

# 多传感器融合定位

第1讲 3D激光里程计

主讲人 任 乾

北京理工大学本硕 自动驾驶从业者





- 1. 激光传感器原理
- 2. 整体流程介绍
- 3. 前端里程计方案
- 4. 基于数据集实现



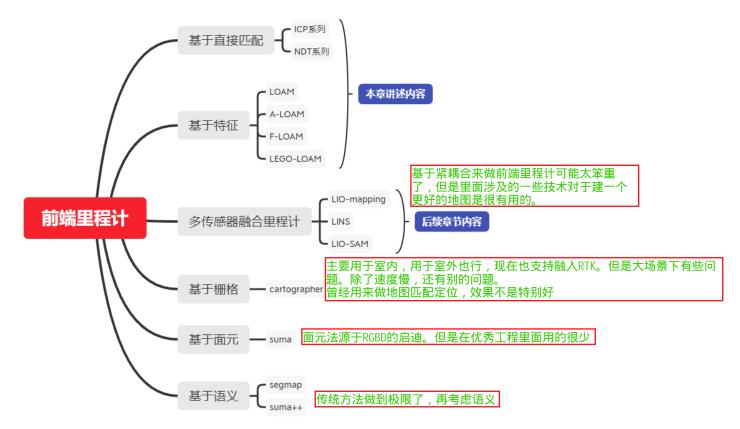
点云地图构建流程





- 1. 激光传感器原理
- 2. 整体流程介绍
- 3. 前端里程计方案
- 4. 基于数据集实现

# 彰 前端里程计方案





## ICP系列—点到点ICP

#### 点集:

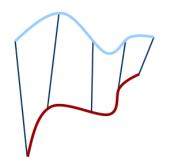
$$X = \{x_1, x_2, \cdots, x_{N_x}\}$$

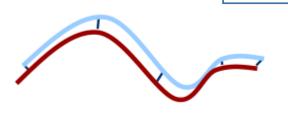
$$Y = \{y_1, y_2, \cdots, y_{N_y}\}$$

其中X和Y是原始点云的子集,选取的是两个点集中能够互相关联的那些点,即 $N_x=N_y$ 

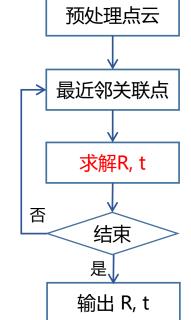
#### 目标:

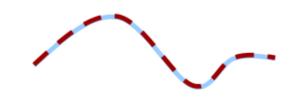
$$minE(R, t) = min\frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} ||x_i - Ry_i - t||^2$$





接触任何技术上的东西,都要首先用 白话讲清它的思路





## ICP系列—点到点ICP

学习一个公式的推导,最关键的是理清它的思路,看出它最关键 的一步或者几步是怎样设计的。

$$\begin{split} E(R,t) &= \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} \|x_i - Ry_i - t - u_x + Ru_y + u_x - Ru_y\|^2 \\ &= \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} \left( \|x_i - u_x - R(y_i - u_y) + (u_x - Ru_y - t)\|^2 \right) \quad \text{由 } u_x \text{ 和 } u_y \text{ 的定义可知,} \\ &= \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} \left( \|x_i - u_x - R(y_i - u_y)\|^2 + \|u_x - Ru_y - t\|^2 + 2 \underbrace{\left( x_i - u_x - R(y_i - u_y) \right)^T (u_x - Ru_y - t)} \right) \\ &= \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} \left( \|x_i - u_x - R(y_i - u_y)\|^2 + \|u_x - Ru_y - t\|^2 \right) \end{split}$$

其中 $u_x$ 和 $u_y$ 分别是点集X和Y的质心,即

$$u_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i$$
$$u_y = \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} y_i$$

$$\Leftrightarrow E_1(R,t) = \frac{1}{N_y} \sum_{i=1}^{N_y} ||x_i - u_x - R(y_i - u_y)||^2$$

$$E_2(R,t) = ||u_x - Ru_y - t||^2$$

那么,对于任意的 R ,均可以找到一个 t ,使得  $u_x - Ru_y - t = 0$  , 即  $E_2(R,t) = 0$ 



## ICP系列—点到点ICP

$$E_{1}(R,t) = \frac{1}{N_{y}} \sum_{i=1}^{N_{y}} \|x_{i} - u_{x} - R(y_{i} - u_{y})\|^{2}$$

