

特刊

基于流动性、扩散性和吸收性的逼真的油漆模拟

Mi You、Taekwon Jang、Seunghoon Cha、Jihwan Kim 和 Junyong Noh*

KAIST, 373-1 Guseong-dong, Yuseong-gu, Deajeon, 韩国

抽象的

我们提出了一种利用油漆的流动性、扩散性和吸收性等特性来创建逼真的油漆模拟的新方法。我们将绘画元素分别视为颜料、粘合剂、溶剂和纸张。采用平滑粒子流体动力学, 包括考虑粘弹性运动, 我们模拟了油漆和溶剂的流体运动。为了处理颜料在溶剂中的扩散, 我们使用了传质方法。遵循菲克定律, 颜料浓度发生变化, 每个颜料粒子相应地扩散到附近。随着时间的流逝, 粘合剂和溶剂被吸收, 大部分颜料留在纸上。Lucas-Washburn 方程决定了吸收的距离。这些例子表明我们的方法可以有效地生成各种类型的绘画。版权所有 © 2013 John Wiley & Sons, Ltd.

关键词

油漆模拟; 颜料扩散; 非真实感渲染; 平滑粒子流体动力学支持信息可在本文的在线版本中找到。

* 一致

Junyong Noh, KAIST, 373-1 Guseong-dong, Yuseong-gu, Deajeon, 韩国。邮箱:

junyongnoh@kaist.ac.kr

一、简介

在绘制图片时, 经常会观察到流动性、扩散性和吸收性等现象。由于油漆和溶剂是液体的类型, 流动性在决定任何绘图的结果中起着重要作用。当两个流体成分相邻时, 它们之间总是会发生由不同浓度引起的扩散。随着时间的流逝, 液体被吸收, 在纸上留下颜料和大部分粘合剂。因此, 在绘画模拟系统的设计中考虑这些在绘画过程中观察到的特征是很重要的。然而, 在计算机图形学研究领域中同时考虑这些因素的努力并不多。

许多先前的研究都集中在非真实感渲染 (NPR) 领域中特定类型的油漆效果的表示[1-4]。这些研究倾向于孤立地考虑每种油漆效果。然而, 绘画效果是由现实世界中复杂的物理规律自然产生的。此外, 许多作品依赖于平面表示[5,6]。尽管绘画的最终结果位于几乎平坦的表面上, 但在绘画过程中, 油漆和溶剂并不平坦。因此, 逼真的绘画效果的创作需要

三维信息的整合。此外, 以往的作品通常都对特定的绘画类型进行了定义, 例如油画或水画, 并以不同的方式表现它们。然而, 无论绘画的类型如何, 颜料和纸张的元素之间都存在着普遍的相互作用。

已经进行了许多研究以开发物理上正确的流体动力学[7,8]。一些研究专门处理混相模拟[9-11]。这些研究中的方法成功地模拟了多种流体的混合行为。然而, 这些方法没有考虑到绘制组件之间的关系或交互。此外, 尽管与纸张相互作用在产生油漆效果方面很重要, 但纸张吸收流体的过程在很大程度上被忽略了 [3,5,6]。

在本文中, 我们提出了一种新的油漆模拟方法, 该方法考虑了油漆过程的特点。首先, 我们将绘画的组成材料分开。这些包括粘合剂、颜料和溶剂。在这里, 粘合剂和颜料可以组合成油漆。其次, 我们采用平滑粒子流体动力学 (SPH) 来控制油漆和溶剂的运动。第三, 我们将涂料的颜料扩散效应包括在溶剂中。这种扩散是由



图1. 我们的系统模拟的示例图像。

液体之间颜料浓度的差异。扩散效应的建模采用传质方法。第四，将流体吸收到纸中。根据吸收程度的不同，最终的绘画可以是平的或厚的，这是绘画的决定性特征之一，即水性颜料或油画颜料。图1是我们的绘画系统创建的示例图像，绘画的重要特征自然地显示出来。

2. 以前的工作

在 NPR 领域，已经有几项研究考虑了特定流体模拟的特性。为了以艺术创作为目的，模拟墨水在一张吸水性中国纸上的分散，Chu 和 Tai 提出了基于格子 Boltzmann 方程的流体流动模型 [5]。除了隐式物理模拟之外，他们还结合了基于图像的方法来渲染高质量的输出。同样，孙等。[12]提出了一种艺术中国绘画的方法。他们根据布朗运动和毛细效应计算了水墨粒子的扩散量。柯蒂斯的研究等。[图 6] 是 NPR 和流体模拟的另一种组合。他们定义了边缘变暗、流动效果和上光等实际的水彩效果，以实现相应的艺术效果。对于水性颜料的模拟，Laerhoven 和 Reeth [13] 在分层画布设计中使用了基于物理但启发式的规则。百特等。

[14] 开发了一种可用于交互式绘画系统的粘性绘画模型；这个系统展示了一种厚重而厚重的绘画风格。

绘画的主要特征之一是混合物质之间的扩散。为了处理混溶和不混溶的流体，Kang 等。[10]结合了距离函数和体积分数。公园等。[[11]在先进的格子玻尔兹曼方法的基础上，采用卡恩-希利亚德方程来追踪扩散浓度场的演变。刘等。[9]提出了一种液液混合模拟，称为 LLSPH。一个

Shin 采用的传质机制等。[15]处理了这些流体界面处的液体扩散。特别是，达西定律的使用再现了粘性指法效应，它产生了在墨水扩散中通常观察到的分形形状。同样，查等。[[16]使用扩散限制聚集模型再现了粘性指法效应。最近，格雷格森等。[[17]通过捕获与透明流体混合的荧光流体来再现湍流混合行为。胡贝尔等。[18]基于液体扩散状态的非克定律模拟织物中的润湿和芯吸外观。由于 Fick 定律是传质领域中最重要方程之一，许多化学物理论文都使用了该理论 [19-21]。

流体模拟是计算机图形学中的热门研究领域之一。SPH 是确定流体运动的拉格朗日方法的主要分支。SPH 首先主要用于天文学[22,23]。德斯布伦等。[24]将 SPH 引入计算机图形 (CG) 领域，以动画高度可变形的物体。穆勒等。[25]进一步开发了 SPH，用于自由表面的水模拟。Becker 和 Teschner [26]提出了弱可压缩 SPH 方法，它避免了求解 Poisson 方程。亚当斯等。[[27]使用自适应采样粒子来动态降低模拟速度。Solenthaler 和 Pajarola [7]使用称为 PCISPH 的预测校正方案来强制 SPH 的不可压缩性。

粘弹性流体动力学也得到了积极发展。卡尔森等。[28]通过修改标记和单元算法，开发了一种用于高粘性液体和熔化物体的欧拉求解器。戈克泰金等。[[29]通过在基本的 Navier-Stokes 方程中加入额外的弹性应力项来模拟流体的粘性、弹性和塑性行为。斯蒂尔等。[30]提出了一种基于粒子的方法来模拟粘性液体。有一些方法利用弹簧来产生粘弹性。交换由粒子速度差异确定的径向脉冲会产生粘弹性效应 [31]。常等。[[32]通过引入额外的弹性应力项，提出了一种基于粒子的粘弹性流体模拟方法。疯狂等。[33]介绍了不可压缩粘性液体薄片的动力学。他们展示了几种有趣的粘性片材行为，包括拉伸、屈曲、下垂和起皱。

3. 现实世界绘画中的观察

在设计绘画模拟系统之前，我们观察了真实绘画的过程。要画一幅画，首先要准备颜料和溶剂。油漆通常需要一种溶剂，除非在特殊情况下，例如产生大理石效果。

油漆由颜料和粘合剂组成。颜料是决定油漆颜色的微小颗粒。这些颗粒通过粘合剂结合在一起。粘合剂是一种无色材料，通常被称为将颜料粘合在一起形成油漆的载体。粘合剂的特性决定了油漆的特性，例如类型、亲水性水平、外部耐久性、柔韧性和韧性。在商业管式涂料发明之前，艺术家通过自己混合颜料和粘合剂来生产涂料。（图 2）。如果满足某些条件，混合物可以分解成原始成分并单独移动。在绘图过程中，当油漆遇到溶剂时总是会发生分解。

溶剂是另一种携带非挥发性成分的液体元素。例如，水是水性涂料的主要稀释剂。油性涂料需要石油馏分、酒精或其他各种类型的油作为主要稀释剂。溶剂的重要作用是稀释坚硬的油漆。当涂料与溶剂混合时，颜料和粘合剂的连接变得松散。颜料从油漆中分离出来，随着溶剂的运动而流动，穿梭在纸或画布的表面。

我们的观察发现了在真实绘画过程中发生的常见物理现象。第一个常见的现象是流动性。作为油漆和

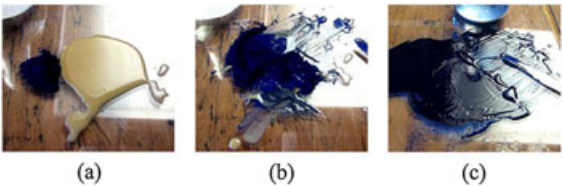


图 2。(a) 之前混合颜料（蓝色）和粘合剂（米色）在 (b) 和 (c) 之后。

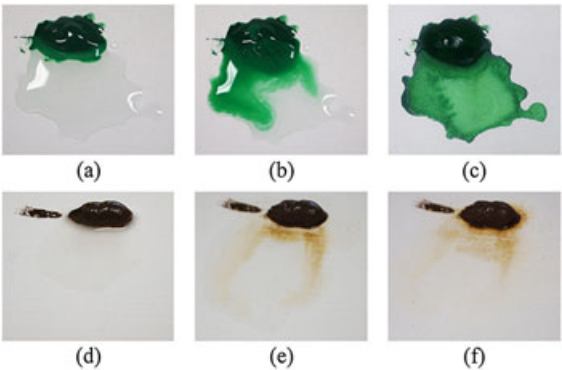


图 3。真正的扩散和吸收过程。上排是一个水彩颜料（a, b, c），下排是油画颜料（d, e, f）。

溶剂是液体，它们通过流体动力学移动。然而，与溶剂不同的是，涂料是一种粘弹性材料[29]。因此，应该相应地计算油漆的运动。第二个常见现象是扩散。当涂料与溶剂混合时，涂料中的颜料在颜料浓度差异的驱动下扩散到溶剂中。图 3 显示了在实际绘画过程中观察到的扩散过程。第三个常见现象是吸收。随着时间的流逝，粘合剂和溶剂被吸收到纸张中，大部分颜料留在表面上。发生这种情况是因为颜料颗粒大于纸中孔的直径。然而，由于粘合剂的吸收能力小于溶剂的吸收能力，一些粘合剂也会留在纸上。这些剩余量的粘合剂使绘画具有粗糙的质感。在下一节中，我们将更专业地解释我们的绘画模拟。

4. 建模油漆模拟

我们设计了我们的绘画模拟来反映绘画的真实过程。我们利用 PCISPH 方法进行基本流体模拟。我们还包括油漆运动的粘弹性概念。当油漆与溶剂混合时，粘合剂和颜料之间的结合变得松散，颜料从油漆中扩散到溶剂中。为了处理传质现象，我们采用了菲克定律。我们系统中的每个流体粒子都包含单独的颜料浓度值。在初始阶段，涂料颗粒具有颜料浓度的初始值，溶剂颗粒的值设置为零。遵循扩散定律，颜料浓度被更新。在最后一步中，我们计算了由吸收引起的穿透距离。

4.1. 流动性

SPH 对每个粒子携带的变量进行插值。特定数量的价值一个在任何位置 \mathbf{r} 可以根据来自相邻粒子的贡献的加权进行评估 \mathbf{j} ：

$$\text{一个。} \frac{r}{D} \quad \sum_j^X \frac{\text{一个} j W \mathbf{r} - \mathbf{r}_j}{\rho_j} H \quad - \quad (1)$$

在哪里 \mathbf{j} 迭代所有相邻的粒子， m_j 是粒子的质量， ρ_j 是粒子密度， \mathbf{r}_j 是位置，并且 $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)/H$ 是具有半径的平滑核 H 。

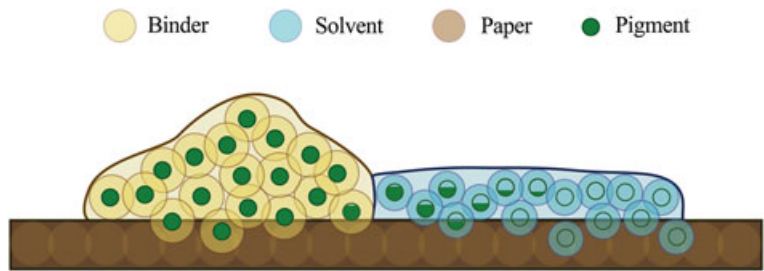


图 4。我们系统的图解说明。绿色圆圈的坚固程度表示集中程度。

4.1.1. 控制方程。

为了模拟油漆的运动，我们将粘弹性力 [29,32] 添加到 SPH 动量方程中。控制方程修改如下：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{C} - \mathbf{F}) \quad (2)$$

在哪里 ρ 是速度场， ρ 是密度， p 是压力， ν 是粘度， e 是流体的弹性，

是弹性应变张量，并且 \mathbf{F} 代表外力。因为粒子随着流体运动，所以对流项 $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$ 是无意义的，可以从等式中省略。然后将等式 (1) 应用于等式 (2) 的其余项。

$$\mathbf{F} = -\nabla \cdot \mathbf{C} = -\nabla \cdot \left(\frac{\nu}{\rho} \nabla \rho \right) \quad (5)$$

我们将方程 (5) 应用于粘合剂颗粒，因为油漆是粘弹性流体的典型例子。图 5 显示了由不同力移动的流体的不同运动。红色涂料受粘弹性力的影响，而绿色涂料仅受粘性力移动。黄色油漆显示了排除这两种力的结果。有关等式 (5) 中弹性应变计算的附加说明，请参见附录 A。

