第 4 节课

§ 1.3.1 几何概型

例1 **“在一个有200人的班级里，至少有两人生日相同”**的概率。

（一年按365天算）

解： 1）总数： 365^{200} 不利个数：A_{365}^{200}

$$P(A)=1-\frac{A_{365}^{200}}{365^{200}}$$

2） 至多一人生日在今天

有利个数： $364^{200}+200\times 364^{199}$

$$P(B)=\frac{364^{200}+200\times 364^{199}}{365^{200}}$$

例2　5双不同型号的鞋，10只，从中任取4只，求4只鞋至少含一双的概率

解：　总数：C_{10}^4

1）有利个数：$C_5^1C_8^2-C_5^2$　　$P(A)=\dfrac{C_5^1C_8^2-C_5^2}{C_{10}^4}$

1　2　3　4　5

2）有利个数：$C_5^2+C_5^1C_4^2 2^2$　　$P(A)=\dfrac{C_5^2+C_5^1C_4^2 2^2}{C_{10}^4}$

3）逆事件　有利个数：$C_5^4 2^4$　　$P(A)=1-\dfrac{C_5^4 2^4}{C_{10}^4}$

$$=1-\frac{10\times8\times6\times4}{10\times9\times8\times7}$$

例3　从1~100中随机取一个数，

求这个数既不能被3整除，也不能被4整除 的概率。

解： $A=\{能被3整出\}$　$B=\{能被4整出\}$

$$P(A)=\frac{33}{100}\qquad P(B)=\frac{25}{100}$$

$$P(AB)=\frac{8}{100}$$

$$P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$$

$$=1-[P(A)+P(B)-P(AB)]$$

例4　一个接待站接待上访事宜，假设一周7个工作日中接待了12次上访，而这12次上访恰好发生在周二周四两天，问你认为这个接待站是有意把接待时间安排在这两天还是随机发生在这两天的。

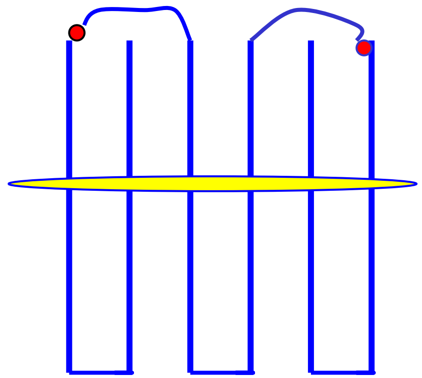
解：$P(A)=\dfrac{2^{12}-2}{7^{12}}$ =0.0000003

小概率事件一次实验中不可能发生原理。

例5　结绳成环，6根绳，两头随机相接，求能成环的概率。

$$P(A)=\frac{6\times4\times4\times2\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{4\times2\times1}{5\times3\times1}$$

$$\frac{(n-2)!!}{(n-1)!!}$$



几何概型

$$P(A)=\frac{n_A}{n}$$

特征：

1.样本空间的样本点有无限个；

2.每个样本点发生的可能性大小相同

那么对于任意时事件的概率为：

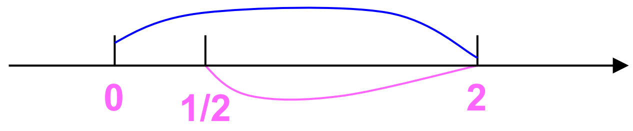
$$P(A)=\frac{m_A}{m_\Omega}$$

$$=\frac{\text{有利事件的度量值}}{\text{样本空间的度量值}}$$

×

例1. 从区间【0,2】中任取一个实数，求此数大于1/2的概率。

解： $P(A)=\dfrac{2-1/2}{2}$



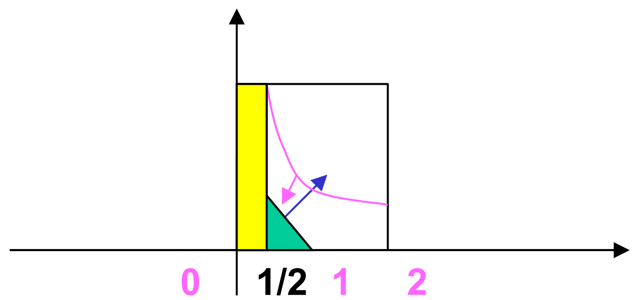
例2. 从区域【0,2】×【02】 中任取一个点 (x,y)，求 $x+y$ 大于1的概率及 $xy<1$的概率。

解： 1） $m_\Omega=4$ $m_A=4-1/2$ $P(A)=\dfrac{4-1/2}{4}$

2） $m_B=1+\displaystyle\int_{1/2}^{2}\frac{1}{x}dx$

$=1+\ln 2-\ln 1/2=1+2\ln 2$

$P(B)=\dfrac{1+2\ln 2}{4}$

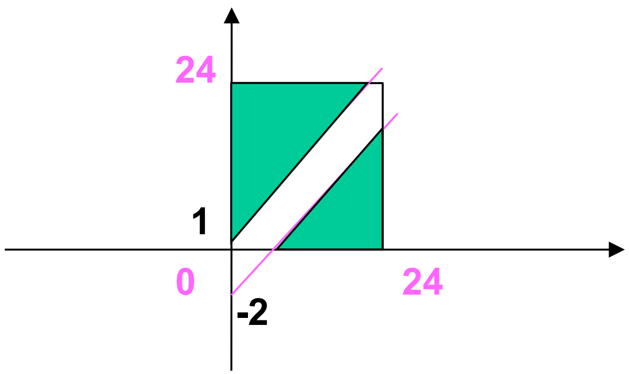


例3. 甲乙两艘轮船共用一个码头，甲船靠岸后的停泊时间是1小时，乙船靠岸后的停泊时间是2小时，在一天内两艘船靠岸的时间是任意的，求每艘船靠岸时都不需等待的概率

解：设甲船到达时刻为 x, 乙船到达时刻为 y, 则：

不需等待的条件是：

$$\boxed{x-y>1;\quad y-x>2}$$



$$m_\Omega = 24\times 24$$

$$m_A = \frac{22\times 22+23\times 23}{2}$$

$$P(A) = \frac{22\times 22+23\times 23}{2\times 24\times 24}$$

例4.　将一根长a米的木棒随机折成3段，问这三段能构成一个三角形的概率

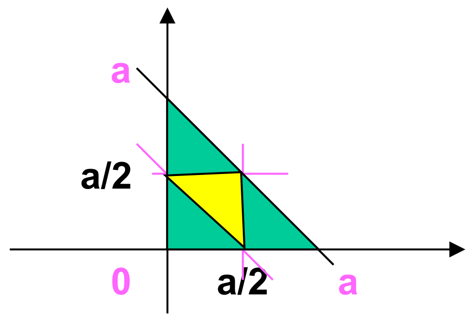
解：设一段长为 x，另一段长为 y，　则第三段长为$a-x-y$,

并且x，y 满足的条件为：

$$\begin{cases} a > x > 0 \\ a > y > 0 \\ 0 < a-x-y < a \end{cases}$$

即：

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 0 < x+y < a \end{cases}$$



构成三角形的条件为的条件为：

$$x + y > a - x - y$$
$$x + (a - x - y) > y$$
$$y + (a - x - y) > x$$

即：

$$\begin{cases} x < \dfrac{a}{2} \\ y < \dfrac{a}{2} \\ x+y > \dfrac{a}{2} \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

下 次 课 交 第 一 次 作 业！