# 《线性代数》模拟试卷 2

（ 2 学时）

一、 是非题（判别下列命题是否正确，正确的在括号内打 $\sqrt{\ }$ ，错误的在括号内打 ×； 每小题 2 分，满分 20 分）：

1． 若 $n\times s$ 矩阵 A 和 $s\times n$ 矩阵 B 满足 AB=0，则 $R(A)+R(B)\le s$。 （ ）

2.若 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是向量空间 $V$ 的一组基，则 $V$ 是一个三维向量空间。 （ ）

3． 实对称阵 A 与对角阵 $\Lambda$ 相似： $p^{-1}Ap=\Lambda$，这里 P 必须是正交阵 。 （ ）

4． 初等矩阵都是可逆阵，并且其逆阵都是它们本身。 （ ）

5． 若 n 阶方阵 $A$ 满足 $A^T=-A$，则对任意 n 维列向量 $x$，均有 $x^TAx=0$。 （ ）

6． 若矩阵 $A$ 和 $B$ 等价，则 $A$ 的行向量组与 $B$ 的行向量组等价 。 （ ）

7． 若向量 $\alpha_1,\alpha_3$ 线性无关，向量 $a_2,\alpha_3$ 线性无关，则 $\alpha_1,\alpha_2$ 也线性无关。 （ ）

8． $A,B$ 是 3 阶矩阵，且 $r(B)=2$，已知 $r(AB)=1$，则 r(A)=0。 （ ）

9． 非齐次线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解，则 $x=A^{-1}b$。 （ ）

10．正交阵的特征值一定是实数。 （ ）

二、 (10 分)设 $n$ 阶行列式： $D_n=\begin{vmatrix} 3 & -2 & & & \\ -1 & 3 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 3 & -2 \\ & & & -1 & 3 \end{vmatrix}$ ，求 $D_n$。

三、(10 分)设 $P=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\Lambda=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，，并且 $AP=P\Lambda$，求 $A^{100}$

四、(10 分)设 $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & -1 \\ 1 & -1 & a \end{pmatrix}$，求可逆矩阵 $P$ ,使 $P^{-1}P$ 为对角矩阵，并计算 $|A-E|$。

五、(10 分)讨论线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda \\ x_1+x_2+\lambda x_3=\lambda^2 \end{cases}$ 问 $\lambda$ 取何值时方程组有惟一解、无解、无穷多解？并在有无穷多解时，求出通解。

六、(12 分)求一个正交变换 $x=py$，将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2{x_1}^2+3{x_2}^2+3{x_3}^2+4x_2x_3$ 化为标准形。

七、(14 分)设 $A$ 为三阶实对称矩阵，且满足条件 $A^2+2A=0$，已知 $A$ 的秩 $r(A)=2$，

求（1） $A$ 的全部特征值；

（2）当 $k$ 为何值时，矩阵 $A+kE$ 为正定矩阵。

八、（12 分）：设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ x & 4 & y \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$，已知 $A$ 有 3 个线性无关的特征向量，$\lambda=2$ 是 $A$ 的二重特征值，

试求可逆矩阵 $P$，使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵。