

# Linguaggi Formali e Traduttori

## 5.1 Definizioni dirette dalla sintassi

- Sommario
- Alberi sintattici annotati
- Definizioni dirette dalla sintassi
- Esempio: espressioni in forma infissa
- Esempio: stringhe della forma  $a^n b^n$
- Esempio: parentesi quadre bilanciate
- Esempio: da forma infissa a forma prefissa
- Attributi sintetizzati
- Attributi ereditati
- Esempio: espressioni senza ricorsione sinistra
- Esempio: lista delle differenze
- Esempio: da forma prefissa a forma infissa
- Ordine di valutazione degli attributi
- Definizioni S-attribuite ed L-attribuite
- Esercizi

È proibito condividere e divulgare in qualsiasi forma i materiali didattici caricati sulla piattaforma e le lezioni svolte in videoconferenza: ogni azione che viola questa norma sarà denunciata agli organi di Ateneo e perseguita a termini di legge.

# Sommario

## Problema

- Tradurre un programma da un linguaggio (sorgente) a un altro (oggetto).
- Il parser risponde solo **sì/no** alla domanda “il programma è sintatticamente corretto?”

## In questa lezione

Introduciamo le **definizioni dirette dalla sintassi** (SDD), che consistono in:

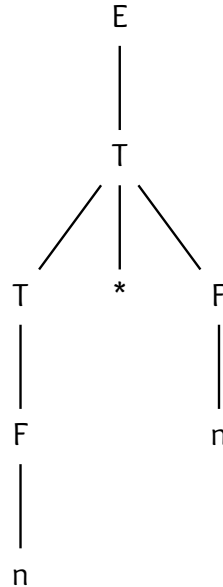
- Una grammatica libera, che specifica la **sintassi** dei programmi da tradurre
- Un insieme di **attributi** associati alle variabili della grammatica e che contengono il risultato della traduzione (o comunque informazioni accessorie alla traduzione)
- Un insieme di **regole semantiche** che specificano come calcolare il valore degli attributi, e quindi **come** tradurre il programma

# Alberi sintattici annotati

## Grammatica

- $E \rightarrow E + T$
- $E \rightarrow T$
- $T \rightarrow T * F$
- $T \rightarrow F$
- $F \rightarrow (E)$
- $F \rightarrow n$

## Albero sintattico



## Stringa

3 \* 5

# Alberi sintattici annotati

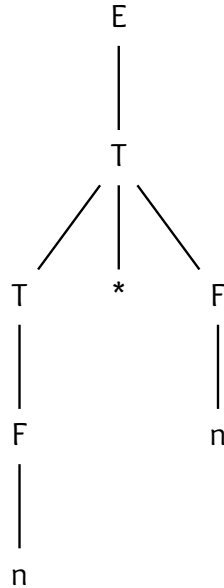
## Grammatica

- $E \rightarrow E + T$
- $E \rightarrow T$
- $T \rightarrow T * F$
- $T \rightarrow F$
- $F \rightarrow (E)$
- $F \rightarrow n$

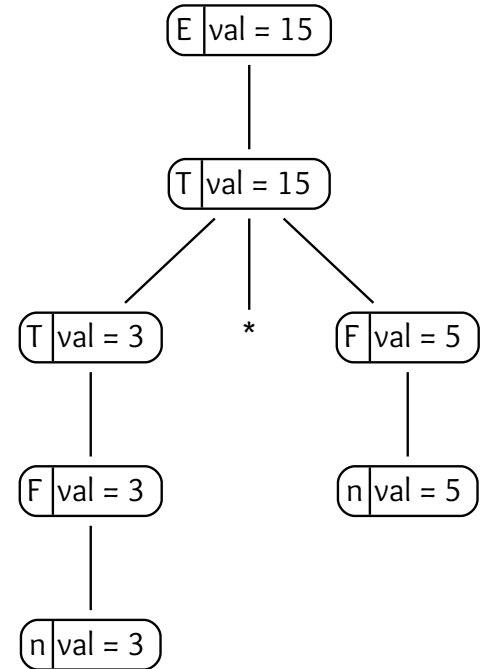
## Stringa

3 \* 5

## Albero sintattico



## Albero sintattico annotato



# Definizioni dirette dalla sintassi

## Definizione

Un **attributo** è una coppia (**nome**, **valore**) che rappresenta una qualunque informazione associata ad un nodo di un albero sintattico.

