? ? 填空题

1．在五阶行列式中，$a_{12}a_{23}a_{35}a_{41}a_{54}$ 前应冠以________号。

2．已知 $D=\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{vmatrix}$，用 A_{ij} 表示 D 的元素 a_{ij} 的代数余子式（i、j=1,2,3），则 $2A_{13}+A_{23}-4A_{33}=$________。

3．矩阵$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$的秩 r=____________。

4．AX=0，是 n 个未知数 n 个方程的线性方程组（A 是系数矩阵），它有非零解的充分必要条件是___________。

5．若 A 为 n 阶方阵且$|A|\neq 0, k\neq 0,$则$|kA|=$_________。

6．设$a_1=(a,3,2)$，$a_2=(2,-1,3)$，$a_3=(3,2,1)$，若a_1,a_2,a_3线性相关，

则 a =____________。

7．设a_1,a_2,a_3线性无关，则a_1+a_3，a_2-a_1，a_2+a_3线性_________。

8．$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1}=$_________________。

9．当 l =_________时，方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=1 \\ x_1+3x_2+6x_3=2 \\ 2x_1+3x_2+3x_3=l \end{cases}$ 有解，此时其导出组的基础解系含__________ _________个解向量。

10．设$\alpha=\begin{pmatrix} 0 \\ y \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$，$\beta=\begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，它们规范正交，即单位正交，则 x=____，y=_____。

11．设 $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则 A 的特征值为________。

12．设三阶方阵 A 的特征值为 1，-1，2，$B=A^3-5A^2$，则$|A|=$________，B 的特征值为________，A^* 的特征值为________，A^2+2A+E 的特征值为________，$|B|$________，B 能否与对角阵相似________？

二、试求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 的逆 A^{-1}

三、判断下列向量组的线性相关性，并求它的一个极大无关组。

α_1=（14，12，6，8，2），α_2=（6，104，21，9，17），

α_3=（7，6，3，4，1），α_4=（35，30，15，20，5）。

四、设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 1\\ 3 & 4 & 2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}$，求矩阵方程中的矩阵 X，AX=B。

五、设 $\begin{cases}x_1+3x_2+2x_3+x_4=1\\ x_2+ax_3-ax_4=-1\\ x_1+2x_2+3x_4=3\end{cases}$

问 a 为何值时方程组有解？并在有解时求出方程组的通解。

六、求方程组 $\begin{cases}x_1-2x_2+x_3+2x_4=0\\ 2x_1-x_2+3x_3-x_4=0\\ \quad -x_1+5x_2-7x_4=0\end{cases}$ 的解空间的基与维数。

七、试证 A 和 B 等价，其中 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\quad B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$。

八、设 $a_1, a_2, \cdots, a_t$ 是 $AX=0$ 的基础解系，b 不是 $AX=0$ 的解，即 $Ab\neq 0$，证明

b，$b+a_1, b+a_2, \cdots, b+a_t$ 线性无关。

九、设有 n+1 个列向量 α_1，α_2，…，α_n，$\beta\in R^n$，A 是一个 n 阶正定矩阵，如果满足：

（1）$\alpha_j\neq 0$，j=1,2,…,n；

（2）$a_i' A a_j=0, i\neq j, i, j=1,2,\cdots,n$；

（3）β与每一个 α_j 都正交，

证明β=0。