Codifica complemento a due

Indice

Definizione

Il **complemento a due**, o **complemento alla base**, è il metodo più diffuso per la rappresentazione dei numeri con segno in informatica.

La sua enorme diffusione è data dal fatto che i circuiti di addizione e sottrazione non devono esaminare il segno di un numero rappresentato con questo sistema per determinare quale delle due operazioni sia necessaria, permettendo tecnologie più semplici e con maggiore precisione; si utilizza un solo circuito, il Circuiti Aritmetici, sia per l'addizione che per la sottrazione.

Vantaggi

1. Non richiede il controllo del bit di segno per effettuare le operazioni
2. Esecuzione di operazioni di somma e sottrazione con lo stesso circuito
3. Calcolo dell'opposto relativamente semplice, leggi:
    - Conversione (metodo circuitale)
    - Conversione (metodo semplificato)

Bit di segno

Il bit di segno è il bit più a sinistra (bit più significativo) della sequenza binaria di un numero a complemento a 2, questo se è:

- *0* allora il numero è *positivo*
- *1* allora il numero è *negativo*

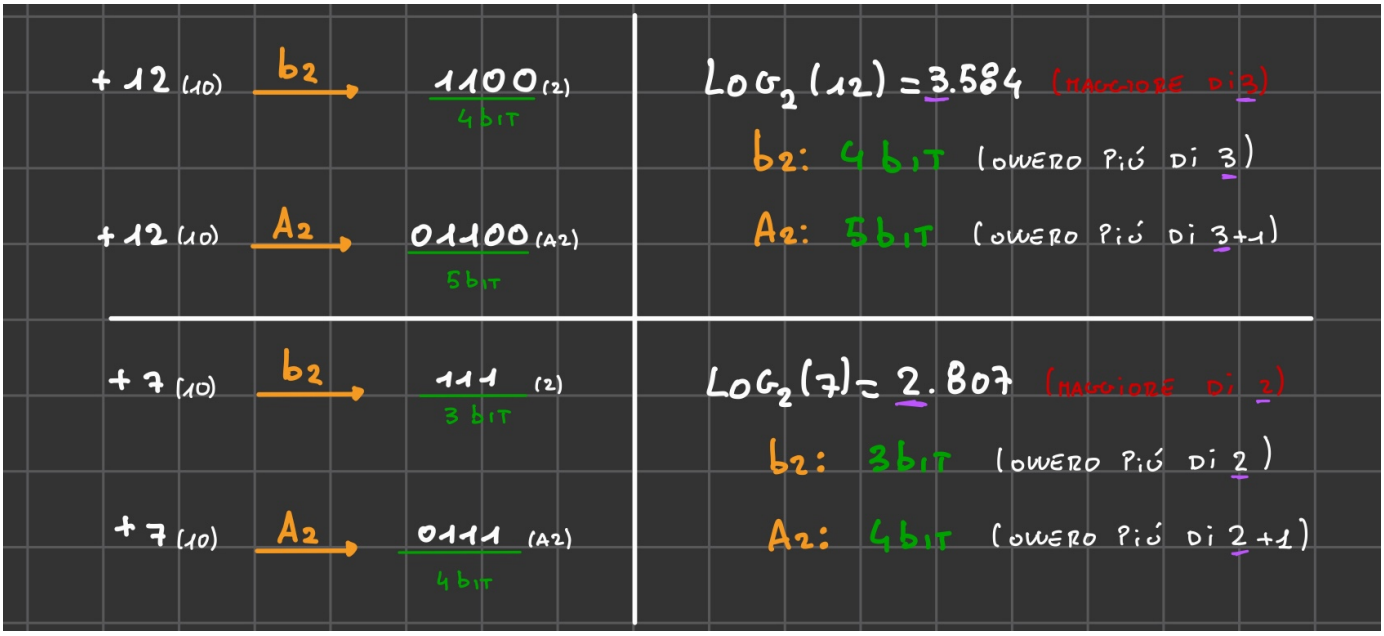
oss: La ***rappresentazione minima*** in complemento a 2 richiede sempre l'utilizzo di un bit in più rispetto alla rappresentazione in binario puro

