

1. 填空题

(1) 设 A 是一个 $m \times n$ 矩阵, 对 A 实行一次初等行变换, 相当于在 A 的_____, 边乘以相应的_____阶初等方阵; 对 A 实行一次初等列变换, 相当于在 A 的_____边乘以相应的_____阶初等方阵。

(2) 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$ 的行简化阶梯矩阵为_____。

(3) 设 $|A| = \begin{vmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n \end{vmatrix}$, 其中, $a_i \neq 0, b_i \neq 0, (i = 1, 2, \cdots, n)$, 则矩阵 A 的秩

$r(A) =$ ()

(A). 0, (B). 1, (C). $n-1$, (D). n

(4) 设四阶矩阵 A 的秩为 2, 则其伴随矩阵 A^* 的秩为_____。

(5) 若 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & t \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, B 是一个三阶非零矩阵, 使 $AB=0$, 则 $t=$ _____, $r(A)=$ _____。

2. 选择题

(1) 已知 A 为 $m \times n$ 矩阵, $r(A) = r < \min\{m, n\}$, 则 A 中

- (A) 至少有一个 r 阶子式不为零, 没有等于零的 $r-1$ 阶子式
- (B) 有不等于零的 r 阶子式, 所有 $r+1$ 阶子式全为零。
- (C) 有等于零的 $r-1$ 阶子式, 有不等于零的 r 阶子式。
- (D) 有等于零的 r 阶子式, 没有不等于零的 $r+1$ 阶子式。

(2) 已知 A, B 均为 n 阶方阵, 满足 $AB=0$ 若 $r(A)=n-2$, 则

- (A) $r(B) = 2$ (B) $r(B) < 2$, (C) $r(B) \leq 2$ (D) $r(B) \geq 1$.

(3) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & x \\ 4 & 0 & x & 4 \end{pmatrix}$, 若 $|A| = 0$, 则

(A) $x = 1, x = -1$, (B) $x = 2, x = -2$

(C) $x = 0, x = 1$ (D) $x = 0, x = 2$

(4) 设 A 为 m 阶方阵, B 为 n 阶方阵, 且 $|A| = a, |B| = b, C = \begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}$, 则 $|C| =$

- (A) $(-1)^{m+n} ab$ (B) $(-1)^{mn} ab$ (C) $-ab$ (D) ab

(5) 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, C 是 n 阶可逆矩阵, 矩阵 A 的秩为 r , 矩阵 $B=AC$ 的秩为 r_1 , 则

(A) $r > r_1$, (B) $r < r_1$ (C) $r = r_1$ (D) r 与 r_1 的关系依 C 而定.

3. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, 求 $r(A), r(B)$

4. 设三阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$, 试求 $r(A)$

5. 将矩阵 A 及其逆矩阵 A^{-1} 表示成有限个初等矩阵的乘积.

(A) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & \frac{1}{y} \end{pmatrix} (xy \neq 0)$

(C) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & a & b \\ 5 & c & d \end{pmatrix}$ (D) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 4 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & n+1 \end{pmatrix}_{n \times n}$

6. 用初等变换法求下列矩阵的逆矩阵:

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, (2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (4) $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

7. 解矩阵方程 $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$.

8. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, B 为 $n \times m$ 矩阵, 且 $m > n$, 试证: $|AB| = 0$