气质量与消费行为间关系的研究，本文创新性的将空气质量情境与在线外卖平台的销量联系在一起，给情境效应与消费行为的研究增添了新的视角。

5.3.3 结果

根据多元回归结果进行权衡分析，

（1）基于恶劣天气的提成定价与奖罚策略

1. 基本定价与提成模式采用问题一的结论。
2. 由于天气原因，骑手会获得来自消费者的额外收入：

（创新之处在于考虑日渐备受关注的空气质量）

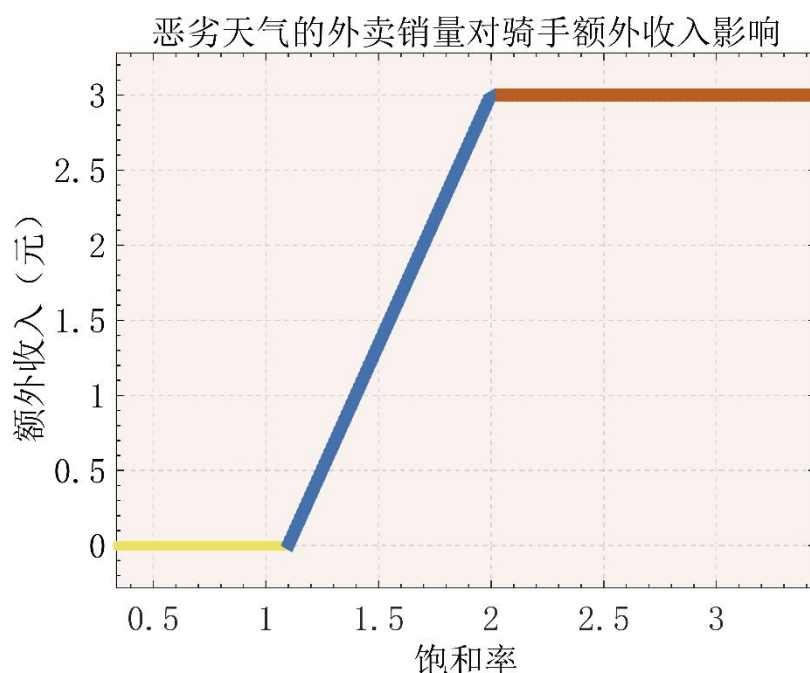


图 5-18

用表格表示为：

表 5-4

天气	收入（元）
小雨	0.5
中雨	0.8
大雨	1
暴雨	1.5
大暴雨	2
特大暴雨	2.5
下雪	1.5
空气质量中重度污染	1
酷暑	1
寒冷	1

注：加和超出 3 元按照 3 元计算。

3. 由于天气原因，平台会返还给骑手一定的抽成：

表 5-5

天气	抽成返还
小雨	0.01
中雨	0.02
大雨	0.04
暴雨	0.07
大暴雨	0.1
特大暴雨	0.15
下雪	0.05
空气质量中重度污染	0.05
酷暑	0.05
寒冷	0.05

注：加和超出 0.15 按照 0.15 计算。

(2) 基于恶劣天气的时长设计

1. 基础时长沿用问题一的最终结论，备餐时长不受天气影响，假设不变。
2. 恶劣天气影响弹性时长设定，弹性时长会在原时长的基础上进行增加。
3. 增加规则如图所示：

表 5-6

天气	弹性时间增加 (min)
小雨	0.5
中雨	1
大雨	2
暴雨	4
大暴雨	7
特大暴雨	10
下雪	2
空气质量中重度污染	0.5
酷暑	0.5
寒冷	0.5

注：加和超出 10min 按照 10min 计算。

5.4 问题 4 的模型建立与求解

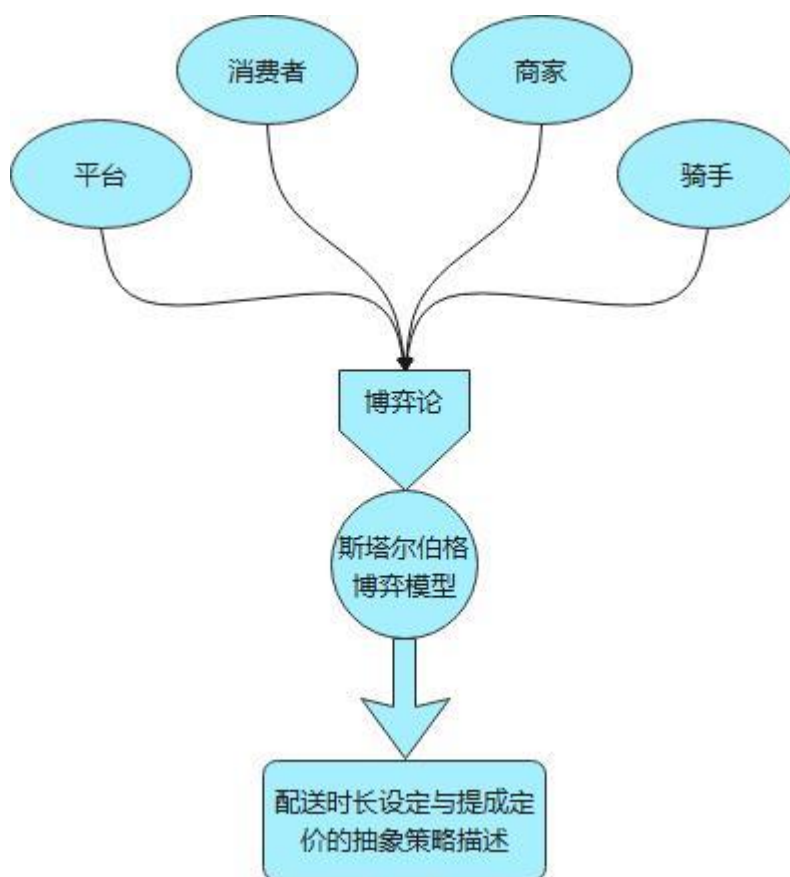


图 5-19

5.4.1 斯塔尔伯格博弈模型的建立

我们需要解决的问题是从博弈论的角度出发，考虑内需扩大，提出能实现商家、骑手、平台、消费者四方共赢的策略。从可观察的收入数据来看，商家、骑手、平台的营销收益普遍存在一种长期递增的趋势。