$$= \frac{1}{N_{y}} \sum_{i=1}^{N_{y}} \|x'_{i} - Ry'_{i}\|^{2}$$

$$= \frac{1}{N_{y}} \sum_{i=1}^{N_{y}} \left(x'_{i}^{T}x'_{i} + y'_{i}^{T}R^{T}Ry'_{i} - 2x'_{i}^{T}Ry'_{i}\right)$$
与R无关 单位阵

$$\Leftrightarrow E'_1(R,t) = \sum_{i=1}^{N_y} x_i'^T R y_i'$$

 $\min E_1(R,t)$ 



## ICP系列—点到点ICP

$$E'_{1}(R,t) = \sum_{i=1}^{N_{y}} x'_{i}^{T} R y'_{i} = \sum_{i=1}^{N_{y}} \operatorname{Trace}\left(x'_{i}^{T} R y'_{i}\right) = \sum_{i=1}^{N_{y}} \operatorname{Trace}\left(R y'_{i} x'_{i}^{T}\right) = \operatorname{Trace}\left(\sum_{i=1}^{N_{y}} R y'_{i} x'_{i}^{T}\right) = \operatorname{Trace}(RH)$$

等式(1): 常数的迹等于它自身

等式(2): 
$$\operatorname{tr}(AB) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{ji} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} b_{ji} a_{ij} = \operatorname{tr}(BA)$$

等式(3): 
$$H = \sum_{i=1}^{N_y} y_i' x_i'^T$$

问题转化为,找到合适的R,使 Trace(RH)达到最大值



## ICP系列—点到点ICP

定理:若有正定矩阵  $AA^T$ ,则对于任意正交矩阵B,有  $\operatorname{Trace}(AA^T) \geq \operatorname{Trace}(BAA^T)$ 

意义:若能找到R,把  $\operatorname{Trace}(RH)$ 转换成  $\operatorname{Trace}(AA^T)$  的形式,则该R就是我们要找的旋转矩阵

证明:

$$\operatorname{tr}\left(BAA^{T}\right) = \operatorname{tr}\left(A^{T}BA\right) = \sum_{i} a_{i}^{T}\left(Ba_{i}\right)$$

其中 a; 为A的列向量。根据柯西-施瓦茨不等式,有

$$a_i^T(Ba_i) \le \sqrt{\left(a_i^T a_i\right)\left(a_i^T B^T B a_i\right)} = a_i^T a_i$$

因此

$$\operatorname{tr}\left(BAA^{T}\right) = \sum_{i} a_{i}^{T}\left(Ba_{i}\right) \leq a_{i}^{T}a_{i} = \operatorname{tr}\left(AA^{T}\right)$$



## ICP系列—点到点ICP

目的:找到R,把 $\mathrm{Trace}(RH)$ 转换成 $\mathrm{Trace}(AA^T)$ 的形式

方法:

#### 对H进行SVD分解

$$H = U\Sigma V^T$$

取

$$R = VU^T$$

则有

$$RH = VU^T U \Sigma V^T = V \Sigma V^T = V \Sigma^{\frac{1}{2}} \Sigma^{\frac{1}{2}} V^T = V \Sigma^{\frac{1}{2}} \left( V \Sigma^{\frac{1}{2}} \right)^T$$

旋转R确定之后,易得平移为

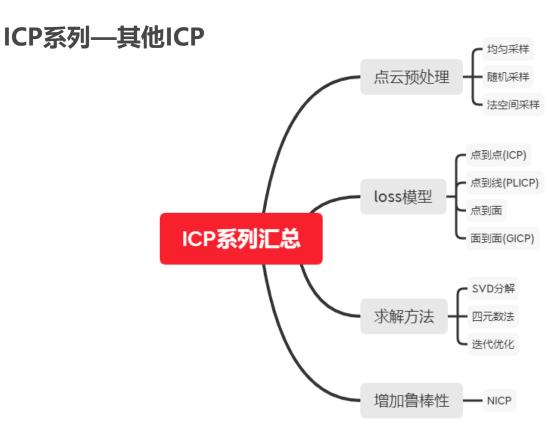
$$t = u_x - Ru_y$$

注意:我们看公式推导通常是1234按步骤就这么出来了,但是要 说思路的话,有时候可能是反推出来的。这个例子就是一个明显 的反推

反推:对H和R进行变化,凑成自己想要的形式

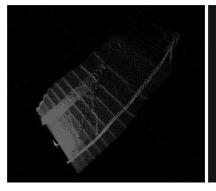
启示:拼凑正定矩阵,可以考虑SVD分解

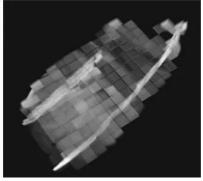






## NDT系列—经典NDT





#### 点集:

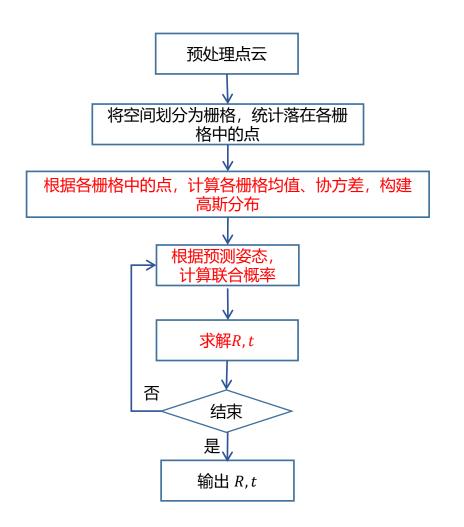
$$X = \{x_1, x_2, \cdots, x_{N_x}\}$$

$$Y = \left\{ y_1, y_2, \cdots, y_{N_y} \right\}$$

目标:  $max\Psi = max \prod_{i=1}^{N_y} f(X, T(p, y_i))$ 

2D模型:  $p = p_3 = [t_x^{i=1} t_y \ \phi_z]^{\mathrm{T}}$ 

3D模型:  $p = p_6 = [t_x \quad t_y \quad t_z \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z]^T$ 





### NDT系列—经典NDT

均值:

$$\mu = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i$$

协方差:

$$\Sigma = \frac{1}{N_x - 1} \sum_{i=1}^{N_x} (x_i - \mu) (x_i - \mu)^{\mathrm{T}}$$

根据预测的位姿,对点进行旋转和平移:

$$y_i' = T(p, y_i) = Ry_i + t$$

旋转和平移后的点与目标点集中的点在同一坐标系下,此时可计算各点的概率:

$$f(X, y_i') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{(y_i' - \mu)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1} (y_i' - \mu)}{2}\right)$$

### 所有点的联合概率:

$$\Psi = \prod_{i=1}^{N_y} f(X, T(p, y_i))$$

$$= \prod_{i=1}^{N_y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{(y_i' - \mu)^T \Sigma^{-1}(y_i' - \mu)}{2}\right)$$

#### 取对数, 简化问题:

$$ln\Psi = \sum_{i=1}^{N_y} \left( -\frac{(y_i' - \mu)^{\mathrm{T}} \mathbf{\Sigma}^{-1} (y_i' - \mu)}{2} + ln(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{|\mathbf{\Sigma}|}}) \right)$$

常数

#### 去除常数项:

$$max\Psi = maxln\Psi = min\Psi_1 = min\sum_{i=1}^{N_y} (y_i' - \mu)^{\mathrm{T}} \mathbf{\Sigma}^{-1} (y_i' - \mu)$$



## NDT系列—经典NDT

目标函数: 
$$min \sum_{i=1}^{N_y} (y_i' - \mu)^T \mathbf{\Sigma}^{-1} (y_i' - \mu)$$
  $y_i' = T(p, y_i) = Ry_i + t$ 

待求参数: R,t

则: 
$$min \sum_{i=1}^{N_y} (y_i' - \mu)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1} (y_i' - \mu)$$
 
$$= min \sum_{i=1}^{N_y} F_i(p)$$

### 迭代优化,即找到 $\Delta p$ 使下式中的值达到最小

$$\sum_{i=1}^{N_y} F_i(p + \Delta p) = \sum_{i=1}^{N_y} e_i^{\mathrm{T}}(p + \Delta p) \mathbf{\Sigma}^{-1} e_i(p + \Delta p)$$

#### 泰勒展开:

$$e_{i} (p + \Delta p) \approx e_{i} (p) + \frac{de_{i}}{dp} \Delta p$$

$$= e_{i} + J_{i} \Delta p$$

$$F_{i} (p + \Delta p) = e_{i} (p + \Delta p)^{T} \mathbf{\Sigma}^{-1} e_{i} (p + \Delta p)$$

$$\approx (e_{i} + J_{i} \Delta p)^{T} \mathbf{\Sigma}^{-1} (e_{i} + J_{i} \Delta p)$$

$$= e_{i}^{T} \mathbf{\Sigma}^{-1} e_{i} + 2e_{i}^{T} \mathbf{\Sigma}^{-1} J_{i} \Delta p + \Delta p^{T} J_{i}^{T} \mathbf{\Sigma}^{-1} J_{i} \Delta p$$

$$= F_i(p) + 2b_i^T \Delta p + \Delta p^T H_i \Delta p$$

其中,

$$b_i^T = e_i^T \mathbf{\Sigma}^{-1} J_i$$
$$H_i = J_i^T \mathbf{\Sigma}^{-1} J_i$$

