Primera Tarea

Teoría Microeconómica I

Cristóbal Rafael Meneses Rodríguez

Resuelva los siguientes problemas

1.- Considere las siguientes preferencias lexicográficas en IR_+^2

$$\forall \mathbf{X^0}, \mathbf{X^1}, \mathbf{X^0} \succcurlyeq \mathbf{X^1} \begin{cases} x_1^0 \geq x_1^1 \\ \vee \\ x_1^0 = x_1^1 \wedge x_2^0 \geq x_2^1 \end{cases}$$

Demuestre que estas preferencias son completas y transitivas (por lo tanto, las preferencias son racionales)

- Completitud: Decimos que un función de utilidad es completa si para todo $X_1, X_2 \in X, X_1 \succcurlyeq X_2$ ó $X_2 \succcurlyeq X_1$. Como en una preferencia lexicográfica hay 2 bienes y ambos son importantes para decidir entre que bien se consume, tenemos 4 relaciones posibles:
  - $x_1^1 \geq \ x_1^0 \rightarrow X_1 \succcurlyeq X_0$, sin importar el valor de x_2 de las canastas.
  - $x_1^1 = x_1^0 \wedge x_2^1 \geq x_2^0 \rightarrow X_1 \succcurlyeq X_0$
  - $x_1^1 = x_1^0 \wedge x_2^1 \leq x_2^0 \rightarrow X_1 \preccurlyeq \ X_0$
  - $x_1^1 = x_1^0 \wedge x_2^1 = x_2^0 \rightarrow X_1 \preccurlyeq \ X_0 \wedge X_1 \succcurlyeq X_0$, o son indiferentes.

Ya que en todas las relaciones entre X_1, X_2 se puede hacer una regla de ordenamiento, se cumple la completitud.

- Transitividad: para cualquier tres elementos $X_1, X_2. X_3 \in X$, si $X_2 \succcurlyeq X_1$ y $X_3 \succcurlyeq X_2$implica que $X_3 \succcurlyeq X_1$.

Ya que conocemos las relaciones entre $X_1 \ y \ X_2$ y $X_2 \ y \ X_3$, sabemos que se cumplen:

- ($x_1^3 > x_1^2$ ó $x_1^3=x_1^2$ ^ $x_2^3 \geq x_2^2$) y
- ($x_1^2 > x_1^1$ ó $x_1^2=x_1^1$ ^ $x_2^2 \geq x_2^1$)

Por lo que tenemos 2^2 combinaciones posibles:

- $x_1^3 = x_1^2 = x_1^1$ con $x_2^3 \geq x_2^2 \geq x_2^1$
- $x_1^3 \geq x_1^2 = x_1^1$ con $x_2^2 \geq x_2^1$
- $x_1^3 = x_1^2 \geq x_1^1$ con $x_2^3 \geq x_2^2$
- $x_1^3 \geq x_1^2 \geq x_1^1$, indiferente de x_2^i

Todas las cuales mantienen la regla de ordenamiento, por lo que la regla lexicográfica es transitiva y, como es transitiva y continua, es un ordenamiento racional de preferencias de canastas.

2.- Muestre que si $f(\quad): IR \rightarrow IR$ es una función estrictamente creciente y $U(\boldsymbol{X})$ es una función de utilidad que representa las preferencias $\succcurlyeq$ entonces la función de utilidad $V: \mathbf{X} \rightarrow IR\ tal\ que$ V(**X**)=f(U($\boldsymbol{X}$) es también una función de utilidad.

Para asegurar que $f(U(X))$ sea una función de utilidad, debemos asegurar que $f()$ mantenga la completitud y transitividad de $U(X)$.

- Completitud: Como $f(): IR \rightarrow IR$, cada valor que puede tomar $U(X)$ está reflejado en $V(X)$. Ya que $U(X)$ es completa y $f(U(X))$ refleja cada valor, $V(X)$ es completa.
- Transitividad: Como $f()$ es estrictamente creciente y continua , $\forall x, y \,/\, U(x) \geq U(y) \rightarrow f(U(x)) \geq f(U(y))$, por lo que si para tres valores x, y, z: $U(x) \geq U(y) \geq U(z), \rightarrow V(x) \geq V(y) \geq V(z)$.

Así, la función $f()$ mantiene la completitud y transitividad de cualquier función de utilidad que modifique.

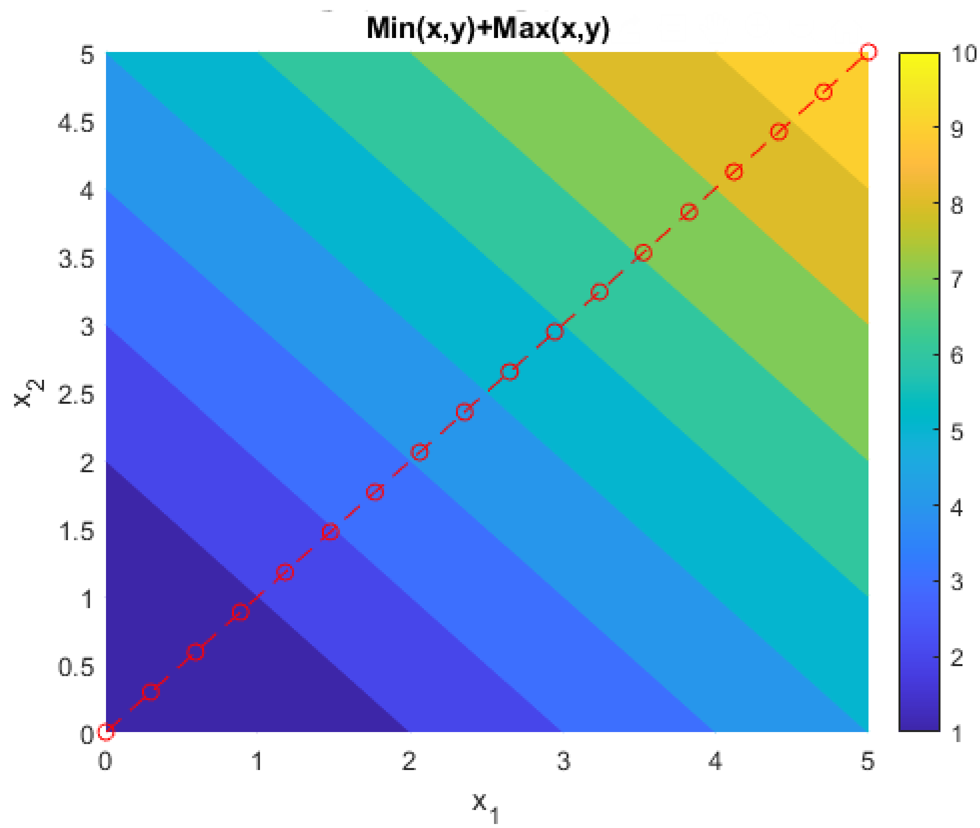
3.- Represente las curvas de indiferencia de las siguientes funciones de utilidad:

$$U(x_1, x_2) = Min\{x_1, x_2\} + Máx\{x_1, x_2\}$$

Considerando que la función de utilidad es una función minimax, podemos ver algunas propiedades de ella. Para cada nivel de utilidad existe un punto $(x_1, x_2)\ t.q. x_1 = x_2$. Si vemos todos los valores posibles de utilidad, se genera una recta de 45 grados desde el origen que funciona como una especie de eje de simetria para la grafica. Luego, para cada valor de (x_1, x_2), podemos expresar la funcion de utilidad como

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

Que es una funcion de perfectos sustitutos con una pendiente de 1 para cualquier valor de (x_1, x_2). La simetria de la funcion minimax es menos notoria que en otros casos pues a un lado del punto $x_1 = x_2$ la tasa marginal de sustitucion es de 1, y al otro es de $1^{-1} = 1$.



4.- Demuestre que si la función de utilidad es estrictamente cuasi cóncava, la solución al problema del consumidor es única.

- Cuasi-concavidad estricta: f() es una función estrictamente cuasi-cóncava si para un par de canastas $x \neq y \wedge x \succcurlyeq y$,: $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq f(y)) \; \forall \lambda \in [0,1]$

Digamos que una canasta $\boldsymbol{X}^*$ es un óptimo no-único en una función de utilidad que es estrictamente cuasi-cóncava sujeta a una restricción presupuestaria del tipo $\boldsymbol{xp} \leq I$. Digamos que existe el punto X_0 tal que se es indiferente entre $\boldsymbol{X}^*$ y X_0 tal que ambas satisfacen la restricción presupuestaria. Eso significa que podemos encontrar un punto intermedio entre ambas canastas tal que

$$U(\lambda \boldsymbol{X}^* + (1-\lambda)X_0) \geq U(X_0))$$

Por lo que ninguna de las dos canastas es óptima, creando una contradicción. La única forma de que esto no ocurriese es que solo exista una canasta óptima.