Sistema de Inferencia Difusa

Carlos Rafael Ortega Lezcano
Grupo C411

Introducción

El sistema de inferencia difusa implementado presentará funciones de pertenencia triangulares, trapezoidales, gaussianas y sigmoidales ademas cuenta con los metodos de agregacion de Mamdani y Larsen, con entrada de valores *singleton* o sea valores precisos o como entrada conjuntos difusos, los metodos de desdifusificación empleados son el Centroide (COA), Bisección (BOA) y en el caso de los Máximos, el MOM o Media de los Máximos.

Para validar dicho sistema se resolverá un problema cuya solución necesita de un Sistema de Inferencia y se analizaran los resultados obtenidos.

Características del Sistema de Inferencia

El sistema implementado se compone primeramente por las reglas *if-then* que definen el problema a resolver, los métodos de agregación de Mamdani y Larsen y los métodos de desdifusicificación.

Funciones de Pertenencia

Las funciones de pertenencia más conocidas las cuales fueron implementadas para comodidad a la hora de emplear el sistema fueron:

1. **Triangulares**: Es un conjunto difuso representado por 3 puntos $A = (a_1, a_2, a_3)$ y su función de pretenencia es:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \dfrac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases}$$

2. **Trapezoidales**: Es un conjunto difuso representado por 4 puntos, $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ y su función de pretenencia es:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \dfrac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases}$$

3. **Gaussiana**: Es un conjunto difuso cuya función de pertenecia es una función exponencial definida por dos valores k y m, su representacion corresponde con la campana de Gauss:

$$\mu_A(x) = e^{-k(x-m)^2}$$

4. **Sigmoidal**: Es un conjuto difuso cuya función de pertenencia presenta un crecimiento más lento que una parte de una función triangular o trapezoidal, esta definida por dos valores a, b y el valor m, el cual usualmente es $m = \dfrac{a+b}{2}$, su función de pertenencia es:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2\left[\dfrac{x-a}{b-a}\right]^2, & a < x \leq m \\ 1 - 2\left[\dfrac{x-b}{b-a}\right]^2, & m < x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

Métodos de Agregación y Desdifusificación

El sistema emplea los métodos de Mamdani y Larsen para determinar una agregación, se determinan los valores de los α_i dependiendo del tipo de entrada y luego se determina la función de pertenencia para la agregación C':

Mamdani: $\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i=1}^{n} [\alpha_i \wedge \mu_{C_i}(z)]$

Larsen: $\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i=1}^{n} [\alpha_i \cdot \mu_{C_i}(z)]$

Para la desdifusificación del conjunto resultante se implementarón 3 variantes:

Media de los Máximos: Representa el promedio de aquellos valores de control z_j donde se alcanza el máximo:

$$z_0 = \sum_{j=1}^{k} \frac{z_j}{k}$$

Centroide: Esta estrategia genera el centro de gravedad de los conjuntos que conforman la agregación y se define como:

$$z_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \mu_C(z_j) \cdot z_j}{\sum_{j=1}^{n} \mu_C(z_j)}$$

Bisector del Área: Este método genera el valor z_0 tal que particione el área en dos regiones iguales:

$$\int_{\alpha}^{z_0} \mu_C(z)\, dz = \int_{z_0}^{\beta} \mu_C(z)\, dz$$

donde α y β son los extremos del dominio

Implementación del Sistema

Expondremos a continuación las principales ideas seguidas para la implementación del sistema y como se realiza la creación del mismo. La implementación fue realizada en Python, se representó entidades importantes tales como la definición de conjunto difuso junto a los mencionados anteriormente, la función encargada de resolver la agregación en el sistema acepta entrada tanto de valores precisos como de valores difusos.

FuzzySet:
  $\mu_C : R \to [0, 1]$
  U : Dominio del conjunto preciso

La definición de conjunto difuso esta compuesta por la función de pertenencia, la cual puede ser cualquier función cuya imagen se encuentre en $[0, 1]$, y el dominio del conjunto preciso sobre el cual definimos nuestro conjunto difuso.