Numero di bit necessari per rappresentazione:

$$[log_2 N] + 1$$

ovvero parte intera superiore di $\log_2 N + 1$

Esempio:



Intervalli di rappresentazione

Si dice **Rappresentazione asimmetrica**

Con n bit si possono rappresentare numeri nell'intervallo:

$$[2^{n-1},\ 0\ , 2^{n-1} - 1]$$

Quindi si possono rappresentare *2^n numeri*, di cui:

$$\begin{aligned} &- 2^{n-1}\ \ negativi \\ &- 2^{n-1} - 1\ \ positivi \\ &- uno\ \ 0 \end{aligned}$$

oss: è possibile rappresentare un numero in meno positivo rispetto ai negativi perché in realtà la codifica del numero 0 fa parte dei numeri positivi.

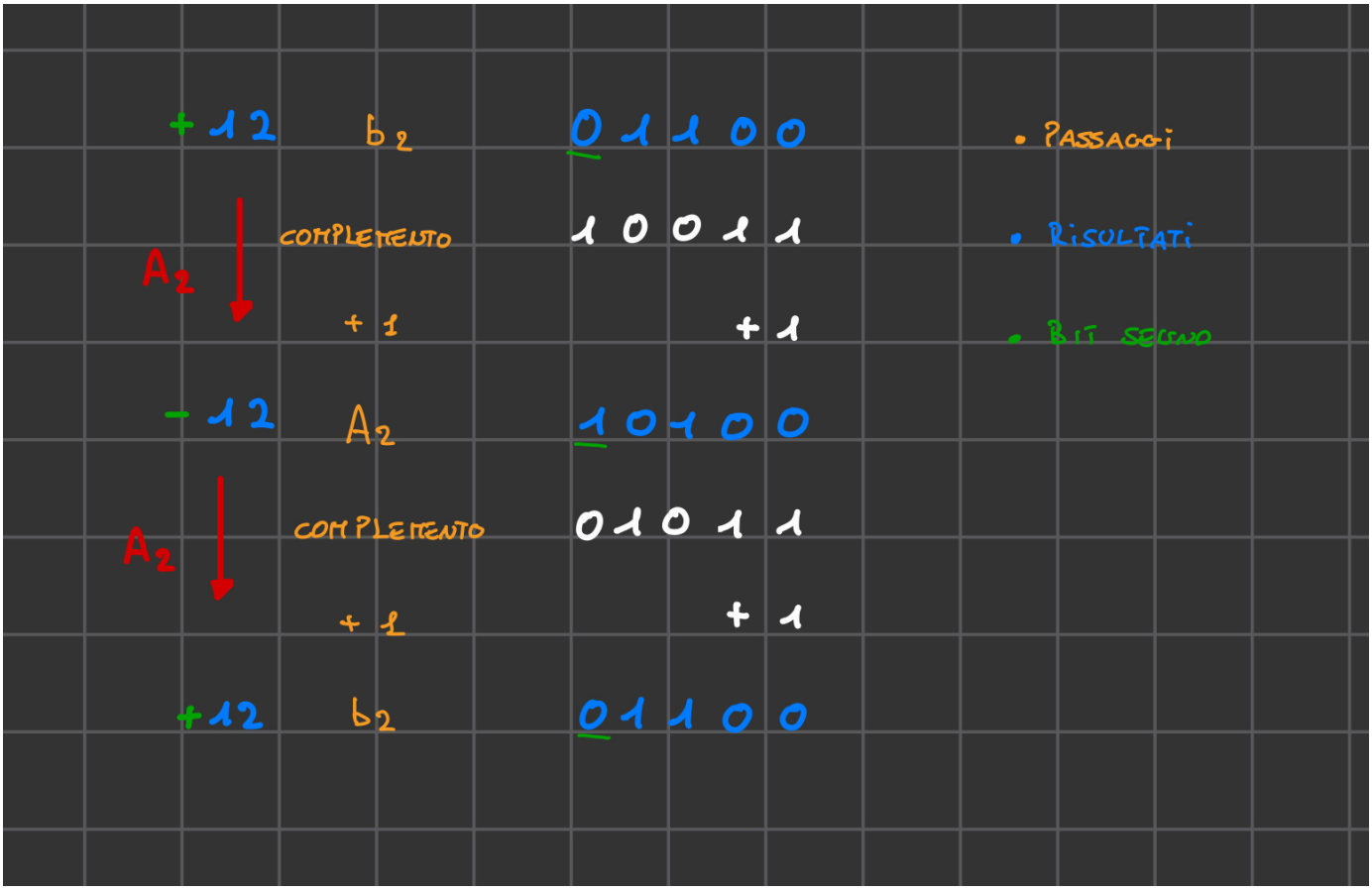
Esempio 8bit:

