电路与电子技术基础

第二章 正弦交流电路

宋雪萌

songxuemeng@sdu.edu.cn

本章目录

- 正弦交流电的基本概念
- 正弦量的相量表示及复数运算
- 正弦交流电路中的电阻元件
- 正弦交流电路中的电感元件
- 正弦交流电路中的电容元件
- 实际电路器件
- **R, L, C**串并联电路及复阻抗

正弦交流电路中的电阻元件

纯电阻电路:只有电阻与交流电源连接组成纯电阻电路。

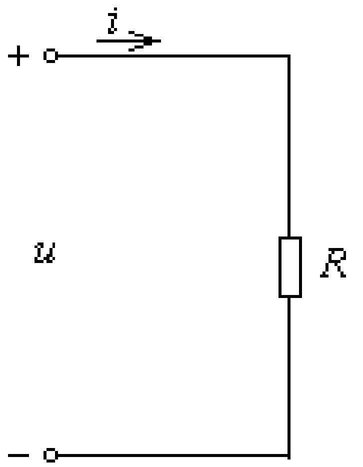
交流电路中，线性电阻中的电流与端电压的瞬时值之间仍服从欧姆定律：

$$u = Ri$$

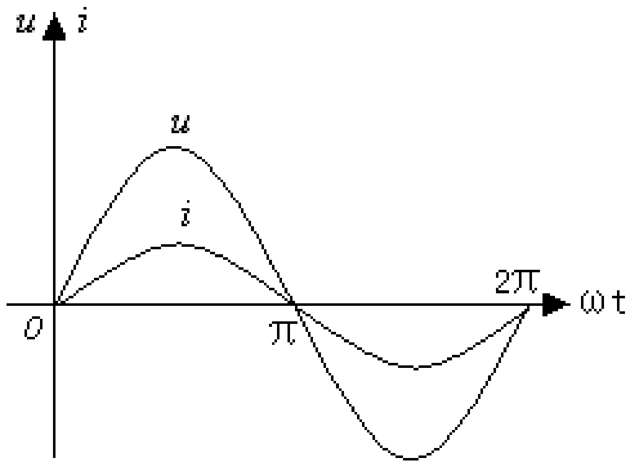
正弦交流电路中的电阻元件

设电阻两端电压为 $u(t)=U_{\mathrm{m}}\sin\omega t$

则 $i(t)=\dfrac{u(t)}{R}=\dfrac{U_{\mathrm{m}}}{R}\sin\omega t=I_{\mathrm{m}}\sin\omega t$



纯电阻元件交流电路



电阻电压电流的波形图

正弦交流电路中的电阻元件

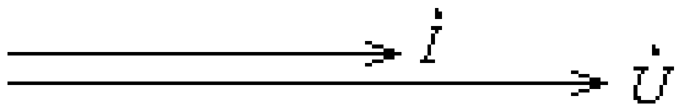
电阻两端电压u和电流i同频、同相，大小成比例。

电压与电流的有效值（或最大值）的关系符合欧姆定律。

$$U = RI \quad 或 \quad I = \frac{U}{R}$$

用相量表示电压与电流的关系为 $\dot{U} = R\dot{I}$

电阻元件的电流、电压相量图如图所示。



电阻电路电压与电流的相量图

正弦交流电路中的电阻元件

交流电路中的功率随时间变化，某一时刻消耗的电功率叫做瞬时功率。用字母p表示为：

$$p = p_{\mathrm{R}} = ui = U_{\mathrm{m}} Sin\omega t \bullet I_{\mathrm{m}} Sin\omega t = U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \sin^2 \omega t$$

$$= U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \frac{1-\cos 2\omega t}{2}$$

$$= UI(1-\cos 2\omega t) \geq 0$$

正弦交流电路中的电阻元件

交流电路中的功率随时间变化，某一时刻消耗的电功率叫做瞬时功率。用字母p表示为：

$$p = p_{\mathrm{R}} = ui = U_{\mathrm{m}} Sin\omega t \bullet I_{\mathrm{m}} Sin\omega t = U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \sin^2 \omega t$$

$$= U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \frac{1-\cos 2\omega t}{2}$$

$$= UI(1-\cos 2\omega t) \geq 0$$

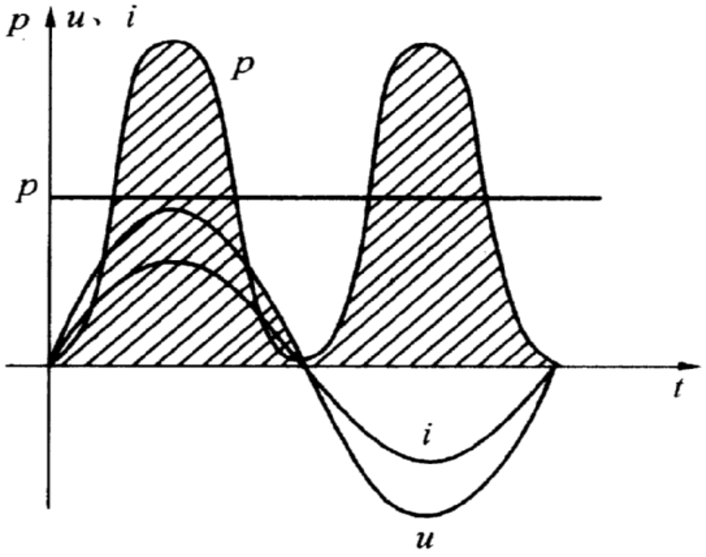
电阻只要有电流就消耗能量，它是一种耗能元件。

正弦交流电路中的电阻元件

工程中常用瞬时功率在一个周期内的平均值表示功率，称为平均功率。用大写字母P 表示：

$$P=\frac{1}{T}\int_T p(t)dt$$

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T(UI-UIcos2wt)dt=UI=\frac{U_mI_m}{2}=I^2R=\frac{U^2}{R}$$



电阻元件瞬时功率的波形图

表达方式与直流电路中电阻功率的形式相同，但式中的U、I是正弦交流电的有效值。

正弦交流电路中的电阻元件

例，在前面的纯电阻电路中， $R=10\Omega$ ， $u_{\mathrm{R}}=10\sqrt{2}\sin(\omega t+30°)\mathrm{V}$

求电流 i 的瞬时值表达式， 相量表达式和平均功率 P。

正弦交流电路中的电阻元件

例，在前面的纯电阻电路中， $R=10\Omega$ ， $u_{\mathrm{R}}=10\sqrt{2}\sin(\omega t+30°)\mathrm{V}$
求电流 i 的瞬时值表达式， 相量表达式和平均功率 P。

解：由 $u_{\mathrm{R}}=10\sqrt{2}\sin(\omega t+30°)\mathrm{V}$

得

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{R}}}{R}=\frac{10\angle 30^{0}}{10}=1\angle 30^{0}\,\mathrm{A}$$

$$i=\sqrt{2}\sin(\omega t+30^{0})\mathrm{A}$$

$$P=U_{\mathrm{R}}I=10\times 1=10\mathrm{W}$$

本章目录

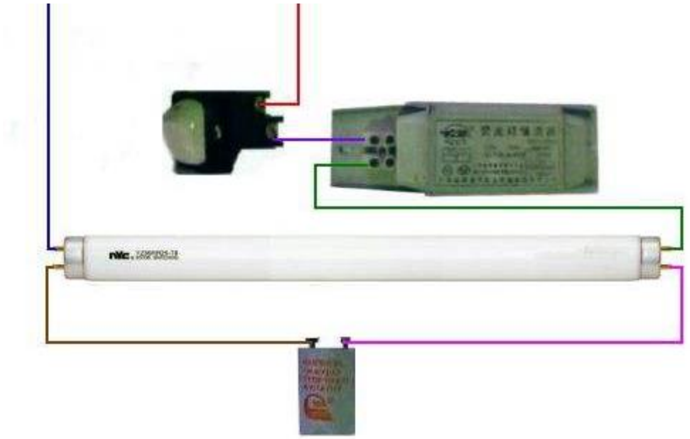
- 正弦交流电的基本概念
- 正弦量的相量表示及复数运算
- 正弦交流电路中的电阻元件
- 正弦交流电路中的电感元件
- 正弦交流电路中的电容元件
- 实际电路器件
- **R, L, C**串并联电路及复阻抗

正弦交流电路中的电感元件

电感是导线绕制的线圈，电流流过电感线圈时，就会产生与线圈交链的“磁链”。电感元件是理想化的电感线圈模型。

电动机

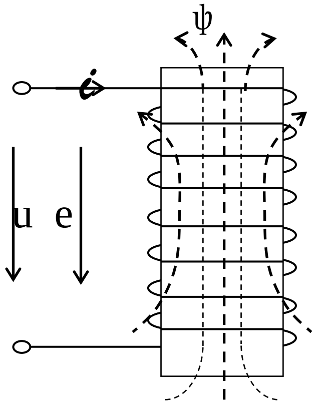
变压器



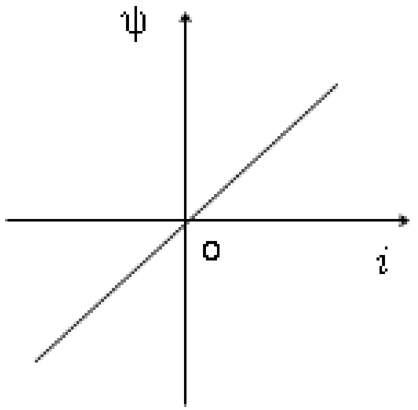
日光灯镇流器

正弦交流电路中的电感元件

电感是导线绕制的线圈，电流流过电感线圈时，就会产生与线圈交链的“磁链”。电感元件是理想化的电感线圈模型。



磁通链示意



线性电感的韦安特性

线性电感：理论上定义磁链Ψ与电流i成正比的元件。即Ψ＝Li

L是电感元件的电感量，单位为亨利（H）.

