1.填空题

（1）. $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1{}^2+3x_2{}^2+5x_3{}^2+2x_1x_2-2x_1x_3+8x_2x_3$ 的矩阵为（　　　）

（2）$f(x_1,x_2,x_3)=x_1{}^2-x_2{}^2+3x_3{}^2$ 的秩为（　　　　）

（3）当 t 满足（　　　）时，$f(x_1,x_2,x_3)=x_1{}^2+3x_2{}^2+5x_3{}^2+2tx_1{}^2-2x_1x_3+4x_2x_3$ 是正定的

（4）设 $f(x_1,x_2,x_3)=X^TAX$，其中 $A=\begin{pmatrix}-1&1&0\\1&-2&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$，二次型是（　　　）定的

（5）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&x\end{pmatrix}$ 与矩阵 $B=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&y&1\\0&0&-1\end{pmatrix}$ 相似，

则 $x=(\qquad), y=(\qquad)$，

（6）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$，经正交变换化为标准型 $f(x_1,x_2,x_3)=y_1{}^2+2y_2{}^2+3y_3{}^2$，

则可知曲面 $f(x_1,x_2,x_3)=1$ 是（　　　）曲面

2.选择题

（1）设 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}4&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}$，则 A 与 B（　　　　）

((A).合同且相似　　(B）合同但不相似　　(C）不合同但相似　　(D）不合同且不相似

（2）二次型 $f=x^T\begin{pmatrix}1&4&0\\0&4&0\\0&0&0\end{pmatrix}x$ 的秩为（　　　）

（A）　3　　(B)　2,　　(C)　1　　(D)　0

（3）如果 n 阶是对称矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots\lambda_n$, S_1,S_2 分别是 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots\lambda_n$, 中最大者和最小者，则当（　　　）时，$A-kE$ 为正定矩阵。

（A）$k<S_1$　　(A)　$k>S_1$　　(C)　$k<S_2$　　(D)　$k>S_2$

(4)　$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1{}^2+5x_2{}^2+5x_3{}^2+4x_1x_2-4x_1x_3-8x_2x_3$

（A）正定的　　(B）负定的　　(C）既不正定也不负定　　(D）无法确定

（5）若 A,B 是 n 阶方阵，若 A 与 B 相似，则下述论断错误的是（　　）

(A)存在 M ，且 $|M| \neq 0$ ，并有 $MB = AM$ （B）A 正定，则 B 也正定

（C） $|\lambda E - A| = |\lambda B - B|$ (D) A 与 B 均是对角阵

（6）实二次型 $f(x_1, x_2, \cdots x_n) = X^T AX$ 为正定的充要条件是

（A）负惯性指标全为零

（B）对任意向量 $X = (x_1, x_{2,} \cdots x_n)^T \neq 0,$都有 $X^T AX > 0$

（C） $|A| > 0$

（D）存在 n 阶矩阵 T，使 $A = T^T T$

3.设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = X^T AX = -x_1^{\ 2} + 2x_2^{\ 2} + 3x_3^{\ 2} + 4x_1x_2$ 求一正交变换， $X = QY$ 将二次型化为标准型

4.用正交变换，化下列实二次型为标准型，并写出相应的正交变换

（1） $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^{\ 2} + 3x_2^{\ 2} + 3x_3^{\ 2} + 4x_2x_3$。

（2） $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_2x_3$

5.已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^{\ 2} + 5x_2^{\ 2} + cx_3^{\ 2} - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 6x_2x_3$ 的秩为 2，

（1）求参数 c 及此二次型对应矩阵的特征值；

（2）指出方程 $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ 表示何种二次曲面

6.已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^{\ 2} + 2x_2^{\ 2} + (1-k)x_3^{\ 2} + 2kx_1x_2 + 2x_1x_3$ 其中 k 为参数，求 $f(x_1, x_2, x_3)$ 的矩阵和使此二次型为正定的 k 的范围。

7.用配方法求一可逆变换将下列二次型化为标准型

（1） $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^{\ 2} - 3x_2^{\ 2} - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3$

（2） $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_2x_3 + x_2x_3$