

Allgemeine Vorbemerkungen  
Physikalische Motivation von Schaltungen  
**Elementare Zweipole in elektrischen Schaltungen**  
Physikalische Motivation von Dioden und Transistoren  
Grundlegende elektronische Schaltungen  
Beispielaufgaben

Nutzung der physikalischen Grundlagen für passive Bauteile  
Quellen und Überträger - aktive Bauteile  
Kirchhoffsche Gesetze  
Reine Schaltungen mit  $R$ ,  $L$  oder  $C$ ; allg. Quellen  $U_Q(t)$   
**Gemischte Schaltungen bei Gleichspannung**  
Weitere Schaltungen/Gesetze zur Vereinfachung  
Schaltungen mit harmonischen Quellen  
Energie und Leistung  
Fazit

# Neuer Abschnitt

## Gemischte Schaltungen bei Gleichspannung, Randbedingungen

## Fazit: Gemischte Schaltungen mit $R$

Bei Schaltungen, in denen nur Ohm'sche Widerstände vorkommen, spielt für das Auflösen nach einer Unbekannten keine Rolle, ob die Quelle eine Gleichspannung (oder Gleichstrom) liefert oder eine zeitabhängige Quelle gegeben ist. Das vollständige Gleichungssystem ist ein lineares. **Auf den Lösungsweg hat die Zeitabhängigkeit keinen Einfluss.** Sie taucht nur im Endergebnis beim Einsetzen für  $U_Q(t)$  auf.

## Gemischte Bauteile, $RC$ in Reihe

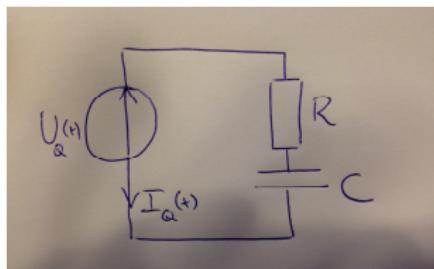


Abbildung: RC Glied in Reihe

Bei Schaltungen mit Induktivitäten ist unser vollständiges Gleichungssystem nicht mehr (algebraisch) linear, sondern enthält lineare Differentialgleichungen erster Ordnung. **In solchen System spielt die Zeitabhängigkeit der Quelle eine Rolle.** Die Lösung hängt unmittelbar von der Zeitfunktion  $U_Q(t)$  ab. Mehr noch, die Lösung von solchen Differentialgleichungen hängt auch von den Anfangsbedingungen ab.

## Gemischte Bauteile, $RC$ in Reihe

Wir behandeln als Beispiel den Sonderfall einer konstanten Quellspannung  $U_0$  und betrachten drei verschiedene Anfangsbedingungen:

- $U_0(0) = U_0(t) > 0$  für alle  $t$  (stationäre Zustand).
- $U_0(0) = 0$  und  $U_0(t) > 0$  für alle  $t > 0$  (Einschalten).
- $U_0(0) > 0$  und  $U_0(t) = 0$  für alle  $t > 0$  (Ausschalten).

Tatsächlich erhalten wir für diese zwei unterschiedlichen Randbedingungen unterschiedliche Lösungen.

## Gemischte Bauteile, $RC$ in Reihe

Betrachten wir im Folgenden nur den Fall des Aufladens: Für  $t > 0$  ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{U_0}{R} = \frac{dQ_C}{dt} + \frac{1}{\tau_{RC}} Q_C, \text{ wobei } \tau_{RC} := R \cdot C, \quad (3.13)$$

mit der Anfangsbedingung  $Q_C(0) \equiv C \cdot U_C(0) = 0$ . Dies ergibt die Lösung

$$Q_C(t) = CU_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}}\right). \quad (3.14)$$

## Gemischte Bauteile, $RC$ in Reihe

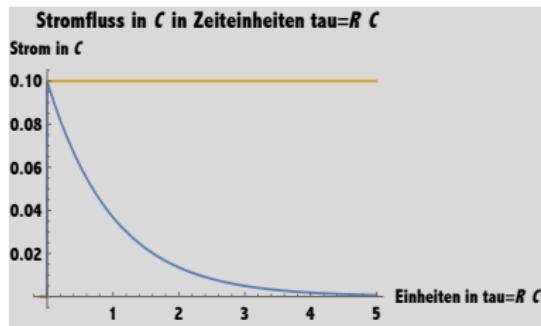
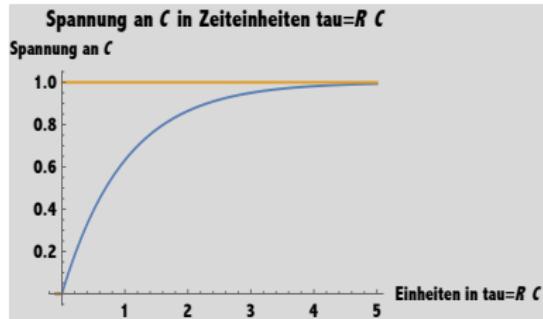