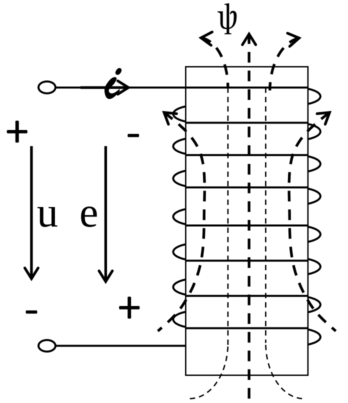
磁场能量：电感元件储存的磁场能量为 $w_L = \frac{1}{2} L i^2$

正弦交流电路中的电感元件

电动势大小：非静电力把单位正电荷从电源的负极，经过电源内部移到电源正极所作的功。

电动势方向：从电源的负极经过电源内部指向电源的正极，即与电源两端电压的方向相反。

$$e(t) = -\frac{d\psi(t)}{dt} = -L\frac{d\ i(t)}{dt}$$



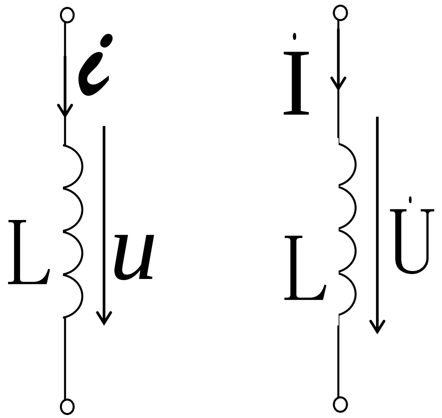
磁通链示意

理想电感（不考虑自身压降）的端电压（电势差）等于电感的感应电动势（电势差）。

$$u(t) = -e(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = L\frac{d\ i(t)}{dt}$$

正弦交流电路中的电感元件

电感元件电压和电流关系（关联参考方向）



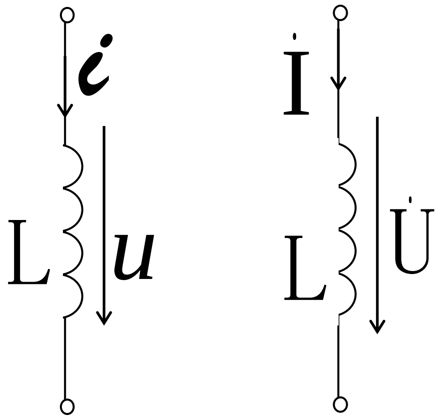
瞬时值： $u(t)=\dfrac{d\psi(t)}{dt}=L\dfrac{d\,i(t)}{dt}$

设电路正弦电流为 $i = I_m \sin \omega t$

在电压、电流关联参考方向下，电感元件两端电压为

正弦交流电路中的电感元件

电感元件电压和电流关系（关联参考方向）



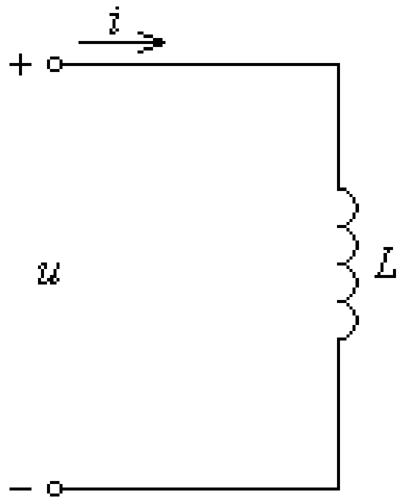
瞬时值： $u(t)=\dfrac{d\psi(t)}{dt}=L\dfrac{d\,i(t)}{dt}$

设电路正弦电流为 $i=I_{m}\sin\omega t$

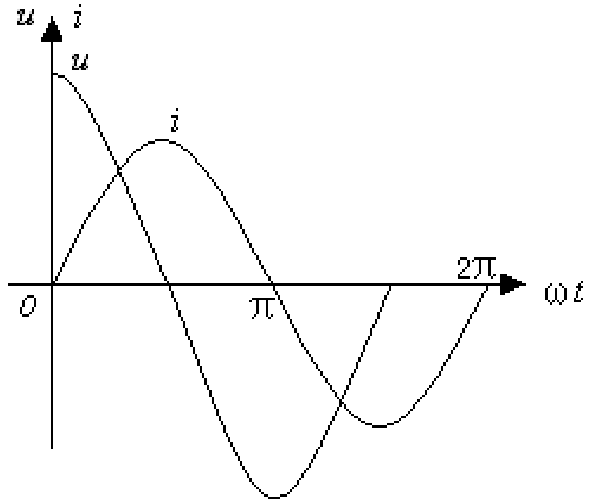
在电压、电流关联参考方向下，电感元件两端电压为

$$u=L\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}=\omega LI_{\mathrm{m}}\cos\omega t=\omega LI_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+90°)=U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+90°)$$

正弦交流电路中的电感元件



纯电感元件交流电路



电感元件电压与电流的波形图

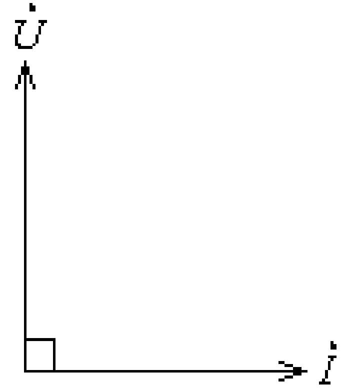
电感两端电压u和电流i也是同频率的正弦量，电压的相位超前电流90°，电压与电流在数值上满足关系式:

$$U_{\mathrm{m}} = \omega L I_{\mathrm{m}} \quad 或 \quad \frac{U_{\mathrm{m}}}{I_{\mathrm{m}}} = \frac{U}{I} = \omega L$$

正弦交流电路中的电感元件

电感具有对交流电流起阻碍作用的物理性质，称为感抗，记为X_L，即

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$



电感电路相量图

正弦交流电路中的电感元件

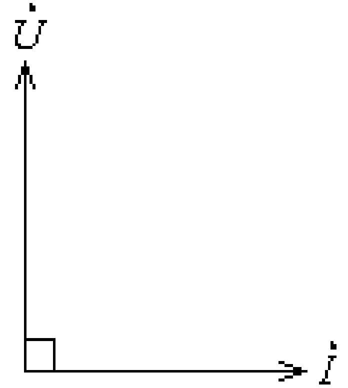
电感具有对交流电流起阻碍作用的物理性质，称为感抗，记为X_L，即

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

感抗表示线圈对交流电流阻碍作用的大小，与电阻同量纲。

当f=0时X_L=0，即“直流畅通，高频受阻”。

用相量表示电压与电流的关系为 $\dot{U} = jX_L\dot{I} = j\omega L\dot{I}$



电感电路相量图

正弦交流电路中的电感元件

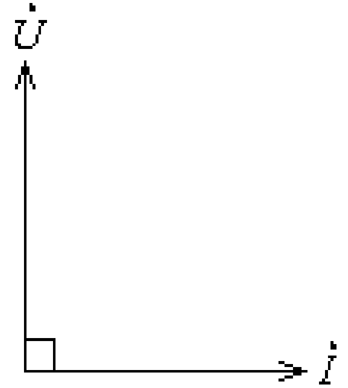
电感具有对交流电流起阻碍作用的物理性质，称为感抗，记为X_L，即

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

感抗表示线圈对交流电流阻碍作用的大小，与电阻同量纲。

当f=0时X_L=0，即“直流畅通，高频受阻”。

用相量表示电压与电流的关系为 $\dot{U} = \mathrm{j}X_L\dot{I} = \mathrm{j}\omega L\dot{I}$



电感电路相量图

注意

①感抗只对正弦交流电有意义；

②感抗等于电压和电流的有效值之比，对瞬时值无意义；

③感抗与频率有关，对于直流稳态电感相当于短路。

正弦交流电路中的电感元件

例:把一个电感量为**0.35H**的线圈，接到 $u = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t + 60°)\mathrm{V}$ 的电源上，求线圈中电流瞬时值表达式。

正弦交流电路中的电感元件

例:把一个电感量为**0.35H**的线圈，接到 $u = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t + 60°)\text{V}$ 的电源上，求线圈中电流瞬时值表达式。

解：由线圈两端电压的解析式 $u = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t + 60°)\text{V}$

可以得到

$$U = 220\text{V} \quad \omega = 100\pi\text{rad/s} \quad \varphi = 60°$$

$$\dot{U} = 220\angle 60°\text{V}$$

$$X_{\text{L}} = \omega L = 100 \times 3.14 \times 0.35\Omega \approx 110\Omega$$

$$\dot{I}_{\text{L}} = \frac{\dot{U}_{\text{L}}}{\text{j}X_{\text{L}}} = \frac{220\angle 60°}{1\angle 90° \times 110}\text{A} = 2\angle(-30°)\text{A}$$

电流瞬时值表达式为 $i = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})\text{A}$

正弦交流电路中的电感元件

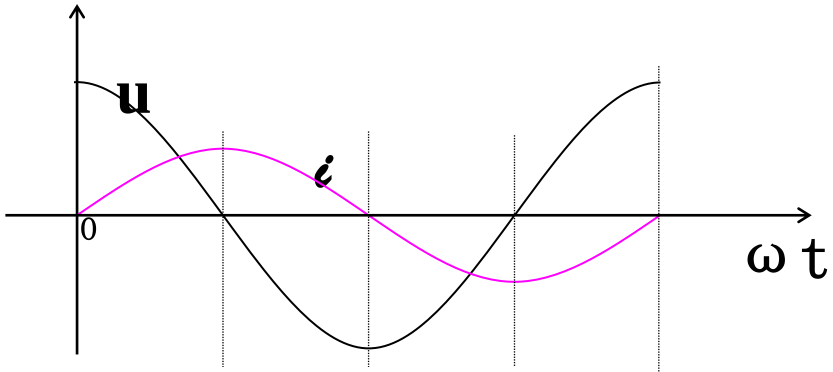
瞬时功率

$$p = p_L = ui$$

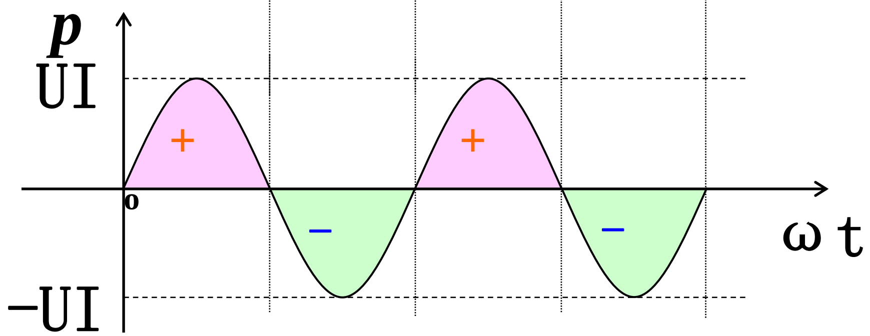
$$= U_m \sin(\omega t + 90°) I_m \sin \omega t$$

$$= \frac{1}{2} U_m I_m \sin 2\omega t$$

$$= UI \sin 2\omega t$$



电压电流波形



瞬时功率波形

正弦交流电路中的电感元件

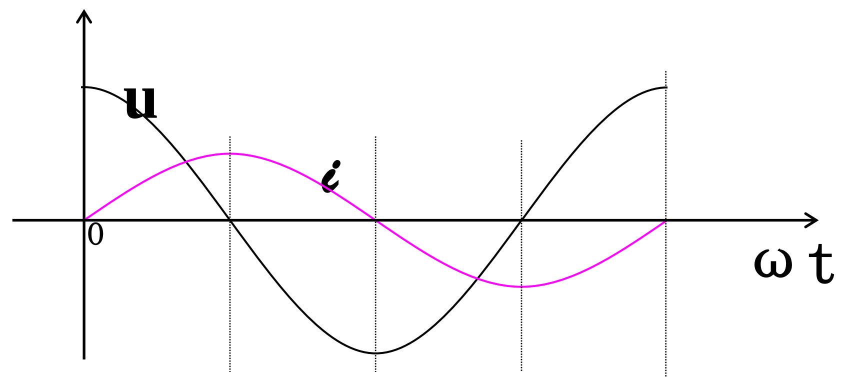
平均功率

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T (UI\sin 2wt)dt=0$$

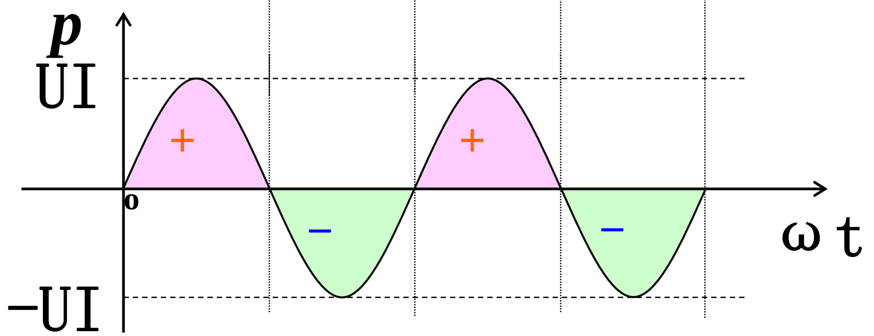
电感不消耗平均功率（有功功率）。

但是电感不断与电源进行着能量交换，其瞬时功率不为零。

纯电感条件下电路中仅有能量的交换而没有能量的损耗。



电压电流波形



瞬时功率波形

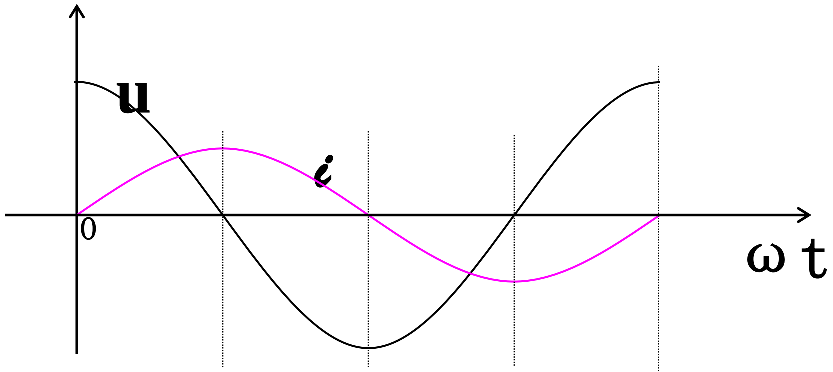
正弦交流电路中的电感元件

无功功率

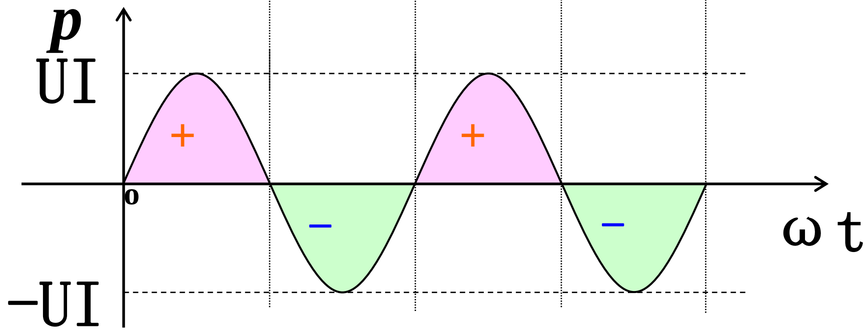
为衡量电感与电源能量交换的规模，定义电感瞬时功率的最大值为电感吸收的“无功功率”，用Q_L表示。

即 $$Q_L = UI = I^2X_L = U^2/X_L$$

无功功率的单位为“乏”(Var)。



电压电流波形



瞬时功率波形

本章目录

- 正弦交流电的基本概念
- 正弦量的相量表示及复数运算
- 正弦交流电路中的电阻元件
- 正弦交流电路中的电感元件
- 正弦交流电路中的电容元件
- 实际电路器件
- R, L, C串并联电路及复阻抗

正弦交流电路中的电容元件

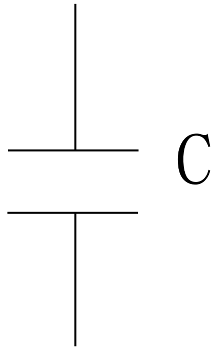
电容器：由两块相互绝缘的金属板构成，可以储存电荷。

线性电容：电荷量q与电压u成正比的电容元件。即　$q = Cu$

其中：q为电容器储存的电荷，单位为库仑(C)；

u为电容器的电压，单位为伏特(V)；

C为电容器的电容量，单位为法拉(F)



电容储存的电场能量为　$$w_E = \frac{1}{2}Cu^2$$

正弦交流电路中的电容元件

电容器：由两块相互绝缘的金属板构成，可以储存电荷。

电容器

电容补偿柜

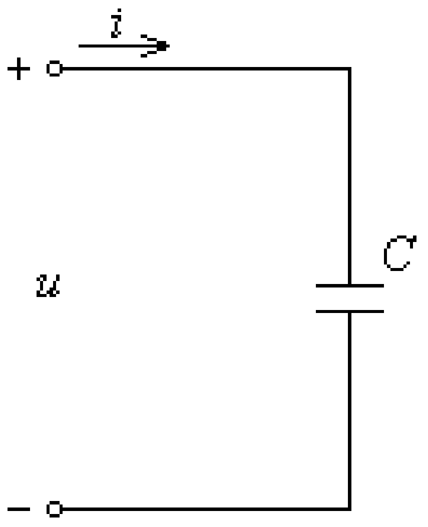
正弦交流电路中的电容元件

瞬时值 $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$

即 对于线性电容，电流与电压的导数（变化率）成正比。

设在电容C两端加一正弦电压 $u = U_m \sin \omega t$

则 i=?

