

电路与电子技术基础

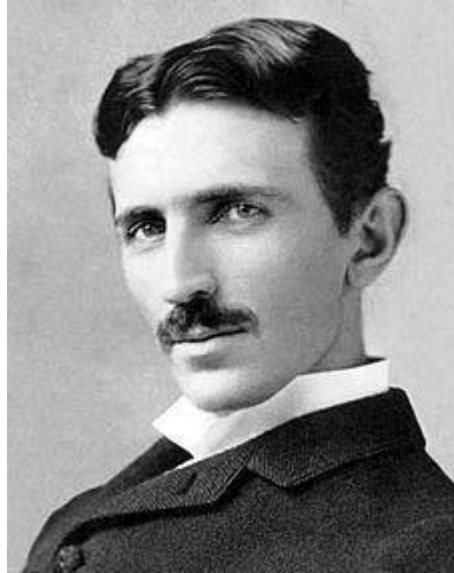
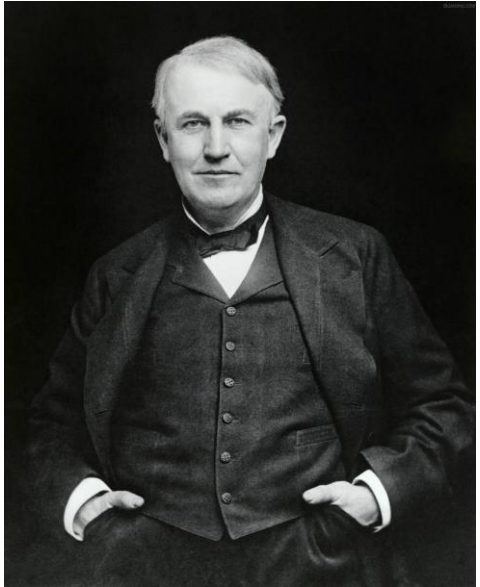
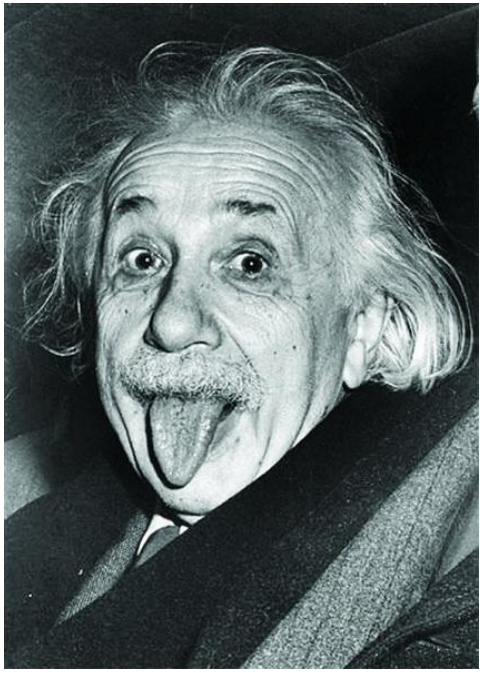
第二章 正弦交流电路

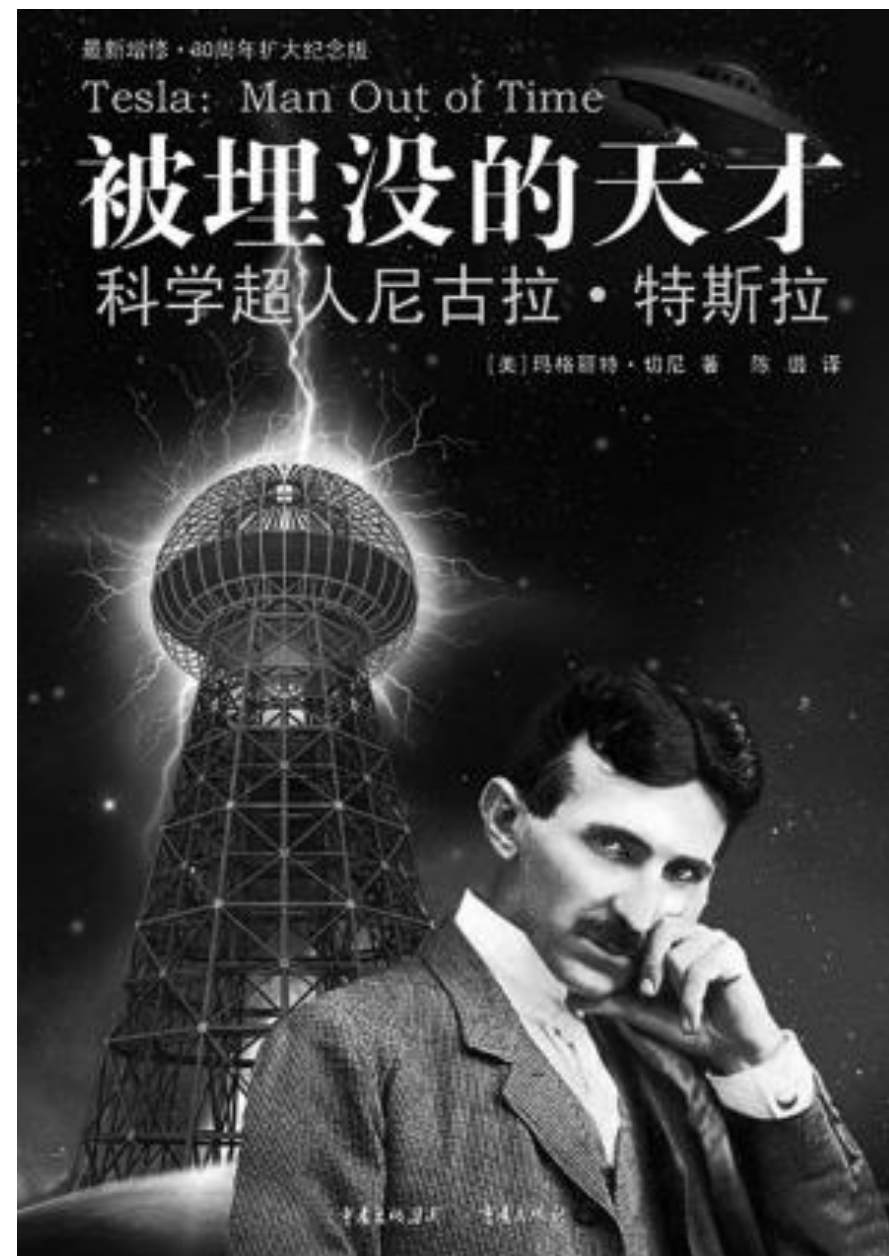
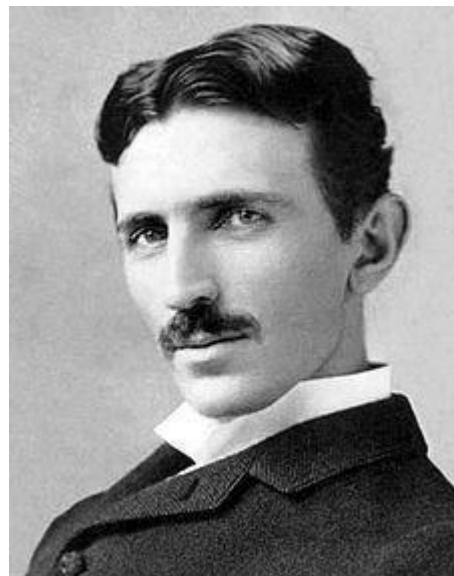
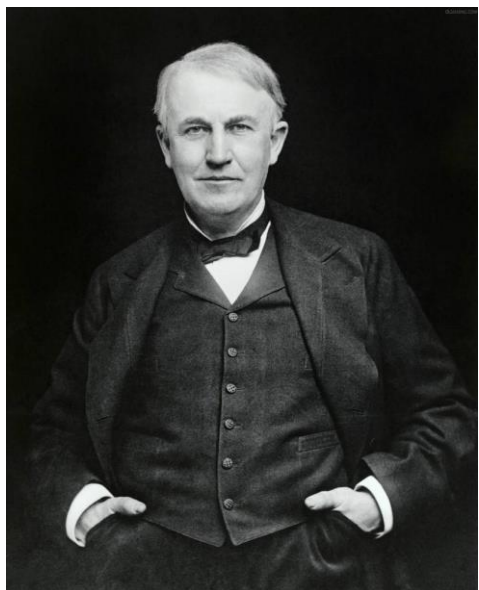
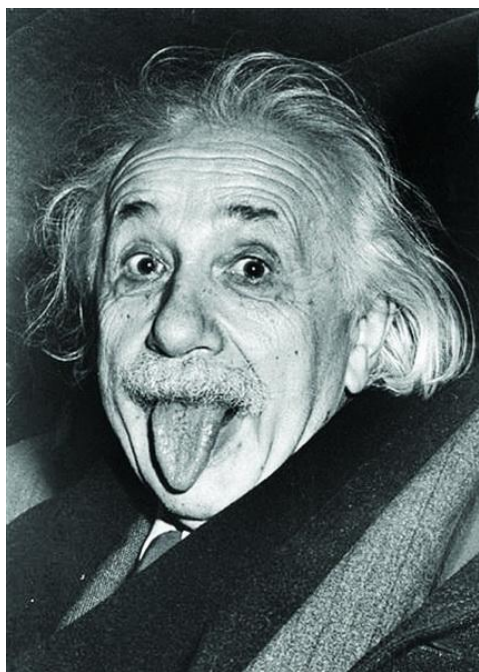
宋雪萌

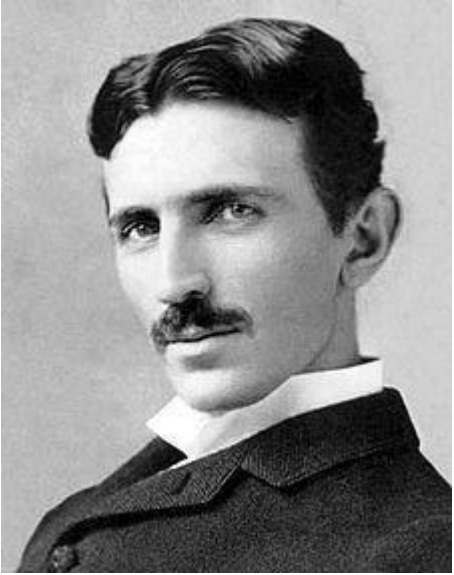
songxuемeng@sdu.edu.cn

本章目录

- 正弦交流电的**基本概念**
- 正弦量的**相量表示及复数运算**
- 正弦交流电路中的**电阻**元件
- 正弦交流电路中的**电感**元件
- 正弦交流电路中的**电容**元件
- 实际电路器件
- **R, L, C串并联电路及复阻抗**

