

#### **4. Моделирование импульсных нейроморфных сетей с онлайн обучением**

По определению нейронный процессор - это специализированный класс микропроцессоров и сопроцессоров (часто являющихся специализированной интегральной схемой), используемый для аппаратного ускорения работы алгоритмов искусственных нейронных сетей, компьютерного зрения, распознавания по голосу, машинного обучения и других методов искусственного интеллекта [36].

В 2014 году компания IBM Research представила систему TrueNorth, состоящую из 1 миллиона цифровых нейронов и 256 миллионов синапсов, заключенных в 4096 синапсных ядер [37]. TrueNorth это система, состоящая из нескольких чипов, которые представляют собой нейроны мозга. Отметим, что кроме компании IBM подобными разработками занимаются также компании Google и Qualcomm.

Отличительной чертой существующих систем является работа в цифровом формате (все сигналы кодируются нулями и единицами). Известно, что любые аналоговые вычисления работают на порядке быстрее, чем те же самые вычисления в цифровом виде, в связи с этим актуальной задачей является создание аналоговых нейроморфных систем.

Появление мемристоров открыло новые перспективы в разработке аналоговых вычислительных модулей. В контексте реализации нейронных сетей мемристоры в наибольшей степени соответствуют синапсам. Действительно, за счет некоторых схемотехнических аналоговых решений, о которых далее пойдет речь, есть возможность изменять проводимость (синаптический вес) непосредственно в процессе работы системы, тем самым выполняя обучение сети на «железном» уровне.

Одним из перспективных направлений в этом плане является использование импульсных нейроморфных сетей в сочетании с STDP-логикой (Spike-Timing Dependent Plasticity - пластичность, определяемая временем прихода импульсов) обучения [8, 38-44].

Рассмотрим работу схемотехнического решения однослойной самообучающейся аналоговой импульсной нейронной сети с мемристивными элементами в качестве синаптических весов (рис. 18). Пришедшие на вход импульсы ( $V_g$ ) открывают соответствующие транзисторы, что приводит к протеканию токов через мемристоры с последующим их суммированием в нейронах. Схемотехническая модель нейрона представляет собой параллельную  $RC$  цепь и абстрактный генератор импульсов  $G$  (рис. 19). Как только значение потенциала на конденсаторе превышает некоторый порог, его потенциал сбрасывается, и генератор импульсов выдает выходной сигнал и сигнал обратной связи ( $V_{te}$ ). Помимо этого в обратной связи постоянно поддерживается некоторый небольшой потенциал необходимый для функционирования сети в обычном режиме.

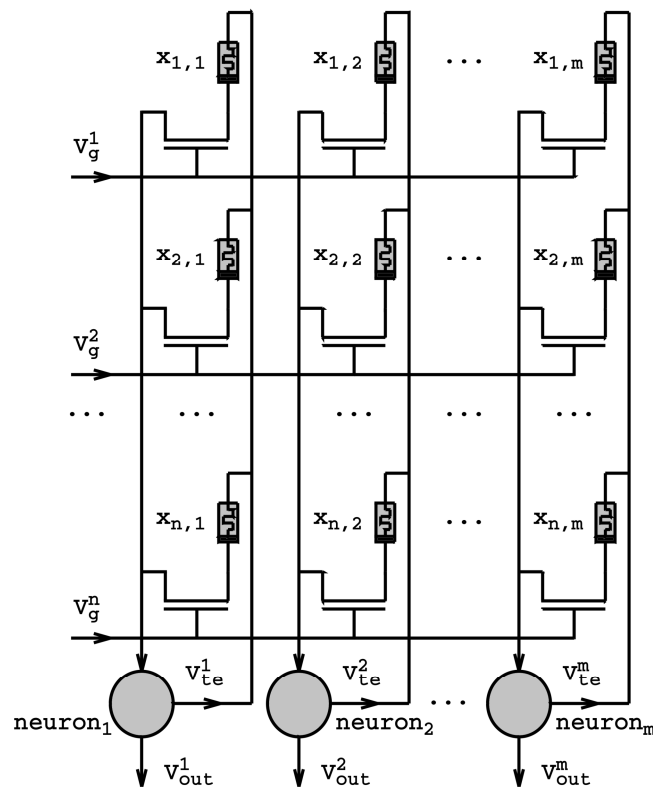


Рис. 18. Нейроморфная сеть

Процесс обучения сети происходит согласно правилу STDP (те синаптические связи, которые привели к активации нейрона, усиливаются, другие- ослабляются). Данный механизм обучения реализуется посредством

обратной связи у нейронов. В момент активации нейрона, по каналу обратной связи с задержками поступают два противоположных по знаку импульса. Если на синапсе есть активность и пришел положительный импульс обратной связи, то значение проводимости соответствующего мемристора увеличивается, а если пришел отрицательный импульс обратной связи, то проводимость мемристора уменьшается. На рис. 20 показан один синапс и два варианта наложения импульсов.