Abbildung: Stromverlauf bei  $C$ ,  
Zahlenbeispiel  $U_0 = 1 \text{ V}$ ,  $R = 10\Omega$   
in Zeiteinheiten  $\tau_{RC}$

Der Strom ergibt  $I_C(t)$  sich aus  $Q_C(t)$  durch Ableiten von Gl. 5.2 als

$$I_C(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}}$$

## Gemischte Bauteile, $RC$ in Reihe



Aus der Lösung für die Ladung ergibt sich gemäß  $CU(t) = Q(t)$  auch die Zeitabhängigkeit der Spannung

$$U_C(t) = \frac{1}{C} Q(t) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{RC}}}\right). \quad (3.15)$$

Abbildung: Spannungsverlauf bei C, Zahlenbeispiel  $U_0 = 1V$

Allgemeine Vorbemerkungen  
Physikalische Motivation von Schaltungen  
Elementare Zweipole in elektrischen Schaltungen  
Physikalische Motivation von Dioden und Transistoren  
Grundlegende elektronische Schaltungen  
Beispielaufgaben

Nutzung der physikalischen Grundlagen für passive Bauteile  
Quellen und Überträger - aktive Bauteile  
Kirchhoffsche Gesetze  
Reine Schaltungen mit  $R$ ,  $L$  oder  $C$ ; allg. Quellen  $U_Q(t)$   
Gemischte Schaltungen bei Gleichspannung  
Weitere Schaltungen/Gesetze zur Vereinfachung  
Schaltungen mit harmonischen Quellen  
Energie und Leistung  
Fazit

## Gemischte Bauteile, $RL$ in Reihe

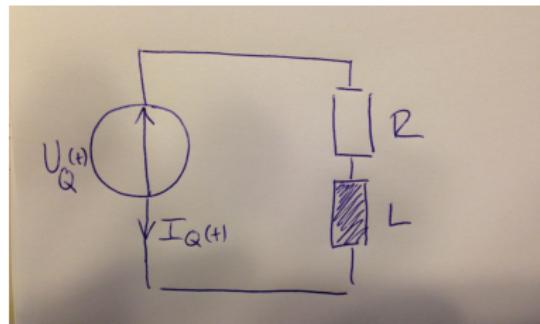


Abbildung: RL Glied in Reihe

Analog zum RC-Glied betrachten wir die Reaktion eines RL-Glieds drei Fälle der Anfangsbedingungen bei danach anliegender Gleichspannung  $U_0$  für  $t > 0$ . Auch hier behandeln wir als Beispiel nur den Fall des (magnetischen) Aufladens: Es ergibt sich nun die (analoge) Differentialgleichung

$$\frac{U_0}{L} = \frac{dI_L}{dt} + \frac{1}{\tau_{RL}} I_L, \text{ wobei } \tau_{RL} := \frac{L}{R},$$

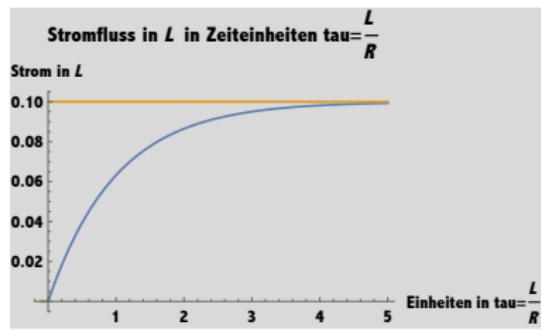
mit den Anfangsbedingungen  $I_L(0) = 0$  und  $U_L(0) = U_0$ . Dies ergibt die Lösung

$$I_L(t) = \frac{U_0}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{RL}}} \right).$$

Allgemeine Vorbemerkungen  
Physikalische Motivation von Schaltungen  
Elementare Zweipole in elektrischen Schaltungen  
Physikalische Motivation von Dioden und Transistoren  
Grundlegende elektronische Schaltungen  
Beispielaufgaben

Nutzung der physikalischen Grundlagen für passive Bauteile  
Quellen und Überträger - aktive Bauteile  
Kirchhoffsche Gesetze  
Reine Schaltungen mit  $R$ ,  $L$  oder  $C$ ; allg. Quellen  $U_Q(t)$   
Gemischte Schaltungen bei Gleichspannung  
Weitere Schaltungen/Gesetze zur Vereinfachung  
Schaltungen mit harmonischen Quellen  
Energie und Leistung  
Fazit

## Gemischte Bauteile, $RL$ in Reihe



Der Strom  $I_L(t)$  ergibt sich direkt als Lösung der Differentialgleichung

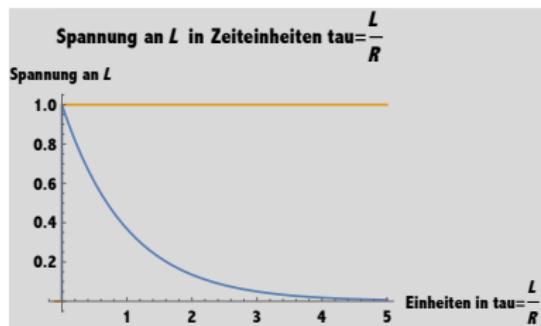
$$I_L(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau_{RL}}}$$

**Abbildung:** Stromverlauf bei L,  
Zahlenbeispiel  $U_0 = 1V$ ,  $R = 10\Omega$   
in Zeiteinheiten  $\tau_{RL}$

Allgemeine Vorbemerkungen  
Physikalische Motivation von Schaltungen  
**Elementare Zweipole in elektrischen Schaltungen**  
Physikalische Motivation von Dioden und Transistoren  
Grundlegende elektronische Schaltungen  
Beispielaufgaben

Nutzung der physikalischen Grundlagen für passive Bauteile  
Quellen und Überträger - aktive Bauteile  
Kirchhoffsche Gesetze  
Reine Schaltungen mit  $R$ ,  $L$  oder  $C$ ; allg. Quellen  $U_Q(t)$   
**Gemischte Schaltungen bei Gleichspannung**  
Weitere Schaltungen/Gesetze zur Vereinfachung  
Schaltungen mit harmonischen Quellen  
Energie und Leistung  
Fazit

## Gemischte Bauteile, $RL$ in Reihe



**Abbildung:** Spannungsverlauf bei  $L$ , Zahlenbeispiel  $U_0 = 1\text{V}$

Bemerkung:

Die Spannung ergibt sich direkt mit Hilfe der Definitionsgleichung 3.5 durch Ableiten als

$$U_L(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_{RL}}}$$

Allgemeine Vorbemerkungen  
Physikalische Motivation von Schaltungen  
Elementare Zweipole in elektrischen Schaltungen  
Physikalische Motivation von Dioden und Transistoren  
Grundlegende elektronische Schaltungen  
Beispielaufgaben

Nutzung der physikalischen Grundlagen für passive Bauteile  
Quellen und Überträger - aktive Bauteile  
Kirchhoffsche Gesetze  
Reine Schaltungen mit  $R$ ,  $L$  oder  $C$ ; allg. Quellen  $U_Q(t)$   
Gemischte Schaltungen bei Gleichspannung  
Weitere Schaltungen/Gesetze zur Vereinfachung  
Schaltungen mit harmonischen Quellen  
Energie und Leistung  
Fazit

## Fazit: Auf- und Entladen $C$ und $L$

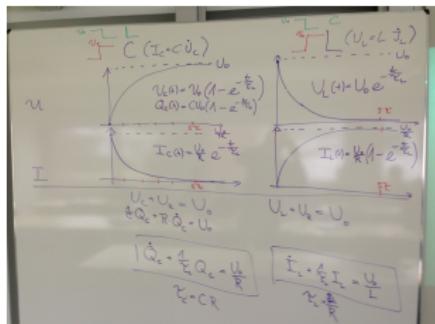


Abbildung: Schaltung mit allg. Lösungsansatz

An dem Spannungs- und Stromverlauf des RL- und des RC-Glieds erkennt man erneut die besondere Dualität (i) zwischen Elektrischem Feld und Magnetischen Feld oder (ii) zwischen Ladung (bzw. Spannung) und Strom oder (iii) zwischen Kapazität und Induktivität. Kehrt man die Sprungfunktion um, was dem Entladen statt Aufladen entspricht, so vertauschen sich gerade die Strom- und Spannungsverläufe gegenüber dem Beladen.

## Fazit: Gemischte Schaltungen mit $R$ sowie $L$ oder $C$

Bei Schaltungen, in denen Induktivitäten oder Kapazitäten vorkommen, spielt es für das Auflösen nach einer Unbekannten eine Rolle, ob die Quelle eine Gleichspannung (oder Gleichstrom) liefert und welche Ausgangssituation am Anfang vorliegt. Das vollständige Gleichungssystem ist ein lineares Differentialgleichungssystem. In Abhängigkeit vom Zeitverhalten der Quelle und vom Anfangswert ergibt sich eine andere Lösungsfunktion.

# Zsf. Lösung der Differentialgleichung

Wir hatten nun schon mehrmals eine Differentialgleichung vom Typ:

$$y'(t) + \frac{1}{\tau} y(t) = d_0$$

zu lösen, wobei  $\tau > 0$  und  $d_0 > 0$  je nach Aufgabenstellung (z.B.  $RC$ -,  $LC$ -Glied) aus den gegebenen Größen  $U_0$ ,  $R$ ,  $C$ ,  $L$  abgeleitete Koeffizienten waren. Die allgemeine eindeutige Lösung hängt nun noch von den Anfangsbedingungen ab.

- Wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  z.B. mit einem Wert  $y(0) = 0$  gestartet, ist die eindeutige Lösung

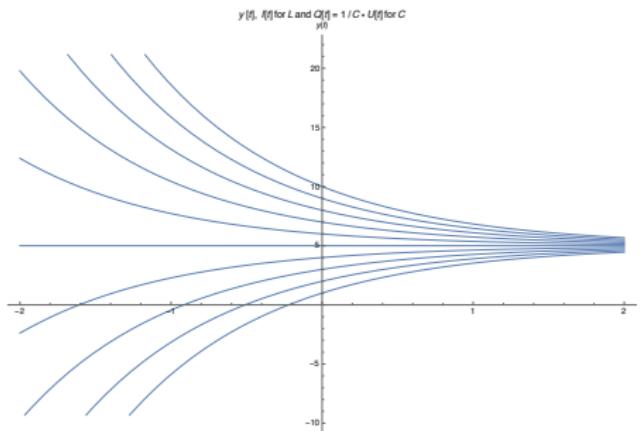
$$y(t) = \tau d_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

- Beim Entladen, wo  $d_0 = 0$  ist und  $y(0)$  einen Anfangswert  $y(0) = y_0 > 0$  hat, ergibt sich z.B.

$$y(t) = y_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

- Ist schließlich  $y(0) = d_0$  so ergibt sich  $y(t) = d_0$ .

# Lösungen der Differentialgleichungen alle 3 Fälle



Man sieht aus den verschiedenen Lösungen der Diff. gl., dass für verschiedene Anfangswerte  $y(0) = d_0$  alle Varianten (Aufladen, Entladen, Leerlauf ( $C$ ) und Kurzschluss ( $L$ ) enthalten sind).

Abbildung: Verschiedene Lösungen der D.Gl.

Allgemeine Vorbemerkungen  
Physikalische Motivation von Schaltungen  
**Elementare Zweipole in elektrischen Schaltungen**  
Physikalische Motivation von Dioden und Transistoren  
Grundlegende elektronische Schaltungen  
Beispielaufgaben

Nutzung der physikalischen Grundlagen für passive Bauteile  
Quellen und Überträger - aktive Bauteile  
Kirchhoffsche Gesetze  
Reine Schaltungen mit  $R$ ,  $L$  oder  $C$ ; allg. Quellen  $U_Q(t)$   
**Gemischte Schaltungen bei Gleichspannung**  
Weitere Schaltungen/Gesetze zur Vereinfachung  
Schaltungen mit harmonischen Quellen  
Energie und Leistung  
Fazit

# Übungen: Ein-/Ausschalten $RC$ oder $RL$

## Übung

*Betrachten Sie das Einschalten eines  $RC$ -Glieds auf die konstante Spannung  $U_0$ . Gegeben sei  $C = 10\mu F$ . Wie groß darf  $R$  sein, sodass die Kapazität spätestens nach  $1\text{ ns}$  auf  $99,33\%$  (d.h. $5\tau$ ) geladen ist?*