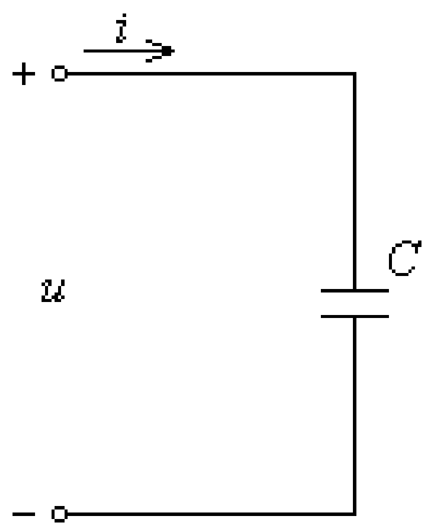


电容电路

正弦交流电路中的电容元件

瞬时值 $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$

即 对于线性电容，电流与电压的导数（变化率）成正比。



电容电路

设在电容C两端加一正弦电压 $u = U_{\mathrm{m}} \sin \omega t$

则 $$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = CU_{\mathrm{m}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sin \omega t)$$
$$= \omega CU_{\mathrm{m}} \cos \omega t = \omega CU_{\mathrm{m}} \sin(\omega t + 90°)$$
$$= I_{\mathrm{m}} \sin(\omega t + 90°)$$

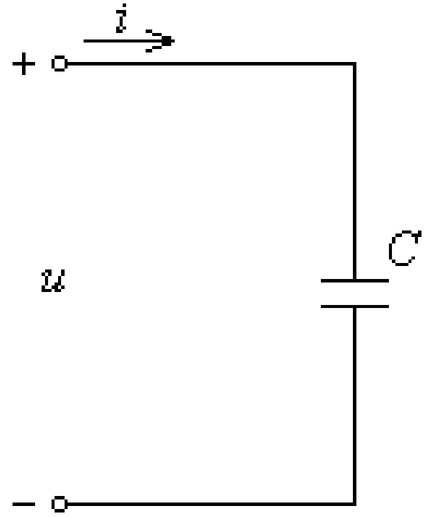
正弦交流电路中的电容元件

瞬时值 $u = U_m \sin \omega t$

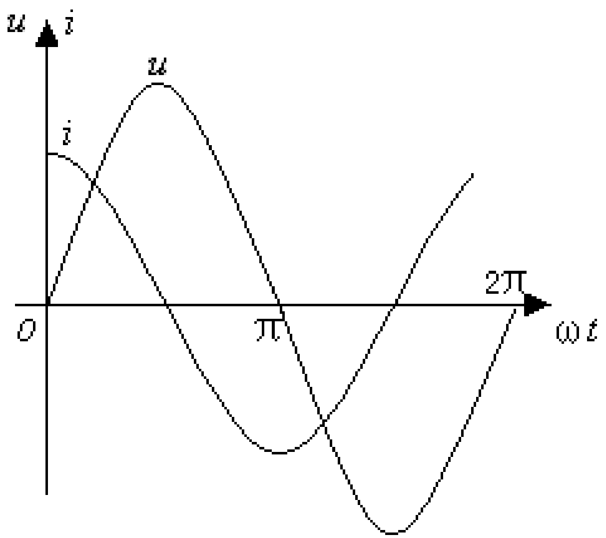
$$i = C\frac{d_u}{d_t} = I_m \sin(\omega t + 90°)$$

电容两端电压u和电流i也是同频率的正弦量，电流的相位超前电压90°，电压与电流在数值上满足关系式：

$$I_m = \omega C U_m \quad 或 \quad \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C}$$



电容电路



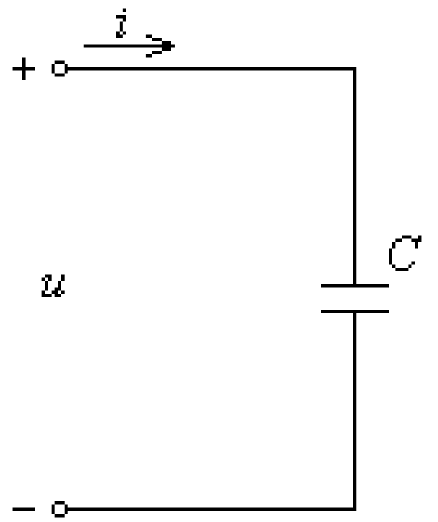
电容电压电流波形图

正弦交流电路中的电容元件

$$I_m = \omega C U_m \quad 或 \quad \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C}$$

电容具有对交流电流起阻碍作用的物理性质，称为容抗，用X_C表示，单位与电阻相同，为欧姆。

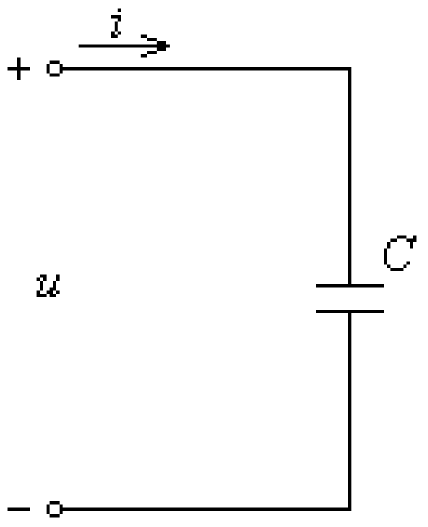
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$



电容电路

正弦交流电路中的电容元件

$$I_{\mathrm{m}} = \omega C U_{\mathrm{m}} \quad 或 \quad \frac{U_{\mathrm{m}}}{I_{\mathrm{m}}} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C}$$



电容电路

电容具有对交流电流起阻碍作用的物理性质，称为容抗，用X_C表示，单位与电阻相同，为欧姆。

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

容抗与电源频率成反比，电容对高频电流所呈现的容抗很小，相当于短路；而当频率f很低或f=0（直流）时，电容相当于开路。“隔直通交”。

注意：容抗与感抗只对正弦交流有意义，只表示有效值的比例关系，对瞬时值无意义。

正弦交流电路中的电容元件

$$u = U_{\mathrm{m}} \sin \omega t \qquad \mathrm{i} = C\frac{d_u}{d_{\mathrm{t}}} = I_{\mathrm{m}} \sin(\omega t + 90°) \qquad I_{\mathrm{m}} = \omega C U_{\mathrm{m}}$$

用相量表示电压与电流的关系为?

