

电路与电子技术基础

第二章 正弦交流电路

宋雪萌

songxuемeng@sdu.edu.cn

本章目录

- 正弦交流电的基本概念
- 正弦量的相量表示及复数运算
- 正弦交流电路中的电阻元件
- 正弦交流电路中的电感元件
- 正弦交流电路中的电容元件
- 实际电路器件
- **R, L, C串并联电路及复阻抗**

应用相量法计算正弦交流电路



应用相量法计算正弦交流电路

相量法:用相量表示正弦量，用复阻抗表示电路元件的阻抗特性，通过复数运算求解正弦交流电路。

元件的复阻抗

元件	复阻抗	相量式	大小	相位
R	$Z=R$	$\dot{U} = Z \dot{I}$	$U=RI$	电压电流同相
L	$Z=jX_L=j \omega L$		$U=X_L I$	电压超前 90°
C	$Z=-jX_C=-j \frac{1}{\omega C}$		$U=X_C I$	电压滞后 90°

应用相量法计算正弦交流电路

相量法: 正弦交流电路的定律、公式在形式上与直流电路相同。

欧姆定律: $\dot{U} = Z \dot{I}$

KCL: $\sum \dot{I} = 0$

KVL: $\sum \dot{U} = 0$

叠加原理: 各分量均为**相量**, 总量为各分量的相量和

戴维南定理: 等效电源为 \dot{E}_0, Z_0

回路电流法: 回路电流为**相量**, 自阻、互阻为**复数**

节点电压法: 节点电压为**相量**, 自导、互导为**复数**

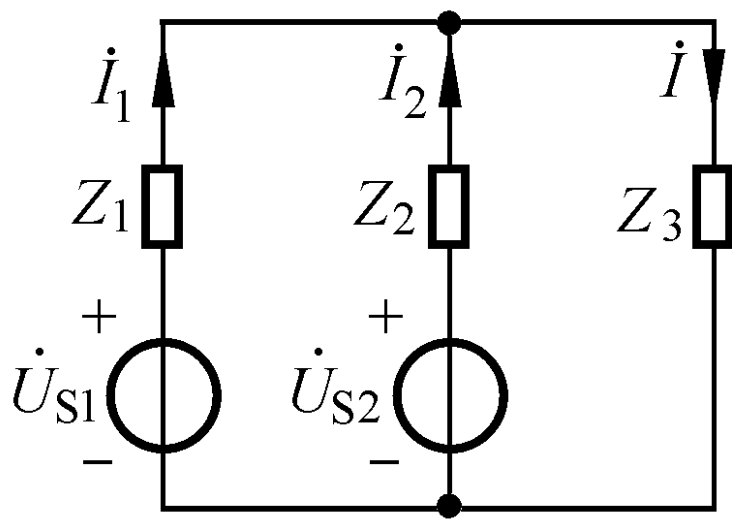
支路电流法、回路电流法和节点电压法的应用

(1) 支路电流法

例1 电路如图所示, $Z_1 = Z_2 = 0.1 + j0.5\Omega$, $Z_3 = 5 + j5\Omega$,

$$\dot{U}_{s1} = 230\angle 0^\circ \text{V}, \dot{U}_{s2} = 227\angle 0^\circ \text{V}. \quad \text{求: } \dot{I} = ?$$

解: 应用支路电流法列写方程如下



$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}$$

$$Z_1 \dot{I}_1 - Z_2 \dot{I}_2 = \dot{U}_{s1} - \dot{U}_{s2}$$

$$Z_2 \dot{I}_2 + Z_3 \dot{I} = \dot{U}_{s2}$$

解得 $\dot{I} = 31.2\angle -46.1^\circ (\text{A})$

支路电流法、回路电流法和节点电压法的应用

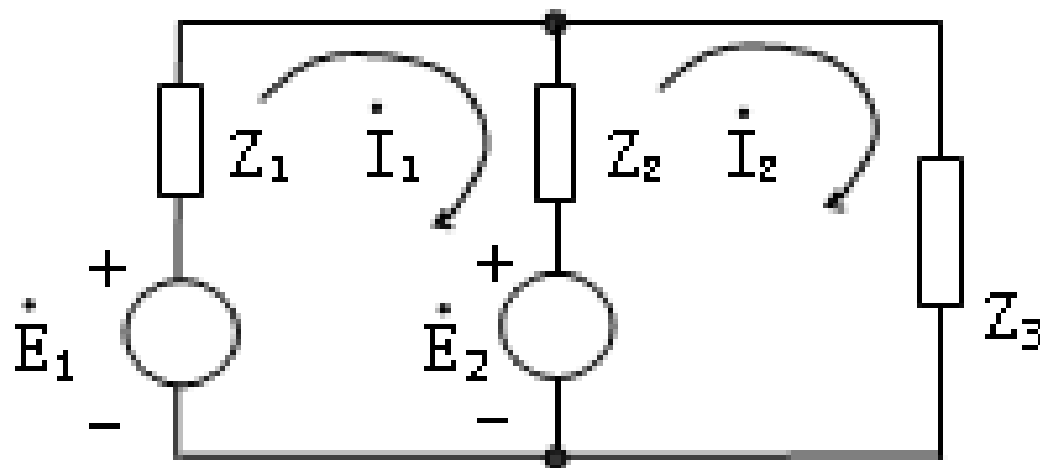
(2) 回路电流法

例2 用回路电流法写出图示电路相量形式的回路电流方程。

解：应用回路电流法列写方程如下

$$(Z_1 + Z_2)\dot{I}_1 - Z_2\dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$$

$$-Z_2\dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_2 = \dot{E}_2$$



支路电流法、回路电流法和节点电压法的应用

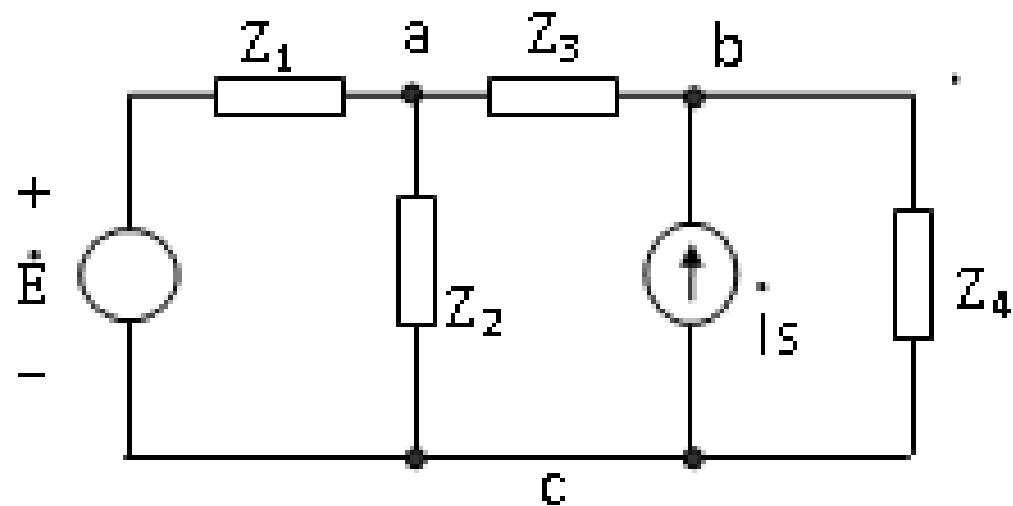
(3) 节点电压法

例3 写出图示正弦交流电路的节点电压相量方程。

解：选节点c为参考节点，根据KCL列写方程：

$$\frac{\dot{U}_a - \dot{E}}{Z_1} + \frac{\dot{U}_a}{Z_2} + \frac{\dot{U}_a - \dot{U}_b}{Z_3} = 0$$

$$\frac{\dot{U}_b - \dot{U}_a}{Z_3} + \frac{\dot{U}_b}{Z_4} - \dot{I}_S = 0$$



支路电流法、回路电流法和节点电压法的应用

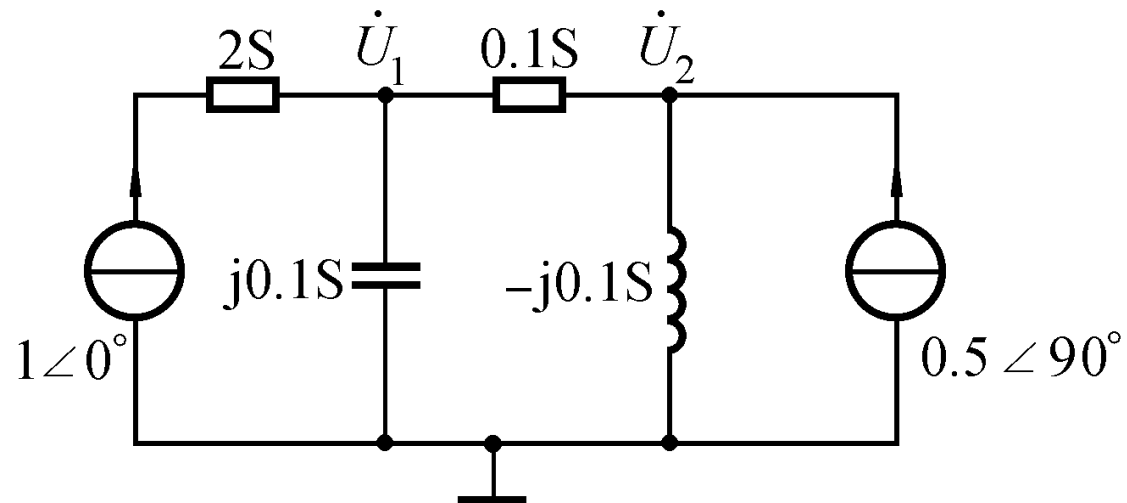
(3) 节点电压法

例4 电路如图所示, 求 $\dot{U}_1, \dot{U}_2 = ?$

解: 应用节点电压法列写方程如下

$$\begin{cases} j0.1\dot{U}_1 + 0.1(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) = 1\angle 0^\circ \\ -0.1(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) + (-j0.1)\dot{U}_2 = 0.5\angle 90^\circ \end{cases}$$

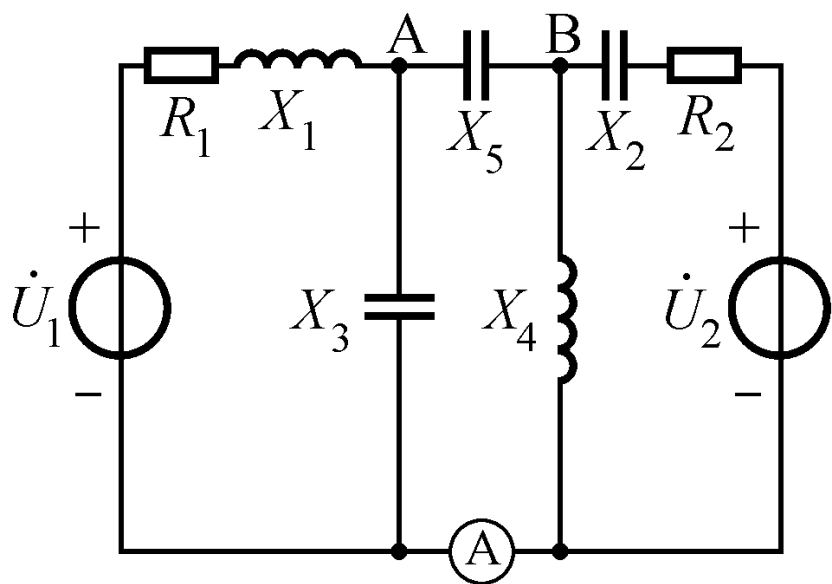
解得 $\dot{U}_1 = 10 - j5 = 11.2\angle -26.5^\circ (\text{V})$
 $\dot{U}_2 = 7.07\angle 45^\circ (\text{V})$



电源等效变换的应用

例5 如图所示, 已知 $R_1=60\ \Omega$, $R_2=100\ \Omega$, $X_1=80\ \Omega$, $X_2=100\ \Omega$, $X_3=80\ \Omega$, $X_4=100\ \Omega$, $X_5=50\ \Omega$, $U_1=U_2=200\text{V}$ 。 (\dot{U}_2 超前 $\dot{U}_1 36.9^\circ$),

求: (1) 电流表的读数 (2) 该电流与 \dot{U}_1 的相位关系

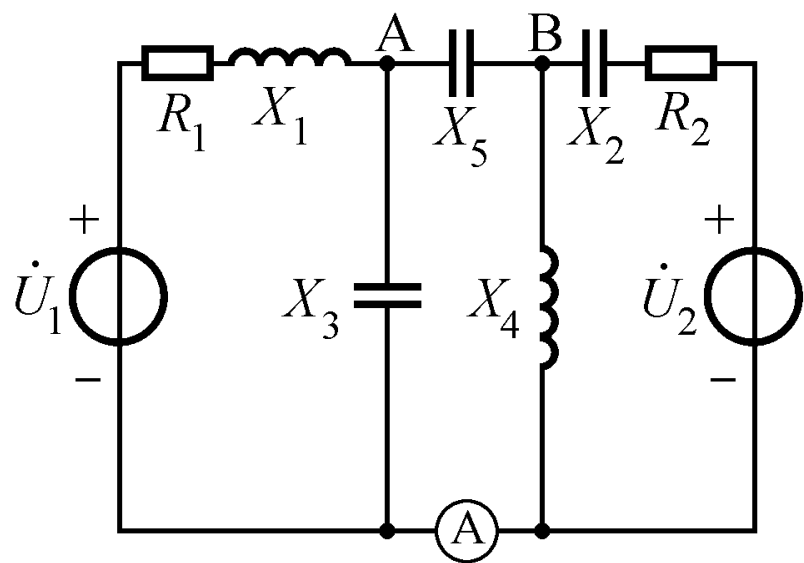


(a) 原电路

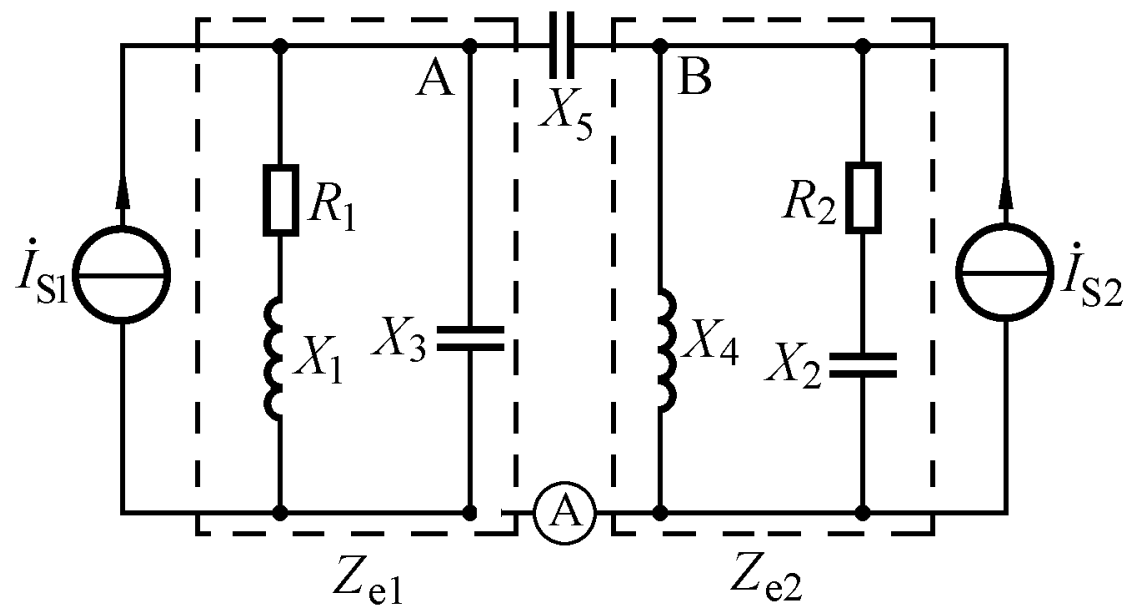
电源等效变换的应用

例5 如图所示, 已知 $R_1=60\ \Omega$, $R_2=100\ \Omega$, $X_1=80\ \Omega$, $X_2=100\ \Omega$, $X_3=80\ \Omega$, $X_4=100\ \Omega$, $X_5=50\ \Omega$, $U_1=U_2=200\text{V}$ 。 (\dot{U}_2 超前 \dot{U}_1 36.9°),

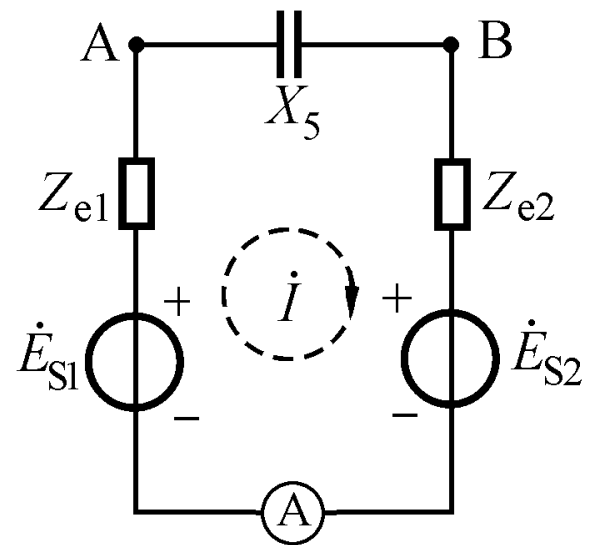
求: (1) 电流表的读数 (2) 该电流与 \dot{U}_1 的相位关系



(a) 原电路

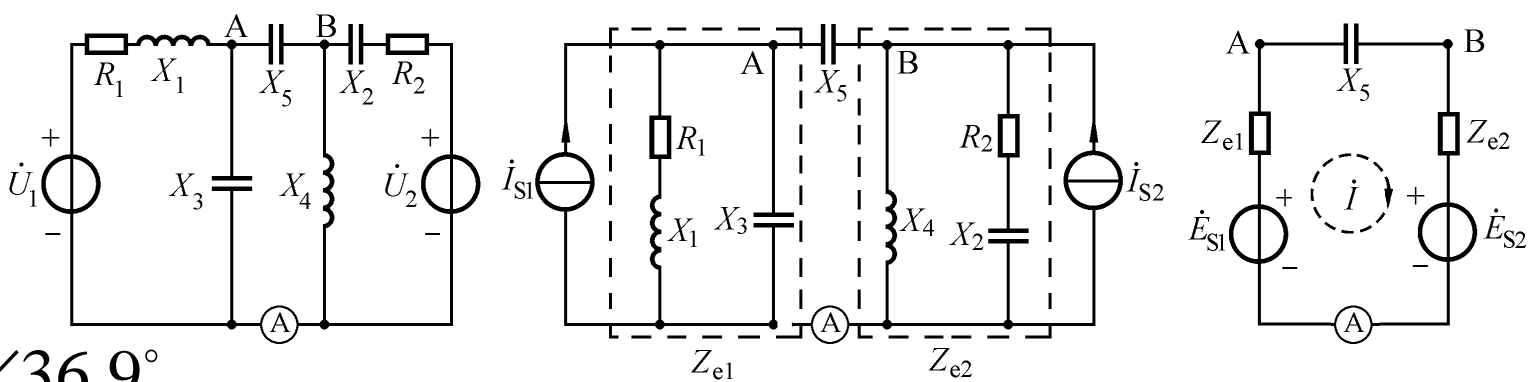


(b) 变换电路1



(c) 变换电路2

电源等效变换的应用



设 $\dot{U}_1 = 200\angle 0^\circ$ 则 $\dot{U}_2 = 200\angle 36.9^\circ$

对图(b)：

$$\dot{I}_{s1} = \frac{\dot{U}_1}{R + jX_1} = 2\angle -36.9^\circ (\text{A})$$

$$\dot{I}_{s2} = \frac{\dot{U}_2}{R_2 - jX_2} = 1.414\angle 81.9^\circ (\text{A})$$

对图(c)：

$$Z_{e1} = \frac{(60 + j80)(-j80)}{60 + j80 - j80} = 133.33\angle -36.9^\circ (\Omega)$$

$$Z_{e2} = \frac{(100 - j100)j100}{100 - j100 + j100} = 141.4\angle 45^\circ (\Omega)$$

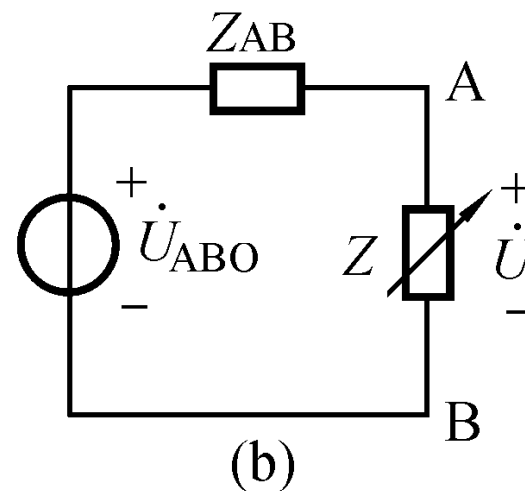
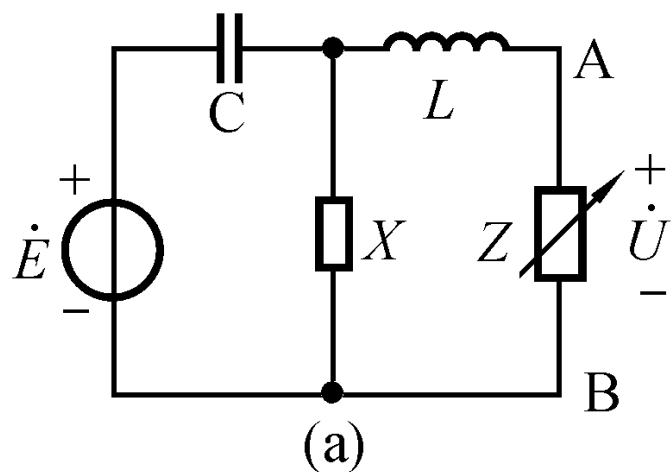
$$\dot{E}_{s1} = \dot{I}_{s1} Z_{e1} = -j266.67 (\text{V})$$

$$\dot{E}_{s2} = \dot{I}_{s2} Z_{e2} = 200\angle 126.9^\circ (\text{V})$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_{s1} - \dot{E}_{s2}}{Z_{e1} + Z_{e2} - jX_5} = 2.12\angle -56.03^\circ (\text{A})$$

戴维南定理的应用

例6 已知图示电路中 L 、 C 、 ω 均为已知，若欲使 Z 变化时（但 $Z \neq 0$ ）， \dot{U} 不变，问电抗 X 应为何值？



解：当 X 确定后，其开路电压 \dot{U}_{AB0} 确定的值，欲使 Z 变化时 \dot{U} 不变，则AB端口的等效入端电阻 $Z_{AB}=0$ ，如图(b)所示

$$Z_{AB} = jX_L + \frac{jX(-jX_C)}{j(X - X_C)} = 0, \quad -X_L X + X_L X_C + X X_C = 0, \quad \text{故有 } X = \frac{X_L X_C}{X_L - X_C} = \frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1}$$

正弦交流电路的功率计算



正弦交流电路的功率计算

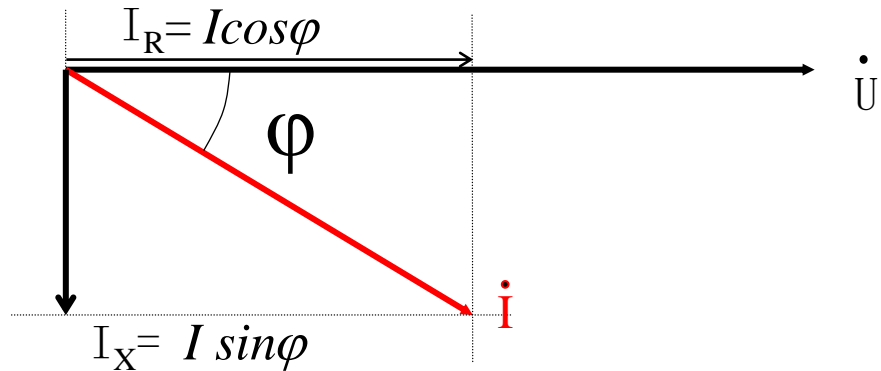
- 瞬时功率（消耗，关联方向）

φ ：阻抗角，是电压和电流的相位差

$$\begin{aligned} p &= ui = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sqrt{2} I \sin \omega t \\ &= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

当 $\varphi \neq 0$ 时，电路与电源有能量交换

当 $\varphi = 0$ 时，电路只能消耗能量



（积化和差）

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

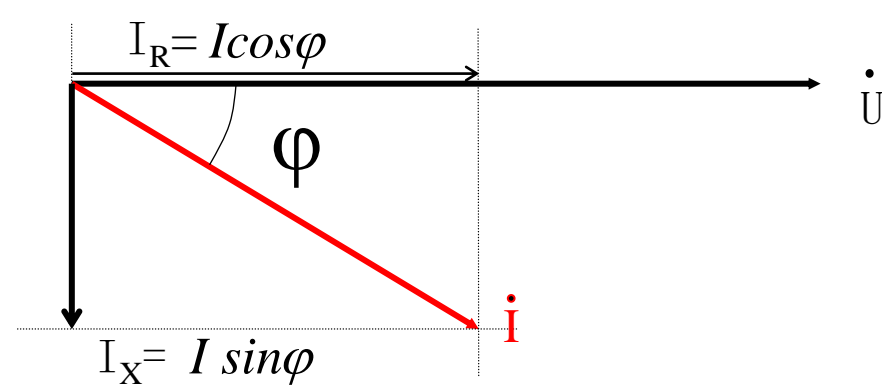
$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

正弦交流电路的功率计算

- 有功功率（平均功率，功率）

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T [UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)] \, dt = UI \cos \varphi$$

即： $P = UI \cos \varphi$



正弦交流电路吸收的有功功率等于电压和电流有效值的乘积再乘其相位差的余弦。 $\cos \varphi$ 为电路的“功率因数”。

电路消耗的总有功功率等于电路中各电阻所消耗的有功功率之和。

正弦交流电路的功率计算

$$\begin{aligned} p &= p_R = ui = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t \\ &= U_m I_m \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = UI - UI \cos 2\omega t \end{aligned}$$

- 无功功率

- 当 $\varphi \neq 0$ 时，电路和电源之间有能量交换。
- 电路和电源之间交换功率（正弦式）的最大值。

$$\begin{aligned} p &= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi) \\ &= UI \cos \varphi - \underbrace{UI \cos \varphi \cdot \cos 2\omega t}_{\text{“消耗”的瞬时功率 (电阻瞬时)}} + \underbrace{UI \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t}_{\text{交换的瞬时功率 (电抗无功)}} \end{aligned}$$

无功功率: $Q = UI \sin \varphi$

正弦交流电路的功率计算

注意

- ①无功功率可正可负
 - 当 $\varphi > 0$ ，电压超前电流（感性电路）， $Q > 0$ ；
 - 当 $\varphi < 0$ ，电压滞后电流（容性电路）， $Q < 0$ 。
- ②电感无功和电容无功可相互抵消，电路所消耗的无功等于电路中各电抗元件（储能元件）所消耗无功的代数和。

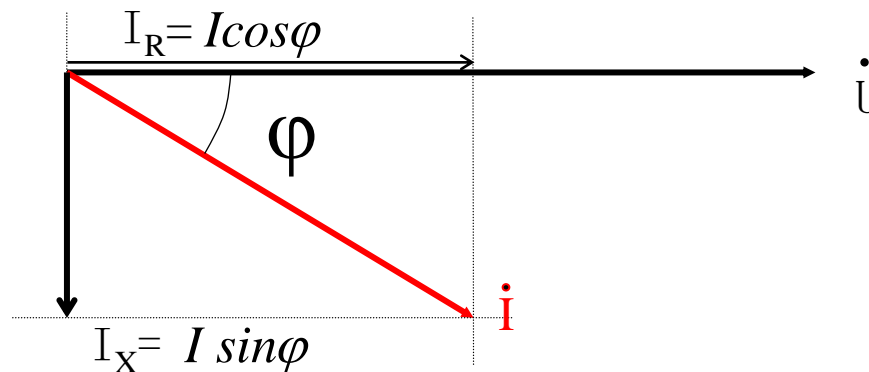
即 $Q = \sum Q_L - \sum Q_C$.

正弦交流电路的电流分解计算

对于功率计算式

$$P = UI \cos\varphi$$

$$Q = UI \sin\varphi$$



将电流相量分解成

- 与电压同相的有功分量 $I_R = I \cos\varphi$
- 与电压正交的无功分量 $I_X = I \sin\varphi$

有功分量产生有功功率 $P = UI_R = UI \cos\varphi$

无功分量产生无功功率 $Q = UI_X = UI \sin\varphi$

正弦交流电路的视在功率

定义： $S=UI$ 为视在功率，单位为 伏安（VA）。

视在功率常用来表示电源设备的供电能力，也称“容量”。

- 视在功率 S ，单位是伏安 (VA)
- 有功功率 P ，单位是瓦 (W)
- 无功功率 Q ，单位是乏 (Var)
- 家用电表按有功功率收费

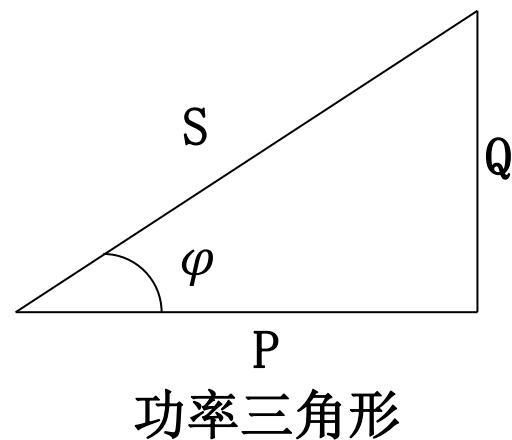


功率三角形

- 有功功率P、无功功率Q和视在功率S之间的关系可以用一个直角三角形表示，称为**功率三角形**。
- φ 是电路的阻抗角，各功率量之间的关系为

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$



φ

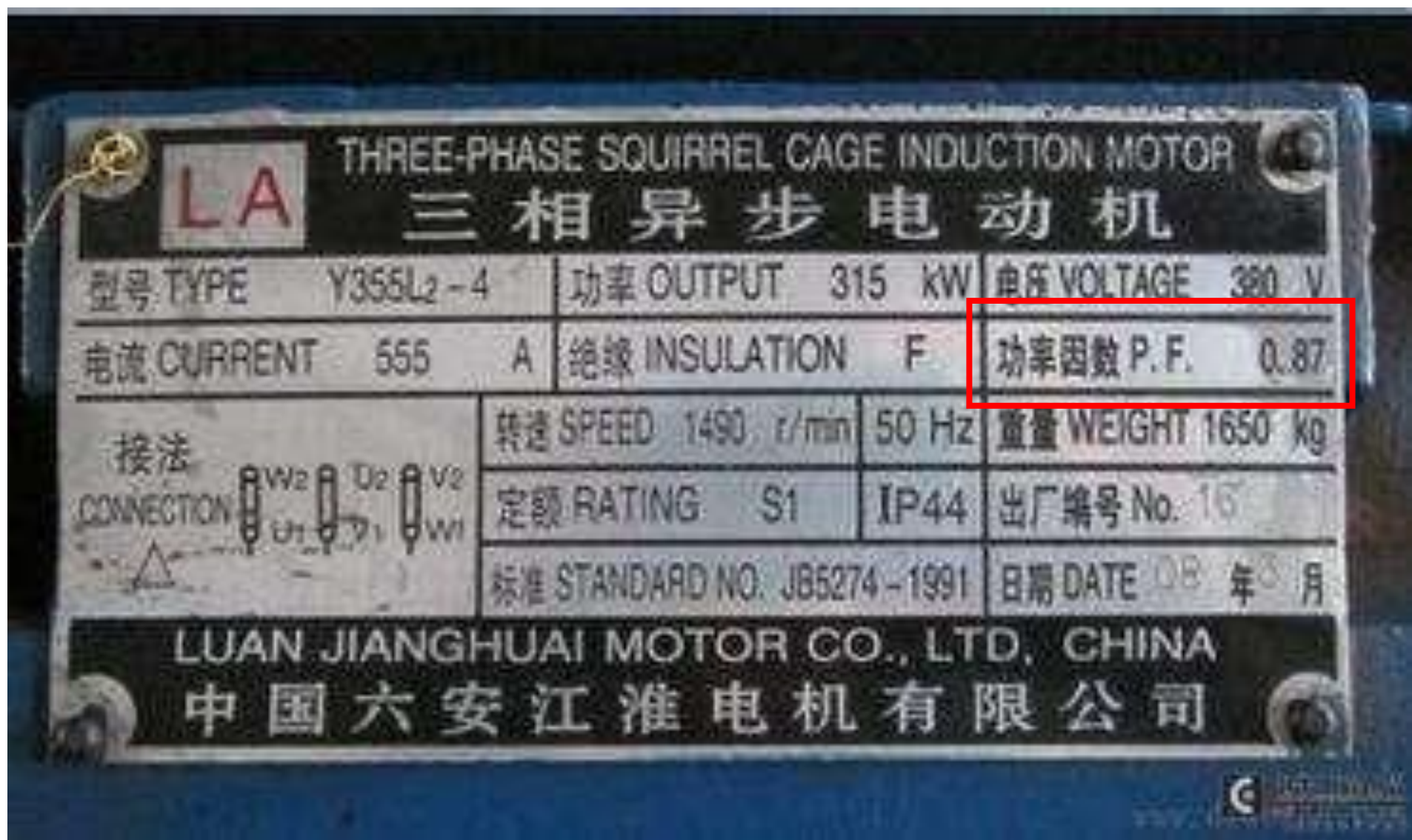
常用电路的功率因数

纯电阻电路	$\cos \varphi = 1$
纯电感电路或 纯电容电路	$\cos \varphi = 0$
RLC串联电路	$0 < \cos \varphi < 1$
电动机 空载 满载	$\cos \varphi = 0.2 \sim 0.3$ $\cos \varphi = 0.7 \sim 0.9$
日光灯	$\cos \varphi = 0.5 \sim 0.6$

功率因数



功率因数



无功功率能不能没有？



无功功率大（功率因数小）为什么不好？



电费

- **工商业企业**要考核功率因数
- 如果偏低需单独计算调整电费
- 功率因数标准
 - 0.90：适用于160千伏安以上的高压供电工业用户、装有带负荷调整电压装置的高压供电电力用户和3200千瓦及以上的高压供电电力排灌站；
 - 0.85：适用于100千伏安及以上的其他工业用户，100千伏安及以上的非工业用户和100千伏安及以上的电力排灌站；
 - 0.80：适用于100千伏安及以上的农业用户和趸售用户。

增收电费	功率因数	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.80	0.79	0.78	0.77	0.76
	电费增加(%)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0
	功率因数	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70	0.69	0.68	0.67	0.66	0.65	功率因数自 0.64 以下		
	电费增加(%)	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	每降低 0.01 电费增加 2%		
减收电费	功率因数	0.9	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95--1.00								
	电费减少(%)	0.0	0.15	0.30	0.45	0.60	0.75								

增收电费	功率因数	0.84	0.83	0.82	0.81	0.80	0.79	0.78	0.77	0.76	0.75	0.74
	电费增加(%)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5
	功率因数	0.73	0.72	0.71	0.70	0.69	0.68	0.67	0.66	0.65	0.64	0.63
	电费增加(%)	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	11.0	12.0
	功率因数	0.62	0.61	0.60	功率因数自 0.59 及以下，每降低 0.01 电费增加 2%							
	电费增加(%)	13.0	14.0	15.0								

减收电费	功率因数	0.85	0.86	0.87	0.88	0.89	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94~1.00	
	电费减少(%)	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.65	0.80	0.95	1.10	

电费

成都市蜀能毓秀电气有限公司

<http://www.cdsnyx.com/newsbrow.asp?cid=541>

功率因数调整电费增减查对表											
功率因数调整电费增减查对表											
(国家统一标准)											
无功 有功(比值) Q: P			力率(COS ϕ)	电 费 + %		无功 有功(比值) Q: P			力率(COS ϕ)	电 费 + %	
				力 率 标 准						力 率 标 准	
				0. 90	0. 85					0. 90	0. 85
0. 0000	~	0. 1003	100	-0. 75	-1. 10	1. 7092	~	1. 7553	50	45. 00	35. 00
0. 1004	~	0. 1751	99	-0. 75	-1. 10	1. 7554	~	1. 8031	49	47. 00	37. 00
0. 1752	~	0. 2279	98	-0. 75	-1. 10	1. 8032	~	1. 8526	48	49. 00	39. 00
0. 2280	~	0. 2717	97	-0. 75	-1. 10	1. 8527	~	1. 9038	47	51. 00	41. 00
0. 2718	~	0. 3105	96	-0. 75	-1. 10	1. 9039	~	1. 9571	46	53. 00	43. 00
0. 3106	~	0. 3461	95	-0. 75	-1. 10	1. 9572	~	2. 0124	45	55. 00	45. 00
0. 3462	~	0. 3793	94	-0. 60	-1. 10	2. 0125	~	2. 0699	44	57. 00	47. 00
0. 3794	~	0. 4107	93	-0. 45	-0. 95	2. 0700	~	2. 1298	43	59. 00	49. 00
0. 4108	~	0. 4409	92	-0. 30	-0. 80	2. 1299	~	2. 1923	42	61. 00	51. 00
0. 4410	~	0. 4700	91	-0. 15	-0. 65	2. 1924	~	2. 2575	41	63. 00	53. 00
0. 4701	~	0. 4983	90	0. 00	-0. 50	2. 2576	~	2. 3257	40	65. 00	55. 00
0. 4984	~	0. 5260	89	0. 50	-0. 40	2. 3258	~	2. 3971	39	67. 00	57. 00
0. 5261	~	0. 5532	88	1. 00	-0. 30	2. 3972	~	2. 4720	38	69. 00	59. 00
0. 5533	~	0. 5800	87	1. 50	-0. 20	2. 4721	~	2. 5507	37	71. 00	61. 00

