

# Introdução ao Projeto de Topologia Lógica em Redes Ópticas com Restrições de Atraso

Bruno M. A. Araujo, Karcius D. R. Assis<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia Elétrica  
Universidade Federal da Bahia (UFBA) – Salvador, BA – Brasil

araujobma@gmail.com, karcius@yahoo.com

**Resumo.** *Este artigo descreve o uso do algoritmo LPLDA (Linear Program Logical Topology Design Algorithm) para a determinação da topologia lógica de uma rede óptica roteada por comprimentos de onda (WDM). A principal contribuição é uma análise mais detalhada da adição de restrições de atraso ao algoritmo; que é importante para planejar as redes considerando possíveis restrições da camada física.*

## 1. Objetivos

Este artigo tem o objetivo de introduzir questões referentes ao projeto de redes ópticas, detalhando o problema do projeto da topologia lógica e do roteamento em redes roteadas por comprimento de onda (WDM), para servir como motivação para trabalhos futuros e o aprendizado sobre o tema.

No desenvolvimento deste trabalho foram aprendidos conceitos sobre redes de fibras ópticas e algoritmos usados na área de redes de comunicações, que servirão de base para o desenvolvimento de um software para projeto de redes ópticas.

## 2. Introdução

A utilização de fibras ópticas é a opção mais atraente, segundo critérios técnicos e econômicos, para as redes de comunicações com serviços de faixa larga devido ao crescimento e amadurecimento das áreas de conhecimento ligadas às redes ópticas [Assis 2002]. Com este avanço, o gargalo das redes de comunicações, que era a transmissão, passou a ser os nós eletrônicos de processamento [Waldman 1997]. Este problema do gargalo eletrônico passou a ter solução com a utilização da multiplexação por comprimento de onda (Wavelength Division Multiplexing – WDM) em fibras ópticas junto ao advento de dispositivos roteadores de comprimento de onda, deslocando o rumo das pesquisas para as redes de caminhos ópticos [Ramaswami 2002] [John 2002].

Numa rede de caminhos ópticos, a transmissão de informação entre os nós da rede é feita através de caminhos ópticos, nos quais a informação segue em formato luminoso do seu nó de origem ao nó de destino, passando por nós intermediários sem a conversão para a forma eletrônica nestes nós. Quando determinamos os caminhos ópticos em uma rede, estamos estabelecendo uma topologia lógica para ser aplicada em uma topologia física já definida [Banerjee 1996]. Depois de se definir a topologia lógica da rede, é também necessário fazer o roteamento, determinando por quais caminhos ópticos os pacotes serão encaminhados [Leonardi 2000].

A resolução desses dois problemas, projeto de topologia lógica e roteamento,

podem ser encontradas para redes pequenas a partir da formulação de um Programa Linear Inteiro Misto (MILP) [Ramaswami 1996]. Porém para redes maiores, o MILP torna-se computacionalmente inviável, sendo necessário o uso de algoritmos heurísticos [Nemhauser 1989] para a resolução do problema do projeto da topologia lógica de redes de grande dimensão.

Neste artigo, nós desenvolvemos, para resolver o problema do projeto da topologia e roteamento, a resolução através da programação linear inteira mista e da heurística LPLDA (Linear Programming Logical Topology Design Algorithm). A principal diferença em relação ao encontrado na literatura [Ramaswami 1996] é uma análise mais detalhada da adição de restrições de atraso para os caminhos ópticos quando desenvolvemos o algoritmo LPLDA. Na seção 3 explanamos a resolução do problema do projeto da topologia lógica e roteamento através da formulação MILP. Na seção 4 descrevemos o algoritmo LPLDA. Na seção 5 apresentamos os resultados numéricos para uma rede de 6 nós e concluímos o estudo na seção 6.

### 3. Formulação Tradicional para a Resolução do Problema da Topologia Lógica e Roteamento em Redes Ópticas

A topologia física de uma rede óptica que utiliza a tecnologia WDM é um grafo no qual os arcos representam um par de fibras (um em cada direção) e os nós representam roteadores de comprimento de onda [Assis 2002]. Na (Figura 1), os roteadores de comprimento de onda são numerados de 1 a 6; e os arcos possuem valores que representam o atraso de propagação no link físico. O conjunto de todos os caminhos ópticos, que são arcos unidirecionais, formam a topologia lógica da rede. É importante dizer que, quando um caminho óptico passa por nós intermediários, os dados não sofrem a conversão do domínio óptico para o domínio eletrônico. Temos o exemplo na (Figura 2) de um caminho óptico do nó 2 (fonte) para o nó 5 (destino) passando pelos nós intermediários 3 e 6.

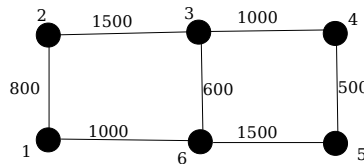


Figura 1. Representação da Rede Física

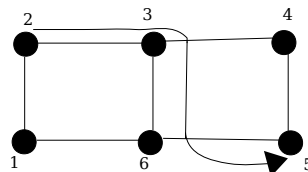


Figura 2. Exemplo de caminho óptico (link lógico)

Considerando uma rede com  $N$  nós, a topologia lógica pode ser representada por variáveis inteiras denominadas  $b_{ij}$ , onde  $i=1,2,...,N$ ;  $j=1,2,...,N$ . Se existe um link virtual de  $i$  para  $j$ , temos  $b_{ij}=1$ ; e  $b_{ij}=0$  caso contrário. No exemplo da (Figura 2), temos  $b_{25}=1$ . Nesta rede com  $N$  nós, seria ideal a configuração de links virtuais entre todos os  $N(N-1)$  pares de roteadores, mas; primeiro, existe um limite na quantidade de comprimento de ondas disponíveis; segundo, cada nó pode ser fonte e destino de um número limitado de caminhos ópticos, que é determinado pela quantidade de hardware óptico que podeser provido (receptores e transmissores) e pela quantidade total de

informações que um nó pode processar [Ramaswami 1995]. Vale ressaltar que para a formulação do problema do projeto da topologia lógica e roteamento, não levaremos em conta o limite de comprimentos de ondas disponíveis, mas consideramos o limite que cada nó tem de ser fonte e destino de caminhos ópticos, que é definido como grau lógico dos nós em uma rede óptica.

Então, sendo  $T = (\lambda^{sd})$  uma matriz de tráfego, isto é,  $\lambda^{sd}$  é a taxa de pacotes de um nó  $s$  enviados para um nó  $d$ , tentamos criar uma topologia virtual e rotear o tráfego nesta topologia minimizando  $\lambda_{max} = \max_{ij} \lambda_{ij}$ , onde  $\lambda_{ij}$  é a carga oferecida ao link  $(i,j)$  da topologia virtual. A variável  $\lambda_{max}$  é a máxima carga que atravessa entre todos links lógicos e é definida como congestionamento. O limite máximo no número de caminhos ópticos que terminam e surgem em um nó, o grau lógico, é representado por  $\Delta_l$ . Consideramos também,  $d_{ij}$  como a soma dos atrasos de propagação nos links físicos sobre os quais o caminho óptico  $(i,j)$  é estabelecido;  $d^{max}$  é o máximo atraso de propagação entre os pares  $s-d$  nos links físicos (pares de fibras ópticas); e  $\alpha d^{max}$  é o máximo atraso médio permitido entre qualquer par  $s-d$ , onde  $\alpha$  é uma constante arbitrária.

### 3.1. Formulação Matemática

O problema da topologia lógica e roteamento pode ser formulado com a programação linear inteira mista, com o objetivo de reduzir o congestionamento, como segue:

$$\min \quad \lambda_{max}$$

levando em conta as seguintes restrições.