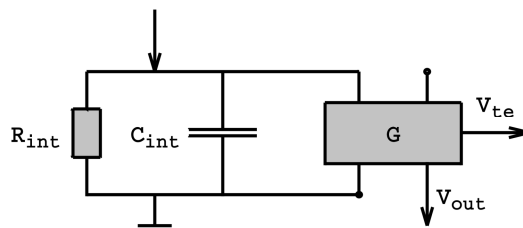


Рис. 19. Схематическая модель нейрона

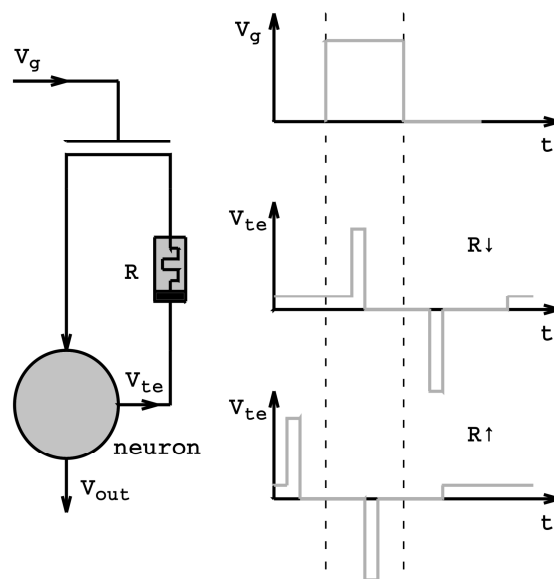


Рис. 20. Реализация правила STDP обучения сети.

Процесс самообучения заключается в следующем: на вход в сеть с равной вероятностью подается или произвольный шум или заранее определенный шаблон. Спустя некоторое время сеть адаптируется к распознаванию шаблона. В случае нескольких шаблонов в выходном слое будет несколько нейронов с дополнительной связью. Когда происходит активация одного нейрона, то он подавляет остальные нейроны (уменьшает

значение их потенциала). «Распределение» шаблонов по нейронам происходит в процессе обучения.

Сформулируем комплексную математическую модель однослойной самообучающейся импульсной нейронной сети (рис. 18). Определим основные переменные модели:

$n$  - количество входов,  $m$  - количество нейронов

$V_g^i$  - текущее значение напряжения на  $i$ -ом входе нейронной сети;

$V_{te}^j$  - текущее значение напряжения в обратной связи  $j$ -го нейрона;

$V_{out}^j$  - текущее значение напряжения на выходе  $j$ -го нейрона;

$\tau_j$  - время прошедшее после последней активации  $j$ -го нейрона;

$V_{int}^j$  - напряжение на конденсаторе  $j$ -го нейрона;

$R_{int}, C_{int}$  - значение сопротивления и емкости у нейронов;

$V_{te}^+, V_{te}^-, V_{te}^0$  - значения амплитуды импульсов обратной связи и значение напряжения по умолчанию;

$V_{out}^+$  - амплитуда выходного импульса;

$V_{th}$  - уровень напряжения активации нейрона;

$R_{i,j}$  - значение сопротивления мемристора  $i$ -го синапса  $j$ -го нейрона;

$x_{i,j}$  - состояние мемристора  $i$ -го синапса  $j$ -го нейрона,  $x_{i,j} \in [0, 1]$ ;

$\tau_r$  - длительность сигнала в обратной связи после активации нейрона;

$\tau_s$  - длительность одного импульса в сигнале обратной связи,  $2\tau_s < \tau_r$ ;

$\tau_{out}$  - длительность одного импульса на выходе сети;

$\alpha$  - коэффициент подавления.

