Esercitazione Sistemi Digitali

13/12/2022

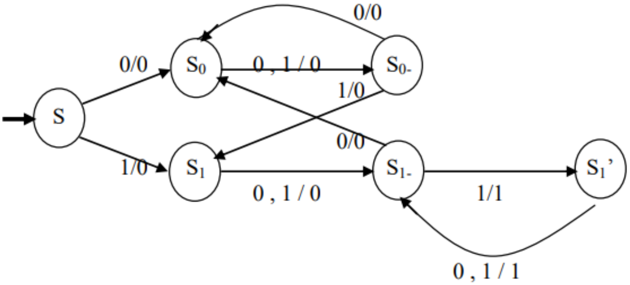
Esercizio 1- Traccia

- **Disegnare l'automa di Mealy che, presa in input una sequenza di bit, dà in output 1 se e solo se l'AND logico degli ultimi due bit di indice dispari ricevuti fino a quel momento è 1 (si consideri che il primo bit ricevuto ha indice 1). Ad esempio:**
  - 001011101001 (INPUT)
  - 000011111100 (OUTPUT)

  Si minimizzi l'automa dato e, dall'automa minimo, si ricavi l'automa di Moore equivalente

Soluzione 1 (1)

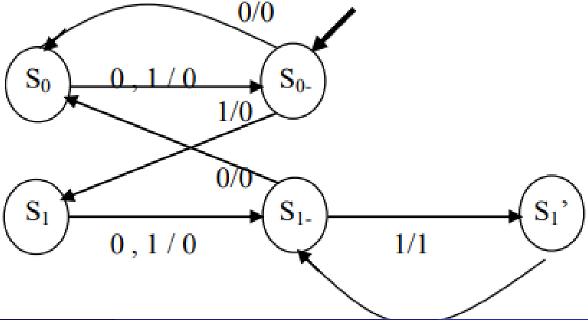
- Da S (stato iniziale) si riceve primo bit (indice dispari) e si và in S_0 (ricevuto 0) oppure S_1 (ricevuto 1)
- In S_0/S_1 si ricevono bits di indice pari
- In S_{0-} (rispettivamente S_{1-}) si ricevono bits di indice dispari e ci indica che ultimo bit di indice dispari ricevuto era uno 0 (rispettivamente 1)
- Da S_{1-} se si riceve 1 si và in S_1' e si dà 1 in output. Da S_1' si torna sempre in S_{1-} (uniche transizioni con output 1)



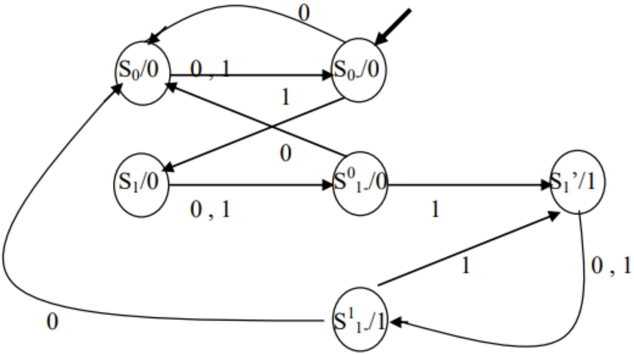
Soluzione 1 (2)

S_0	X				
S_1	X	X			
S_{0-}		X	X		
S_{1-}	X	X	X	X	
$S_{1'}$	X	X	X	X	X
	S	S_0	S_1	S_{0-}	S_{1-}

  Si possono unire S ed S_{0-}



- Notare che solo $S_{1\_}$ ha transizioni entranti con output diverso. Possiamo quindi scomporlo in due stati differenti $S^0_{1\_}$ e $S^1_{1\_}$



-

Esercizio 2- Traccia

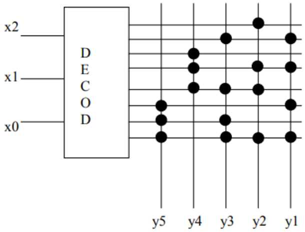
- Progettare la rete **combinatoria** che ha sulle linee di ingresso la codifica binaria di un intero x, $0 \leq x \leq 7$, e sulle linee di uscita la codifica binaria di y=$y_4 y_3 y_2 y_1 y_0$=3x+2, usando una ROM
  1. Realizzare tabella di verità della funzione descritta
  2. Disegnare circuito utilizzando una ROM
  3. Scrivere forma canonica POS di y_3 e forma canonica SOP di y_4
  4. Definire espressione per y_2 con sole porte NAND (Suggerimento: Iniziare minimizzando y_2 usando mappa di Karnaugh)

Soluzione 2 (1)

Tabella che descrive la funzione:

x2	x1	x0	y5	y4	y3	y2	y1
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1

ROM:



Soluzione 2 (2)

Tabella che descrive la funzione:

- Forma POS y_3:
  (x2+x1+x0)(x2+$\bar{x}1 + x0)(x2 + \bar{x}1 + \bar{x}0)(\bar{x}2 + x1 + \bar{x}0)$
- Forma SOP y_4 : $\bar{x}2x1\bar{x}0 + \bar{x}2x1x0 + x2\bar{x}1\bar{x}0$

$x1x0$

		00	01	11	10
x2	0	1	0	1	0
	1	1	0	1	0

-

$$y_2 = x1x0 + \bar{x}1\bar{x}0$$

Soluzione 2 (3)

- $y_2 = x1x0 + \bar{x}1\bar{x}0 = x1x0 + \overline{x1 + x0}$ **De Morgan su $\bar{x}1\bar{x}0$**

- $x1x0 + \overline{x1 + x0} =$
  $\overline{\overline{x1x0}(x1 + x0)}$ **De Morgan su $x1x0 + \overline{x1 + x0}$**

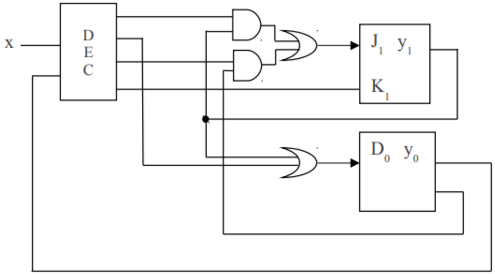
- $\overline{\overline{x1x0}(x1 + x0)} = \overline{(\overline{x1x0})(\overline{\bar{x}1\bar{x}0})}$ **De Morgan su $x1 + x0$**

- $\overline{(\overline{x1x0})(\overline{\bar{x}1\bar{x}0})} = \overline{(\overline{x1x0})(\overline{(\overline{x1x1})(\overline{x0x0})})}$

  Definizione NOT con porte NAND su $\bar{x}1, \bar{x}0$

Esercizio 3- Traccia

- Analisi rete fino alla scrittura dell’automa senza output:



1. Scrivere le espressioni booleane associate alle entrate dei FF
2. Scrivere in forma canonica congiuntiva l’espressione ottenuta per D_0 specificando assiomi algebra di Boole usati
3. Scrivere in forma canonica disgiuntiva l’espressione ottenuta per J_1
4. Scrivere la tabella degli stati futuri
5. Ricavare dalla tabella l’automa senza output assumendo che inizialmente entrambi i flip flop contengano valore 0

Soluzione 3 (1)

$$D_0 = y_1 + \bar{x} y_0$$

$$J_1 = (\bar{x}\bar{y}_0)y_1 + (x\bar{y}_0)y_0 = \bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0$$

$$K_1 = xy_0$$

- Semplificazione D_0:
  Proprietà distributiva- $y_1 + \bar{x}y_0 = (y_1 + \bar{x})(y_1 + y_0) =$
  Elemento complementare-$= (y_1 + \bar{x} + y_0\bar{y}_0)(y_1 + y_0 + x\bar{x}) =$
  Proprietà distributiva-$= (x + y_0 + y_1)(\bar{y}_0 + y_1 + \bar{x})(\bar{x} + y_0 + y_1)(\bar{x} + y_0 + y_1) =$
  Idempotenza-$= (x + y_0 + y_1)(\bar{y}_0 + y_1 + \bar{x})(\bar{x} + y_0 + y_1)$
- J_1 in forma normale disgiuntiva:
  $\bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0 = \bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0(y_1 + \bar{y}_1) = \bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0y_1 + x\bar{y}_0\bar{y}_1$

Soluzione 3 (2)

Tabella stati futuri:

Q_1	Q_0	x	J_1	K_1	D_0	Q_1'	Q_0'
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1

Soluzione 3 (3)

In base ai valori di Q_1 e Q_0:

- S_0: (0,0)
- S_1: (0,1)
- S_2: (1,0)
- S_3: (1,1)

Stato Presente	x	Stato Futuro
S_0	0	S_0
S_0	1	S_2
S_2	0	S_3
S_2	1	S_3
S_3	0	S_3
S_3	1	S_1
S_1	0	S_1
S_1	1	S_0

Soluzione 3 (4)