#### 目标函数随自变量的变化为:

$$\Delta F_i(p) = F_i(p + \Delta p) - F_i(p) = 2b_i^T \Delta p + \Delta p^T H_i \Delta p$$

## NDT系列—经典NDT

上述优化问题, 转化为, 找到  $\Delta p$  使  $\Delta F_i(p)$  取得极小值。

#### 令其导数为零:

$$\frac{d\Delta F_i(p)}{d\Delta p} = 2b_i + 2H_i\Delta p = 0$$

即

$$H_i \Delta p = -b_i$$

### 根据定义:

$$b_i^T = e_i^T \mathbf{\Sigma}^{-1} J_i$$
$$H_i = J_i^T \mathbf{\Sigma}^{-1} J_i$$

因此,只需得到  $J_i$  ,即可求得  $\Delta p$ 

$$J_i = \frac{de_i}{dp}$$



## NDT系列—经典NDT

### 2D场景:

$$p = \begin{bmatrix} t_x & t_y & \phi_z \end{bmatrix}^T$$

$$y'_i = T(p, y_i)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \phi_z & -\sin \phi_z \\ \sin \phi_z & \cos \phi_z \end{bmatrix} y_i + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

$$e_i = y'_i - \mu$$

雅克比 
$$J_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_{i1}\sin\phi_z - y_{i2}\cos\phi_z \\ 0 & 1 & y_{i1}\cos\phi_z - y_{i2}\sin\phi_z \end{bmatrix}$$

### 3D场景:

$$\begin{aligned} p &= [t_x \quad t_y \quad t_z \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z]^{\mathrm{T}} \\ y_i' &= T \left( p, y_i \right) \\ &= R_x R_y R_z y_i + t \\ &= \begin{bmatrix} c_y c_z & -c_y s_z & s_y \\ c_x s_z + s_x s_y c_z & c_x c_z - s_x s_y s_z & -s_x c_y \\ s_x s_z - c_x s_y c_z & c_x s_y s_z + s_x c_z & c_x c_y \end{bmatrix} y_i + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \\ e_i &= y_i' - \mu \end{aligned}$$

雅克比 
$$J_i = \left[ egin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & c & f \ 0 & 1 & 0 & a & d & g \ 0 & 0 & 1 & b & e & h \end{array} 
ight]$$

### 其中

$$a = y_{i1} \left( -s_x s_z + c_x s_y c_z \right) + y_{i2} \left( -s_x c_z - c_x s_y s_z \right) + y_{i3} \left( -c_x c_y \right)$$

$$b = y_{i1} \left( c_x s_z + s_x s_y c_z \right) + y_{i2} \left( -s_x s_y s_z + c_x c_z \right) + y_{i3} \left( -s_x c_y \right)$$

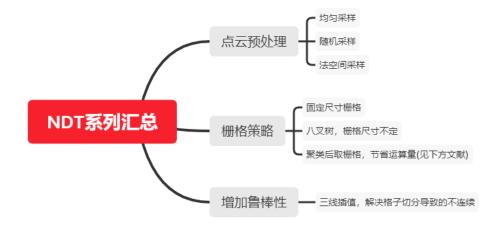
$$c = y_{i1} \left( -s_y c_z \right) + y_{i2} \left( s_y s_z \right) + y_{i3} \left( c_y \right) ; d = y_{i1} \left( s_x c_y c_z \right) + y_{i2} \left( -s_x c_y s_z \right) + y_{i3} \left( s_x s_y \right)$$

$$e = y_{i1} \left( -c_x c_y c_z \right) + y_{i2} \left( c_x c_y s_z \right) + y_{i3} \left( -c_x s_y \right) ; f = y_{i1} \left( -c_y s_z \right) + y_{i2} \left( -c_y c_z \right)$$

$$g = y_{i1} \left( c_x c_z - s_x s_y s_z \right) + y_{i2} \left( -c_x s_z - s_x s_y c_z \right) ; h = y_{i1} \left( s_x c_z + c_x s_y s_z \right) + y_{i2} \left( c_x s_y c_z - s_x s_z \right)$$



