

USACH – FAE

MAGÍSTER EN CIENCIAS ECONÓMICAS

TEORÍA ECONOMETRICA I

Tarea # 5

(Fecha de Entrega: Miércoles 12 de agosto)

- 1) Suponga que una variable aleatoria X tiene una distribución normal con media 0
 - a) Si σ es una desviación estándar desconocida, ¿cuál es la Información de Fisher $I(\sigma)$ en X ?
 - b) Si $\sigma^2 > 0$ una varianza desconocida, ¿cuál es la Información de Fisher $I(\sigma^2)$ en X ?

- 2) Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una distribución de Poisson con media θ . Sea $Y = \sum_{i=1}^n X_i$.
 - a) Pruebe que no existe un estimador insesgado de $1/\theta$.
 - b) Suponga que deseamos estimar $1/\theta$. Considere $r(Y) = n/(Y + 1)$ como un estimador de θ . Encuentre el sesgo de $r(Y)$ y demuestre que el sesgo tiende a 0 cuando $n \rightarrow \infty$. (Sugerencia: libérese de la sumatoria)
 - c) Use el método delta para encontrar la distribución asintótica de $r(Y)$.

- 3) Suponga que se quieren estimar dos regresiones

$$y = \beta X_y + \epsilon_y \quad (*)$$

$$z = \delta X_z + \epsilon_z \quad (**)$$

Donde X_y y X_z son las matrices de las variables explicativas y ϵ_y y ϵ_z son sus respectivos errores. Considere la regresión

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_y & 0 \\ 0 & X_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (***)$$

Es el estimador de β y δ más eficiente en (***) que en (*) y (**) respectivamente?

Explique.

- 4) Considere la regresión $y = \beta X + \epsilon$. Suponga que el valor esperado de ϵ es cero. Pruebe que el estimador del método de momentos de la media y la varianza de una distribución normal es también el estimador de máxima verosimilitud.