

人工智能与几何证明

唐云廷

(呼兰师范专科学校, 呼兰, 150500)

摘 要 实现人工智能的根本途径是脱离计算机的串行冯·诺依曼体系结构或模拟人类认知活动, 机器证明是人工智能的重要研究课题, 基于知识的平面几何证明系统—EUCLED 是模拟人类几何专家证明的认知过程的知识系统, 其基本思想就是组块式构造知识库, 利用优越图进行索引, 无回溯失败学习

关键词 人工智能 机器学习 机器证明 知识系统 基本图

分类号 TP 18

0 实现人工智能的途径

计算机的出现改变了人们的思维方式, 尽管计算机是人造的, 但在记忆、速度、认真方面是人所不及的。然而用计算机解决现实世界中的问题, 需要机器有学习、联想、创造及推理能力, 由于目前计算机不具有这种能力, 计算机只能做人们事先告诉它的事, 没有一点灵活性, 于是出现了智能机、第五代机、生物计算机等等, 目的是将人类的智能活动机械化, 这一问题的研究形成了较有影响的研究领域人工智能。人工智能是在 1956 年的一次研讨会上由 McCarthy 和 Minsky 提出来的, 随后出现了一系列有影响的结果: 首先是在人类智能比较容易形式化的数学定理证明取得了突破, 1956 年, 波兰数学家 Tarski 证明了初等代数和初等几何的定理证明是可以机械化的, 但所用方法过于繁杂, 难于实现, 用该法证明一条简单定理约二十小时。1959 年, 华裔美籍数理逻辑学家王浩在计算机上证明了罗素与怀德海所著《数学原理》中 350 个定理。1963 年, 美国心理学家 Simon 又在计算机上证明了《数学原理》第二章中全部 52 个定理。1976 年, 我国数学家吴文俊提出的几何制定算法, 独树一帜, 证明了初等几何和微分几何中主要的一类定理。在智能领域的其它方面取得的成果更是令人振奋。1956 年, Samuel 编制的下棋程序, 击败了一个国际象棋大师。1963 年, Winograd 制造了一个理解英语的人机对话系统。面对这一切工作, 当时的 Simon 给出乐观的估计, 并预测:

十年内计算机将证明一个未发现的重要数学定理

十年内计算机将谱写具有相当美学价值的而为批语家所认可的乐曲。这些预言至今没有任何希望, 而进一步发展下去则会出现更多的困难, 虽然计算机解决了一些人们所解决不了的问题(如导航), 但对小孩故事的理解这样让人看起来非常简单的问题都一筹莫展。我们认为有如下两方面的原因:

1) 能用目前计算机解决的问题必须具备一些条件, 一是, 所要处理的问题都能表示为一个符号序列, 其次, 要给出处理这些符号的规则。因此, 人工智能目前所解决的问题完全限制在人的逻辑思维所能解决的问题之内, 从一开始, 人工智能就与感觉、表象、形象完全脱离。计算机是把人脑中信息转化成语言及逻辑, 这个转化过程是人工智能本身无法做到的, 所以, 实现人工智能的途径之一就要脱离现存的冯·诺依曼串行机体系。

2) 智能的定义理解不当。字典是这样定义智能的: (智能是)理解事实、命题及它们之间的关系, 并对其推理的一种能力。定义中的推理是什么意思呢? 应该意味着思考, 这就是麻烦所在! 很久以前, 有人提出人们不能理解他们是如何思考的, 但可以说出他们在想什么。事实是人类并不真正明白他们是怎样思考的(如果他们明白的话, 也许让计算机来进行思考也就不会是那么巨大的一项任务了, 如下棋, 过马路)。如果不把推理理解为思考, 你也许会认为所有的程序都有智能, 因为你可以这样认为: 计算机通常所用的接受信息、存储信息、访问信息满足智能定义的第一个要求, 对信息搜索、文件管理看作推理的话, 所以, 满足智