符号说明请见第四章；

针对四方效用，我们抽象出以下效用函数：

$$\text{骑手: } \pi_1 = [(1 - \tau)c_d + g(I)]n$$

解释：本题中骑手的效用只来源于工资，故用工资来衡量。也就是接单数与每单的实际收入。每单实际收入中包括经平台抽成后的配送费以及平台奖惩。（本问题中仅考虑平台奖惩，且奖惩金额均归属于平台）

$$\text{平台: } \pi_2 = (\tau - g(I)) * c_d * d - C_f$$

解释：平台的效用来源于利润，故用利润衡量。利润等于实际收入减去平台维护费用。每单的实际收入为配送费用加减对外卖骑手的奖惩，每单收入乘总的外卖配送需求为平台毛利润。

$$\text{消费者: } \pi_3 = pI$$

解释：本题中仅考虑消费者对外卖服务的满意程度，消费者无实际收入。故用外生变量外卖单价作为系数对效用函数进行修正。

$$\text{商家: } \pi_4 = (p - C_a)d$$

解释：本题中商家的效用来源于出售产品的净收益。

其他约束条件为：

$$\tau = \tau(I)$$

$$\tau(I) = 1 - (-0.2778I^3 - 1.009I^2 - 1.436I + 0.3094)$$

解释：根据假设条件，平台抽成依据消费者的评价而变，是消费者满意度的函数。

$$d = D - \alpha p - \delta c_d - \beta T + \gamma I$$

解释：消费者需求量受到商品价格、配送费用、配送时间和前期满意程度的影响。

$$I = AT^{-2}Q^{2.25}E^{0.75}$$

解释：消费者的满意程度根据打分标准依托柯布道格拉斯方程转化而来。

$$d \geq 0 \quad \alpha > 0 \quad \beta > 0 \quad \delta > 0 \quad \gamma > 0$$

解释：影响因子权重全部采用正数。

$$g(I) \geq 0$$

$$g(I) = -0.133I^2 + 1.6667I - 3.8$$

解释：我们鼓励恰当的配送方式，仅考虑骑手受到奖励的情况。

5.4.2 斯塔尔伯格博弈模型的求解

规则由平台先设立，故平台为此次博弈的领导者，商品价格为外生变量，对商品需求和配送需求产生影响。因此，博弈求解过程为平台基于配送方的反应决策选择最优的策略实现自身最大化利润。本文采用逆向归纳法进行求解，首先确定配送方的配送价格。

求解优化得到最有配送时长、服务质量和礼仪之间的制约关系为：

$$(0.8334A^2T^{-4}Q^{4.5}E^{1.5} - 2.018AT^{-2}Q^{2.25}E^{0.75} - 1.436)c_d + 1.4AT^{-2}Q^{2.25}E^{0.75} = 0$$

$$(p - C_a)(-\beta) + (p - C^a)\gamma AQ^{2.25}E^{0.75}(-2)T^{-3} = 0$$

$$\begin{aligned} &((-1.667A^3Q^{6.75}E^{2.25}T^{-7} - 4.568A^2Q^{4.5}E^{1.5}T^{-5} + 0.46AQ^{2.25}E^{0.75}T^{-3})(D - \alpha p - \delta c_d \\ &\quad - \beta T + \gamma AT^{-2}) \\ &\quad - (1 + 0.02778A^3Q^{6.75}E^{2.25}T^{-6} + 1.142A^2Q^{4.5}E^{1.5}T^{-4} - 0.23AQ^{2.25}E^{0.75}T^{-2} \\ &\quad + 3.4906)(\beta + 2AT^{-3}\gamma) = 0 \end{aligned}$$

最优配送价格为：

$$c_d = \frac{D - \beta T_1}{2\alpha} + \frac{p}{2(1 - \tau)}$$

四者的共赢相互制约，为了达到纳什均衡让四者满意度最大化，把求解商家、骑手、顾客和外卖平台四者的满意度最高的问题转化为一个多目标规划模型。由于四者的制约关系，平台的决策会决定其他三者的决策，平台首先会将自身利益最大化，三者会考虑到平台的初步决策来调整自己的决定，平台又会意识到三者会根据自己的行为做出调整，之后又会做出调整，在第二阶段，三方又会同时对彼此的行为做出调整，考虑的事就是，剩下两方的利益最大化行为。在此约束条件下求解得的多目标最优值能让四者的满意度最大且均衡。

$$\begin{aligned} Z = F(T, Q, E) &= \begin{bmatrix} \max \pi_1(T, Q, E) \\ \max \pi_2(T, Q, E) \\ \max \pi_3(T, Q, E) \\ \max \pi_4(T, Q, E) \end{bmatrix} \\ \text{s. t. } &\begin{cases} T \geq 0 \\ Q \geq 0 \\ E \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

根据此多目标规划模型，在求解得到各方共赢满意度最高的约束条件时，将约束条件带回原方程可得到使得四方效益最大时的自变量取值或者约束表达式，最终得到此策略下四方的最大效益以及社会福利总和。

5.4.3 结果

经过分析计算，我们发现配送价格与骑手的收益有不确定关系，分别从外卖订单数和单位订单的可获利润双方影响；配送时长对骑手的收益有不确定性关系，分别从消费者的需求量和骑手的每日接单数两方面影响；奖惩方案一定程度上可以提高优质骑手的

福利水平，同时对平台的影响是不确定的，分别从成本和客户流量两方面影响。

针对上述分析，提出以下策略：

② 骑手与消费者的制衡：

骑手与消费者双向评价，实行抽成浮动制。单位配送费不再单方面取决于骑手的服务质量，还取决于消费者是否存在恶意差评的行为。

③ 骑手与商家的制衡：

商家可能存在延长备餐时间恶意缩短骑手送餐时间的行为。骑手对商家进行打分。分数影响到商家入驻平台的固定成本。

④ 骑手与平台的制衡：

合理的奖惩制度和时长与提成设计方案可以实现此制衡。

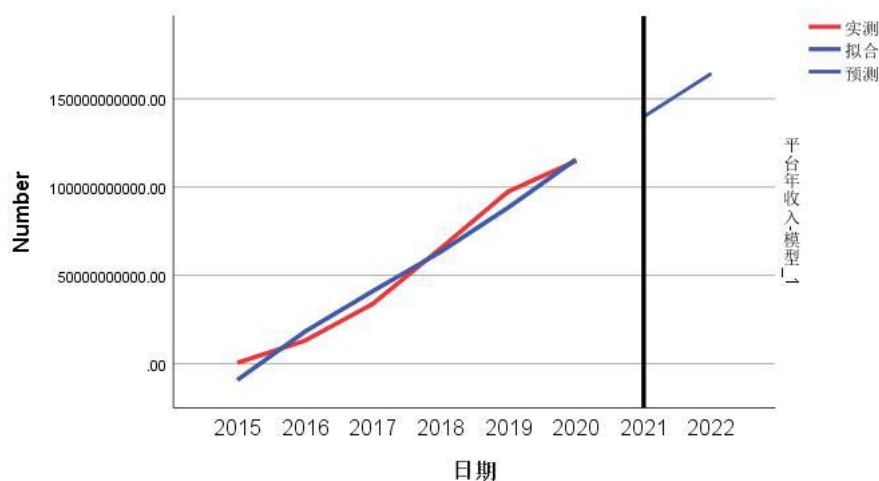
⑤ 平台与消费者的制衡：

消费者可能存在恶意投诉索取赔偿的行为，平台对消费者的近期行为进行打分评判，配送费依据分数浮动。

⑥ 平台与商家的制衡：

商家选择不同的平台进行成本的比较，同时平台还可以根据商家信誉给予一定的优惠政策。

⑦ 霍尔特模型收益预测：



5.5 问题 5 的模型建立与求解

5.5.1 聚类算法的应用与 TSP 模型的建立与求解

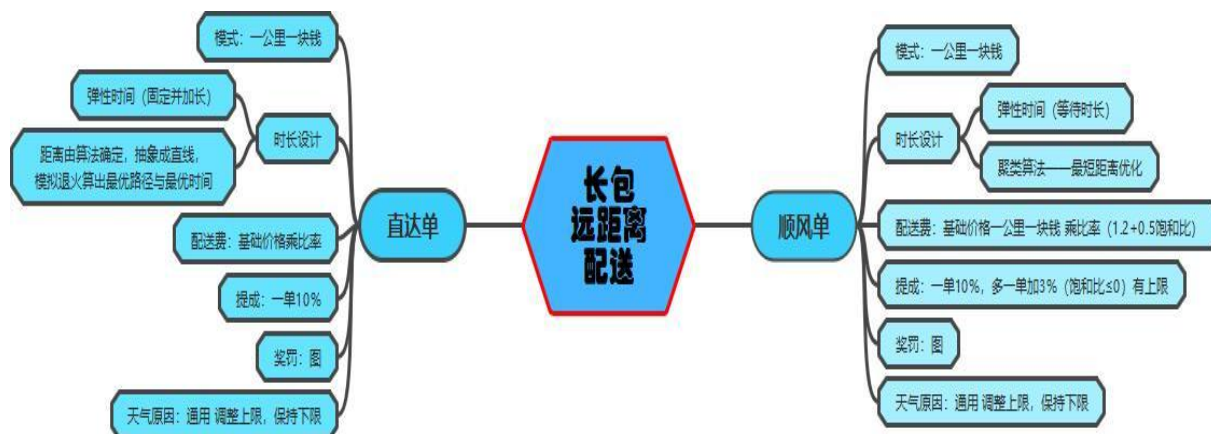


图 5-20

我们需要解决的问题是针对远包派送这一种特殊的服务模式给出完整的从配送定价、提成到对骑手的奖罚的策略以提高骑手的生活水平，并激励他们把工作做好。具体步骤如下：

（1）骑手敏感度函数的建立：

考虑到有些骑手能接受远距离配送，有些骑手很难接受，设定骑手关于远距离配送的敏感度函数，函数由订单饱和率（源于问题三）、长单率决定。饱和率反映当前配送服务的总供给，长单率反映骑手前期对长单配送任务的接受程度，综合来看可以作为敏感度的主要影响因素。

敏感度函数为：

$$q = \Delta_1 \sigma_1 + \Delta_2 \sigma_2$$

假设两个敏感系数均服从正态分布，且敏感程度越小，骑手越容易接单。

（2）基于聚类算法的顺风单的最短距离模型

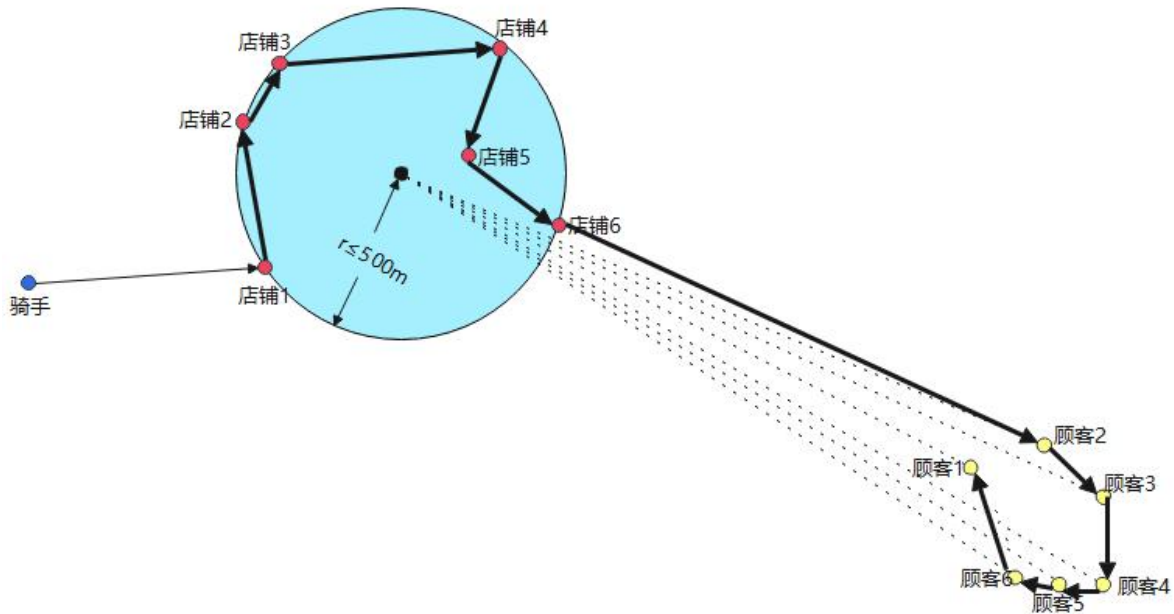


图 5-21

基本思路为：顺风骑手一次从一地出发去往多个店铺取餐并最终到达多地送餐，假设骑手到达所有商家时可以立即取餐且配送时弹性时间的压缩无累积效应，经过聚类算法将可选的所有店铺的点用一个最小圆包围，条件为半径小于 500m。因为存在五千米与五百米的距离差，在考虑消费者所在区域时采用如下思路：将店铺所对应的消费者所在位置与所有店铺的最小圆的圆心的连线中所成最大的夹角小于 45 度时顾客可以选择是否选用顺风服务。