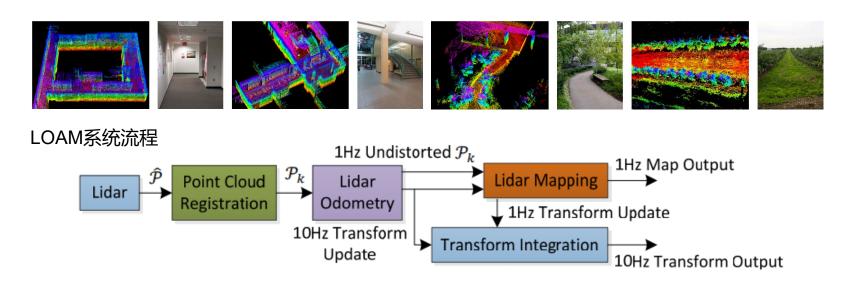
## NDT系列—其他NDT



- 1. Scan Registration using Segmented Region Growing NDT. Das A, Waslander SL. 2014.
- 2. 3D Scan Registration Using the Normal Distributions Transform with Ground Segmentation and Point Cloud Clustering. Das A, Waslander SL. 2013.
- 3. Scan Registration with Multi-Scale K-Means Normal Distributions Transform. Das A, Waslander SL. 2012.



### LOAM系列—LOAM



整体思想:在点云中提取边缘特征(如树干、墙角等,采用线模型描述)和平面特征(如地面、墙面等,采用面模型描述),匹配时以点到线距离和点到面距离为残差优化位姿。

LOAM: Lidar Odometry and Mapping in Real-time, Ji Zhang and Sanjiv Singh

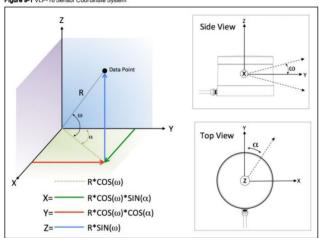
Code: https://github.com/cuitaixiang/LOAM\_NOTED



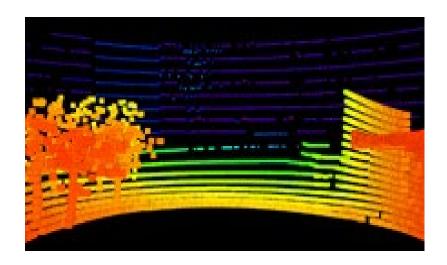
## LOAM系列—LOAM

- 1. 提取特征
- 1) 按线数分割

Figure 9-1 VLP-16 Sensor Coordinate System



 ${\it Table 9-1 below} \ {\it lists} \ the fixed vertical lelevation angles for each laser in the sensor, along with vertical corrections. The set of angles vary by sensor model (see {\it Factory Bytes on page 56} for more).$ 





### LOAM系列—LOAM

- 1. 提取特征
- 2) 计算曲率

$$c = \frac{1}{|\mathcal{S}| \cdot \left\| \boldsymbol{X}_{(k,i)}^L \right\|} \left\| \sum_{j \in \mathcal{S}, j \neq i} \left( \boldsymbol{X}_{(k,i)}^L - \boldsymbol{X}_{(k,j)}^L \right) \right\|$$

该公式计算点i的曲率,其中S代表在i周围,并且和i在同一条扫描线上的点, $oldsymbol{X}_{(k,i)}^L$ 和 $oldsymbol{X}_{(k,j)}^L$ 分别代表点i和j的坐标。

### 3) 删除异常点



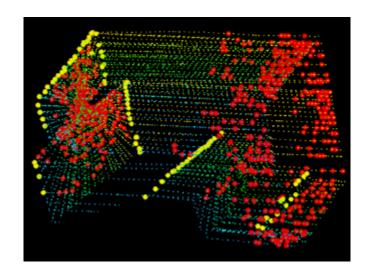


## LOAM系列—LOAM

- 1. 提取特征
- 4) 按曲率大小筛选特征点

### 共分4类:

- a. 曲率特别大的点(sharp)
- b. 曲率大的点(less\_shap)
- c. 曲率特别小的点(flat)
- d. 曲率小的点(less\_flat)

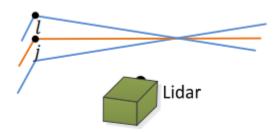


典型效果图



### LOAM系列—LOAM

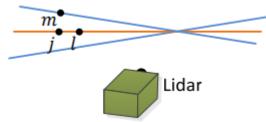
- 2. 帧间匹配
- 1) 特征关联与损失函数计算
- a. 线特征



### 点到线的距离

$$d_{\mathcal{E}} = \frac{\left| \left( \tilde{\boldsymbol{X}}_{(k+1,i)}^{L} - \overline{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} \right) \times \left( \tilde{\boldsymbol{X}}_{(k+1,i)}^{L} - \overline{\boldsymbol{X}}_{(k,l)}^{L} \right) \right|}{\left| \overline{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \overline{\boldsymbol{X}}_{(k,l)}^{L} \right|} (1)$$

