




# 計算知能 (COMPUTATIONAL INTELLIGENCE)

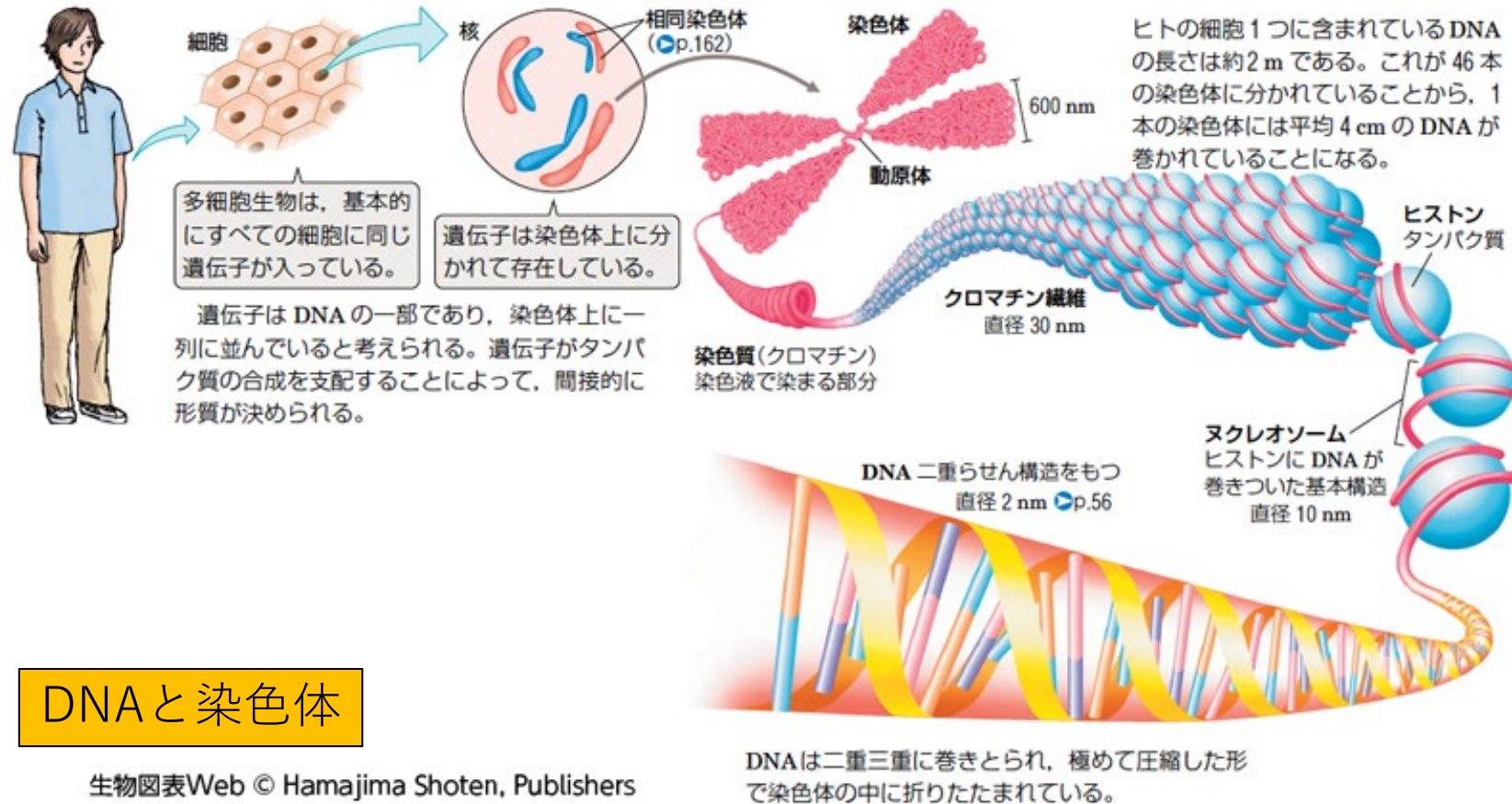
第 3 回 進化型計算  
教員： 谷口彰



# 第3回 進化型計算

- 遺伝的アルゴリズムの基礎
- 個体の遺伝子型と表現型
- 遺伝的アルゴリズム
  - 選択
  - 交叉（こうさ）
  - 突然変異
- 遺伝子操作の実現方法