## Definizione

Un **albero sintattico annotato** è un albero sintattico in cui ogni nodo può essere **annotato** con zero o più attributi.

## Definizione

Una **definizione diretta dalla sintassi** (o SDD, da **Syntax-Directed Definition**) è una grammatica le cui produzioni sono associate a zero o più **regole semantiche** che specificano come calcolare il valore degli attributi associati ai nodi degli alberi sintattici della grammatica.

Il valore di eventuali attributi associati ai simboli terminali è fornito dal lexer.

## Esempio

Produzioni	Regole semantiche
$E \rightarrow E_1 + T$	$E.v = E_1.v + T.v$
$E \rightarrow T$	$E.v = T.v$
$T \rightarrow T_1 * F$	$T.v = T_1.v \times F.v$
$T \rightarrow F$	$T.v = F.v$
$F \rightarrow (E)$	$F.v = E.v$
$F \rightarrow n$	$F.v = n.v$

# Esempio: espressioni in forma infissa

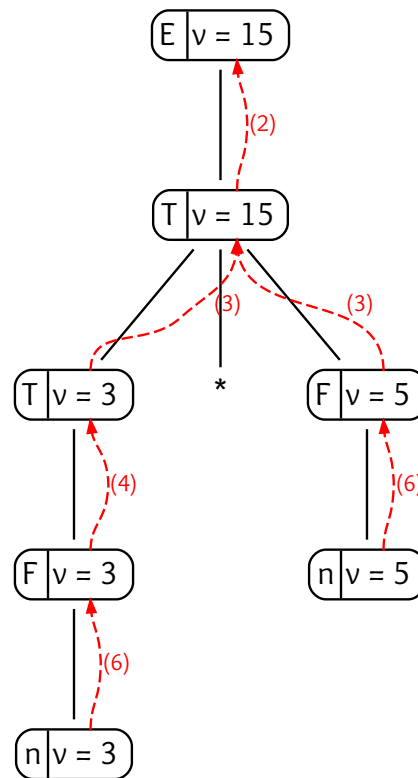
## Esempio

- $3 * 5 \Rightarrow 15$

## SDD

Produzioni	Regole semantiche
$E \rightarrow E_1 + T$	(1) $E.v = E_1.v + T.v$
$E \rightarrow T$	(2) $E.v = T.v$
$T \rightarrow T_1 * F$	(3) $T.v = T_1.v \times F.v$
$T \rightarrow F$	(4) $T.v = F.v$
$F \rightarrow (E)$	(5) $F.v = E.v$
$F \rightarrow n$	(6) $F.v = n.v$

- $n.v$  = valore del numero (dal lexer)
- $E.v \mid T.v \mid F.v$  = valore di  $E \mid T \mid F$



# Esempio: stringhe della forma $a^n b^n$

Obiettivo

Albero annotato per aaabbb

$$S \rightarrow \varepsilon \mid aSb$$

Tradurre una stringa della forma  $a^n b^n$  nel numero  $n$ .

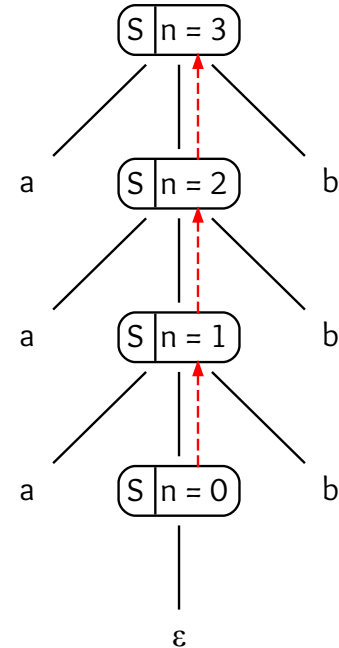
SDD

Produzioni	Regole semantiche
$S \rightarrow \varepsilon$	$S.n = 0$
$S \rightarrow aS_1b$	$S.n = S_1.n + 1$