### b. 面特征



#### 点到面的距离

$$d_{\mathcal{H}} = \frac{\left| \begin{array}{c} (\tilde{\boldsymbol{X}}_{(k+1,i)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L}) \\ ((\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,l)}^{L}) \times (\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,m)}^{L})) \end{array} \right|}{\left| (\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,l)}^{L}) \times (\bar{\boldsymbol{X}}_{(k,j)}^{L} - \bar{\boldsymbol{X}}_{(k,m)}^{L}) \right|}$$
(2)

把(1)和(2)放在一个模型里,得到总的损失函数为

$$loss = \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{E}}} d_{\mathcal{E}i} + \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{H}}} d_{\mathcal{H}i} = D\left(\tilde{X}_{k+1,i}^{L}\right)(3)$$



### LOAM系列—LOAM

- 2. 帧间匹配
- 1) 特征关联与损失函数计算

定义  $t_{k+1}$  时刻的位姿为

$$T_{k+1}^{L} = \left[t_x, t_y, t_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z\right]^{T}$$

特征点从当前雷达坐标系投影到目标坐标系

$$\tilde{\boldsymbol{X}}_{(k+1,i)}^{L} = \mathbf{R} \boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L} + t$$

$$= G\left(\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}, \boldsymbol{T}_{k+1}^{L}\right)$$
(4)

其中

$$t = \left[t_x, t_y, t_z\right]^T$$

$$R = R_y R_x R_z$$

$$= \begin{bmatrix} c_y c_z + s_y s_x s_z & c_z s_y s_x - c_y s_z & c_x s_y \\ c_x s_z & c_x c_z & -s_x \\ c_y s_x s_z - c_z s_y & c_y c_z s_x + s_y s_z & c_y c_x \end{bmatrix}$$

又

$$\begin{cases} c_x = \cos(\theta_x) \\ s_x = \sin(\theta_x) \\ c_y = \cos(\theta_y) \\ s_y = \sin(\theta_y) \\ c_z = \cos(\theta_z) \\ s_z = \sin(\theta_z) \end{cases}$$

#### 合并(3)和(4)得到

$$loss = F\left(\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}, \boldsymbol{T}_{k+1}^{L}\right) = D\left(G\left(\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}, \boldsymbol{T}_{k+1}^{L}\right)\right) (5)$$

### LOAM系列—LOAM

- 2. 帧间匹配
- 2) LM迭代优化

$$m{T}_{k+1}^L \leftarrow m{T}_{k+1}^L - \left( \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \operatorname{diag} \left( \mathbf{J}^T \mathbf{J} \right) \right)^{-1} \mathbf{J}^T m{d}$$

其中

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \boldsymbol{F} \left( \boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}, \boldsymbol{T}_{k+1}^{L} \right)}{\partial \boldsymbol{T}_{k+1}^{L}}$$

$$= \frac{\partial D \left( G \left( \boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}, \boldsymbol{T}_{k+1}^{L} \right) \right)}{\partial \boldsymbol{T}_{k+1}^{L}}$$

$$= \frac{\partial D (\tilde{X}_{k+1,i}^{L})}{\partial \tilde{\boldsymbol{X}}_{(k+1,i)}^{L}} \frac{\partial G \left( \boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}, \boldsymbol{T}_{k+1}^{L} \right)}{\partial \boldsymbol{T}_{k+1}^{L}}$$

对于线特征, 梯度方向为通过特征点的垂直于直线的方向

$$\frac{\partial D(\tilde{X}_{k+1,i}^L)}{\partial \tilde{\boldsymbol{X}}_{(k+1,i)}^L} = \left[a_{\mathcal{E}}, b_{\mathcal{E}}, c_{\mathcal{E}}\right]^T$$

对于面特征, 梯度方向为通过特征点的垂直于平面的方向

$$\frac{\partial D(\tilde{X}_{k+1,i}^L)}{\partial \tilde{X}_{(k+1,i)}^L} = \left[a_{\mathcal{H}}, b_{\mathcal{H}}, c_{\mathcal{H}}\right]^T$$



### LOAM系列—LOAM

- 2. 帧间匹配
- 2) LM迭代优化

对平移求导

$$\begin{split} &\frac{\partial G\left(\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L},\boldsymbol{T}_{k+1}^{L}\right)}{\partial \boldsymbol{t}_{x}} \\ =& \frac{\partial G\left(\mathbf{R}\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}+t\right)}{\partial \boldsymbol{t}_{x}} \\ =& \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{split}$$