Conversione (metodo circuitale)

Metodo utilizzato dai circuiti:

1. Scrivere numero in binario (aggiungendo 0 come bit di segno se non è già esteso)
2. invertire gli 1 con gli 0 e vice versa
3. Sommare 1

Esempio:

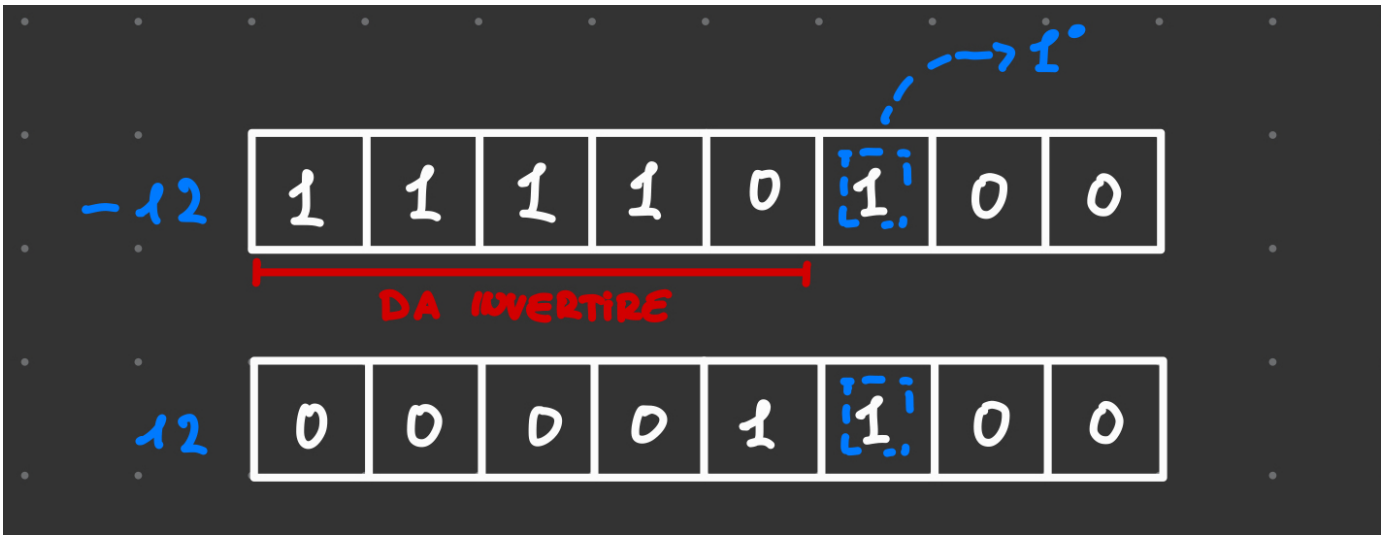


Conversione (metodo semplificato)

Metodo Semplificato

1. Trovare il primo 1 della sequenza binaria (da destra verso sinistra)
2. Invertire tutti i valori dopo quell'1

Esempio:



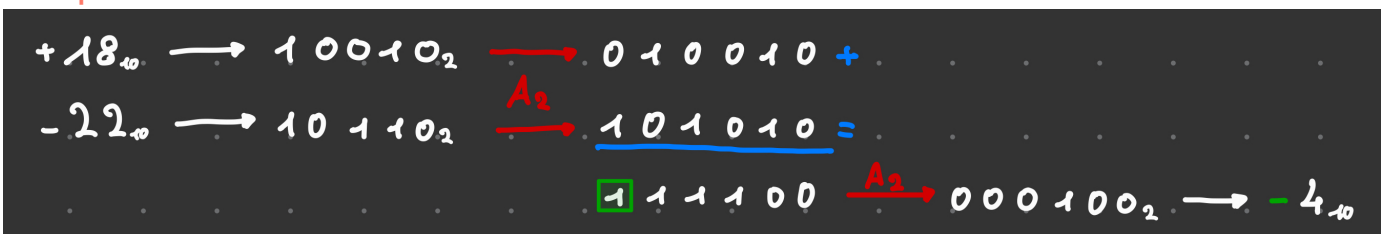
Somma complemento a due

1. Convertiamo i numeri in binario non tenendo conto del segno
2. Utilizziamo il complemento a due per per convertire i numeri negativi
3. Effettuo operazione di somma con il metodo standard per i numeri in base 2

4. Effettuiamo la conversione del risultato da complemento a due a decimale

oss: se il most significant bit è 1 il numero in base 10 e negativo

Esempio:



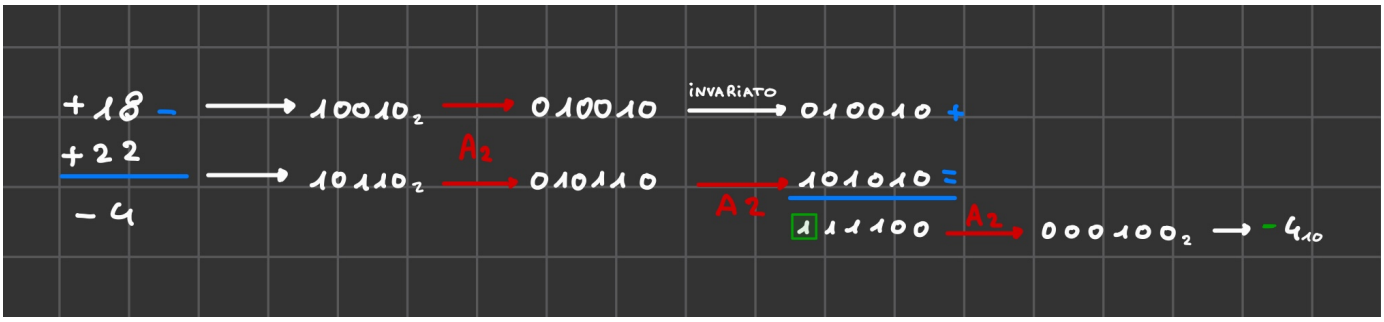
Sottrazione complemento a due

1. Convertiamo i numeri in binario non tenendo conto del segno
2. Utilizziamo il complemento a due per per convertire i numeri negativi
3. Inverto il segno di *n2*:

$$\text{dove: } n_1 - n_2$$

4. Effettuo operazione di somma
5. Effettuiamo la conversione del risultato da complemento a due a decimale

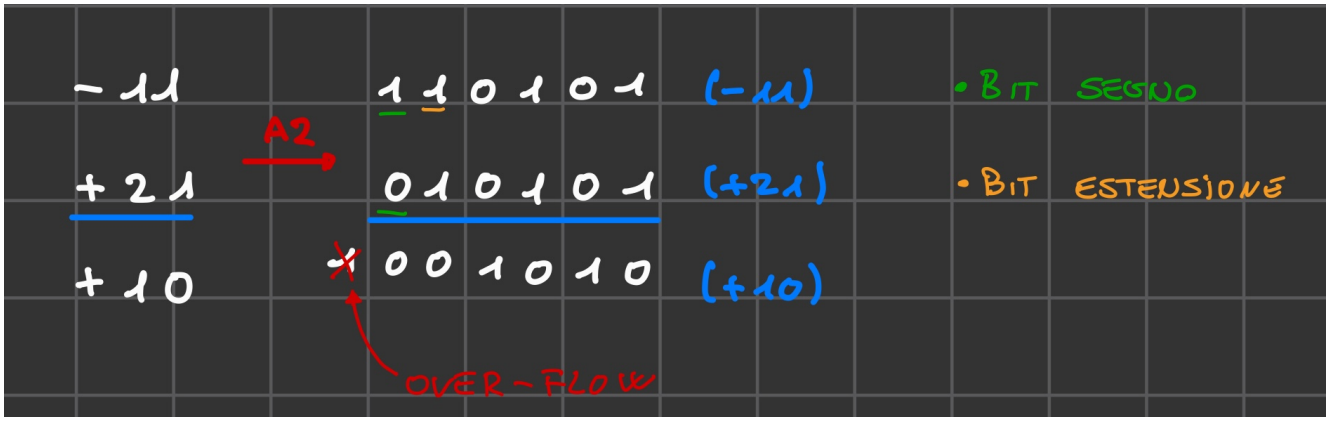
Esempio:



Casi Particolari con Somma/Sottrazione

Somma tra numeri di cui almeno uno dei due non è negativo:

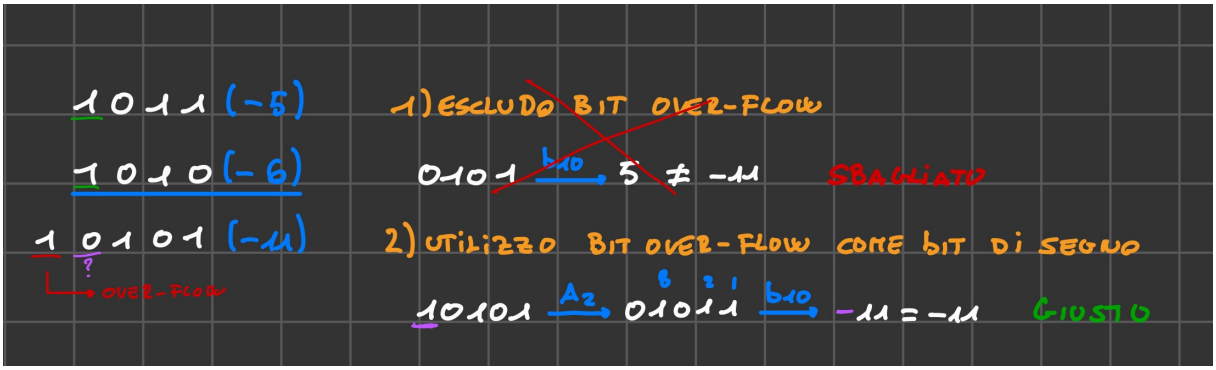
- Quando avviene un *over-flow* in questo caso, ***non deve*** essere preso in considerazione



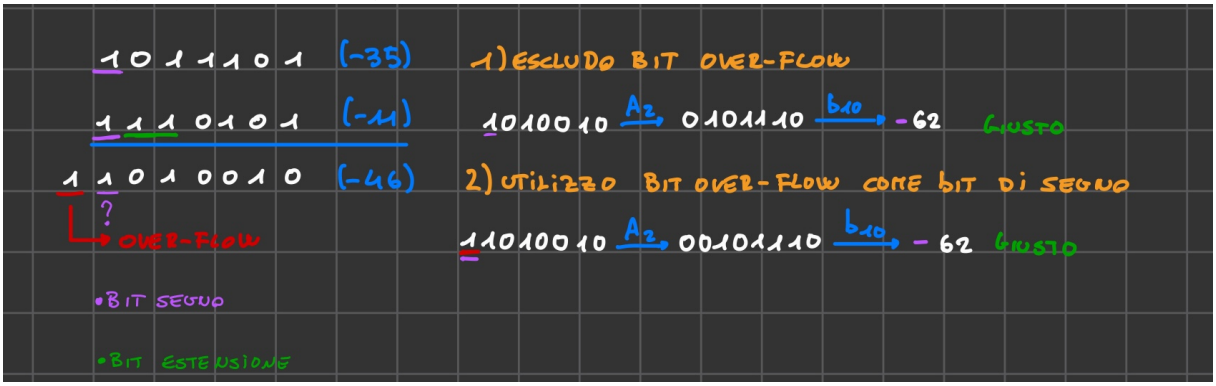
Over-flow somme tra due numeri negativi:

- Quando si effettua una somma tra numeri negativi è *certo* che avvenga un over-flow.
- Si possono presentare due situazioni distinte:
  1. *Escludendo l'overflow il bit di segno del risultato è sbagliato (0)*

