

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**ІНСТРУКЦІЯ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №5  
з дисципліни  
моделювання систем  
за темою «Моделювання стохастичних систем»**

**Дніпропетровськ, 2015**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5**  
**по дисциплине «Моделирование систем»**  
**тема «вероятностное моделирование»:**  
**«Цепи Маркова»**  
**(1 часть)**

**1. Цель работы.**

1 часть: Изучить системы, развитие которых определяется стохастическими процессами, состоящими из семейства случайных переменных.

2 часть: Изучить метод статистических испытаний. Научиться моделировать случайные величины методом Монте-Карло.

**2. Задача работы.**

1 часть: Исследовать сходимость цепей Маркова к стационарным распределениям.

2 часть: Научиться применить в практических задачах метод Монте-Карло.

**3. Содержание работы.** Написать программного модуля на любом языке программирования или использование для реализации постановки задачи среду Matlab. Приоритет остается за написанием программного кода.

**4. Требования к отчету.** Лабораторная принимается к защите после демонстрации работы выполненного задания на компьютере. Отчет должен соответствовать требованиям к оформлению отчетной документации по кафедре информационных систем и обязательно содержать:

- титульный лист с названием работы;
- постановку задачи исследования, результаты вычислений, а также данные о последовательности вычислений, скрины программного кода;
- диаграмму перехода состояний для сети Маркова (1 часть работы);
- программный код на любом языке программирования (можно код в Matlab).
- выводы.

**5.1. Индивидуальные задания (1 часть):**

**Вариант №1**

Рассмотреть процесс функционирования системы – работа одного прибора, который в начальный момент времени может находиться в двух состояниях – исправен или неисправен. В результате наблюдений за работой прибора определены следующие вероятности:

- вероятность того, что прибор останется в исправном состоянии равна 85 раз из 100, в неисправном – 15 раз;

- вероятность перехода прибора из неисправного состояния в исправное равна 0,95, а вероятность того, что прибор останется в неисправном состоянии равна 0,05.

Определить вероятности состояния прибора через шесть суток.

Определить вероятность того, что прибор будет исправен через двое суток.

Найти стационарные вероятности.

Определить наиболее вероятное состояние прибора при установившемся режиме.

### Вариант № 2

Фирма осуществляет доставку курьерской почты по городу в три сектора: А, В и С. Она имеет группу курьеров, которая обслуживает эти районы. Для осуществления очередной доставки курьер едет в тот сектор, который на данный момент ближе. Статистически было определено:

1) после осуществления доставки в А следующая доставка в 30 случаях осуществляется в А, в 30 случаях – в В и в 40 случаях в – С;

2) после осуществления доставки в В следующая доставка в 40 случаях осуществляется в А, в 40 случаях – в В и в 20 случаях в – С;

3) после осуществления доставки в С следующая доставка в 50 случаях осуществляется в А, в 30 случаях – в В и в 20 случаях в – С.

Найти вероятность того, что курьер, который стартует из сектора С, через 2 доставки будет в секторе В.

Найти матрицу переходных вероятностей степени 5.

### Вариант №3

Завод выпускает 4 типа телевизоров. В зависимости от того находит ли данный тип телевизора спрос у населения, завод в конце каждого года может находиться в состоянии какой спрос на каждый тип телевизора. Статистически было определено, что спрос на 1-й, 2-й, 3-й и 4-й тип соответственно равен 35, 25, 10 и 30 телевизоров из 100. Дана стохастическая матрица:

$$\begin{pmatrix} 0.11 & 0.22 & 0.33 & 0.34 \\ 0.32 & 0.44 & 0 & 0.24 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.21 & 0.29 & 0.23 & 0.27 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности спроса на указанные типы телевизоров через 3 года.

Проверить является ли система апериодической или нет.

### Вариант №4

Рассмотреть систему предсказания погоды в течение дня. Для простоты предполагается три состояния: «ясно», «пасмурно» и «дождь» и такая погода длится весь день.

Известно, что если сегодня солнечно, то завтра с вероятностью 0.59 тоже будет солнечно, а пасмурно и дождь соответственно с вероятностью 0.31 и 0.1. Если сегодня дождь, завтра будет солнечно, дождливо или пасмурно с вероятностями соответственно 0.19, 0.51 и 0.3. И наконец если сегодня пасмурная погода, то завтра будет пасмурно, солнечно или дождливо с вероятностями соответственно 0.3, 0.35 и 0.35. Известно, что в начальный момент времени погода солнечная.

Найти вероятности прогноза погоды на неделю.

Проверить эргодичность матрицы состояний системы.

### Вариант № 5

Фирма осуществляет доставку оборудования по городу: в сектор А и В. Фирма имеет группу курьеров, которая обслуживает эти районы. Для осуществления очередной доставки курьер едет в тот сектор, который на данный момент ближе. Статистически было определено:

1) после осуществления доставки в А следующая доставка в 63 случаях из 100 осуществляется в А, в 37 случаях – в В;

2) после осуществления доставки в В следующая доставка в 42 случаях осуществляется в А, в 58 случаях – в В.

Найти вероятность того, что курьер, который стартует из сектора В, через 3 доставки будет в секторе А.

Найти матрицу переходных вероятностей степени 7.

Найти стационарные вероятности.

### Вариант №6

Матрица вероятностей перехода и вектор начального распределения по состояниям соответственно:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{3}{12} & \frac{2}{12} & \frac{1}{12} & \frac{3}{12} & \frac{1}{12} & \frac{2}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{3}{12} & \frac{1}{12} & \frac{4}{12} & \frac{2}{12} \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\pi = (0,5; 0,5; 0; 0; 0; 0)$$

Найти несущественные состояния.

Проверить является ли цепь Маркова эргодической.

### Вариант №7

Рассмотреть процесс функционирования системы, состоящей из четырёх приборов. В начальный момент времени приборы могут находиться в рабочем состоянии с вероятностями: 0,1; 0; 0; 0,9. Стохастическая матрица системы:

$$P = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 2/5 & 1/5 & 0 & 2/5 \\ 1/7 & 2/7 & 2/7 & 2/7 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности состояния системы через шесть суток.

Найти стационарные вероятности.

### Вариант №8

Пусть на прямой ОХ в точке с целочисленной координатой  $x=n$  находится материальная частица. В определенные моменты времени частица скачкообразно меняет свое положение (с одинаковой вероятностью она может сместиться как влево так и вправо на одну единицу, а может остаться на месте). Очевидно, что координаты точки зависят от того, где находилась частица после непосредственно предшествующего скачка, и не зависит от того, как она двигалась в предшествующие моменты времени.

Найти вероятность того, что точка через 3 шага будет находиться в положении 1, если известно, что начальное положение точки равно 2, а  $n=4$ .

### Вариант №9

Игральная кость все время перекидывается случайным образом с одной грани равномерно на любую другую из четырех соседних граней независимо от предыдущего.

К какому пределу стремится (при  $t$  стремящемся к бесконечности) вероятность того, что в момент времени  $t$  кость лежит на грани "6", если в момент  $t=0$  она находилась в этом же положении ( $t=0, 1, 2, 3$ )?

### Вариант №10

Фирма имеет несколько логистов, которые обслуживают три склада. Для осуществления очередной доставки товар отправляют на тот склад, который на данный момент ближе. Статистически было определено:

а) после осуществления доставки на первый склад следующая доставка в 22 случаях осуществляется на первый, в 28 случаях – на второй и в 50 случаях – на третий;

б) после осуществления доставки на второй склад следующая доставка в 27 случаях осуществляется на первый, в 10 случаях – на второй и в 63 случаях – на третий;

в) после осуществления доставки на третий склад следующая доставка в 47 случаях осуществляется на первый, в 23 случаях – на второй и в 40 случаях – на третий.

Найти матрицу переходных вероятностей степени 4.

Является ли цепь Маркова эргодической?

Определить наиболее вероятное состояние при установившемся стационарном режиме.

### Вариант №11

Пекарный цех выпускает 3 типа хлеба. В зависимости от того находит ли данный тип хлеба спрос у населения, цех в конце каждого месяца может находиться в состоянии какой спрос на каждый тип хлеба. Статистически было определено, что спрос на 1-й, 2-й и 3-й соответственно равен 26, 24, 50 единиц из 100. Дана стохастическая матрица:

$$\begin{pmatrix} 0.22 & 0.33 & 0.45 \\ 0.44 & 0.11 & 0.45 \\ 0.45 & 0.17 & 0.38 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности спроса на указанные типы телевизоров через 4 месяца. Найти стационарное состояние системы, если оно существует.

### Вариант №12

Рассмотреть процесс функционирования системы, состоящей из трёх приборов. В начальный момент времени приборы могут находиться в рабочем состоянии с вероятностями: 0,2; 0,3; 0,5. Стохастическая матрица системы:

$$P = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.6 \\ 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности состояния системы через семь суток.

Найти стационарные вероятности.

Проверить на периодичность или аperiodичность систему.

### Вариант №13

Рассмотреть процесс функционирования системы – работа одного прибора, который в начальный момент времени может находиться в двух состояниях – исправен и неисправен. В результате наблюдений за работой прибора определены следующие вероятности:

- вероятность того, что прибор останется в исправном состоянии равна 73 раз из 100, в неисправном – 27 раз;

- вероятность перехода прибора из неисправного состояния в исправное равна 0,85, а вероятность того, что прибор останется в неисправном состоянии равна 0,15.

Определить вероятности состояния прибора через пять суток.

Определить вероятность того, что прибор будет исправен через двое суток.

Найти стационарные вероятности.

Определить наиболее вероятное состояние прибора при установившемся режиме.

### Вариант № 14

Фирма осуществляет доставку курьерской почты по городу в три сектора: А, В и С. Она имеет группу курьеров, которая обслуживает эти районы. Для осуществления очередной доставки курьер едет в тот сектор, который на данный момент ближе. Статистически было определено:

4) после осуществления доставки в А следующая доставка в 15 случаях осуществляется в А, в 15 случаях – в В и в 70 случаях в – С;

5) после осуществления доставки в В следующая доставка в 20 случаях осуществляется в А, в 20 случаях – в В и в 60 случаях в – С;

6) после осуществления доставки в С следующая доставка в 45 случаях осуществляется в А, в 15 случаях – в В и в 40 случаях в – С.

Найти вероятность того, что курьер, который стартует из сектора В, через 3 доставки будет в секторе С.

Найти матрицу переходных вероятностей степени 3.

### Вариант № 15

Завод выпускает 4 марки автомобилей. В зависимости от того находит ли данная марка спрос у населения, завод в конце каждого года может находиться в состоянии какой спрос на каждую марку автомобиля. Статистически было определено, что спрос на 1-ю, 2-ю, 3-ю и 4-ю марку соответственно равен 20, 19, 21 и 40 телевизоров из 100. Дана стохастическая матрица:

$$\begin{pmatrix} 0.12 & 0.17 & 0.28 & 0.43 \\ 0.24 & 0.44 & 0 & 0.32 \\ 0.2 & 0.2 & 0.5 & 0.1 \\ 0.21 & 0.29 & 0.23 & 0.27 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности спроса на указанные типы телевизоров через 3 года.  
Найти стационарные состояния системы, если они существуют.  
Проверить является ли система эргодической.

### Вариант № 16

Рассмотреть систему предсказания погоды в течение дня. Для простоты предполагается три состояния: «туман», «пасмурно» и «дождь» и такая погода длится весь день.

Известно, что если сегодня пасмурно, то завтра с вероятностью 0.69 тоже будет пасмурно, а туман и дождь соответственно с вероятностью 0.19 и 0.12. Если сегодня дождь, завтра будет пасмурно, дождливо или туман с вероятностями соответственно 0.1, 0.5 и 0.4. И наконец если сегодня туман, то завтра будет пасмурно, туман или дождливо с вероятностями соответственно 0.3, 0.35 и 0.35. Известно, что в начальный момент времени погода солнечная.

Найти вероятности прогноза погоды на неделю.

Проверить имеются ли стационарные состояния системы.

### Вариант № 17

Фирма осуществляет доставку оборудования по городу: в сектор А и В. Фирма имеет группу курьеров, которая обслуживает эти районы. Для осуществления очередной доставки курьер едет в тот сектор, который на данный момент ближе. Статистически было определено:

3) после осуществления доставки в А следующая доставка в 65 случаях из 100 осуществляется в А, в 35 случаях – в В;

4) после осуществления доставки в В следующая доставка в 35 случаях осуществляется в А, в 65 случаях – в В.

Найти вероятность того, что курьер, который стартует из сектора В, через 5 доставок будет в секторе А.

Найти матрицу переходных вероятностей степени 8.

Найти стационарные вероятности.

### Вариант № 18

Матрица вероятностей перехода и вектор начального распределения по состояниям соответственно:

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$\pi = (0.3; 0.4; 0; 0; 0.3; 0)$$

Найти несущественные состояния.

Проверить цепь Маркова на эргодичность.

### Вариант № 19

Рассмотреть процесс функционирования системы, состоящей из четырёх приборов. В начальный момент времени приборы могут находиться в рабочем состоянии с вероятностями: 0,11; 0,89; 0; 0. Стохастическая матрица системы:

$$P = \begin{pmatrix} 0.25 & 0 & 0.25 & 0.5 \\ 0.3 & 0.1 & 0 & 0.6 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности состояния системы через шесть суток.

Найти стационарные вероятности.

### Вариант № 20

Пусть на прямой ОХ в точке с целочисленной координатой  $x=n$  находится материальная частица. В определенные моменты времени частица скачкообразно меняет свое положение (с одинаковой вероятностью она может сместиться как влево так и вправо на одну единицу, а может остаться на месте). Очевидно, что координаты точки зависят от того, где находилась частица после непосредственно предшествующего скачка, и не зависит от того, как она двигалась в предшествующие моменты времени.

Найти вероятность того, что точка через 2 шага будет находиться в положении 1, если известно, что начальное положение точки равно 1, а  $n=5$ .

Проверить систему на эргодичность.

### Вариант № 21

Игральная кость все время переключается случайным образом с одной грани равномерно на любую другую из четырех соседних граней независимо от предыдущего. К какому пределу стремится (при  $t$  стремящемся к бесконечности) вероятность того, что в момент времени  $t$  кость лежит на грани "3", если в момент  $t=0$  она находилась в этом же положении ( $t=0, 1, 2, 3, 4$ )?

### Вариант № 22

Фирма имеет несколько логистов, которые обслуживают три склада. Для осуществления очередной доставки товар отправляют на тот склад, который на данный момент ближе. Статистически было определено:

а) после осуществления доставки на первый склад следующая доставка в 20 случаях осуществляется на первый, в 30 случаях – на второй и в 50 случаях – на третий;

б) после осуществления доставки на второй склад следующая доставка в 25 случаях осуществляется на первый, в 15 случаях – на второй и в 60 случаях – на третий;

в) после осуществления доставки на третий склад следующая доставка в 40 случаях осуществляется на первый, в 20 случаях – на второй и в 40 случаях – на третий.

Найти матрицу переходных вероятностей степени 5.

Проверить является ли цепь Маркова эргодической.

Определить наиболее вероятное состояние при установившемся стационарном режиме.



### Вариант № 23

Пекарный цех выпускает 4 типа хлеба. В зависимости оттого находит ли данный тип спрос у населения, цех в конце каждого месяца может находиться в состоянии какой спрос на каждый тип хлеба. Статистически было определено, что спрос на 1-й, 2-й, 3-й и 4-й соответственно равен 16, 24, 50 и 10 единиц из 100. Дана стохастическая матрица:

$$\begin{pmatrix} 0.11 & 0.22 & 0.33 & 0.34 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0 & 0.6 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности спроса на указанные типы телевизоров через 3 месяца.

Найти несущественные состояния системы.

Найти период системы.

### Вариант № 24

Рассмотреть процесс функционирования системы, состоящей из трёх приборов. В начальный момент времени приборы могут находиться в рабочем состоянии с вероятностями: 0,3; 0,2; 0,5. Стохастическая матрица системы:

$$P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.8 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Определить вероятности состояния системы через пять суток.

Найти стационарные вероятности.

### 6. Контрольные вопросы (1 часть).

1. Дать определение случайной величины.
2. Понятие стохастического процесса.
3. Понятие стохастической системы.
4. Классификация систем.
5. Определение цепи Маркова.
6. Классификация цепей Маркова.
7. Понятие вероятности перехода.
8. Стохастическая матрица вероятностей перехода.
9. Частный случай равенства Чепмена - Колмогорова.
10. Теорема об эргодичности для цепей Маркова.
11. Достаточное условие эргодичности.
12. Понятие периодичности системы.
13. Понятие диаграммы перехода состояний для сети Маркова.

### «Моделирование случайных величин методом Монте-Карло» (2 часть)

#### 5.2. Индивидуальные задания (2 часть):

#### Вариант №1

Разыграть восемь возможных значений дискретной случайной величины  $X$ , закон распределения которой задан в виде таблицы:

$X$	3	8	12	23
$p$	0,2	0,12	0,43	0,25

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 случайным образом:  $N+13*i$ ;  $N+3*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### **Вариант №2**

Разыграть пять опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из трёх независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,4.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+3*i$ ;  $N+2*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### **Вариант №3**

Разыграть шесть опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из четырёх независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,5.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+4*i$ ;  $N+2*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### **Вариант №4**

Заданы вероятности трёх событий:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , образующих полную группу:  $p1=P(A)=0,22$ ;  $p2=P(B)=0,31$ ;  $p3=P(C)=0,47$ . Разыграть пять испытаний, в каждом из которых появляется одно из трёх рассматриваемых событий.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+5*i$ ;  $N+3*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### **Вариант №5**

Заданы вероятности четырёх событий:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , образующих полную группу:  $p1=P(A)=0,15$ ;  $p2=P(B)=0,64$ ;  $p3=P(C)=0,05$ ;  $p4=P(D)=0,16$ . Разыграть десять испытаний, в каждом из которых появляется одно из рассматриваемых событий.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+4*i$ ;  $N+3*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### **Вариант №6**

События  $A$  и  $B$  независимы и совместны. Разыграть пять испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,6, а события  $B = 0,8$ .

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+6*i$ ;  $N+2*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### **Вариант №7**

События  $A$ ,  $B$  и  $C$  независимы и совместны. Разыграть пять испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,6, а событий  $B$  и  $C$  соответственно 0,2; 0,4.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+i$ ;  $N+2*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №8

События  $A$  и  $B$  зависимы и совместны. Разыграть пять испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,5; а события  $B$  - 0,6;  $P(AB)=0,2$ .

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+2*i$ ;  $N+2*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №9

Разыграть пять опытов, которые состоят в том, что стрелок делает по одному выстрелу по четырём мишеням. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+i$ ;  $(N-5)+3*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №10

Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания первого (событие  $A$ ) - 0,8; а второго (событие  $B$ ) - 0,5. Разыграть восемь опытов, в каждом из которых может произойти или не произойти одно из указанных событий, т.е. рассмотреть полную группу событий.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+2*i$ ;  $(N-8)+4*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №11

Разыграть семь возможных значений дискретной случайной величины  $X$ , закон распределения которой задан в виде таблицы:

$X$	3	8	12	15	23
$p$	0,1	0,12	0,43	0,12	0,23

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 случайным образом:  $N+5*i$ ;  $N+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №12

Разыграть шесть опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из четырёх независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,45.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+3*i$ ;  $(N-10)+2*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №13

Разыграть восемь возможных значений дискретной случайной величины  $X$ , закон распределения которой задан в виде таблицы:

$X$	3	8	12	23
$p$	0,2	0,12	0,43	0,25

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 случайным образом:  $N+3*i$ ;  $(N-3)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

#### **Вариант №14**

Разыграть пять опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из трёх независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,4.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+3*i$ ;  $N+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

#### **Вариант №15**

Разыграть шесть опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из четырёх независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,5.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+4*i$ ;  $(N-5)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

#### **Вариант №16**

Заданы вероятности трёх событий:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , образующих полную группу:  $p1=P(A)=0,22$ ;  $p2=P(B)=0,31$ ;  $p3=P(C)=0,47$ . Разыграть пять испытаний, в каждом из которых появляется одно из трёх рассматриваемых событий.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+5*i$ ;  $(N-6)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

#### **Вариант №17**

Заданы вероятности четырёх событий:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , образующих полную группу:  $p1=P(A)=0,15$ ;  $p2=P(B)=0,64$ ;  $p3=P(C)=0,05$ ;  $p4=P(D)=0,16$ . Разыграть десять испытаний, в каждом из которых появляется одно из рассматриваемых событий.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+4*i$ ;  $(N-7)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

#### **Вариант №18**

События  $A$  и  $B$  независимы и совместны. Разыграть пять испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,6, а события  $B = 0,8$ .

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+6*i$ ;  $(N-10)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

#### **Вариант №19**

События  $A$ ,  $B$  и  $C$  независимы и совместны. Разыграть пять испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,6, а событий  $B$  и  $C$  соответственно 0,2; 0,4.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $(N-5)+i$ ;  $(N-4)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

#### **Вариант №20**

События  $A$  и  $B$  зависимы и совместны. Разыграть пять испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,5; а события  $B = 0,6$ ;  $P(AB)=0,2$ .

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+i$ ;  $(N-15)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №21

Разыграть пять опытов, которые состоят в том, что стрелок делает по одному выстрелу по четырём мишеням. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+i$ ;  $(N-12)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №22

Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания первого (событие А) – 0,8; а второго (событие В) – 0,5. Разыграть восемь опытов, в каждом из которых может произойти или не произойти одно из указанных событий, т.е. рассмотреть полную группу событий.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $2*i$ ;  $(N-15)+i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №23

Разыграть семь возможных значений дискретной случайной величины  $X$ , закон распределения которой задан в виде таблицы:

X	3	8	12	15	23
p	0,1	0,12	0,43	0,12	0,23

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 случайным образом:  $N+i$ ;  $(N-13)+3*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

### Вариант №24

Разыграть шесть опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из четырёх независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,45.

Случайные числа выбрать из таблицы приложения 1 следующим образом:  $N+3*i$ ;  $(N-20)+2*i$  (где  $N$  - номер варианта,  $i$  - номер опыта).

## 6.2. Контрольные вопросы.

- 1 Сущность метода
- 2 Моделирование дискретной случайной величины.
- 3 Моделирование полной группы событий.
- 4 Моделирование непрерывной случайной величины.
- 5 Основные типы дискретных распределений: равномерный, биномиальный, показательный, геометрический, гипергеометрический.
- 6 Основные типы непрерывных распределений: нормальный, экспоненциальный (показательный), гипер- и гипоекспоненциальный, Вейбула.
- 7 Достоинства и недостатки метода Монте-Карло.

# Приложение №1

## Равномерно распределенные случайные числа

10 09 73 25 33	76 52 01 35 86	34 67 35 48 76	80 95 90 91 17
37 54 20 48 05	64 89 47 42 96	24 80 52 40 37	20 63 61 04 02
08 42 26 89 53	19 64 50 93 03	23 20 90 25 60	15 95 33 47 64
99 01 90 25 29	09 37 67 07 15	38 31 13 11 65	88 67 67 43 97
12 80 79 99 70	80 15 73 61 47	64 03 23 66 53	98 95 11 68 77
66 06 57 47 17	34 07 27 68 50	36 69 73 61 70	65 81 33 98 85
31 06 01 08 05	45 57 18 24 06	35 30 34 26 14	86 79 90 74 39
85 26 97 76 02	02 05 16 56 92	68 66 57 48 18	73 05 38 52 47
63 57 33 21 35	05 32 54 70 48	90 55 35 75 48	28 46 82 87 09
73 79 64 57 53	03 52 96 47 78	35 80 83 42 82	60 93 52 03 44
98 52 01 77 67	14 90 56 86 07	22 10 94 05 58	60 97 09 34 33
11 80 50 54 31	39 80 82 77 32	50 72 56 82 48	29 40 52 42 01
83 45 29 96 34	06 28 89 80 83	13 74 67 00 78	18 47 54 06 10
88 68 54 02 00	86 50 75 84 01	36 76 66 79 51	90 36 47 64 93
99 59 46 73 48	87 51 76 49 69	91 82 60 89 28	93 78 56 13 68
65 48 11 76 74	17 46 85 09 50	58 04 77 69 74	73 03 95 71 86
80 12 43 56 35	17 72 70 80 15	45 31 82 23 74	21 11 57 82 53
74 35 09 98 17	77 40 27 72 14	43 23 60 02 10	45 52 16 42 37
69 91 62 68 03	66 25 22 91 48	36 93 68 72 03	76 62 11 39 90
09 89 32 05 05	14 22 56 85 14	46 42 75 67 88	96 29 77 88 22
91 49 91 45 23	68 47 92 76 86	46 16 28 35 54	94 75 08 99 23
80 33 69 45 98	26 94 03 68 58	70 29 73 41 35	53 14 03 33 40
44 10 48 19 49	85 15 74 79 54	32 97 92 65 75	57 60 04 08 81
12 55 07 37 42	11 10 00 20 40	12 86 07 46 97	96 64 48 94 39
63 60 64 93 29	16 50 53 44 84	40 21 95 25 63	43 65 17 70 82
61 19 69 04 46	26 45 74 77 74	51 92 43 37 29	65 39 45 95 93
15 47 44 52 66	95 27 07 99 53	59 36 78 38 48	82 39 61 01 18
94 55 72 85 73	67 89 75 43 87	54 62 24 44 31	91 19 04 25 92
42 48 11 62 13	97 34 40 87 21	16 86 84 87 67	03 07 11 20 59
23 52 37 83 17	73 20 88 98 37	68 93 59 14 16	26 25 22 96 63
04 49 35 24 94	75 24 63 38 24	45 86 25 10 25	61 96 27 93 35
00 54 99 76 54	64 05 18 81 59	96 11 96 38 96	54 69 28 23 91
35 96 31 53 07	26 89 80 93 54	33 35 13 54 62	77 97 45 00 24
59 80 80 83 91	45 42 72 68 42	83 60 94 97 00	13 02 12 48 92
46 05 88 52 36	01 39 09 22 86	77 28 14 40 77	93 91 08 36 47
32 17 90 05 97	87 37 92 52 41	05 56 70 70 07	86 74 31 71 57
69 23 46 14 06	20 11 74 52 04	15 95 66 00 00	18 74 39 24 23
19 56 54 14 30	01 75 87 53 79	40 41 92 15 85	66 67 43 68 06
45 15 51 49 38	19 47 60 72 46	43 66 79 45 43	59 04 79 00 33
94 86 43 19 94	36 16 81 08 51	34 88 88 15 53	01 54 03 54 56
98 08 62 48 26	45 24 02 84 04	44 99 90 88 96	39 09 47 34 07
33 18 51 62 32	41 94 15 09 49	89 43 54 85 81	88 69 54 19 94
80 95 10 04 06	96 38 27 07 74	20 15 12 33 87	25 01 62 52 98
79 75 24 91 40	71 96 12 82 96	69 86 10 25 91	74 85 22 05 39
18 63 33 25 37	98 14 50 65 71	31 01 02 46 74	05 45 56 14 27
74 02 94 39 02	77 55 73 22 70	97 79 01 71 19	52 52 75 80 21
54 17 84 56 11	80 99 33 71 43	05 33 51 29 69	56 12 71 92 55
11 66 44 98 83	52 07 98 48 27	59 38 17 15 39	09 97 33 34 40
48 32 47 79 28	31 24 96 47 10	02 29 53 68 70	32 30 75 75 46
69 07 49 41 38	87 63 79 19 76	35 58 40 44 01	10 51 82 16 15