对角度求导

$$\begin{split} &\frac{\partial G\left(\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L},\boldsymbol{T}_{k+1}^{L}\right)}{\partial \boldsymbol{\theta}_{x}} \\ &= \frac{\partial G\left(\mathbf{R}\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}+t\right)}{\partial \boldsymbol{\theta}_{x}} \\ &= \frac{\partial G\left(\mathbf{R}\boldsymbol{X}_{(k+1,i)}^{L}\right)}{\partial \boldsymbol{\theta}_{x}} \\ &= \begin{bmatrix} s_{y}c_{x}s_{z} & c_{z}s_{y}c_{x} & -s_{x}s_{y} \\ -s_{x}s_{z} & -s_{x}c_{z} & -c_{x} \\ c_{y}c_{x}s_{z} & c_{y}c_{z}c_{x} & -c_{y}s_{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{(k+1,i)} \\ y_{(k+1,i)} \\ z_{(k+1,i)} \end{bmatrix} \end{split}$$

同理,可推导另外两个角度的导数

同理,可推导另外两个方向位移的导数



## LOAM系列—LOAM

- 3. 构建地图
- 1) 合并地图点
- a. 把关键帧的特征点按照位姿转到地图坐标系中
- b. 按照位置和cube尺寸划分到对应的cube中

2) 位姿优化与里程计的方法同理

代码: https://github.com/cuitaixiang/LOAM\_NOTED



### LOAM系列—ALOAM

### 主要特点

- 1) 去掉了和IMU相关的部分
- 2) 使用Eigen做位姿转换,简化了代码
- 3) 使用ceres做迭代优化,简化了代码,但降低了效率

代码: https://github.com/HKUST-Aerial-Robotics/A-LOAM



## LOAM系列—FLOAM

主要特点

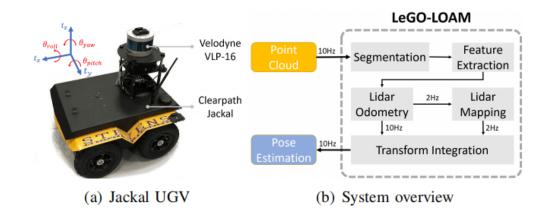
1) 整体和ALOAM类似,只是把ceres中的自动求导,转变成了直接使用推导的雅克比矩阵

代码: https://github.com/wh200720041/floam



## LOAM系列—LEGO-LOAM

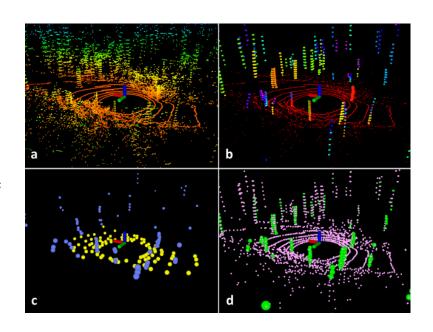
- 1. 主要特点
- 1) 对地面做了分割,减小了特征搜索范围
- 2) 提取特征之前做了聚类,提高了特征质量
- 3) 水平和航向分别优化,提高了效率





## LOAM系列—LEGO-LOAM

- 2. 特征提取
- 1) 根据线与线之间的夹角,以及点的曲率,筛选出地面点。所有用于匹配的平面点仅使用地面点。
- 2) 在非地面点中,使用广度优先搜索(BFS) 做聚类,聚类中点的数量大于30,才用来筛选线特征。
- 3) 筛选线特征方法,与LOAM中相同