正弦交流电路中的电容元件

$u = U_m \sin \omega t \qquad i = C\frac{d_u}{d_t} = I_m \sin(\omega t + 90°) \qquad I_m = \omega C U_m$

用相量表示电压与电流的关系为

若： $\dot{U} = U\angle 0°$

则： $\dot{I} = I\angle 90° = \frac{U}{X_C}\angle 90° = \frac{j}{X_C}U\angle 0° = \frac{\dot{U}}{-jX_C}$

$$\dot{U} = -jX_C\dot{I} = j\frac{\dot{I}}{\omega C} = \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

$-jX_C$称为“复容抗”。

正弦交流电路中的电容元件

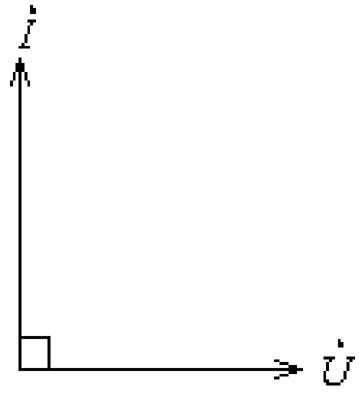
$$u = U_m \sin \omega t \qquad i = C\frac{d_u}{d_t} = I_m \sin(\omega t + 90°) \qquad I_m = \omega C U_m$$

用相量表示电压与电流的关系为

若： $\dot{U} = U\angle 0°$

则： $\dot{I} = I\angle 90° = \dfrac{U}{X_C}\angle 90° = \dfrac{j}{X_C}U\angle 0° = \dfrac{\dot{U}}{-jX_C}$

$$\dot{U} = -jX_C\dot{I} = j\frac{\dot{I}}{\omega C} = \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$



电容电路相量图

$-jX_C$称为“复容抗”。

正弦交流电路中的电容元件

例　把电容量为**40μF**的电容器接到交流电源上，通过电容器的电流为 $i = 2.75 \times \sqrt{2}\sin(314t + 30^\circ)\text{A}$ ，试求电容器两端的电压瞬时值表达式。

正弦交流电路中的电容元件

例　把电容量为40μF的电容器接到交流电源上，通过电容器的电流为 $i = 2.75\times\sqrt{2}\sin(314t+30°)\text{A}$ **，试求电容器两端的电压瞬时值表达式。**

解：由通过电容器的电流 $i = 2.75\times\sqrt{2}\sin(314t+30°)\text{A}$

可以得到　$I = 2.75\text{A}\quad \omega = 314rad/s\quad \varphi = 30°$

则　$\dot{I} = 2.75\angle 30°\text{A}$

电容器的容抗为　$X_{\text{C}} = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{314\times 40\times 10^{-6}}\Omega \approx 80\Omega$

$$\dot{U} = -\text{j}X_{\text{C}}\dot{I} = 1\angle(-90°)\times 80\times 2.75\angle 30°\text{V} = 220\angle(-60°)\text{V}$$

电容器两端电压瞬时表达式为　$u = 220\sqrt{2}\sin(314t-60°)V$

正弦交流电路中的电容元件

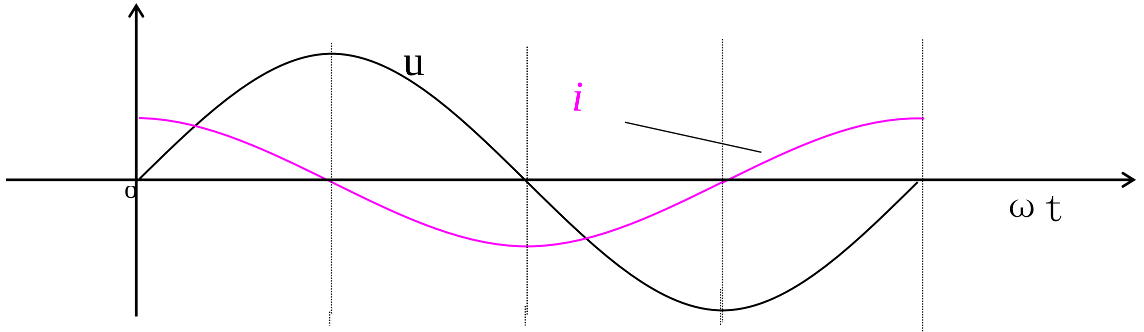
瞬时功率

$$u = U_m \sin \omega t \qquad i = C\frac{d_u}{d_t} = I_m \sin(\omega t + 90°)$$

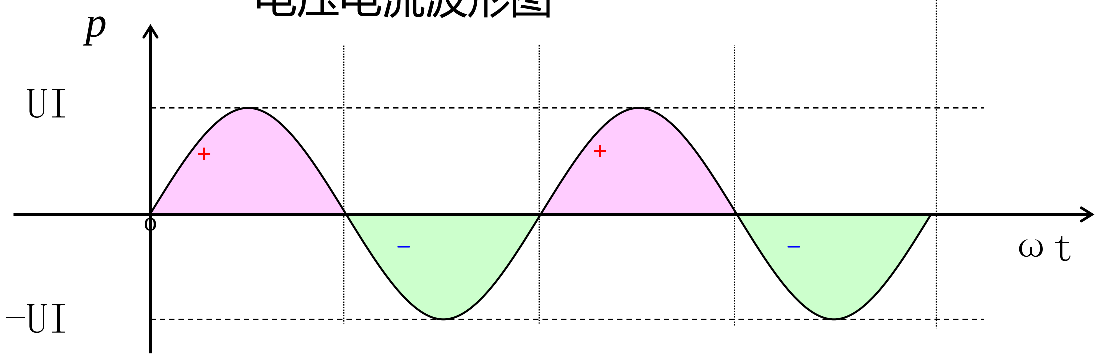
$$p = ui = U_m sin\omega t \times I_m \sin(\omega t + 90°)$$

$$= U_m I_m sin\omega t \times cos\omega t$$

$$= \frac{U_m I_m}{2} sin2\omega t = UIsin2\omega t$$



电压电流波形图



瞬时功率波形

正弦交流电路中的电容元件

平均功率 $P = 0$ 即电容不消耗平均功率（有功功率）。

电容和电源不断进行着能量交换，所以瞬时功率不为零。

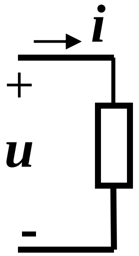
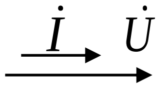
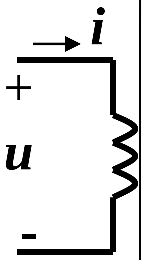
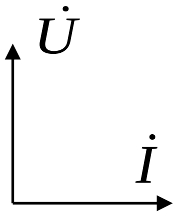
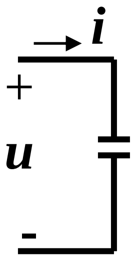
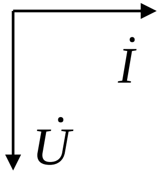
无功功率

为了表示能量交换的规模大小，定义电容的无功功率为Q_C

$$Q_C = -UI = -I^2 X_C = -\frac{U^2}{X_C} \quad (\text{var})$$

正负只是区别是容性无功还是感性无功。

单一参数正弦交流电路的分析计算小结

电路参数	电路图(参考方向)	基本关系	阻抗	电压、电流关系				功　率	
				瞬时值	有效值	相量图	相量式	有功功率	无功功率
R		$u=iR$	R	设 $i=\sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u=\sqrt{2}U\sin\omega t$	$U=RI$	 u、i 同相	$\dot{U}=R\dot{I}$	UI I^2R	0
L		$u=L\dfrac{di}{dt}$	jX_L	设 $i=\sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u=\sqrt{2}I\omega L\sin(\omega t+90°)$	$U=X_LI$ $X_L=\omega L$	 u超前 i 90°	$\dot{U}=jX_L\dot{I}$	0	UI I^2X_L
C		$i=C\dfrac{du}{dt}$	$-jX_C$	设 $i=\sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u=\sqrt{2}I\ /\omega C\ \sin(\omega t-90°)$	$U=X_CI$ $X_C=1/\omega C$	 u落后 i 90°	$\dot{U}=-jX_C\dot{I}$	0	$-UI$ $-I^2X_C$

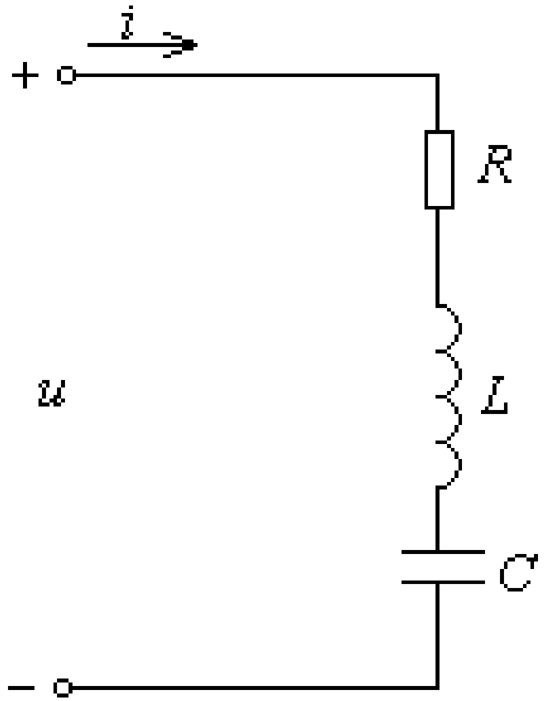
本章目录

- 正弦交流电的基本概念
- 正弦量的相量表示及复数运算
- 正弦交流电路中的电阻元件
- 正弦交流电路中的电感元件
- 正弦交流电路中的电容元件
- **R, L, C串并联电路及复阻抗**
- 实际电路器件

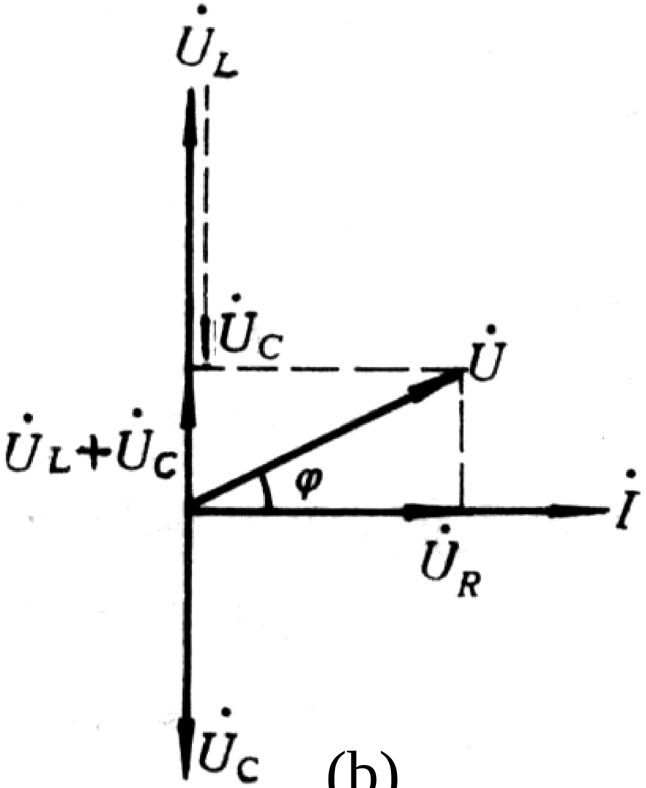
RLC串并联电路

1．RLC串联电路

（1）RLC串联电路的电压电流关系



(a)



(b)

***RLC*串联电路**

RLC串联电路

根据KVL定律可列出 $u = u_R + u_L + u_C$

相量形式为 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$

设：$\dot{I} = I\angle 0°$ $\quad \dot{U}_R = R\dot{I} = RI\angle 0°$ $\quad \dot{U}_L = jX_L\dot{I} = X_L I\angle 90°$ $\quad \dot{U}_C = -jX_C\dot{I} = X_C I\angle -90°$

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I}$$

$$= [R + j(X_L - X_C)]\,\dot{I} = Z\,\dot{I}$$

RLC串联电路

根据KVL定律可列出 $u = u_R + u_L + u_C$

相量形式为 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$

设： $\dot{I} = I\angle 0^\circ$ $\dot{U}_R = R\dot{I} = RI\angle 0^\circ$ $\dot{U}_L = jX_L\dot{I} = X_L I\angle 90^\circ$ $\dot{U}_C = -jX_C\dot{I} = X_C I\angle -90^\circ$

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I}$$

$$= \boxed{[R + j(X_L - X_C)]}\,\dot{I} = \boxed{Z}\,\dot{I}$$

$Z = R + j(X_L - X_C) = R + jX$，是电路的“复阻抗”，等于$\dot{U}$与$\dot{I}$的比值。

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$$

RLC串联电路

例　在RLC串联电路中，$R = 30\Omega$，$X_{\mathrm{L}} = 40\Omega$，$X_{\mathrm{C}} = 80\Omega$，若电源电压 $u = 220\sqrt{2}\sin\omega t\mathrm{V}$，求：电路的电流、电阻电压、电感电压和电容电压的相量。

RLC串联电路

例　在RLC串联电路中，$R=30\Omega$，$X_{\mathrm{L}}=40\Omega$，$X_{\mathrm{C}}=80\Omega$，若电源电压 $u=220\sqrt{2}\sin\omega t\mathrm{V}$，求：电路的电流、电阻电压、电感电压和电容电压的相量。

解： 由于 $u=220\sqrt{2}\sin\omega t\mathrm{V}$ 所以 $\dot{U}=220\angle 0^{0}\mathrm{V}$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{\dot{U}}{R+\mathrm{j}(X_{\mathrm{L}}-X_{\mathrm{C}})}=\frac{220\angle 0^\circ}{30+\mathrm{j}(40-80)}\mathrm{A}=\frac{220\angle 0^\circ}{50\angle -53^\circ}\mathrm{A}=4.4\angle 53^\circ\mathrm{A}$$

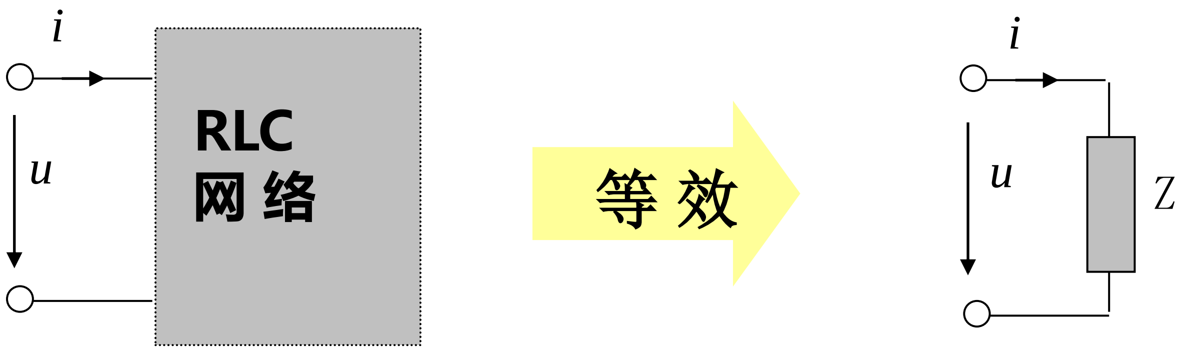
$$\dot{U}_{\mathrm{R}}=\dot{I}R=30\times 4.4\angle 53^\circ\mathrm{V}=132\angle 53^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{\mathrm{L}}=\mathrm{j}\dot{I}X_{\mathrm{L}}=4.4\angle 53^\circ\times 40\angle 90^\circ\mathrm{V}=176\angle 143^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{\mathrm{C}}=-\mathrm{j}\dot{I}X_{\mathrm{C}}=4.4\angle 53^\circ\times 80\angle -90^\circ\mathrm{V}=352\angle -37^\circ\mathrm{V}$$

复阻抗

由RLC构成的二端网络均可等效成一个复阻抗。



$\dot{U} = Z\dot{I}$ 或 $Z = \dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}$

注意：复阻抗Z是复数。

$Z = R + jX$ （代数式）

$= |z| \angle \varphi$ （极坐标式）

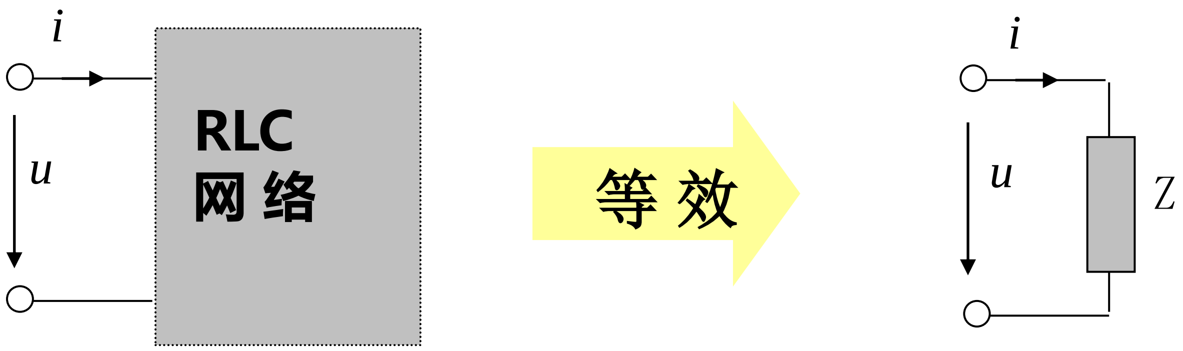
$|Z|$：复阻抗的模（阻抗）。

φ：复阻抗的幅角（阻抗角）。

R：等效电阻，X：等效电抗。

复阻抗

由RLC构成的二端网络均可等效成一个复阻抗。



$$Y \triangleq \frac{\dot{I}}{\dot{U}}$$

复导纳单位为西门子（S）。

$\dot{U} = Z\dot{I}$ 或 $Z = \dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}$