（3） 基于模拟退火法与 dijkstra 算法的专送最优路线模型

远距离专送即为众包的一对一模式，仅需要考虑外界环境如道路形态、路况等对骑手路线的影响。采用模拟退火法与 dijkstra 算法可以将骑手的最优行驶路线在一定的外界条件重模拟出并找到最优路线。基于最优路线设定基本配送时长。由于距离较远且算法已经给出最优路线，则骑手的具体行程可以抽象为直线。

（4） 远包配送服务的奖罚函数模型

远包配送服务的奖惩分为专送与顺风两种策略。顺风模式与短距离类似，经 Matlab 软件拟合即可得到与问题一相似的策略函数；专门配送考虑到骑手的主观能动性和平台的优惠政策，对错误的容忍度更小，故曲度更小，考虑现实情况，采取一次函数模式。

5.5.2 结果

（1）对骑手进行远包配送服务的挑选规则

为优化产品服务，并提高优质骑手的薪资待遇，制定以下平台对骑手的选择策略。

①为保证服务质量，需选用消费者综合评分 4.0 以上的骑手。

②为保证骑手的人身安全维护道路交通建设，需选用罚单率以及投诉率小于 10%的骑手。

③从尊重骑手的配送习惯与选择并适当鼓励远包配送服务的发展的角度考虑，需选取敏感度函数小于阈值的骑手。敏感度越小反映骑手越不反感远程配送，则可以增加此种服务的提供数量。具体规则为：将骑手的敏感度进行排序，取最小值的 40%内的人可以接长单，越小越容易接到长单

④平台对长单的基本抽成减少 3%。

⑤服务分为两种类型，专送与顺风，具体由消费者挑选。

（2）时长设计

针对两种不同的服务模式，分别采取不同的时长设计方式。

①两种模式备餐时间均沿用为 15min

②对顺风单的弹性时间不作改变；对专送服务考虑到路线规划要求以及红绿灯问题延长 3min。

③对顺风单的送餐时间设计采用聚类算法进行路径优化，继续沿用 15km/h 的骑行速度计算得到送餐时间

（3）基础配送费设计

根据网上调查，日常生活中的配送费为 3km 给予 2.0 元提成，计算得到对于长距离配送 1 元/千米较为合理。

①顺风单的基础配送费为 1 元/千米与补贴系数的成绩，系数为 $(1.2+0.5*\sigma)$ 。

②专送服务的基础配送费为 1 元/千米与补贴系数的乘积，系数为 $(1.0+\sigma)$

（4）抽成设计

①专送服务与普通配送抽成相同为 10%。

②顺风服务考虑骑手机会成本递减效应，平台将加大抽成力度，基础抽成为 10%，每多加一单抽成增加 3%，抽成上限为 25%。

（5）天气补贴

天气补贴通过调整上下限来体现。基于第三问，抽成下限降为 5%。

(6) 奖罚策略

奖罚仍然基于超时状态，顺风模式与短距离类似，经 Matlab 软件拟合即可得到与问题一相似的策略函数；专门配送考虑到骑手的主观能动性和平台的优惠政策，对错误的容忍度更小，故曲度更小，考虑现实情况，采取一次函数模式。

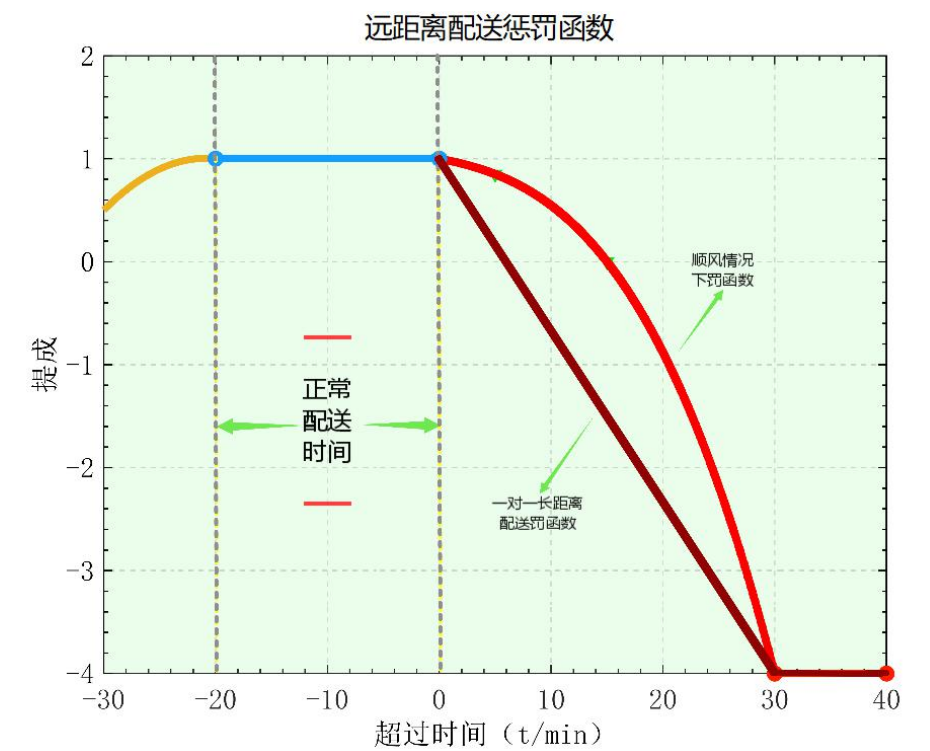


图 5-22

六、模型的评价及优化

6.1 误差分析

6.1.1 针对于问题 1 的误差分析

对于配送时长制定模型，误差首先来源于路径规划的现实性和骑手速度的合理性。城市道路的节点以及交通管制如路况、红绿灯等常见的影响因素已被忽略，可能会与现实情况存在一定的差距。TSP 模型本身对路径假设的依赖较强，与现实中骑手路径依据接单数量和商家位置以及目标地点是否顺路随时改变出入较大。