Conservação de fluxo em cada nó (1):

$$\sum_j \lambda_{ij}^{sd} - \sum_j \lambda_{ji}^{sd} = \begin{cases} \lambda^{sd}, s=i \\ -\lambda^{sd}, d=i \\ 0, \text{outro caso} \end{cases}, \text{ para todo } s, d, i$$

Fluxo total em um caminho óptico:

$$\lambda_{ij} = \sum_{s,d} \lambda_{ij}^{sd}, \text{ para todo } i, j \quad (2)$$

$$\lambda_{ij} \leq \lambda_{max}, \text{ para todo } i, j \quad (3)$$

$$\lambda_{ij}^{sd} \leq b_{ij} \cdot \lambda^{sd}, \text{ para todo } i, j, s, d \quad (4)$$

Restrição de atraso médio para cada par  $s-d$ :

$$\sum_{i,j} \lambda_{ij}^{sd} \cdot d_{ij} \leq \lambda^{sd} \cdot \alpha \cdot d^{max} \quad (5)$$

Restrição no grau lógico:

$$\sum_i b_{ij} = \Delta_i, \text{ para todo } j \quad (6)$$

$$\sum_j b_{ij} = \Delta_i, \text{ para todo } i \quad (7)$$

$$\lambda_{ij}^{sd}, \lambda_{ij}, \lambda_{\max} \geq 0 \text{ para todo } i, j, s, d \quad (8)$$

$$b_{ij} \in \{0, 1\} \text{ para todo } i, j \quad (9)$$

Na expressão (1) garantimos que o fluxo entre o par s-d passando por links lógicos (i,j),  $\lambda_{ij}^{sd}$ , seja conservado. Na equação (2) definimos que o fluxo total em um caminho óptico (i,j) é o somatório de todos os fluxos de pares s-d que passam por aquele link lógico. A expressão (3) garante que o fluxo em um caminho óptico (i,j) seja, no máximo, igual a  $\lambda_{\max}$ , o congestionamento; e a expressão (4) garante que o fluxo de um par s-d passando por um link lógico (i,j) seja no máximo igual ao fluxo total entre o par s-d,  $\lambda^{sd}$ .

A restrição (5) determina que o fluxo total de um par s-d multiplicado pelo somatório dos atrasos de todos links lógicos não pode ser maior que o mesmo fluxo total entre o par s-d multiplicado pelo maior atraso de propagação na rede física entre todos os pares s-d,  $d^{\max}$ , que também é multiplicado por um termo constante  $\alpha$ . Sendo esta a constante que variamos para tornar o atraso médio permitido maior ou menor, e a fazemos tender ao infinito quando queremos desconsiderar as restrições de atraso.

As restrições (6) e (7) são referentes ao limite no número de caminhos ópticos que terminam e se originam, respectivamente, em um nó da rede. Este é chamado o grau lógico do nó, que, no nosso caso, consideramos para todos os roteadores: lógico de entrada = grau lógico de saída =  $\Delta_i$ . Já a restrição (8) garante que todos os fluxos na rede sejam maiores ou iguais a zero.

Por último, a restrição (9) garante que a variável  $b_{ij}$  seja binária, limitando esta a assumir apenas os valores: 0 caso não exista caminho óptico de i para j; e 1 caso exista o caminho óptico.

#### 4. Algoritmo LPLDA

O algoritmo heurístico LPLDA (Linear Program Logical Topology Design Algorithm) consiste no relaxamento da variável  $b_{ij}$  do MILP formulado anteriormente. Na formulação do MILP definiu-se que  $b_{ij} \in \{0, 1\}$  (variável binária), porém podemos fazer o relaxamento para uma variável  $b'_{ij}$  que pertence ao intervalo [0,1]. Assim, podemos encontrar qualquer valor para  $b'_{ij}$  entre 0 e 1.

O próximo passo do algoritmo é ordenar os valores de  $b'_{ij}$  em ordem decrescente. Iniciando com o maior valor, arredonda-se sucessivamente os valores encontrados para 1, respeitando o grau lógico dos nós e garantindo, a cada arredondamento, que todos os nós possam se comunicar. Caso uma destas duas restrições sejam desrespeitadas, atribuímos o valor 0 para a variável [Ramaswami

1996].