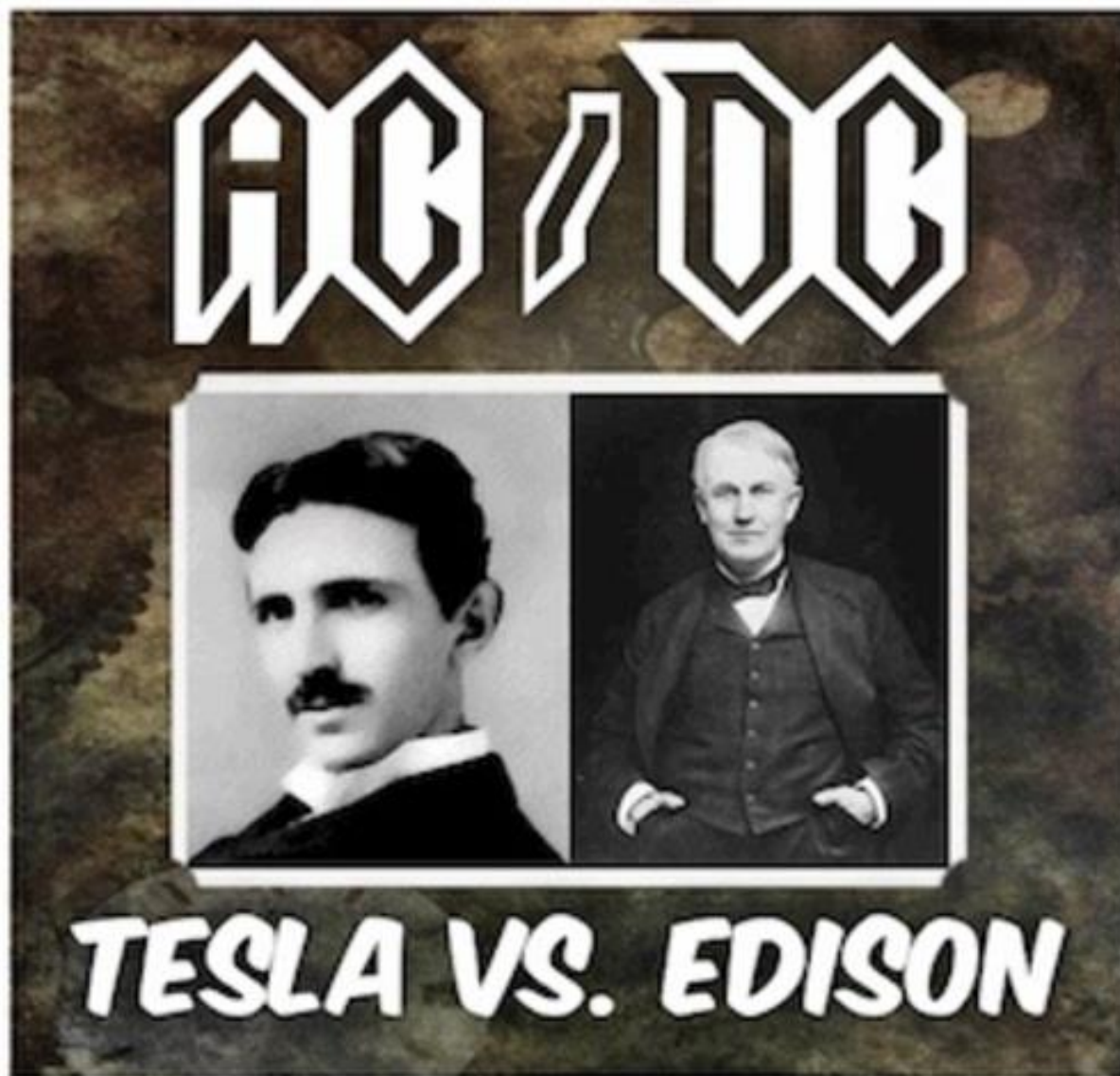




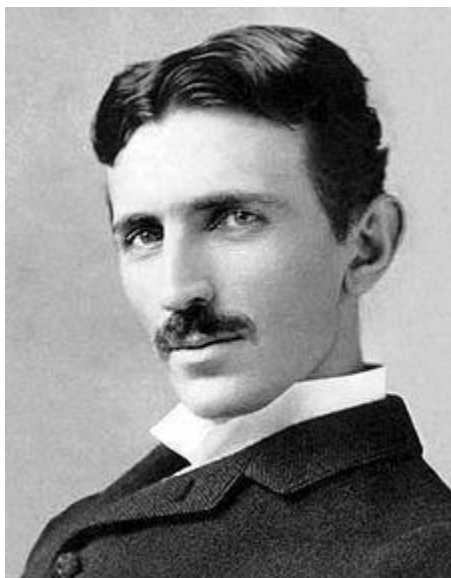


- 尼古拉·特斯拉 (**Nikola Tesla**, 1856~1943年)
- 美籍塞尔维亚人。
- 主要成就:
 - 交流电系统
 - X射线
 - 雷达
 - 人造闪电
 - 特斯拉线圈
 - ...

电流大战 ~1888年



- 交流电胜出。
- 放弃交流电专利（免费发明，造福大家）。



Nikola Tesla, 1856~1943



塞尔维亚货币



特斯拉电动车致敬

交流电路概述

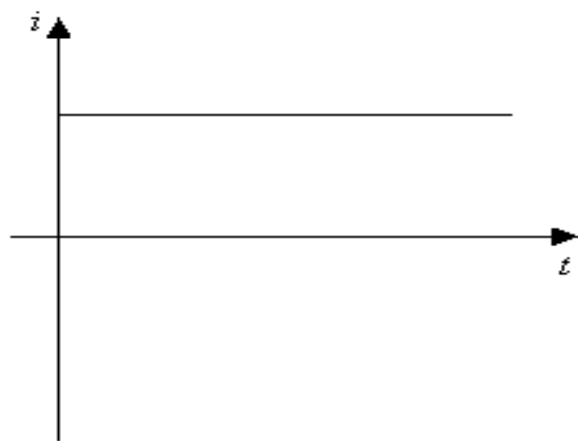
正弦交流电是随时间按照正弦函数规律变化的电压和电流。

由于交流电的大小和方向都是随时间不断变化的每一瞬间电压（电动势）和电流的数值都不相同。一般表示为 **$i(t)$, $u(t)$ 或 i, u** 。

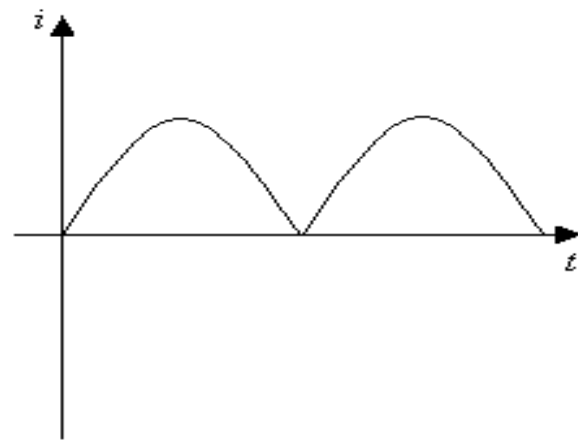
交流电与直流电的**区别**：

- 直流电的方向不随时间变化；
- 交流电的方向、大小都随时间作**周期性**变化，并且在一周期内的平均值为零。

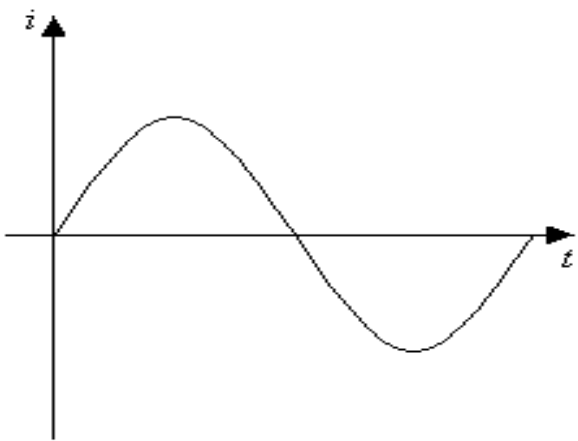
交流电路概述



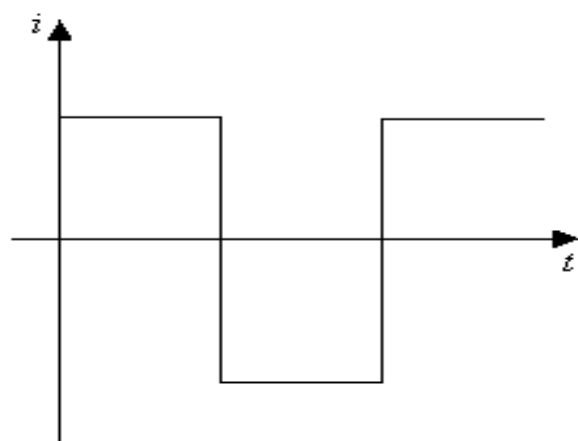
(a) 稳恒直流电



(b) 脉动直流电



(c) 正弦交流电



(d) 交流方波

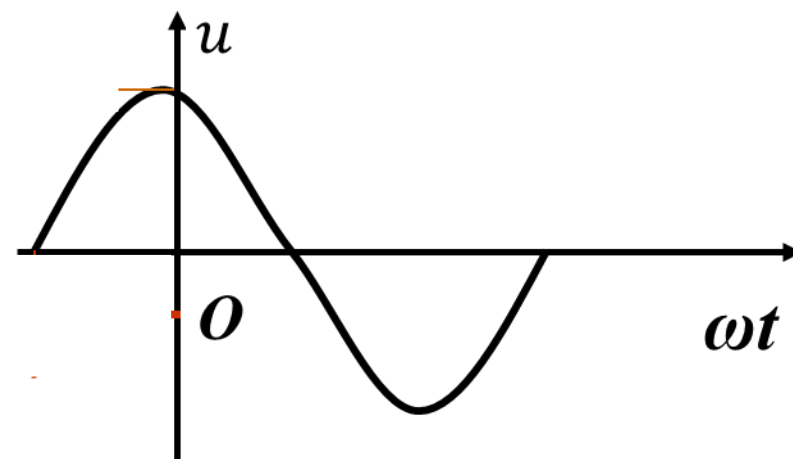
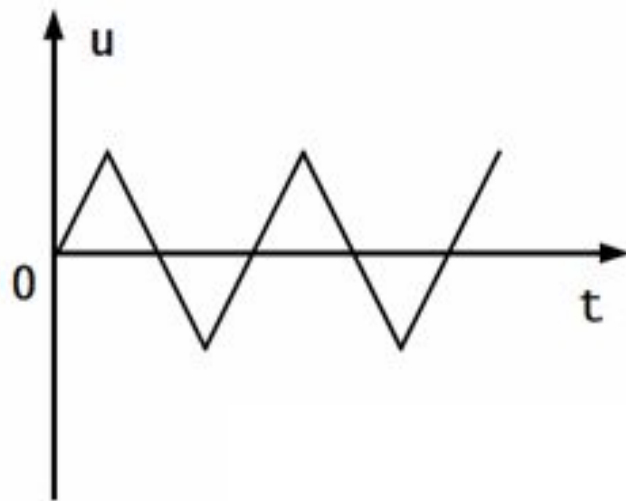
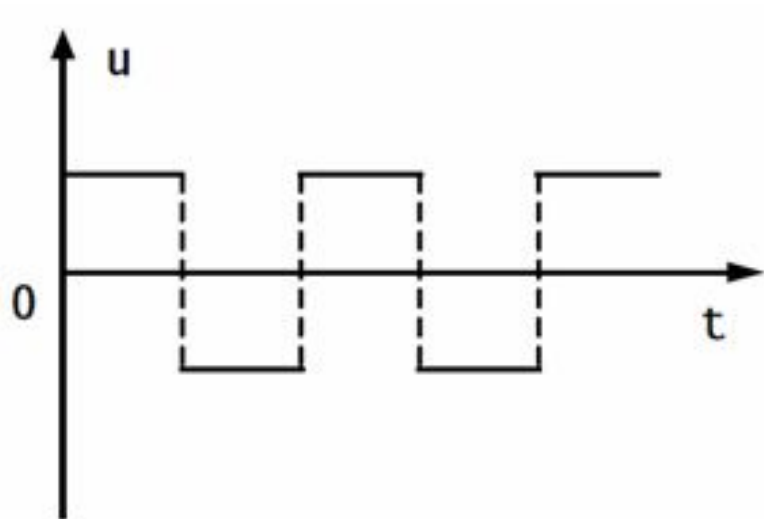
直流电和交流电的电波波形图

交流电优点

主要表现：

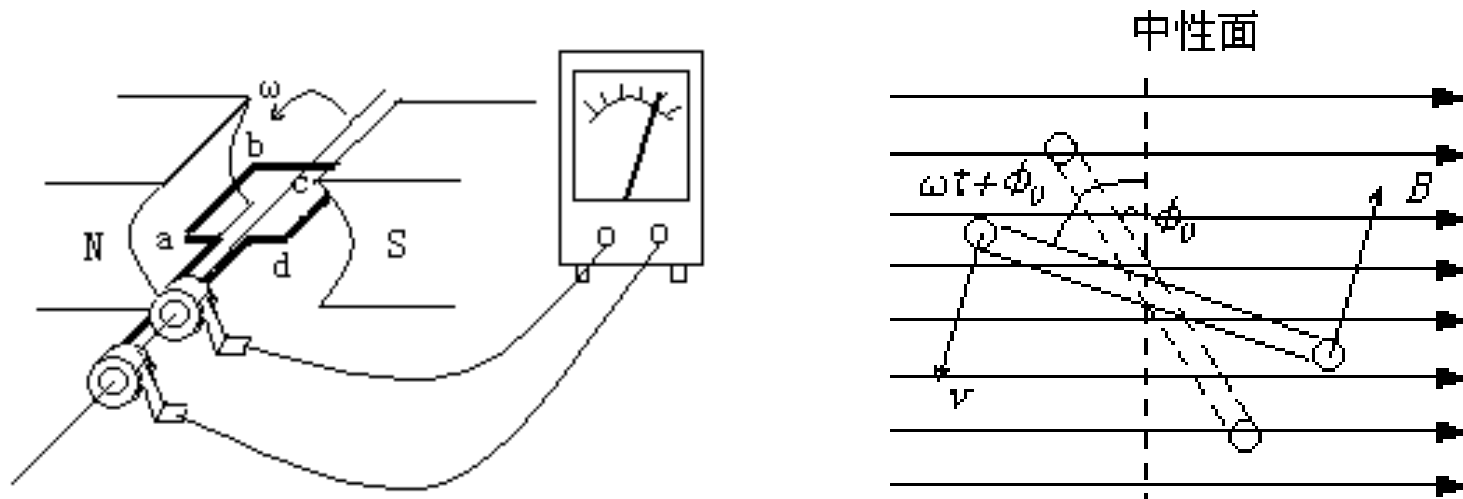
- 利用建立在电磁感应原理基础上的交流发电机可以很**经济方便**地把机械能（水能、风能）、化学能（石油）等其他形式的能**转化为电能**；
- 交流电源和交流变电站与同功率的直流电源和直流换流站相比，**造价大为低廉**；
- 交流电可以**方便**地通过变压器**升压和降压**，这给配送电能带来极大的方便。
- 可以通过**整流装置**，将交流电变直流电。

交流电形式



除正弦波形外的交流电不是导体切割磁力线产生的，而是电容充放电、开关晶体管工作时产生的。

正弦交流电产生

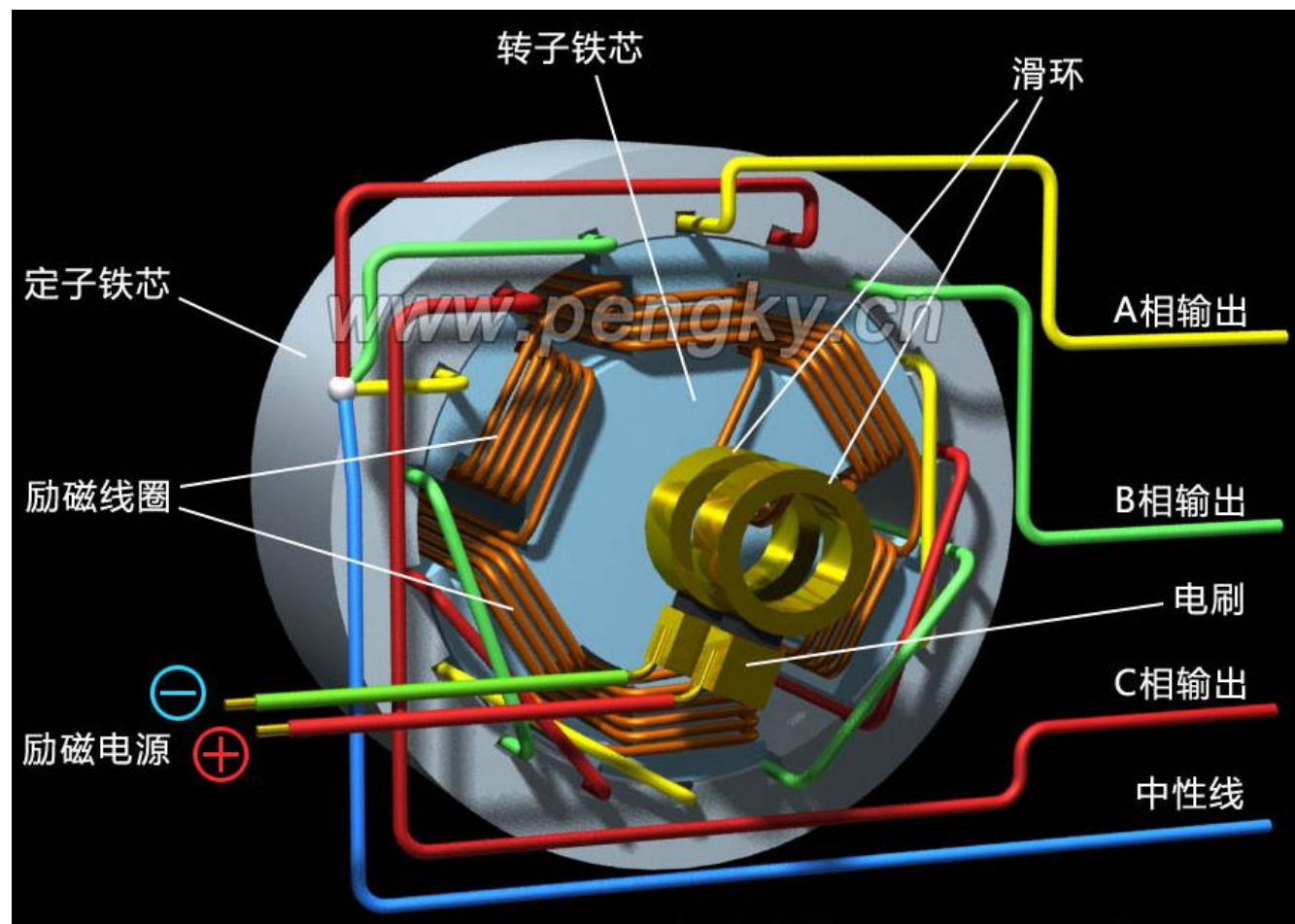


交流发电机结构与原理示意图

正弦交流电产生

交流发电机：多对磁极按一定的角度均匀分布在一个圆周上。频率由磁极对数 m 和转速 n 所决定： $f=mn/60$

- 频率提高，可使发电机、变压器的耗材减少，重量轻，成本低；但可能造成感抗增加，使损耗增加；
- 频率过低，使耗材增加，成本提高，灯光闪烁明显；
- 一般采用50或60Hz，但飞机上的交流电是400Hz（减轻设备的重量）。



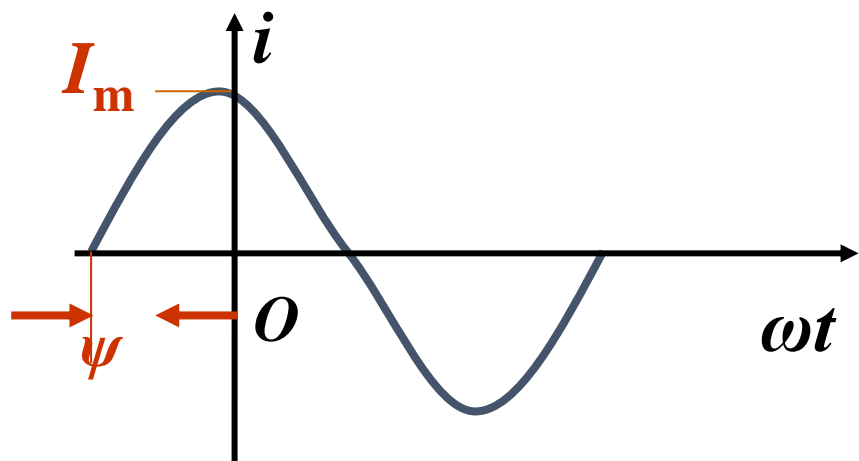
正弦交流电标准

- 全球民用交流电标准电压标准： 110V/60Hz 和220V/50Hz。
- 220V/50Hz： 中国、英国、德国、法国、意大利、澳大利亚、印度、新加坡、西班牙、希腊等约120个国家和地区。
- 110V/60Hz： 美国、加拿大、日本、我国台湾省等国家地区。
- 两者兼有： 古巴、沙特、印尼、越南等。

正弦交流电表示

工业中常见的是随时间按正弦规律变化的正弦交流电。
正弦电压和电流等物理量，常统称为**正弦量**。

频率、幅值和初相位就称为确定正弦量的**三要素**。



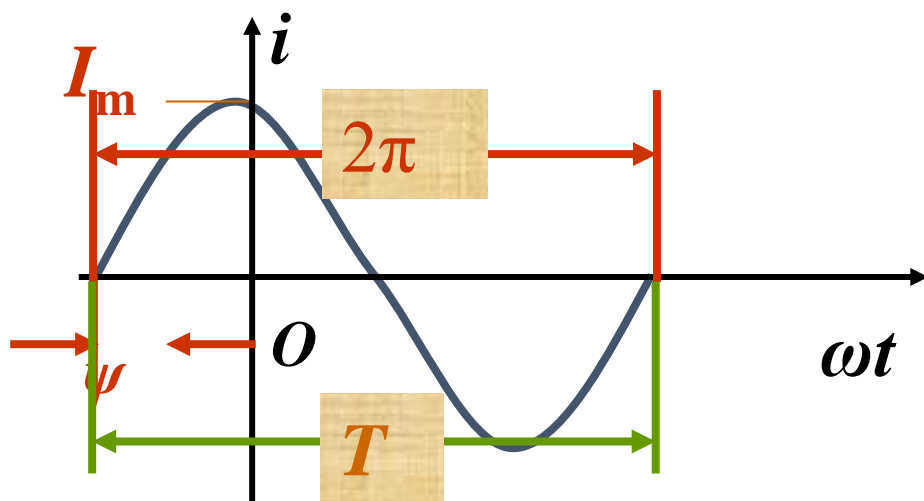
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

瞬时值 最大值 角频率 初相位

正弦交流电表示

工业中常见的是随时间按正弦规律变化的正弦交流电。
正弦电压和电流等物理量，常统称为**正弦量**。

频率、幅值和初相位就称为确定正弦量的**三要素**。 $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$



周期 T : 变化一周所需要的时间 (s)。

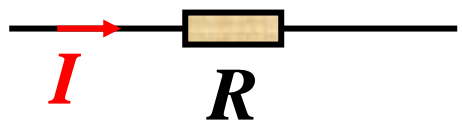
频率 f : 1sec内变化的周数 (Hz)。 $f = \frac{1}{T}$

角频率 ω : 正弦量 1s 内变化的弧度数。

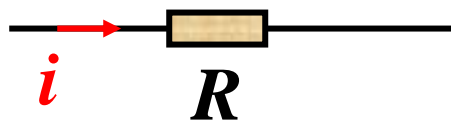
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ (rad/s)}$$