Математическая модель задается следующими соотношениями (4)-(8):

$$\frac{dx_{i,j}}{dt} = \begin{cases} F_X \left( \frac{V_{te}^j - V_{int}^j}{R_{i,j}}, V_{te}^j - V_{int}^j, x_{i,j} \right), & V_g^i(t) > 0, \\ 0, & V_g^i(t) = 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$R_{i,j} = F_R(x_{i,j}, V_{te}^j - V_{int}^j),$$

$$\frac{dV_{\text{int}}^j}{dt} = \frac{1}{C_{\text{int}}} \left[ \sum_{\substack{i=1 \\ V_{\text{g}}^i(t) > 0}}^n \frac{\hat{V}_{\text{te}}^j - V_{\text{int}}^j}{R_{i,j}} - \frac{V_{\text{int}}^j}{R_{\text{int}}} \right] - \max_{i=1,m} \left[ \theta(V_{\text{int}}^i - V_{th}) \hat{\alpha}_{i,j} \right] \delta \left( \prod_{i=1}^m (V_{\text{int}}^i - V_{th}) \right) V_{\text{int}}^j \quad (5)$$

$$\frac{d\tau_j}{dt} = 1 - \delta(V_{\text{int}}^j - V_{th}) \tau_j \quad (6)$$

$$V_{\text{te}}^j = \begin{cases} V_{\text{te}}^+, \tau_j \leq \tau_s, \\ 0, \tau_s < \tau_j \leq \frac{\tau_r}{2}, \\ V_{\text{te}}^-, \frac{\tau_r}{2} < \tau_j \leq \frac{\tau_r}{2} + \tau_s, \\ 0, \frac{\tau_r}{2} + \tau_s < \tau_j \leq \tau_r, \\ V_{\text{te}}^0, \tau_r < \tau_j, \end{cases} \quad (7)$$

$$V_{\text{out}}^j = \begin{cases} V_{\text{out}}^+, \tau_j \leq \tau_{\text{out}}, \\ 0, \tau_{\text{out}} < \tau_j, \end{cases} \quad (8)$$

$$\hat{\alpha}_{i,j} = 1 - \alpha(1 - \delta_{ij}),$$

$$i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m},$$

и дополняется начальными условиями

$$x_{i,j}(0) = \text{rand}[0, 1], V_{\text{int}}^j(0) = 0, \tau_j(0) > \max(\tau_r, \tau_{\text{out}}),$$

где  $\hat{V}_{\text{te}}^j = \max(0, \min(V_{\text{te}}^j, V_{\text{te}}^0))$  и отвечает за то, чтобы импульсы обратной связи не вносили вклад в накопление потенциала внутри нейрона;  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера;  $\delta(x)$  - дельта-функция;  $\theta(x)$  - функция Хэвисайда. Соотношения (4) задают модель мемристора. Функция  $F_X(I, v, x)$  определяет скорость изменения переменной состояния в зависимости от тока ( $I$ ), напряжения ( $v$ ) и текущего состояния ( $x$ ). Функция  $F_R(x, v)$  определяет зависимость сопротивления мемристора от состояния и приложенного напряжения. Соотношение (5) задает модель нейрона, который представляет собой параллельную RC цепочку (рис. 19), включенную последовательно с

резистором (все мемристоры синапсов на уровне нейрона можно рассматривать как одно сопротивление). Уравнение (6) реализует механизм счетчика времени после последней активации нейрона. Как только напряжение на конденсаторе достигает порогового значения  $V_{th}$ , переменная  $\tau_j$  обнуляется. Аналогично происходит в уравнении (5): после активации нейрона, накопленный им потенциал сбрасывается, а у других нейронов уменьшается прямо пропорционально коэффициенту  $\alpha$ . Уравнения (7) и (8) определяют форму импульсов в обратной связи и на выходе нейронной сети. В начальный момент времени  $\tau_j$  выбирается таким образом, что бы избежать преждевременного появления импульсов в обратной связи и на выходе.

Отметим, что приведенная математическая модель описывает только один слой нейронной сети. Для моделирования многослойной сети, достаточно соединить выход  $k$ -го слоя со входом  $(k+1)$ -го слоя:  $V_g^{i(k+1)}(t) = V_{out}^{j(k)}(t)$ . Таким образом, область применения описанной математической модели не ограничивается однослойной сетью.

