

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

## по дисциплине «Моделирование систем» на тему: «Планирование эксперимента в химической технологии»

**Цель** лабораторной работы – получение математической модели исследуемого объекта, которая используется для оптимизации объекта исследования (экстремальный эксперимент) или для целей аппроксимации.

### I. Теоретическая часть

Для получения математической модели используется факторный эксперимент. Суть факторного эксперимента заключается в варьировании всех факторов объекта исследования по определенному плану. Построение планов факторного эксперимента может быть различным. В данной работе используется полный факторный эксперимент (ПФЭ).

*Таблица*      **Организация матриц планирования ПФЭ от 2<sup>2</sup> до 2<sup>5</sup>**

№ п/п	Тип эксперимента				Факторы					
					$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
1	ПФЭ <sup>5</sup>	ПФЭ <sup>2</sup>	ПФЭ <sup>3</sup>	ПФЭ <sup>2</sup>	+1	+1	+1	+1	+1	+1
2					+1	-1	+1	+1	+1	+1
3					+1	-1	-1	+1	+1	+1
4					+1	+1	-1	+1	+1	+1
5					+1	+1	+1	-1	+1	+1
6					+1	-1	+1	-1	+1	+1
7					+1	+1	-1	-1	+1	+1
8					+1	-1	-1	-1	+1	+1
9		ПФЭ <sup>4</sup>			+1	+1	+1	+1	-1	+1
10					+1	-1	+1	+1	-1	+1
11					+1	+1	-1	+1	-1	+1
12					+1	-1	-1	+1	-1	+1
13					+1	+1	+1	-1	-1	+1
14					+1	-1	+1	-1	-1	+1
15					+1	+1	-1	-1	-1	+1
16					+1	-1	-1	-1	-1	+1
17					+1	+1	+1	+1	+1	-1
18					+1	-1	+1	+1	+1	-1
19					+1	+1	-1	+1	+1	-1
20					+1	-1	-1	+1	+1	-1
21					+1	+1	+1	-1	+1	-1
22					+1	-1	+1	-1	+1	-1
23					+1	+1	-1	-1	+1	-1
24					+1	-1	-1	-1	+1	-1
25					+1	+1	+1	+1	-1	-1
26					+1	-1	+1	+1	-1	-1
27					+1	+1	-1	+1	-1	-1
28					+1	-1	-1	+1	-1	-1
29					+1	+1	+1	-1	-1	-1
30					+1	-1	+1	-1	-1	-1
31					+1	+1	-1	-1	-1	-1
32					+1	-1	-1	-1	-1	-1

### Алгоритм расчёта полного факторного эксперимента

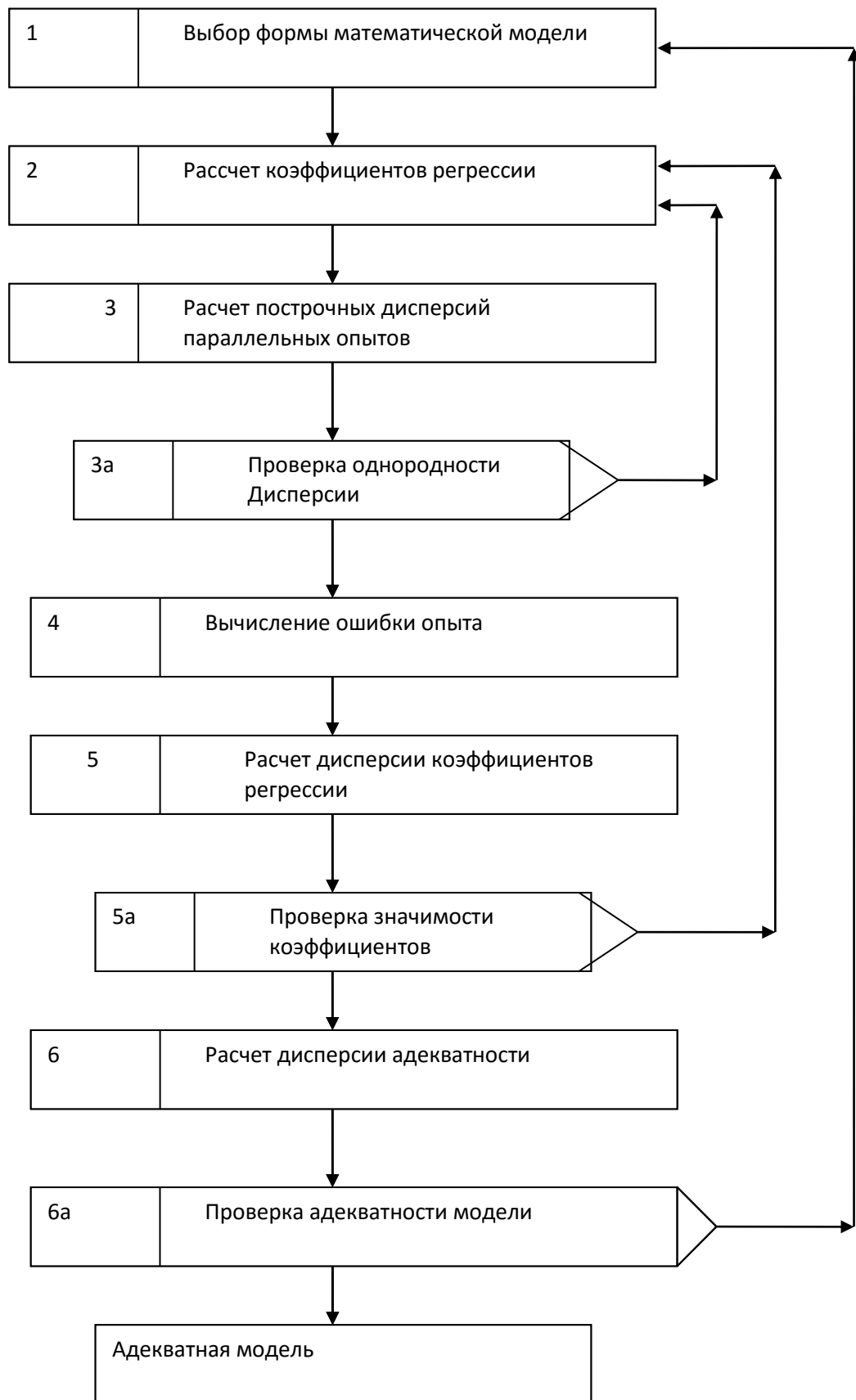


Рис.1 - Алгоритм расчета и анализа математической модели экспериментально-статистическими методами

### Формулы расчёта по плану ПФЭ типа 2<sup>n</sup>

Блоки	Формулы расчета	Обозначения
1	$\hat{y} = \sum_{i=1}^n b_i x_i, (i = 0, 1, \dots, n)$ <p style="text-align: center;">или</p> $\hat{y} = B^T X$	$\hat{y}$ - переменная состояния (расчетная); $X, x_i$ - факторы; $B, b_i$ - коэффициенты уравнения регрессии;
2	$b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} y_u, (i = 0, 1, \dots, n)$ $B = (X^T X)^{-1} X^T Y$	$n$ - число факторов; $Y, y_u$ - переменная состояния (экспериментальная);
3	$s_u^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (y_{uk} - \bar{y}_u)^2;$ $\bar{y}_u = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y_{uk};$ $G_p = s_{u_{\max}}^2 / \sum_{u=1}^N s_u^2$	$X^T$ - транспонированная матрица $X$ ; $N$ - число опытов; $s_u^2$ - построчная дисперсия; $y_{uk}$ - переменная состояния (в параллельных опытах); $G_p$ - расчетные значения критерия Кохрена;
3а	<p>Условие однородности дисперсии</p> $G_{p_{f_1}} < G_T(q, f_1, f_2);$ $f_1 = m - 1;$ $f_2 = N$	$m$ - число параллельных опытов; $G_T$ - табличное значение критерия Кохрена; $f_1, f_2$ - число степеней свободы;
4	$s_0^2 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N s_u^2;$ $s_{b_i}^2 = \frac{s_0^2}{N}$	$q$ - уровень значимости; $s_0^2$ - ошибка опыта (дисперсия воспроизводимости); $s_{b_i}^2$ - дисперсии коэффициентов;
5	$t_{i_p} = \frac{ b_i }{s_{b_i}}$	$t_{i_p}$ - расчетное значение критерия Стьюдента;
5а	<p>Условие значимости коэффициентов</p> $t_{i_p} > t_T(q, f);$ $f = N(m - 1)$	$s_{b_i}$ - среднеквадратичные отклонения; $t_T$ - табличное значение критерия Стьюдента;
6	$s_{ад}^2 = \frac{m}{(N - n - 1)} \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2;$ $F_p = \frac{s_{ад}^2}{s_0^2}$	$f$ - число степеней свободы; $s_{ад}^2$ - дисперсия адекватности; $F_p$ - расчетное значение критерия Фишера
6а	<p>Условие адекватности модели</p> $F_p < F_T(q, f_1, f_2);$ $f_1 = N - n - 1;$ $f_2 = N(m - 1)$	$F_T$ - табличное значение критерия Фишера; $f_1, f_2$ - число степеней свободы

## II. Практическая часть

### ПРИМЕР.

Как известно, система **Matlab** имеет встроенные функции – демонстрационных примеров, к таковым можно отнести *rsmdemo* - демонстрационную функцию D-оптимального планирования и моделирования результатов эксперимента на примере химического процесса. Рассмотрим более подробно.

*rsmdemo* функция предназначена для демонстрации методов: D-оптимального планирования эксперимента, регрессионного анализа и представления поверхности отклика для множества факторов, оценки параметров нелинейной модели Хогена. Демонстрация работы с указанными методами проводится на примере химической реакции 3 реагентов. Целью планирования эксперимента является поиск максимума коэффициента выхода полезного продукта. Функция *rsmdemo* основана на графическом интерфейсе с пользователем.

Интерфес состоит из 3-х графических окон:

- окна моделирования параметров химической реакции (рис. 2),
  - окна результатов измерений (рис. 3),
  - окна результатов эксперимента (рис. 4).
- Назначение элементов окна моделирования параметров химической реакции:
- Строки ввода Hydrogen, n-Pentane, Isopentane и соответствующие им полосы прокрутки позволяют установить давление водорода, n-пентана и изопентана в химическом реакторе;
  - Строка ввода Reaction Rate отображает результат моделирования коэффициента выхода полезного продукта;
  - Строка ввода Runs Left показывает количество проведенных опытов. Значения изменяются от 13 до 0;
  - Кнопка Run предназначена для моделирования одного опыта расчета коэффициента выхода полезного продукта при заданных значениях Hydrogen, n-Pentane, Isopentane с учетом случайных отклонений;
  - Кнопка Export позволяет создать в рабочей среде matlab матричную переменную значений независимых переменных и вектор коэффициента выхода полезного продукта. Названия переменных задаются в диалоговом окне после выбора кнопки, по умолчанию reactants и rate.
  - Кнопки Close и Help предназначены для закрытия окна и вызова помощи.

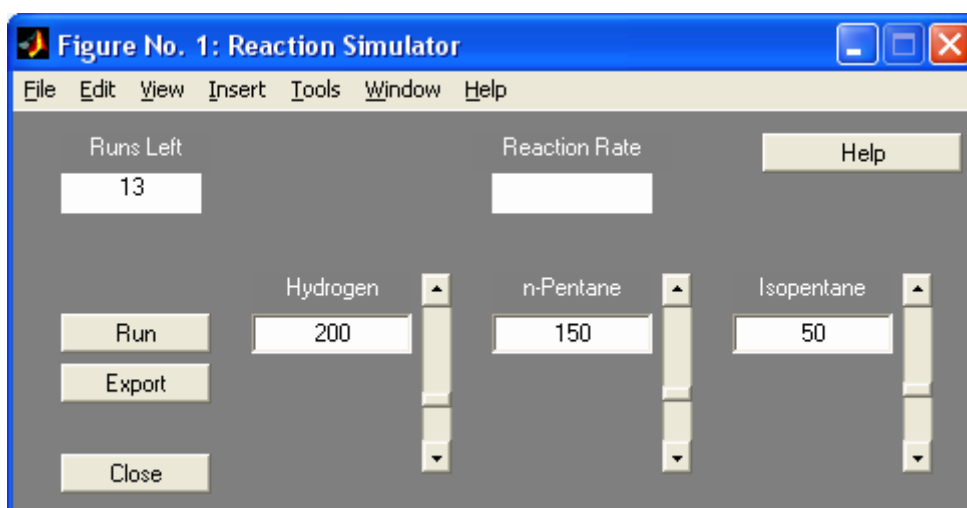
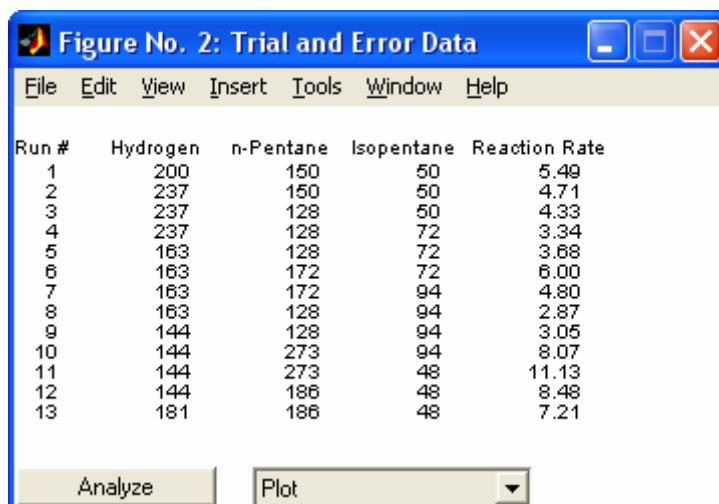


Рис. 2 – Окно моделирования параметров химической реакции

Окно результатов измерений отображает результаты моделирования для опытов, проводимых пользователем по своему усмотрению в виде таблицы. Кнопка Analyze вызывает графическое окно функции *rstool* для представления результатов регрессионного

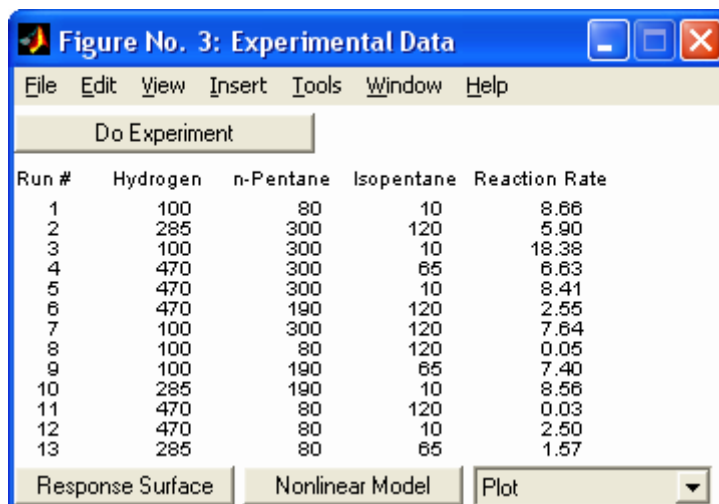
анализа. Меню Plot позволяет построить графики зависимости коэффициента выхода реакции от величины давления каждого из компонентов.



Run #	Hydrogen	n-Pentane	Isopentane	Reaction Rate
1	200	150	50	5.49
2	237	150	50	4.71
3	237	128	50	4.33
4	237	128	72	3.34
5	163	128	72	3.68
6	163	172	72	6.00
7	163	172	94	4.80
8	163	128	94	2.87
9	144	128	94	3.05
10	144	273	94	8.07
11	144	273	48	11.13
12	144	186	48	8.48
13	181	186	48	7.21

Рис. 3 – Окно результатов измерений

Окно результатов эксперимента предназначено для D-оптимального планирования и моделирования результатов 3-х факторного эксперимента в автоматическом режиме. Кнопка Do Experiment запускает процесс планирования и моделирования результатов эксперимента. Кнопка Response Surface вызывает графическое окно функции *rstool* для отображения результатов регрессионного анализа. Кнопка Nonlinear Model вызывает графическое окно функции *nlintool* для отображения результатов регрессионного анализа по модели Хогена-Ватсона. Меню Plot позволяет построить графики зависимости коэффициента выхода реакции от величины давления каждого из компонентов.



Run #	Hydrogen	n-Pentane	Isopentane	Reaction Rate
1	100	80	10	8.66
2	285	300	120	5.90
3	100	300	10	18.38
4	470	300	65	6.63
5	470	300	10	8.41
6	470	190	120	2.55
7	100	300	120	7.64
8	100	80	120	0.05
9	100	190	65	7.40
10	285	190	10	8.56
11	470	80	120	0.03
12	470	80	10	2.50
13	285	80	65	1.57

Рис. 4 – Окно результатов эксперимента

Функция *rsmdemo* позволяет сравнить эффективность применения метода планирования эксперимента по сравнению со случайным выбором параметров и проведением опытов при одинаковом их количестве. Под случайным выбором параметров реакции понимается проведение пассивных наблюдений за характеристиками химической реакции или поиск оптимальных условий реакции по усмотрению пользователя.

На первом этапе демонстрации пользователь в окне моделирования параметров химической реакции устанавливает значения давления реагентов в химическом реакторе. При нажатии кнопки Run выполняется расчет коэффициента выхода полезного продукта.

Результат расчета отображается в строке ввода Reaction Rate. При расчете коэффициента выхода учитываются как значения давления реагентов, так и воздействие случайных факторов. Принимается, что распределение значений коэффициента выхода подчиняется нормальному закону с параметрами: математическое ожидание 1, среднее квадратическое отклонение 0,05. Расчет коэффициента выхода у выполняется по формуле

$$y=1.25*(p2 - p3/1.5183)./(1+0.064*p1+0.0378*p2+0.1326*p3)*normrnd(1,0.05), \quad (1)$$

где  $p1$  давление водорода,  $p2$  давление n-пентана,  $p3$  давление изопентана.

Таким образом, при одинаковых величинах факторов значения коэффициента выхода полезного продукта будут изменяться от опыта к опыту.

Установленные значения факторов и результаты моделирования коэффициента выхода отображаются в окне результатов измерений.

Пользователь должен провести 13 опытов.

По окончании моделирования опытов пользователь выполняет регрессионный анализ экспериментальных данных. С этой целью в окне результатов измерений предусмотрены кнопка *Analyze* и меню *Plot*. При выборе кнопки *Analyze* для проведения регрессионного анализа вызывается функция *rstool*: *rstool(x,y,[],[],xname,yname)*. Технология графического представления данных функции *rstool* предназначена для построения зависимости одной независимой переменной от множества независимых переменных (3 и более). Регрессионный анализ при помощи функции *rstool* предусматривает возможности выбора линейной, не полной квадратической, полной квадратической моделей и линейной модели с эффектами взаимодействий факторов. Выбор команды в меню *Plot* позволяет получить декартовы графики зависимостей коэффициента выхода от давления каждого их компонентов в отдельности.

Второй этап включает 2 фазы: D-оптимальное планирование и моделирование результатов эксперимента по формуле (1). Планирования и моделирование эксперимента проводится в автоматическом режиме после нажатия кнопки *Do Experiment*. Формирование матрицы значений факторов проводится с использованием алгоритма изменения координат для 3 факторов, 13 опытов и полной квадратической модели. С этой целью используется функция: *settings=cordexch(3,13,'q')*. Согласно полученной матрице уровней факторов по формуле (1) проводится расчет значений коэффициента выхода полезного продукта. Матрица уровней факторов и вектор значений коэффициента выхода выводится в табличном виде в окне результатов эксперимента.

По окончании моделирования опытов пользователь выполняет регрессионный анализ экспериментальных данных. С этой целью в окне результатов эксперимента предусмотрены кнопки *Response Surface*, *Nonlinear Model* и меню *Plot*. При выборе кнопки *Response Surface* вызывается функция *rstool* и анализ проводится аналогично первому этапу. Кнопка *Nonlinear Model* позволяет в качестве модели химической реакции использовать функцию Хогена-Ватсона:

$$y = (b1*x2 - x3/b5)./(1+b2*x1+b3*x2+b4*x3).$$

Расчет коэффициентов модели Хогена-Ватсона выполняется с использованием функции *nlintool*:

*nlintool(x,y,'hougen',beta0,[],xname,yname)*.

Способ отображения результатов регрессионного анализа функции *nlintool* аналогична *rstool*.

Результат работы демонстрируют рис. 5-10.

Регрессионный анализ полученных данных для линейной модели с эффектами взаимодействий (кнопка Analyze)

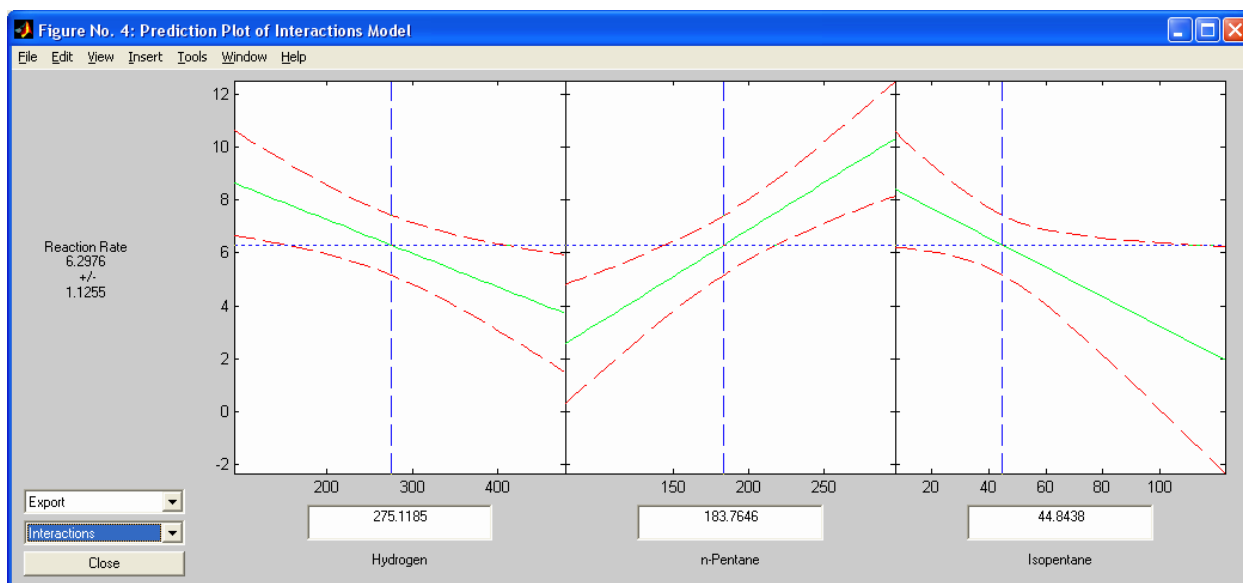


Рис. 5

Зависимость коэффициента выхода полезного продукта от давления водорода (Меню Plot, Reaction Rate vs. Hydrogen)

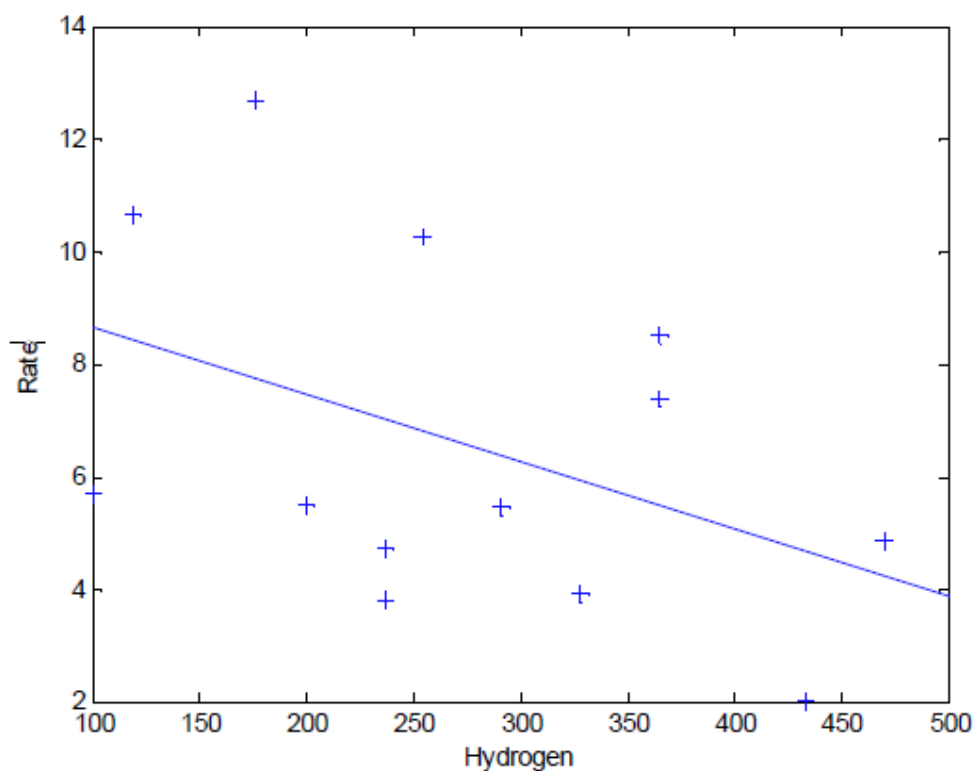


Рис. 6

Планирование и моделирование результатов эксперимента (Кнопка Do Experiment)

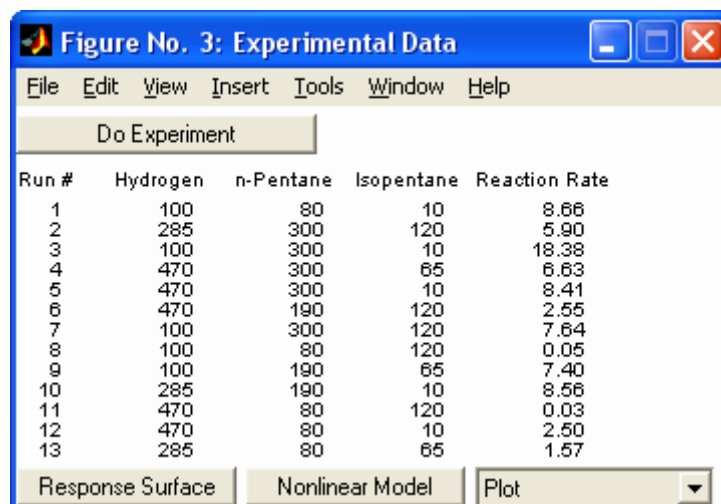


Рис. 7

Регрессионный анализ результатов эксперимента для линейной модели с эффектами взаимодействий (кнопка Response Surface)

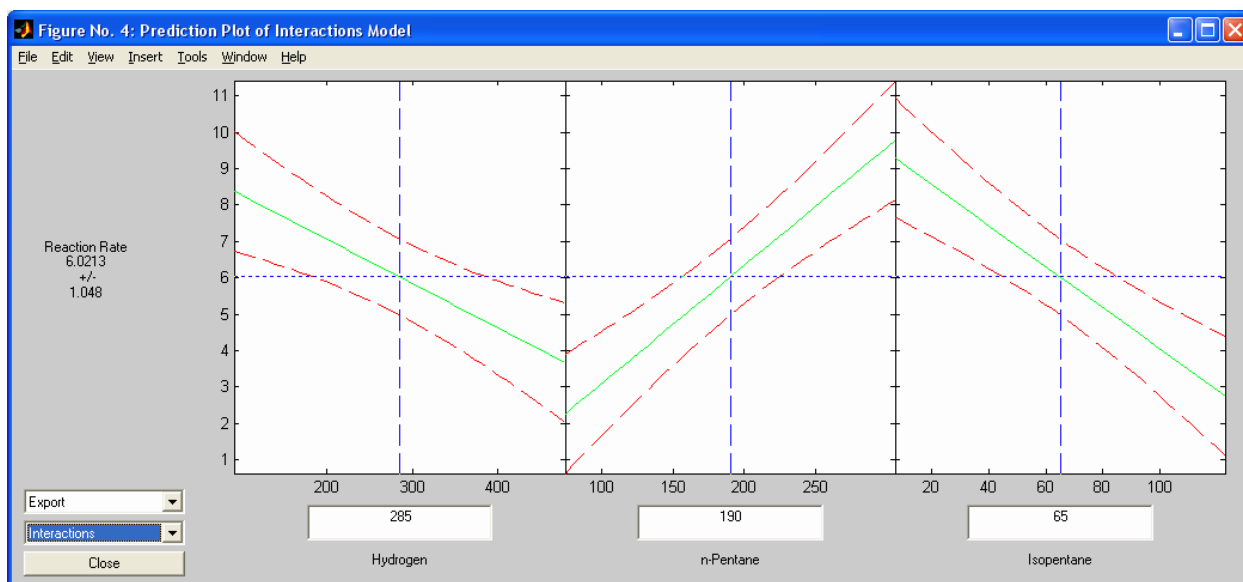


Рис. 8

Зависимость коэффициента выхода полезного продукта от давления водорода (Меню Plot, Reaction Rate vs. Hydrogen).

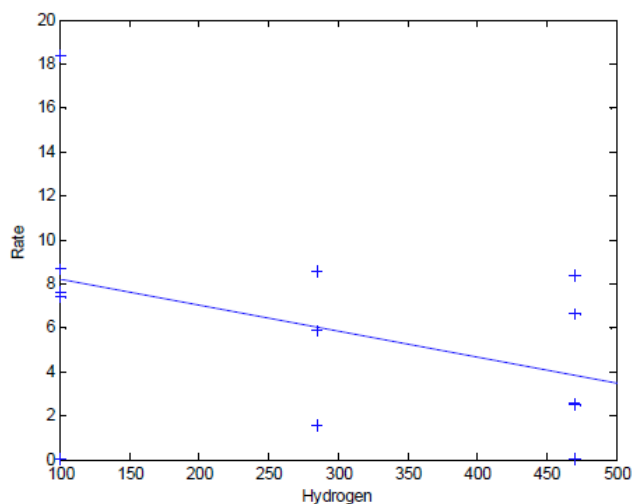


Рис. 9



Регрессионный анализ результатов эксперимента для модели Хогена Ватсона (кнопка Nonliner Model).

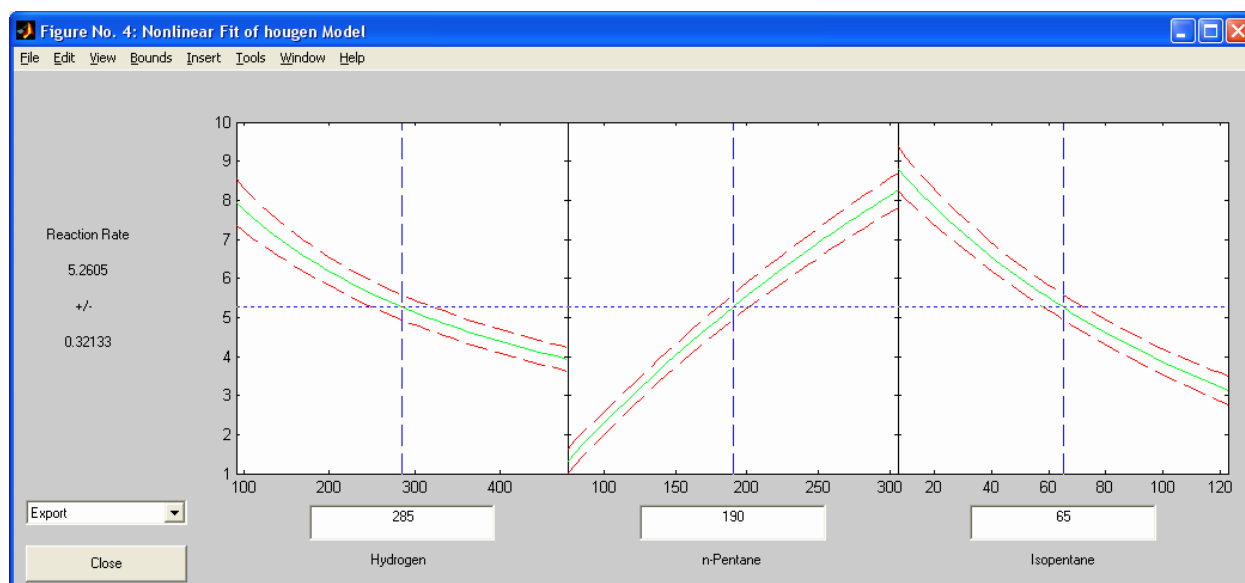


Рис. 10

Из анализа приведенных графиков следует, что применение D-оптимального планирования эксперимента обеспечивает получение оценки коэффициентов уравнения регрессии с меньшей дисперсией (меньшим доверительным интервалом). Использование модели Хогена-Ватсона обеспечивает меньшую погрешность при описании процесса протекания химической реакции.

Приведенный пример носит ознакомительный характер.

Для практической реализации полного факторного эксперимента по заданным данным (которые считываются из файла) можно воспользоваться следующими способами:

- написать программный код на любом языке программирования с использованием формул на странице 3 и приведенного алгоритма на рис. 1.
- написать программный код в среде Matlab с использованием формул на странице 3 и приведенного алгоритма на рис. 1.
- написать программную реализацию ПФЭ, используя среду Matlab. При этом ознакомившись с некоторыми функциями, которые приведены в следующей таблице.

Таблица. Функции планирования эксперимента

Название функции	Описание функции
bbdesign	Планы Бокса-Бенкена
candexch	D-оптимальный план (на основе алгоритма перестановки строк для формирования множества возможных значений)
candge	Генерирует множество возможных сочетаний факторов соответствующих D-оптимальному плану
ccdesign	Центральный композиционный план
cordexch	Функция для определения точного D-оптимального плана эксперимента на основе алгоритма обмена координатами
daugment	Определение матриц плана дополняющую матрицу заданного плана до D - оптимального
dcovary	Функция для построения D – оптимального блочного плана
ff2n	Определение плана полного факторного эксперимента для факторов имеющих 2 уровня
fracfact	Функция для формирования двухуровневого дробного факторного плана
fullfact	Функция формирования плана полного факторного эксперимента для числа уровней факторов задаваемых пользователем
hadamard	Матрица Адамара. Матрица Адамара соответствует плану дробного факторного эксперимента для факторов, каждый из которых задан на отрезке [-1,1]. И служит для построения линейной регрессионной модели. (Встроенная функция MATLAB)
lhsdesign	План на основе латинских квадратов
lhsnorm	Латинские квадраты для многомерной нормальной выборки
rowexch	Функция для определения точного D – оптимального плана на основе алгоритма обмена строк

В результате работы программы полного факторного эксперимента должны быть получены следующие результаты:

1. Определены коэффициенты линейного уравнения регрессии.
2. Рассчитаны построчные дисперсии параллельных опытов.
  - Проверены условия однородности дисперсии: сравнить расчётное значение и теоретическое значения критерия Кохрена (приложение 1).
3. Вычислены ошибки опыта.
4. Рассчитаны дисперсии коэффициентов регрессии (определение расчётного значения критерия Стьюдента).
  - Проверены на значимость коэффициенты линейной регрессии (приложение 2).
5. Рассчитаны дисперсии адекватности модели.
  - Проверена модель на адекватность (используется критерий Фишера) (приложение 3).
  - Сделаны выводы о полученной линейной модели.

6. Записаны полученные коэффициенты линейного уравнения регрессии в файл.

### III. Индивидуальные задания

#### Вариант №1

Исследовался процесс получения сульфадимизина. Процесс характеризуется переменной  $y$  – выход (в %) сульфадимизина по сульгину. Выделены шесть факторов;

$X_1$  - время реакции (ч),

$X_2$  - содержание ацетилацетона в реакционной массе (%),

$X_3$  - содержание уксусной кислоты в реакционной массе (%),

$X_4$  - температура реакционной массы ( $^{\circ}C$ ),

$X_5$  - количество ацетилацетона (%),

$X_6$  - качество сульгина (%).

Было решено качество ацетилацетона и сульгина поддерживать постоянными, а температуру – не включать в план эксперимента. Поэтому оставили только три фактора.

Опыты проводились на лабораторной установке, состоящей из стеклянной конической колбы ёмкостью 250 мл, снабжённой металлической конической мешалкой и обратным холодильником. Колба нагревалась на электрической бане, заполненной вазелиновым маслом. Предварительные исследования позволили выбрать уровни факторов и интервалы варьирования (табл. 1).

**Таблица 1 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_1$	$X_2$	$X_3$		
Нулевой уровень		18	24	15		
Интервал арьирования		2	4	3		
Верхний уровень		20	28	18		
Нижний уровень		16	20	12		
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$
1	+1	-1	-1	-1	80,23	81,93
2	+1	+1	-1	-1	86,50	84,80
3	+1	-1	+1	-1	82,45	82,10
4	+1	+1	+1	-1	89,50	91,90
5	+1	-1	-1	+1	85,10	84,80
6	+1	+1	-1	+1	90,30	89,60
7	+1	-1	+1	+1	85,60	84,90
8	+1	+1	+1	+1	88,02	88,48

Для получения математической модели процесса предполагается реализовать план типа  $2^3$  (табл. 1). Требуется найти коэффициенты модели и провести её статистический анализ.

## Вариант №2

Рассматривалась оптимизация прочности сцепления электролитических железных покрытий на образцах стали 45 с мартенситной структурой. В качестве независимых переменных были выбраны:

$X_1$  - начальная плотность тока ( $a/\text{дм}^3$ ),

$X_2$  - кислотность электролита ( $pH$ ),

$X_3$  - выдержка образца без тона ( $c$ ).

Плотность сцепления измеряли по методу отрыва. Поверхность к покрытию для всех образцов подготавливалась одинаково: ее обезжиривали в щелочной известковой ванне, подвергали анодному травлению в хлоридном электролите (3 мин при  $D_a = 20 a/\text{дм}^2$ ) и анодной обработке в 30 %-ном растворе  $H_2SO_4$  (30-40 с при  $D_a = 60 \div 80 a/\text{дм}^2$ ). После этого образец загружали в ванну, выдерживали без тока, а затем покрывали до нужной толщины.

Использовался ПФЭ типа  $2^3$  (табл. 2).

**Таблица 2 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$			
Нулевой уровень	3,0	0,5	60			
Интервал варьирования	1,0	0,4	15			
Верхний уровень	4,0	0,9	75			
Нижний уровень	2,0	0,1	45			
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния $y$	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$
1	+1	-1	-1	-1	2510	2710
2	+1	+1	-1	-1	1700	1400
3	+1	-1	+1	-1	2700	3700
4	+1	+1	+1	-1	1457	1257
5	+1	-1	-1	+1	1360	2360
6	+1	+1	-1	+1	1890	1980
7	+1	-1	+1	+1	2560	2920
8	+1	+1	+1	+1	2100	1100

Требуется найти коэффициенты модели и провести статистический анализ, если  $s_0^2 = 11892$ .

### Вариант №3

Исследовался процесс электроосаждения в зависимости от состава железоникелевых покрытий. К основным факторам процесса относятся:

$X_1$  – величина катодной плотности тока,  $a/dm^2$ ;

$X_2$  – кислотность электролита,  $pH$ ;

$X_3$  – концентрация сульфата железа (III) в электролите,  $г/л$ ;

$X_4$  – концентрация сахараина,  $г/л$ .

Переменной состояния является содержание никеля в осадках –  $y$  (%). Предполагается для получения интерполяционного уравнения, связывающего переменные, реализовать план ПФЭ типа  $2^4$  с тремя параллельными опытами (табл. 3).

**Таблица 3 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	
Нулевой уровень		5,5	2,7	21	1,5	
Интервал варьирования		4,5	0,4	7	1,0	
Верхний уровень		10	3,1	28	2,5	
Нижний уровень		1	2,3	14	0,5	
Опыты	x <sub>0</sub>	План				Переменная состояния — y <sub>и</sub>
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	
1	+1	+1	+1	+1	+1	79,4
2	+1	-1	+1	+1	+1	61,1
3	+1	+1	-1	+1	+1	78,8
4	+1	-1	-1	+1	+1	60,5
5	+1	+1	+1	-1	+1	88,4
6	+1	-1	+1	-1	+1	76,0
7	+1	+1	-1	-1	+1	88,0
8	+1	-1	-1	-1	+1	79,4
9	+1	+1	+1	+1	-1	79,9
10	+1	-1	+1	+1	-1	64,6
11	+1	+1	-1	+1	-1	79,6
12	+1	-1	-1	+1	-1	62,5
13	+1	+1	+1	-1	-1	90,0
14	+1	-1	+1	-1	-1	78,8
15	+1	+1	-1	-1	-1	89,1
16	+1	-1	-1	-1	-1	82,0

Необходимо рассчитать коэффициенты уравнения и провести статистический анализ, если  $s_0^2 = 0,70$ .

### Вариант №4

Исследовался процесс экстракции пентоксида ниобия. Варьировались факторы:

$X_3$  – концентрация серной кислоты, г/л, и

$X_4$  – концентрация сульфата аммония, г/л.

Переменной состояния объекта являлась степень извлечения пентоксида ниобия в органическую фазу –  $y$  (%). Использовался план ПФЭ типа  $2^2$  с тремя опытами в центре плана (табл. 4). Найти уравнение регрессии и проанализировать его.

**Таблица 4 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_3$	$X_4$		
Нулевой уровень		300	150		
Интервал варьирования		60	75		
Верхний уровень		360	225		
Нижний уровень		240	75		
Опыты	$x_0$	План		Переменная состояния $y$	
		$x_3$	$x_4$		
1	+1	-1	-1	87,64	88,54
2	+1	+1	-1	84,46	74,26
3	+1	-1	+1	81,66	91,96
4	+1	+1	+1	76,72	66,82

## Вариант №5

Ставилась задача получения математической модели для изучения реакции гидрогенолиза индивидуальных сероорганических соединений. Исследовался процесс гидродесульфурации дизельного топлива на лабораторной установке. Варьировалось пять факторов:

$X_1$  – отношение водорода к сырью в исходной смеси, причем  $X_1 = \ln(\gamma_{H_2} / \gamma_{сырье})$ ;

$X_2$  – условное время контакта, связанное соотношением  $X_2 = \ln n_0$  с  $n_0$  – объемной скоростью подачи реагирующего компонента,  $г/(г*ч)$ ;

$X_3 = \frac{1}{T}$ , где  $T$  – абсолютная температура,  $^{\circ}K$ ;

$X_4$  – исходная концентрация, вес.%;

$X_5$  – размер зерна, условные единицы.

Было решено оставить только три фактора  $X_1, X_2, X_3$ .

Предлагается план ПФЭ типа  $2^3$ , реализация которого приведена в табл. 5

Найти математическую модель процесса и провести ее статистический анализ.

**Таблица 5 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
Нулевой уровень		4	1,75	380	2,23	0,75		
Интервал		1	0,25	20	40	0,25		
варьирования								
Верхний уровень		5	2,0	400	42,23	1,0		
Нижний уровень		3	1,5	360	-37,77	0,5		
Опыты	$x_0$	План				Переменная состояния $y$		
		$x_1$	$x_2$	$x_3$				
1	+1	-1	-1	-1	-0,1673	-0,1723		
2	+1	+1	-1	-1	-0,0888	-0,0460		
3	+1	-1	+1	-1	-0,7090	-0,5090		
4	+1	+1	+1	-1	-0,4870	-0,3170		
5	+1	-1	-1	+1	-0,6790	-0,7550		
6	+1	+1	-1	+1	-0,0875	-0,0875		
7	+1	-1	+1	+1	-0,9650	-1,2650		
8	+1	+1	+1	+1	+0,6890	+0,2330		



## Вариант №6

Проводилось исследование с целью составления математической модели ящичного экстрактора. В качестве факторов были выбраны:

$X_1$  – диаметр турбинки, мм ,

$X_2$  – скорость вращения турбинки, об/мин;

$X_3$  – температура, °C ;

$X_4$  – концентрация кислоты в водном растворе, г-экв/л;

$X_5$  – высота слоя жидкости в ячейке, мм;

$X_6$  – соотношение фаз в эмульсии.

Переменная состояния – продолжительность полного расплавления, мин. План эксперимента и результаты опытов приведены в табл. 6. Использовалась ПФЭ типа  $2^3$ .

Найти линейную модель процесса и проверить ее адекватность. При неадекватности модели ввести члены с взаимодействием факторов. Известно, что  $S_0^2 = 0.39$ .

**Таблица 6 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$		
Нулевой уровень	90	600	26	0,40	195	0,8115		
Интервал	10	100	4	0,29	25	0,0975		
варьирования								
Верхний уровень	100	700	30	0,69	225	0,9090		
Нижний уровень	80	500	22	0,11	170	0,7140		
Опыты	$x_0$	План					Переменная состояния $y$	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$		
1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	7,00	6,99
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	16,50	15,65
3	+1	-1	+1	-1	-1	-1	9,50	10,50
4	+1	+1	+1	-1	-1	-1	9,00	10,80
5	+1	-1	-1	+1	+1	+1	7,75	8,85
6	+1	+1	-1	+1	+1	+1	10,75	11,65
7	+1	-1	+1	+1	+1	+1	11,50	10,90
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	13,25	12,95

## Вариант №7

Исследовался процесс получения фосфита натрия при обработке фосфитсодержащего шлама раствором карбоната натрия. Опыты проводили на лабораторной установке. Были выбраны следующие факторы:

$X_1$  – температура процесса,  $^{\circ}\text{C}$  ;

$X_2$  – содержание карбоната натрия в процентах от стехиометрического количества ;  $X_3$  – время контакта, мин;

$X_4$  – соотношение жидкой и твердой фаз.

Переменными состояниями являлись степень перехода фосфита натрия в раствор ( $y_1$ ) и содержание  $\text{CO}_2$  в растворе.

Матрица планирования представлена в табл. 7 Это план ПФЭ типа  $2^4$ .

Получить уравнения регрессии и принять решение.

**Таблица 7 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$			
Нулевой уровень	50	100	45	7:1			
Интервал	20	20	30	1,5:1			
варьирования							
Верхний уровень	70	120	75	8,5:1			
Нижний уровень	30	80	15	5,5:1			
Опыты	$x_0$	План				Переменная состояния	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$
1	+1	+1	+1	+1	+1	57,22	1,47
2	+1	-1	+1	+1	+1	68,31	4,65
3	+1	+1	-1	+1	+1	88,82	5,76
4	+1	-1	-1	+1	+1	75,73	9,50
5	+1	+1	+1	-1	+1	60,29	1,19
6	+1	-1	+1	-1	+1	67,32	6,37
7	+1	+1	-1	-1	+1	84,48	7,68
8	+1	-1	-1	-1	+1	74,56	13,74
9	+1	+1	+1	+1	-1	73,53	5,79
10	+1	-1	+1	+1	-1	61,21	6,33
11	+1	+1	-1	+1	-1	93,29	6,45
12	+1	-1	-1	+1	-1	59,80	7,23
13	+1	+1	+1	-1	-1	67,89	7,89
14	+1	-1	+1	-1	-1	87,34	6,67
15	+1	+1	-1	-1	-1	66,89	5,98
16	+1	-1	-1	-1	-1	75,67	10,1

## Вариант №8

Требуется составить адекватное описание процесса образования герметика. Процесс характеризуется переменной  $y$  – предел прочности герметика на разрыв ( $\text{кГ/см}^2$ ).

Выделены четыре фактора:

$X_1$  – содержание парахинондиоксима в смеси;

$X_2$  – содержание двуокиси марганца;

$X_3$  – содержание цемента;

$X_4$  – содержание растворителя (все в граммах на 100 г бутылкаучука).

Матрица планирования эксперимента и результаты его проведения даны в табл. 8.

**Таблица 8 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$				
Нулевой уровень	1,5	4,25	54	95				
Интервал	1,0	0,5	12	5				
варьирования								
Верхний уровень	2,5	4,75	66	100				
Нижний уровень	0,5	3,75	42	90				
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния $y$			
		$x_1$	$x_2$	$x_3$				
1	+1	-1	-1	-1	4,2	3,4	4,0	4,3
2	+1	+1	-1	-1	4,7	5,1	5,6	5,3
3	+1	-1	+1	-1	4,3	5,2	4,7	5,7
4	+1	+1	+1	-1	3,6	3,7	3,9	3,7
5	+1	-1	-1	+1	4,5	4,2	4,4	4,6
6	+1	+1	-1	+1	4,0	3,6	4,5	4,0
7	+1	-1	+1	+1	4,9	4,7	5,1	4,9
8	+1	+1	+1	+1	5,0	4,9	5,1	4,9

## Вариант №9

Ставилась задача получения математической модели для изучения реакции гидрогенолиза индивидуальных сероорганических соединений. Исследовался процесс гидродесульфурации дизельного топлива на лабораторной установке. Варьировалось пять факторов:

$X_1$  – отношение водорода к сырью в исходной смеси, причем  $X_1 = \ln(\gamma_{H_2} / \gamma_{сырье})$ ;

$X_2$  – условное время контакта, связанное соотношением  $X_2 = \ln n_0$  с  $n_0$  – объемной скоростью подачи реагирующего компонента,  $г/(г*ч)$ ;

$X_3 = \frac{1}{T}$ , где  $T$  – абсолютная температура,  $^{\circ}K$ ;

$X_4$  – исходная концентрация, вес.%;

$X_5$  – размер зерна, условные единицы.

Было решено оставить только три фактора  $X_2, X_3, X_4$ .

Предлагается план ПФЭ типа  $2^3$ , реализация которого приведена в табл. 9

Найти математическую модель процесса и провести ее статистический анализ.

**Таблица 9 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
Нулевой уровень		4	1,75	380	2,23	0,75		
Интервал		1	0,25	20	40	0,25		
варьирования								
Верхний уровень		5	2,0	400	42,23	1,0		
Нижний уровень		3	1,5	360	-37,77	0,5		
Опыты	$x_0$	План				Переменная состояния $y$		
		$x_2$	$x_3$	$x_4$				
1	+1	-1	-1	-1	-1,0673	-0,9723		
2	+1	+1	-1	-1	-1,0888	-0,9460		
3	+1	-1	+1	-1	-1,0090	-0,9990		
4	+1	+1	+1	-1	-1,4870	-0,9370		
5	+1	-1	-1	+1	-1,6790	-0,9550		
6	+1	+1	-1	+1	-1,0875	-0,9875		
7	+1	-1	+1	+1	-1,9650	-1,1650		
8	+1	+1	+1	+1	+1,6890	+0,2330		

## Вариант №10

Ставилась задача получения математической модели для изучения реакции гидрогенолиза индивидуальных сероорганических соединений. Исследовался процесс гидродесульфурации дизельного топлива на лабораторной установке. Варьировалось пять факторов:

$X_1$  – отношение водорода к сырью в исходной смеси, причем  $X_1 = \ln(\gamma_{H_2} / \gamma_{сырье})$ ;

$X_2$  – условное время контакта, связанное соотношением  $X_2 = \ln n_0$  с  $n_0$  – объемной скоростью подачи реагирующего компонента,  $г/(г*ч)$ ;

$X_3 = \frac{1}{T}$ , где  $T$  – абсолютная температура,  $^{\circ}K$ ;

$X_4$  – исходная концентрация, вес.%;

$X_5$  – размер зерна, условные единицы.

Было решено оставить только три фактора  $X_3, X_4, X_5$ .

Предлагается план ПФЭ типа  $2^3$ , реализация которого приведена в табл. 10

Найти математическую модель процесса и провести ее статистический анализ.

**Таблица 10 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
Нулевой уровень		4	1,75	380	2,23	0,75		
Интервал		1	0,25	20	40	0,25		
варьирования								
Верхний уровень		5	2,0	400	42,23	1,0		
Нижний уровень		3	1,5	360	-37,77	0,5		
Опыты	$x_0$	План				Переменная состояния $y$		
		$x_3$	$x_4$	$x_5$				
1	+1	-1	-1	-1	-0,1673	-0,3723		
2	+1	+1	-1	-1	-0,1888	-0,3460		
3	+1	-1	+1	-1	-0,2090	-0,2090		
4	+1	+1	+1	-1	-0,3870	-0,2170		
5	+1	-1	-1	+1	-0,2790	-0,1550		
6	+1	+1	-1	+1	-0,2875	-0,1875		
7	+1	-1	+1	+1	-0,3650	-1,2650		
8	+1	+1	+1	+1	+0,2 890	+0,2330		

## Вариант №11

Ставилась задача получения математической модели для изучения реакции гидрогенолиза индивидуальных сероорганических соединений. Исследовался процесс гидродесульфурации дизельного топлива на лабораторной установке. Варьировалось пять факторов:

$X_1$  – отношение водорода к сырью в исходной смеси, причем  $X_1 = \ln(\gamma_{H_2} / \gamma_{сырье})$ ;

$X_2$  – условное время контакта, связанное соотношением  $X_2 = \ln n_0$  с  $n_0$  – объемной скоростью подачи реагирующего компонента,  $г/(г*ч)$ ;

$X_3 = \frac{1}{T}$ , где  $T$  – абсолютная температура,  $^{\circ}K$ ;

$X_4$  – исходная концентрация, вес.%;

$X_5$  – размер зерна, условные единицы.

Было решено оставить только три фактора  $X_1, X_3, X_4$ .

Предлагается план ПФЭ типа  $2^3$ , реализация которого приведена в табл. 11

Найти математическую модель процесса и провести ее статистический анализ.

**Таблица 11 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
Нулевой уровень	4	1,75	380	2,23	0,75		
Интервал	1	0,25	20	40	0,25		
варьирования							
Верхний уровень	5	2,0	400	42,23	1,0		
Нижний уровень	3	1,5	360	-37,77	0,5		
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния $y$		
		$x_1$	$x_3$	$x_4$			
1	+1	-1	-1	-1	-0,5673	-0,6723	
2	+1	+1	-1	-1	-0,6888	-0,5460	
3	+1	-1	+1	-1	-0,7090	-0,5090	
4	+1	+1	+1	-1	-0,4870	-0,4170	
5	+1	-1	-1	+1	-0,6790	-0,7550	
6	+1	+1	-1	+1	-0,4875	-0,8875	
7	+1	-1	+1	+1	-0,8650	-1,0650	
8	+1	+1	+1	+1	+0,7890	+0,1330	

## Вариант №12

Исследовался процесс получения сульфадимизина. Процесс характеризуется переменной  $y$  – выход (в %) сульфадимизина по сульгину. Выделены шесть факторов;

$X_1$  - время реакции (ч),

$X_2$  - содержание ацетилацетона в реакционной массе (%),

$X_3$  - содержание уксусной кислоты в реакционной массе (%),

$X_4$  - температура реакционной массы ( $^{\circ}C$ ),

$X_5$  - количество ацетилацетона (%),

$X_6$  - качество сульгина (%).

Было решено качество ацетилацетона и сульгина поддерживать постоянными, а температуру – не включать в план эксперимента. Поэтому оставили только три фактора. Опыты проводились на лабораторной установке, состоящей из стеклянной конической колбы ёмкостью 250 мл, снабжённой металлической конической мешалкой и обратным холодильником. Колба нагревалась на электрической бане, заполненной вазелиновым маслом. Предварительные исследования позволили выбрать уровни факторов и интервалы варьирования (табл. 12).

**Таблица 12 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_1$	$X_2$	$X_3$		
Нулевой уровень		18	24	15		
Интервал варьирования		2	4	3		
Верхний уровень		20	28	18		
Нижний уровень		16	20	12		
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$
1	+1	-1	-1	-1	95,23	91,93
2	+1	+1	-1	-1	96,50	94,80
3	+1	-1	+1	-1	92,45	92,10
4	+1	+1	+1	-1	99,50	91,90
5	+1	-1	-1	+1	95,10	94,80
6	+1	+1	-1	+1	90,30	99,60
7	+1	-1	+1	+1	95,60	94,90
8	+1	+1	+1	+1	98,02	98,48

Для получения математической модели процесса предполагается реализовать план типа  $2^3$  (табл. 12). Требуется найти коэффициенты модели и провести её статистический анализ.

### Вариант №13

Рассматривалась оптимизация прочности сцепления электролитических железных покрытий на образцах стали 45 с мартенситной структурой. В качестве независимых переменных были выбраны:

$X_1$  - начальная плотность тока ( $a/\text{дм}^3$ ),

$X_2$  - кислотность электролита ( $pH$ ),

$X_3$  - выдержка образца без тона ( $c$ ).

Плотность сцепления измеряли по методу отрыва. Поверхность к покрытию для всех образцов подготавливалась одинаково: ее обезжиривали в щелочной известью, подвергали анодному травлению в хлоридном электролите (3 мин при  $D_a = 20 a/\text{дм}^2$ ) и анодной обработке в 30 %-ном растворе  $H_2SO_4$  (30-40 с при  $D_a = 60 \div 80 a/\text{дм}^2$ ). После этого образец загружали в ванну, выдерживали без тока, а затем покрывали до нужной толщины.

Использовался ПФЭ типа  $2^3$  (табл. 13).

**Таблица 2 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_1$	$X_2$	$X_3$		
Нулевой уровень		3,0	0,5	60		
Интервал варьирования		1,0	0,4	15		
Верхний уровень		4,0	0,9	75		
Нижний уровень		2,0	0,1	45		
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния $y$	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$
1	+1	-1	-1	-1	1510	1710
2	+1	+1	-1	-1	1700	1400
3	+1	-1	+1	-1	1700	1700
4	+1	+1	+1	-1	1457	1257
5	+1	-1	-1	+1	1360	1360
6	+1	+1	-1	+1	1890	1980
7	+1	-1	+1	+1	1560	1920
8	+1	+1	+1	+1	1100	1100

Требуется найти коэффициенты модели и провести статистический анализ, если  $s_0^2 = 11892$ .



## Вариант №14

Исследовался процесс электроосаждения в зависимости от состава железоникелевых покрытий. К основным факторам процесса относятся:

$X_1$  – величина катодной плотности тока,  $a/dm^2$ ;

$X_2$  – кислотность электролита,  $pH$ ;

$X_3$  – концентрация сульфата железа (III) в электролите,  $г/л$ ;

$X_4$  – концентрация сахараина,  $г/л$ .

Переменной состояния является содержание никеля в осадках –  $y$  (%). Предполагается для получения интерполяционного уравнения, связывающего переменные, реализовать план ПФЭ типа  $2^4$  с тремя параллельными опытами (табл. 14).

**Таблица 14 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	
Нулевой уровень		5,5	2,7	21	1,5	
Интервал варьирования		4,5	0,4	7	1,0	
Верхний уровень		10	3,1	28	2,5	
Нижний уровень		1	2,3	14	0,5	
Опыты		План				Переменная состояния — y <sub>и</sub>
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	
1	+1	+1	+1	+1	+1	79,4
2	+1	-1	+1	+1	+1	61,1
3	+1	+1	-1	+1	+1	78,8
4	+1	-1	-1	+1	+1	60,5
5	+1	+1	+1	-1	+1	78,4
6	+1	-1	+1	-1	+1	76,0
7	+1	+1	-1	-1	+1	78,0
8	+1	-1	-1	-1	+1	79,4
9	+1	+1	+1	+1	-1	79,9
10	+1	-1	+1	+1	-1	74,6
11	+1	+1	-1	+1	-1	79,6
12	+1	-1	-1	+1	-1	72,5
13	+1	+1	+1	-1	-1	70,0
14	+1	-1	+1	-1	-1	78,8
15	+1	+1	-1	-1	-1	79,1
16	+1	-1	-1	-1	-1	72,0

Необходимо рассчитать коэффициенты уравнения и провести статистический анализ, если  $s_0^2 = 0,70$ .

## Вариант №15

Исследовался процесс экстракции пентоксида ниобия. Варьировались факторы:

$X_2$  – концентрация фосфорной кислоты, г/л,

$X_3$  – концентрация серной кислоты, г/л, и

$X_4$  – концентрация сульфата аммония, г/л.

Переменной состояния объекта являлась степень извлечения пентоксида ниобия в органическую фазу –  $y$  (%). Использовался план ПФЭ типа  $2^3$  с тремя опытами в центре плана (табл. 15). Найти уравнение регрессии и проанализировать его.

**Таблица 15 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_2$	$X_3$	$X_4$		
Нулевой уровень		130	300	150		
Интервал варьирования		50	60	75		
Верхний уровень		180	360	225		
Нижний уровень		80	240	75		
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния	
		$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y$	
1	+1	-1	-1	-1	77,64	78,54
2	+1	+1	-1	-1	64,46	74,26
3	+1	-1	+1	-1	81,66	81,96
4	+1	+1	+1	-1	76,72	66,82
5	+1	-1	-1	+1	85,24	77,77
6	+1	+1	-1	+1	78,98	88,88
7	+1	-1	+1	+1	76,93	78,78
8	+1	+1	+1	+1	80,91	87,87

## Вариант №16

Ставилась задача получения математической модели для изучения реакции гидрогенолиза индивидуальных сероорганических соединений. Исследовался процесс гидродесульфурации дизельного топлива на лабораторной установке. Варьировалось пять факторов:

$X_1$  – отношение водорода к сырью в исходной смеси, причем  $X_1 = \ln(\gamma_{H_2} / \gamma_{сырье})$ ;

$X_2$  – условное время контакта, связанное соотношением  $X_2 = \ln n_0$  с  $n_0$  – объемной скоростью подачи реагирующего компонента,  $с/(с*ч)$ ;

$X_3 = \frac{1}{T}$ , где  $T$  – абсолютная температура,  $^{\circ}K$ ;

$X_4$  – исходная концентрация, вес.%;

$X_5$  – размер зерна, условные единицы.

Было решено оставить только три фактора  $X_1, X_2, X_3$ .

Предлагается план ПФЭ типа  $2^3$ , реализация которого приведена в табл. 16

Найти математическую модель процесса и провести ее статистический анализ.

**Таблица 16 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
Нулевой уровень		4	1,75	380	2,23	0,75		
Интервал		1	0,25	20	40	0,25		
варьирования								
Верхний уровень		5	2,0	400	42,23	1,0		
Нижний уровень		3	1,5	360	-37,77	0,5		
Опыты	$x_0$	План				Переменная состояния $y$		
		$x_1$	$x_2$	$x_3$				
1	+1	-1	-1	-1	-0,4673	-0,4723		
2	+1	+1	-1	-1	-0,0888	-0,4460		
3	+1	-1	+1	-1	-0,7090	-0,5090		
4	+1	+1	+1	-1	-0,5670	-0,3170		
5	+1	-1	-1	+1	-0,6790	-0,7550		
6	+1	+1	-1	+1	-0,2875	-0,0875		
7	+1	-1	+1	+1	-0,9650	-1,2650		
8	+1	+1	+1	+1	+0,6890	+0,2330		

## Вариант №17

Проводилось исследование с целью составления математической модели ящичного экстрактора. В качестве факторов были выбраны:

$X_1$  – диаметр турбинки, мм ,

$X_2$  – скорость вращения турбинки, об/мин;

$X_3$  – температура, °C ;

$X_4$  – концентрация кислоты в водном растворе, г-экв/л;

$X_5$  – высота слоя жидкости в ячейке, мм;

$X_6$  – соотношение фаз в эмульсии.

Переменная состояния – продолжительность полного расплавления, мин. План эксперимента и результаты опытов приведены в табл. 17. Использовалась ПФЭ типа  $2^3$ .

Найти линейную модель процесса и проверить ее адекватность. При неадекватности модели ввести члены с взаимодействием факторов. Известно, что  $S_0^2 = 0.39$ .

**Таблица 17 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$		
Нулевой уровень	90	600	26	0,40	195	0,8115		
Интервал	10	100	4	0,29	25	0,0975		
варьирования								
Верхний уровень	100	700	30	0,69	225	0,9090		
Нижний уровень	80	500	22	0,11	170	0,7140		
Опыты	$x_0$	План					Переменная состояния $y$	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$		
1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	8,00	7,99
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	10,50	10,65
3	+1	-1	+1	-1	-1	-1	9,50	10,50
4	+1	+1	+1	-1	-1	-1	9,00	10,80
5	+1	-1	-1	+1	+1	+1	7,75	8,85
6	+1	+1	-1	+1	+1	+1	11,75	13,65
7	+1	-1	+1	+1	+1	+1	11,50	10,90
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	13,25	12,95

## Вариант №18

Исследовался процесс получения фосфита натрия при обработке фосфитсодержащего шлама раствором карбоната натрия. Опыты проводили на лабораторной установке. Были выбраны следующие факторы:

$X_1$  – температура процесса,  $^{\circ}\text{C}$  ;

$X_2$  – содержание карбоната натрия в процентах от стехиометрического количества ;  $X_3$  – время контакта, мин;

$X_4$  – соотношение жидкой и твердой фаз.

Переменными состояниями являлись степень перехода фосфита натрия в раствор ( $y_1$ ) и содержание  $\text{CO}_2$  в растворе.

Матрица планирования представлена в табл. 18 Это план ПФЭ типа  $2^4$ .

Получить уравнения регрессии и принять решение.

**Таблица 18 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$			
Нулевой уровень	50	100	45	7:1			
Интервал	20	20	30	1,5:1			
варьирования							
Верхний уровень	70	120	75	8,5:1			
Нижний уровень	30	80	15	5,5:1			
Опыты	$x_0$	План				Переменная состояния	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$
1	+1	+1	+1	+1	+1	57,22	1,47
2	+1	-1	+1	+1	+1	68,31	4,65
3	+1	+1	-1	+1	+1	88,82	5,76
4	+1	-1	-1	+1	+1	75,73	9,50
5	+1	+1	+1	-1	+1	60,29	1,19
6	+1	-1	+1	-1	+1	67,32	6,37
7	+1	+1	-1	-1	+1	84,48	7,68
8	+1	-1	-1	-1	+1	74,56	13,74
9	+1	+1	+1	+1	-1	73,53	5,79
10	+1	-1	+1	+1	-1	61,21	6,33
11	+1	+1	-1	+1	-1	93,29	6,45
12	+1	-1	-1	+1	-1	59,80	7,23
13	+1	+1	+1	-1	-1	67,89	7,89
14	+1	-1	+1	-1	-1	87,34	6,67
15	+1	+1	-1	-1	-1	66,89	5,98
16	+1	-1	-1	-1	-1	75,67	10,1

## Вариант №8

Требуется составить адекватное описание процесса образования герметика. Процесс характеризуется переменной  $y$  – предел прочности герметика на разрыв ( $\text{кГ/см}^2$ ).

Выделены четыре фактора:

$X_1$  – содержание парахинондиоксима в смеси;

$X_2$  – содержание двуокиси марганца;

$X_3$  – содержание цемента;

$X_4$  – содержание растворителя (все в граммах на 100 г бутылкаучука).

Матрица планирования эксперимента и результаты его проведения даны в табл. 19.