FuzzyInferenceSystem:
  Rules $\leftarrow (A_{1i},\ A_{2i},\ \dots,\ C_i)$
  Aggregation (input):
    $\alpha_i \leftarrow$ MatchingDegrees (input)
    return $\mu_{\mathbf{C'}}(\mathbf{z}) = \bigvee_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} [\alpha_\mathbf{i} \oplus \mu_{\mathbf{C_i}}(\mathbf{z})]$

Para determinar una agregación se procede a calcular los grados de coincidencia dependiendo del tipo de entrada para ello es necesario establecer un parametro `input_type` el cuales puede ser `singleton` o `fuzzy` y acorde a este se empleará la función correspondiente para el cálculo de los grados. El símbolo $\oplus$ representa el operador que estamos usando acorde al método seleccionado, para ello debemos establecer el parámetro `method` el cual puede ser `mamdani` o `larsen`, empleando entonces los operadores R_c y R_p respectivamente a la hora de calcular la agregación.

FuzzyInferenceSystem:
  MOM (fs):
    $mx \leftarrow [\,]$
    for $z_j \in U$
      if $z_j$es máximo **then** $mx.add(z_j)$
      endif
    endfor
    return mean(mx)

  COA (fs):
    $n \leftarrow 0$
    $d \leftarrow 0$
    for $z_j \in U$
      $n \leftarrow n + \mu_{C'}(z_j) \cdot z_j$
      $n \leftarrow n + \mu_{C'}(z_j)$
    endfor
    return n/d

  BOA (fs):
    $\alpha \leftarrow \min U$
    $\beta \leftarrow \text{máx}\, U$
    $z_0 \leftarrow$ BinarySearch $(\alpha,\ \beta,\ \mu_{C'})$
    return$\mathbf{z_0}$

Los métodos de difusión reciben como entrada un conjunto difuso y devuelven el resultado desdifusificado, el MOM y COA ya cuentan con una forma de realizarse mientras que para el BOA se empleo búsqueda binaria para determinar el valor z_0 tal que bisecciona el área formada por $\mu_{C'}$

FuzzySet:
  ∟ Triangular (a_1, a_2, a_3)
  ∟ Trapezoidal (a_1, a_2, a_3, a_4)
  ∟ Gaussian (k, m)
  ∟ Sigmoidal (a, b)

Para trabajar de forma sencilla con las funciones de pertenencia vistas anteriormente se definieron conjuntos difusos, de forma que para su creación solo sea necesario introducir los valores que definen dichas funciones

Problema Propuesto

Para comprobar la implementación del sistema realizada resolveremos el siguiente problema

Problema

Se desea desarrollar un sistema de frenado automático para un automóvil con transmición automática. En dicho vehículo contamos con un sensor de proximidad que permite determinar la distancia entre el auto y otro que se encuentre delante de él además sabemos de forma precisa la velocidad del automóvil el cual contiene el sistema. Adicionalmente podemos sensar la velocidad con la que se mueve el vehículo que se encuentra delante. Se desea saber dadas estas condiciones cual debe ser aproximadamente el ángulo que debe ser presionado el pedal del freno, considerando que 0 indica que no es necesario pisar el pedal y 60 pisar el pedal a fondo.

Las reglas que definen el sistema de frenado son las siguientes:

R1: Si estamos lejos del vehículo, vamos lento y este no se mueve entonces no pisamos el freno

R2: Si estamos a distancia media del vehículo, vamos lento y este no se mueve entonces pisamos un poco el freno

R3: Si estamos a distancia media del vehículo, vamos a velocidad normal y este no se mueve entonces pisamos mas o menos el freno

R4: Si estamos cerca del vehículo, vamos a velocidad normal y este no se mueve entonces pisamos bastante el freno

R5: Si estamos cerca del vehículo, vamos rápido y este no se mueve entonces pisamos bastante el a fondo el freno

R6: Si estamos cerca del vehículo, vamos rápido y este se mueve poco entonces pisamos bastante el freno

R7: Si estamos a distancia media del vehículo, vamos a velocidad normal y este se mueve poco entonces pisamos mas o menos el freno

R8: Si estamos lejos del vehículo, vamos a velocidad normal y este se mueve poco entonces pisamos poco el freno

R9: Si estamos cerca del vehículo, vamos a velocidad normal y este se mueve rápido entonces pisamos poco el freno

R10: Si estamos a distancia media del vehículo, vamos lento y este se mueve rápido entonces no pisamos el freno

Definamos las variables lingüisticas que encontramos en el problema y los conjuntos difusos que las componen con sus respectivas funciones de pertenencia:

Distancia:

$T(\text{Distancia}) : \{ \text{ lejos, normal, cerca } \}$

$U = [0, 30]$

$G(\text{Distancia}) : \{\text{lejos}\} \cup \{\text{normal}\} \cup \{\text{cerca}\}$

$$M = \begin{cases} (\ u, \mu_{\text{cerca}}(u)\ ), & u \in [0, 10] \\ (\ u, \mu_{\text{normal}}(u)\ ), & u \in [10, 20] \\ (\ u, \mu_{\text{lejos}}(u)\ ), & u \in [20, 30] \end{cases}$$

$$\mu(u) = \begin{cases} \mu_{\text{cerca}}(u) = \overline{\text{Sigmoidal}}(0, 10) \\ \mu_{\text{normal}}(u) = \text{Gaussian}(0.05,\ 15) \\ \mu_{\text{lejos}}(u) = \text{Sigmoidal}(20, 30) \end{cases}$$

Velocidad:

$T(\text{Velocidad}) : \{ \text{ lento, constante, rápido } \}$

$U = [10, 90]$

$G(\text{Velocidad}) : \{\text{lento}\} \cup \{\text{constante}\} \cup \{\text{rápido}\}$

$$M = \begin{cases} (\ u, \mu_{\text{lento}}(u)\ ), & u \in [10, 30] \\ (\ u, \mu_{\text{constantel}}(u)\ ), & u \in [30, 60] \\ (\ u, \mu_{\text{rápido}}(u)\ ), & u \in [60, 90] \end{cases}$$

$$\mu(u) = \begin{cases} \mu_{\text{lento}}(u) = \overline{\text{Sigmoidal}}(10, 30) \\ \mu_{\text{constantel}}(u) = \text{Gaussian}(0.05,\ 45) \\ \mu_{\text{rápido]}}(u) = \text{Sigmoidal}(60, 90) \end{cases}$$

Variación de Velocidad:

$T(\text{VV}) : \{ \text{ detenido, poco movimiento, mucho movimiento } \}$

$U = [0, 20]$

$G(\text{VV}) : \{\text{detenido}\} \cup \{\text{poco movimiento}\} \cup \{\text{mucho movimiento}\}$

$$M = \begin{cases} (\ u, \mu_{\text{detenido}}(u)\ ), & u \in [0, 10] \\ (\ u, \mu_{\text{movimiento}}(u)\ ), & u \in [10, 20] \end{cases}$$

$$\mu(u) = \begin{cases} \mu_{\text{detenido}}(u) = \text{Trapezoidal}(-1, 0, 10, 20) \\ \mu_{\text{movimiento}}(u) = \text{Sigmoidal}(10,\ 20) \end{cases}$$

Grado de Frenado:

$T(\text{Grado}) : \{ \text{ nada, pequeño, medio, grande, todo} \}$

$U = [0, 60]$

$G(\text{Grado}) : \{\text{nada}\} \cup \{\text{pequeño}\} \cup \{\text{medio}\} \cup \{\text{grande}\} \cup \{\text{todol}\}$

$$M = \begin{cases} (\ u, \mu_{\text{nada}}(u)\ ), & u = 0 \\ (\ u, \mu_{\text{pequeño}}(u)\ ), & u \in [1, 20] \\ (\ u, \mu_{\text{mediano}}(u)\ ), & u \in [20, 40] \\ (\ u, \mu_{\text{grande}}(u)\ ), & u \in [40, 59] \\ (\ u, \mu_{\text{todo}}(u)\ ), & u = 60 \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\text{nada}}(u) = 1, \quad if\ u = 0 \\ \mu_{\text{pequeño}}(u) = \text{Triangular}(1, 10, 20) \\ \mu_{\text{mediano}}(u) = \text{Triangular}(21, 30, 40) \\ \mu_{\text{grande}}(u) = \text{Triangular}(40, 50, 59) \\ \mu_{\text{todo}}(u) = 1, \quad if\ u = 60 \end{cases}$$

Conclussion

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetuer a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetuer. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetuer odio sem sed wisi.

Sed feugiat. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Ut pellentesque augue sed urna. Vestibulum diam eros, fringilla et, consectetuer eu, nonummy id, sapien. Nullam at lectus. In sagittis ultrices mauris. Curabitur malesuada erat sit amet massa. Fusce blandit. Aliquam erat volutpat. Aliquam euismod. Aenean vel lectus. Nunc imperdiet justo nec dolor.

References