

1. 填空题

(1) 在五阶行列式中, 项 $a_{32}a_{55}a_{14}a_{21}a_{43}$ 的符号取_____。

(2) 如果 n 阶行列式中等于零的元素个数大于 $n^2 - n$, 那么此行列式的值为_____。

(3) 设 α, β, γ , 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的三个根, 则行列式

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \gamma & \alpha & \beta \\ \beta & \gamma & \alpha \end{vmatrix} = \text{_____}。$$

(4) 若行列式 $D = \begin{vmatrix} k & 2 & 3 \\ -1 & k & 0 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix} = 0$, 则 $k = \text{_____}$ 。

(5) 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 9 \\ 9 & 36 & 81 \end{vmatrix}$, 则 D 的值 = _____。

2. 选择题

(1) 行列式 $\begin{vmatrix} k & 2 & 1 \\ 2 & k & 1 \\ k & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ 的充要条件是 () A. $k=0$, B. $k=1$, C. $k=2$, D. $k=3$

(2) 行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix} = (\quad)$

(A). $a_1a_2a_3a_4 - b_1b_2b_3b_4$ (B). $a_1a_2a_3a_4 + b_1b_2b_3b_4$

(C). $(a_1a_2 - b_1b_2)(a_3a_4 - b_3b_4)$ (D) $(a_2a_3 - b_2b_3)(a_1a_4 - b_1b_4)$

(3) 设 $f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ x & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$, 则 $f(x) = 0$ 的根为

(A) 0, (B) -1, (C) -2, (D) -3

(4) 如果 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, $D_1 = \begin{vmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix}$, 则 $D_1 =$

- (A) $2D$, (B) $-2D$ (C) $8D$ (D) $-8D$

(5) 已知 $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$, 则 $D =$

(A) $A_{31} + A_{32} + A_{33} + A_{34}$

(B) $-A_{31} + 2A_{32} + 5A_{33} + 4A_{34}$

(C) $A_{13} + A_{33} + 5A_{43}$

(D) $(-1)^{1+4}M_{14} + (-1)^{2+4}M_{24} + (-1)^{3+4}M_{34} + (-1)^{4+4}M_{44}$

3. 判断下列各题正确与否：

(1) $\begin{vmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} o & 0 & 0 & 1 \\ a & b & c & 0 \\ a^2 & b^2 & c^2 & 0 \\ a^3 & b^3 & c^3 & 0 \end{vmatrix} = abc \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} a & a & 1 \\ a & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1$

(4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 2b_1 - a_1 & 2b_2 - a_2 & 2b_3 - a_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

4. 计算下列行列式

(1) $D = \begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 7 & 5 & 6 & 6 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 7 & 0 \end{vmatrix}$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 99 & 201 & 298 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix}$$

5. 已知行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2$,

求下列行列式 (1) $\begin{vmatrix} 2a_{11} & a_{21} - 3a_{11} & a_{21} - a_{31} \\ 2a_{12} & a_{22} - 3a_{12} & a_{22} - a_{32} \\ 2a_{13} & a_{23} - 3a_{13} & a_{23} - a_{33} \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ a_{11} & a_{21} & a_{31} & 1 \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & 1 \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & 1 \end{vmatrix}$

6. 计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \\ x_1^n & x_2^n & \cdots & x_n^n \end{vmatrix}$$

7. λ 为何值是时, 下列方程组有非零解:

$$(1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x_1 + \lambda x_2 + 3x_3 = 0 \\ \lambda x_1 - x_2 - 4x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$