能定义的第二个要求 对多数人来说这种观点是难以接受的,对智能定义的两端理解都是片面的,乐观派的理解导致所有的程序都是智能程序,悲观派的理解导致智能机永远不会出现 我们认为虽然原则上我们永远不能造出象人一样思维的机器,但我们有可能用计算机模拟人的某些思维活动,解决一些复杂的实际问题,如虽然对鸟类飞行的神经机制至今也没搞清楚,人类根据鸟飞行的空气动力学原理造出的飞机却远远超过了鸟类的飞行能力,类似地,虽然我们不能精确地了解人类专家思维的神经系统活动机制,但我们根据专家解决问题的外部启发式特征,造出一个专家系统在一定范围内和一定程度上解决只有专家才能解决的困难问题 至于什么是智能程序,应该这样认为:反复执行同一程序,下一次结果比前一次结果更好 所以,认知模拟是实现人工智能途径之二 我们所研究的系统就是用计算机模拟几何专家证题的认知过程

1 机器定理证明困难所在

智能的本质是推理能力,即演绎能力和归纳能力的总和 数学定理证明(机器证明)是人类演绎能力最集中表现,因此,机器证明关系着人工智能的成败,曾被许多计算机学家所重视 机器证明所走过的路是艰难的,自吴文俊完成了初等几何定理机器证明之后,近二十年来该领域没有任何突破,但由此产生的副产品:专家系统、机器学习、知识工程、模式识别、现代逻辑技术却发展很快 今天利用这些技术使机器证明有所突破为时不远 机器证明分两大类:

一是计算证明(符号系统),该方法趋于完备,最为出色的算吴文俊的几何证明系统,其基本思想是将几何上的关系转化成代数方程,然后建方程组,优点是理论基础严谨 美中不足的是,在建立方程组时,人的工作量太大,证明格式背离人的认知模式,并且无学习功能 实际计算系统只能执行任务,不能思考任务,所以计算证明系统部署不是智能系统

二是逻辑性证明(知识系统),该方法在计算机体系结构和认知模拟方面,只是在近几年做了一点工作,还没有一个公认的知识系统,因为目前的证明系统离知识系统的目标甚远,困难在于:传统逻辑中量词难于机器处理;没有三段论推理机模型;充分条件的定义模糊;没有验证方法同构的技术;数学直觉形式化问题 基于知识的平面几何证明系统—EUCLID 渴望成为一个知识系统,它由知识库、数据库、推理机、证明器、解释器、学习器、执行器、接口等部分组成

2 几何知识的分类及表示

数据库、知识库是一切知识系统赖以工作的基础,如何把知识分类,如何表示知识是知识系统的关键和前提,知识库中的知识按其在推理过程中的作用分为四类:状态知识、经验知识、元知识和常识知识 状态知识是指特定问题的已知条件、求证、中间结论、当前状态、已形成的推理链及题图,因为状态知识用于接口通讯,所以采用符合人们习惯的自然语言表示 状态知识存储在数据库中 题图知识(也叫形象知识),它不能用于成功的证明链中,但用在失败证明链中的作用不可低估,形象知识的利用可以避免无效的盲目搜索

如图 1 已知在 ABC 中, $AB = AC$, $EC = EB$, 证明 $DC = DB$, 按照几何演绎推理,需证明包含 DC 边的 1 和包含 DB 边的 2 全等(如 BDE 和 CDB) 人们从直观一眼就能看出这个结论是错误的(运用了认知推理),我们的系统解决了题图中的知识

经验知识是指几何公理、推论、定理、启发式知识,主要用于推理,所以采用逻辑表示法

元知识是指几何定义、基本图和如何运用知识的知识 如:包含关系,子类关系,同层相邻关系,向下相邻关系,向上相邻关系等 对规则 R 来说,由 R 导出的规则 R_1 与 R 是包含关系;可以推出规则 R 的规则 R_2 与 R 是子类关系;同 R 共同使用的规则 R_3 与 R 是同层相邻关系;由 R 导出的概念和方法与 R 具有向下相邻关系;能触发 R 的概念和方法与 R 具有向上相邻关系 元知识主要用于学习和解释,采用框架表示法

常识知识是指习以为常的知识,与形象知识不同,具有如下特征:

心领神会—常识一般不易描述,但易被人接受和理解

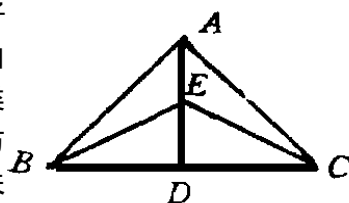


图 1

呼之欲出—用什么常识? 什么时间用? 是自明的, 不用搜索

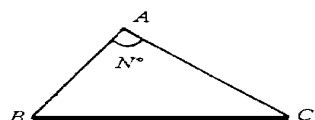
事半功倍—常识在成功的推理链中起着重要角色, 会使问题明朗化

有过证明几何问题经验的人都知道, 常识在推理中所起的作用怎么强调也不过分. 平面几何使用的常识有: 内角、对应角、对角、对边、同位角、公共边等等人类智能很大程度上取决于常识的利用. 第一代专家系统促进了人工智能的发展, 但暴露出的问题(常识利用)对人工智能是致命的, 能否利用常识是新一代专家系统的标志. 常识不能从接口中获得, 而是系统自动形成的, 我们的系统对从图象扫描仪输入的草图二值化得到一个二值矩阵, 从二值矩阵求出拐点、叉点、端点、连接点, 从而得到关键点的坐标, 对坐标进行代数运算得到几何常识. 所以常识知识采用代数表示法

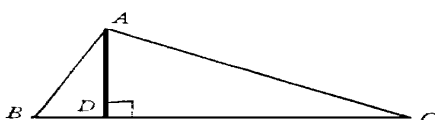
3 推理规则优先级的确定

推理是知识系统的核心, 推理效率影响系统的性能, 当一个系统推理规则很多时, 搜索空间会出现组合爆炸. 我们的系统采用确定规则优先级的办法缩小问题的搜索空间, 优先级高的规则先用. 我们的根据是: 一个平面几何问题题图无论它怎样复杂, 都是由一些基本图形组成, 而在解决问题起决定作用的基本图只有 3—5 个, 一旦找到这几个基本图, 便形成一个动态子知识库, 推理只在这个动态子知识库中进行.

基本图是在平面图形(三角形, 等腰三角形, 直角三角形, 等腰直角三角形, 平行四边形, 矩形……)上再附加且只附加一个条件所得到的图形. 下面图形是基本图:



在 ABC 中附加 $A = N^\circ$

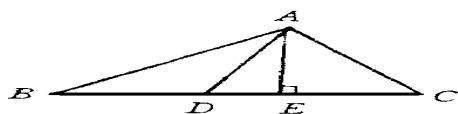


在等腰 $RT\ ABC$ 中附加 $AD \perp BC$

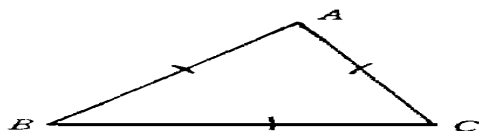


在圆 O 中附加 E 为切点

下面图形就不是基本图:



加两个条件



无附加条件

在解决问题中起决定作用的基本图叫优越图, 有两点需要说明, 一是优越图的相对性, 即某个基本图对问题 1 是优越图, 对问题 2 可能就不是优越图. 二是基本图优先级的确定策略. 关于第二点我们有如下策略:

1、离目标近的基本图优先级高. 这是解决问题总的策略, 首要的策略, 如果当前状态与目标差为零, 推理即告结束. Simon 等人在研究通用问题求解程序时, 就引入过这种差函数, 它一直困扰着智能系统, 由于几何知识的直观性, 该类优先级由人机交互实现.

2、待求量之间联系密切的基本图优先级高. 满足这个要求能使差函数的值减小.

3、附加条件具体的基本图优先级高. 每一个问题都有它的特殊性, 抓住问题的特殊性是解决问题的突破口, 附加条件越具体问题就越特殊.

4、隐含条件多的基本图优先级高. 一个几何元素可能具有多个性质, 附加条件只能体现一个, 称这种附加条件为隐含条件, 该策略是说, 一个几何元素扮演的角色越多越好.

5、体现当前状态成分多的基本图优先级高. 该策略是说一次推理应使用尽量多的条件.

6、由附加条件推导的结论多的基本图的优先级高. 我们知道证明实际上是验证目标外延是已知条件外延的子集, 所以, 在推理中要寻找尽量大的已知条件的外延.

7、附加条件长时间不用的基本图优先级高. 因为题设条件对问题的解决都是必要的, 所以长时间不用的优先考虑是合乎情理的.

上面给出的 7 个策略按它们对问题拒绝的贡献, 规定权值分别为: 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

每个基本图都要用这 7 个策略去度量, 规定 0, 1, 2 分别表示该策略对基本图无关、有关、密切. 这样每

个基本图对应一个(含 7 个元素的)向量, 我们称优先级表, 比如, 有一个基本图对策略 2 密切, 与策略 4、5 有关, 与策略 1、3、6、7 无关, 则该基本图的优先级表为:

$$\begin{matrix} 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix}$$

有了这个表可以计算出基本图的优先级:

$$0 \times 7 + 2 \times 6 + 0 \times 5 + 1 \times 4 + 1 \times 3 + 0 \times 2 + 0 \times 2 = 17$$

一般地, 若基本图 A 优先级表 L 的第 i 个项目值为 L_i , 则优先级函数值:

$$P(L, A) = \sum L_i x_i$$

将所有的基本图优先级都算出来, 取前 3—5 个为优越图

4 EUCLID 系统的无回溯失败学习

机器智能不是由机器本身产生的, 而是人赋予它的, 人类学习是一个长期的缓慢的过程, 且只能记住它学习过的知识中的最主要部分, 机器却相反, 以它独有的快速和记忆弥补了人类学习缺陷。但机器学习学得的概念、规则、方法, 在目前一般不能直接解决问题必须由人来优化处理, 因此“人”是机器证明中重要资源。定理证明系统与专家系统不同, 专家系统推理网络可以构造一个表态的立体网络, 而定理证明系统的推理网络是动态的, 所以定理证明系统与专家系统的学习策略相距很大。系统对概述和规则的学习要由人来完成, 对于证明方法的学习也只考虑了推理链的学习, 目前能做到无回溯失败学习, 我们认为, 研究系统失败的处理策略比研究好的启发式搜索算法更有意义, 因为失败是成功之母, 失败固然扫兴, 但花在失败前的时间和代价不会白费, EUCLID 系统能处理 7 类失败

5 结束语

1) 这项工作的意义: 平面几何机器证明系统已由我国数学家吴文俊完成, 目前在世界处于领先, 主要思想是几何代数化, 从理论上是完备的, 但对于应用有些不自然。我们所研制的 EUCLID 系统模拟了人们的认知过程, 对人工智能的发展必将产生一定的影响

2) 有待进一步探讨的问题: 寻找一个能客观地反映问题的优先级函数是缩小搜索空间的关键技术。用模糊数学方法确定优先级向量是可以考虑的。规则 and 概念的学习问题

参 考 文 献

- 1 吴文俊 几何定理机器证明的基本原理 科学出版社, 1984
- 2 洪家荣 思维模拟——人工智能的根本途径 计算机科学, 1991: NO. 4
- 3 Michael E. Mortenson, Geometric Modeling, John Wiley and Sons. 1985.
- 4 吴文俊 初等几何判定问题与机械化证明人 中国科学 1977, P507- 516
- 5 P. H. Lindsay, D. A. Norman, HUMAN INFORMATION PROCESSING, An introduction to Psychology (Second Edition) Academic Press, 1977
- 6 孙广华等 计算机辅助几何造型技术 清华大学出版社, 1990.
- 7 朱新明 解决几何问题的思维过程 心里学报 NO. 1, 1983, P9.
- 8 艾及熙 典型一种面向对象的知识表示模式 计算机科学 NO. 4, 1991
- 9 王树林 知识表示论 计算机研究与发展 NO. 10, 1987

ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND GEOMETRICAL PROVING

Tang Yuting

(Hulan Normal Training School, Hulan, 150500)

ABSTRACT The fundamental way to realize AI is break away from series system structure of computer or simulation of thought processes. Machine proving is the importance task of AI, EUCLID—a plane geometrical proving system based on knowledge is a knowledge system to simulate the thought processes geometrical expert proving geometrical problem. Basic idea is that knowledge base are built with block, knowledge index with superior graphic and no-backtracking machine learning from failure.

KEYWORDS artificial intelligence, machine learning, machine proving, knowledge system, basic-graphic