交流电瞬时值、最大值、有效值（变化大小）

一个直流电流与一个交流电流分别通过阻值相等的电阻，如果通电的时间相等，在电阻上产生的热量也相等，那么直流电的数值就叫做交流电的**有效值**。



$$W_d = RI^2T$$



$$W_a = \int_0^T Ri^2 dt$$

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

正弦电量的有效值：

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

交流电瞬时值、最大值、有效值（变化大小）

- 交流电路中需要考虑**最大值**。例如电容器，半导体二极管等器件都有一定的耐压值，所加电压超过这个值器件会损坏。
- 一般电工仪表所测量的正弦量的值就是**有效值**，如电压表测得市电电压220V，就是指电压的有效值为220V，其最大值约为310V。

注意：

- 1) 通常所说的交流电的电流、电压、电动势的值，如不作特殊说明都是指**有效值**。
- 2) 在选择电器的耐压时，必须考虑**最大值**。

交流电瞬时值、最大值、有效值（变化大小）

- 交流电路中需要考虑**最大值**。例如电容器，半导体二极管等器件都有一定的耐压值，所加电压超过这个值器件会损坏。
- 一般电工仪表所测量的正弦量的值就是**有效值**，如电压表测得市电电压220V，就是指电压的有效值为220V，其最大值约为310V。

e 、 i 、 u	→	瞬时值
E_m 、 I_m 、 U_m	→	最大值
E 、 I 、 U	→	有效值

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）

$$i = 10 \sin (314 t + 30^\circ) \text{ A} \qquad u = 311 \sin (314 t - 60^\circ) \text{ V}$$

相位： $\omega t + \varphi$ 是时间的函数，表示正弦量的变化进程，确定正弦量瞬时值的大小和方向。

初相位： $t=0$ 时的相位。

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）

$$i = 10 \sin (314 t + 30^\circ) \text{ A} \quad u = 311 \sin (314 t - 60^\circ) \text{ V}$$

相位： $\omega t + \varphi$ 是时间的函数，表示正弦量的变化进程，确定正弦量瞬时值的大小和方向。

初相位： $t=0$ 时的相位， $\psi_i = 30^\circ$ ， $\psi_u = -60^\circ$

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）

$$i = 10 \sin (314 t + 30^\circ) \text{ A} \quad u = 311 \sin (314 t - 60^\circ) \text{ V}$$

相位： $\omega t + \varphi$ 是时间的函数，表示正弦量的变化进程，确定正弦量瞬时值的大小和方向。

初相位： $t=0$ 时的相位， $\psi_i = 30^\circ$ ， $\psi_u = -60^\circ$

相位差：两个正弦量的相位之差，同频率的正弦电量的相位差等于其初相位之差，通常以 φ 表示。

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -60^\circ - 30^\circ = -90^\circ \quad (\text{一般取 } -180^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ)$$

注意：在线性电路中（线性电路是指构成电路的电阻、电感和电容等元器件的参数都不随电流或电压而变化），正弦交流电源（称为激励）在电路各部分所产生的电流和电压（称为响应）都是与电源同频率的正弦量。

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）

设正弦信号 $f_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$, $f_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$

则两信号的相位差为 $\varphi_{12} = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$

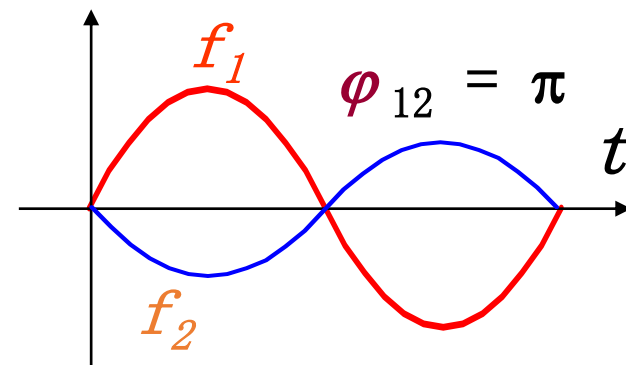
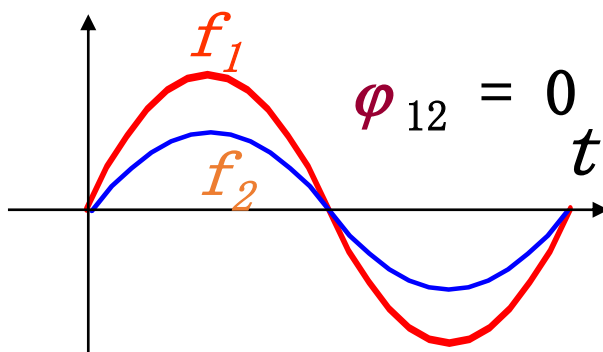
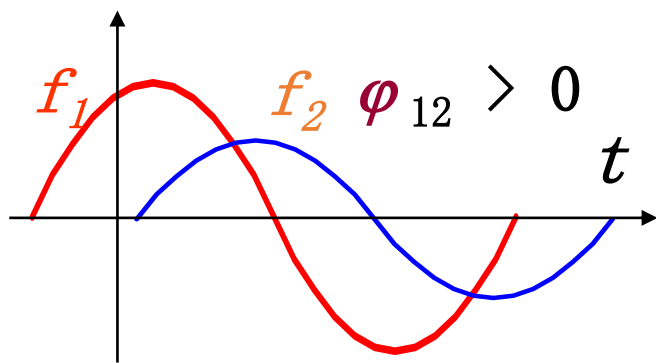
相位关系:

$\varphi_{12} > 0$ $\varphi_1 > \varphi_2$ 称 f_1 超前 f_2

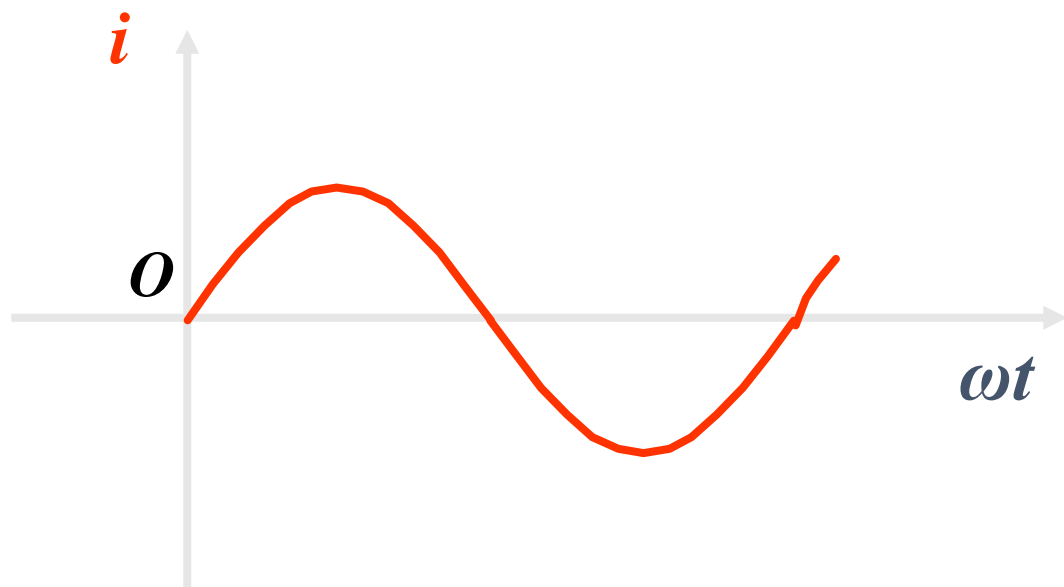
$\varphi_{12} < 0$ $\varphi_1 < \varphi_2$ 称 f_2 超前 f_1