4.2. 扩散

涂料中的颜料通过传质扩散到溶剂中。与由速度驱动的动量传递不同，质量传递主要由浓度差异驱动。因此，即使在静止的流体中也可能发生油漆扩散。将较高浓度区域中的一种成分运输到其中一种

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \left(\mathbf{p} - \mathbf{C} - \mathbf{F} \right) \quad (3)$$

$$\mathbf{F} = -\nabla \cdot \mathbf{C} = -\nabla \cdot \left(\frac{\nu}{\rho} \nabla \rho \right) \quad (4)$$



图 5。粘弹性（红色）、粘性（绿色）和基本（黄色）涂料的视觉比较。

为了处理传质现象，我们采用 Fick 第二定律如下：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C \quad (6)$$

为了利用菲克第二定律，系统必须处于没有流体流动和没有化学物质产生的条件下。我们的系统满足这些条件。详细推导写在附录 B 中。我们将方程转换为 SPH 形式如下：

$$\frac{dC_i}{dt} = \sum_j \frac{C_j - C_i}{r_{ij}} \frac{r_j}{r_{ij}^2} \quad (7)$$

每个粒子中每种颜料的最终浓度在每个时间步更新。

4.2.1. 扩散系数。

扩散速度可能因介质而异。例如，由于溶剂通常比粘合剂具有更高的扩散系数，因此颜料在溶剂中的扩散速度更快。此外，水基溶剂比油基溶剂具有更高的扩散性。在等式 (6) 中，D 是控制扩散速度的扩散率。

在扩散过程中，颜料在流体中不规则地散开。对于理想的扩散来说，恒定的扩散率值可能就足够了。然而，如图 3 所示，真实涂料的扩散需要一个可变的扩散系数才能达到真实的效果。我们利用基于曲率的扩散系数。我们计算每种颜料浓度的曲率并将其应用于扩散率，如下所示：

$$D_i = \frac{r_i^2 C_i}{\sum_j r_{ij}^2 C_{ij}} \quad (8)$$

为了控制扩散率的大小，我们添加了一个权重值！D。

4.3. 吸收

当油漆和溶剂与纸张接触时，它们会被吸收到纸张中。许多研究都涉及高吸收性材料，例如宣纸，这是一种非常薄且吸水性高的中国纸或织物 [5,18]。这些类型的纸在一种材料内同时处理吸收和扩散，尽管流体扩散得很广。但是，如图 3 所示，扩散通常发生在液体中，而吸收仅发生在纸张的加湿区域。因此，我们将颜料扩散到液体中和纸张对液体的吸收这两个阶段。

为了计算液体对多孔材料（如纸）的渗透，我们采用 Lucas-Washburn 方程 [34]：

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\sqrt{2\gamma \cos \theta}}{\sqrt{8\eta r_c}} \quad (9)$$

渗透速度的大小， $\frac{dl}{dt}$ ，毛细管长度， l ，通过使用半径的小毛细管计算， r_c ，静水压力， ρH ，毛细管压力， ρ_c ，和粘度， η 。对于毛细管压力， ρ_c ，我们用

$$\rho_c = \frac{2\gamma \cos \theta}{r_c} \quad (10)$$

在哪里 γ 是液体的表面张力和 θ 是个接触角。

由于等式 (9) 明确计算速度，它可以很好地与我们的 SPH 系统集成。此外，毛细管半径控制纸张吸收性。用于油画的帆布比用于水彩画的纸具有更低的吸收性。因此，我们的统一系统可以产生不同的绘画效果，比如油画的纹理厚重，残留颜料颗粒多，水彩画的纹理薄而扁平。

5. 渲染

我们开发了一个统一的渲染算法来表达液体粒子的表面和颜料浓度。尽管我们将流体分为粘合剂和溶剂两种类型，但由于粘合剂和溶剂是可混溶的流体，它们仅与空气接触。每个粒子的单独颜料浓度表示为密度。我们同时渲染这些值。

5.1. 液面重建

有许多研究已经解决了从粒子构建表面的问题 [25,35-37]。我们利用朱和布里德森的表面重建方法。可以从粒子计算带符号的距离场。隐式函数如下：

$$F(\mathbf{x}) = \sum_j \frac{C_j}{r_{ij}^2} \quad (11)$$

在哪里 \bar{C}_i 是附近粒子位置的加权平均值，并且 r_i 是半径的加权平均值。我们在这个计算中排除了吸收的粒子，因为只有剩余的液体应该被可视化。

5.2. 颜料渲染

我们将颜料浓度表示为颜料密度。这是因为很难看到单个粒子，其典型大小约为 0.001 0.002 毫米。

具体来说，我们利用基于网格的密度场。在每个细胞中，色素浓度都聚集在半径范围内 r 。呈现颜料浓度的值。

流体颗粒被纸吸收后，许多颜料颗粒会留在纸上。我们允许纸张

当液体颗粒与纸张接触时具有颜料密度。最后，使用插在 Autodesk Maya 中的 3D 渲染软件 mental ray 同时渲染液体的几何形状和颜料密度。

6. 结果

我们使用 OpenMP 在 C++ 中实现了建议的仿真框架，以并行计算。模拟在具有 8 GB 内存的 Intel Xeon 2.80 GHz CPU 上运行，用于创建所有场景。有关结果的动画，请参见随附的视频。