- Soluzione: Utilizzare bit di over-flow come bit di segno

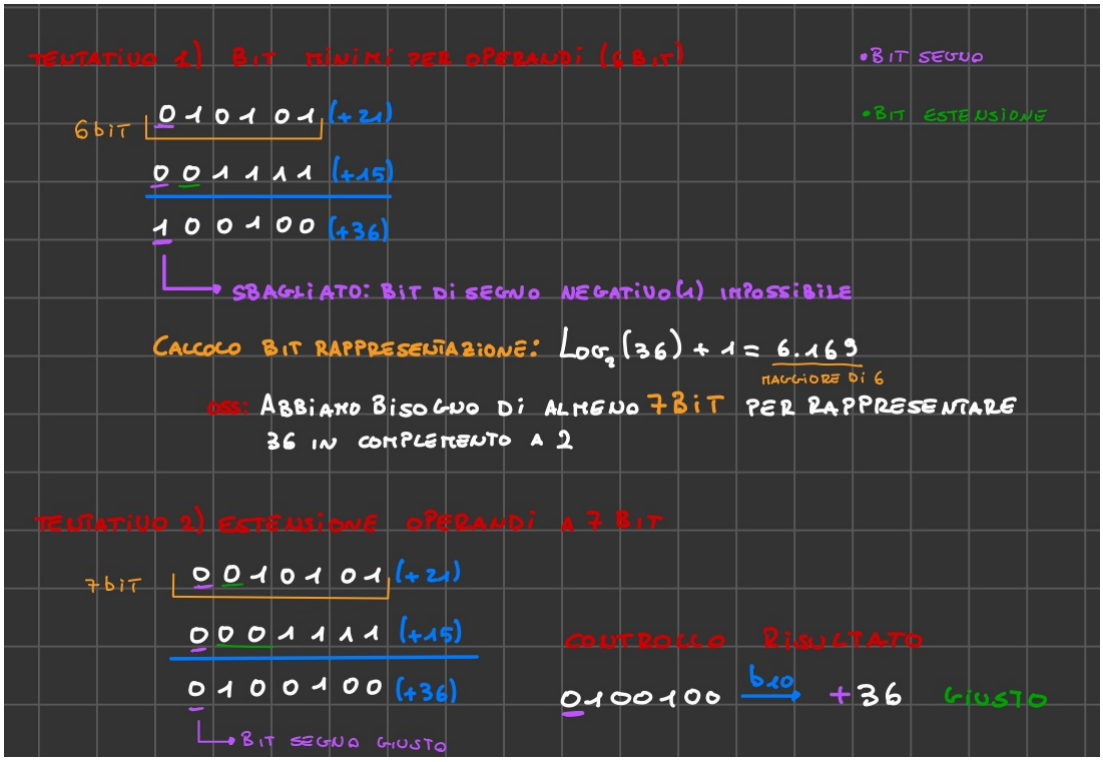


2. *Escludendo l'overflow il bit di segno del risultato è giusto (1)*
   - in questo caso, indipendentemente dal fatto che utilizzeremo o no il bit di overflow come bit di segno il risultato sarà giusto



Mancanza di bit per la rappresentazione:

- Sommando c'è il rischio di non avere abbastanza bit per rappresentare il risultato:
- Soluzione estendere gli operandi e ripetere l'operazione



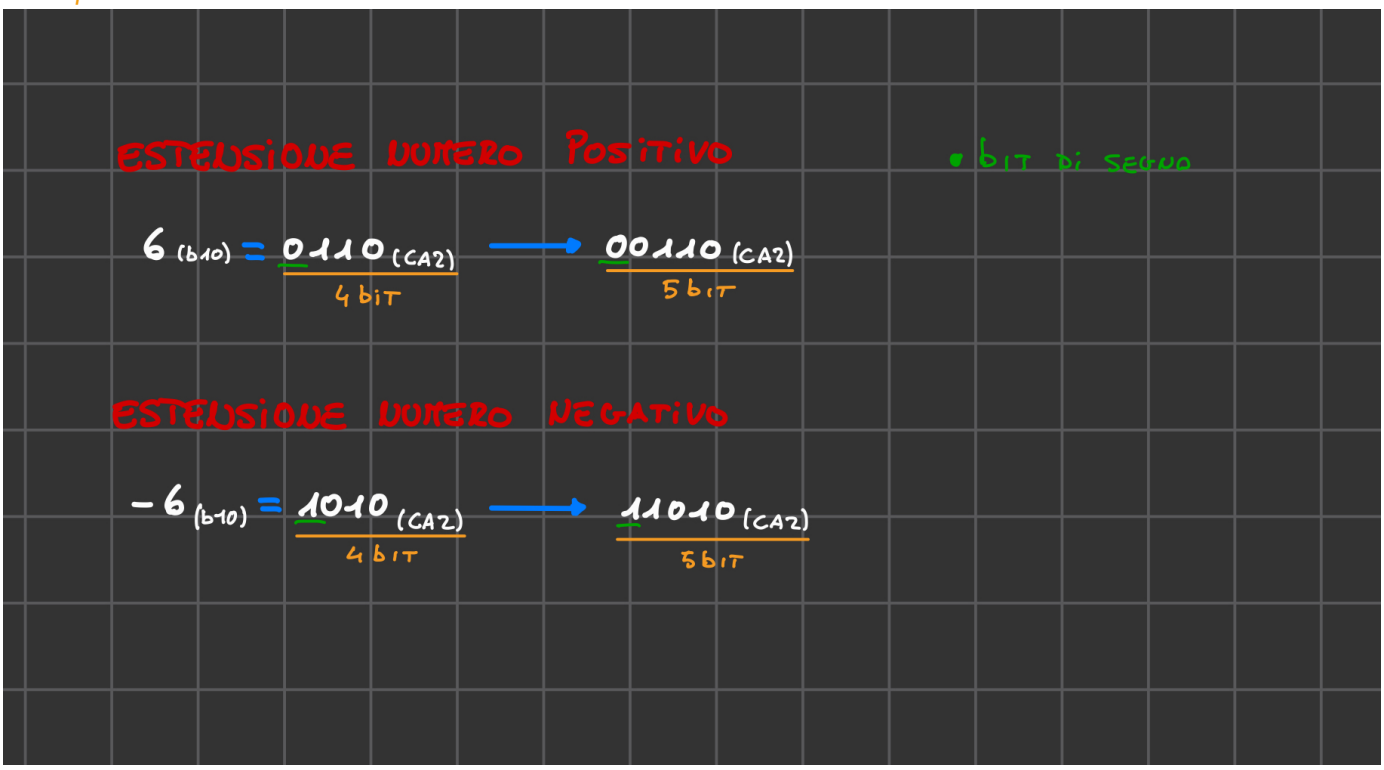
Estensione rappresentazione utilizzando complemento a due