$\varphi_{12} = 0$ $\varphi_1 = \varphi_2$ 称 f_1 与 f_2 同相

$\varphi_{12} = \pi$ 称 f_1 与 f_2 反相



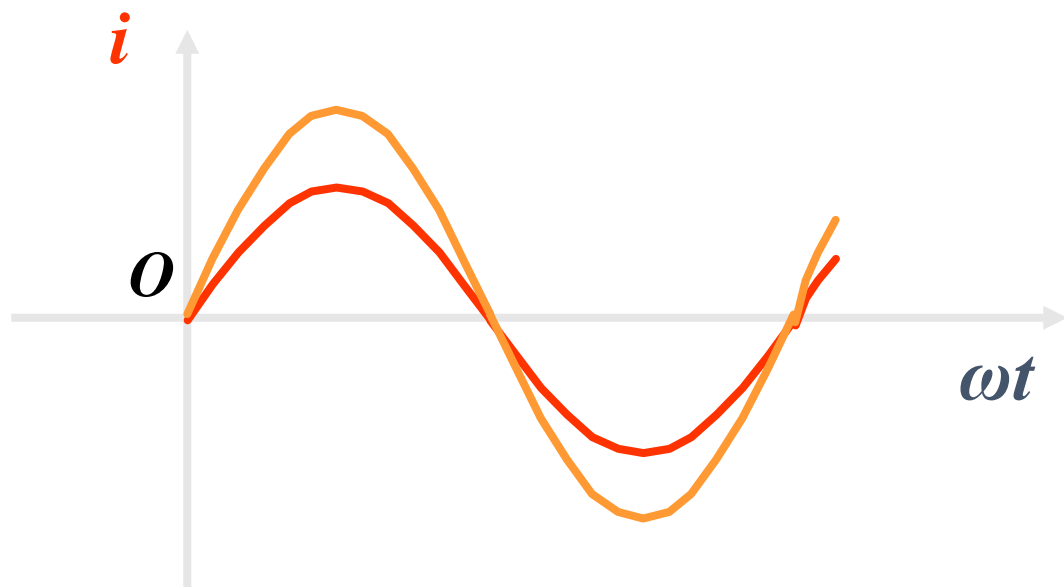
交流电相位、初相位、相位差（变化进程）



设两个正弦信号分别为电压 u 和电流 i 。

（通常是同一元件（网络）两端的电压和流过它的电流。）

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）

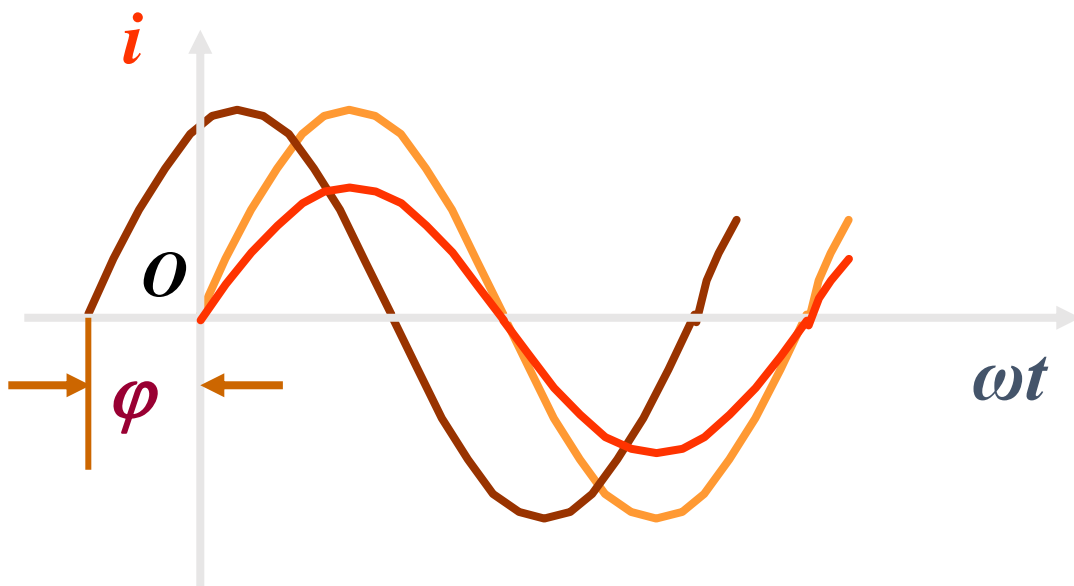


设两个正弦信号分别为电压 u 和电流 i 。

（通常是同一元件（网络）两端的电压和流过它的电流。）

- $\varphi = 0^\circ$: u 与 i 同相位。

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）

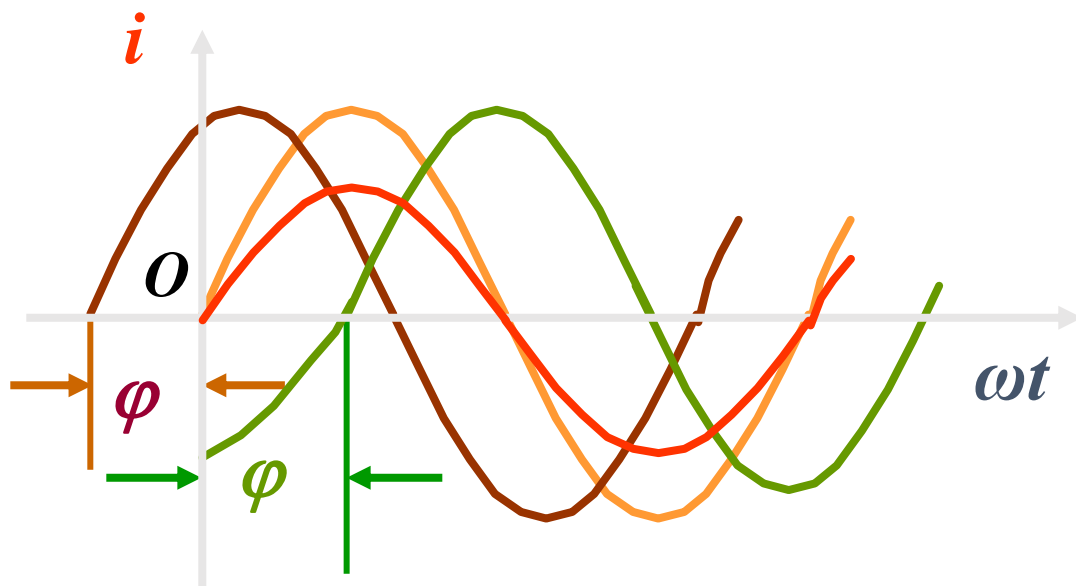


设两个正弦信号分别为电压 u 和电流 i 。

（通常是同一元件（网络）两端的电压和流过它的电流。）

- $\varphi = 0^\circ$: u 与 i 同相位;
- $0^\circ < \varphi < 180^\circ$: u 超前于 i ;

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）

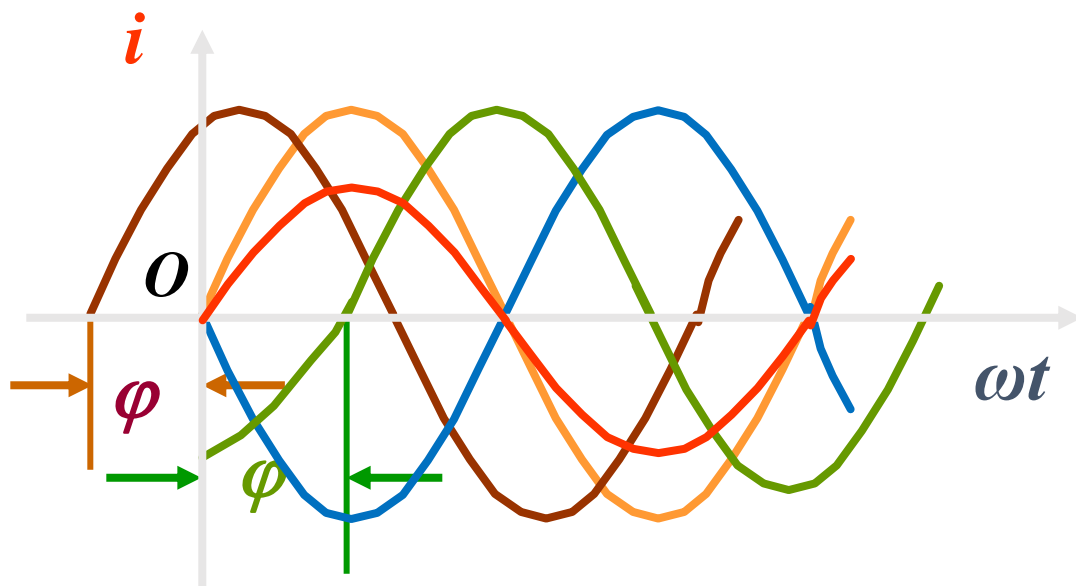


设两个正弦信号分别为电压 u 和电流 i 。

（通常是同一元件（网络）两端的电压和流过它的电流。）

- $\varphi = 0^\circ$: u 与 i 同相位;
- $0^\circ < \varphi < 180^\circ$: u 超前于 i ;
- $-180^\circ < \varphi < 0^\circ$: u 滞后于 i ;

交流电相位、初相位、相位差（变化进程）



设两个正弦信号分别为电压 u 和电流 i 。

（通常是同一元件（网络）两端的电压和流过它的电流。）

- $\varphi = 0^\circ$: u 与 i 同相位;
- $0^\circ < \varphi < 180^\circ$: u 超前于 i ;
- $-180^\circ < \varphi < 0^\circ$: u 滞后于 i ;
- $\varphi = \pm 180^\circ$: u 与 i 反相（相位相反）。

例 已知某正弦电压在 $t = 0$ 时为 $110\sqrt{2}$ V，初相角为 30° ，求其有效值。

例 已知某正弦电压在 $t = 0$ 时为 $110\sqrt{2}$ V，初相角为 30° ，求其有效值。

解：此正弦电压表达式为 $u = U_m \sin(\omega t + 30^\circ)$

则 $u(0) = U_m \sin 30^\circ$

$$U_m = \frac{u(0)}{\sin 30^\circ} = \frac{110\sqrt{2}}{0.5} \text{ V} = 220\sqrt{2} \text{ V}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{ V} = 220 \text{ V}$$

例 用交流电压表测得某工频电源变压器的输出电压为**50**伏，此变压器输出电压的最大值是多少？按初相位为**0**写出其瞬时值表达式。工频电源是正弦交流电，角频率 $\omega = 314$ 弧度/秒

例 用交流电压表测得某工频电源变压器的输出电压为**50**伏，此变压器输出电压的最大值是多少？按初相位为**0**写出其瞬时值表达式。工频电源是正弦交流电，角频率 $\omega = 314$ 弧度/秒

解： 已知 输出电压的有效值 $U = 50$ 伏

所以 输出电压的最大值 $U_m = 50\sqrt{2}$ 伏

输出电压的瞬时值：

$$u = U_m \sin(\omega t) = 70.7 \sin(314t) \text{ 伏}$$

相关数学知识：复数及复数运算

1. 复数及其表达形式

1) 代数形式

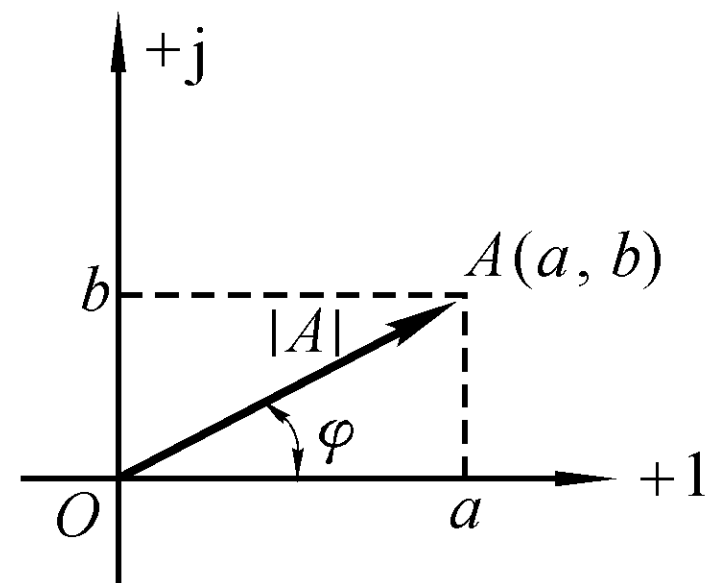
一个复数A是由实部和虚部组成

$$A = a + jb$$

式中 $j = \sqrt{-1}$ 称为虚数单位。

一个复数A在复平面上的表示如图所示。
可以用下式表示

$$\operatorname{Re}[A] = a, \quad \operatorname{Im}[A] = b$$



复平面上的复数表示

相关数学知识：复数及复数运算

1. 复数及其表达形式

1) 代数形式

一个复数A是由实部和虚部组成

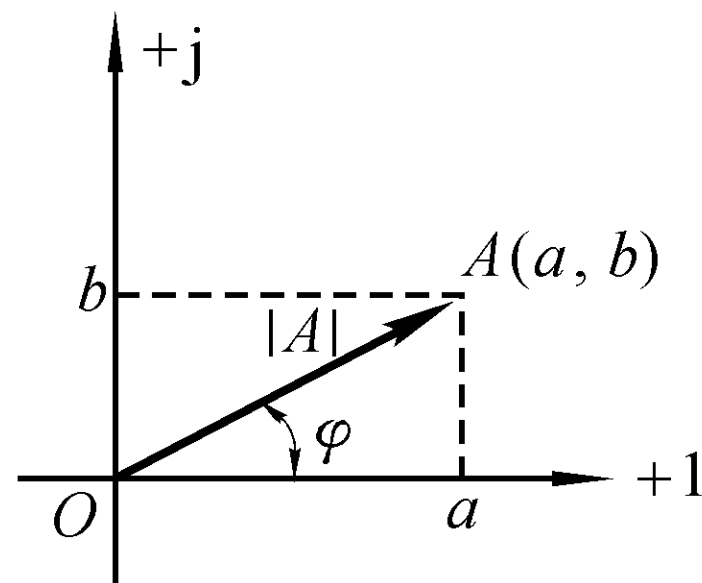
$$A = a + jb$$

复数A的模是 $|A| = \sqrt{a^2 + b^2}$

复数A与实轴的夹角(幅角) $\varphi = \tan^{-1} \frac{b}{a}$

依三角函数可以得到投影a、b和模的关系如下

$$\begin{cases} a = |A| \cos \varphi \\ b = |A| \sin \varphi \end{cases}$$



复平面上的复数表示

相关数学知识：复数及复数运算

1. 复数及其表达形式

2) 三角函数形式

复数三角函数形式为

$$A = |A| \cos \varphi + j |A| \sin \varphi = |A| (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