- $S.n$  = numero di  $a$  e  $b$  nella stringa generata da  $S$

Esempi

- $\varepsilon \Longrightarrow 0$
- $ab \Longrightarrow 1$
- $aabb \Longrightarrow 2$
- $aaabbb \Longrightarrow 3$



# Esempio: parentesi quadre bilanciate

Obiettivo

Albero annotato per  $[[[]]]$

$$S \rightarrow \varepsilon \mid [S]S$$

Tradurre una stringa di parentesi quadre bilanciate nel massimo numero di parentesi annidate.

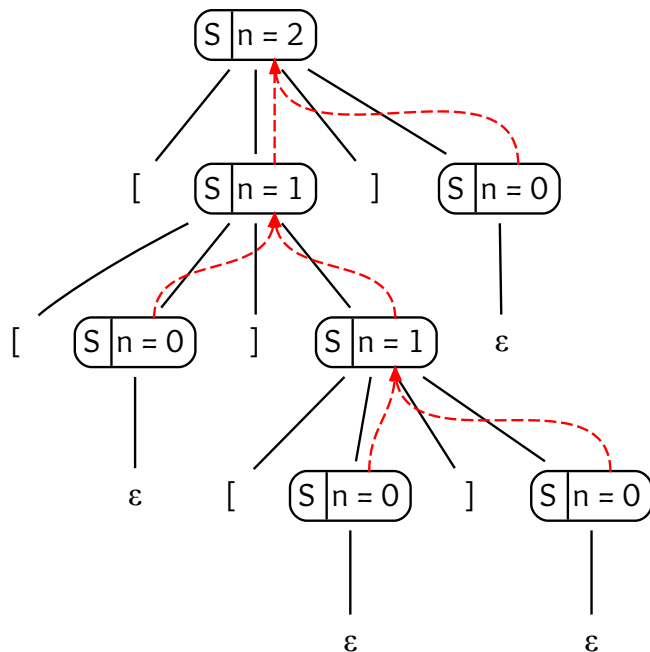
SDD

Produzioni	Regole semantiche
$S \rightarrow \varepsilon$	$S.n = 0$
$S \rightarrow [S_1]S_2$	$S.n = \max\{S_1.n + 1, S_2.n\}$

- $S.n$  = massimo numero di parentesi annidate nella stringa generata da  $S$

Esempio

- $[[[]]] \Rightarrow 2$





# Esempio: da forma infissa a forma prefissa

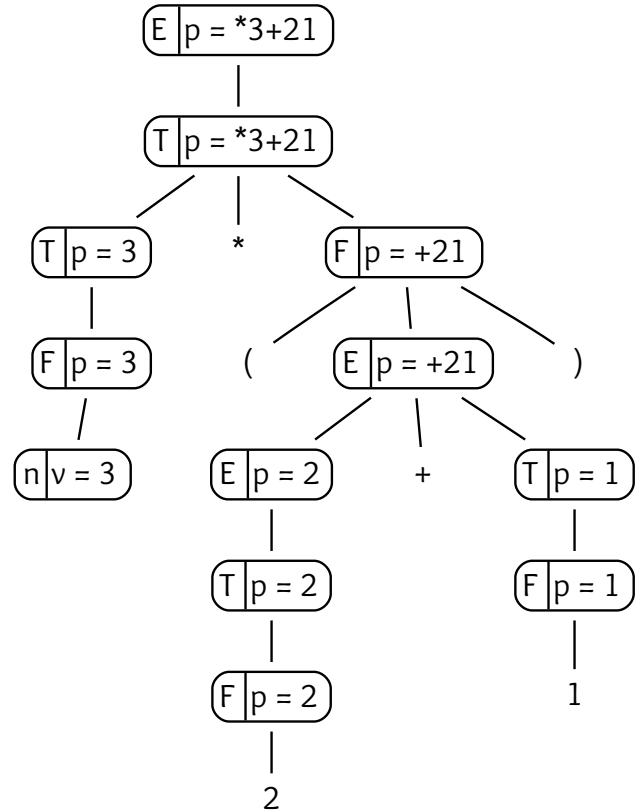
Esempio

$$3 * (2 + 1) \implies *3+21$$

SDD

Produzioni	Regole semantiche
$E \rightarrow E_1 + T$	$E.p = "+" \parallel E_1.p \parallel T.p$
$E \rightarrow T$	$E.p = T.p$
$T \rightarrow T_1 * F$	$T.p = "*" \parallel T_1.p \parallel F.p$
$T \rightarrow F$	$T.p = F.p$
$F \rightarrow (E)$	$F.p = E.p$
$F \rightarrow n$	$F.p = n.v$

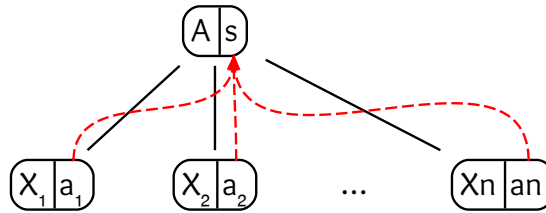
- $n.v$  = cifra (dal lexer)
- $E.p / T.p / F.p$  = forma prefissa di  $E / T / F$
- $\parallel$  = concatenazione tra stringhe



# Attributi sintetizzati

## Definizione

Un attributo di un nodo  $N$  in un albero annotato si dice **sintetizzato** se il suo valore dipende da quello di attributi dei figli di  $N$  ed eventualmente da altri attributi di  $N$  stesso.



Il valore di un attributo sintetizzato per un nodo etichettato con la variabile  $A$  è determinato da una regola semantica associata a una produzione per  $A$ :

$$A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_n$$

$$A.s = f(X_1.a_1, X_2.a_2, \dots, X_n.a_n)$$

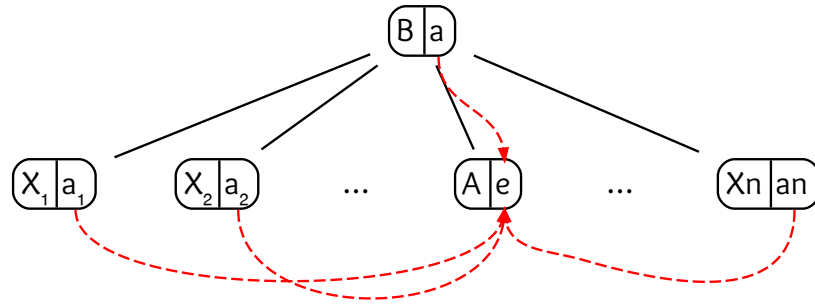
## Osservazione

- L'attributo  $v$  usato per la valutazione delle espressioni è sintetizzato.

# Attributi ereditati

## Definizione

Un attributo di un nodo  $N$  in un albero annotato si dice **ereditato** se il suo valore dipende da quello di attributi del padre e dei fratelli di  $N$ .



Il valore di un attributo ereditato per un nodo etichettato con la variabile  $A$  è determinato da una regola semantica associata a una produzione per  $B$  (etichetta del nodo padre) nel cui corpo compare  $A$ :