图 6 显示了一幅类似于美国有影响力的画家杰克逊·波洛克的作品的丙烯画。这幅画也被李研究过等。[38] 从 NPR 的角度来看。由于波洛克的技术是倾倒和滴落颜料，被称为动作绘画，因此必须考虑三维信息。我们的油漆模拟可以生成在三维空间中发生的动态流体运动。此外，粘弹性力的结合使颗粒像丙烯酸涂料一样移动。我们设置的值 $-v$ 等于 80.0 和 $-e$ 等于 1000.0。由于粘度和弹性值较高，模拟时间步长很小，为 0.0002。在计算 29263 个油漆粒子和 20716 个纸张粒子时，模拟平均每帧耗时 57 秒。提取表面和颜料浓度场平均每帧花费 61 秒的额外时间。

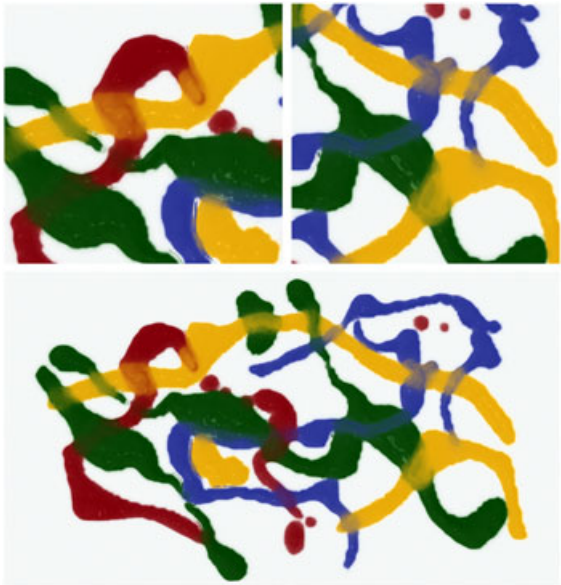


图 6。类似于杰克逊的丙烯画风格的图像波洛克画。

我们的系统有效地生产各种类型的绘画。图 7 显示了一幅看起来像是水彩画的图像。使用具有低粘度的溶剂可以使模拟结果变薄而平坦。此外，颜料浓度的扩散速度比图 6 所示的情况更快，因为溶剂的扩散率高于粘合剂的扩散率。溶剂的扩散权重为 0.038。吸收也被应用，因为与用于油画或丙烯画的帆布相比，纸张具有更高的吸收性。对于杰克逊·波洛克的画作，我们设置 rc 等于零，表示没有吸收。对于花朵图像，我们设置 rc 等于 2.5 e-5。我们在表 1 中列出了图 6 和图 7 中使用的参数。

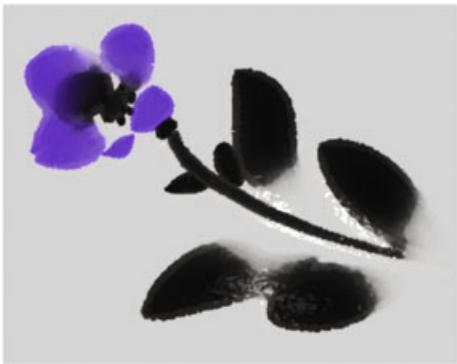


图 7。包含水中显示特征的花卉图像-彩色绘画。

图 8 显示了一系列图像，其中 CASA 标志的涂料依次落入溶剂中。该模拟使用 9006 个油漆颗粒、37180 个溶剂颗粒和 23028 个纸颗粒进行。由于涂料只有粘性力，- vD 40, 这张图片中的动作

表格1。用于两个示例的参数。

液体型		$-v$	$-e$	$!D$	rc	$-$
杰克逊·波洛克 花	粘合剂	80.0	1000.0	0.001	0.0	0.028
	粘合剂	10.0	0.0	0.038	0.0	0.028
	溶剂	5.0	0.0	0.05	2.5e4	0.07275

