デジタル信号処理

第2回　アナログからデジタルへ

立命館大学
情報理工学部
李　亮

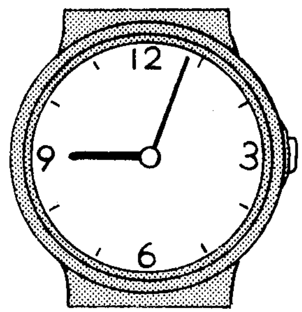
今回の講義内容

- アナログ信号とデジタル信号の違い
  - 前回学習したアナログとデジタルの考え方をもとに、信号としてどのように扱うのかを講義
- アナログ信号からデジタル信号に変換
  - どうやって変換するのか？
  - 変換後の信号はどうなるの？

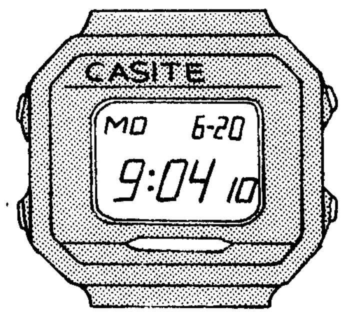
【復習】アナログとデジタル

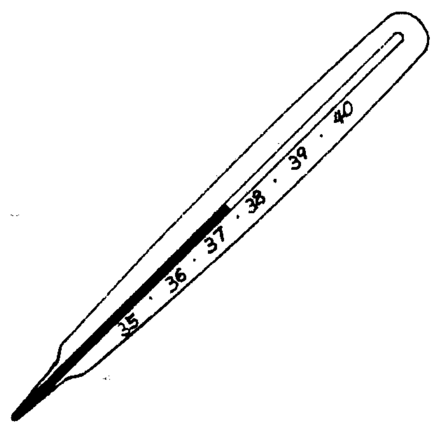
- アナログ　＝　連続量
  - 区切って数えられない
  - 我々がアナログ量を理解するときは頭の中でデジタルに変換
- デジタル　＝　離散量
  - 区切って数えられる
  - 有限の数値列

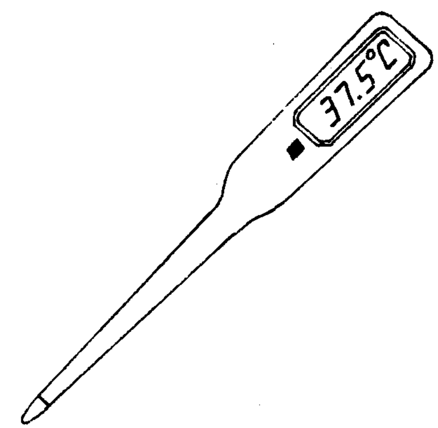
アナログ



デジタル

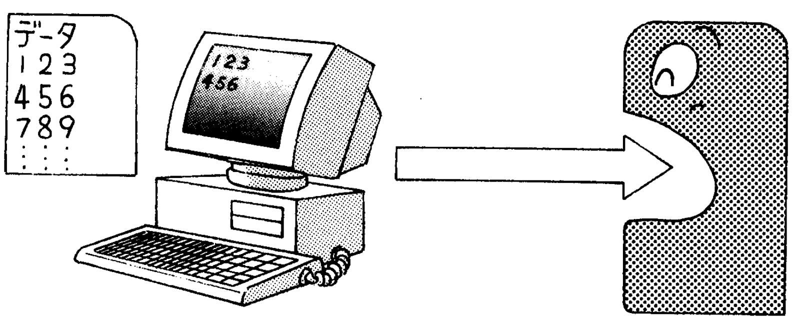






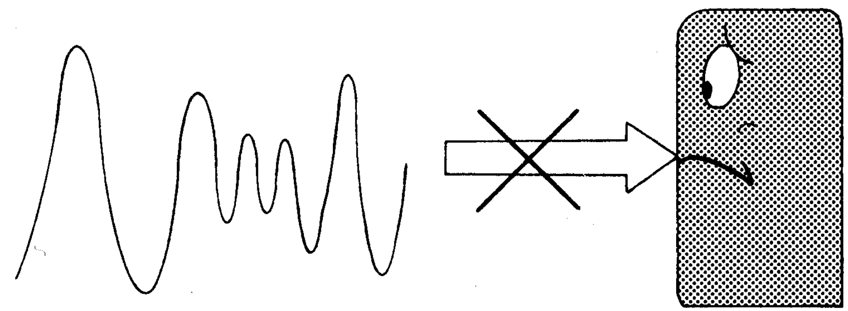
コンピュータでデータ扱う場合

デジタル量のデータ:　キーボードなどから簡単に入力可能



デジタルコンピュータ

アナログ量のデータ:　そのまま入力することは不可能



アナログ波形

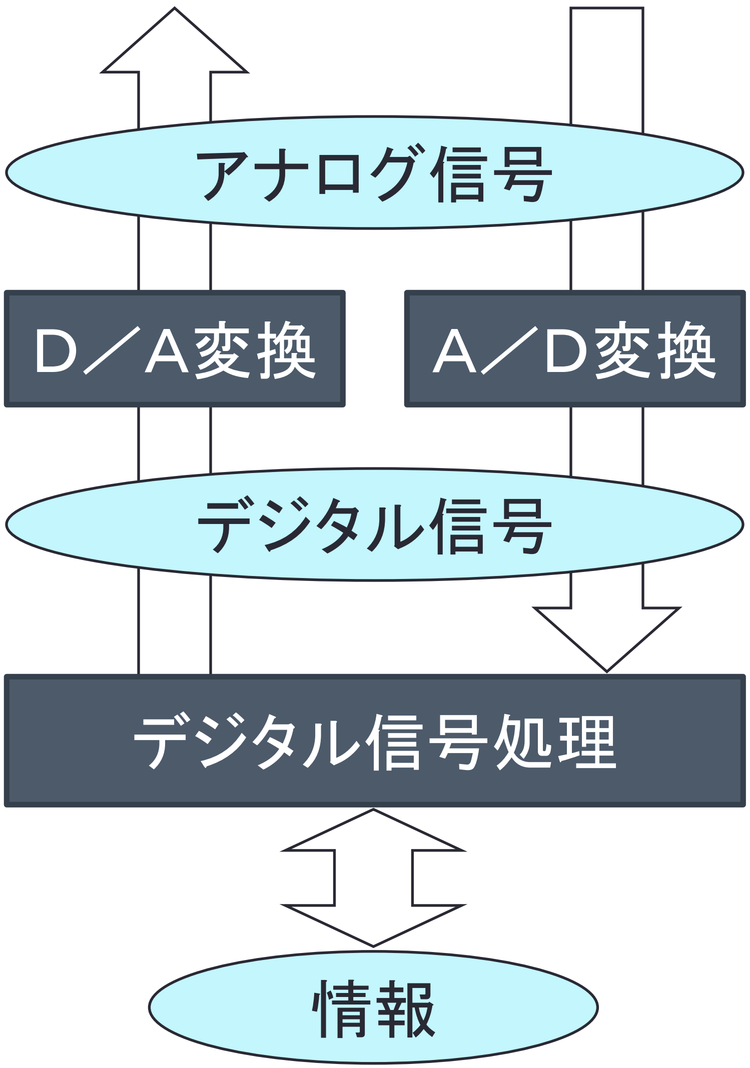
デジタルコンピュータ

アナログ信号をコンピュータで扱うためには

⇒　アナログ信号をデジタル信号に変換する必要がある

（これをAD変換(Analog-Digital Conversion)という）

デジタル信号処理系



連続量の信号

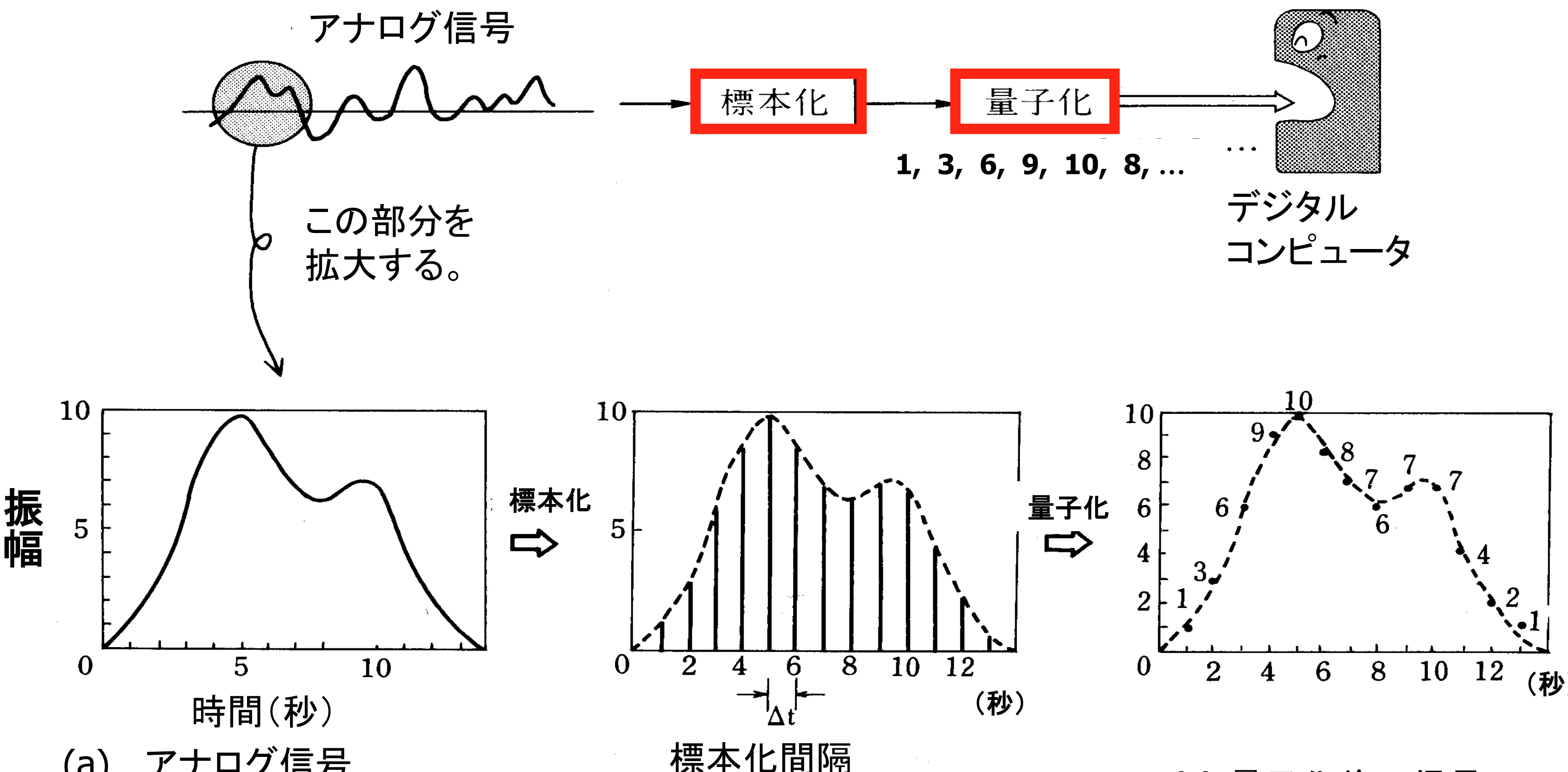
アナログ ⇔ デジタル変換

離散量の信号

信号を加工

他のデジタル信号を利用可能

AD変換の概要



(a)　アナログ信号
(時間も電圧も連続量)

(b) 標本化後の信号
(時間は離散量、振幅は連続量)

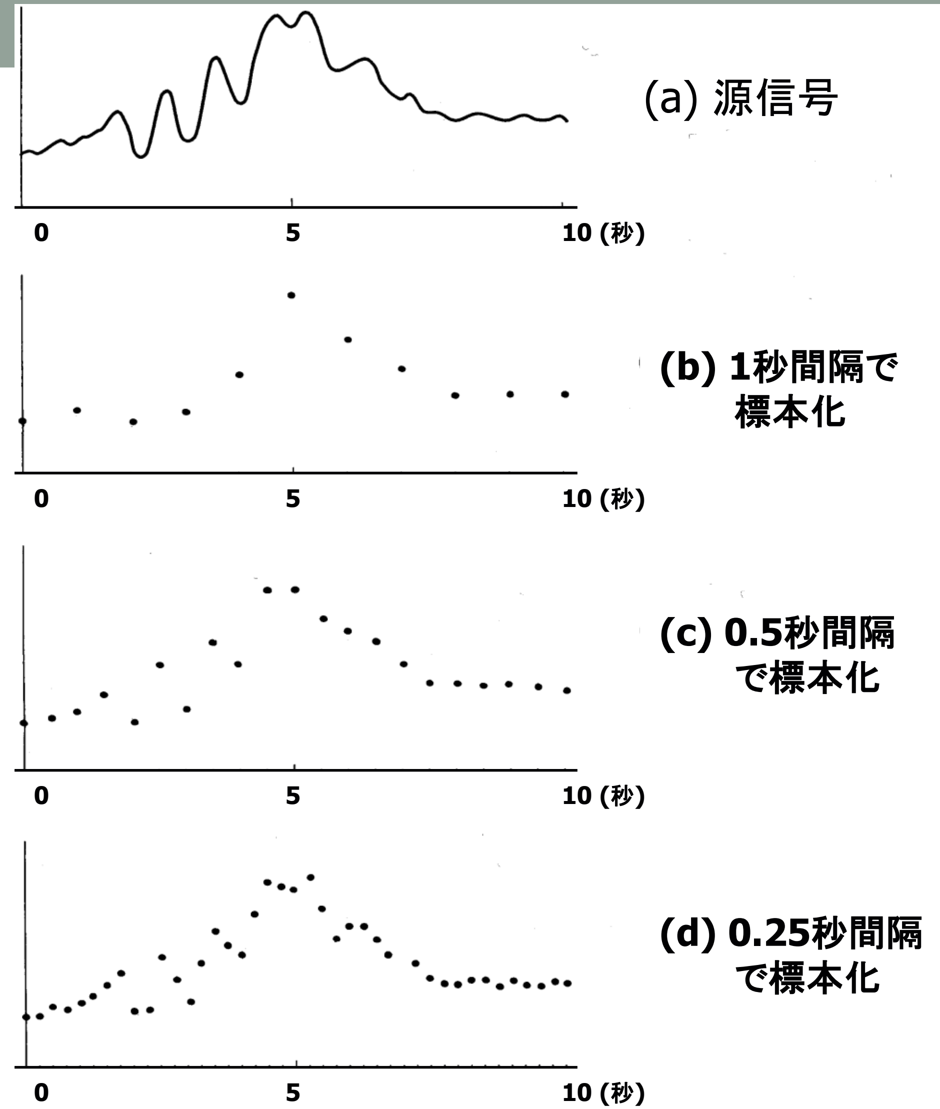
(c) 量子化後の信号
(時間も振幅も離散量)

標本化とは

- 標本化(サンプリング)
  - ある時間間隔で信号を取り出すこと
  - 連続時間(アナログ)を
    離散時間(デジタル)に変換

$$f_s = \frac{1}{\Delta t}$$

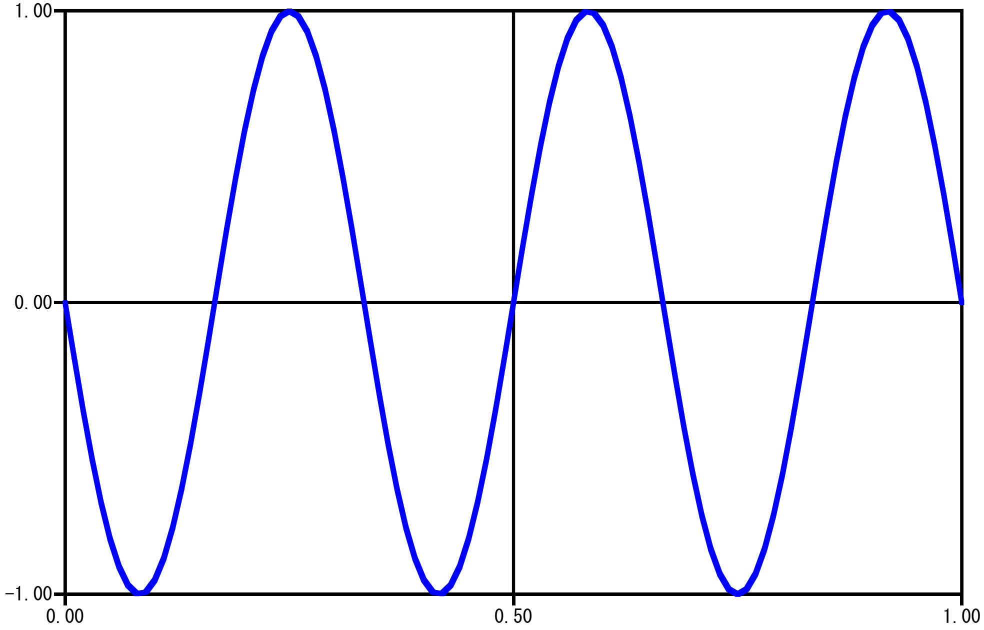
  - 標本化間隔 Δt 秒
  - 標本化周波数 f_s Hz
  - 標本化周波数が高い(標本化間隔が狭い)ほど忠実に信号を表現可能
  - 例:　音楽CDの標本化周波数は44100Hz