**Таблица 19 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$				
Нулевой уровень	1,5	4,25	54	95				
Интервал	1,0	0,5	12	5				
варьирования								
Верхний уровень	2,5	4,75	66	100				
Нижний уровень	0,5	3,75	42	90				
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния $y$			
		$x_1$	$x_2$	$x_3$				
1	+1	-1	-1	-1	5,2	6,4	4,0	5,3
2	+1	+1	-1	-1	4,7	5,1	5,6	5,3
3	+1	-1	+1	-1	4,3	5,2	4,7	5,7
4	+1	+1	+1	-1	3,6	3,7	3,9	3,7
5	+1	-1	-1	+1	4,5	4,2	4,4	4,6
6	+1	+1	-1	+1	4,0	3,6	4,5	4,0
7	+1	-1	+1	+1	4,9	4,7	5,1	4,9
8	+1	+1	+1	+1	5,0	4,9	5,1	4,9

## Вариант №20

Ставилась задача получения математической модели для изучения реакции гидрогенолиза индивидуальных сероорганических соединений. Исследовался процесс гидродесульфурации дизельного топлива на лабораторной установке. Варьировалось пять факторов:

$X_1$  – отношение водорода к сырью в исходной смеси, причем  $X_1 = \ln(\gamma_{H_2} / \gamma_{сырье})$ ;

$X_2$  – условное время контакта, связанное соотношением  $X_2 = \ln n_0$  с  $n_0$  – объемной скоростью подачи реагирующего компонента,  $г/(г*ч)$ ;

$X_3 = \frac{1}{T}$ , где  $T$  – абсолютная температура,  $^{\circ}K$ ;

$X_4$  – исходная концентрация, вес.%;

$X_5$  – размер зерна, условные единицы.

Было решено оставить только три фактора  $X_2, X_3, X_4$ .

Предлагается план ПФЭ типа  $2^3$ , реализация которого приведена в табл. 20

Найти математическую модель процесса и провести ее статистический анализ.

**Таблица 20 Матрица планирования и результаты эксперимента**

Наименование	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$		
Нулевой уровень	4	1,75	380	2,23	0,75		
Интервал	1	0,25	20	40	0,25		
варьирования							
Верхний уровень	5	2,0	400	42,23	1,0		
Нижний уровень	3	1,5	360	-37,77	0,5		
Опыты	$x_0$	План			Переменная состояния $y$		
		$x_2$	$x_3$	$x_4$			
1	+1	-1	-1	-1	+1,0673	+0,9723	
2	+1	+1	-1	-1	-1,0888	-0,9460	
3	+1	-1	+1	-1	-1,0090	-0,9990	
4	+1	+1	+1	-1	-1,4870	-0,9370	
5	+1	-1	-1	+1	-1,6790	-0,9550	
6	+1	+1	-1	+1	-1,0875	-0,9875	
7	+1	-1	+1	+1	-1,9650	-1,1650	
8	+1	+1	+1	+1	+1,6890	+0,2330	

#### **IV. Требования к оформлению отчёта**

1. Титульный лист.
2. Лист, содержащий условие задачи, соответствующее варианту.
3. Распечатанный программный код.
4. Сриниы работы программы.
5. Результаты работы программы.
6. Анализ полученных результатов.
7. Выводы.

#### **V. Контрольные вопросы**

1. Основные понятия теории планирования эксперимента.
2. Этапы экстремального эксперимента.
3. Задача основного эксперимента. Понятие пассивного и активного эксперимента.
4. Методы оценки характеристик переменных объектов исследования в предварительном эксперименте.
5. Методы оценки гипотез в предварительном эксперименте.
6. Априорное ранжирование переменных объекта исследования.
7. Дисперсионный анализ.
8. Метод случайного баланса.
9. Корреляционный анализ.
10. Принятие решений в предварительном эксперименте.
11. Основные понятия факторного эксперимента: факторное пространство, функция отклика, уровень фактора, полный факторный эксперимент.
12. Свойства факторных планов.
13. Преимущества и достоинства полного факторного эксперимента и его недостатки.
14. Алгоритм расчёта ПФЭ.
15. Разновидности алгоритмов разработки результатов ПФЭ типа 2<sup>n</sup>.
16. Принятие решений по планам ПФЭ.
17. Дробный факторный эксперимент. Основные понятия.
18. Принятие решений по планам дробного факторного эксперимента.

#### **VI. Литература**

1. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий /Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановская // Изд. 2-е перераб. и доп. М.: Наука. – 1976. – 279 с.
2. Бережная Е.В. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. / Е.В. Бережная, В.И. Бережной// 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Фи-нансы и статистика, 2006. - 432 с: ил.
3. Бондарь А.Г. Планирование эксперимента в химической технологии /А.Г. Бондарь, Г.А. Статюха// К.: Издательское объединение «Вища шеола», 1976. – 184 с.
4. Круг Г.К. Планирование экспериментов в задачах идентификации и экстаполяции /Г.К. Круг, Ю.А. Сосулин, В.А. Фатулин// М.: Наука, 1977. – 203 с.
5. Математическая теория планирования эксперимента /под ред. С.М. Ермакова // М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 393 с.
6. Налимов В.В., Голикова Т.И. Логические осонвания планирования эксперимента /В.В. Налимов, Т.И. Голикова// 2-е изд.перераб. и доп. М. – «Металлургия», 1980. -152 с.
7. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов /А.А. Спиридонов// М.: Машиностроение, 1981. – 184 с.



8. Тамразов А.М. Планирование и анализ регрессионных экспериментов в технологических исследованиях /А.М. Тамразов// К.: Наукова думка, 1987. – 176 с.
9. Харин Ю.С. Основы имитационного и статистического моделирования /Ю.С. Харин, Малюгин В.И., Кириллица В.П. и др./ Учебное пособие Мн.: Дизайн ПРО, 1997. – 288 с ил.
10. Ссылка на сайт: <http://www.mathworks.com>

## VI. Приложения

### Приложение 1

Критерий Кохрена при  $q = 0,05$

$f \backslash q$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	$\infty$
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8584	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167	0,6025	0,5466	0,4748	0,4031	0,3333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5895	0,5598	0,5365	0,5175	0,5017	0,4884	0,4366	0,3720	0,3093	0,2500
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980	0,3817	0,3682	0,3568	0,3135	0,2612	0,2119	0,1667
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3907	0,3726	0,3555	0,3384	0,3254	0,3154	0,2756	0,2277	0,1833	0,1429
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0,2022	0,1616	0,1250
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659	0,2568	0,2226	0,1820	0,1446	0,1111
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,2541	0,2439	0,2353	0,2032	0,1655	0,1308	0,1000
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736	0,1671	0,1429	0,1144	0,0889	0,0677
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1501	0,1422	0,1357	0,1303	0,1108	0,0879	0,0675	0,0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113	0,0942	0,0743	0,0567	0,0417
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061	0,1002	0,0958	0,0921	0,0771	0,0604	0,0457	0,0333
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827	0,0780	0,0745	0,0713	0,0595	0,0462	0,0347	0,0250
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0766	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0,0998	0,0632	0,0495	0,0419	0,0371	0,0337	0,0312	0,0292	0,0279	0,0266	0,0218	0,0165	0,0120	0,0083
$\infty$	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

## Процентные точки распределения Стьюдента

<b>f \ q</b>	<b>10%</b>	<b>5%</b>	<b>2%</b>	<b>1%</b>	<b>f \ q</b>	<b>10%</b>	<b>5%</b>	<b>2%</b>	<b>1%</b>
<b>1</b>	6.31	12.71	31.82	63.66	<b>18</b>	1.73	2.10	2.55	2.88
<b>2</b>	2.92	4.30	6.96	9.92	<b>19</b>	1.73	2.09	2.54	2.86
<b>3</b>	2.35	3.18	4.54	5.84	<b>20</b>	1.72	2.09	2.53	2.85
<b>4</b>	2.13	2.78	3.75	4.60	<b>21</b>	1.72	2.08	2.52	2.83
<b>5</b>	2.02	2.57	3.36	4.03	<b>22</b>	1.72	2.07	2.51	2.82
<b>6</b>	1.94	2.45	3.14	3.71	<b>23</b>	1.71	2.07	2.50	2.81
<b>7</b>	1.89	2.36	3.00	3.50	<b>24</b>	1.71	2.06	2.49	2.80
<b>8</b>	1.86	2.31	2.90	3.36	<b>25</b>	1.71	2.06	2.49	2.79
<b>9</b>	1.83	2.26	2.82	3.25	<b>26</b>	1.71	2.06	2.48	2.78
<b>10</b>	1.81	2.23	2.76	3.17	<b>27</b>	1.70	2.05	2.47	2.77
<b>11</b>	1.80	2.20	2.72	3.11	<b>28</b>	1.70	2.05	2.47	2.76
<b>12</b>	1.78	2.18	2.68	3.05	<b>29</b>	1.70	2.05	2.46	2.76
<b>13</b>	1.77	2.16	2.65	3.01	<b>30</b>	1.70	2.04	2.46	2.75
<b>14</b>	1.76	2.14	2.62	2.98	<b>40</b>	1.68	2.02	2.42	2.70
<b>15</b>	1.75	2.13	2.60	2.95	<b>60</b>	1.67	2.00	2.39	2.66
<b>16</b>	1.75	2.12	2.58	2.92	<b>120</b>	1.66	1.98	2.36	2.62
<b>17</b>	1.74	2.11	2.57	2.90	$\infty$	1.64	1.96	2.33	2.58

Критерий Фишера при  $q = 0,05$ 

$f \backslash q$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
1	161,40	199,50	215,70	224,60	230,20	234,00	238,90	243,90	249,00	254,30
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69

Продолжение приложения

$f \backslash q$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,52
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,83	1,61	1,25
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

Можно варьировать варианты 5 (добавить еще) и 6,8.