1. 填空题

（1）向量$\alpha=(a_1,a_2)$和向量$\beta=(b_1,b_2)$线性相关的充要条件是_________。

（2）已知向量组$\alpha_1=(1,2,-1,1)$，$\alpha_2=(2,0,t,0)$，$\alpha_3=(0,-4,5,-2)$的秩为 2，则 t=_____.

(3)　已知 4维列向量组

$$\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\2\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}2\\5\\-1\\4\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_4=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\\-1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_5=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\0\end{pmatrix}$$

所生成 的向量空间为 V，则 V 的维数 dim V=(　　　　　　　)；

(4) 向量组$\alpha_1=(1,1,1,1,1,2)$，$\alpha_2=(1,0,2,2,6,6)$，$\alpha_3=(2,3,1,1,-3,0)$，$\alpha_4=(4,5,3,3,-1,4)$的秩__________.

（5） 设 向量组

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\-4\end{pmatrix},\quad \alpha_2=\begin{pmatrix}2\\3\\-4\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}2\\-5\\8\\-3\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}5\\26\\-9\\-12\end{pmatrix},\alpha_5=\begin{pmatrix}3\\-4\\1\\2\end{pmatrix}$$

，它的秩是(　　　　　　)，一个最大线性无关组是（　　　　　　　　　　　）.

2．选择题

（1）n 维向量$a_1,a_2,\cdots a_s(3\le s\le n)$线性无关的充要条件是（　　）

（A）.存在一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots k_s$,使$k_1a_1+k_2a_2+\cdots k_sa_s\ne 0$

（B）$a_1,a_2,\cdots a_s$中任意两个向量都线性无关

(C) $a_1,a_2,\cdots a_s$中存在一个向量，它不能用其余向量线性表示

(D) $a_1,a_2,\cdots a_s$任意一个向量都不能用其余向量线性表示

(2) 已知向量组a_1,a_2,a_3,a_4线性无关，则向量组（　　）

(A) $a_1+a_2,a_2+a_3,a_3+a_4,a_4+a_1$线性无关。

(B) $a_1-a_2,a_2-a_3,a_3-a_4,a_4-a_1$线性无关。

(C) $a_1+a_2,a_2+a_3,a_3+a_4,a_4-a_1$线性无关。

(D) $a_1+a_2,a_2+a_3,a_3-a_4,a_4-a_1$线性无关。

(3).设$\alpha_1=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}c_1\\c_2\\c_3\end{pmatrix}$，则三条直线$a_ix+b_iy+c_i=0$

$(i=1,2,3;a_i{}^2+b_i{}^2\neq 0)$交于一点的充要条件是（　　）

(A) .$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关　　(B) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关

(C) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关，$\alpha_1,\alpha_2$线性无关

(D) R($\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$)=R($\alpha_1,\alpha_2$)

(4).设方阵 A 的行列式$|A|=0$，则 A 中　（　　）

(A) 必有两列成比例　　(B) 必有一列元素为 0

(C) 必有一列向量是其余列向量的线性组合。

(D) 任一列向量是其余列向量的线性组合

(5）若向量α,β,γ线性无关，α,β,δ线性相关，则（　　）

（A）α必可由β,γ,δ线性表示　　　（B）β必不可由α,γ,δ线性表示

（C）δ必可由α,β,γ线性表示　　　（D ）δ必不可由α,β,γ线性表示

3.判断对错：

(1）　初等矩阵都是可逆阵，并且其逆阵都是它们本身　　　（　　）

（2）　若向量 α_1,α_3线性无关，向量 α_2,α_3线性无关，则 α_1,α_2也线性无关。（　　）

（3）若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 可由另一向量组$b_1,b_2,\cdots b_s$线性表示，则$r\le s$

（4）设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，则$\alpha_1+\alpha_3$，$\alpha_2-\alpha_1$，$\alpha_2+\alpha_3$线性无关（　　）

（5）　若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_m$线性相关，则对任意一组不全为零的数$k_1,k_2\cdots k_m$都有

$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots k_m\alpha_m=0$　　（　　　）

4．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关 ，问: 常数$l,m$满足什么条件时, 向量组

$l\alpha_2-\alpha_1,m\alpha_3-\alpha_2,\alpha_1-\alpha_3$, 也线性无关。

5．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关 ，向量$\beta_1$能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示 ，向量 β_2

不能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示 ．证明：向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1+\beta_2$也线性无关。

6．a为何值时，向量组α_1=（1，1，1，1，2），α_2=(2，1，3，2，3），

α_3=（2，3，2，2，5)，α_4=（1，3，–1，1，a）线性相关？秩为多少？

并求一个极大无关组。

7．设α是n 维非零列向量，$A=E-\alpha\alpha^T$，证明

（1）$A^2=A \Leftrightarrow \alpha^T\alpha=1$．　　　（2）$\alpha^T\alpha=1$时，$A$不可逆。