0. 5801	~	0. 6065	86	2. 00	-0. 10	2. 5508	~	2. 6334	36	73. 00	63. 00
0. 6066	~	0. 6328	85	2. 50	0. 00	2. 6335	~	2. 7205	35	75. 00	65. 00
0. 6329	~	0. 6589	84	3. 00	0. 50	2. 7206	~	2. 8125	34	77. 00	67. 00
0. 6590	~	0. 6850	83	3. 50	1. 00	2. 8126	~	2. 9098	33	79. 00	69. 00
0. 6851	~	0. 7109	82	4. 00	1. 50	2. 9099	~	3. 0129	32	81. 00	71. 00
0. 7110	~	0. 7369	81	4. 50	2. 00	3. 0130	~	3. 1224	31	83. 00	73. 00
0. 7370	~	0. 7630	80	5. 00	2. 50	3. 1225	~	3. 2389	30	85. 00	75. 00
0. 7631	~	0. 7891	79	5. 50	3. 00	3. 2390	~	3. 3632	29	87. 00	77. 00
0. 7892	~	0. 8154	78	6. 00	3. 50	3. 3633	~	3. 4961	28	89. 00	79. 00
0. 8155	~	0. 8418	77	6. 50	4. 00	3. 4962	~	3. 6386	27	91. 00	81. 00
0. 8419	~	0. 8685	76	7. 00	4. 50	3. 6387	~	3. 7919	26	93. 00	83. 00
0. 8686	~	0. 8953	75	7. 50	5. 00	3. 7920	~	3. 9572	25	95. 00	85. 00
0. 8954	~	0. 9225	74	8. 00	5. 50	3. 9573	~	4. 1361	24	97. 00	87. 00
0. 9226	~	0. 9499	73	8. 50	6. 00	4. 1362	~	4. 3302	23	99. 00	89. 00
0. 9500	~	0. 9777	72	9. 00	6. 50	4. 3303	~	4. 5423	22	101. 00	91. 00
0. 9778	~	1. 0059	71	9. 50	7. 00	4. 5424	~	4. 7744	21	103. 00	93. 00
1. 0060	~	1. 0345	70	10. 00	7. 50	4. 7745	~	5. 0297	20	105. 00	95. 00
1. 0346	~	1. 0635	69	11. 00	8. 00	5. 0298	~	5. 3121	19	107. 00	97. 00
1. 0636	~	1. 0930	68	12. 00	8. 50	5. 3122	~	5. 6261	18	109. 00	99. 00
1. 0931	~	1. 1230	67	13. 00	9. 00	5. 6262	~	5. 9775	17	111. 00	101. 00

提高电路的功率因数

生活中，电气设备大多属于感性负载，它们的功率因数都较低。供电系统的功率因数是由用户负载的大小和性质决定的。

例如，变压器容量1000kVA， $\cos\varphi=1$ 时能提供1000kW的有功功率，而在 $\cos\varphi=0.7$ 时，则只能提供700kW的有功功率。

意义

- 电源设备所提供的功率与负载的功率因数有关。
- 提高功率因数可以提高电源设备的利用率。
- 提高功率因数可以减少线路损耗，提高输电效率。

提高电路的功率因数

原理：

- 电力系统的负载大部分是感性负载，其取用的电流滞后于电压。
- 并联电容器，利用电容器中超前于电压的电流补偿感性负载中的无功电流分量，从而提高电路的功率因数。

计算：

- 通常给出：电源 (U, ω) ，负载 $(P, \cos\varphi)$
- 要求达到： $\cos\varphi'$
- 求并接的电容C。

提高电路的功率因数

求解步骤:

- ①计算旧电路(提高之前)的无功

$$Q_L = UI \sin \varphi = U \cdot \frac{P}{U \cos \varphi} \cdot \sin \varphi = \frac{P}{\cos \varphi} \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

- ②计算新电路(提高之后)的无功

$$Q = \frac{P}{\cos \varphi'} \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'}$$

- ③计算电容无功

$$Q_C = Q_L - Q$$

- ④计算电容容量

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{Q_C}{\omega U^2} = \frac{Q_C}{2\pi f U^2}$$

提高电路的功率因数

已知：U=220伏， $f=50$ 赫兹；P=1000瓦， $\cos\phi = 0.65$ （感性）。要求达到 $\cos\phi' = 0.9$ ，求所需并接的电容C。

解：（1）旧电路无功 $P = UI\cos\phi \Rightarrow I = \frac{P}{U\cos\phi}$ ， $Q = UI\sin\phi$ ， $\sin^2\phi + \cos^2\phi = 1$

得 $Q_L = \frac{P}{\cos\phi} \sqrt{1 - \cos^2\phi} = 1169 \text{ (Var)}$

（2）新电路无功（并电容后） $Q = \frac{P}{\cos\phi'} \sqrt{1 - \cos^2\phi'} = 484 \text{ (Var)}$

（3）电容无功 $Q_c = \frac{U^2}{X_c}$ ， $X_c = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow Q_c = \omega C U^2$

（4）电容容量 $Q_C = Q_L - Q = 1169 - 484 = 685 \text{ (Var)}$

得 $C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{Q_c}{\omega U^2} = \frac{685}{2\pi \times 50 \times 220^2} = 45 \text{ (}\mu\text{F)}$

提高电路的功率因数

例 在380V，50Hz的正弦交流电路中接有一台感应电动机（感性负载），设其功率为20kW，功率因数为0.6。

①求电路的电流；

②若在电动机两端并联 $C=375\ \mu\text{F}$ 的电容器，求线路电流和电路的功率因数；

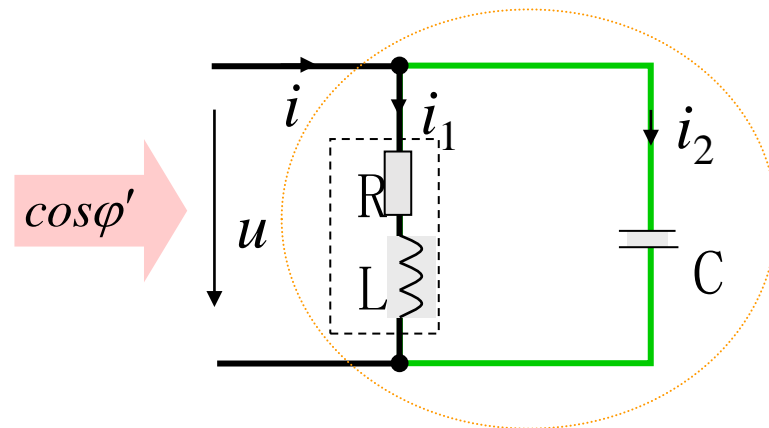
③若输电线路的电阻为 $0.2\ \Omega$ ，分别求并联电容器前后线路的损耗。