標本化の例
鈴虫の泣き声を下記の周波数で標本化すると
•22050Hzで標本化
•10000Hzで標本化
•8000Hzで標本化
標本化周波数を高く設定すると忠実に音を表現可能

演習課題(1/4)

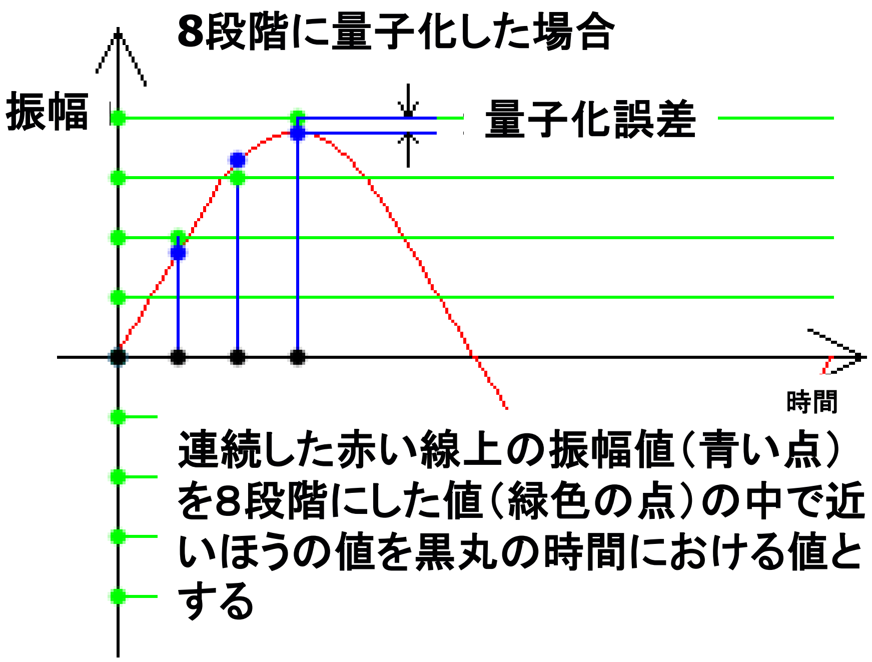
- 下図の波を標本化して離散時間信号に変換したい。
  - 8Hzで標本化したときの標本点を図中に●で示せ。
  - 同様に2Hzで標本化したときの標本点を図中に○で示せ。



- ヒント:
  - $\sin(2*\pi*3*t+\pi)$
  - 8Hzで標本化すると標本化間隔は？

量子化とは

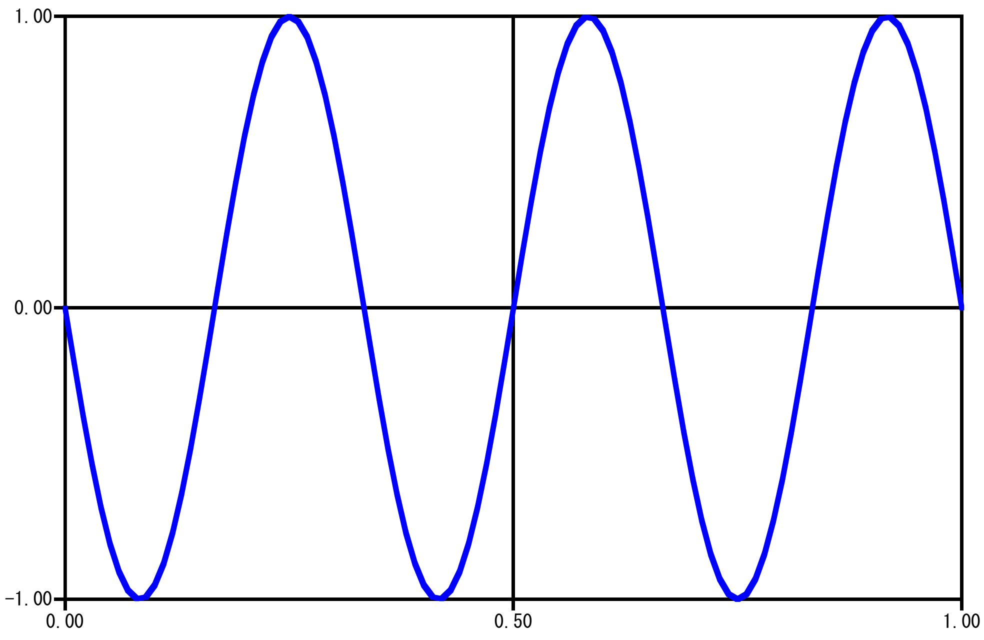
- 量子化
  - 振幅をデジタル量に変換すること
  - 振幅（アナログ）をデジタル量（デジタル）に変換
  - 量子化：　振幅の解像度
  - 量子化ビット数が大きいほど忠実に信号を表現可能
  - 逆に量子化ビット数が小さいと量子化誤差が増す
  - 例：　音楽CDの量子化ビット数は16bits
    （2^{16}：－32768 ～　32767までの65,536段階）



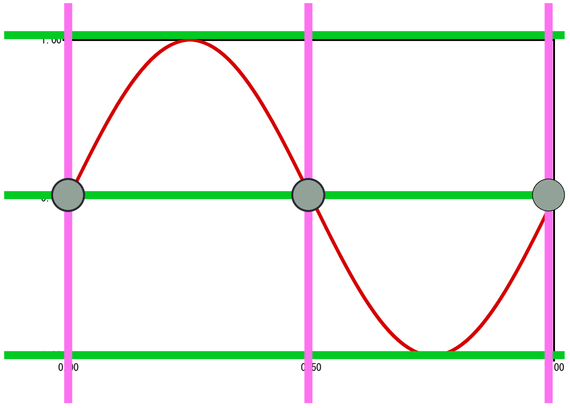
よって各時刻における真値（離散時間信号）と量子化値（デジタル信号）には量子化誤差が生じる

演習課題(2/4)

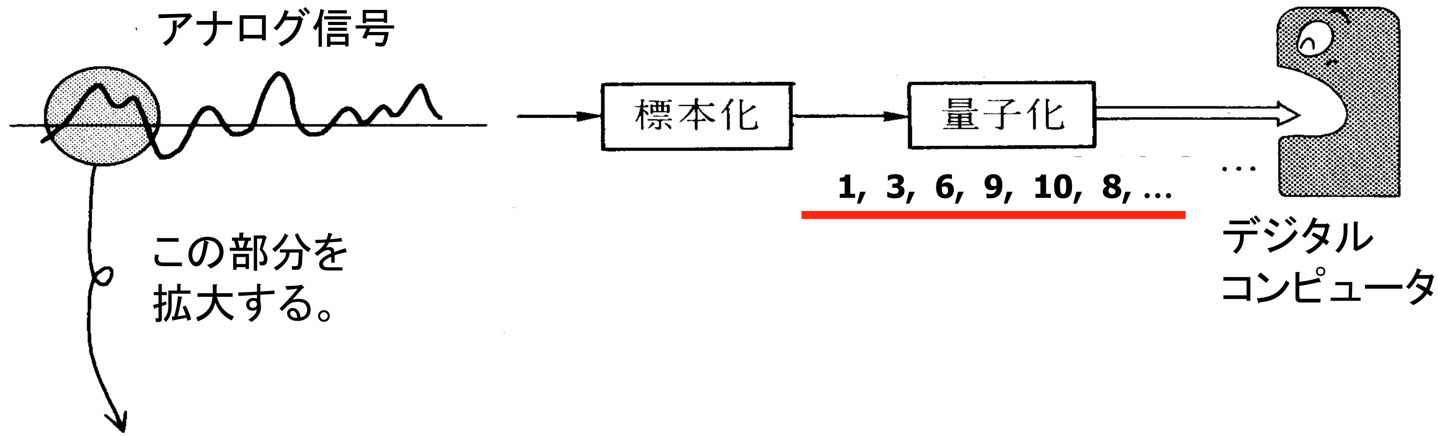
- 演習課題(1/4)で変換した標本化周波数8Hzの離散時間信号をデジタル信号に変換したい。下記の大きさで量子化するとどうなるか図示せよ。
  - 振幅を4個の値(2ビット)で量子化する場合
  - 振幅を9個(3ビット～4ビット)の値で量子化する場合

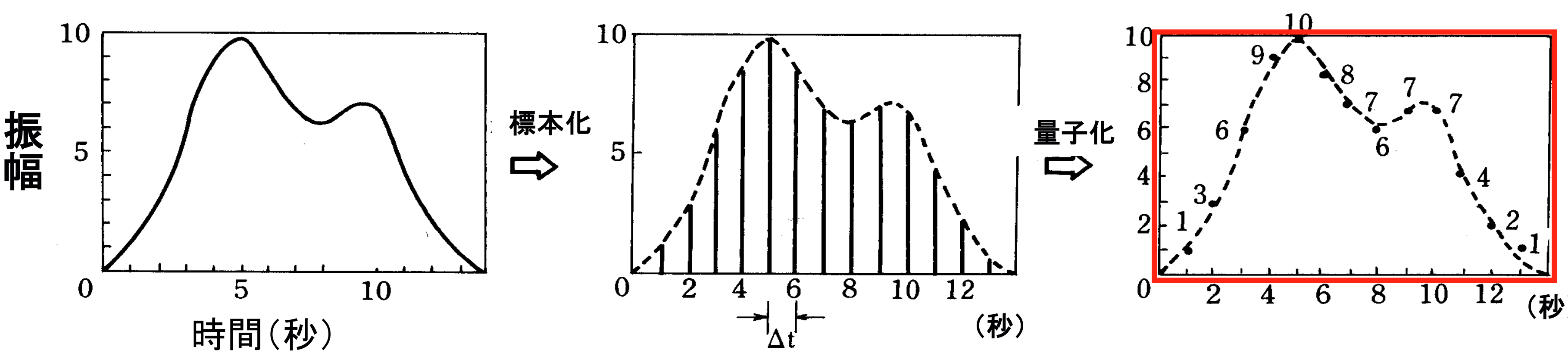


例：　標本化周波数2Hzの離散時間信号を3つの値で量子化すると



AD変換のまとめ





標本化間隔

(a) アナログ信号
（時間も電圧も連続量）

(b) 標本化後の信号
（時間は離散量、振幅は連続量）

(C) 量子化後の信号
（時間も振幅も離散量）

アナログ信号　離散時間信号　デジタル信号

アナログ信号処理とデジタル信号処理の比較

	アナログ信号処理	ディジタル信号処理
信　号	時間，振幅とも連続値	時間，振幅とも離散値
数学表現	微分方程式，ラプラス変換など	差分方程式，z 変換など
要　素	抵抗，コンデンサ，コイル，トランジスタ，演算増幅器など	レジスタ，加算器，係数乗算器，DSP，コンピュータなど
精　度	一般に 0.1%が限界	制限がない
柔軟性	製造し直しが必要	プログラムの書き換えで対処
再現性	品質がバラつく	品質は均一
安定性	温度，湿度，経年変化で特性が劣化する	まったく安定
経済性	比較的安価	比較的高価，ただし，大量生産（LSI 化）により安価となる
処理速度	高速	低速

AD変換における注意点

- 標本化周波数
  - 高いほど忠実に信号を再現可能であるがデータ量は増大
  - 音響信号で考えると標本化周波数が低いと音は低くなる。（高音がなくなってしまう。）

    ⇒　標本化時に標本化定理を満たす必要がある

- 量子化ビット数
  - 大きいほど誤差は小さくなるがデータ量は増大
  - 音響信号で考えると量子化誤差は音の歪に影響する。

    ⇒　量子化誤差を把握しておく必要がある

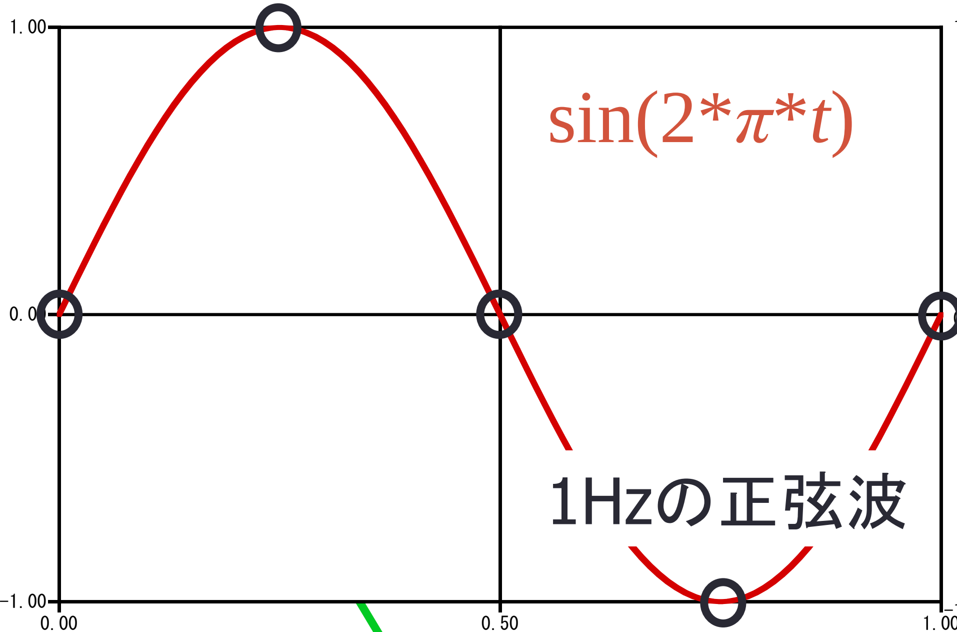
標本化定理（シャノンの標本化定理）

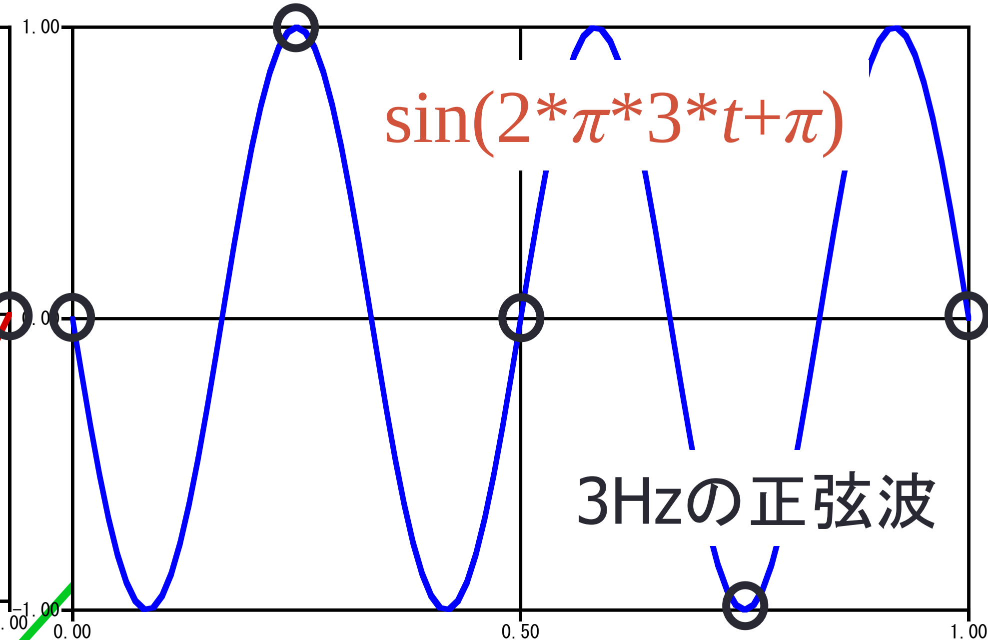
- 標本化周波数を決める1つの目安
- アナログ信号の持つ最高の周波数が f_h Hzであるとき標本化周波数 f_s は f_h の2倍以上に設定

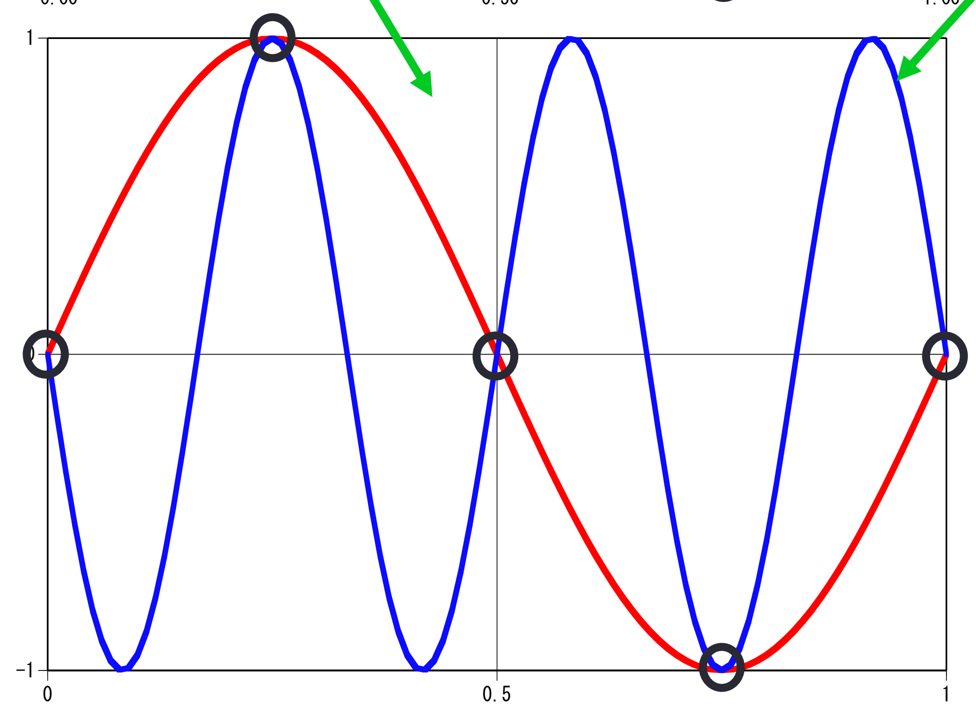
$$f_s \geqq 2\,f_h$$

- $2\,f_h$ ：ナイキスト標本化周波数
  - 例：　信号の最高周波数が200Hzの場合、標本化は400Hz以上の周波数でAD変換

⇒　もしナイキスト標本化周波数以下で標本化するとエイリアシング（波の重なりもしくは波の折り返しという意味）が発生





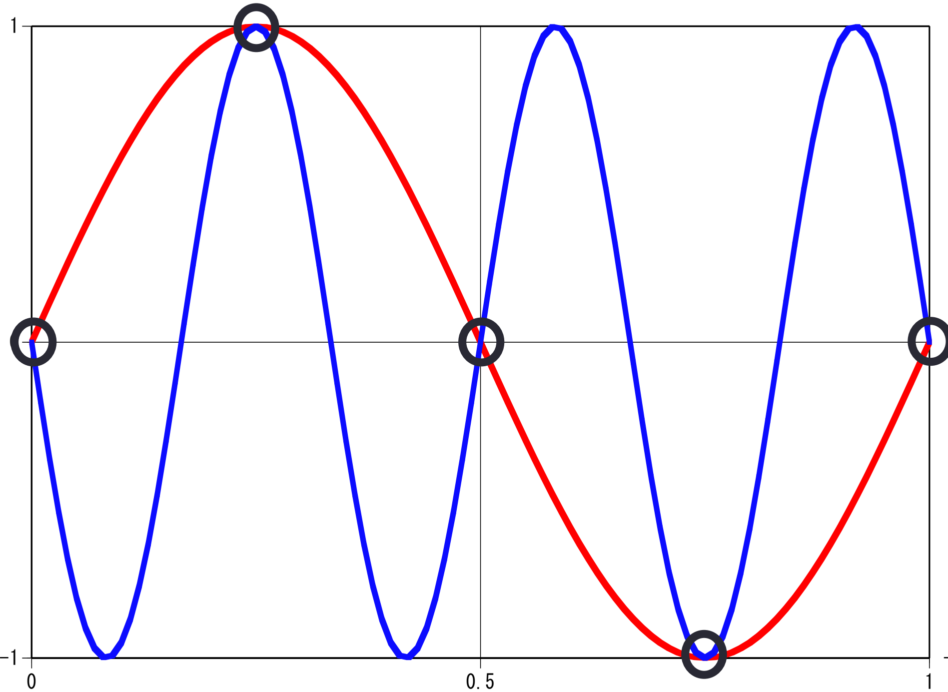


エイリアシングの例

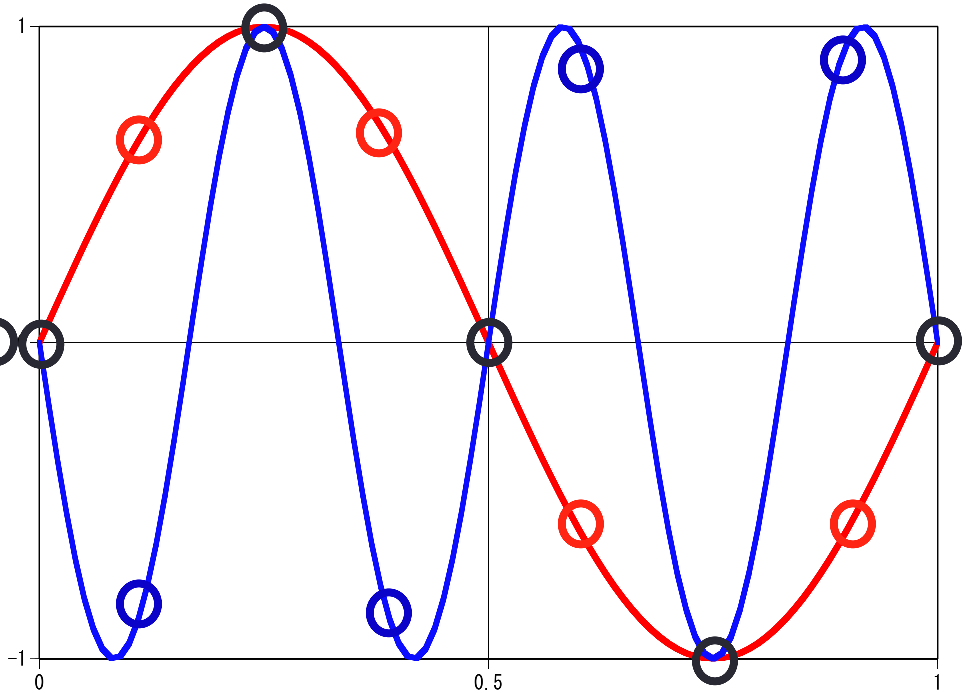
2つの信号を標本化周波数4Hz
(標本化間隔0.25秒)で標本化すると
2つの信号は重なって見える。

デジタル信号ではこの2つの信号は同じと判断
⇒　高い周波数は低い周波数に見える
⇒　必ずナイキスト標本化周波数以上で標本化
この場合だと6Hz以上で標本化する必要あり

エイリアシング例



4Hzで標本化



8Hzで標本化

標本化周波数が4Hzだとデジタル信号上では波が完全に重なる(同一信号)が、8Hzだと2つの信号はデジタル信号として異なる信号となる。

エイリアシングの例:
8000Hzの音を下記の周波数で標本化すると
- 16000Hzで標本化
- 12000Hzで標本化
- 8000Hzで標本化

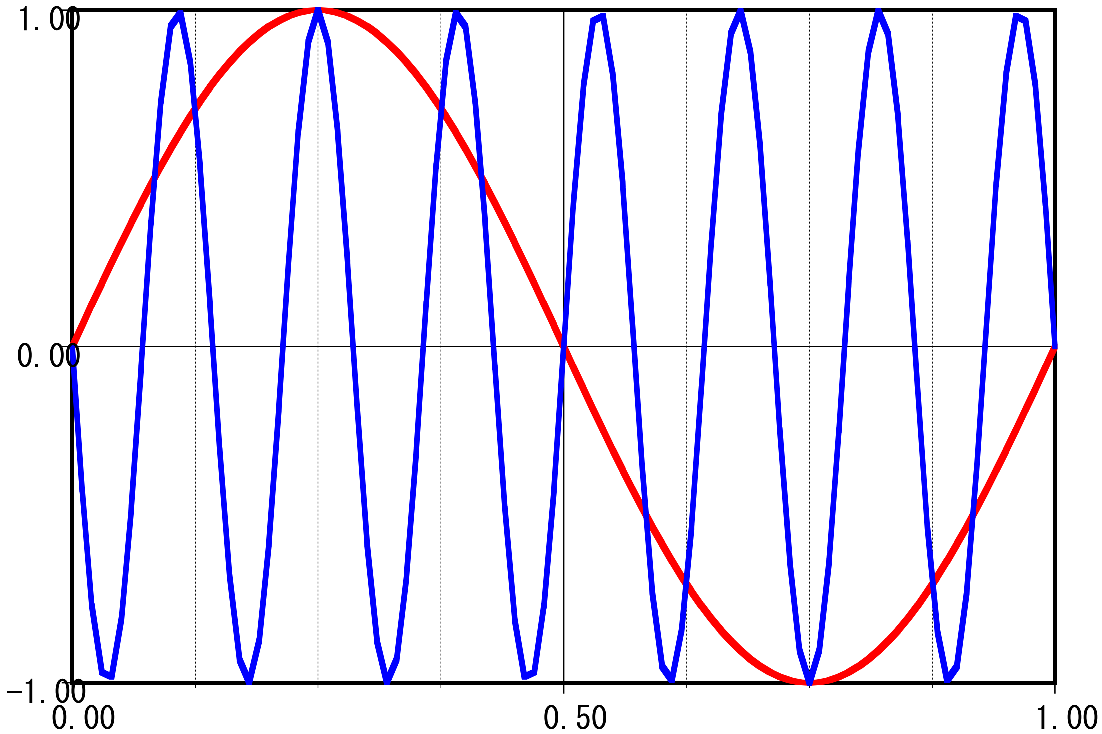
ナイキスト標本化周波数を満たさないと音は標本化周波数に応じて低くなる

演習課題(3/4)

- 下図の２つの波をAD変換するためには何Hz以上の周波数で標本化すればコンピュータ上で別々の信号として扱うことができるか？　またその周波数以上で標本化したときの標本点をグラフに●で示せ。

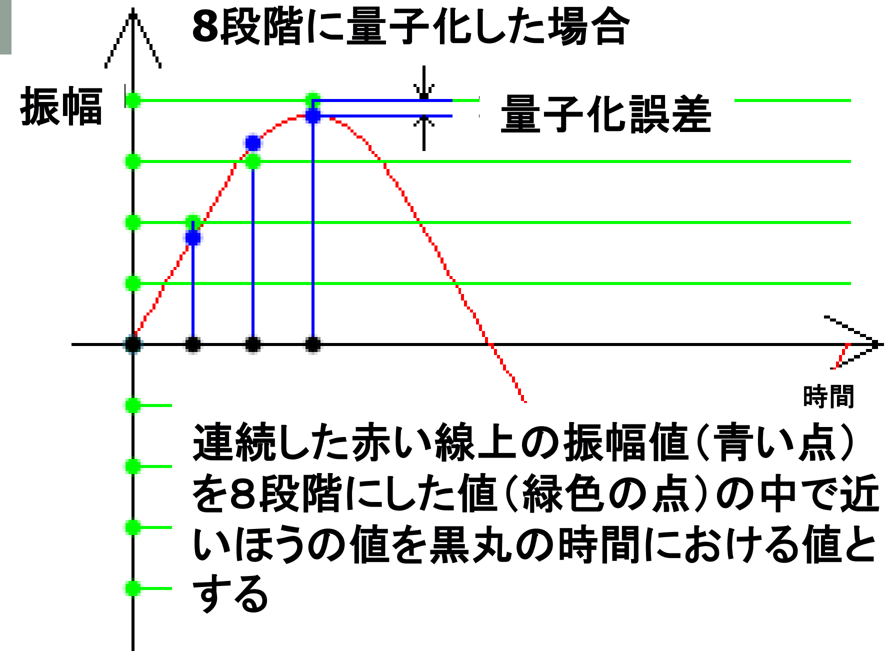
- ヒント:
  - ２つの波は
  - $\sin(2*\pi*t)$:
    - 1Hzの正弦波
  - $\sin(2*\pi*7*t+\pi)$
    - 7Hzの正弦波

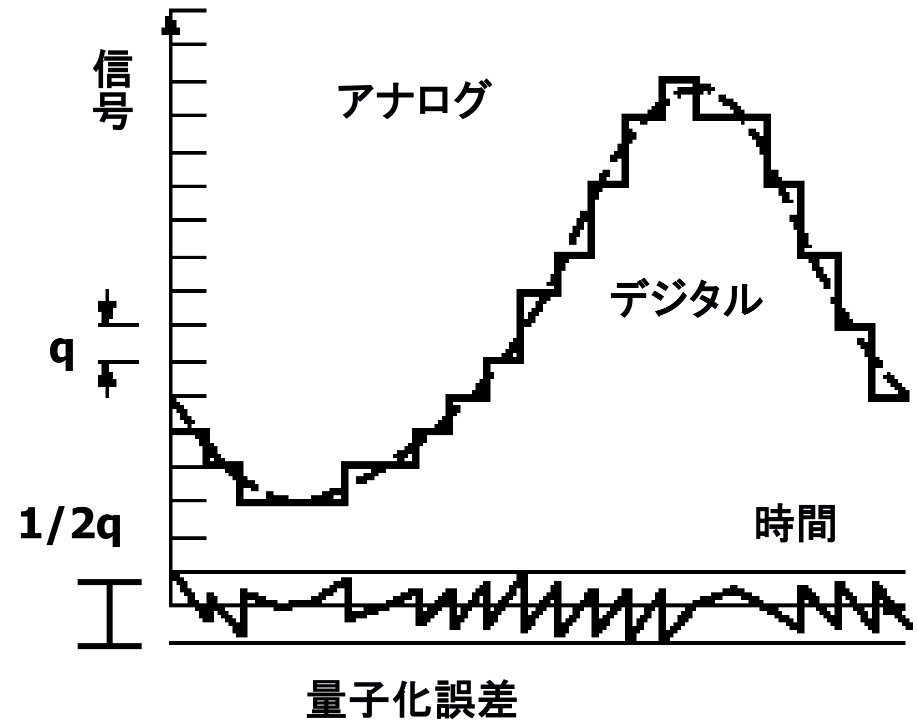
ナイキスト標本化周波数は？



量子化誤差

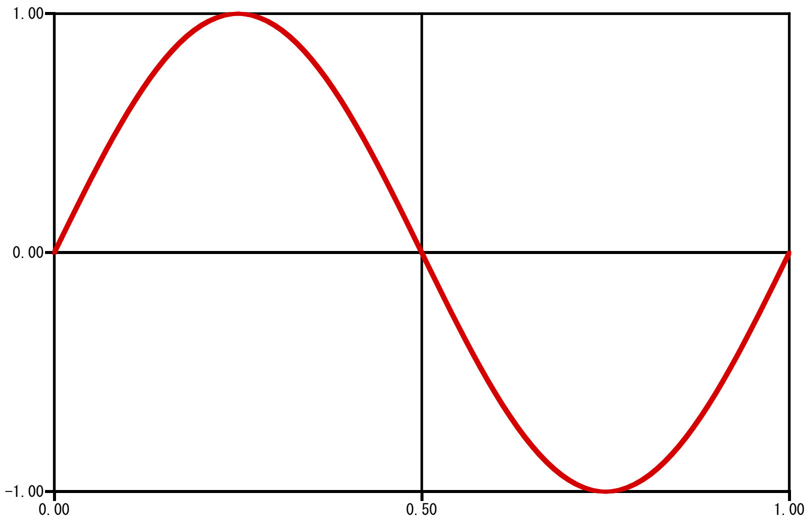
- 量子化誤差とは
  - 量子化する際の真値との差
  - 量子化ビット数が大きいと量子化誤差は小さくなるが、データ量は大きくなる。
  - 音のレコーディングでは量子化ビット数の選定が最も困難
    - 理由は入力される音の大きさが予めわからないため。
  - 実際、音楽CDは16bitsで量子化されているが、マスターレコーディングの際にはもっと大きな量子化ビット数（最近では24bits）を割り当てている。





演習課題(4/4)

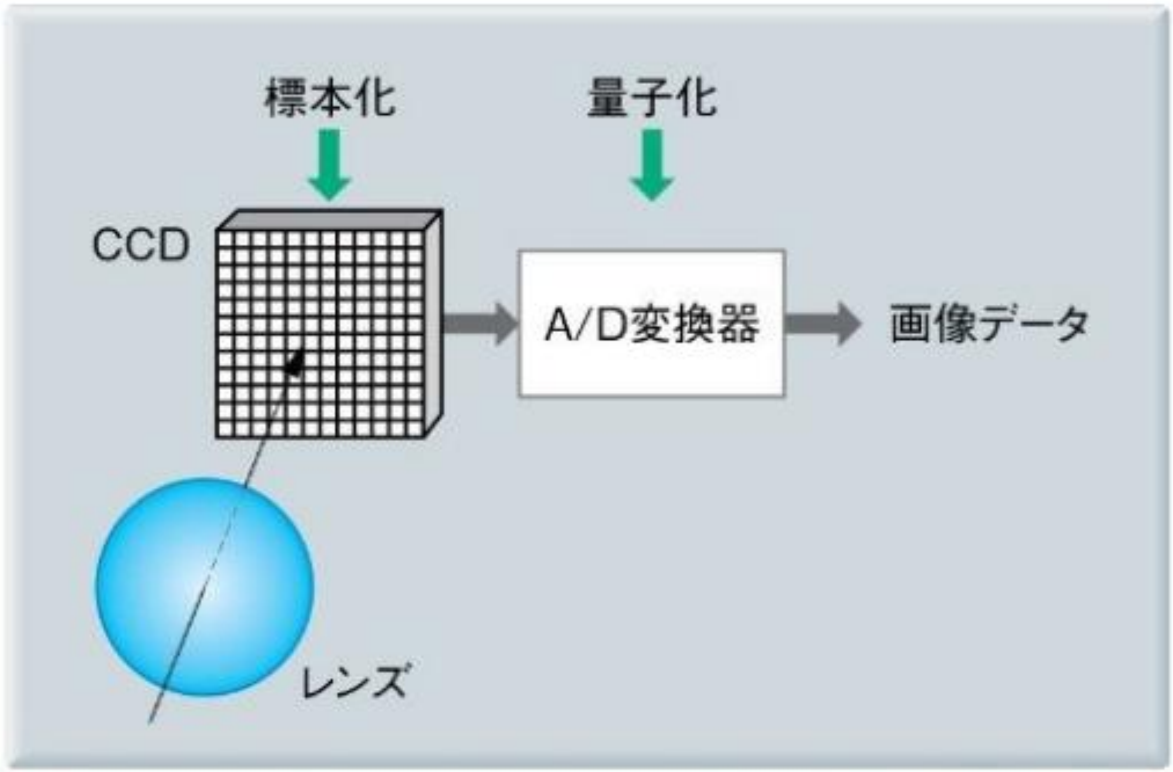
- 下図の波において標本化周波数8Hz、量子化ビット数3bitsでAD変換したときの量子化誤差の平均値を算出せよ。



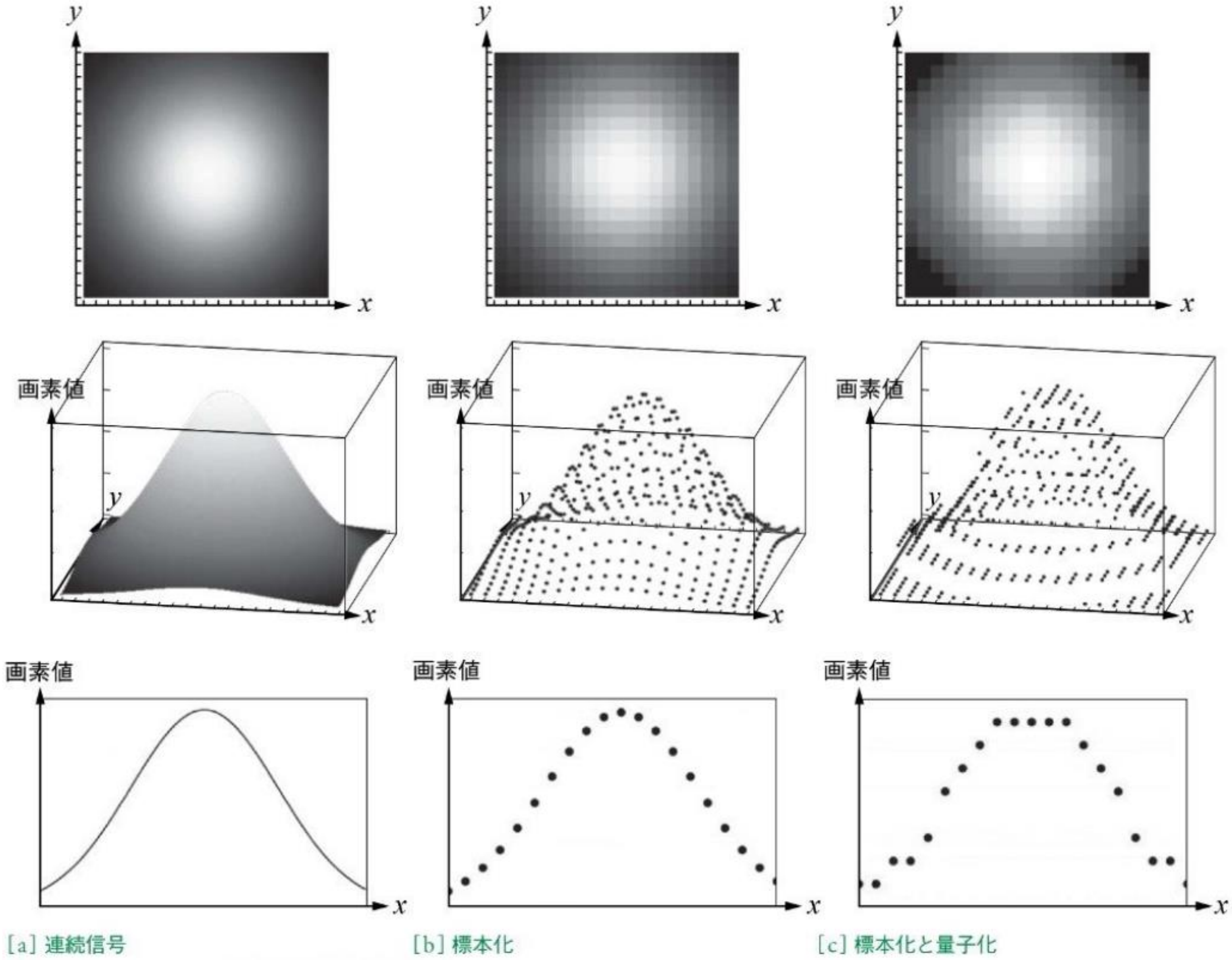
- ヒント:
  - $\sin(2*\pi*t)$
  - 8Hzで標本化するとt値は?
  - 3bitsで量子化すると分解能は？
  - $\sin(\pi/4) \fallingdotseq 0.707$
  - 誤差は絶対値で評価

【画像の場合】標本化と量子化

- アナログ信号をディジタル信号に変換する
  - 標本化（sampling）：空間、時間の離散化
  - 量子化（quantization）：値の離散化

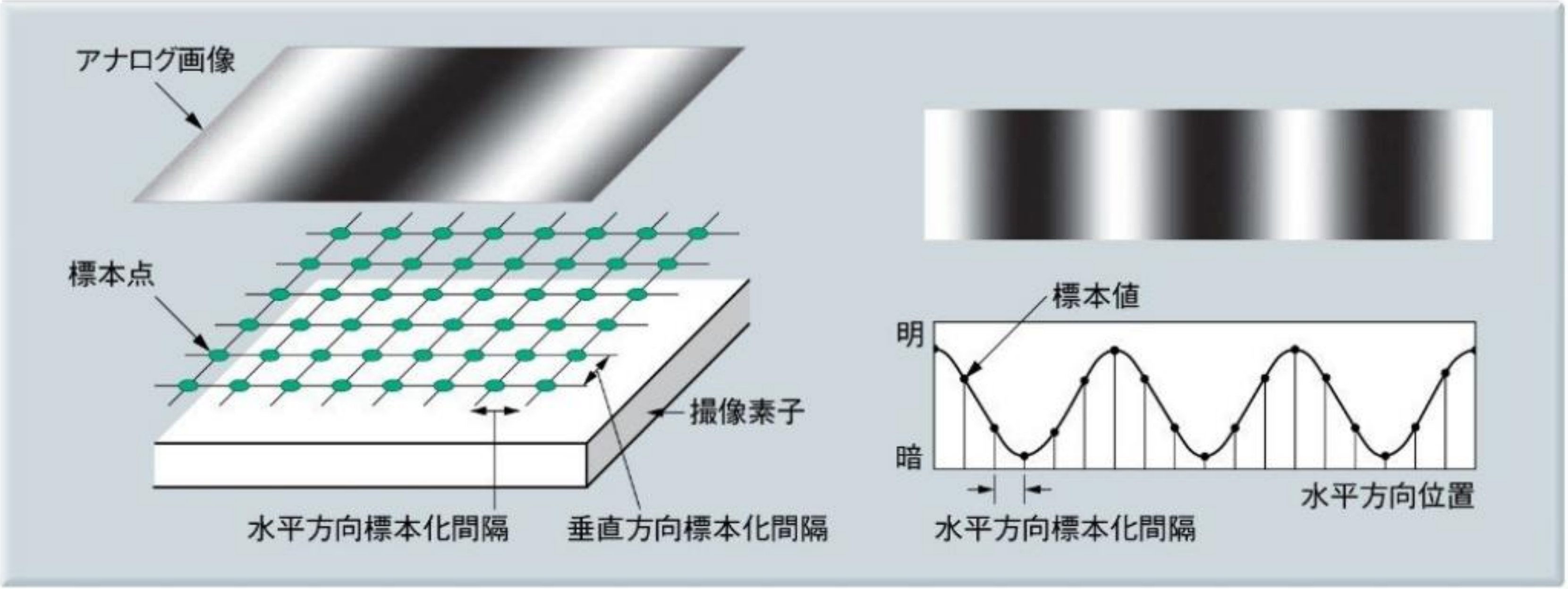


【画像の場合】アナログ画像の標本化と量子化

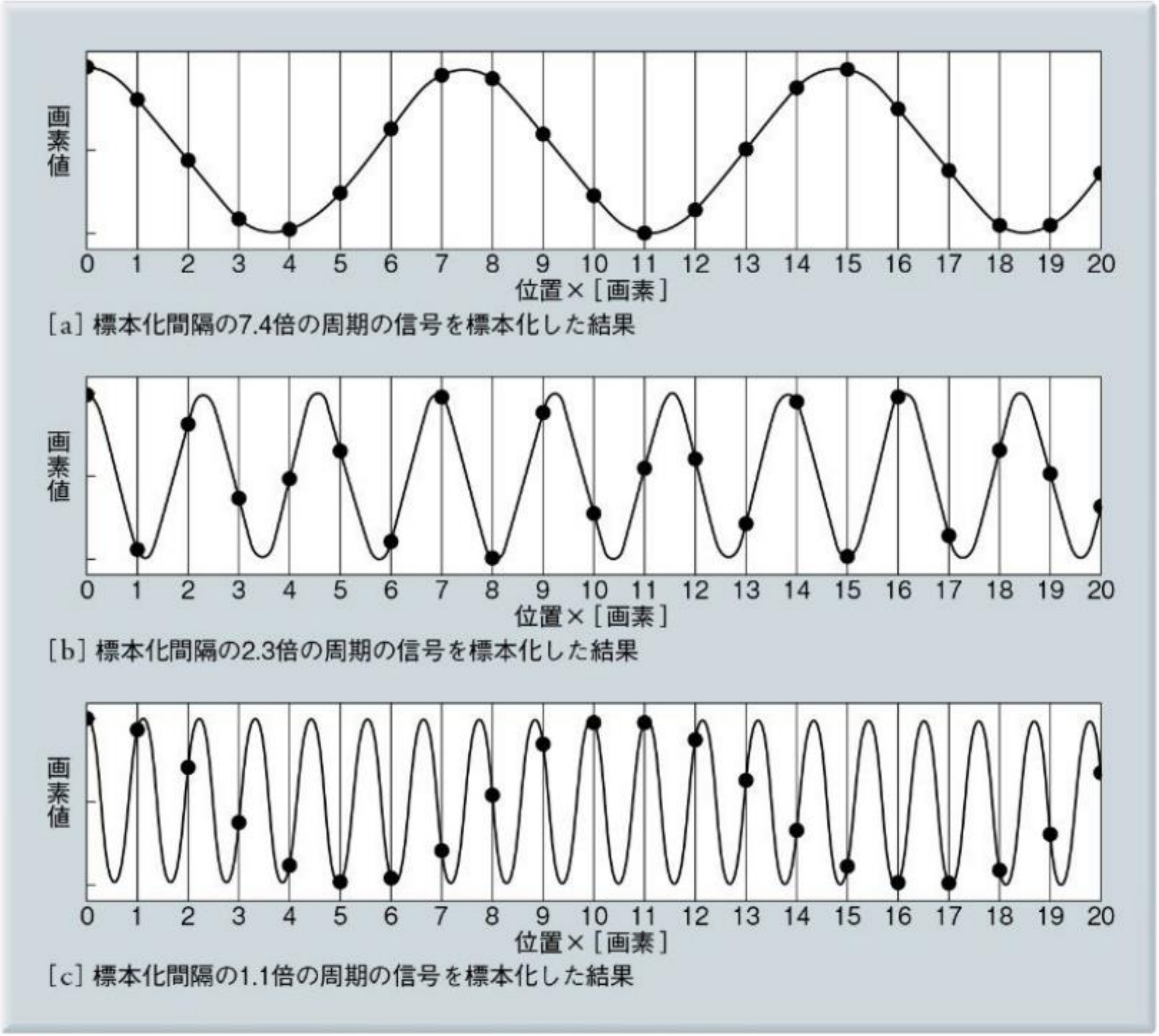


【画像の場合】標本化定理（シャノンの標本化定理）

- 時間的に変化する信号に周波数を用いるのに対して，空間的に変化する信号には空間周波数（spatial frequency）を用いる
- 元のアナログ波形の最大周波数の2倍以上の周波数で標本化すれば完全な再構成が可能



【画像の場合】標本化定理(シャノンの標本化定理)



$$f_s \geqq 2\,f_h$$

$2\,f_h$

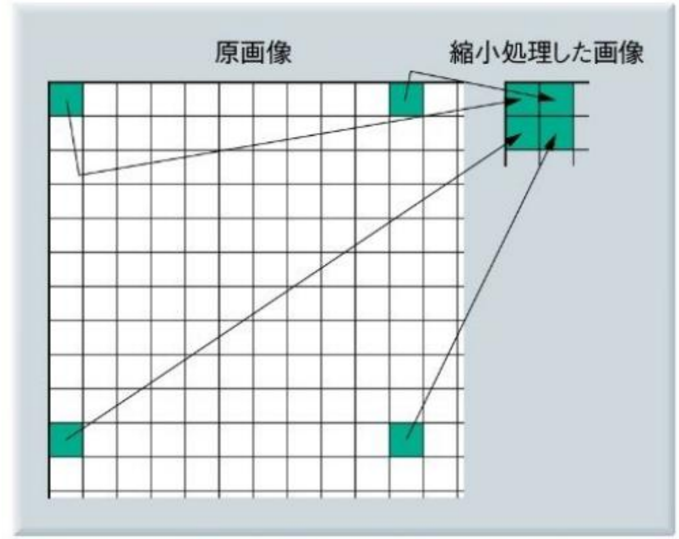
ナイキスト標本化周波数

【画像の場合】エイリアシング

- 標本値には元の信号とは異なる偽信号（alias）

【画像の場合】
ダウンサンプリング

- 標本化周波数を下げる処理
- エイリアシングが発生する可能性がある



[a]

[b]

LPF適用なし

[c]

LPF適用あり