第三章习题课

3. 从 1, 2, 3, 4 这4个数中随机取出一个，记为 X, 再从1到 X 中随机地取出一个数，记为Y，试求 $(X，\ Y)$的联合分布律与X 及 Y 的边缘分布律.

4. 袋中有3个黑球,2个白球，从中随机取出4个，X表示取到的黑球数,Y表示取到的白球数，求$(X, \quad Y)$的联合分布律.

5. 设二维随机变量$(X, \quad Y)$的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(3x+4y)} & x>0,\ y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求常数A；

(2) 求$(X, \quad Y)$的联合分布函数；

(3) 求$P(0<X<1, \quad 0<Y<2)$.

6.已知随机变量(X，Y)的分布函数为

$$F(x,y)=A\left(B+\arctan\frac{x}{2}\right)\left(C+\arctan\frac{y}{3}\right)$$

试求A,B,C及(X，Y)的联合密度函数.

8.设随机变量(X, Y)的密度函数为

$$f(x, y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{3}xy & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求 X 与 Y 的边缘密度函数.

9. 设平面区域D是由抛物线$y=x^2$及直线$y=x$所围，随机变量(X,Y)服从区域D上的均匀分布．试求随机变量(X,Y)的联合密度函数及X、Y各自的边缘密度函数.

10.设随机变量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x,0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求 $f_{X|Y}(x|y)$ ，$f_{Y|X}(y|x)$

13. 已知 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} Axy^2, & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1)求 A;

(2)证明 X, Y 相互独立.

14. 设二维离散型随机变量(X, Y)的联合分布律为

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$

试确定常数a，b使得随机变量X与Y相互独立.
并求$P(X=i\,|\,Y=1)$.

15. 设随机变量X和Y相互独立,它们的密度函数分别为

$$f_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, x>0, \\ 0, \quad x\le 0. \end{cases}$$

$$f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, y>0, \\ 0, \quad y\le 0. \end{cases}$$

求 (1)（X, Y）的密度函数; (2)$P(X\le 1|Y>0)$.

设二维随机变量（X，Y）的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求概率 $P\{X+Y\le 1\}$

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，其密度函数

分别为 $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, x>0;\\ 0, \quad x\le 0,\end{cases}$

$$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{3}e^{-\frac{y}{3}}, y>0;\\ 0, \quad y\le 0,\end{cases}$$

求随机变量 $Z=X+Y$ 的密度函数.

20. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从 $(0,\ 1)$ 上的均匀分布，Y 服从 $\lambda = 1$ 的指数分布，求随机变量 $Z = X + Y$ 的密度函数.

21. 设系统L是由2个相互独立的子系统L_1，L_2连接而成，并且L_1，L_2的寿命分别为X, Y，它们的密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}\alpha e^{-\alpha x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases},\quad f_Y(y)=\begin{cases}\beta e^{-\beta y} & y>0\\ 0 & y\le 0\end{cases}$$

求L在串联和并联方式下寿命Z的密度函数.

设随机变量X,Y相互独立，且均服从区间[0, 3]上的均匀分布，则$P\{\max\{X, Y\}\le 1\}=(\quad)$

设 A,B 为随机事件，且 $P(B)>0, P(A|B)=1$，则必有(　　)

(A) $P(A\cup B)>P(A)$　　(B) $P(A\cup B)>P(B)$

(C) $P(A\cup B)=P(A)$　　(D) $P(A\cup B)=P(B)$

设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且

$$P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$$

则必有(　　)

(A) $\sigma_1<\sigma_2$　　(B) $\sigma_1>\sigma_2$

(C) $\mu_1<\mu_2$　　(D) $\mu_1>\mu_2$

某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中目标的概率为p ($0<p<1$)，则此人第 4次射击恰好第 2次击中目标的概率为(　)

(A) $3p(1-p)^2$　　(B) $3p^2(1-p)^2$

(C) $6p(1-p)^2$　　(D) $6p^2(1-p)^2$

随机变量(X,Y)服从二维正态分布，且X与Y不相关，$f_X(x), f_Y(y)$分别表示X,Y的概率密度，则在$Y=y$的条件下， X的条件概率密度$f_{X|Y}(x|y)$

(A) $f_X(x)$　　(B) $f_Y(y)$

(C) $f_X(x)f_Y(y)$　　(D) $f_X(x)/f_Y(y)$

设随机变量X的概率密度为

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, -1<x<0\\ \frac{1}{4}, 0\le x<2\\ 0,\quad \text{其他}\end{cases}$$

令$Y=X^2$, $F(x,y)$为二维随机变量X,Y的分布函数

(1) 求Y的概率密度$f_Y(y)$

(2) $F\left(-\frac{1}{2},4\right)$