线性代数试卷

一.填空

1 设 A 为 n 阶方阵，|A|≠0，λ≠0 为常数，则|λA|=________________。

2 满足条件 $A^2=A$ 的矩阵称为等幂矩阵，设 A、B 为同阶矩阵，则 A+B 为等幂矩阵的条件是______________。

3.设 $\alpha_1=(3,3,3)$，$\alpha_2=(-1,1,-3)$，$\alpha_3=(2,1,3)$，则 α_1，α_2，α_3 线性____________关。

4.设 C=AB（A，B 为矩阵），则 r(C)_______r(A)

5.初等行（或列）变换有（1）___________________（2）______________（3）____________。

6 方程 $2x_1+x_2+3x_3-5x_4=0$ 的基础解系是_____________。

7 非齐次线性方程组有解的充要条件是______________。

8.设 A 为 n 阶矩阵，|A|≠0，A*为 A 的伴随矩阵，E 为 n 阶单位阵。若 A 有特征值λ，则 $(A^*)^2+E$ 必有特征值__________。

9.对称矩阵 A 为负定的充要条件是：奇数阶主子式为_____，而偶数阶主子式为______。

二.选择

1 设 A 和 B 都是 n 阶可逆矩阵，则 $\left|-2\begin{pmatrix} A' & 0 \\ 0 & B^{-1} \end{pmatrix}\right|=$（　　）。

(A) $(-2)^{2n}|A|\ |B|^{-1}$　(B) $(-2)^n|A|\ |B|^{-1}$　(C) $-2|A'|\ |B|$　(D) $-2|A|\ |B|^{-1}$

2.设 A 是 n 阶可逆方阵，A^*是 A 的伴随矩阵则________。

(A) $|A^*|=|A|^{n-1}$　(B) $|A^*|=|A|^n$　(C) $|A^*|=|A^{-1}|$　(D) $|A^*|=|A|^{n+1}$

3.已知向量组 $a_1=(1,0,2)$，$a_2=(2,0,-3)$ $a_3,=(1,2,1)$，$a_4=(0,0,-7)$，则数域 P 上的任何一个三维向量 $b=(a,b,c)$ 都可表为下列向量组中的一个的线性组合这个向量组为

(A) a_1,a_2　(B) a_1,a_2,a_3　(C) a_1,a_2,a_4　(D) a_3,a_4

4. 若向量组 $a_1,a_2,\cdots,a_r$ 可由向量组 $b_1,b_2,\cdots,b_s$ 线性表出，且 $a_1,a_2,\cdots,a_r$ 线性无关，则 r 与 s 的关系为(　) (A)r≤s (B)r<s (C)r≥s (D)r>s

5 设 A 是 m 阶矩阵，Ax=0 是非齐次线性方程组 Ax=b 所对应的齐次线性方程组，则下列结论正确的是（　）(A) 若 Ax=0 仅有零解，则 Ax=b 有无穷多个解。(B) 若 Ax=0 有非零解，则 Ax=b 有无穷多个解。(C) 若 Ax=b 有无穷多个解，则 Ax=0 仅有零解。(D) 若 Ax=b 有无穷多个解，则 Ax=0 有非零解。

7. 方程组 $\begin{cases} x_1-x_2+2x_3=1 \\ 2x_1-x_2+ax_3=2 \\ -x_1+2x_2+x_3=b \end{cases}$ 没有解，则系数 a，b 取值为(　　)

(A)a≠7，b≠-1　(B)a≠7，b=-1　(C)a=7，b≠-1　(D)a=7，b=-1

8.设 A，B 是 n 阶方阵，若 A 与 B 相似，则下述论断错误的是（　　）。

(A)存在 M，且|M|≠0，并有 MB=AM，　(B)A 正定，则 B 也正定

(C)|λE－A|=|λE－B|　(D)A 与 B 均是对角阵

9 设 $f = X^T \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} X$,则二次型 f 是________。

(A) 正定的　　(B) 负定的　　(C) 不定的　　(D) 无法确定

10.设 α_1，α_2，α_3，α_4 是空间 V 的向量，$3a_1 + 2a_2 - a_3 + 4a_4 = 0$

则（　　）

(A) L（α_1，α_2）=L（α_3，α_4）　　(B) L（α_1，α_4）=L（α_2，α_3）

(C) L（α_1，α_2，α_3）= L（α_2，α_3，α_4）　　(D) L（α_1，α_2，α_3）=L（α_4）

三.利用分块矩阵求：$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$.

四.用初等变换方法求 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵（要有步骤）

五.已知 $\xi = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 是矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{bmatrix}$ 的一个特征向量。

(i) 试确定参数 a，b 及特征向量 ξ 所对应的特征值；

(ii) 问 A 能否相似于对角阵？说明理由。

六.设 α_1，α_2，α_3 无关，$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$，$\beta_2=\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_3=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$，判断 β_1，β_2，β_3 的相关性