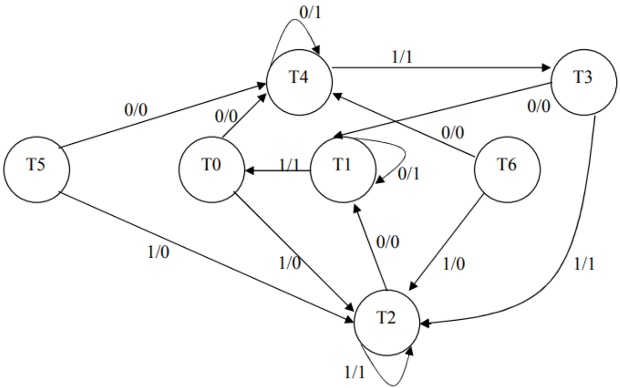
Esercitazione Sistemi Digitali

06/12/2022

Esercizio 1- Traccia

- **Minimizzare il seguente automa con stato iniziale T0:**



1. Realizzare la rete sequenziale relativa all'automa minimo ottenuto con flip flop di tipo SR
2. Mostrare il diagramma temporale in corrispondenza della stringa di input **1100101**.
   Nota: Stati e output variano quando clock passa da 1 a 0

Soluzione 1 (1)

- Notare che gli stati T5 e T6 sono irraggiungibili da T0, possono quindi essere rimossi

*T*1	X			
*T*2	X	X		
*T*3	X	X		
*T*4	X	(0,3)(1,4)	X	X
	*T*0	*T*1	*T*2	*T*3

  T2 e T3 possono quindi essere rappresentati con unico stato

	0	***1***
S0 (T0)	S3/0	S2/0
S1 (T1)	S1/1	S0/1
S2 (T2+T3)	S1/0	S2/1
S3 (T4)	S3/1	S2/1

-

Soluzione 1 (2)

- Codifichiamo gli stati nel seguente modo:
  S0=00
  S1=01
  S2=10
  S3=11
- Scriviamo la tabella degli stati futuri con le funzioni di eccitazione dei Flip Flop

x Q1 Q0	*Q1' Q0'*	*z*	*S1 R1*	*S0 R0*
0 0 0	1 1	0	1 0	1 0
0 0 1	0 1	1	0 -	- 0
0 1 0	0 1	0	0 1	1 0
0 1 1	1 1	1	- 0	- 0
1 0 0	1 0	0	1 0	0 -
1 0 1	0 0	1	0 -	0 1
1 1 0	1 0	1	- 0	0 -
1 1 1	1 0	1	- 0	0 1

Soluzione 1 (3)

x \ $Q_1 Q_0$	00	01	11	10
0	1	0	-	0
1	1	0	-	-

x \ $Q_1 Q_0$	00	01	11	10
0	0	-	0	1
1	0	-	0	0

$$S1 = \bar{Q}1\bar{Q}0$$

$$R1 = \bar{x}Q1\bar{Q}0$$

Soluzione 1 (4)

x \ $Q_1 Q_0$	00	01	11	10
0	1	-	-	1
1	0	0	0	0

$$S0 = \bar{x}$$

x \ $Q_1 Q_0$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	-	1	1	-

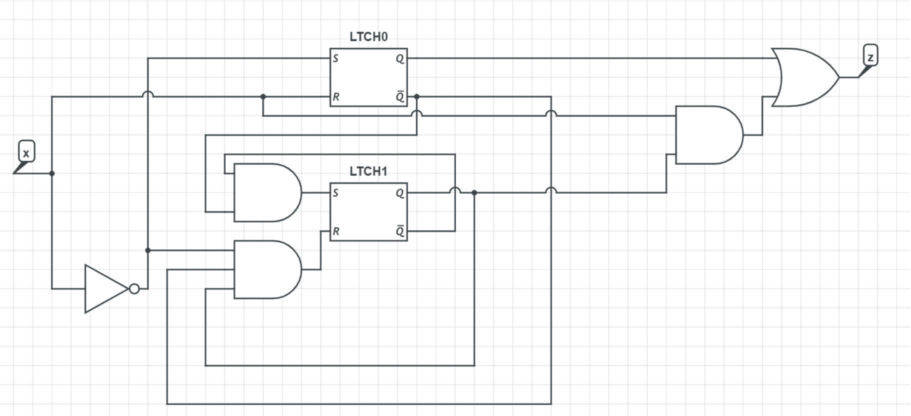
$$R0 = x$$

Soluzione 1 (5)

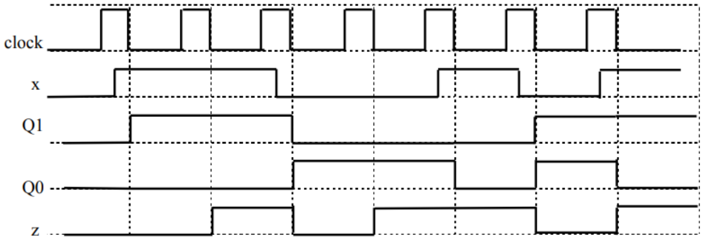
x \ $Q_1 Q_0$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	1

$$z = Q0 + xQ1$$

Soluzione 1 (6)



Soluzione 1 (7)



Esercizio 2- Traccia

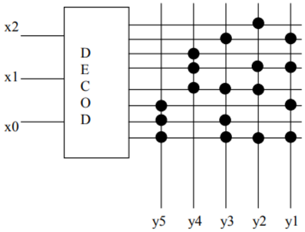
- Progettare la rete **combinatoria** che ha sulle linee di ingresso la codifica binaria di un intero x, $0 \leq x \leq 7$, e sulle linee di uscita la codifica binaria di y=$y_4 y_3 y_2 y_1 y_0$=3x+2, usando una ROM
  1. Realizzare tabella di verità della funzione descritta
  2. Disegnare circuito utilizzando una ROM
  3. Scrivere forma canonica POS di y_3 e forma canonica SOP di y_4
  4. Definire espressione per y_2 con sole porte NAND (Suggerimento: Iniziare minimizzando y_2 usando mappa di Karnaugh)

Soluzione 2 (1)

Tabella che descrive la funzione:

x2	*x1*	*x0*	*y5*	*y4*	*y3*	*y2*	*y1*
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1

ROM:



Soluzione 2 (2)

Tabella che descrive la funzione:

- Forma POS y_3:
  $(x2+x1+x0)(x2+\bar{x}1+x0)(x2+\bar{x}1+\bar{x}0)(\bar{x}2+x1+\bar{x}0)$
- Forma SOP y_4 : $\bar{x}2x1\bar{x}0+\bar{x}2x1x0+x2\bar{x}1\bar{x}0$

$x1x0$

x2		00	01	11	10
	0	1	0	1	0
	1	1	0	1	0

-

$$y_2 = x1x0 + \bar{x}1\bar{x}0$$

- $y_2 = x1x0 + \bar{x}1\bar{x}0 = x1x0 + \overline{x1 + x0}$ **De Morgan su** $\bar{x}1\bar{x}0$

- $x1x0 + \overline{x1 + x0} = \overline{\overline{x1x0}(x1 + x0)}$ **De Morgan su** $x1x0 + \overline{x1 + x0}$

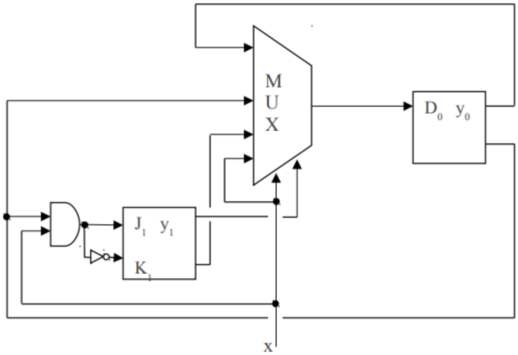
- $\overline{\overline{x1x0}(x1 + x0)} = \overline{(\overline{x1x0})(\overline{\bar{x}1\bar{x}0})}$ **De Morgan su** $x1 + x0$

- $\overline{(\overline{x1x0})(\overline{\bar{x}1\bar{x}0})} = \overline{(\overline{x1x0})(\overline{(\overline{x1x1})(\overline{x0x0})})}$

Definizione NOT con porte NAND su $\bar{x}1, \bar{x}0$

Esercizio 3- Traccia

- Analisi rete fino alla scrittura dell'automa senza output:



1. Scrivere le espressioni booleane associate alle entrate dei FF
2. Usare assiomi algebra di Boole (specificando quali) e altri operatori logici per semplificare l'espressione ottenuta per D_0
3. Scrivere in forma canonica disgiuntiva l'espressione ottenuta nel punto 1 per D_0
4. Scrivere la tabella degli stati futuri
5. Ricavare dalla tabella l'automa senza output assumendo che inizialmente entrambi i flip flop contengano valore 0

$$D_0 = (\bar{x}\bar{y_1})y_0 + (\bar{x}y_1)\bar{y_0} + (x\bar{y_1})\bar{y_1} + +(xy_1)x = \bar{x}y_0\bar{y_1} + \bar{x}\bar{y_0}y_1 + x\bar{y_1} + xy_1$$

$$J_1 = \bar{y_0}x$$

$$K_1 = \overline{\bar{y_0}x}$$

Semplificazione D_0:
Proprietà distributiva-
$\bar{x}y_0\bar{y_1} + \bar{x}\bar{y_0}y_1 + x\bar{y_1} = \bar{x}(y_0\bar{y_1} + \bar{y_0}y_1) + x(\bar{y_1} + y_1) =$
Elemento neutro e elemento complementare-$= \bar{x}(y_0\bar{y_1} + \bar{y_0}y_1) + x =$
Definizione XOR-$= \bar{x}(y_0 \oplus y_1) + x$

Soluzione 3 (2)

D_0 in forma canonica disgiuntiva:

$$\bar{x} y_0 \bar{y}_1 + \bar{x} \bar{y}_0 y_1 + x \bar{y}_1 + x y_1 =$$

$$= \bar{x} y_0 \bar{y}_1 + \bar{x} \bar{y}_0 y_1 + x \bar{y}_1 (y_0 + \bar{y}_0) + x y_1 (y_0 + \bar{y}_0) =$$

$$\bar{x} y_0 \bar{y}_1 + \bar{x} \bar{y}_0 y_1 + x \bar{y}_1 y_0 + x \bar{y}_1 \bar{y}_0 + x y_1 y_0 + x y_1 \bar{y}_0$$

Tabella stati futuri:

Q_1	Q_0	x	J_1	K_1	D_0	Q_1'	Q_0'
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	1

Soluzione 3 (3)

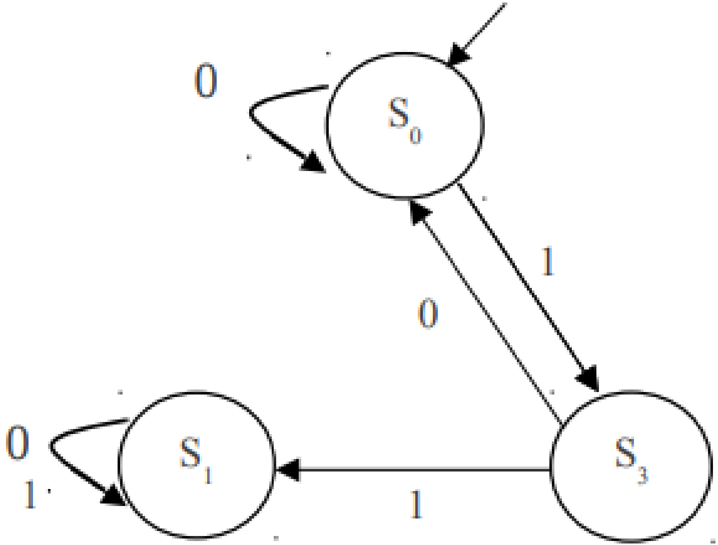
In base ai valori di Q_1 e Q_0:

- S_0: (0,0)
- S_1: (0,1)
- S_2: (1,0)
- S_3: (1,1)

Stato Presente	x	Stato Futuro
S_0	0	S_0
S_0	1	S_3
S_3	0	S_0
S_3	1	S_1
S_1	0	S_1
S_1	1	S_1

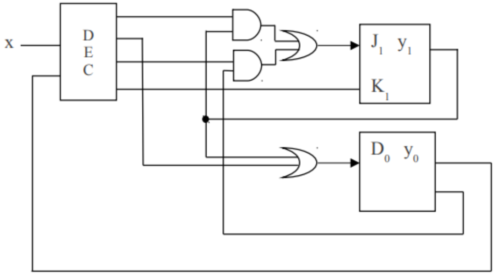
Soluzione 3 (4)

Non essendo S_2 raggiungibile da S_0:



Esercizio 4- Traccia

- Analisi rete fino alla scrittura dell'automa senza output:



1. Scrivere le espressioni booleane associate alle entrate dei FF
2. Scrivere in forma canonica congiuntiva l'espressione ottenuta per D_0 specificando assiomi algebra di Boole usati
3. Scrivere in forma canonica disgiuntiva l'espressione ottenuta per J_1
4. Scrivere la tabella degli stati futuri
5. Ricavare dalla tabella l'automa senza output assumendo che inizialmente entrambi i flip flop contengano valore 0

Soluzione 4 (1)

$$D_0 = y_1 + \bar{x} y_0$$

$$J_1 = (\bar{x}\bar{y}_0)y_1 + (x\bar{y}_0)y_0 = \bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0$$

$$K_1 = xy_0$$

- Semplificazione D_0:
  Proprietà distributiva- $y_1 + \bar{x}y_0 = (y_1 + \bar{x})(y_1 + y_0) =$
  Elemento complementare-$= (y_1 + \bar{x} + y_0\bar{y}_0)(y_1 + y_0 + x\bar{x}) =$
  Proprietà distributiva-$= (x + y_0 + y_1)(\bar{y}_0 + y_1 + \bar{x})(\bar{x} + y_0 + y_1)(\bar{x} + y_0 + y_1) =$
  Idempotenza-$= (x + y_0 + y_1)(\bar{y}_0 + y_1 + \bar{x})(\bar{x} + y_0 + y_1)$
- J_1 in forma normale disgiuntiva:
  $\bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0 = \bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0(y_1 + \bar{y}_1) = \bar{y}_0\bar{x}y_1 + x\bar{y}_0y_1 + x\bar{y}_0\bar{y}_1$

Soluzione 4 (2)

Tabella stati futuri:

Q_1	Q_0	x	J_1	K_1	D_0	Q_1'	Q_0'
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1

Soluzione 4 (3)

In base ai valori di Q_1 e Q_0:

- S_0: (0,0)
- S_1: (0,1)
- S_2: (1,0)
- S_3: (1,1)

Stato Presente	x	Stato Futuro
S_0	0	S_0
S_0	1	S_2
S_2	0	S_3
S_2	1	S_3
S_3	0	S_3
S_3	1	S_1
S_1	0	S_1
S_1	1	S_0

Soluzione 4 (4)