

The background is a solid blue color with a subtle pattern of small, light blue geometric shapes (cubes and spheres) scattered across it. A large, faint watermark of the text "中国大学MOOC" is repeated diagonally across the entire image. In the lower-left corner, there is a cluster of larger, 3D blue cubes of various sizes, some of which are slightly offset from the main plane, creating a sense of depth.

图

大连理工大学

刘馨月

主要内容

- 图的基本概念
- 图的存储
- 图的遍历
- 最小生成树
- 最短路径
- 关键路径

图的存储

顺序存储

如何表达顶点之间存在的联系？

邻接矩阵

链式存储

多重链表，如何设计结点结构？

邻接表

邻接矩阵

设图 $G = (V, E)$ 具有 $n(n \geq 1)$ 个顶点 v_1, v_2, \dots, v_n 和 m 条边或弧 e_1, e_2, \dots, e_m ，则 G 的邻接矩阵是 $n \times n$ 阶矩阵，记为 $A(G)$ 。

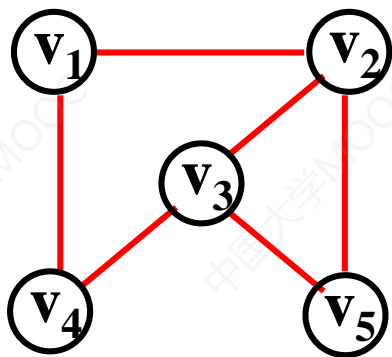
邻接矩阵存放 n 个顶点信息和 n^2 条边或弧信息。

其每一个元素 a_{ij} 定义为：

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{顶点 } v_i \text{ 与 } v_j \text{ 不相邻接} \\ 1 & \text{顶点 } v_i \text{ 与 } v_j \text{ 相邻接} \end{cases}$$

邻接矩阵

例无向图 G



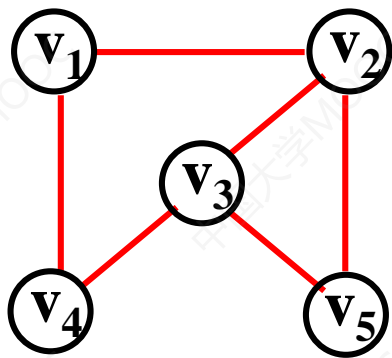
$$A(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

优点:

1. 容易判断任意两个顶点之间是否有边或弧。
2. 容易求取各个顶点的度。

邻接矩阵

例无向图 G



$$A(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

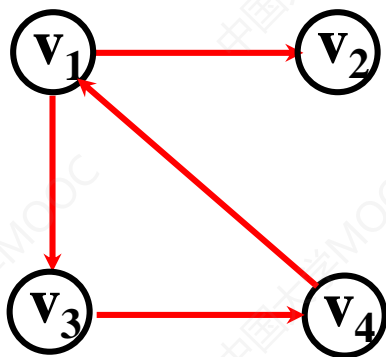
例图 G 中， v_1 的度为 2。

无向图，顶点 v_i 的度是邻接矩阵中第 i 行或第 i 列的元素之和。

图的存储

邻接矩阵

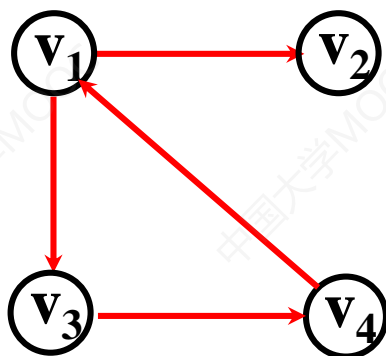
例有向图 G



$$A(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

邻接矩阵

例有向图 G



$$A(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

例图G中， v_1 的出度为 2；入度为 1。

有向图，顶点 v_i 的出度是邻接矩阵中第 i 行的元素之和。

顶点 v_i 的入度是邻接矩阵中第 i 列的元素之和。

邻接矩阵

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}\end{array}$$

无向图

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}\end{array}$$

有向图

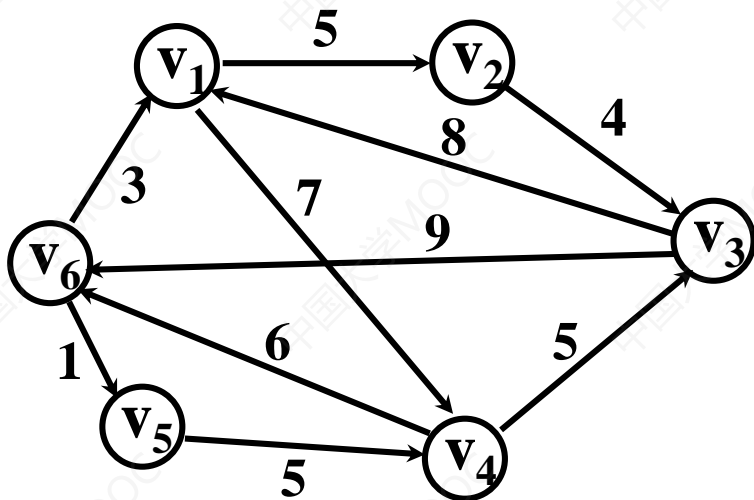
无向图的邻接矩阵都是**对称矩阵**。

有向图的邻接矩阵一般不对称。

故无向图可以采用压缩存储方式。

图的存储

带权图的邻接矩阵



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \infty & 5 & \infty & 7 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty \\ 8 & \infty & \infty & \infty & \infty & 9 \\ \infty & \infty & 5 & \infty & \infty & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 5 & \infty & \infty \\ 3 & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \text{顶点 } v_i \text{ 与 } v_j \text{ 相邻接} \\ \infty & \text{顶点 } v_i \text{ 与 } v_j \text{ 不相邻接} \end{cases}$$

邻接表

对于稀疏图，可以采用邻接表存储法。

对图中每一个顶点建立一个单链表，指示与该顶点关联的**边**。

顶点结点

vexinfo	firstarc
---------	----------

vexinfo: 顶点的信息

firstarc: 第一条关联边结点

边表结点

adjvex	arcinfo	nextarc
--------	---------	---------

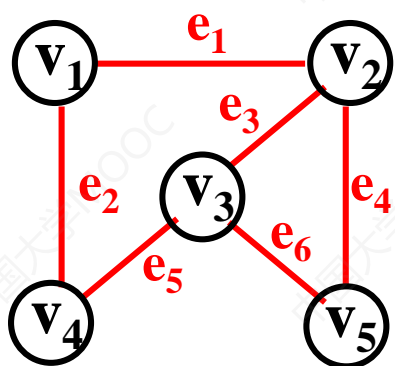
adjvex: 邻接顶点位置

arcinfo: 边的信息

nextarc: 下一条关联边边表结点

图的存储

邻接表



0	v_1		→	1	e_1		→	3	e_2	\wedge				
1	v_2		→	0	e_1		→	2	e_3		→	4	e_4	\wedge
2	v_3		→	1	e_3		→	3	e_5		→	4	e_6	\wedge
3	v_4		→	0	e_2		→	2	e_5	\wedge				
4	v_5		→	1	e_4		→	2	e_6	\wedge				

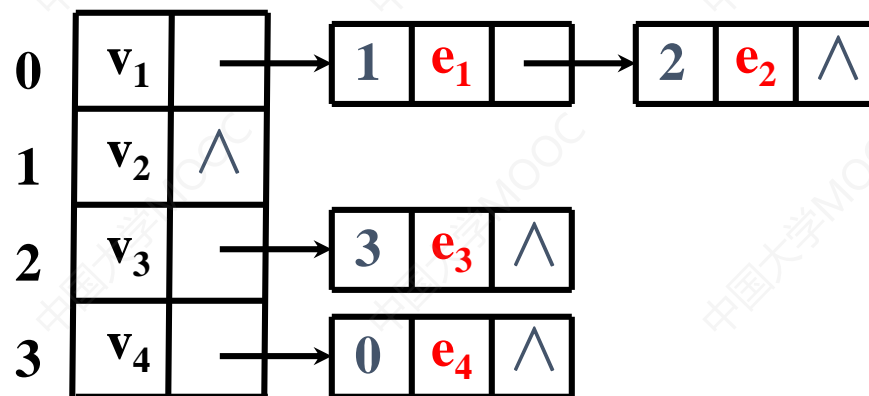
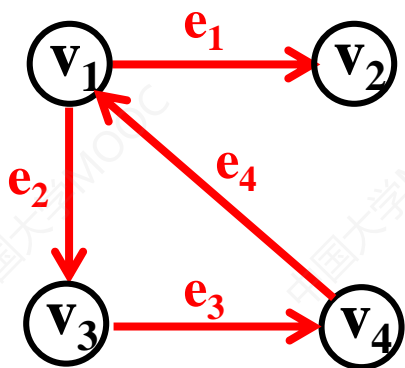
如何获取顶点的度？

顶点 v_i 的度为第 i 条链表中的结点数。

需要多少存储空间？ $n + 2e$

图的存储

邻接表



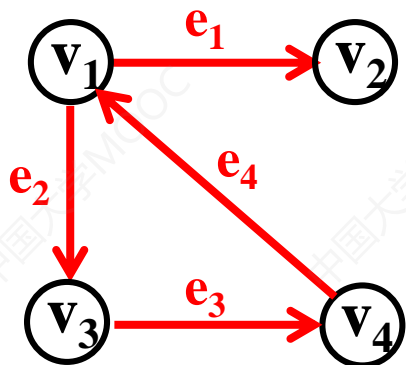
如何获取顶点的度？

顶点 v_i 的出度为第 i 条链表中的结点数。

需要多少存储空间？ $n + e$

图的存储

邻接表



为了方便求顶点的入度，引入逆邻接表

0	v ₁	→	3	e ₄	∧
1	v ₂	→	0	e ₁	∧
2	v ₃	→	0	e ₂	∧
3	v ₄	→	2	e ₃	∧

邻接表

- 若图中有 n 个顶点和 e 条边，
 - 无向图，则需要用到 n 个顶点结点和 $2e$ 个边结点；
 - 有向图，不考虑逆邻接表，只需要 n 个顶点结点和 e 个边结点。
- 当边数 e 很小时，邻接表可以节省大量的存储空间。

The background is a solid blue color with a subtle pattern of small, light blue geometric shapes (cubes and spheres) scattered across it. A large, faint watermark of the text "中国大学MOOC" is repeated diagonally across the entire image. In the center, the character "图" is displayed in a large, white, serif font.

图

大连理工大学

刘馨月