$$B \rightarrow X_1 X_2 \cdots A \cdots X_n$$

$$A.e = f(B.a, X_1.a_1, X_2.a_2, \dots, X_n.a_n)$$

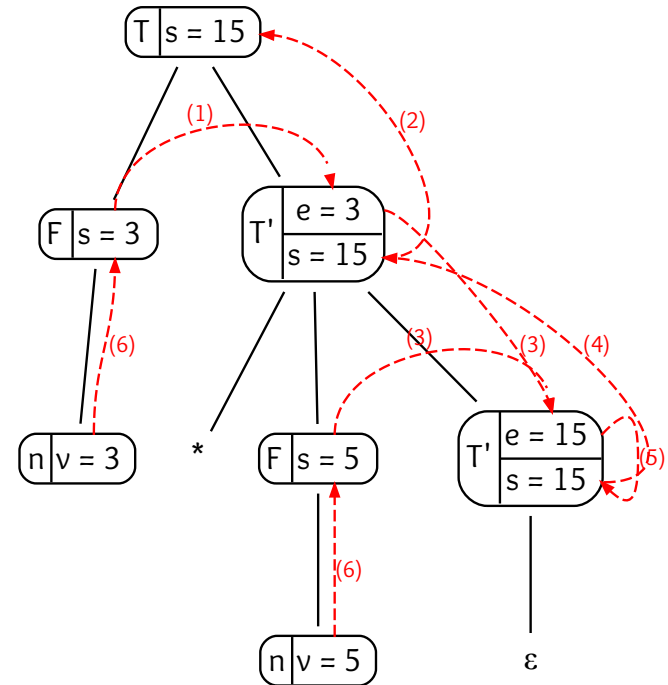
# Esempio: espressioni senza ricorsione sinistra

SDD

Albero annotato per 3\*5

Produzioni	Regole semantiche
$T \rightarrow FT'$	(1) $T'.e = F.s$ (2) $T.s = T'.s$
$T' \rightarrow *FT'_1$	(3) $T'_1.e = T'.e \times F.s$ (4) $T'.s = T'_1.s$
$T' \rightarrow \epsilon$	(5) $T'.s = T'.e$
$F \rightarrow n$	(6) $F.s = n.v$

- $n.v$  = valore del numero (dal lexer)
- $T.s$  = valore del termine
- $F.s$  = valore del fattore
- $T'.e$  = prodotto dei fattori a sinistra di  $T'$
- $T'.s$  = prodotto dei fattori a sinistra di  $T'$  e generati da  $T'$



# Esempio: lista delle differenze

SDD

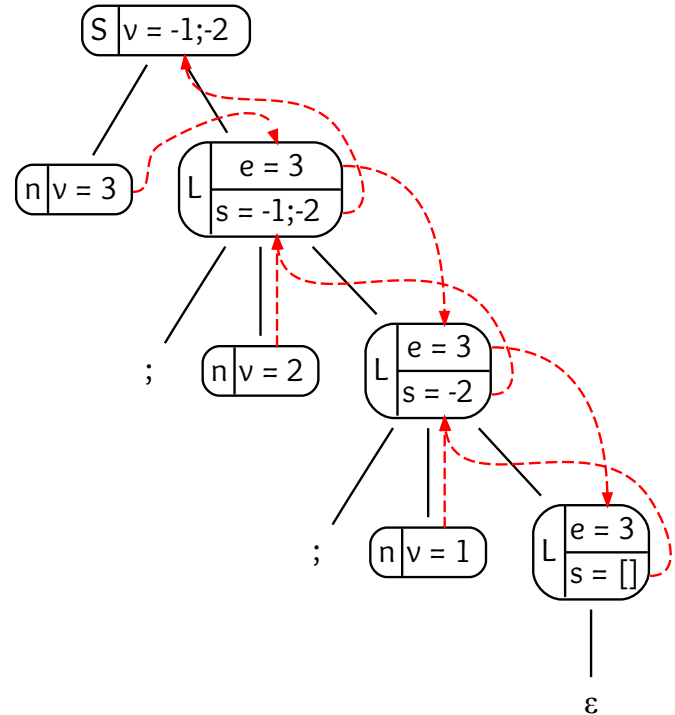
Albero annotato per 3;2;1

Produzioni	Regole semantiche
$S \rightarrow \mathbf{n} L$	$L.e = \mathbf{n}.v$ $S.v = L.s$
$L \rightarrow \varepsilon$	$L.s = []$ (lista vuota)
$L \rightarrow ; \mathbf{n} L_1$	$L_1.e = L.e$ $L.s = \mathbf{n}.v - L.e \parallel L_1.s$

- $\mathbf{n}.v$  = valore del numero (dal lexer)
- $S.v$  = risultato
- $L.e$  = primo elemento della lista
- $L.s$  = risultato parziale

Esempio

$3;2;1 \Rightarrow -1;-2$



# Esempio: da forma prefissa a forma infissa

Esempio

$$*3+21 \implies 3 * (2 + 1)$$

## Intuizione

Per minimizzare il numero di parentesi usiamo un attributo ereditato  $E.c \subseteq \{+, *\}$  che indica gli operatori che, se presenti in  $E$ , richiedono le parentesi.

La seguente funzione ausiliaria racchiude una stringa  $s$  tra parentesi se questa compare in un contesto in cui l'operatore  $o$  le richiede:

$$\text{PAR}(o, s) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} "( " \parallel s \parallel " )" & \text{se } o \in E.c \\ s & \text{altrimenti} \end{cases}$$

SDD

Produzioni	Regole semantiche
$S \rightarrow E$	$E.c = \emptyset$ $S.i = E.i$
$E \rightarrow +E_1E_2$	$E_1.c = \emptyset$ $E_2.c = \{+\}$ $E.i = \text{PAR}(+, E_1.i \parallel "+" \parallel E_2.i)$
$E \rightarrow *E_1E_2$	$E_1.c = \{+\}$ $E_2.c = \{+, *\}$ $E.i = \text{PAR}(*, E_1.i \parallel "*" \parallel E_2.i)$
$E \rightarrow n$	$E.i = n.v$

- $n.v$  = cifra (dal lexer)
- $E.c$  = operatori da racchiudere in (...) se incontrati in  $E$
- $E.i$  = forma infissa di  $E$
- $\parallel$  = concatenazione tra stringhe

# Ordine di valutazione degli attributi

## Grafo delle dipendenze

Le regole semantiche inducono un **grafo di dipendenze** tra attributi. Se l'attributo ***A.a*** dipende dall'attributo ***B.b***, è necessario conoscere il valore di ***B.b*** prima di calcolare ***A.a***:

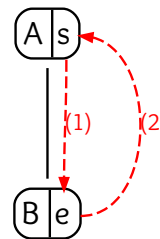
$$A.a = f(\dots, B.b, \dots)$$

Negli esempi precedenti, il grafo è definito dalle frecce rosse tratteggiate.

## Dipendenze circolari

Se il grafo delle dipendenze contiene dei **cicli**, non è possibile trovare un ordine di valutazione degli attributi:

Produzione	Regole semantiche
$A \rightarrow B$	(1) $A.s = B.e$ (2) $B.e = A.s + 1$



# Definizioni S-attribuite ed L-attribuite

## Definizione

Una definizione diretta dalla sintassi si dice **S-attribuita** se contiene solo attributi sintetizzati.

## Definizione

Una definizione diretta dalla sintassi si dice **L-attribuita** se, per ogni produzione  $A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_n$  ed ogni attributo ereditato  $X_i.e$ , la regola semantica che definisce il valore di  $X_i.e$  dipende solo da:

1. attributi ereditati di  $A$ ;
2. attributi sintetizzati ed ereditati dei simboli  $X_1, X_2, \dots, X_{i-1}$  alla sinistra di  $X_i$ .

## Osservazioni

- Ogni SDD S-attribuita è anche L-attribuita.
- Ogni SDD L-attribuita ha un grafo delle dipendenze aciclico, in quanto gli attributi sintetizzati hanno solo dipendenze “dal basso verso l’alto” mentre quelli ereditati solo “dall’alto verso il basso” e/o “da sinistra verso destra”.
- Tutte le SDD viste fino ad ora sono S-attribuite o L-attribuite.



# Esercizi

1. Definire una SDD per la grammatica seguente che traduca sequenze di bit con la cifra meno significativa più a sinistra nel numero naturale in base 10 corrispondente:

- $S \rightarrow BL$
- $L \rightarrow \varepsilon \mid BL$
- $B \rightarrow 0 \mid 1$

Alcuni esempi di traduzione:  $1010 \Rightarrow 5$  e  $1011 \Rightarrow 13$ .

2. Ripetere l'esercizio precedente assumendo che la cifra meno significativa sia quella più a destra.  
Alcuni esempi di traduzione:  $1010 \Rightarrow 10$  e  $1011 \Rightarrow 11$ .

3. In riferimento alla SDD della [slide 13](#), disegnare l'albero annotato per **\*3+21**.