注意：复阻抗Z是复数。

$Z = R + jX$ （代数式）

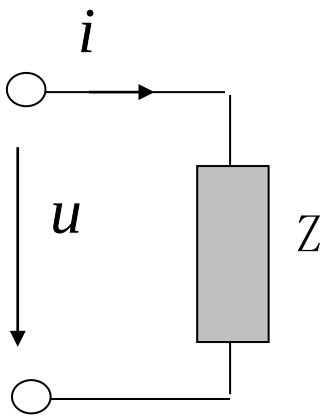
$= |z| \angle \varphi$ （极坐标式）

$|Z|$：复阻抗的模（阻抗）。

φ：复阻抗的幅角（阻抗角）。

R：等效电阻，X：等效电抗。

复阻抗的电压电流关系

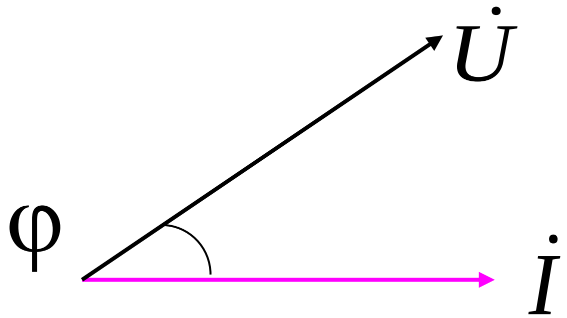


对复阻抗Z，电压和电流取关联方向。

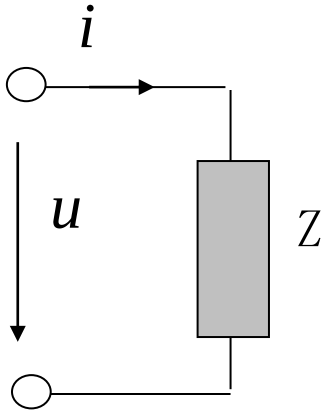
设 $Z = |Z| \angle \varphi \qquad \dot{I} = I \angle \varphi_i$

则有：$\dot{U} = Z\dot{I} = |Z| \angle \varphi \times I \angle \varphi_i = |Z| I \angle(\varphi_i + \varphi) = U \angle \varphi_u$

电压电流关系
- 大小 $\boxed{U = |Z| I}$
- 相位 $\boxed{\varphi = \varphi_u - \varphi_i}$



复阻抗的电压电流关系



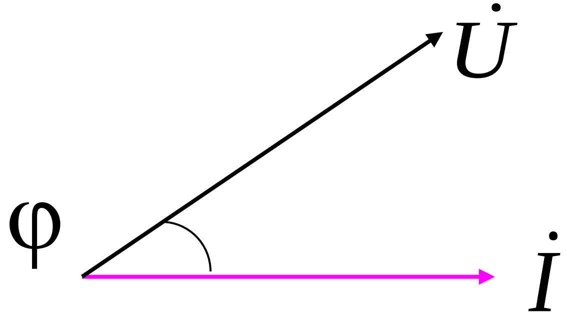
对复阻抗Z，电压和电流取关联方向。

设 $Z = |Z|\angle\varphi \qquad \dot{I} = I\angle\varphi_i$

电压电流关系 $\begin{cases} \text{大小} & \boxed{U = |Z| I} \\ \text{相位} & \boxed{\varphi = \varphi_u - \varphi_i} \end{cases}$

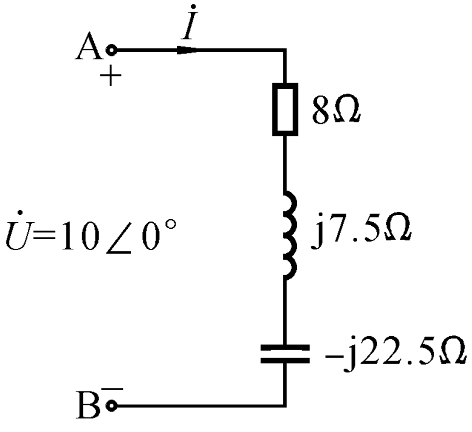
$-90° \le \varphi \le 90°$

- $\varphi > 0$ ，电压超前电流（电感性电路）
- $\varphi < 0$ ，电压滞后电流（电容性电路）
- $\varphi = 0$ ，电压电流同相（纯阻性电路）



复阻抗

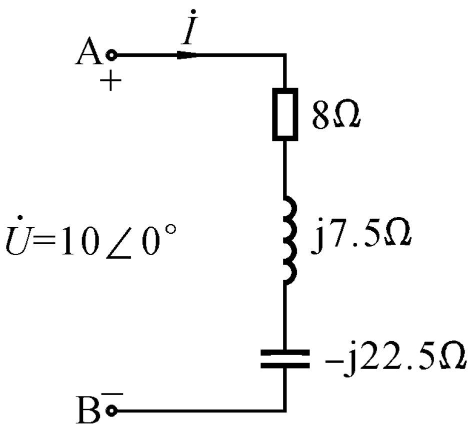
例 电路如图所示，求： （1）复阻抗（2）$\dot{I}, \dot{U}_L, \dot{U}_C$（3）画相量图



(a) 电路图

复阻抗

例 电路如图所示，求：（1）复阻抗（2）$\dot{I},\dot{U}_L,\dot{U}_C$（3）画相量图



(a) 电路图

解： **(1)**

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 8 + j(7.5 - 22.5) = 8 - j15(\Omega)$$

(2)

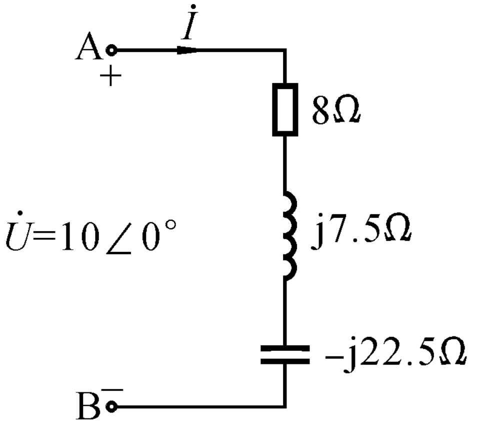
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{10\angle 0^\circ}{8 - j15} = \frac{10\angle 0^\circ}{17\angle -61.9^\circ} = 0.588\angle 61.9^\circ (A)$$

$$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I} = j7.5\times 0.588\angle 61.9^\circ = 4.4\angle 151.9^\circ (V)$$

$$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} = -j22.5\times 0.588\angle 61.9^\circ = 13.23\angle -28.1^\circ (V)$$

复阻抗

例 电路如图所示，求：（1）复阻抗（2）$\dot{I}, \dot{U}_L, \dot{U}_C$（3）画相量图



(a) 电路图

解：（1）

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 8 + j(7.5 - 22.5) = 8 - j15(\Omega)$$

（2）

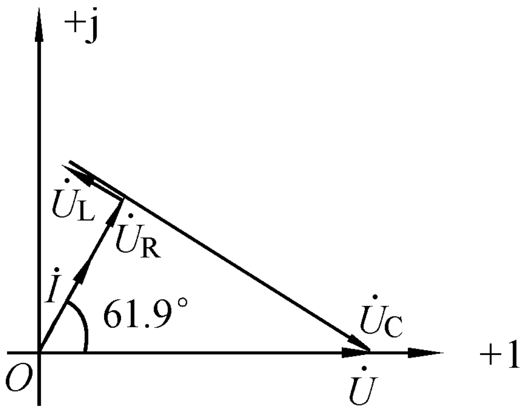
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{10\angle 0^\circ}{8 - j15} = \frac{10\angle 0^\circ}{17\angle -61.9^\circ} = 0.588\angle 61.9^\circ (A)$$

$$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I} = j7.5 \times 0.588\angle 61.9^\circ = 4.4\angle 151.9^\circ (V)$$

$$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} = -j22.5 \times 0.588\angle 61.9^\circ = 13.23\angle -28.1^\circ (V)$$

（3）相量图

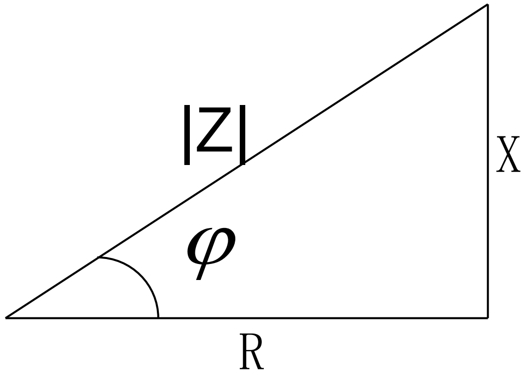
如图



(b) 相量图

复阻抗-阻抗三角形

阻抗三角形：表示R、X和|Z|、φ关系的直角三角形



阻抗三角形

$$\begin{cases} R = |Z| \cos\varphi \\ X = |Z| \sin\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} |Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \\ \varphi = arc\ tg\ \dfrac{X}{R} \end{cases}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

复阻抗-电压三角形

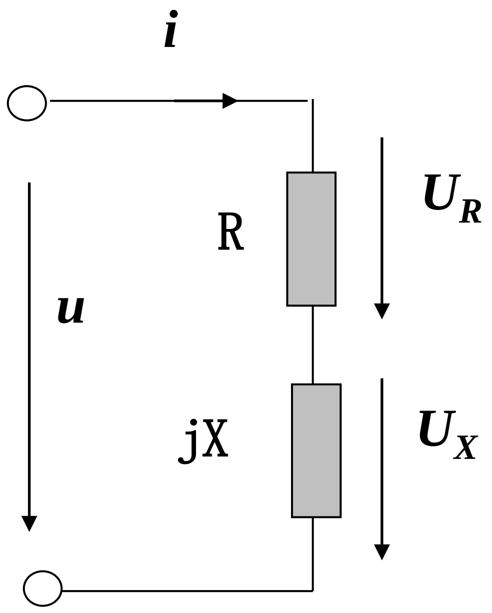
由$Z=R+jX$

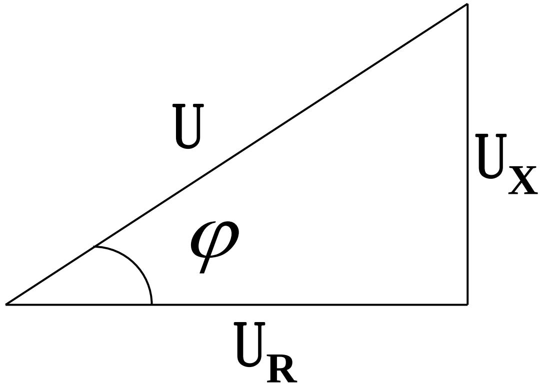
$$|Z|=\sqrt{R^2+X^2}$$

$$U=|Z|I=\sqrt{R^2+X^2}\ I$$

$$=\sqrt{(RI)^2+(XI)^2}=\sqrt{U_R^2+U_X^2}$$

串联电路中各电压的有效值之间的关系可以用电压三角形表示。





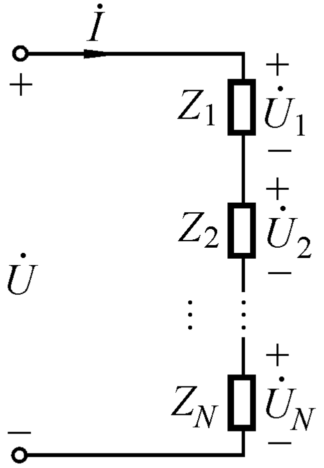
电压三角形

复阻抗的串并联

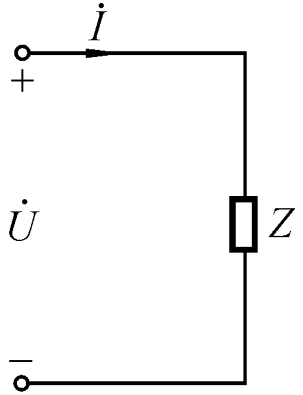
1. 阻抗串联

在实际电路中所使用的模型往往是由多个阻抗串联起来的电路。图（a）所示的电路就是由N个阻抗串联的电路，对于由N个阻抗串联的电路可以用一个等效阻抗来替代，如图（b）所示的等效阻抗Z。

列写相量形式的KVL方程 $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \ldots\ldots + \dot{U}_N$



(a) 串联阻抗电路



(b) 等效电路

复阻抗的串并联

因为串联电路的各阻抗流过同一个电流相量 $\dot{I}$ ，所以有

$$\dot{U}=Z_1\dot{I}+Z_2\dot{I}+\ldots\ldots+Z_N\dot{I}=(Z_1+Z_2+\ldots\ldots+Z_N)\dot{I}=Z\dot{I}$$

Z是串联阻抗的等效阻抗，它等于各串联阻抗之和，即

$$Z=Z_1+Z_2+\ldots\ldots+Z_N$$

复阻抗的串并联与电阻串并联的计算形式相同。

阻抗的模之间 $\quad |Z|\neq|Z_1|+|Z_2|+\ldots\ldots+|Z_N|$

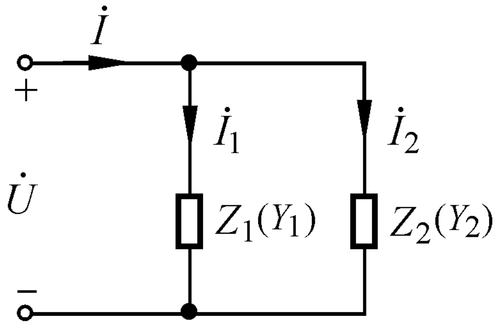
N个串联复阻抗的分压公式是

$$\dot{U}_k=\frac{Z_k}{\sum_{K=1}^{N}Z_k}\dot{U}$$

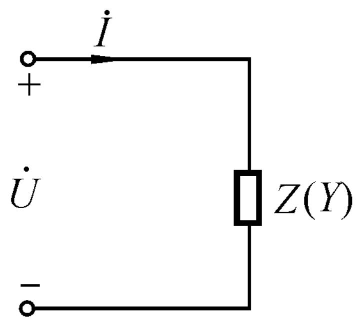
复阻抗的串并联

2. 阻抗并联

在电力供电系统中，各额定电压相同的负载是并联使用的。因此，最常用的是两个复阻抗Z_1和Z_2的并联电路，如图所示。



(a) 并联阻抗电路



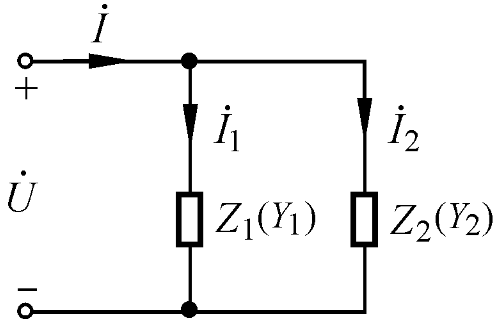
(b) 等效电路

特点：（1）两并联支路的端电压相等；

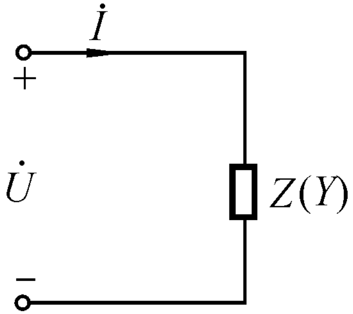
（2）列写相量形式KCL方程，可知总电流$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2$**；**

复阻抗的串并联

2. 阻抗并联



(a) 并联阻抗电路



(b) 等效电路

并联电路的等效阻抗为

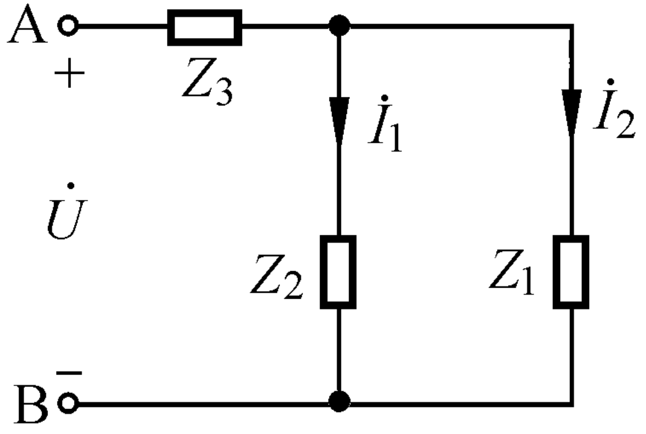
$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

并联复阻抗的分流公式

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{I} \\ \dot{I}_2 = \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{I} \end{cases}$$

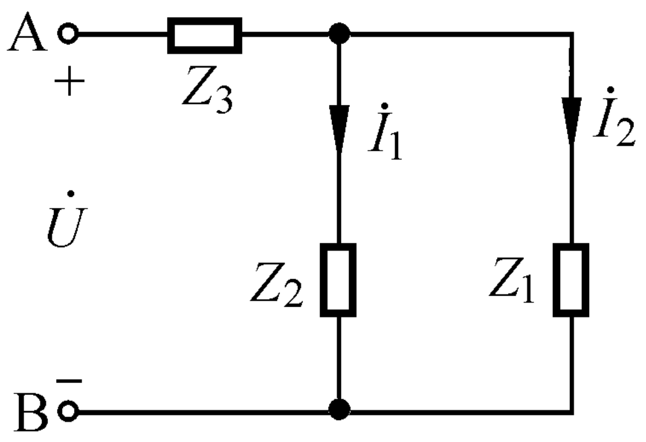
复阻抗的串并联

例 电路如图所示，已知 $Z_1=(10+j6.28)\Omega$，$Z_2=(20-j31.9)\Omega$，$Z_3=(15+j15.7)\Omega$ 求：Z_{ab}



复阻抗的串并联

例 电路如图所示，已知 Z_1=（10+j6.28）Ω，Z_2=（20 - j31.9）Ω，Z_3=（15+j15.7）Ω 求：Z_{ab}



解：

$$Z=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}=\frac{(10+j6.28)(20-j31.9)}{10+j6.28+20-j31.9}$$

$$=\frac{11.81\angle 32.13^{o}\times 37.65\angle -57.61^{o}}{39.45\angle -40.5^{o}}$$

$$=10.89+j2.86$$

$$Z_{ab}=Z_3+Z$$

$$\therefore Z_{ab}=Z_3+Z=15+j15.7+10.89+j2.86$$

$$=25.89+j18.56=31.9\angle 35.6^{o}\ \Omega$$