Далее при моделировании работы схемотехнического решения в качестве модели мемристора используется модель (1). Соответственно функции  $F_X(I, v, x)$  и  $F_R(x, v)$ , входящие в систему уравнений (4)-(8), определяются следующим образом:

$$F_X(I, v, x) = \begin{cases} \mu_v \frac{V_p}{D^2} \exp\left(\frac{R_{on}}{V_p} I\right), & v \geq V_p, \\ \mu_v \frac{V_n}{D^2} \exp\left(\frac{R_{on}}{V_n} I\right), & v \leq V_n, \\ \mu_v \frac{R_{on}}{D^2} I, & V_n < v < V_p, \end{cases} \quad F_R(x, v) = R_{on}x + R_{off}(1-x).$$

Рассмотрим сеть, состоящую из одного нейрона ( $m=1$ , поэтому индекс  $j$  в дальнейшем опускается) с 64 синапсами (рис. 21). Динамическая система имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_i}{dt} = \begin{cases} F_X \left( \frac{V_{te}(\tau) - V_{int}}{R_i}, V_{te}(\tau) - V_{int}, x_i \right), V_g^i(t) > 0, \\ 0, V_g^i(t) = 0, \end{cases} \\ \frac{dV_{int}}{dt} = \frac{1}{C_{int}} \left[ \sum_{\substack{i=1 \\ V_g^i(t) > 0}}^n \frac{\hat{V}_{te}(\tau) - V_{int}}{R_i} - \frac{V_{int}}{R_{int}} \right] - \delta(V_{int} - V_{th})V_{int}, \\ \frac{d\tau}{dt} = 1 - \delta(V_{int} - V_{th})\tau, \\ R_i = F_R(x_i, V_{te}(\tau) - V_{int}), \\ x_i(0) = \text{rand}[0, 1], V_{int}(0) = 0, \tau(0) > \max(\tau_r, \tau_{out}) \\ i = \overline{1, n}. \end{array} \right.$$

Значения параметров:  $n = 64$ ,  $R_{on} = 25 \text{ кОм}$ ,  $R_{off} = 250 \text{ кОм}$ ,  $\mu_v = 10^{-14}$ ,  $V_p = 1.5 \text{ В}$ ,  $V_n = -1 \text{ В}$ ,  $D = 20 \text{ нм}$ ,  $R_{int} = 1 \text{ кОм}$ ,  $C_{int} = 45 \text{ мкФ}$ ,  $V_{te}^+ = 2.5 \text{ В}$ ,  $V_{te}^- = -1.6 \text{ В}$ ,  $V_{te}^0 = 20 \text{ мВ}$ ,  $V_{out}^+ = 2 \text{ В}$ ,  $V_{th} = 1 \text{ мВ}$ ,  $\tau_r = 20 \text{ мс}$ ,  $\tau_s = 1 \text{ мс}$ ,  $\tau_{out} = 10 \text{ мс}$ . Значения  $R_{int}$ ,  $C_{int}$  были определены из условия, что бы время релаксации ( $= R \cdot C$ ), было равно  $45 \text{ мс}$ , что соответствует значению, приведенному в работе [8].

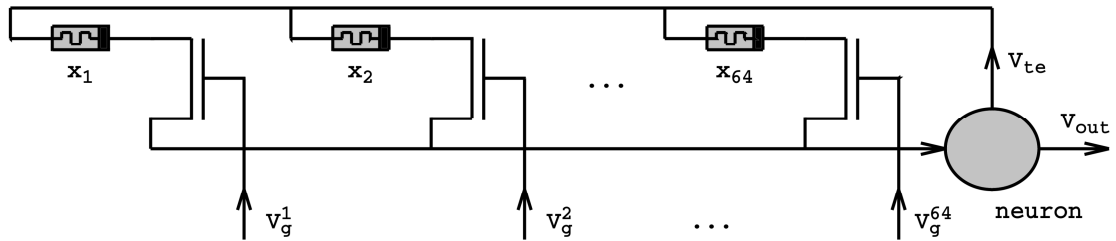


Рис. 21. Нейронная сеть

В процессе моделирования каждые  $10 \text{ мс}$  компоненты  $V_g(t)$  могут с равной вероятностью или быть случайным шумом ( $V_g^i$  имеет дискретное распределение (табл. 1)) или принимать определенные значения, которые задаются в соответствии с распознаваемым шаблоном (рис. 22). Для наглядности вектор  $V_g(t)$  здесь записывается в виде матрицы:

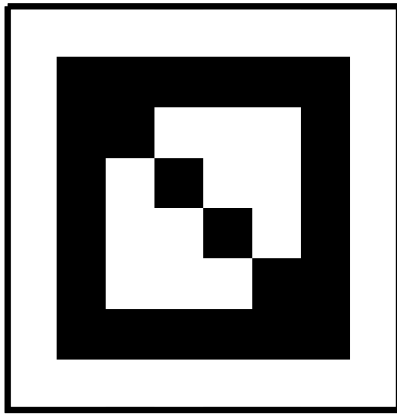


Рис. 22. Распознаваемый шаблон

$$V_g = \begin{pmatrix} 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 0, 0, 0 \\ 0, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0 \\ 0, 2, 0, 2, 0, 0, 0, 2, 0, 0 \\ 0, 2, 0, 0, 2, 0, 2, 0, 0, 0 \\ 0, 2, 0, 0, 0, 2, 2, 0, 0, 0 \\ 0, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \end{pmatrix} \text{ В}$$

$V_g^i$	0 В	2 В
$P$	0.875	0.125

Табл. 1. Дискретное распределение шума

Будем считать, что 1 эпоха обучения равна 10 мс, то есть тому времени, на протяжении которого нейронной сети демонстрируется образец или случайный шум.

Далее приведены графики поведения напряжений от времени. На рис. 23 высоким и узким пикам соответствует напряжение в обратной связи нейрона. Кривая линия отображает накопленный потенциал в конденсаторе нейрона. Как только его значение достигает порогового значения (1 мВ, на графике с учетом масштаба 2 В), происходит генерация выходного импульса и импульсов обратной связи. Пунктирная линия показывает, что конкретно в каждый момент времени демонстрируется нейронной сети. Значению –1 соответствует шум, а значению 1 соответствует образец. По графикам видно, что первая и четвертая активация нейрона произошла в момент, когда на вход подавался шум. Если вначале симуляции наблюдаются пропуски шаблона (входные пики 1, 2, 5 и 6), то спустя некоторое количество эпох (рис. 24) сеть уже всегда реагирует на шаблон, но ложные срабатывания на шум остаются. Спустя 400 эпох (рис. 25) сеть уже слабее реагирует на шум, но потенциал в эти моменты увеличивается.



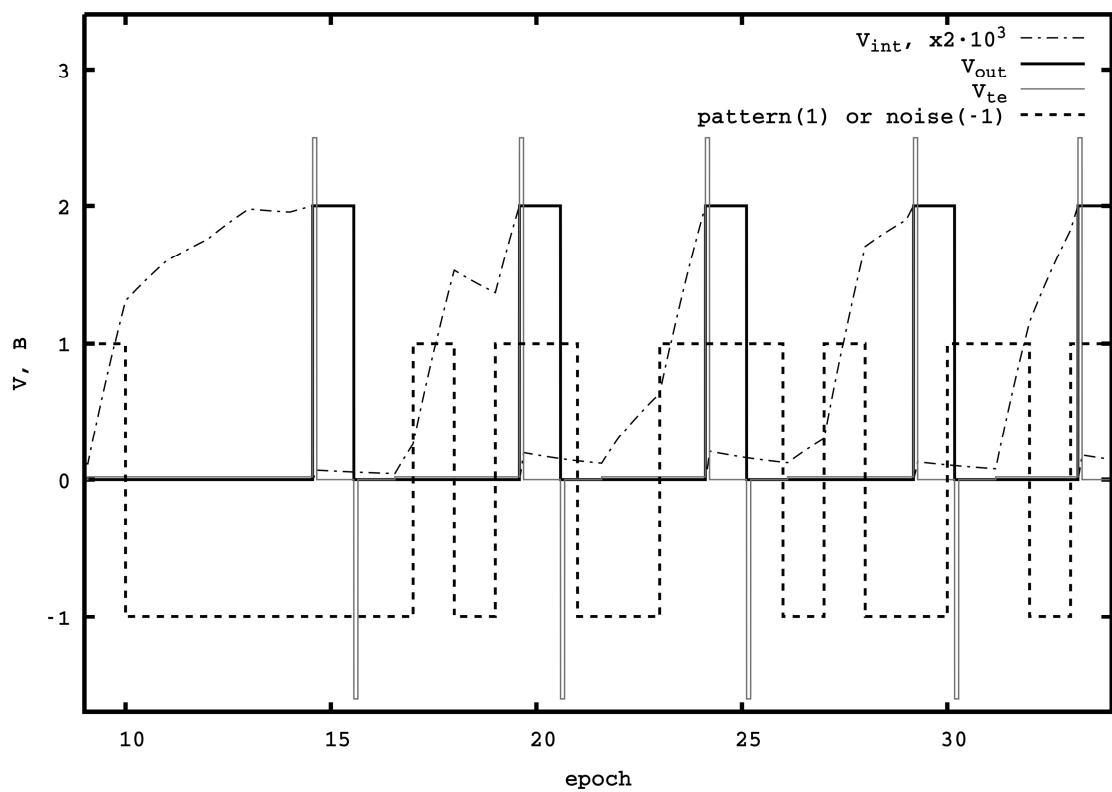


Рис. 23. Процесс работы нейронной сети на первых эпохах.