解 $P=20000$ 瓦, $\cos\varphi=0.6$ 设 $u=380\sqrt{2}\sin 314t$

(1) 电动机电流

$$I_1 = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{20000}{380 \times 0.6} = 87.7(\text{A})$$

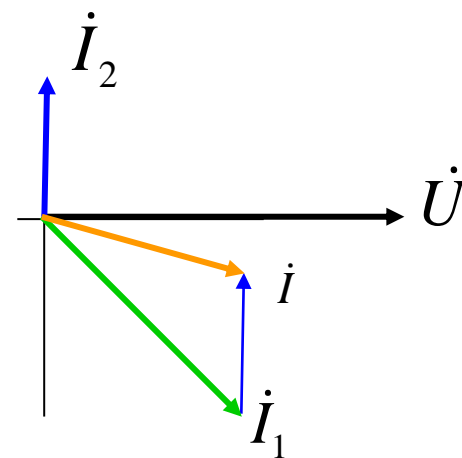
$$\varphi = 53.1^\circ$$



(2) 并联电容不影响 I_1

$$\dot{I}_1 = 87.7 \angle (-53.1^\circ) (\text{A})$$

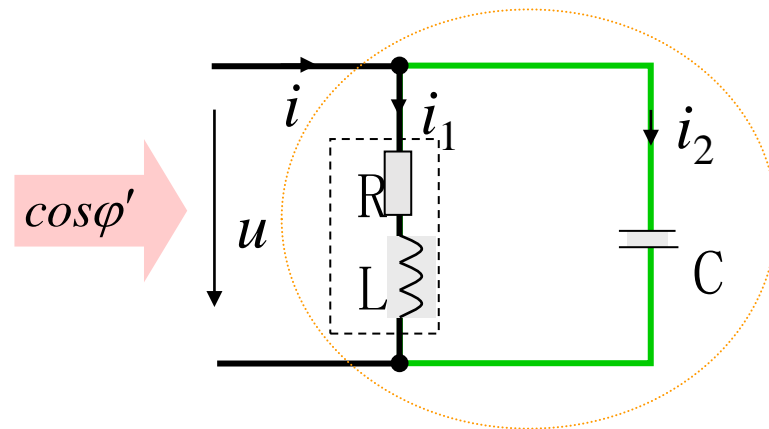
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{-j\frac{1}{\omega C}} = \frac{380 \angle 0^\circ}{-j8.5} = 44.6 \angle 90^\circ (\text{A})$$



$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 87.7 \angle (-53.1^\circ) + 44.6 \angle 90^\circ = 58.5 \angle (-25.8^\circ) (\text{A})$$

并联电容后电路的功率因数 $\cos\varphi' = \frac{P}{S'} = \frac{20000}{380 \times 58.5} = \cos 25.8^\circ = 0.9$

解 $P=20000$ 瓦, $\cos\varphi=0.6$ 设 $u=380\sqrt{2}\sin 314t$



(3) 若线路的电阻为 0.2Ω , 则并联电容前的线路损耗为:

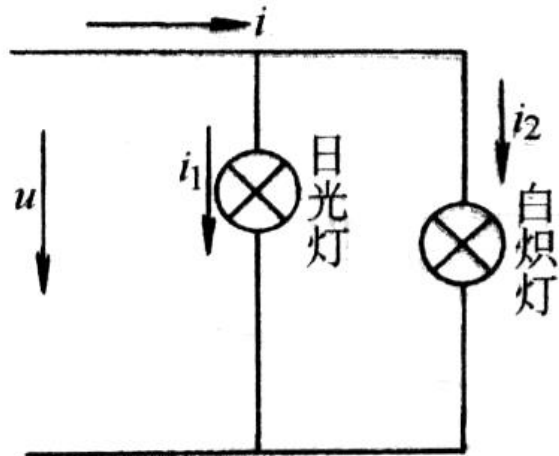
$$P_x = I_1^2 R_x = 87.7^2 \times 0.2 = 1538.2(W)$$

并联电容后线路的损耗为:

$$P'_x = I^2 R_x = 58.5^2 \times 0.2 = 684.5(W)$$

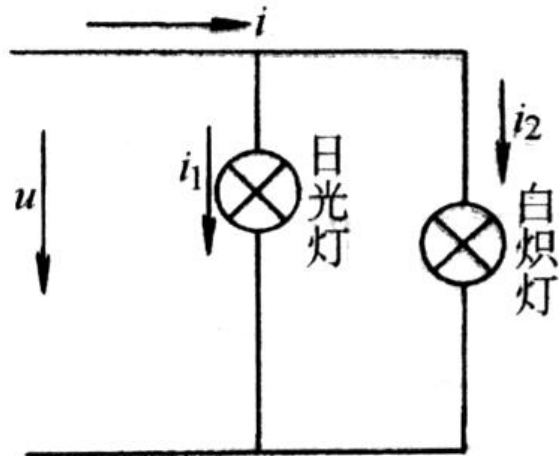
RLC串联电路

例 一只日光灯和一只白炽灯并联接在 $f=50\text{Hz}$ 、电压 $U=220\text{V}$ 的电源上，如图所示，日光灯的额定电压 $U_N=220\text{V}$ ，有功功率 $P_1=40\text{W}$ ，其功率因数 $\cos\varphi_1=0.5$ ；白炽灯的额定电压 $U_N=220\text{V}$ ，有功功率 $P_2=60\text{W}$ 。求电流 I_1 、 I_2 和总电流 I 大小是多少？



RLC串联电路

例 一只日光灯和一只白炽灯并联接在 $f=50\text{Hz}$ 、电压 $U=220\text{V}$ 的电源上，如图所示，日光灯的额定电压 $U_N=220\text{V}$ ，有功功率 $P_1=40\text{W}$ ，其功率因数 $\cos\varphi_1=0.5$ ；白炽灯的额定电压 $U_N=220\text{V}$ ，有功功率 $P_2=60\text{W}$ 。求电流 I_1 、 I_2 和总电流 I 大小是多少？



$$\cos\varphi_1 = 0.5 \quad \varphi_1 = 60^\circ$$

令 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{V}$ 为参考相量

解：日光灯支路的电流

$$I_1 = \frac{P}{U \cos\varphi_1} = \frac{40}{220 \times 0.5} \text{A} = 0.363 \text{A}$$

RLC串联电路

解：令 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{V}$ ，则 I_1 的相量 $\dot{I}_1 = 0.363\angle -60^\circ \text{A}$

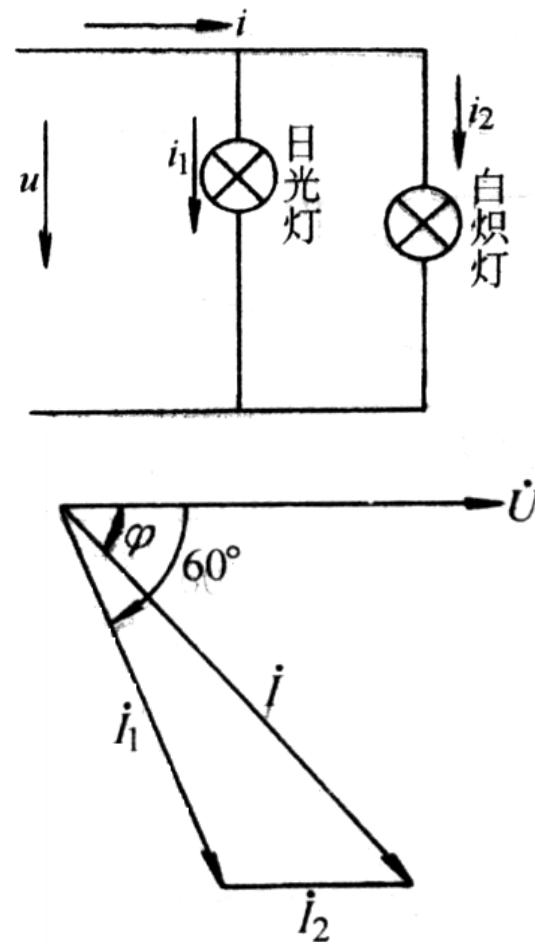
白炽灯支路的电流 $I_2 = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} \text{A} = 0.272 \text{A}$

电流 I_2 的相量 $\dot{I}_2 = 0.272\angle 0^\circ \text{A}$

并联电路

$$\begin{aligned}\dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0.363\angle -60^\circ + 0.272\angle 0^\circ \text{A} \\ &= [(0.1815 - j0.314) + 0.272] \text{A} \\ &= (0.4535 - j0.314) \text{A} = 0.552\angle -34.7^\circ \text{A}\end{aligned}$$

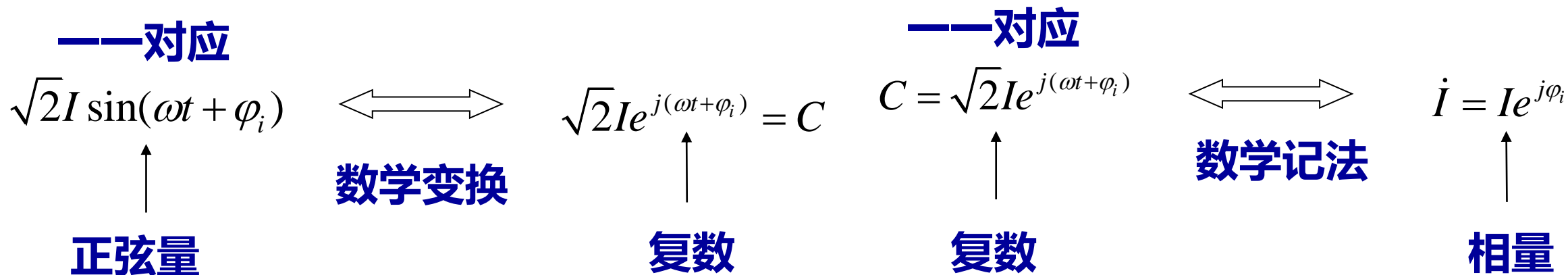
因此 $I = 0.552 \text{A}$ $\cos \varphi = \cos(-34.7^\circ) = 0.822$



相量图

小结

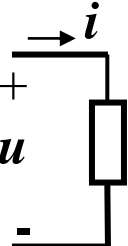
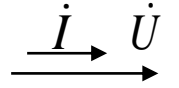
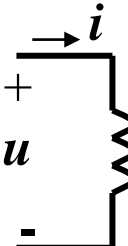
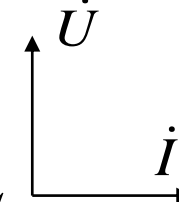
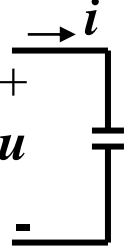
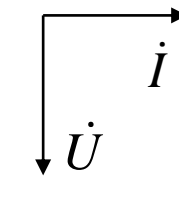
- 正弦量的三要素：幅值，角频率和初相位（注意是sin不是cos）。
- 有效值，与最大值的数量关系（正弦交流电）。
- 相量表示法，相量的运算。



- 在线性电路中，正弦交流电源(激励)在电路各部分所产生的电流和电压（响应）都与电源同频率。
- 相位差: 两个正弦量的相位之差，同频率才有比较的意义。

小结

单一参数正弦交流电路的分析计算

电路参数	电路图 (参考方向)	基本关系	阻抗	电压、电流关系				功率	
				瞬时值	有效值	相量图	相量式	有功功率	无功功率
R		$u = iR$	R	设 $i = \sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u = \sqrt{2}U\sin\omega t$	$U = RI$	 $u、i$ 同相	$\dot{U} = R\dot{I}$	UI I^2R	0
L		$u = L\frac{di}{dt}$	jX_L	设 $i = \sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u = \sqrt{2}I\omega L\sin(\omega t + 90^\circ)$	$U = X_L I$ $X_L = \omega L$	 u 超前 i 90°	$\dot{U} = jX_L \dot{I}$	0	UI I^2X_L
C		$i = C\frac{du}{dt}$	$-jX_C$	设 $i = \sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u = \sqrt{2}I/\omega C\sin(\omega t - 90^\circ)$	$U = X_C I$ $X_C = 1/\omega C$	 u 落后 i 90°	$\dot{U} = -jX_C \dot{I}$	0	$-UI$ $-I^2X_C$

小结

- 复阻抗是复数，可写成：

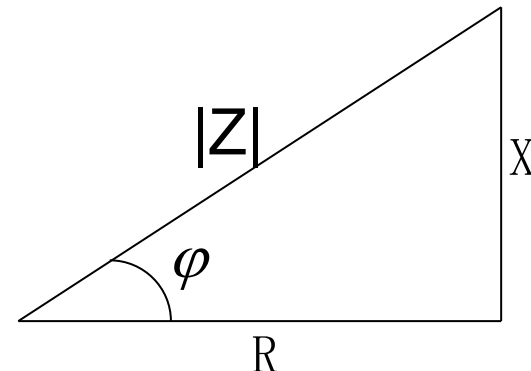
$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + jX = |Z| \angle \varphi \quad \begin{cases} R = |Z| \cos \varphi \\ X = |Z| \sin \varphi \end{cases}$$

$$U = |Z| I \quad (\text{大小})$$

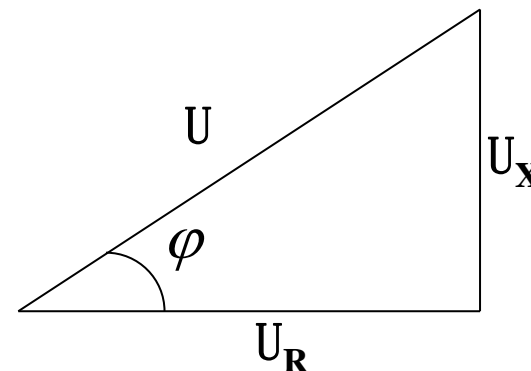
$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i \quad (\text{方向})$$

- 视在功率（容量）： $S=UI$, 单位：VA
- 有功功率： $P=UI \cos \varphi$, 单位：W
- 无功功率： $Q=UI \sin \varphi$, 单位：Var
- 功率因数： $\cos \varphi$

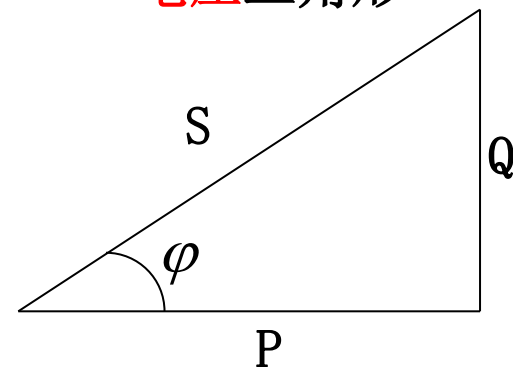
$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$
$$\varphi = \arctan \frac{X}{R}$$



阻抗三角形



电压三角形



功率三角形

作业

计算题：4, 5, 6, 8, 9, 11, 14, 17, 19, 20, 22, 26

实验报告

1. 不可以交电子版，或者打印版报告。
2. 实验报告当场交。通过了，才可以离开。
3. 实验分组按照学号顺序，二人一组。
4. 实验目的，实验器材，实验原理，实验步骤，实验结果（分析），实验总结与心得。