3) 指数形式

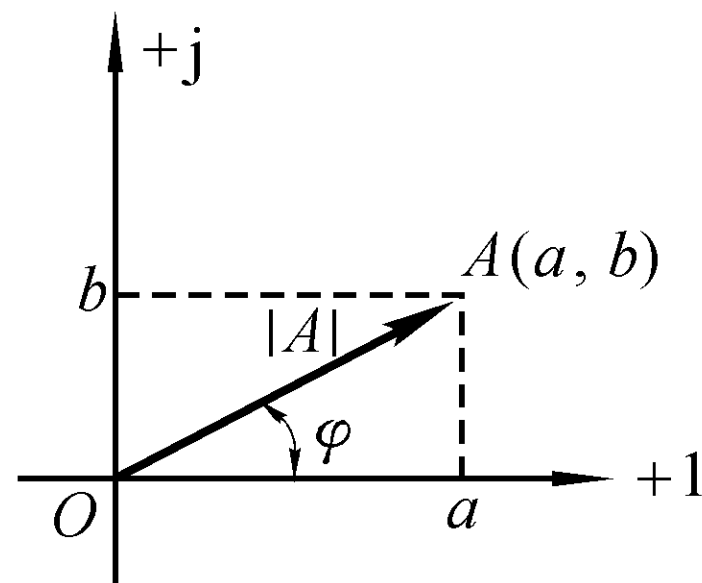
复数的指数形式为

$$A = |A| e^{j\varphi}$$

4) 极坐标形式

复数的极坐标形式为

$$A = |A| \angle \varphi$$



复平面上的复数表示

相关数学知识：复数及复数运算

例 写出下列复数的直角坐标形式。

(1) $5\angle 48^\circ$

(2) $1\angle 90^\circ$

(3) $5.5\angle -90^\circ$

相关数学知识：复数及复数运算

例 写出下列复数的直角坐标形式。

$$(1) 5\angle 48^\circ$$

$$(2) 1\angle 90^\circ$$

$$(3) 5.5\angle -90^\circ$$

解：(1) $5\angle 48^\circ = 5\cos 48^\circ + j5\sin 48^\circ = 3.35 + j3.72$

$$(2) 1\angle 90^\circ = \cos 90^\circ + j\sin 90^\circ = j$$

$$(3) 5.5\angle -90^\circ = 5.5\cos(-90^\circ) + j5.5\sin(-90^\circ) \\ = -j5.5$$

相关数学知识：复数及复数运算

2. 复数运算

设有两个复数

$$A = a_1 + ja_2 = a \angle \varphi_a = ae^{j\varphi_a}$$

$$B = b_1 + jb_2 = b \angle \varphi_b = be^{j\varphi_b}$$

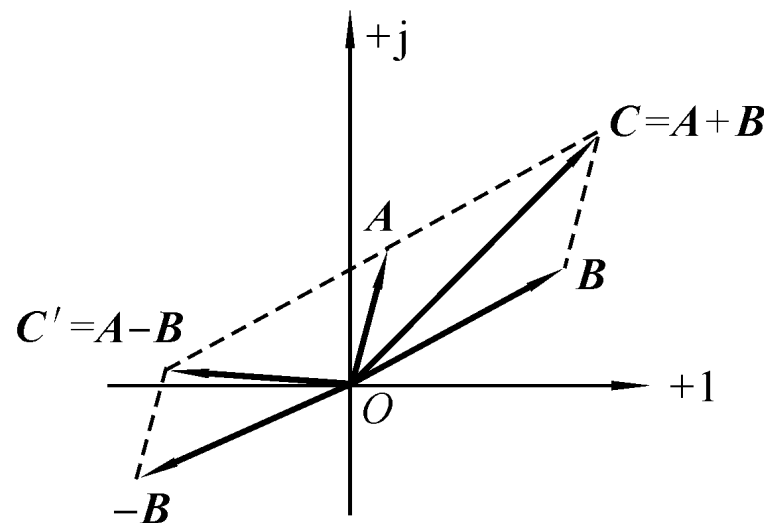
1) 加、减法运算

$$C = A + B = (a_1 + b_1) + j(a_2 + b_2)$$

$$C' = A - B = (a_1 - b_1) + j(a_2 - b_2)$$

复数与复平面上的有向线段（**矢量**）

相对应，复数的加减与表示复数的有向线段的加减相互对应。



相关数学知识：复数及复数运算

2. 复数运算

设有两个复数

$$A = a_1 + ja_2 = a \angle \varphi_a = ae^{j\varphi_a}$$

$$B = b_1 + jb_2 = b \angle \varphi_b = be^{j\varphi_b}$$

2) 乘、除法运算

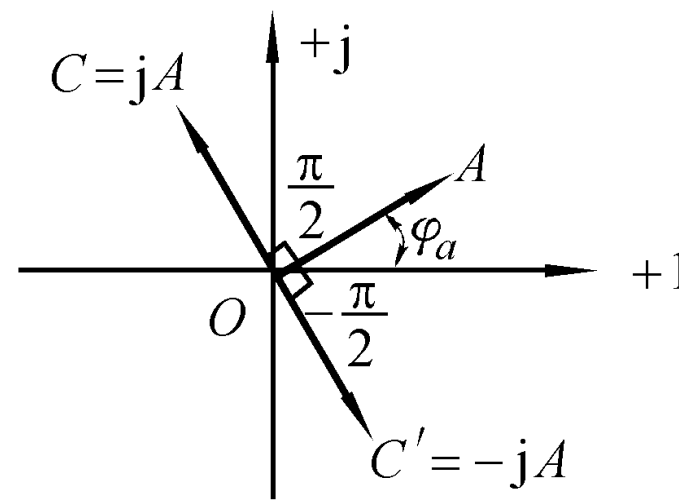
$$C = A \cdot B = ab \angle \varphi_a + \varphi_b = abe^{j(\varphi_a + \varphi_b)}$$

$$C' = \frac{A}{B} = \frac{ae^{j\varphi_a}}{be^{j\varphi_b}} = \frac{a}{b} \angle \varphi_a - \varphi_b$$

3) 旋转因子

根据欧拉公式有

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = j$$



相关数学知识：复数及复数运算

注意：

相量的加减只能用代数形式运算；

相量的乘除可以用代数形式或极坐标形式。

因此，经常需要进行代数形式与极坐标形式的转换。

例. 如图所示: 已知复数 $A=10\angle 45^\circ$,求它的代数形式;

已知复数 $B=8-j6$,求它的极坐标形式, 并在复平面上画出复数 $A+B$ 。

例. 如图所示: 已知复数 $A=10\angle 45^\circ$,求它的代数形式;

已知复数 $B=8-j6$,求它的极坐标形式, 并在复平面上画出复数 $A+B$ 。

解: 1)求A的代数形式。

复数A的实部 $a = 10 \times \cos 45^\circ = 5\sqrt{2}$

复数A的虚部 $b = 10 \times \sin 45^\circ = 5\sqrt{2}$

复数A的代数形式 $A = 5\sqrt{2} + j5\sqrt{2}$

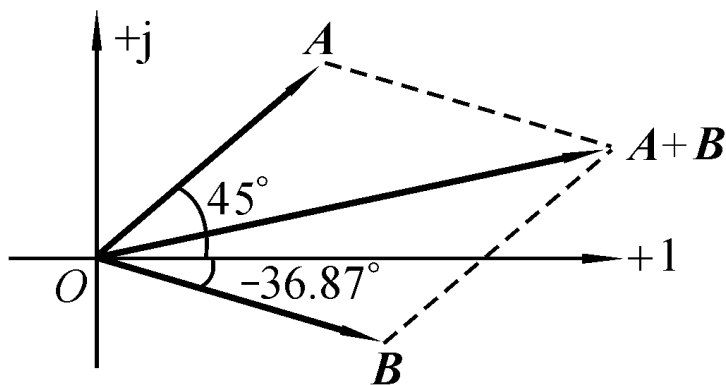
2)求B的极坐标形式。

复数B的模 $|B| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

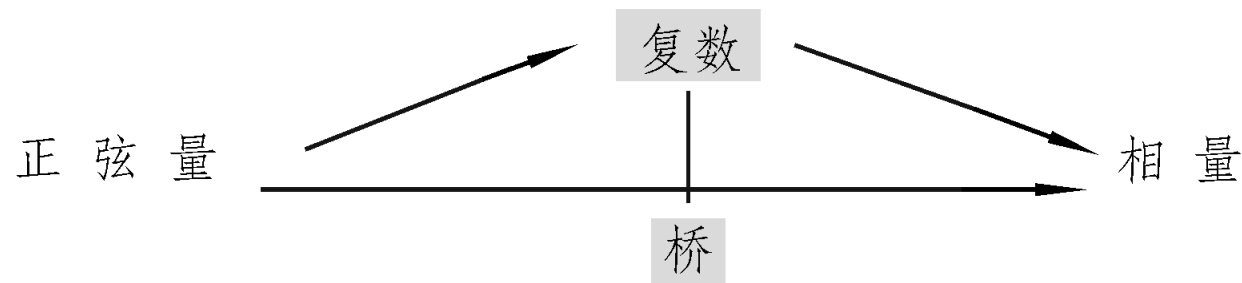
复数B的幅角 $\varphi = \tan^{-1}\left(-\frac{6}{8}\right) = -36.87^\circ$

复数B极坐标形式 $B = 10\angle -36.87^\circ$

$A+B$ 如图所示。



正弦量的相量表示



1. 分析示意图

设有一正弦量 $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ ，从该正弦量出发，最终推导出与它对应的相量，中间要用到复数作为过渡的桥梁。

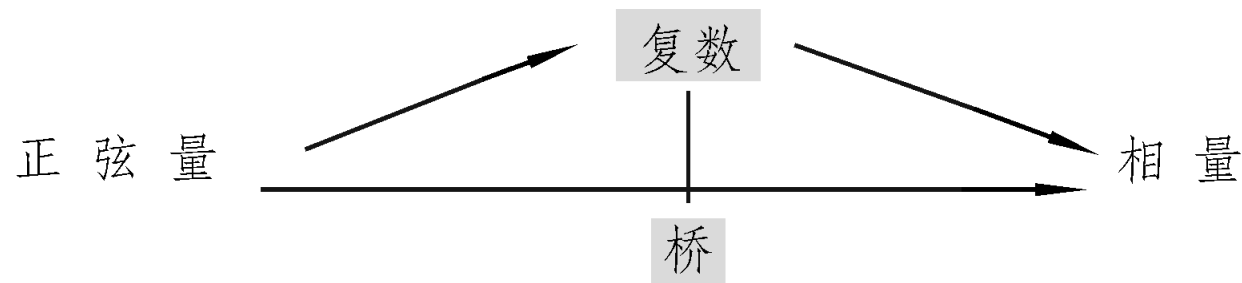
1) 用复数表示相量的数学变换式

——对应

$$\sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \quad \longleftrightarrow \quad \sqrt{2}I e^{j(\omega t + \varphi_i)} = C$$