Assim, após fixarmos os valores de  $b'_{ij}$  em 0 ou 1, ou seja, definindo a topologia lógica, aplicando o algoritmo LPLDA, reduzimos o programa linear inteiro misto (MILP) a um programa linear (LP), uma vez que as variáveis binárias  $b_{ij}$  já estão definidas, reduzindo a complexidade computacional do problema. A este programa linear, chamado programa linear de roteamento, só resta a função de rotear os pacotes sobre a topologia lógica já definida pelo LPLDA com o objetivo de reduzir o congestionamento  $\lambda_{\max}$  [Ramaswami 2002].

## 5. Resultados Numéricos

O problema da topologia lógica e roteamento em redes ópticas foi resolvido, encontrando-se valores numéricos para as variáveis do problema, utilizando a programação linear inteira mista e o algoritmo heurístico LPLDA.

Para implementar o MILP, foi utilizada a linguagem de programação matemática AMPL (A Mathematical Programming Language), que é apropriada para este tipo de problema [Fourer 2002]. Depois da implementação do problema na linguagem AMPL, foi utilizado o GLPK (Gnu Linear Programming Kit), que dispõe de um programa (solver) chamado glpsol, usado para gerar os valores numéricos das variáveis do problema. Este problema foi implementado para a rede da (Figura 1) [Ramaswami 1996], considerando que os links lógicos são estabelecidos pelas rotas de menor atraso na topologia física. A (Figura 3) mostra os resultados encontrados utilizando a matriz de tráfego ( $T = \lambda^{sd}$ ) representada pela (Tabela 1) [Ramaswami 1996].

**Tabela 1. Matriz de tráfego para a rede de 6 nós da (Figura 1)**

	1	2	3	4	5	6
1	0,000	0,537	0,524	0,710	0,803	0,974
2	0,391	0,000	0,203	0,234	0,141	0,831
3	0,060	0,453	0,000	0,645	0,204	0,106
4	0,508	0,660	0,494	0,000	0,426	0,682
5	0,480	0,174	0,522	0,879	0,000	0,241
6	0,950	0,406	0,175	0,656	0,193	0,000

Os resultados da (Figura 3) mostram os valores do congestionamento ( $\lambda_{\max}$ ) encontrados utilizando-se o LPLDA e o MILP. Onde existe um X quer dizer que não foi possível a solução do problema. Quando consideramos  $\alpha = \infty$  é o mesmo que ignorar a

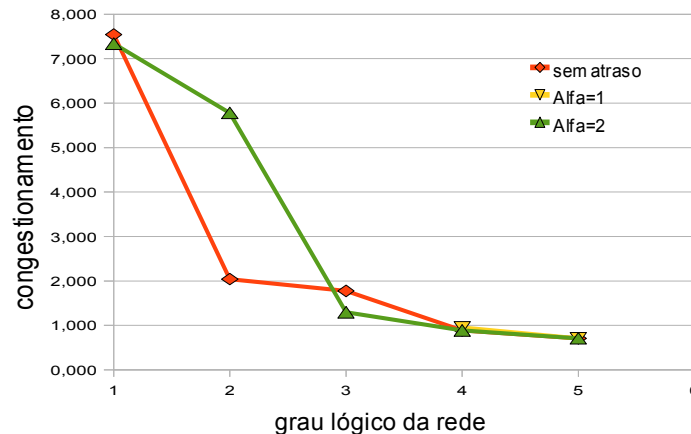
$\Delta$	LPLDA sem atraso	LPLDA com atraso		MILP sem atraso	MILP com atraso	
	$\alpha = \infty$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = \infty$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
1	7,541	X	7.336	7,077	X	7.336
2	2,042	X	5.780	2,042	2.297	2.042
3	1,774	X	1.296	1,183	1.183	1.183
4	0,887	0.952	0.887	0,887	0.887	0.887
5	0,710	0.710	0.710	0,710	0.710	0.710

**Figura 3. Resultados obtidos para o congestionamento usando MILP e LPLDA**

a restrição (5) da formulação linear inteira mista, ou seja, não se leva em conta o atraso

de propagação nos links lógicos. Podemos notar que os valores obtidos pelo LPLDA, em sua maioria, se aproximam bastante dos valores encontrados pelo MILP, especialmente nos casos em que  $\alpha=\infty$  e  $\alpha=1$ .