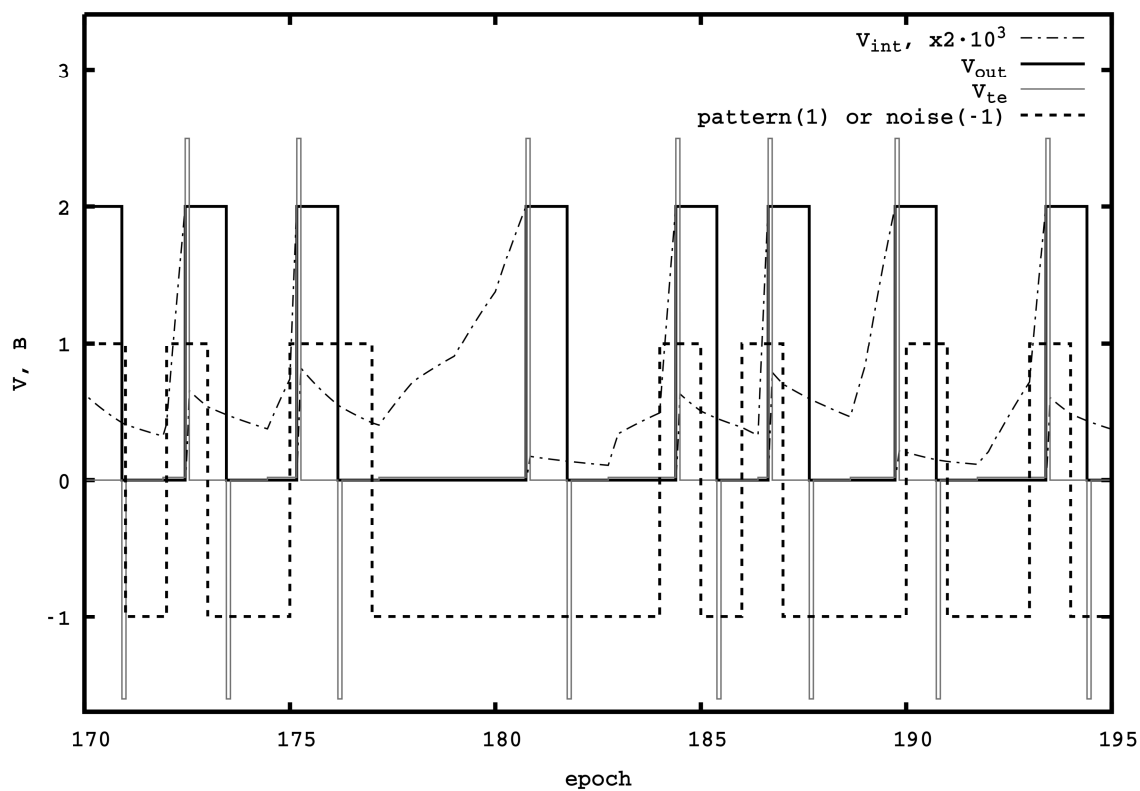


Рис. 24. Процесс работы нейронной сети в эпохах 170-195.