正弦量 **数学变换** **复数**

正弦量的相量表示

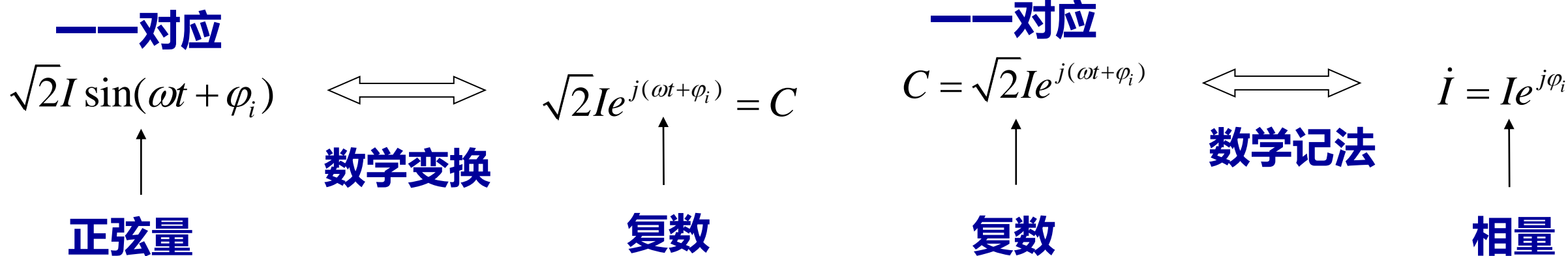


1. 分析示意图

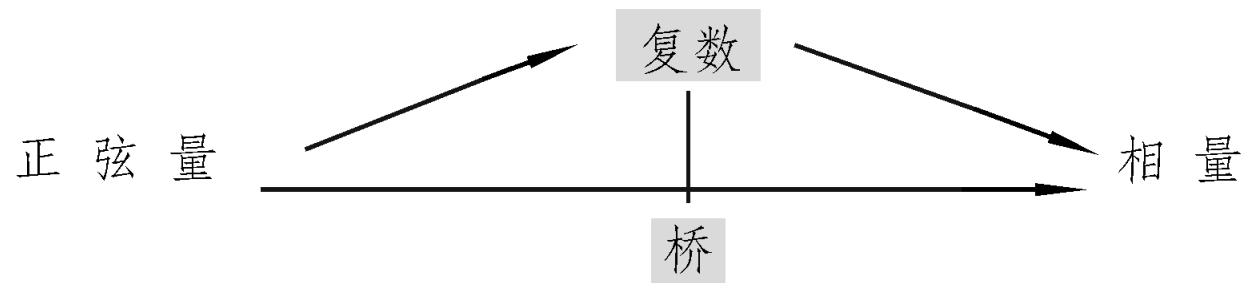
设有一正弦量 $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ ，从该正弦量出发，最终推导出与它对应的相量，中间要用到复数作为过渡的桥梁。

1) 用复数表示相量的数学变换式

2) 由复数→相量。



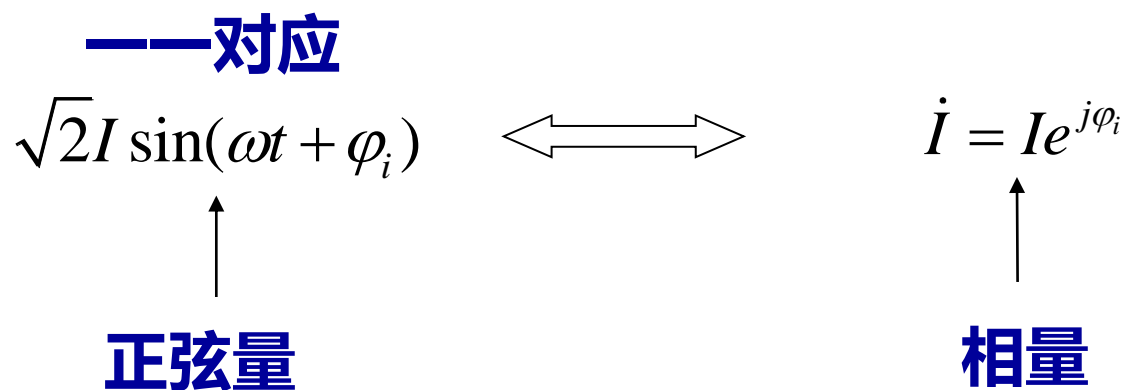
正弦量的相量表示



1. 分析示意图

设有一正弦量 $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ ，从该正弦量出发，最终推导出与它对应的相量，中间要用到复数作为过渡的桥梁。

3) 由正弦量→相量



正弦量的相量表示

例：写出下列已知正弦量 $i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$ 所对应的相量形式；写出下列已知电压相量 $\dot{U} = 60 \angle 60^\circ$ 所相应的正弦量。

正弦量的相量表示

例：写出下列已知正弦量 $i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$ 所对应的相量形式；写出下列已知电压相量 $\dot{U} = 60 \angle 60^\circ$ 所相应的正弦量。

正弦量对应的相量是 $i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \rightarrow \dot{I} = 10 \angle 30^\circ$

相量 \dot{U} 对应的正弦量是 $\dot{U} = 60 \angle 60^\circ \rightarrow u = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ)$

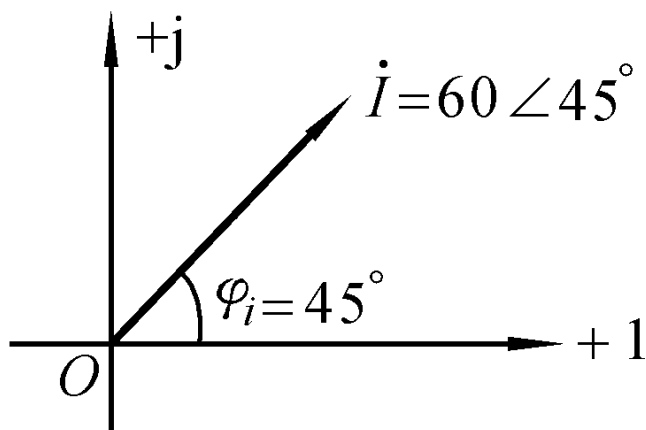
正弦量的相量表示

2. 相量图及旋转相量

因为相量是一种特殊的复数，相量和复数一样，可在复平面上用矢量表示，这种相量在复平面上的几何表示图称为**相量图**。

按照正弦量的**大小和相位**关系用**初始位置**的有向线段画出的若干个相量的图形。

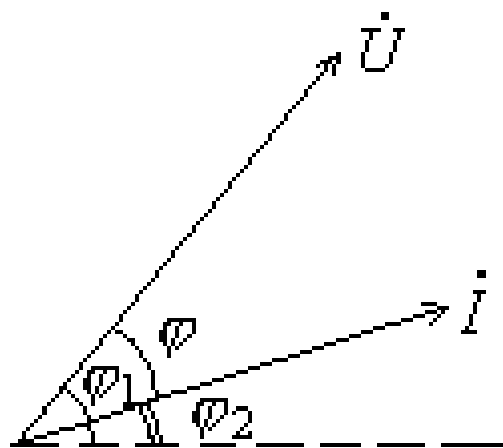
如正弦电流 $i = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ A}$ ，它对应的电流相量是 $\dot{I} = 60 \angle 45^\circ \text{ A}$ ，其相量图如图所示。



正弦量的相量表示

2. 相量图及旋转相量

- 同频率的正弦量所代表的相量可以画在同一复平面上。
- 按照平行四边形法则进行向量相加，从而完成正弦量的加减。



电压和电流的相量图

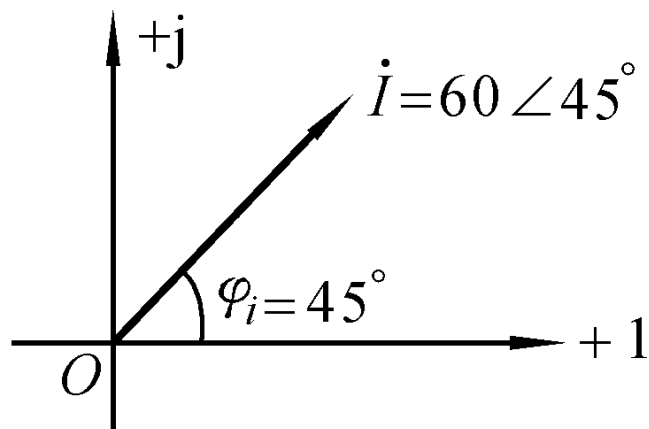
直观

表示各正弦量之间的相位关系。

正弦量的相量表示

2. 相量图及旋转相量

如正弦电流 $i = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ A, 它对应的电流相量是 $\dot{I} = 60 \angle 45^\circ$ A, 其相量图如图所示。

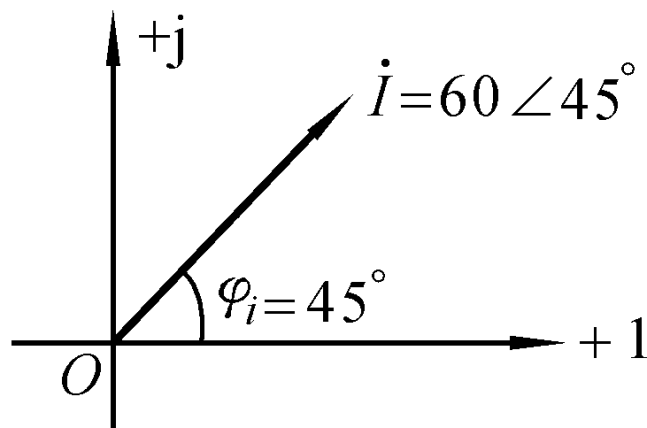


正弦量的相量表示

2. 相量图及旋转相量

如正弦电流 $i = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ A, 它对应的电流相量是 $\dot{I} = 60 \angle 45^\circ$ A, 其相量图如图所示。

进一步将复数 $C = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \varphi_i)}$ 写成 $C = \sqrt{2}I \cdot e^{j\varphi_i} \cdot e^{j\omega t} = \sqrt{2}\dot{I}e^{j\omega t} = A \cdot B$

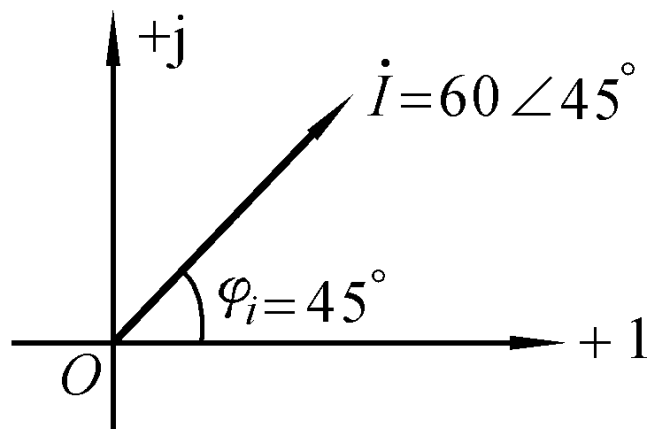


正弦量的相量表示

2. 相量图及旋转相量

如正弦电流 $i = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ A, 它对应的电流相量是 $\dot{I} = 60 \angle 45^\circ$ A, 其相量图如图所示。

进一步将复数 $C = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \varphi_i)}$ 写成 $C = \sqrt{2}I \cdot e^{j\varphi_i} \cdot e^{j\omega t} = \sqrt{2}\dot{I}e^{j\omega t} = A \cdot B$



其中 $A = \sqrt{2}\dot{I}$ (相量) ,

$B = e^{j\omega t}$ (旋转因子)