# 遺伝的アルゴリズムの基礎(1/2)

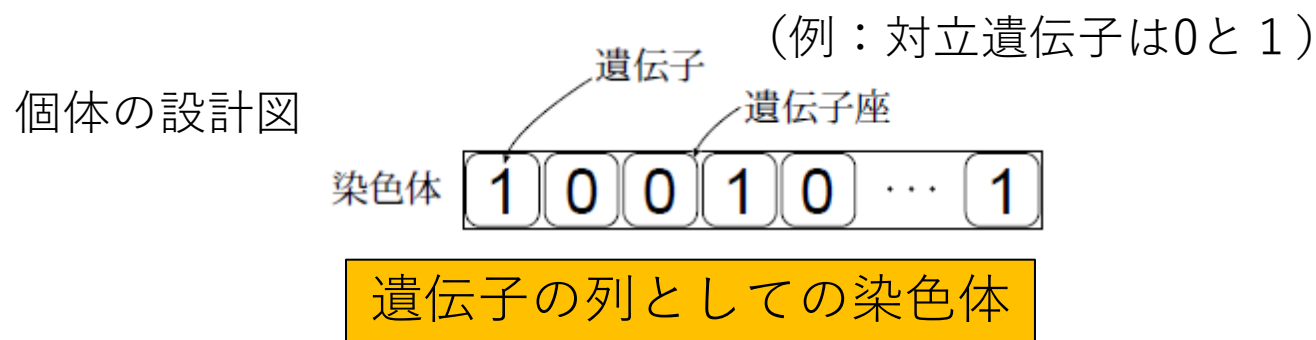


生物個体には、その全ての形質を決定する設計図（**遺伝子**）が細胞の核内に存在する

遺伝子は、**染色体**と呼ばれる構造物の中に規則的に配置されている

# 遺伝的アルゴリズムの基礎(2/2)

## 遺伝情報を担う実体

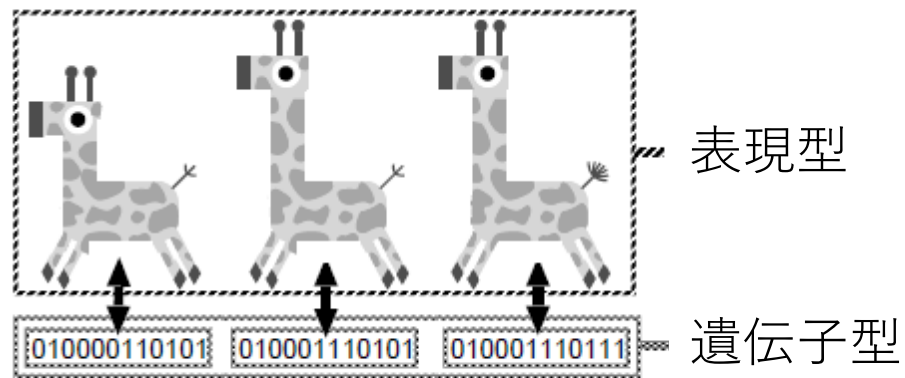


染色体上では、1つの遺伝子はそれぞれ1つの**遺伝子座**と呼ばれる位置に格納されている。多数の遺伝子座が鎖のように1次元的に並んで1つの染色体となっている。

また、それぞれの遺伝子座に格納することができる遺伝子は複数種類あり、**対立遺伝子**と呼ぶ。この遺伝子の並び方が染色体の担う遺伝情報である。

# 個体の遺伝子型と表現型

設計図 と その実現物



個体の遺伝子型と表現型

ある生物個体が持つ遺伝子の構成と配列をその個体の**遺伝子型**といい、その遺伝情報に基づいて、おかれた環境の中で発現する形質を、その個体の**表現型**という

個体は2つの型で構成される：**遺伝子型** = 記号列、**表現型** = 生物個体

↑  
遺伝的操作：3種の操作  
その個体を踏み台にさらに  
探索するための手順  
記号列に対してなので可能

↑↑  
各個体の評価：適応度  
[生物] その個体が適しているかどうか  
[探索] その個体が探したいものかどうか

# 遺伝的アルゴリズム (G A) (1/3)

Genetic Algorithm

- 生物の進化過程をモデル化した最適化手法の一つ

ダーウィンの進化論

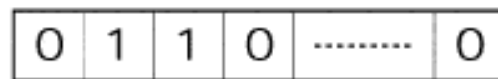
「生物は交叉、突然変異、淘汰を繰り返しながら、環境に適合するように進化していく」



コンピュータ上に仮想生命を生成、かつ、その環境に対する適応度を最適化問題の目的関数に一致させ、進化の過程をシミュレーションすることで最適化問題を解く

1つの仮想生命

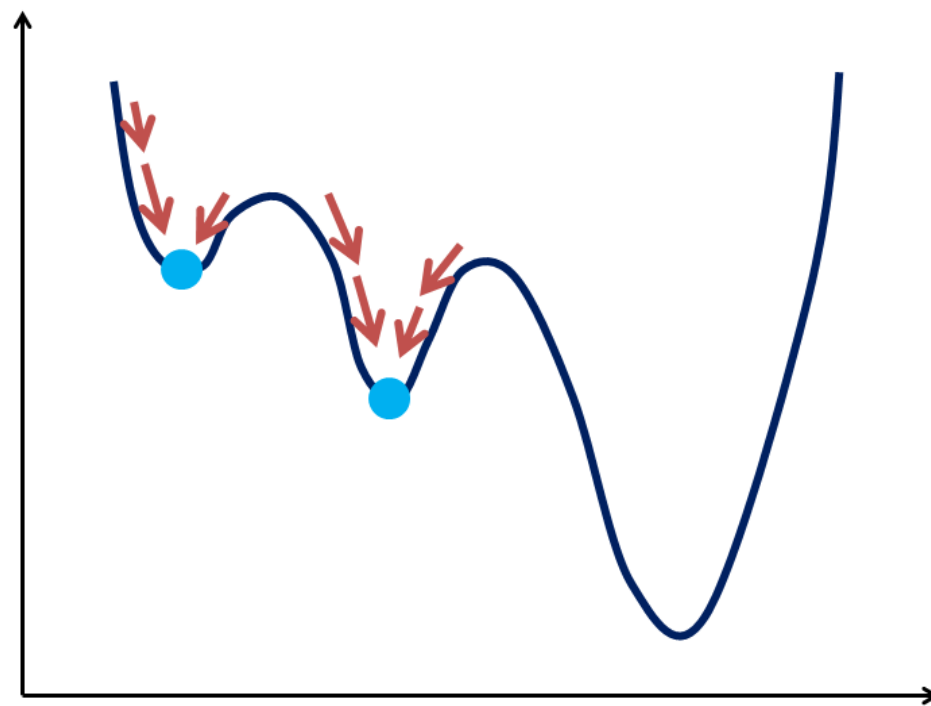
染色体



各遺伝子

# 遺伝的アルゴリズム (GA) (2/3)

- 生物の進化過程をモデル化した最適化手法の一つ

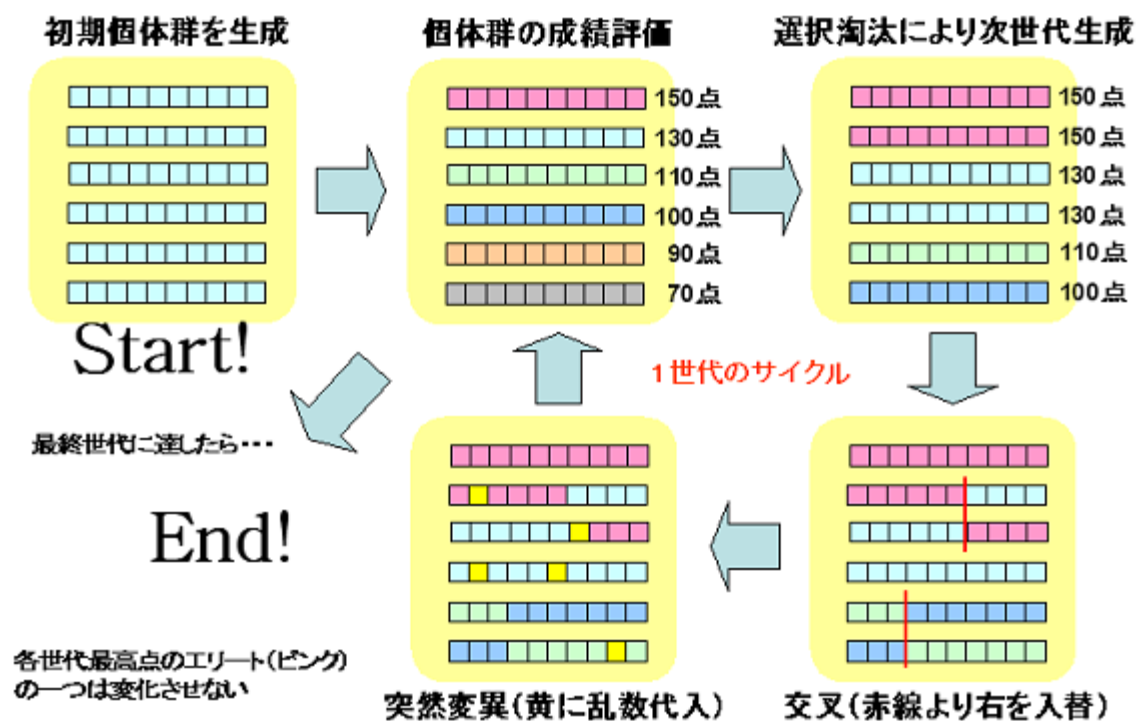
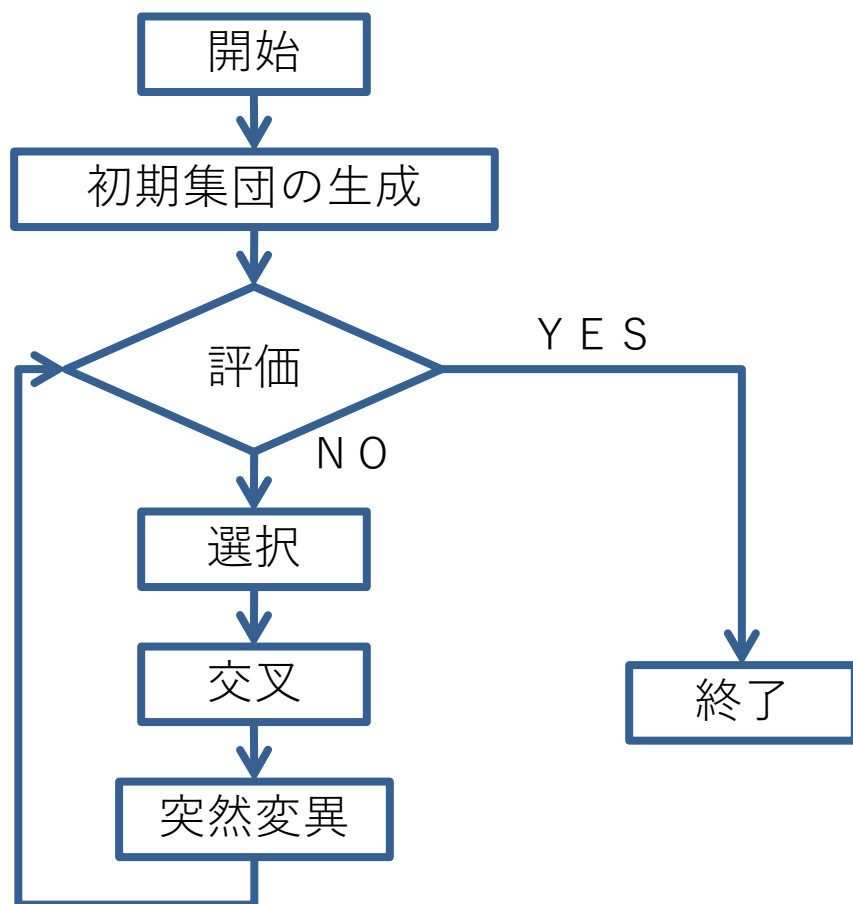


遺伝的アルゴリズムは  
組み合わせ最適化手法

多点探索であるため、初期値依存が少なく局所解に陥りにくい

# 遺伝的アルゴリズム (G A) (3/3)

- 生物の進化過程をモデル化した最適化手法の一つ



[http://www.sist.ac.jp/~kanakubo/research/evolutionary\\_computing/genetic\\_algorithms.html](http://www.sist.ac.jp/~kanakubo/research/evolutionary_computing/genetic_algorithms.html)



# 選択(1/2)

「適応度の高い生命が次の世代により多くの子孫を残す」

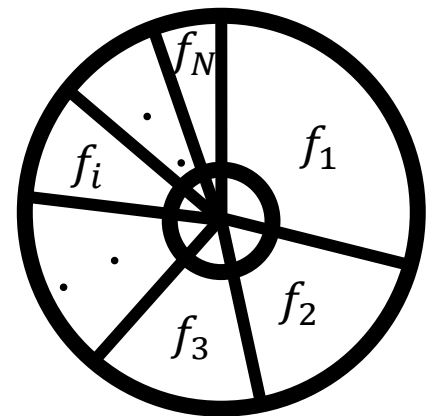
## ■ エリート保存戦略

集団の中で最も適応度の高い生命を無条件でそのまま次世代に残す

## ■ ルーレット選択

各個体の適応度とその統計を求めて、適応度の統計に対する各生命の割合を統計確率として生命を選択する

$$p_i = \mathbf{w} \left( \frac{f_i}{\sum_{k=1}^N f_k} \right)$$



## 選択(2/2)

- 選択における確率を適応度に比例させるのではなく、適応度の2乗に比例させると、進化の進み方はどう変わるか？  
逆に適応度の平方根（ルート）に比例させると、どう変わるか
- 個体群の収束を抑制する、逆に、促進する、には、適応度の差をどのように調整すべきか

# 交叉(1/2)

- 選ばれた2つの生命の遺伝子をランダムな位置で部分的に入れ替える

- 1点交叉

ランダムに選んだ親2つに対し、ランダムに選んだ交叉点の前後で遺伝子を入れ替える

親	01001   101	→	子供	01001110
	01100   110			01100101

- 2点交叉

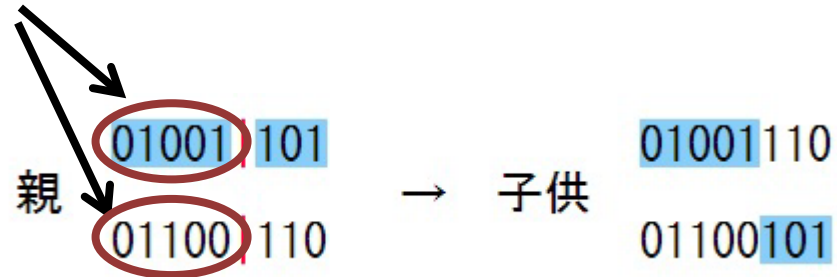
2点の交叉位置をランダムに選択し、各部分を入れ替える

親	010   011   01	→	子供	01000101
	011   001   10			01101110

## 交叉(2/2)

- 交叉が有効に働くのは、遺伝子型（対応する遺伝子どうしの関係）がどのような性質を持っているときだと考えられるか

対応する遺伝子



# 突然変異(1/2)

- 一定の確率で染色体の一部をランダムに操作する

遺伝子型： 10010110  
                  ↓ 突然変異  
                  10110110

- 他の遺伝子に置き換えることにより、交叉だけでは生成できない子を生成できるため、集団の多様性を維持する働きがある

## 突然変異(2/2)

- 突然変異の確率をゼロにすると、どういった問題が生じると考えられるか？
- 突然変異の確率を50%にすると、どういった問題が生じると考えられるか？

# 3つの遺伝的操作

個体の遺伝子型（記号列）に対してほどこす操作

[収獲 -exploitation-] より優れたものに近づくため

- 選択：評価（適応度）の高い個体をより選ぶ

[探索 -exploration-] まだ調べていない新しいものを試す

- 交叉：2つの個体を組み替えて、新たな個体を作る
- 突然変異：1つの個体を少し改変することで、新たな個体を作る

方針：

新しいものを作って評価し、良ければ選ぶ（自然選択による進化）

いずれも確率的な操作で行う（より良くなる組み換え方、改善の仕方は実は分からずに操作している）

# 3つの遺伝的操作の実現方法(1/3)

## ■ 選択方法：ルーレット選択

全 $N$ 個体の適応度 $f_i$  ( $i = 1, \dots, N$ )を取得し、その総和 $F = \sum_i^N f_i$ を計算

子個体を生成するために選択する親個体を個体集合 $P(t)$ の中から1つ選ぶにあたり、 $i$ 番目の個体は確率 $f_i/F$ で選ばれるように確率的に決める

上記を $N$ 回、独立に繰り返し、全 $N$ 個体からなる集合 $P'(t)$ を生成する

この選択方法は、適応度に比例した確率に従って選択される子個体が決まることから、**適応度比例選択**あるいは**ルーレット選択**と呼ばれる



## 3つの遺伝的操作の実現方法(2/3)

### ■ 交叉方法：1点交叉

個体集合 $P'(t)$ の中からランダムに2個体ずつペアとして、全 $N/2$ ペア作成する。各ペアに対して、交叉確率 $p_c$ で交叉を実行する。

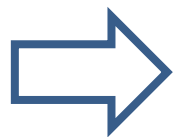
交叉を行う場合には、長さ $N$ の記号列中にある $N - 1$ 箇所の区切りから等確率で1箇所を選び、交叉点とする。

すなわち、交叉点の前後でペア間の記号列を交換する。

先頭から3文字目の直後を交叉点に選んだ場合の例：

1 0 1 | 1 0 0 1

0 0 0 | 0 1 1 1



1 0 1 | 0 1 1 1

0 0 0 | 1 0 0 1

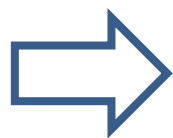
# 3つの遺伝的操作の実現方法(3/3)

## ■ 突然変異方法：ビット反転

個体集合 $P''(t)$ 中の全 $M$ 個体に対して、各遺伝子座の遺伝子の値を突然変異確率 $p_m$ でビット反転させる。

先頭から4文字目を反転させた例：

1 0 1 1 0 0 1



1 0 1 0 0 0 1

# 復習： 最適化問題

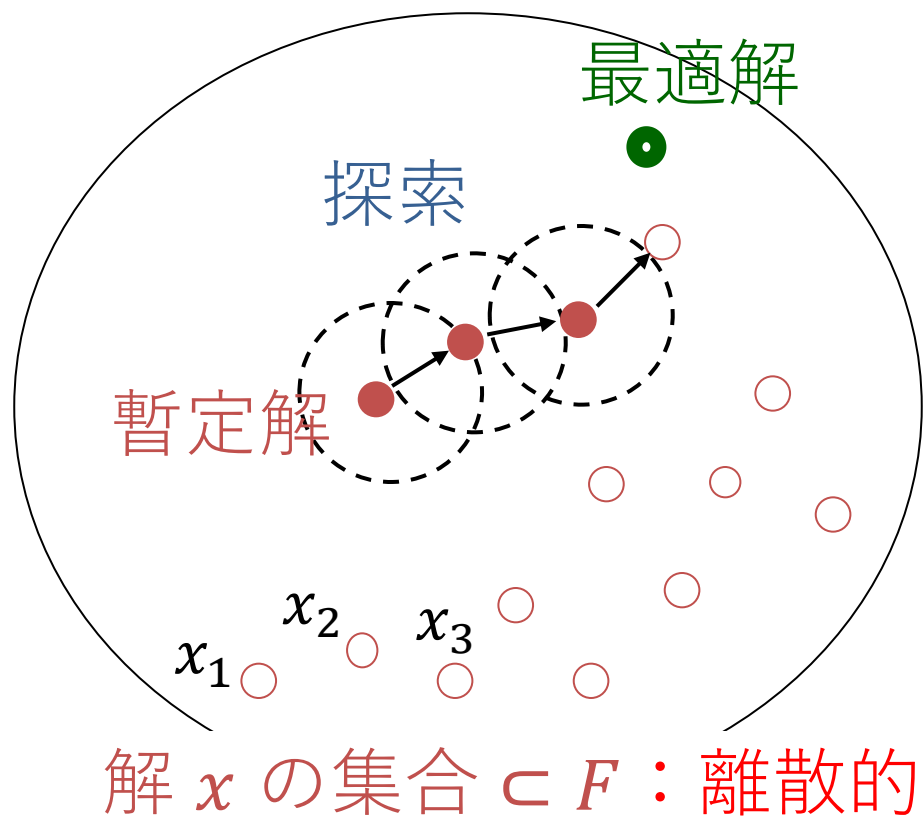
$$\begin{array}{ll} \min_x & f(x) \leftarrow \text{目的関数} \\ \text{s. t.} & x \in F \leftarrow \text{制約条件} \\ & F \subseteq X \end{array}$$

- $x$  : 決定変数 (対象問題で決定すべき量)  
一般には複数あるので、ベクトルで表現  
(そのベクトル空間を  $X$  とする)
- $f(x)$  : 目的関数 ( $x$  の良さ/悪さを与える値)
- $F$  : 可能解領域 (空間  $X$  の中で解が許される範囲)

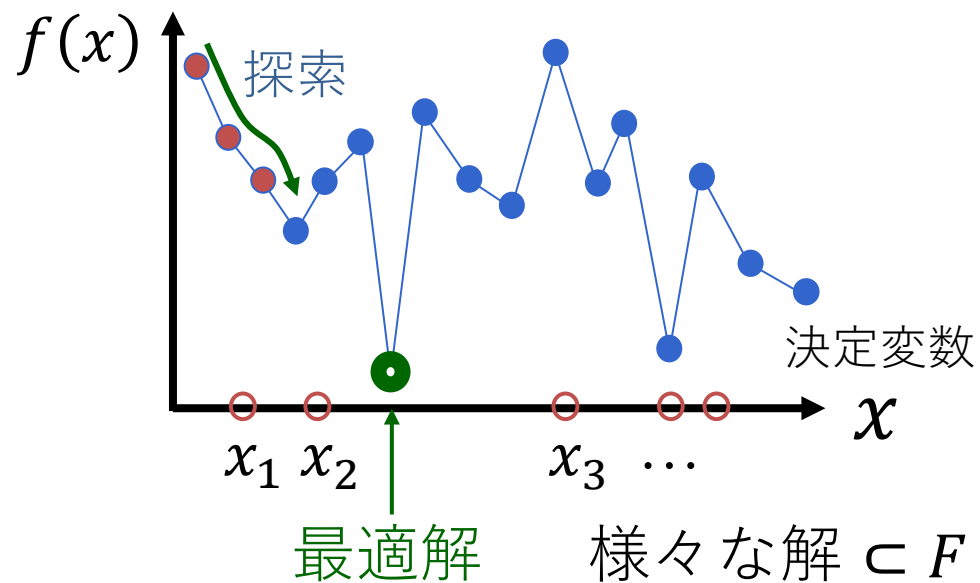
最適化 = 目的関数の最大化/最小化

復習：

最適化問題を解く = 最適解の探索



目的関数  $\leftarrow$  解の良さ (最小化なら低さ)



解がより改善される方向に、様々な解の集合（解空間）の中を探しに行く

# 最適化問題の例

## ■ 巡回セールスマン問題：

N個の都市があり、あるセールスマンが各都市を一度ずつ訪問しなければならない。各都市の位置（あるいは各都市間の距離）はわかっている。このとき、巡回経路の総距離が最小になるような巡回路を求めよ。

## ■ ナップザック問題：

N個の品物と、一定重量まで品物を入れることができるナップザックがある。各品物の重量及び価値はわかっている。このとき、ナップザックの重量制限を超えない範囲で、価値の和が最大になるように入れる品物を決定せよ。

まず、問題の設定、意味を把握  
次に、どうやって変数や式で表すか〔定式化〕

# 練習問題3-1

## ■ 巡回セールスマン問題：

N個の都市があり、あるセールスマンが各都市を一度ずつ訪問しなければならない。各都市の位置（あるいは各都市間の距離）はわかっている。このとき、巡回経路の総距離が最小になるような巡回路を求める。

## ■ ナップザック問題：

N個の品物と、一定重量まで品物を入れることができるナップザックがある。各品物の重量及び価値はわかっている。このとき、ナップザックの重量制限を超えない範囲で、価値の和が最大になるように入れる品物を決定する。

上記の2つの最適化問題における

- ・ 決定変数：  $x$
- ・ 目的関数：  $f(x)$
- ・ 制約条件：  $x \in F \subseteq X$

は、それぞれ何か？

# 遺伝的アルゴリズムによる探索で 最適化問題を解く

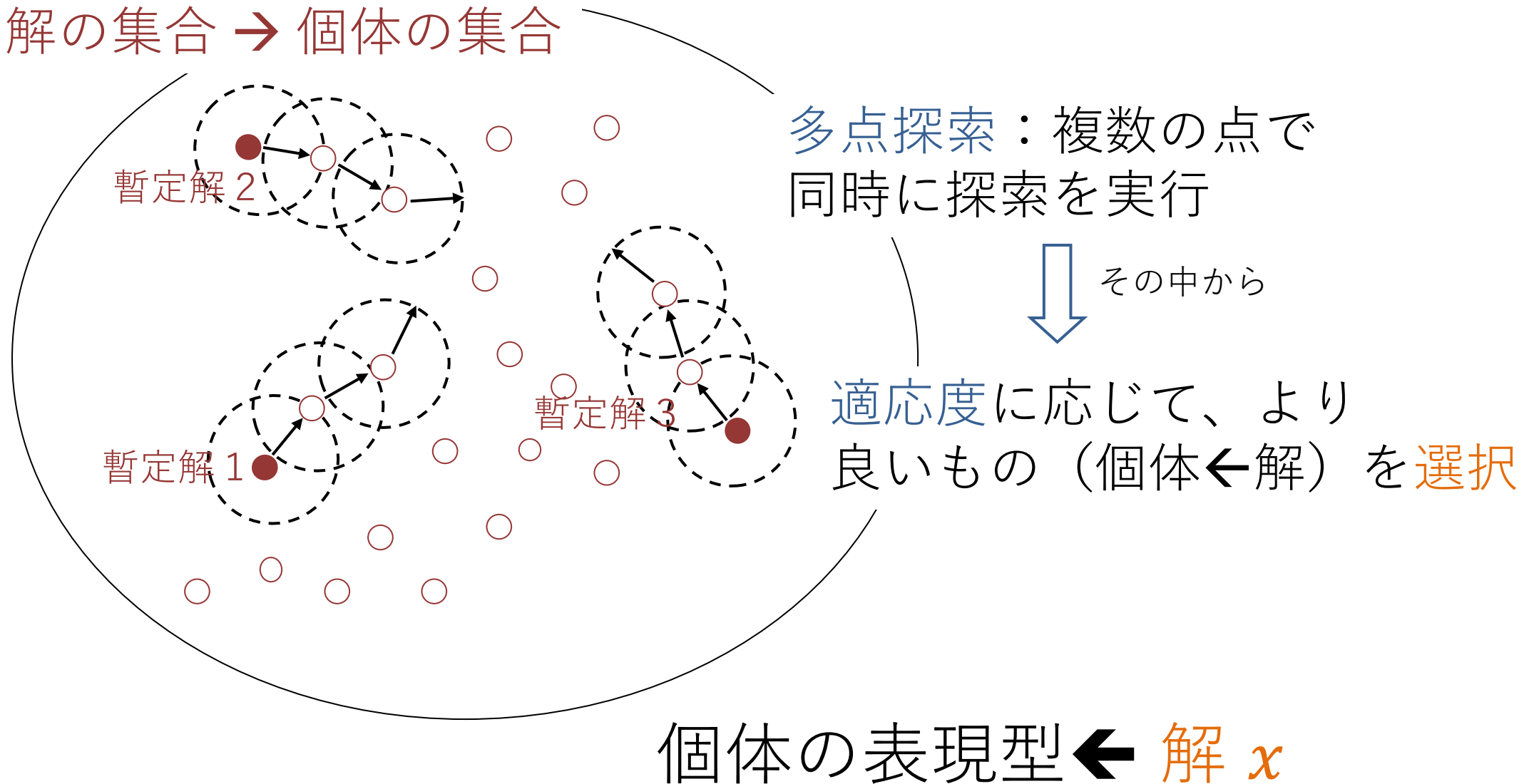
遺伝的アルゴリズムにおける一つの個体（の表現型）



最適化問題における一つの解  
(決定変数 $x$ の一つの決定方法)

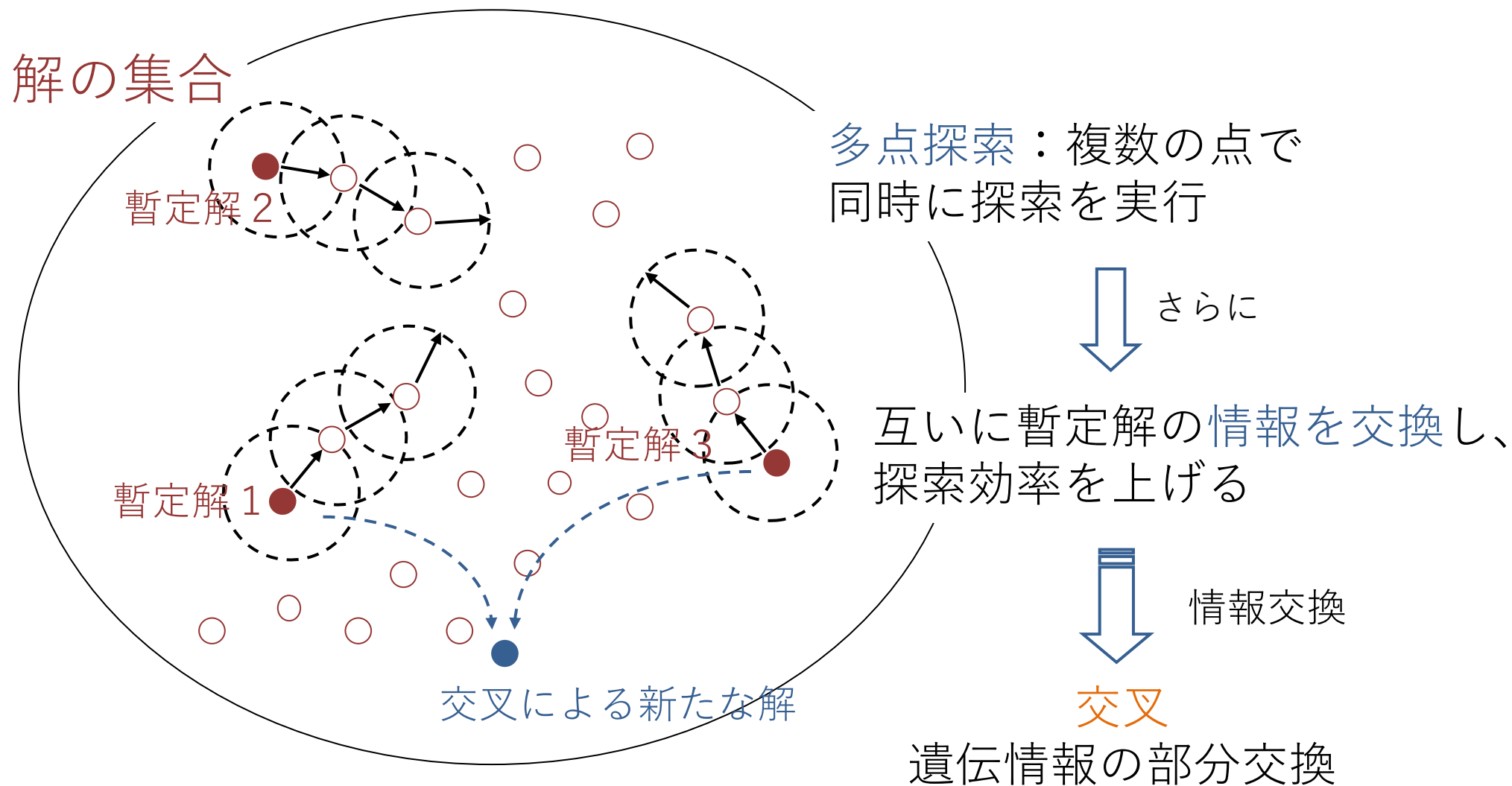
# 遺伝的アルゴリズム：多点探索

解の集合  $\rightarrow$  個体の集合



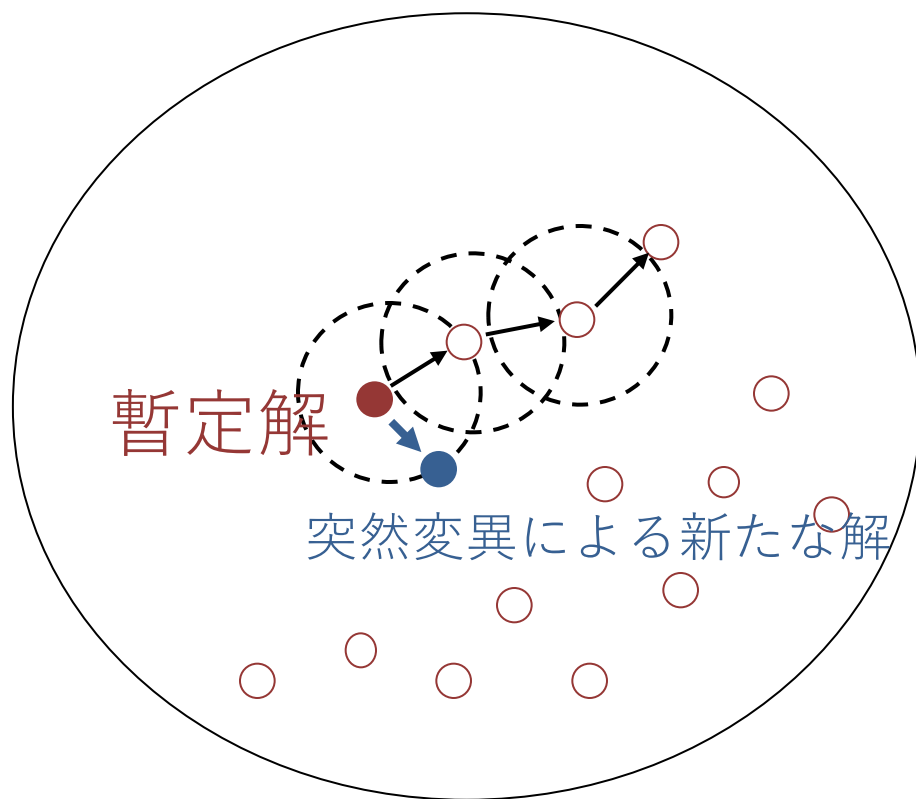


# 単に多点を同時に探索するのではなく…



交叉は遺伝的アルゴリズムに特有の最も重要な操作

# それに加えて



各暫定解の近くで探索し、  
探索の効率を上げる



近くを探索

突然変異  
遺伝情報の一部改変

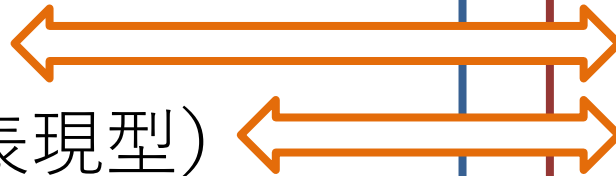
# 遺伝的アルゴリズム（解くための方法、解決方法、ツール）と最適化問題（解きたい問題、課題、対象）

## 遺伝的アルゴリズム

- 適応度
- 個体（の表現型）
- 遺伝的操作（選択、交叉、突然変異）

## 最適化問題

- 目的関数
- 解（決定変数の値を定めたもの）
- 制約条件（決定変数が可能解領域にあるべしとの条件）



# 簡単な最適化問題の例（1-Max問題）

問題：15ビットの記号列に対して、全ビットの和が最大値になるものを求めよ。

定式化：

$$\max_{x_j \in \{0,1\}, j=1, \dots, 15} f(x) = \sum_{j=1}^{15} x_j \quad \text{ただし、} x = (x_1, x_2, \dots, x_{15}) \in \{0,1\}^{15}$$

ナップザック問題の一種とみることができる。（品物数 $N = 15$ で、ナップザックの重量制限が無限大の場合に相当している。）

15個の品物すべてを入れる（ $x_j = 1, j = 1, \dots, 15$ ）が最適解であることがわかる。  
一つしかない最適解を見つけ出すということで、**1-Max問題**とも呼ばれる。

この最適化問題における以下は何か

- ・ 決定変数
- ・ 目的関数
- ・ 制約条件

# 1-Max問題を遺伝的アルゴリズムで解くには

## 1-Max問題における

- ・ 決定変数  $x = (x_1, x_2, \dots, x_{15}) \in \{0, 1\}^{15}$
- ・ 目的関数  $f(x) = \sum_{j=1}^{15} x_j$
- ・ 制約条件 なし

## GAにおける

- ・ 表現型  $\Rightarrow$  遺伝子型
- ・ 適応度

## 1. 遺伝子 $s$ と表現型 $x$

表現型は、この最適化問題の解 $x$ であり、 $x = (x_1, x_2, \dots, x_{15}) \in \{0, 1\}^{15}$ である。よって、遺伝子型 $s$ も $x$ と一致させればよく、 $s_j = x_j$  ( $j = 1, \dots, 15$ )で与えられる、長さ $N = 15$ のビット列とする。

## 2. 適応度 $g$ と目的関数 $f$

目的関数 $f(x)$ が非負であり、これを最大にする $x$ を探索する問題（最大化問題）であるので、目的関数 $f(x)$ を遺伝的アルゴリズムにおけるその個体 $x$ の適応度 $g(x)$ と一致させればよい。

# 最適化手法（探索）としての G A

- 解空間の探索法としての二大特徴は何か
  - 多点探索であること、確率的な探索であること
- 最適化問題を解くために G A を使おうと考えた際、決めるべき要素は何か
  - 解の表現（遺伝子型の表し方、符号化法）
  - その遺伝子型で交叉を行っても、大丈夫か
    - 交叉で生まれた個体は、制約条件を満たすか
  - 適応度の与え方

# まとめ

- 遺伝的アルゴリズムの概要を学んだ。
- 選択、交叉、突然変異の機能とアルゴリズムを学んだ。
- 最適化問題の遺伝的アルゴリズムによる解法を学んだ。
- 多点探索における遺伝的アルゴリズムの選択、交叉、突然変異の意味を学んだ。

# 復習問題

1. 個体の設計図と実現物を遺伝的アルゴリズムでは何というか？
2. 遺伝的アルゴリズムの三つの操作を述べよ。
3. 各個体の適応度とその統計を求めて、これに対する各生命の割合を統計確率として生命を選択する方法を何というか？
4. 遺伝的アルゴリズムにおいて決定変数に相当するものは何か？



# 次回の講義

## ■ ニューロコンピューティングの基礎

- ニューロコンピューティング
- ニューロンのモデル
- ニューロンのネットワーク