**选择题（每题4分）：**

1．下列命题中为假的是 【B】

A. {a}{{a}} B. {a}{{a}}

C. {a}{a,{a}} D. {a}{a,{a}}

2．在一个有3个元素的集合上，可以有多少种不同的关系？ 【D】

A．8 B．9

C．64 D．512

3. 下面的二元关系中哪个是传递的？ 【C】

A．父子关系 B．朋友关系

C．集合的包含关系 D．实数的不相等关系

4．设A={a, b, c}，R1、R2是A上的二元关系，且R1 = {<a, b>, <a, c>, <b, c>}，R2 ={<a, b>, <a, a>}，则 【D】

A．{<a, b>, <a, c>} B．{<a, b>, <a, c>, <b, c>}

C．{<a, b>, <a, a>} D．Φ

5．下列选项中不是偏序集合的是 【B】

A．<P(N)，> B．<P(N)，>

C．<P({a})，> D．<P(Ø)，>

**解答证明题（每题16分）：**

6. 集合，，求*R*的自反闭包*r(R)*和对称闭包*s(R)*，并利用Warshall算法求*ts(R)*，要求写出所有中间过程。

解：**（4分）**

**（4分）**

利用Warshall算法，先写出*s(R)*的关系矩阵

A=

考察第1列非零元素，经过变换得到

A=

考察第2列非零元素，经过变换得到

A=

考察第3列非零元素，经过变换得到

A=

因此，*ts(R)=*，即*ts(R)*为集合A上的全域关系。**（8分）**

7. 若集合*A*上的二元关系*R*和*S*具有对称性，证明*R*\**S*对称当且仅当*R*\**S*＝*S*\**R*。

证明：若*R*\**S*对称，则*R*\**S*＝(*R*\**S*)-1＝*S*-1\**R*-1＝*S*\**R*。(8分)

反之，若*R*\**S*＝*S*\**R*，则(*R*\**S*)-1＝(*S*\**R*)-1＝*R*-1\**S*-1＝*R*\**S*，从而*R*\**S*对称。(8分)

8. 设S为集合X上的关系，证明若S是自反的和传递的，则S ◦ S = S，其逆为真吗？若为真，请证明，否则请举出反例。

证明：对任意的<x,z>S◦S，必存在某个yX，使得，若S是传递的，则<x,z>S，所以S◦SS。(6分)

反之，对任意的<x,y>S，若S是自反的，则<x,x>S，所以<x,y>S◦S则SS◦S，因此S◦S=S。(6分)

其逆未必为真，例如X={1,2}，S={<1,2>,<2,2>}，S◦S=S，但S不是自反的。(4分)

9. 设R是集合A上对称和传递关系。证明如果对于A中每个元素a，在A中必定也存在一个b，使<a, b>∈R，则R是一个等价关系。

证明：对任意a∈A，则必存在一个b∈A，使得<a, b>∈R，由b∈A，必存在一个c∈A，使得<b, c>∈R。(6分)

因为R是传递和对称的，故有：

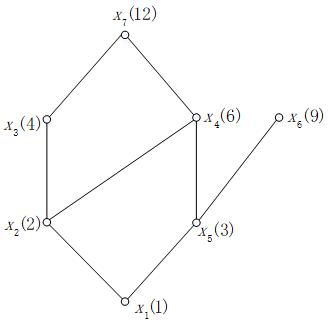
(5分)

由，所以R在A上是自反的， (5分)

即R是A上的等价关系。

10. 由EKG序列的定义可知，x1 = 1, x2 = 2, x3 = 4, x4 = 6, x5 = 3, x6 = 9, x7 = 12. (6分)

根据偏序关系R的定义，哈斯图如下：



由哈斯图可知子集B没有最大最小元，极大元是x6和x7，极小元x3，x4和x6 (5分)，没有上界和上确界，下界是集合{x1}，下确界是x1 (5分).