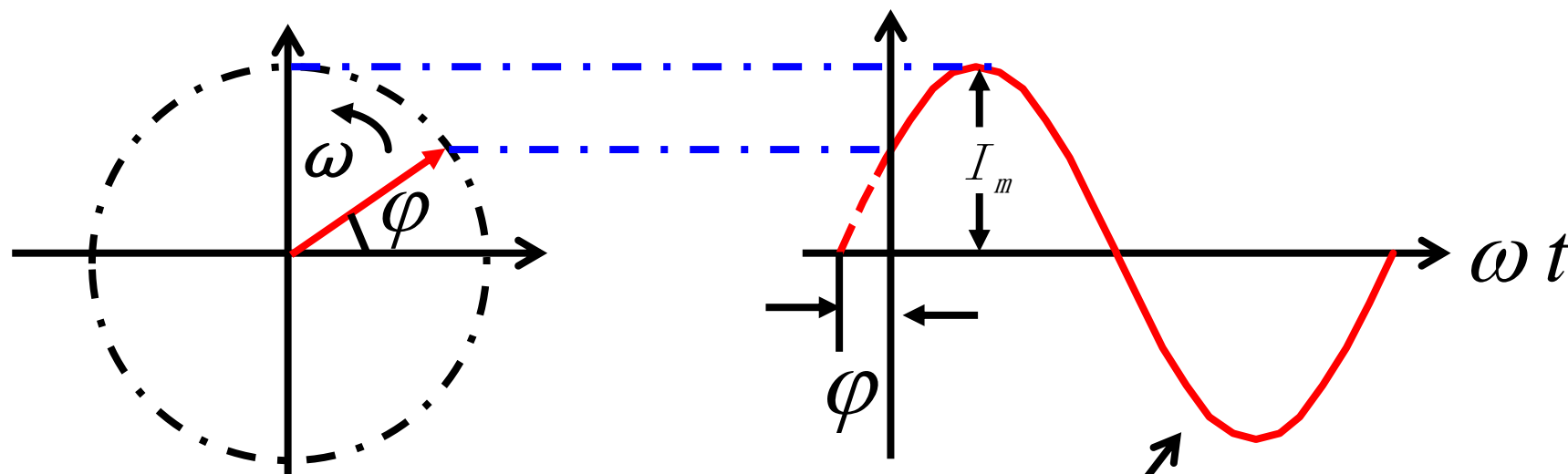
不改变A的模, 但使A的幅角成为时间的线性函数, 即可使向量A围绕原点旋转。

正弦量的相量表示

复数C称为**旋转相量**。这一旋转相量在虚轴上的投影是一个正弦量，即

$$i = I_m [C] = I_m [\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}]$$

几何意义



矢量长度: I_m

矢量与横轴夹角 = 初相位 φ

矢量以角速度 ω 按逆时针方向旋转

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

正弦量的相量表示

3. 相量的运算

(1) 加减法运算

例如，正弦电压 $u_1 = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ 和 $u_2 = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$,
求它们的和电压 $u = u_1 + u_2$

正弦量的相量表示

3. 相量的运算

(1) 加减法运算

例如, 正弦电压 $u_1 = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ 和 $u_2 = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$,
求它们的和电压 $u = u_1 + u_2$

将正弦电压 u_1 、 u_2 用对应的复数的虚部来表示, 得

$$u_1 = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \varphi_1) = I_m \left[\sqrt{2}\dot{U}_1 e^{j\omega t} \right] \quad u_2 = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = I_m \left[\sqrt{2}\dot{U}_2 e^{j\omega t} \right]$$

那么
$$u = u_1 + u_2 = I_m \left[\sqrt{2}(\dot{U}_1 + \dot{U}_2) e^{j\omega t} \right]$$

令
$$u = I_m \left[\sqrt{2}\dot{U} e^{j\omega t} \right] \quad I_m \left[\sqrt{2}\dot{U} e^{j\omega t} \right] = I_m \left[\sqrt{2}(\dot{U}_1 + \dot{U}_2) e^{j\omega t} \right]$$

上式对任何时间都成立, 则有
$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

正弦量的相量表示

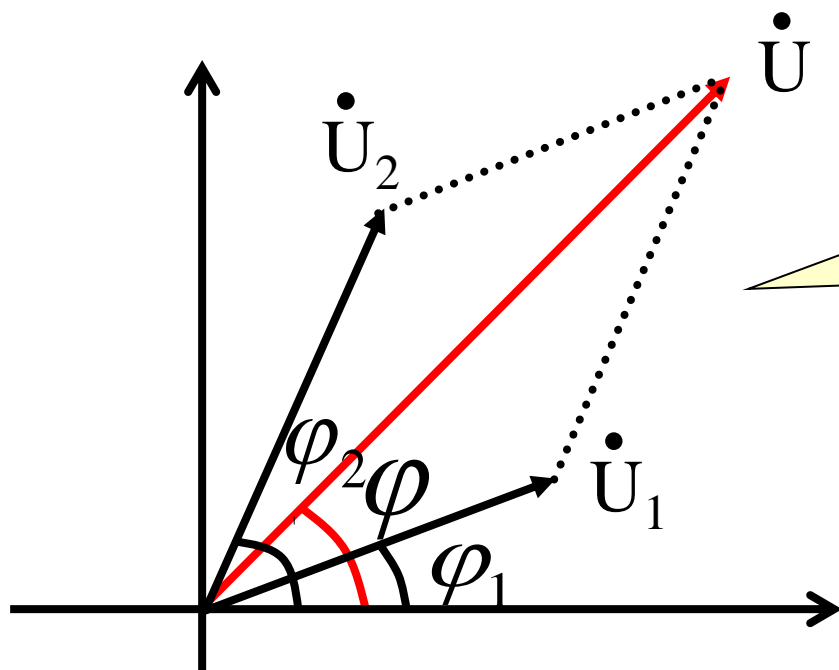
3. 相量的运算

(1) 加减法运算

平行四边形法则

$$u_1 = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad u_2 = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$u = u_1 + u_2 = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi)$$

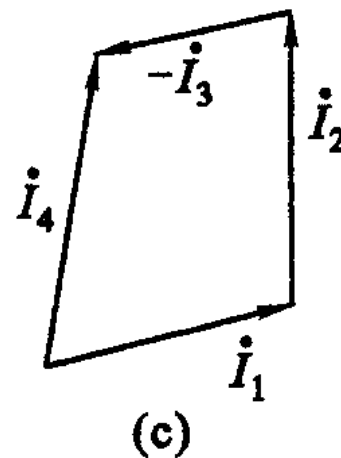
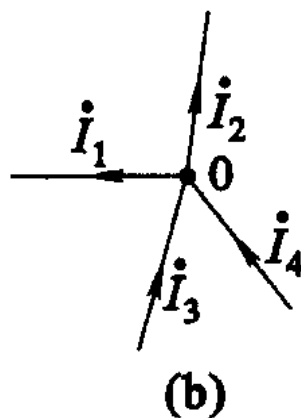
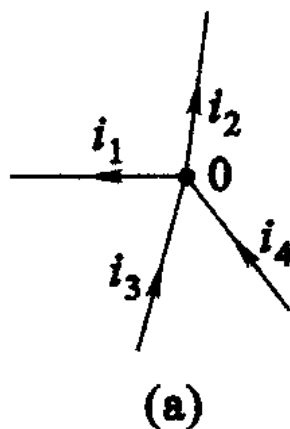


同频率正弦波的
相量画在一起，
构成相量图。

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

基尔霍夫电流定律的相量形式

KCL: 正弦交流电路中, 连接在电路任一节点的各支路电流的相量的代数和为零, 即 $\sum \dot{I} = 0$ 流出电流的相量取正号, 反之取负号。



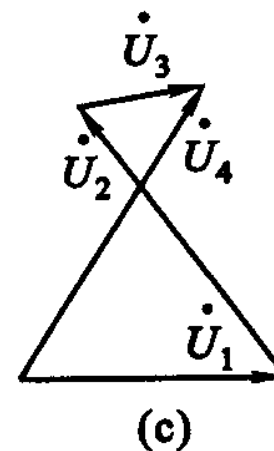
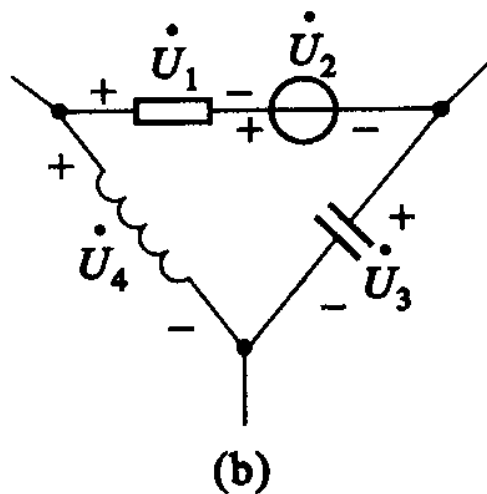
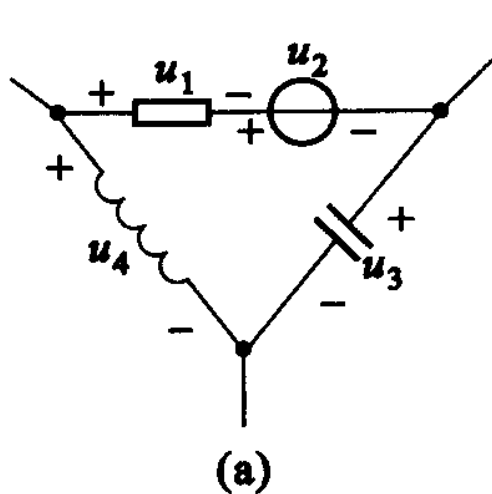
闭合多边形

KCL的相量形式

如右图, 节点0的KCL相量表达式为 $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0$

基尔霍夫电压定律的相量形式

KVL: 正弦交流电路中, 任一回路的各支路电压相量代数和为零, 即 $\sum \dot{U} = 0$



KVL的相量形式

回路的电压方程为: $u_1 + u_2 + u_3 - u_4 = 0$

其KVL相量表达式为: $\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 - \dot{U}_4 = 0$

正弦量的相量表示

3. 相量的运算

(2) 微分、积分运算

有一正弦电压 $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u)$

对u求导之后得 $\frac{du}{dt} = \sqrt{2}U\omega \cos(\omega t + \varphi_u) = \sqrt{2}U\omega \sin(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$

$\frac{du}{dt}$ 对应的相量为 $U\omega e^{j(\varphi_u + \frac{\pi}{2})} = U\omega e^{j\varphi_u} e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega \dot{U}$

例如：由电容元件的伏安特性可知 $i_c = C \frac{du_c}{dt}$

$\frac{du_c}{dt}$ 的相量是 u_c 的相量 \dot{U}_c 乘以 $j\omega$ 。故有

$$\dot{I}_c = j\omega C \dot{U}_c$$

正弦量的相量表示

3. 相量的运算

(2) 微分、积分运算

有一正弦电压 $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u)$

对u积分之后得 $\int u_c dt = -\frac{1}{\omega} \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u) = \frac{1}{\omega} \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2})$

$\int u_c dt$ 对应的相量为 $\frac{1}{\omega} U e^{j(\varphi_u - \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{\omega} U e^{j\varphi_u} e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \frac{1}{\omega} \dot{U} = \frac{\dot{U}}{j\omega}$

例如：由电容元件的伏安特性可知 $u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt$

故有 $\dot{U}_c = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_c$

电路分析的相量法

- **同频率**的正弦量可用相量表示，对正弦量瞬时值成立的定理公式等，对相量同样成立，如基尔霍夫定律，叠加原理，戴维南定理等。
- 用相量表示正弦量，用复数运算完成相量的计算，就是电路分析的相量法。

电路分析的相量法

- **同频率**的正弦量可用相量表示，对正弦量瞬时值成立的定理公式等，对相量同样成立，如基尔霍夫定律，叠加原理，戴维南定理等。
- 用相量表示正弦量，用复数运算完成相量的计算，就是电路分析的相量法。

相量法优点

- (1) 把时域问题变为复数问题；
- (2) 把微积分方程的运算变为复数方程运算；
- (3) 可以把直流电路的分析方法直接用于交流电路。

相量法注意

1. 只有正弦量才能用相量表示，非正弦量不可以。
2. 只有同频率的正弦量才能画在一张相量图上，不同频率不行。
3. 一般取直角坐标轴的水平正方向为参考方向，逆时针转动的角度为正，反之为负。
4. 用相量表示正弦交流电后，它们的加减运算可按平行四边形法则进行。

本章目录

- 正弦交流电的基本概念
- 正弦量的相量表示及复数运算
- 正弦交流电路中的电阻元件
- 正弦交流电路中的电感元件
- 正弦交流电路中的电容元件
- 实际电路器件
- R, L, C 串并联电路及复阻抗