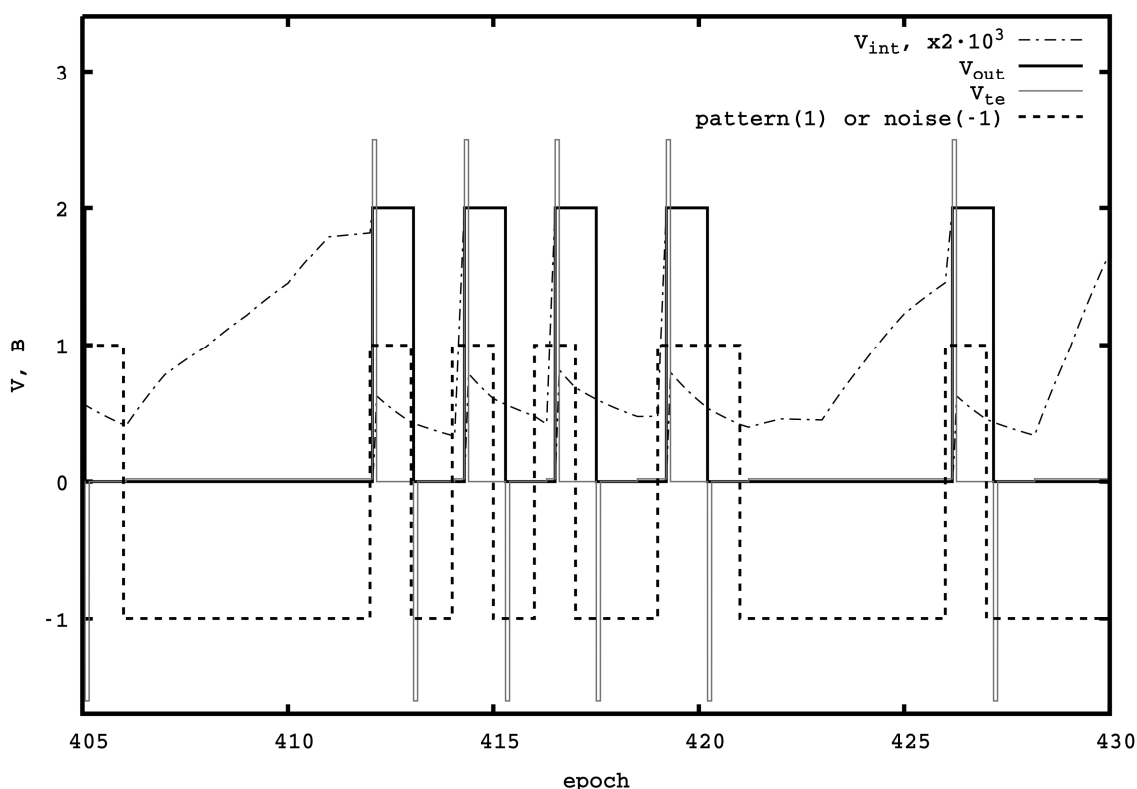


Рис. 25. Процесс работы нейронной сети в эпохах 405-430

На рис. 26 показаны аналогичные графики в конце процесса обучения. Практически все активации нейрона проходят только в тот момент, когда сети демонстрируется образец. Отметим, что одна активация все же произошла, когда сети показывался шум, это объясняется большим пересечением сгенерированного шума с образцом. Важным моментом является то, что потенциал нейрона в момент демонстрации сети шума не только возрастает, но и уменьшается.

На рис. 27 показан процесс адаптации синаптических весов к распознаваемому образцу. Цвет соответствует значению состояния  $x$  соответствующего мемристора: чем темнее, тем проводимость больше, чем светлее, тем меньше. В начальный момент времени все веса инициализируются случайными значениями и в процессе работы сети постепенно изменяются. Примерно с 100-ой эпохи начинает просматриваться шаблон, распознаванию которого обучается сеть: происходит запоминание информации нейронной сетью.

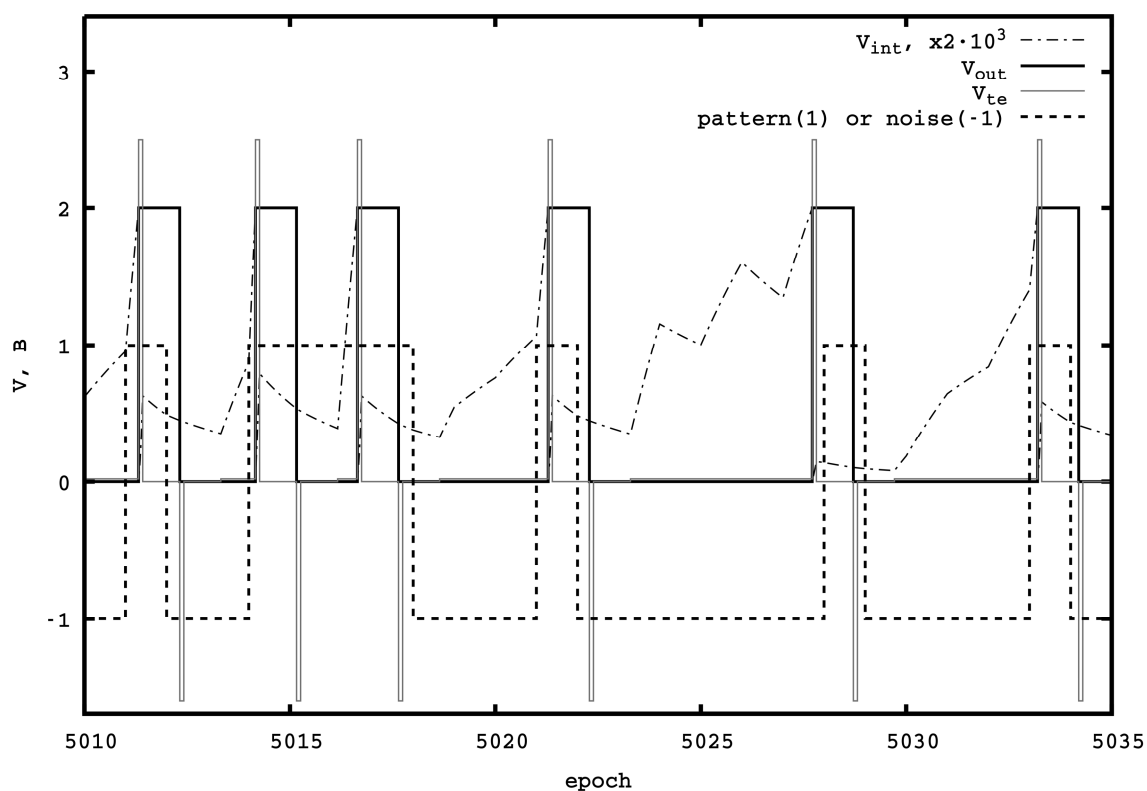


Рис. 26. Процесс работы нейронной сети после процесса обучения.

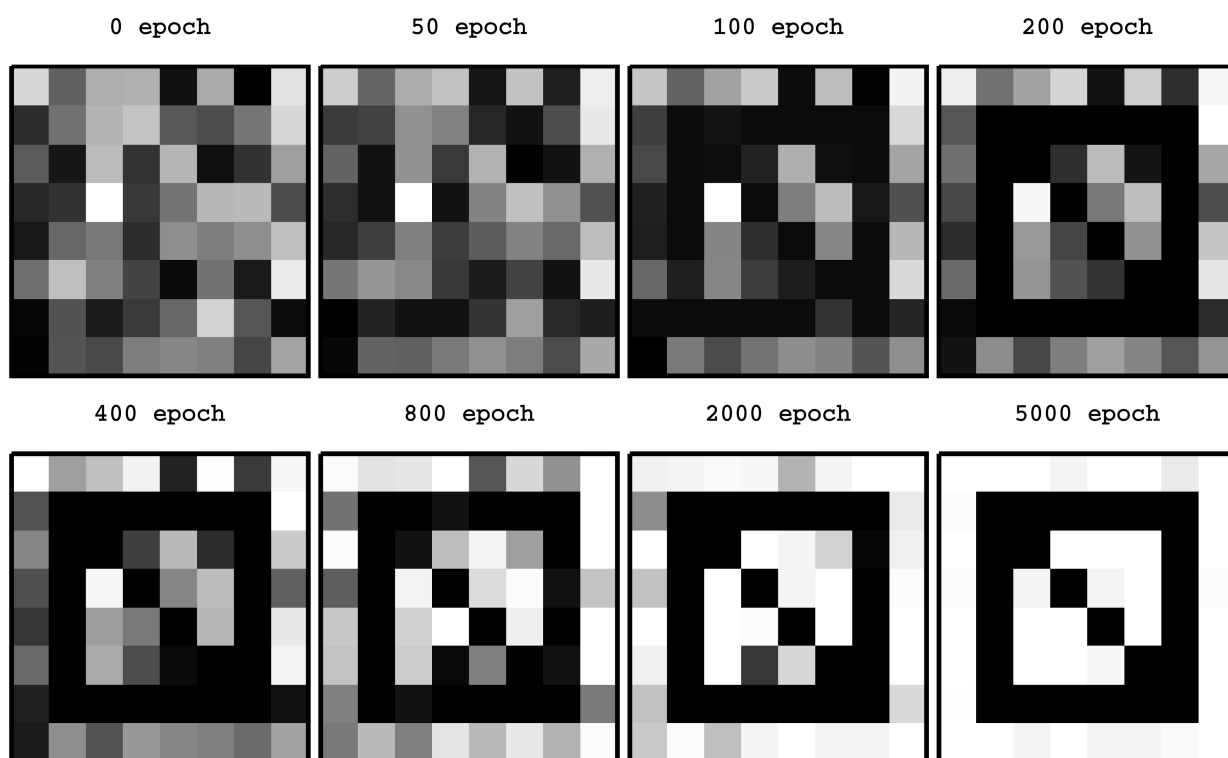


Рис. 27. Изменение синаптических весов в процессе обучения.