

第一节 课

李广伟

15998643386

ligwm@dlut.edu.cn

概率与统计B



- 涵盖考研全部知识点
- 吸收了部分往届考研题
- 例题层次化
节内例题和章综合例题
- 习题梯度化
每节习题和章复习题

考核方式

期末总成绩=平时成绩（30分）+期末卷面成绩（ 100×0.7 ）

平时成绩=上机（10分）+作业+考勤（20分）

作业题=课后习题+往年期末试题精选+考研试题精选

共7次作业，少一次扣2分

第一章 概率论的基本概念

第二章 随机变量及其分布

第三章 二维随机变量及其分布

第四章 随机变量的数字特征

第五章 大数定律与中心极限定理

第一章 概率论的基本概念

随机事件及运算

概率的定义及其基本性质

等可能概型

条件概率与全概率公式

独立性与伯努利试验

§ 1.1 随机事件及运算

随机试验

样本空间

随机事件

事件间的关系与运算

随机试验

例子：

E1: 掷一硬币，观察出现正、反面的情况

E2: 掷一颗色子，观察出现的点数

E3: 掷两颗色子，观察出现的点数

E4: 任取一只灯泡，测试其寿命

1. 可以（在相同条件下）重复进行
2. 事先已知所有可能的结果（不止一个）
3. 事先不可预知哪个结果会出现

样本空间

定义.随机试验 E 的所有可能的**基本结果**组成的**集合**，称为样本空间，记作 Ω

样本空间中的元素称为样本点，记作 ω

例子：

E_1 :掷一硬币，观察出现正、反面的情况

$$\Omega_1 = \{ \text{正面}, \text{反面} \}$$

E_2 : 掷一颗色子，观察出现的点数

$$\Omega_2 = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

E3: 掷两颗色子，观察出现的点数

$$\Omega_3 = \{ (i,j), i,j=1,2,3,4,5,6 \}$$

E4: 观察一段时间内到达计数器的 α 粒子数

$$\Omega_4 = \{ 0, 1, 2, \dots \}$$

E5: 任取一只灯泡，测试其寿命

$$\Omega_5 = [0, +\infty)$$

随机事件

- 样本空间的某些子集称为（随机）事件，用A,B,C表示
- 事件也是由某些样本点组成的集合
- 事件发生当且仅当事件中的某个样本点出现

E2: 掷一颗色子，观察出现的点数, $\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,

$A = \{2, 4, 6\}$, $\omega = 4$, A发生, $\omega = 3$, A不发生

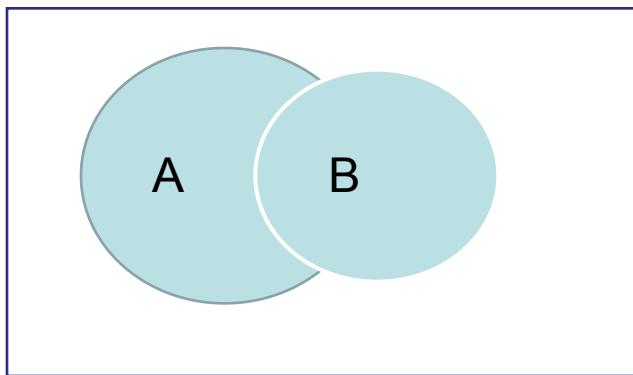
Ω : 必然事件 ϕ : 不可能事件

$\{\omega\}$: 基本事件

事件间的运算

- 和事件

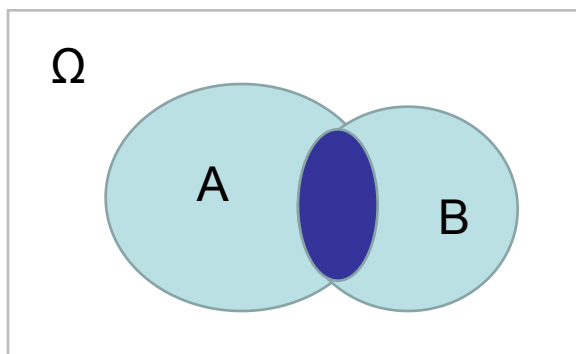
$A \cup B$: 表示事件A 或者事件B发生, 事件A与B至少发生其一



$\bigcup_{i=1}^n A_i$: 表示 A_1, A_2, \dots, A_n 至少有一个发生

- 积事件

$A \cap B = AB$: 表示事件A 发生并且事件B也发生，即事件 A与B同时发生

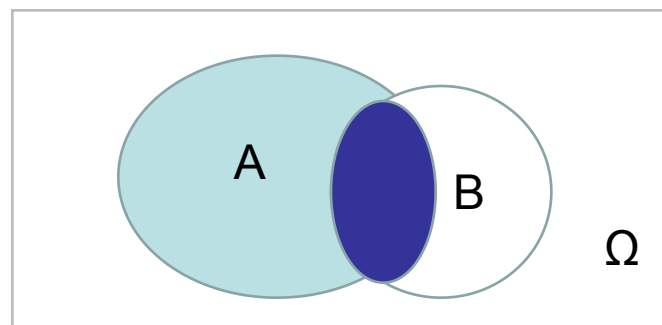


$\bigcap_{i=1}^n A_i$: 表示 A_1, A_2, \dots, A_n 同时发生

- 差事件

$A - B$: 表示事件 A 发生 B 不发生

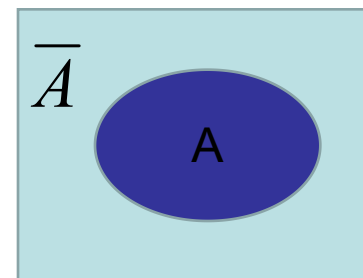
$$A - B = A - AB$$



- 补事件

$$\bar{A} = \Omega - A$$

$$\begin{cases} A \cup \bar{A} = \Omega \\ A \cap \bar{A} = \Phi \end{cases}$$



- $A - B = A \cap \bar{B} = A\bar{B}$

事件间的关系

- 包含关系

$A \subset B$, 事件 B 包含事件 A , 表示若事件 A 发生, 则 B 必然发生

相等关系: 若 $A \subset B$, 并且 $B \subset A$, 则 $A = B$.

- 互斥（互不相容）

若 $AB = \emptyset$, 称事件 A 与 B 是互斥的, 表示事件 A 与 B 不能同时发生

- 互补（互逆）

$$\begin{cases} A \cup B = \Omega \\ A \cap B = \Phi \end{cases}, \quad \text{称事件A与B互为补事件,}$$

表示事件A 与B至少发生其一，并且只能发生其一

四种运算律

- 交换律

$$A \cup B = B \cup A \quad A \cap B = B \cap A$$

- 结合律

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

- 分配律

$$A \cap (B \cup C) = A \cap B \cup A \cap C$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

- 分配律(推广)

$$B \cap \left(\bigcup_{i=1}^n A_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (A_i \cap B);$$

$$B \cup \left(\bigcap_{i=1}^n A_i \right) = \bigcap_{i=1}^n (A_i \cup B)$$

- 德·摩根律

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \overline{B}; \overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

推广: $\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \overline{A_i}; \overline{\bigcap_{i=1}^n A_i} = \bigcup_{i=1}^n \overline{A_i}$

例1.1.2 设有三个人各购买了一注福利彩票，以 **A**表示“甲中奖”，**B**表示“乙中奖”，**C**表示“丙中奖”。试用**A,B,C**表示下列事件：

- (1) 至少有一个人中奖；
- (2) 至少有一个人没中奖；
- (3) 恰有一个人中奖；
- (4) 至多有一个中奖

1) $A \cup B \cup C$ 2). $\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} = \overline{ABC}$

3). $A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C$

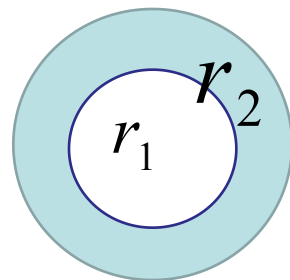
4). $A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}\overline{B}\overline{C} = \overline{A}\overline{B} \cup \overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{C}$

例1.1.3.靶子由10个同心圆组成，半径分别为 r_1, r_2, \dots, r_{10} ，且 $r_1 < r_2 < \dots < r_{10}$ ，以事件 A_k 表示命中点在半径为 r_k 的圆内，则

(1) $\bigcup_{k=1}^6 A_k$: 表示命中点在半径为 r_6 的圆域内

(2) $\bigcap_{k=1}^8 A_k$: 表示命中点在半径为 r_1 的圆域内

(3) $\overline{A_1} A_2$: 表示命中点在内径为 r_1 外径为 r_2 的圆环



复习

- 掌握事件间的四种运算：和、积、差、补
- 三种关系：包含关系、互斥、互补
- 四种运算律：交换律、结合律、分配律、德·摩根律