Um outro fato importante a ser observado dos resultados, é a variação da capacidade do LPLDA em conseguir resolver o problema, que depende dos valores do grau lógico dos nós da rede e da constante  $\alpha$ . Isto pode ser melhor entendido pelos gráficos da (Figura 4).



**Figura 3. Gráfico congestionamento x grau lógico da rede**

Pelo gráfico, observamos que, para os valores 4 e 5 do grau lógico da rede, temos aproximadamente o mesmo valor de congestionamento para as três curvas. Porém, para o grau lógico da rede assumindo valores de 1 a 3, percebe-se que, as curvas para  $\alpha=\infty$  e  $\alpha=2$  sofrem uma alternância no posto de quem possui o menor congestionamento; e a curva para  $\alpha=1$  não possui valor de congestionamento para o grau lógico menor do que 4, ou seja, não existe solução para o problema nestas circunstâncias.

## 6. Conclusões

A partir da teoria abordada e dos resultados numéricos encontrados, podemos concluir que o algoritmo heurístico LPLDA fornece boas aproximações para a resolução do problema do projeto da topologia lógica e roteamento em redes ópticas, com a vantagem de poder ser utilizado em redes de tamanhos maiores das quais a programação linear inteira mista consegue resolver o problema.

Uma outra consideração importante sobre a utilização do algoritmo LPLDA é que, para redes com restrições de atraso, devemos utilizar roteadores com grau lógico maiores a medida que vamos aumentando a restrição de atraso de propagação nos caminhos ópticos.

## References

Ramaswami, R. and Sivarajan, K. N. (1996) "Design of logical topologies for wavelength-routed optical networks", In: IEEE J. Select. Areas Commun., vol.40, pp 840-851.

- Ramaswami, R. and Sivarajan, K. N. (2002) "Optical Networks: a Practical Perspective", Morgan Kaufmann Publishers, 2<sup>nd</sup> edition.
- Leonardi, E. Marsan, M. A. and Mella, M. (2000) "Algorithms for the Topology Design in WDM All Optical Networks", In: Optical Networks Magazine, Premiere Issue, vol. 1, n. 1, pp 35-46.
- Banerjee, D. Mukherjee, A. Mukherjee, B. and Ramamurthy, S. (1996) "Some Principles for Designing a Wide Area WDM Optical Network", In: IEEE Transactions on Networking, vol.4, n.5, pp 684-695.
- Nemhauser, G.L. Rinnoy Kan, A.H.G. and Todd, M.J. (1989) "Optimization – Handbooks in Operations Research and Management Science", vol.1, North-Holland.
- Assis, K. D. R. Waldman, H. (2002) "An Integrated Design for Topologies of Optical Networks", In: IEEE/SBrT International Telecommunication Symposium, Brazil Proceedings of IEEE/ITS'02.
- Waldman, H. Yacoub, M. D. (1997) Telecomunicações: Princípios e Tendências, Érica.
- John, W. Y. (2002) "Advanced in the management and control of optical Internets", In: IEEE J. Select. Areas Communic., vol 20, pp 768-785
- Ramaswami, R. and Sivarajan, K. N. (1995) "Routing and wavelength-assignment in all-optical networks", In: IEEE/ACM Trans. Networking, vol 3, n. 5, pp 489-500.
- Fourer, R. Gay, D. M. Kernighan, B. W. (2002) "AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming", Cole Publishing Company, 2<sup>nd</sup> edition.