标题

Xuhang Ye
cquleaf@yexuhang.com

创建于: 2024 年 9 月 16 日

更新于: 2025 年 11 月 6 日

目录

1 正文示例章节

这是一个简单的正文内容展示。你可以看到，普通文本使用的是默认的字号和对齐方式。你可以自由添加内容并调整格式。

1.1 子章节标题

这是一个子章节的内容展示。你可以在这里添加更多详细的文本内容，或者分段介绍不同的主题。

1.2 列表示例

这里是无序列表和有序列表的示例：

无序列表

- 项目 1
- 项目 2
- 项目 3

有序列表

1. 第一项
2. 第二项
3. 第三项

1.3 表格示例

这是一个简单的表格展示：

表 1: 示例表格

列 1	**列 2**	**列 3**
数据 1	数据 2	数据 3
数据 4	数据 5	数据 6

2 代码示例

这是一个代码块的展示，支持语法高亮：

Listing 1: Python 代码示例

```
def hello_world():
    print("Hello,␣World!")
```

3 插图示例

图 1: 示例图片

4 彩色信息框示例

Definition 4.1: 向量空间

设 $\mathbb{F}$ 为实数域 $\mathbb{R}$ 或复数域 $\mathbb{C}$。一个非空集合 V 若满足加法与数乘封闭，并满足八条公理，则称 V 为 $\mathbb{F}$ 上的向量空间。

Theorem 4.1: 线性回归的闭式解

给定数据矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n\times d}$ 和标签向量 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$，若 $\mathbf{X}^\top\mathbf{X}$ 可逆，则最小二乘解为：

$$\mathbf{w}^* = (\mathbf{X}^\top\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^\top\mathbf{y}.$$

Example 4.1: 在 PyTorch 中验证梯度

使用自动微分计算 $f(x) = x^2$ 在 $x = 3$ 处的导数：

```
import torch
x = torch.tensor(3.0, requires_grad=True)
y = x ** 2
y.backward()
print(x.grad)  # 输出: tensor(6.)
```

结果与解析解 $f'(x) = 2x = 6$ 一致。

如 4.1 所示，线性模型具有解析解……

Theorem 4.2: 梯度下降收敛性（简化版）

设 $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ 为 L-光滑且 μ-强凸函数，梯度下降以步长 $\eta = \frac{1}{L}$ 更新：

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \eta\nabla f(\mathbf{x}_k),$$

则函数值误差以线性速率收敛：

$$f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}^*) \le \left(1 - \frac{\mu}{L}\right)^k \big(f(\mathbf{x}_0) - f(\mathbf{x}^*)\big).$$

证明. 由 L-光滑性，有：

$$f(\mathbf{y}) \le f(\mathbf{x}) + \nabla f(\mathbf{x})^\top(\mathbf{y} - \mathbf{x}) + \frac{L}{2}\|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2.$$

代入 $\mathbf{y} = \mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{x} = \mathbf{x}_k$，并利用 $\eta = 1/L$，可得：

$$f(\mathbf{x}_{k+1}) \le f(\mathbf{x}_k) - \frac{1}{2L}\|\nabla f(\mathbf{x}_k)\|^2.$$

再由 μ-强凸性：$\|\nabla f(\mathbf{x}_k)\|^2 \ge 2\mu\big(f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}^*)\big)$，联立即得：

$$f(\mathbf{x}_{k+1}) - f(\mathbf{x}^*) \le \left(1 - \frac{\mu}{L}\right)\big(f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}^*)\big).$$

递推 k 次即证。 □

5 参考文献引用

这本书是关于 LaTeX 的重要参考资料 [**knuth1984texbook**]。