第 3 节 课

§ 1.3.1 古典概型

古典概型

特征：

1. 样本空间的样本点只有有限个；

不妨设为n个，并记为$\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n$,即$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n\}$

2. 每个基本事件发生的可能性是相等的.记 $A_i = \{\omega_i\}$ (i=1,2,···, n)

$$P(A_1) = P(A_2) = \cdots = P(A_n) = \frac{1}{n}$$

那么对于任意时事件的概率为：

$$P(A) = \frac{n_A}{n} = \frac{\text{有利事件样本点个数}}{\text{总样本点个数}}$$

复习

1. 加法原理和乘法原理

$$n = n_1 + n_2 \cdots + n_m$$

$$n = n_1 \times n_2 \cdots \times n_m$$

2. 从n件中取出m件：有放回和不放回的取法　　$\{1,2\}$　$2^2 = 4$

$$n^m$$

$$n \times (n-1) \cdots \times (n-m+1) = A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$m!$（全排列） $\Longrightarrow$ $(m-1)!$（环形排列）

$$\frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = C_n^m = C_n^{n-m}$$

$$\begin{bmatrix} 1,1 \\ 1,2 \\ 2,1 \\ 2,2 \end{bmatrix}$$

3. 将n个个体分成m组：$n_1, n_2, \cdots, n_m$　　$n_1 + n_2 + \cdots + \mathrm{n}_m = n$

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_m!} = C_n^{n_1} C_{n-n_1}^{n_2} \cdots C_{n_m}^{n_m}$$

例 1 将一枚硬币抛掷两次。设：

☆ 事件 A_1为“恰有一次出现正面”，

✠ 事件 A_2为“至少有一次出现正面”，

求 P（A_1），P（A_2）。

解： $\Omega = \{$正正，正反，反正，反反$\}$

$$P(A_1) = \frac{2}{4} \qquad P(A_2) = \frac{3}{4}$$

口算： 一个袋中装有5个球，1红4白，随机取一球，求取到红球的概率。

$$\frac{1}{5} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\Omega = \{1,2,3,4,5\} \qquad \Omega = \{\text{红，白}\}$$

例 2　一口袋装有 **15只球**，其中 **7** 只白球、**8**只红球。从袋中**取球5次**，每次随机的取一只。求：

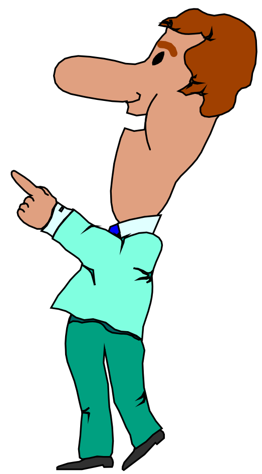
1）有放回取，**5**个球中含有**3**个白球的概率；
2）不放回取，**5**个球中含有**3**个白球的概率；
3）不放回取，第**3**次取到的是白球的概率；

解：　1) 总数：15^5　有利个数：$C_5^3 7^3 8^2$　　2) 总数：C_{15}^5　有利个数：$C_7^3 C_8^2$

$$P(A)=\frac{C_5^3 7^3 8^2}{15^5}\qquad\qquad P(B)=\frac{C_7^3 C_8^2}{C_{15}^5}$$

3）总数：A_{15}^5　　有利个数：　$7\times14\times13\times12\times11$

$$P(C)=\frac{7\times14\times13\times12\times11}{15\times14\times13\times12\times11}=\frac{7}{15}$$



记住：抽签与顺序无关是不放回抽样！

例 3　将 n 只球随机的放入 $N\ (N \geq n)$ 个盒子中去，求每个盒子至多有一只球的概率(设盒子的容量不限）。

解：　1）总数：N^n　　有利个数：$A_N^n = C_N^n n!$

$$P(A) = \frac{C_N^n n!}{N^n}$$

例4　设有 N 件产品，其中有 D 件次品，今从中任取 n 件，问其中恰有 $k\ (k \leq D)$ 件次品的概率是多少?

解：　$$P(A) = \frac{C_D^k C_{N-D}^{n-k}}{C_N^n}$$