对于模糊评价，其权重的设置缺乏一定的数据支撑，有较大的主观性。

对于模拟退火算法，其虽然能搜索全局最优解，但是还是比较容易陷入局部最优，无法得到全局最优解。

对于奖罚措施模型，误差主要来源于消费者对多指标重要程度的预估。该预估需要较大的样本量，目前的预估可能与现实出入较大。

6.1.2 针对于问题 2 的误差分析

层次分析法权重的确定具有较大的主观性，可能专家确定的权重与实际不是非常符合，目前预估可能与现实出入较大；骑手效用函数为柯布道格拉斯方程的改进，具体结果有待考量。对于静动态因素，模型可能不是考虑的非常全面，拟合的优度不是非常反应实际情况。

6.1.3 针对于问题 3 的误差分析

问题三中的多元线性回归中部分参数未考虑，拟合度有待提升。

交通管制的信息壁垒与现实性仍未考虑。

6.1.3 针对于问题 4 的误差分析

问题四的误差来源主要是数据缺失以及抽象性函数形式的确定。用美团平台的营业收入为验证对象。用 SPSS 软件对其进行营业收入预测，结果发现平台收入将呈现稳步提升的形态。



图 5-23

说明该均衡策略具有一定的现实意义，符合行业发展的规律。

6.1.3 针对于问题 5 的误差分析

问题 5 的误差主要来源于以下几个方面：

路径规划的过程中忽略小型交通管制等影响骑行速度的因素会对最优路径与最短时间造成影响。

对骑手的时间设定中不考虑弹性时间的累积效应会对最终的时间设定产生影响，弹性时间设定偏小。

奖惩制度采用曲度最小的直线过于偏激。

6.2 模型的优点（建模方法创新、求解特色等）

本文模型的建立具有较高的合理性。基于问题要求和最终目的提出适当的假设条件，针对不同的问题采用不同的研究方法。本文所建立的模型具有很高的应用和推广价值，能够广泛应用于实际生活中。

模型 I ——对时长制定过程中，运用并改进模拟退火法与 TSP 模型，其创新之处在于对配送时间进行合理的制定转化为最短路径问题，实行无返回动态规划和最优路径选取，使之更加接近现实配送过程，克服传统优化算法的种种缺陷，从而保证模型的合理性。而且其新路径产生方法使用了 3 种方法避免算法陷入局部最优。

模型 II ——在制定提成定价与奖惩策略时，基于模型 I 的分析，加入考虑静态因素与动态因素，使骑手的效用最大化，用层次分析法确定的各个影响因素的权重相对符合实际，具有很强的实用性和灵活性。

模型 III ——解题过程层次渐进，易于理解，首先在外卖服务需求方面，采用多元回归分析确定天气对外卖配送服务饱和度的影响，其中对销量进行对数处理，使每日的销量成为一个平稳的时间序列，同时也减少了数据的异方差性；然后在配送服务供给方角度分析，采用 *dijkstra* 等方法进行路径优化和情景模拟，详略有序，由简到繁。

模型 IV ——创新性地使用了斯塔尔伯格博弈模型，将抽象的满意度函数具体成一种函数表达式的形式，并且用多目标规划的方法让四者的满意度同时到达一种共赢的最优解，可以得到最优解的自变量定义下的最优共赢条件，为未来这四者共赢的发展方向提

供了一个发展前进的目标。

模型 V——首先我们基于聚类的思想，提出了一种骑手可以一次送多个远距离外卖的可能，然后提出了一种顺风餐服务模式。利用改进的模拟退火 TSP 模型，我们得到了骑手在商家手里接到所有外卖后去送达的最短路径。这种创新的模式，可以在骑手在满足顾客的远距离送餐的要求的同时，让骑手收益最大化，而且让骑手得到较好的安排模式。

6.3 模型的缺点

模型 I 与模型 II 的权重求解与设置有较大的主观性，缺乏相关数据进行分析及验证权重设置的合理性。

模型 III 在考虑天气对外卖配送服务饱和度的影响时，未对节假日因素进行单独设置变量来进行多元回归分析，有一定的偏差。

模型 I 与模型 V 中模拟退火 TSP 模型缺乏数据进行运行，需要在现实中寻找数据验证其算法的准确性。故本文只是给出了可实现算法目标的模型，未代入数据求解，缺乏一定的实际意义。

6.4 模型的推广

针对以上缺点，可以进一步系统的挖掘分析目前外卖的现状，确定出主要的影响因素来分析建模。总的来说本次针对外卖配送服务的数学建模可以应用到物流“最后一公里”配送以及电商配送等领域。层次分析法可以推广到快递运费的影响指标分析中，以及转换视角研究平台关于商家入驻平台的费用制定的影响因素等领域。模糊评价法可以应用到消费者对外卖商家、电商平台等的评价中。TSP 与模拟退火法可以应用到快递配送的路径规划以及时长确定中。聚类模型可以广泛的应用到许多领域中，如模式识别、数据分析，局部分分析与全局分析中，从而探索多个数据属性中的关系。多元线性回归的方法 可以被广泛推广到研究多因素对同一因变量的影响以及分析各自的解释比例。

参考文献

- [1] 陈萍, 李航. 基于时间满意度的 O2O 外卖配送路径优化问题研究[J]. 中国管理科学, 2016, 24(51): 170-176.
- [2] 楚尚轩. 快递与外卖共同配送的路径规划研究[D]. 浙江理工大学, 2018.
- [3] 邓娜, 张建军. O2O 外卖订单配送任务分配模式研究[J]. 上海管理科学, 2018, 40(1): 63-66.
- [4] 范军, 路应金. 低碳经济视角下物流“最后一公里”配送问题研究[J]. 铁道运输与经济, 2013, 35(10): 65-68.
- [5] 方玺, 耿艳. 我国快递“最后一公里”收派模式创新探讨[C]. 2012 中国快递论坛论文集, 2012.
- [6] 陆松福. 相关定价理论在物流服务定价中的应用[J]. 物流经济, 2007(11): 24-28.
- [7] 罗伯特·吉布斯. 博弈论基础[M]. 北京: 中国社会科学出版社, 1999
- [8] 罗杰·迈尔森. 博弈论-矛盾冲突分析[M]. 北京: 中国经济出版, 2001.
- [9] 秦昕悦. 外卖最优路径设计[J]. 数据库技术, 2020: 162-163.
- [10] 邱威颖. 烟草商业企业配送中心绩效管理决策应用研究[D]. 济南: 山东大学, 2007.
- [11] 王浩伟, 吕明星, 虞蕊娇, 王浩文. “互联网+”背景下智能外卖订单分配研究[J]. 电子商务, 2020(21): 25-28.
- [12] 王慧, 张娟. “饿了么”即时配送服务模式研究[J]. 全国商情(经济理论研
究), 2015, 30(23): 23-24.
- [13] 王荃菲. 快餐外卖配送路径方案研究[D]. 北京交通大学, 2017.
- [14] 王旭坪, 张凯, 胡祥培. 基于模糊时间窗的车辆调度问题研究叨. 管理工程学报, 2011, 25(3): 148-154.
- [15] 伍景芳, 刘念. 论 O2O 模式的博弈论基础[J]. 企业研究, 2013(6): 19-21.
- [16] 尹菲菲, 李静. 寡头竞争市场下共同配送定价方法研究[J]. 科技与产业, 2016(5): 65-70.
- [17] 詹林敏. 电子商务物流最后一公里配送模式研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2015
- [18] 张弘. 中国物流成本研究[J]. 财贸经济. 2004, (8): 51-54
- [19] 张颖春, 刘爱军. 南京市外卖快餐配送的现状分析与对策思考[J]. 江苏商论, 2015, 32(3): 26-29.
- [20] 赵道致, 杨洁. O2O 外卖配送预计送达时间决策模式的选择策略[J]. 工业工程与管理, 2018(5): 8-23.
- [21] 赵桢. 餐饮 O2O 外卖配送方法研究[J]. 市场周刊(理论研究), 2016, 39(8): 33-34.
- [22] 郑华, 吴克文, 朱庆华. 基于神经网络和 S N A 的 C 2 C 电子商务信誉欺诈识别 研究[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(5): 1882-1885.

本文的代码若无数据则无法运行

MATLAB 程序如下：

程序一：模糊分析法（计算权重以及各星级的得分）

```
A=[0.3 0.4 0.2 0.1 0
0.6 0.3 0.1 0 0
0.2 0.4 0.3 0.1 0
0.8 0.2 0 0 0
0.2 0.2 0.3 0.2 0.1
0.1 0.2 0.2 0.3 0.2
0.2 0.2 0.2 0.2 0.2];      %（模糊矩阵）
w=[0.4 0.45 0.15];          %（一级权重）
w1=[0.3 0.7];               %（二级权重）
w2=[0.4 0.5 0.1];
w3=[0.5 0.5];
b(1,:)=w1*A([1:2],:);
b(2,:)=w2*A([3:5],:);
b(3,:)=w3*A([6:7],:);
quanzhong=w*b
defen=5*quanzhong/quanzhong(1)
```

程序二：模拟退火解决 TSP 问题（此代码未输入坐标矩阵，需要按需输入坐标矩阵）

%%%%%%%%要输入矩阵后才可以运行%%%%%%%%

disp('输入矩阵第一列为横坐标，第二列为纵坐标')

disp('请输入地点坐标 A： ')

didian=input('A=');

%%%%%%%% 参数初始化%%%%%%%%

T0 = 1000; % 初始温度

```
T = T0; % 迭代中温度会发生改变，第一次迭代时温度就是 T0
maxgen = 1000; % 最大迭代次数
Lk = 500; % 每个温度下的迭代次数
alfa = 0.95; % 温度衰减系数
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% n =
size(didian,1);
figure
plot(didian(:,1),didian(:,2),'o');
hold on
d = zeros(n);
for i = 2:n
    for j = 1:i
        xxi = didian(i,:);    x_i = xxi(1);    y_i = xxi(2);
        yyj = didian(j,:);    x_j = yyj(1);    y_j = yyj(2);
        d(i,j) = sqrt((x_i-x_j)^2 + (y_i-y_j)^2);
    end
end
d = d+d';

path0 = randperm(n);
result0 = calculate_tsp_d(path0,d);
min_result = result0;
RESULT = zeros(maxgen,1);

%% 模拟退火
if T>0.000000001
    for i = 1 : Lk
        path1 = gen_new_path(path0);
        result1 = calculate_tsp_d(path1,d);

        if result1 < result0
            path0 = path1;
            result0 = result1;
```

```
        else
            p = exp(-(result1 - result0)/T);
            if rand(1) < p
                path0 = path1;
                result0 = result1;
            end
        end

        if result0 < min_result
            min_result = result0;
            best_path = path0;
        end

    end

    RESULT(iter) = min_result;
    T = alpfa*T;
end

%%输出
best_path
min_result

for i = 1:n-1
    j = i+1;
    xxi = didian(best_path(i,:),);    x_i = xxi(1);    y_i = xxi(2);
    yyj = didian(best_path(j,:),);    x_j = yyj(1);    y_j = yyj(2);
    plot([x_i,x_j],[y_i,y_j],'-b')
    hold on
end

figure
plot(1:maxgen,RESULT,'b-');
xlabel('迭代次数');
ylabel('最短路径');
```

下面为子函数

```
function path1 = gen_new_path(path0)
    n = length(path0);
    p1 = 0.33;
    p2 = 0.33;
    r = rand(1);
    if r < p1 % 使用交换法产生新路径
        c1 = randi(n);
        c2 = randi(n);
        path1 = path0;
        path1(c1) = path0(c2);
        path1(c2) = path0(c1);
    elseif r < p1+p2 % 使用移位法产生新路径
        c1 = randi(n);
        c2 = randi(n);
        c3 = randi(n);
        sort_c = sort([c1 c2 c3]);
        c1 = sort_c(1); c2 = sort_c(2); c3 = sort_c(3);
        way1 = path0(1:c1-1);
        way2 = path0(c1:c2);
        way3 = path0(c2+1:c3);
        way4 = path0(c3+1:end);
        path1 = [way1 way3 way2 way4];
    else % 使用倒置法产生新路径
        c1 = randi(n);
        c2 = randi(n);
        if c1 > c2
            way = c2;
            c2 = c1;
            c1 = way;
        end
        way1 = path0(1:c1-1);
```



```
        way2 = path0(c1:c2);
        way3 = path0(c2+1:end);
        path1 = [way1 fliplr(way2) way3];
    end
end

function result = calculate_tsp_d(path,d)
    n = length(path);
    result = 0;
    for i = 1:n-1
        result = d(path(i),path(i+1)) + result;
    end
    result=result;
end
```

程序三： 根据设置的奖惩点拟合得到函数表达式以及画图

```
chaoshi3 = [0 5 15 30]; ticheng3 = [1 0.85 0 -4]
[xData, yData] = prepareCurveData( chaoshi3, ticheng3 );

% Set up fitype and options.
ft = fitype( 'poly3' );
opts = fitoptions( 'Method', 'LinearLeastSquares' );
opts.Normalize = 'on';
opts.Robust = 'Bisquare';

% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );

% Plot fit with data.
figure( 'Name', '完成质量奖惩' );
jiangcheng3 = plot( fitresult, xData, yData );
```

```
% Label axes
xlabel( '超时时间 (t/min)', 'Interpreter', 'none' );
ylabel( '提成', 'Interpreter', 'none' );
grid on
hold on
f=@( chaoshi1 ) -0.006 * chaoshi1.^2 - 0.25 * chaoshi1 - 1.6;
jiangcheng1 = fplot( f, [-30,-20])
hold on
f=@( chaoshi2 ) 1;
jiangcheng2 = fplot( f, [ -20, 0 ])
hold on
chaoshi4 = [ 30, 40 ];
ticheng4 = [ -4, -4 ];
jiangcheng4 = plot( chaoshi4, ticheng4 )
```

程序四：层次分析法

```
A=[ 1.0000    0.1667    0.2500    0.2000    0.3333    0.2000    3.0000
    6.0000    1.0000    4.0000    4.0000    5.0000    3.0000    5.0000
    4.0000    0.2500    1.0000    0.5000    0.5000    0.3333    2.0000
    5.0000    0.2500    2.0000    1.0000    3.0000    0.3333    3.0000
    3.0000    0.2000    2.0000    0.3333    1.0000    0.3333    3.0000
    5.0000    0.3333    3.0000    3.0000    3.0000    1.0000    3.0000
    0.3333    0.2000    0.5000    0.3333    0.3333    0.3333    1.0000]; %一致矩阵

[n,n] = size(A);

% 算术平均法
Sum_A = sum(A);
SUM_A = repmat(Sum_A,n,1);
Stand_A = A ./ SUM_A;

%几何平均法
```

```
Prduct_A = prod(A,2);
```

```
Prduct_n_A = Prduct_A .^ (1/n);
```

```
%特征值法
```

```
[V,D] = eig(A);
```

```
Max_eig = max(max(D));
```

```
[r,c]=find(D == Max_eig , 1);
```

```
%计算一致性比例 CR 的环节
```

```
CI = (Max_eig - n) / (n-1);
```

```
CR=CI/1.36
```

```
%%ri 对应 1.3.6
```

```
%%三个权重取均值保证稳健性！！
```

```
cengcifenxifaquanzhong=(sum(Stand_A,2)./n+Prduct_n_A ./ sum(Prduct_n_A)+V(:,c) ./ sum(V(:,c)))/3
```

画图程序：

```
baohelv3 = [ 0, 1.1 ];
```

```
shouru3 = [ 0, 0 ];
```

```
plot( baohelv3, shouru3 )
```

```
hold on
```

```
shouru2 = @( baohelv2 ) 10/3 * ( baohelv2 - 1.1 );
```

```
fplot( shouru2, [ 1.1, 2 ] )
```

```
baohelv3 = [ 2, 4 ];
```

```
shouru3 = [ 3, 3 ];
```

```
plot( baohelv3, shouru3 )
```

```
ylabel('额外收入（元）', 'FontName', '宋体', 'Interpreter', 'none');
```

```
xlabel('饱 and 率', 'FontName', '宋体', 'Interpreter', 'none');
```

```
title('恶劣天气的外卖销量对骑手额外收入影响', 'FontName', '宋体', 'Interpreter', 'none');
```

程序五： 求解包含所有点的最小包络圆

%%%需要输入地点矩阵才能运行，求解最小外圆%%%

```
disp('请输入地点坐标 P:  ')
```

```
P=input('P=');
```

```
[A,B]=zuichangjuli(P);
```

```
O(1)=(A(1)+B(1))/2;
```

```
O(2)=(A(2)+B(2))/2;
```

```
r=sqrt((O(1)-A(1))^2+(O(2)-A(2))^2);
```

```
if baohan(P,O,r)
```

```
    T_T=[A;B];
```

```
    return;
```

```
end
```

```
d=qiujuli(A,B,P);
```

```
P2=[P d];
```

```
sortrows(P2,-3);
```

```
[m,~]=size(P2);
```

```
for i=1:m
```

```
    tP=P2(i,1:2);
```

```
T_T=[A;B;tP];

[O,r]= waijieyuan(T_T);
if baohan(P,O,r)
    return;
end
end
%%%输出结果
O
r

function [A,B]=zuichangjuli(P)
[m,~]=size(P);
d=ones(m);
for i=1:m
    for j=1:m
        d(i,j)=sqrt((P(i,1)-P(j,1))^2+(P(i,2)-P(j,2))^2);
    end
end

[lie_max,hang]=max(d);
[~,lie]=max(lie_max);
hang=hang(lie);
A=P(hang,:);
B=P(lie,:);
end

function flag=baohan(P,O,r)
[m,~]=size(P);
flag=true;
for i=1:m
    if sqrt((O(1)-P(i,1))^2+(O(2)-P(i,2))^2)>r
        flag=false;
        break;
    end
```

```
end
end

function d=qiujuli(A,B,P)
aa=B(2)-A(2);
bb=A(1)-B(1);
cc=B(1)*A(2)-B(2)*A(1);
d=abs(aa.*P(:,1)+bb.*P(:,2)+cc)./sqrt(aa*aa+bb*bb);
end

function [O,r]= waijieyuan(T)
xxa=T(1,1);yya=T(1,2);
xxb=T(2,1);yyb=T(2,2);
xxc=T(3,1);yyc=T(3,2);
A=[xxa-xxb yya-yyb;xxa-xxc yya-yyc];
W=[(xxa*xxa-xxb*xxb+yya*yya-yyb*yyb)/2;(xxa*xxa-xxc*xxc+yya*yya-yyc*yyc)/2];
O=(A^(-1)*W)';
r=sqrt((O(1,1)-xxa)^2+(O(1,2)-yya)^2);
end
```

程序六：根据设计的顺风餐配送改进的模拟退火 TSP 模型（此算法未加入节点的坐标矩阵，加入坐标矩阵后即可运行，且把店铺坐标写在前面，送达点的坐标写在后面，此程序的目的是求出骑手在历经所有）

%%%%%%%%要输入矩阵后才可以运行%%%%%%%%

%% 模拟退火解决 TSP 问题(改进)

disp('坐标矩阵第一列为横坐标，第二列为纵坐标')

disp('前面的点坐标为店铺坐标，后面的坐标为送达地点坐标')

disp('请输入店铺+地点坐标 A: ')

disp('请输入店铺数量为 nn: ')

didian=input('A=');

```
nn=input('nn=');
n = size(didian,1);

%%%%%%%%%%%%%% 参数初始化%%%%%%%%%%%%%%
T0 = 1000;    % 初始温度
T = T0; % 迭代中温度会发生改变，第一次迭代时温度就是 T0
maxgen = 1000; % 最大迭代次数
Lk = 500; % 每个温度下的迭代次数
alfa = 0.95; % 温度衰减系数
%%%%%%%%%%%%%%

figure
plot(didian(:,1),didian(:,2),'o');
hold on
d = zeros(n);
for i = 2:n
    for j = 1:i
        xxi = didian(i,:);    x_i = xxi(1);    y_i = xxi(2);
        yyj = didian(j,:);    x_j = yyj(1);    y_j = yyj(2);
        d(i,j) = sqrt((x_i-x_j)^2 + (y_i-y_j)^2);
    end
end
d = d+d';

path0 = randperm(n);
result0 = calculate_tsp_d(path0,d);

min_result = result0;
RESULT = zeros(maxgen,1);
%% 模拟退火
if T>0.000000001
    for i = 1 : Lk
        path1 = gen_new_path(path0);
```

```
result1 = calculate_tsp_d(path1,d);

if result1 < result0
    path0 = path1;
    result0 = result1;
else
    p = exp(-(result1 - result0)/T);
    if rand(1) < p
        path0 = path1;
        result0 = result1;
    end
end

if result0 < min_result
    min_result = result0;
    best_path = path0;
end

end

RESULT(iter) = min_result;
T = alpfa*T;
end

%%输出
best_path
min_result

for i = 1:n-1
    j = i+1;
    xxi = didian(best_path(i,:));    x_i = xxi(1);    y_i = xxi(2);
    yyj = didian(best_path(j,:));    x_j = yyj(1);    y_j = yyj(2);
    plot([x_i,x_j],[y_i,y_j],'-b')
    hold on
end
```


figure

plot(1:maxgen,RESULT,'b-');

xlabel('迭代次数');

ylabel('最短路径');

%%后面为此程序的子函数文件%%

function path1 = gen_new_path(path0,nn) %(在此处改进路径修改，让其能够先走完店铺再去送达点)

 n = length(path0);

 nnn=n-nn;

 p1 = 0.5;

 r = rand(1);

if r<p1 % 使用交换法产生新路径

 c1 = randi(nn);

 c2 = randi(nn);

 path1 = path0;

 path1(c1) = path0(c2);

 path1(c2) = path0(c1);

 cc1=randi(nnn)+nn;

 cc2=randi(nnn)+nn;

 path1(cc1)=path0(cc2);

 path1(cc2)=path0(cc1);

else % 使用倒置法产生新路径

 c1 = randi(nn);

 c2 = randi(nn);

 cc1=randi(nnn)+nn;

```
cc2=randi(nnn)+nn;

if c1>c2
    way = c2;
    c2 = c1;
    c1 = way;
end

if cc1>cc2
    way = cc2;
    cc2 = cc1;
    cc1 = way;
end

way1 = path0(1:c1-1);
way2 = path0(c1:c2);
way3 = path0(c2+1:end);
path_1 = [way1 fliplr(way2) way3];

way11=path0(nn+1:cc1-1);
way22=path0(c1:c2);
way33=path0(cc2+1:end);
path_2=[way11 fliplr(way22) way33];

path1=[path_1 path_2];
end
end

function result = calculate_tsp_d(path,d)
    n = length(path);
    result = 0;
    for i = 1:n-1
        result = d(path(i),path(i+1)) + result;
    end
    result=result;
```

end

指导老师评价：

论文研究了外卖配送时长、定价与奖惩策略，在考虑外卖骑手的生活水平、人身安全以及平台、商家和消费者等多方利益的前提下，合理制定了对外卖配送的定价与时长制定，同时对外卖骑手制定了合理的奖惩措施，文章内容条理清晰、层次分明，行文流畅，具有很强的专业性和实用性。

在论文写作方面，摘要部分内容翔实，逻辑紧密，正文部分结构严谨，运用了模糊分析法、退火模拟算法、TSP 最优路径规划、层次分析法、多元线性回归、dijkstra 算法、博弈论等方法，各个模型目标明确，方法运用合理，解释清楚，在建模的选择与分析等方面表现出较高的水平。文章具有较强的创新性，解决问题的思路比较开放，还应用了流程图图表的形式直观地表达建模过程与结论。

数学建模是利用数学工具和数学方法来解决实际问题的过程，数学建模的目的就是将数学的概念和方法进行模型化，使学生既能够掌握数学的基础知识，又能应用数学知识来解决实际生活中出现的问题。参赛者在三天时间内能够理清问题的思路，并找到合适的数学方法来建立一系列模型，并最终完成问题的解决，无疑很好的实现了参加数维杯大学生数学建模竞赛的初衷。

总的来说，该文是一篇比较优秀，具有一定实际意义的论文，该文比较圆满地解决了竞赛给定的问题，具有一定的参考价值，同时侧面体现出作者具有应用数学建模来解决实际问题的能力。