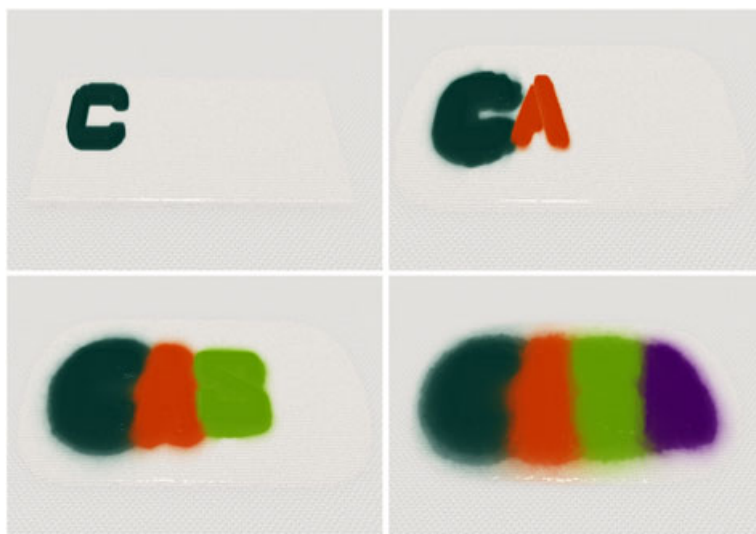


图 8。CASA 标志依次落入溶剂中。

比图 6 中的图像更平滑。扩散率权重值设置为溶剂的 0.01 和粘合剂的 0.002。模拟每帧耗时 130 秒。环境 ϵ_c 等于 $2.5e-4$ 对于引起吸收的溶剂。

和 Hyunggoog Seo 进行讨论和帮助。这项工作得到了 KOCCA/MCST (R2010050008, 用于 2-D 到 3-D 立体图像转换的软件开发) 和 MKE (10040959, 支持 4K 图像的合成软件的开发) 的支持。

7. 结论与讨论

在本文中, 我们尝试将绘画的 NPR 特征与流体模拟相结合。在观察真实绘画的基础上, 我们在设计通用绘画系统时考虑了绘画的成分, 如颜料、粘合剂、溶剂和纸张。在 SPH 流体模拟中加入粘弹性, 忠实地反映了绘画的流动性。菲克定律的应用处理了不同浓度引起的扩散。还包括吸收以模拟油漆与纸张的相互作用。这种方法允许我们的绘画模拟生成各种类型的绘画。

将来, 我们希望能将纸张或帆布的固有属性包括在内。与纸张相互作用的信息将允许更详细、更自然地表达绘画效果。此外, 考虑纸张特性的吸收信息将创建更逼真的绘画模拟。画笔界面等交互应用适合我们的系统。一个允许在 3D 空间中轻松绘图的新界面在实践中可能非常有用。

致谢

我们感谢匿名审稿人的宝贵意见。我们感谢刘世光、朴振豪、

参考

1. 曾凯, 赵敏, 熊丙, 朱 SC。从图像解析到绘画渲染。*ACM 图形事务*2009;**29**(1): 2:1-2:11。
2. Luft T, Deussen O. 使用模糊深度测试的植物实时水彩插图, In *NPAR '06*, 法国安纳西, 2006 年; 11-20。
3. Bousseau A, Kaplan M, Thollot J, Sillion F. 具有时间连贯性和抽象性的交互式水彩渲染, 在 *NPAR '06*, 美国纽约, 2006 年; 141-149。
4. Xu S, Xu Y, Kang SB, Salesin DH, Pan Y, Shum HY。通过基于笔划的分解动画中国画。*ACM 图形事务* 2006 年 4 月; **25**(2): 239-267。
5. Chu N, Tai CL. Moxi: 吸水纸中的实时墨水分散。在 *ACM SIGGRAPH 2005 论文*, SIGGRAPH '05。ACM, 纽约, 美国, 2005; 504-511。
6. Curtis CJ, Anderson SE, Seims JE, Fleischer KW, Salesin DH. 计算机生成的水彩画。在 *SIGGRAPH '97*. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 纽约, 美国, 1997; 421-430。

7. Solenthaler B, Pajarola R. 预测校正不可压缩 sph. *ACM 图形事务*2009; **28**(3): 40:1–40:6。
8. Stam J. 稳定流体。在 *SIGGRAPH '99*. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 纽约, 美国, 1999; 121–128。
9. Liu S, Liu Q, Peng Q. 混合流体的真实模拟。 *视觉计算机*2011; **27**: 241–248。
10. 康 NH、朴 JH、Noh JY、Shin SY. 使用体积分数的多种流体模拟的混合方法。 *计算机图形学论坛*2009; **29**: 685–694。
11. Park JH、Kim YH、Wi DH、Kang NH、Shin SY、Noh JY. 统一处理不混溶和混溶流体。 *电脑动画和虚拟世界*2008; **19**: 455–467。
12. Sun M, Wang Z, Sun J. 基于物理建模的水墨扩散和多冲程叠加图形模拟器, In *多媒体技术 (ICMT)*, 宁波, 2010 年 10 月 29–31 日; 1–7。
13. Van Laerhoven T, Van Reeth F. 水性涂料的实时模拟: 自然现象和特殊效果。 *电脑动画和虚拟世界* 2005; **16** (3–4) : 429–439。
14. Baxter W, Liu Y, Lin MC. 用于交互式应用的粘性涂料模型: 研究文章。 *电脑动画和虚拟世界*2004; **15**: 433–441。
15. Shin SH、Kam HR、Kim CH. 混相混合与粘性指法的混合模拟。 *计算机图形学论坛*2010; **29**(2): 675–683。
16. Cha SH, Park JH, Hwang JH, Noh JY. 粘性指法的有效扩散模型。 *视觉计算机*2012; **28**: 563–571。
17. Gregson J、Krimmerman M、Hullin MB、Heidrich W. 随机断层扫描及其在混合流体 3D 成像中的应用。 *ACM 图形事务*2012; **31**(4): 52:1–52:10。
18. Huber M, Pabst S, Strasser W. 湿布模拟, In *计算机图形学国际研讨会*, 加拿大不列颠哥伦比亚省温哥华, 2011 年 6 月; 10:1–10:1。
19. 泰瑞尔 HJV. 菲克扩散定律的起源和现状。 *化学教育杂志*1964; **41**: 397。
20. 索末菲 M. *气泡流: 分析、建模和计算*, 1 版 (2004 年 2 月 2 日)。斯普林格, 2004 年。
21. Nurge MA、Youngquist RC、Starr SO. 模拟多层碳复合结构中水分扩散的质量守恒。 *夹层结构与材料杂志*2010; **12**: 755–763。
22. 露西 LB. 一种检验裂变假说的数值方法。 *天文杂志* 1977; **82**: 1013–1024。
23. Gingold RA, 莫纳汉 JJ. 平滑粒子流体动力学 - 非球形恒星的理论 and 应用。 *皇家天文学会*1977; **181**: 375–389。
24. Desbrun M, 加斯库尔议员. 平滑粒子: 动画高度可变形物体的新范式。在 *计算机动画和模拟 '96 Eurographics 研讨会论文集*. Springer-Verlag New York, Inc., 美国纽约, 1996 年; 61–76。
25. Müller M、Charypar D、Gross M. 基于粒子的交互式应用流体模拟。在 *SCA '03*. 欧洲图形学协会, 艾尔拉维尔, 瑞士, 瑞士, 2003; 154–159。
26. Becker M, Teschner M. 自由表面流动的弱可压缩 sph. 在 *SCA '07*. 欧洲图形学协会, 艾尔拉维尔, 瑞士, 瑞士, 2007; 209–217。
27. Adams B、Pauly M、Keizer R、Guibas L. 自适应采样粒子流体。 *ACM 图形事务*2007; **26**(3): 48:1–48:7。
28. Carlson M, Mucha PJ, Van Horn RB, III, Turk G. 融化和流动。在 *SCA '02*. ACM, 纽约, 美国, 2002; 167–174。
29. Goktekin TG, Bargteil AW, 奥布莱恩 JF. 一种动画粘弹性流体的方法。 *ACM 图形事务*2004; **23**(3): 463–468。
30. Steele K, Cline D, Egbert PK, Dinerstein J. 建模和渲染粘性液体。 *电脑动画和虚拟世界*2004; **15** (3–4) : 183–192。
31. Clavet S, Beaudoin P, Poulin P. 基于粒子的粘弹性流体模拟。在 *SCA '05*. ACM, 纽约, 美国, 2005; 219–228。
32. Chang Y, Bao K, Liu Y, Zhu J, Wu E. 基于粒子的粘弹性流体动画方法。在 *VRST '09*. ACM, 纽约, 美国, 2009; 111–117。
33. Batty C、Uribe A、Audoly B、Grinspun E. 离散粘性片材。 *ACM 图形事务*2012; **31**(4): 113:1–113:7。
34. 沃什伯恩电子战. 毛细流动动力学。 *物理审查*1921; **17**: 273–283。
35. 布林 JF. 代数曲面绘图的推广。 *ACM 图形事务* 1982; **1**(3): 235–256。
36. Premoe S、Tasdizen T、Bigler J、Lefohn A、Whitaker RT. 基于粒子的流体模拟。 *计算机图形学论坛*2003; **22**: 401–410。
37. Zhu Y, Bridson R. 将沙子动画化为流体。 *ACM 图形事务*2005; **24**(3): 965–972。

38. Lee S、Olsen SC、Gooch B. 交互式 3D 流体喷射绘画。在 *NPAR '06*. ACM, 纽约, 美国, 2006; 97-104。
39. Welty J, 威克斯 CE, Rorrer GL, 威尔逊 RE。 *动量、传热和传质的基本原理*, 5 版。威利, 2007 年。

附录一：

我们解释了方程 (5) 中使用的基于粒子的弹性应变张量。将总应变张量分解为塑性和弹性分量, 弹性应变通过时间导数的积分来评估:

$$\frac{d_{全部的}}{d\text{吨}} D \frac{d_{松紧带}}{d\text{吨}} C \frac{d_{塑料}}{d\text{吨}} \quad (A.1)$$

$$\frac{松紧带}{吨} C \frac{松紧带}{吨} D \frac{d_{松紧带}}{d\text{吨}} \text{吨} \quad (A.2)$$

总应变率由下式给出

$$\frac{d_{全部的}}{d\text{吨}} D \text{ 你铬你/吨} = 2 \quad (A.3)$$

在哪里 $r_{\text{你}}$ 计算为

$$r_{\text{你}} D \frac{X\text{米}}{j} \frac{-j_{\text{你}} - j_{\text{你}} - \text{世}}{-j} / rW. r - \text{世} - r_j; H / \quad (A.4)$$

为了确定塑性的发生, 使用 von Mises 标准。

$$0D \frac{松紧带 - T r_0 \cdot 松紧带}{3} - \text{世} \quad (A.5)$$

$$\frac{d_{塑料}}{d\text{吨}} D, \frac{0}{k_0 k_F} \text{最大限度。} 0; k_0 k_F - / \quad (A.6)$$

其中, 是材料的弹性衰减率, 是产量点, 和 $k_0 k_F$ 是弹性应变偏差张量的 Frobenius 范数 0 。最后, 弹性应变张量为

$$\frac{松紧带}{吨} C \frac{松紧带}{吨} D \frac{松紧带}{吨} C \cdot r_{\text{你铬你/吨}} = 2 \quad !$$

$$\frac{0}{k_0 k_F} \text{最大限度。} 0; k_0 k_F - / \text{吨} \quad (A.7)$$

附录 B:

我们从连续性方程提出 Fick 第二定律。传质的连续性方程可以描述如下:

$$r - \tilde{n}C \frac{\partial C}{\partial t} - R D 0 \quad (B.1)$$

在哪里 C 是化学物质数量的局部浓度和 R 是通过化学反应产生或终止数量。分子通量, \tilde{n} , 由 Fick 第一定律 [39] 给出:

$$\tilde{n}D - DrCC \text{你} \quad (B.2)$$

在哪里 D 是特定组件的扩散率, 并且 你 是速度。将方程 (B.2) 代入方程 (B.1) 得到

$$-r - DrC \text{铬} - C \text{你} C - \frac{\partial C}{\partial t} R D 0 \quad (B.3)$$

我们假设没有化学创造, $R D 0$ 。注意 $r - C \text{你} D Cr - \text{你} C \text{你} - r$ 所有的粒子都保持质量, $r - \text{你} D 0$ 。公式变为 $r - C \text{你} D \text{你} - r$ 。平流-扩散方程如下: [20]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} D - \text{你} - rCC D r_2 C \quad (B.4)$$

由于在我们的系统中颜料浓度与 SPH 液体颗粒对流, 因此可以省略对流项。因此, 等式 (B.4) 变为 Fick 第二定律,

$$\frac{\partial C}{\partial t} D Dr_2 C \quad (B.5)$$

作者的传记



米优目前是博士学位。韩国科学技术院文化技术研究生院学生, 2009 年获得硕士学位。2007 年获得韩国弘益大学美术学士和数字动画学士。她的研究兴趣包括

流体模拟、非真实感渲染和真实感渲染。



张跆拳道 2002 年获得 Ajou 大学学士学位。2002 年至 2005 年在多家游戏公司担任游戏程序员。获得硕士和博士学位。分别于 2007 年和 2013 年获得韩国科学技术院文化技术学位。



车承勋目前是博士学位。韩国科学技术院文化技术研究生院学生，2012年获得硕士学位。2010年获得韩国东国大学计算机科学与工程学士学位。他的研究兴趣包括

科学可视化、基于物理的模拟和并行处理。



金智焕目前在韩国科学技术院文化技术研究生院攻读硕士学位。他于2012年在韩国 Ajou 大学获得电气工程学士学位。他的研究兴趣包括科学可视化、图像处理和

基于物理的模拟。



俊勇能乐是 KAIST 文化技术研究生院的副教授。他获得了计算机科学博士学位。2002年毕业于南加州大学 (USC)，他的研究重点是面部建模和动画。他的研究

涉及人类面部建模/动画、角色动画、流体模拟和立体可视化。在他的学术生涯之前，他是好莱坞视觉效果公司 Rhythm and Hues Studios 的图形科学家。他为包括《超人归来》、《快乐大脚》、《纳尼亚传奇》、《加菲猫》、《80 天环游世界》和《瑞迪克传奇》等电影后期制作进行了研发。他一直在为许多视觉效果和动画公司做咨询或合作。