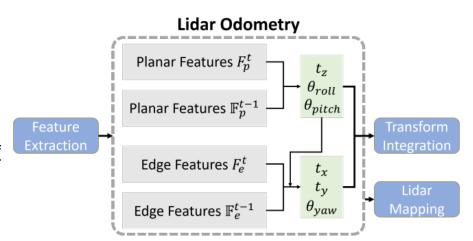




### LOAM系列—LEGO-LOAM

- 3. 里程计
- 1) 使用地面面特征优化高度和水平角
- 2) 使用线特征优化水平位移和航向角

具体推导过程,可根据LOAM中的六自由度 方法,重新推导此处三自由度方法



代码: https://github.com/RobustFieldAutonomyLab/LeGO-LOAM



- 1. 激光传感器原理
- 2. 整体流程介绍
- 3. 前端里程计方案
- 4. 基于数据集实现



## 1. KITTI数据集简介

### 硬件组成:

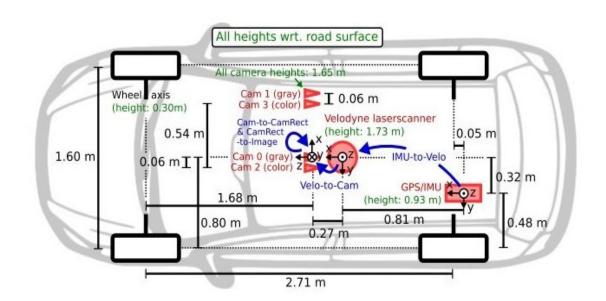
- 1) 一个64线激光雷达,在车顶的正中心
- 2) 两个彩色摄像头和两个黑白摄像头,在雷达两侧。
- 3) 一个组合导航系统 (OXTS RT 3003) ,在雷达左后方。它可以输出RTK/IMU组合导航结果,包括经纬度和姿态,同时也输出IMU原始数据。



## 1. KITTI数据集简介

### 安装关系:

图中所示的所有安装关系,都可以在数据集提供标定文件中找到,可直接使用。





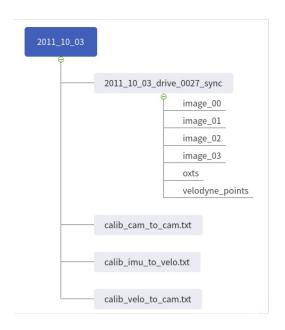
## 2. 数据集使用

本课程以ubuntu16.04下的ros kinetic为调试环境,因此需要把数据制作成ros的bag文件。

1) 升级numpy

kitti2bag要求numpy版本>=1.12, ubuntu 16.04 默认的是1.11, 升级可以通过一条指令来完成 sudo pip install -U numpy

- 2) 安装kitti2bag sudo pip install kitti2bag
- 3) 按以下目录存放文件



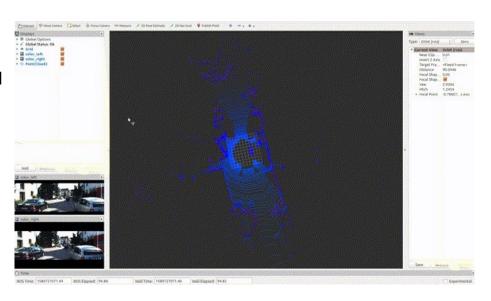
## 2. 数据集使用

4) 生成bag

kitti2bag -t 2011\_10\_03 -r 0027 raw\_synced

- 5) 测试bag
  - a. roscore
  - b. rviz
  - c. rosbag play

kitti\_2011\_10\_03\_drive\_0027\_synced.bag

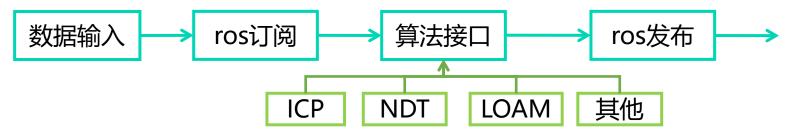


参考文章: 从零开始做自动驾驶定位(二): 数据集

### 3. 里程计工程框架实现

### 核心思想:

- 1) 通过类的封装,实现模块化
- 2) 把ros流程与c++内部实现分开, 使流程清晰
- 3) 基于c++多态,实现高可扩展性。



### 参考文章:

从零开始做自动驾驶定位(三): 软件框架

从零开始做自动驾驶定位(四): 前端里程计之初试

从零开始做自动驾驶定位(五): 前端里程计之代码优化

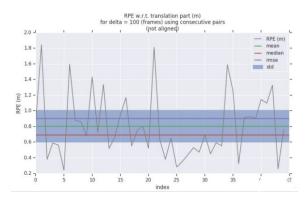
## 4. 里程计精度评价

以组合导航的结果为真值,使用evo工具进行里程计精度评价

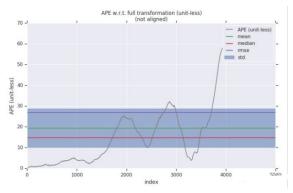
1) 安装evo

pip install evo --upgrade --no-binary evo

- 2) 使用evo计算轨迹误差
- a. 分段统计精度 evo\_rpe kitti ground\_truth.txt laser\_odom.txt -r trans part --delta 100 --plot --plot mode xyz
- b. 计算整体轨迹误差 evo\_ape kitti ground\_truth.txt laser\_odom.txt -r full -plot --plot\_mode xyz



### 分段统计精度



整体轨迹误差



# 感谢聆听 Thanks for Listening

