Simulación basada en Eventos Discretos

Carlos Rafael Ortega Lezcano C.ORTEGA@ESTUDIANTES.MATCOM.UH.CU
Grupo C411

Tutor(es):

1. Problema Asignado

En el Aeropuerto de Barajas, se desea conocer cuánto tiempo se encuentran vacías las pistas de aterrizaje dedicadas a aviones de carga y que se consideran que una pista está ocupada cuando hay un avión aterrizando, despegando o cuando se encuentra cargando o descargando mercancía o el abordaje o aterrizaje de cada pasajero.
Se cononce que el tiempo cada avión que arriba al aeropuerto distribuye, mediante una función de distribución exponencial con $\lambda = 20$ minutos.
Si un avión arriba al aeropuerto y no exiten pistas vacías, se mantiene esperando hasta que se vacíe una de ellas (en caso de que existan varios aviones en esta situación, pues se establece una suerte de cola para su aterrizaje).
Se conoce además que el tiempo de carga y descarga de un avión distribuye mediante una función de distribución exponencial con $\lambda = 30$ minutos. Se considera además que el tiempo de aterrizaje y despegue de un avión distribuye normal $N(10, 5)$ y la probabilidad de que un avión cargue y/o descargue en cada viaje corresponde a una distribución uniforme.
Además de esto se conoce que los aviones tienen una probabilidad de tener una rotura de 0.1. Así, cuando un avión posee alguna rotura debe ser reparado en un tiempo que distribuye exponencial con $\lambda = 15$ minutos. Las roturas se identifican justo antes del despegue del avión.
Igualmente cada avión, durante el tiempo que está en la pista debe recargar combustible, mediante una distribución exponencial con $\lambda = 30$ minutos y comienza justamente cuando el avión aterriza.
Se asume además qu los aviones pueden aterrizar en cada pista sin ninguna preferencia o requerimiento.
Se desea simular el comportamiento del aeropuerto por una semana para estimar el tiempo total en que se encuentran vacía cada una de las pistas del aeropuerto.

2. Principales Ideas

El problema corresponde un acercamiento a un sistema compuesto por clientes (aviones) los cuales son atendidos por distintos servidores que funcionan en paralelo (pistas) pudiendo encontrarse clientes que deban esperar para ser atentidos en el sistema. En nuestro caso la cantidad de servidores que funcionan en paralelo es $n = 5$.

Como consideraciones adicionales podemos observar que el tiempo de estancia en una pista es determinado por la combinación de distintas variables, además para conocer el tiempo total para cada pista es necesario conocer el instante en que un avión entra en una pista y el instante en que abandona esta.

2.1 Variables de la Simulación

Las variables empleadas para el proceso de simulación del problema son las siguientes, los aviones se identifican por un valor Id el cual se asigna a cada avión que arriva al aeropuerto de forma tal que $Id = N_A$:

Variable de Tiempo (t): Describe el tiempo transcurrido hasta el momento en la simulación

Variable Contadora (N_A): Describe la cantidad de aviones que han arribado al aeropuerto hasta el instante t

Variables de Estado:

- SS: Contiene la información del avión que se encuentra en la pista i, $i = 1, 2, 3, 4, 5$
- Q: Contiene los aviones que esperan para poder aterrizar en una pista del aeropuerto

Variables de Salida:

- A: Contiene para cada pista i, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, los tiempos en que cada avión aterriza en la pista
- D: Contiene para cada pista i, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, los tiempos de salida para cada avión que estuvo en la pista

Lista de Eventos:

- t_A: Representa el tiempo de arribo de un nuevo avión al aeropuerto
- t_D: Almacena para cada pista i, el tiempo de partida del avión que se encuentra en esta

La variable T representa el tiempo limite para la simulación y se pasa como entrada al programa. Se desea conocer el tiempo que cada pista permanece vacía este tiempo es aquel que ocurre desde la salida de un avión a la pista hasta que otro arriba a esta por lo tanto si A son los tiempos de entrada a la pista para los aviones que estuvieron en esta y D los tiempos de salida, el tiempo que una pista permanece vacía puede determinarce como:

$$E = A[0] + \sum_{i=1}^{l}(A[i] - D[i-1])$$

Donde l es el largo de A, $A[0]$ el tiempo que se espera hasta que arriba el primer avión, y la diferencia $A[i] - D[i-1]$ el tiempo que transcurre entre la salida del avión $i-1$ hasta la llegada del i a la pista.

2.2 Variables Aleatorias presentes en la Simulación

El comportamiento del tiempo de llegada y de estancia de los aviones viene dado por un conjunto de diversas variables aleatorias.

1. Tiempo de arribo de un avión al aeropuerto: $T_0 \sim Exp(20)$
2. Tiempo de carga y descarga: $T_{cd} \sim Exp(30)$
3. Tiempo de aterrizaje y despegue: $T_{ad} \sim N(10, 5)$
4. Probabilidad de Ruptura $P(R) = 0.1$, Tiempo de Reparación $T_r \sim Exp(15)$
5. Tiempo de Recargar Combustible $T_c \sim Exp(30)$

Para generar una variable aleatoria exponencial para poder describir el comportamiento de los diversos sucesos se emplea el método de la inversa:

1: Generar un número aleatorio U
2: Hacer $X = -\frac{1}{\lambda}log(U)$
3: Retornar X

En el caso de la variable normal primero se genera $Y \sim N(0,1)$ y luego se aplica: $X = \mu + Y\sigma$. Finalmente para determinar si un avión sufrirá una ruptura o no se emplea:

$$p\,(X = x_j) = p\left(\sum_{i=0}^{j-1} p_i \leq U < \sum_{i=0}^{j} p_i\right) = p_j$$

Donde U distribuye uniforme de 0 a 1.

2.3 Simulación

Dadas las variables de la simulación procedemos a realizar el proceso generando la llegada de los aviones y determinando cuanto tiempo pasaran en la pista.

Inicialización

$t = N_A = 0$

$Q = \{\}$

$SS = \{i : 0\}$

$A = \{i : [\,]\}, D = \{i : [\,]\}$

Generar $T_0 \sim Exp(20)$ y hacer $t_A = T_0$, $t_D = \{i : \infty\}$

Caso 1 $t_A = \min(t_A, t_D[i]), i = \overline{1,5}$

$t = t_A$

$N_A = N_A + 1$

Generar $T_t \sim Exp(20)$ hacer $t_A = t + T_t$

IF $\exists i \mid SS[i] = 0,\ i = \overline{1,5}$

$A[i] \leftarrow t$

$SS[i] = N_A$

Generar $Y = Depart()$ hacer $t_D[i] = t + Y$

IF $SS[i] \neq 0,\ \forall i = \overline{1,5}$

$Q \leftarrow N_A$

Caso 2 $t_j = \min(t_A, t_D[i]) \wedge t_j \neq t_A, i = \overline{1,5}$

$t_j = \min(t_D)$

$t = t_j$

$D[j] \leftarrow t$

$SS[i] = 0$

IF $Q \neq \{\}$

$nxt = Q.pop()$

$A[i] \leftarrow t$

$SS[i] = nxt$

Generar $Y = Depart()$ hacer $t_D[i] = t + Y$

Caso 3 $\min(t_A, t, t_D[i]) > T, i = \overline{1,5}$: Terminar la simulación

3. Modelo

Aquí va el contenido de la figura ...

Figure 1: Figura de ejemplo

4. Consideraciones

5. Repositorio

References

[1] Donald E. Knuth. *The Art of Computer Programming*. Volume 1: Fundamental Algorithms (3rd edition), 1997. Addison-Wesley Professional.

[2] Kurt Göedel. *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I.* Monatshefte für Mathematik und Physik 38.

[3] Wikipedia. URL: http://en.wikipedia.org. Consultado en March 21, 2020.