选择题：

1. 设 $\mathbf{Z}^{+}=\{x|x\in\mathbf{Z}\wedge x>0\}$，*表示求最小公倍数，则*在 $\mathbf{Z}^{+}$中 【 】

A．只满足交换律　　B．只满足结合律

C．满足交换律、幂等律和结合律　　D．前述性质均不满足

2. 设集合 $S=\{x|x=2^n，n\in\mathbf{Z}^{+}\}$，则集合 S 是的普通加法和普通乘法分别是： 【 】

A．不封闭，封闭　　B．封闭，封闭

C．封闭，不封闭　　D．不封闭，不封闭

3. 设 S= {0，1，2，3}，≤是小于等于关系，则<S, ≤> 【 】

A．不构成代数系统　　B．是半群，不是独异点

C．是独异点，不是群　　D．是群

4. 下列代数系统中，构成群的系统是 【 】

A．<Z+,+>　　B．<N,×>

C．<R, +>　　D．<R, ×>

5. 设 $A=\{0, 1, 2, 3\}$，$+_4$ 为模 4 加法，则系统<A, $+_4$>中 2 的逆元是 【 】

A．0　　B．1

C．2　　D．3

解答证明题：

6. 假设集合 $S=Q\times Q$，其中 Q 为有理数集，在 S 上定义二元运算*满足：$\langle a，b\rangle*\langle x，y\rangle=\langle ax，ay+b\rangle$。

(1)运算*是否满足交换律和结合律

(2)关于运算*是否有幺元和零元？如果有，请指出，并求 S 中所有可逆元素的逆元。

7. 设集合 A＝{a,b,c}上的二元运算*的运算表如下：（8 分）

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	c	c

A）<A,*>是半群吗？为什么？

B）<A,*>是幺半群吗？为什么？。

C）<A,*>是群吗？如果是,指出每个元素的逆元。

8. 设<Z_6, $+_6$>是一个群，这里$+_6$是模 6 加法，Z_6={[0], [1], [2], [3], [4], [5]}，试写出<Z_6, $+_6$>中所有的生成元和所有的子群。

9. 设$<G,*>$是一个偶数阶群，证明在 G 中存在至少一个非幺元 a，使得$a*a=e$。

10. 设 u 是群<G, ◎>中的一个元素，其逆元为 u^{-1}。对 G 定义运算*：对任意 $a, b\in G$，$a*b=a$ ◎ u^{-1} ◎ b。证明：<G, *>也是一个群。