Estensione di numero positivo:

Se numero inizia con 0 aggiungo tanti zeri quanto voglio estendere

Estensione di numero negativo:
Se numero inizia con 1 aggiungo tanti uni quanto voglio estendere

Esempi:



Over-flow e Under-flow con complemento a due

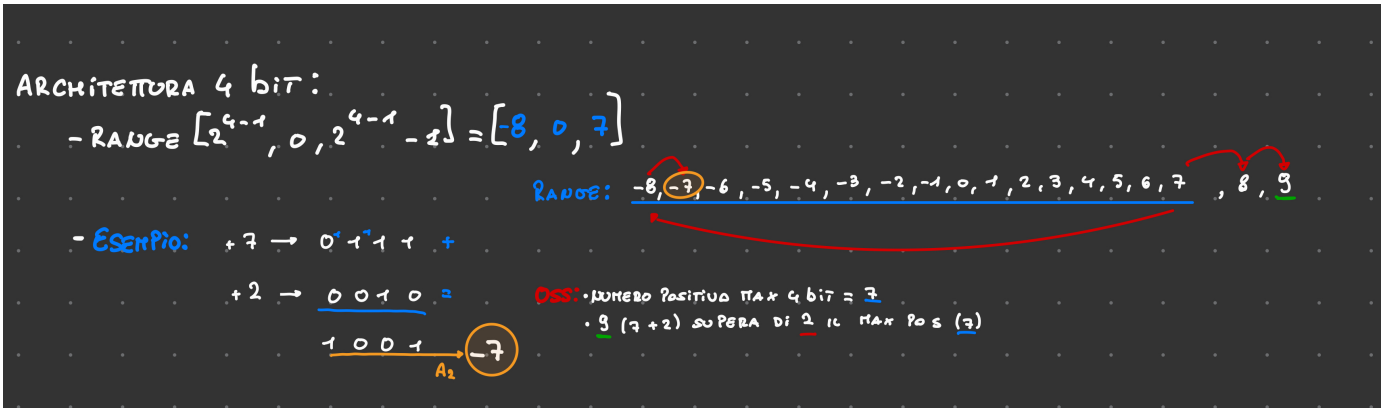
Con **Over-flow** e **Under-flow** si indica il superare il numero di bit necessari per rappresentare un determinato numero rispetto al numero di bit di cui si a disposizione (limitazione che può essere imposta dall'architettura o dal software), avviene quando si operazioni sui numeri

Over-flow

In particolare quando questo avviene in un sistema che utilizza il complemento a due è possibile accorgersene da fatto che il bit del segno assume valori impossibili. (esempio la somma di due numeri negativi da un risultato positivo)

oss: basta controllare bit di segno per verificare l'avvenimento di un over-flow

Per calcolare il numero risultante dobbiamo calcolare di quanto stiamo "sforando" es. se vogliamo rappresentare il numero 9 ma la nostra architettura (4bit) permette di rappresentare massimo il 7 stiamo "sforando" di *2*, quando si sfora in realtà si sta saltando dal lato opposto del range e si avanza di quanto si a sforato, **Esempio:**



Under-flow

In particolare si parla di **Under-flow** quando proviamo a rappresentare un numero Negativo più piccolo rispetto al numero negativo minimo rappresentabile dal numero di bit a disposizione.

Esempio: