RITSUMEIKAN

機械学習 第１４回 強化学習

立命館大学 情報理工学部

村上 陽平

Beyond Borders

講義スケジュール

- 担当教員：村上、福森（第1回～第15回）

1	機械学習とは、機械学習の分類
2	機械学習の基本的な手順
3	識別（１）
4	識別（２）
5	識別（３）
6	回帰
7	サポートベクトルマシン
8	ニューラルネットワーク
9	深層学習
10	アンサンブル学習
11	モデル推定
12	パターンマイニング
13	系列データの識別
14	**強化学習**
15	半教師あり学習

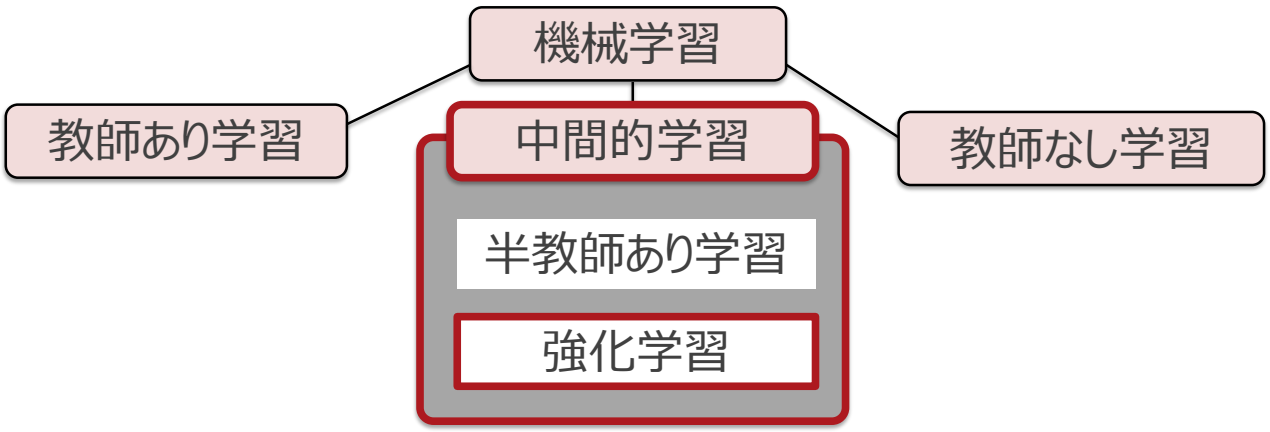
- 担当教員：叶昕辰先生（第16回の講義を担当）

今回の講義内容

- 取り扱う問題の定義
- 強化学習
- マルコフ決定過程による定式化
  - K-armed bandit 問題
- Q値の推定方法
  - モデルベース
  - モデルフリー（TD学習）
- 演習問題
- 定期試験について

取り扱う問題の定義：強化学習

- **教師信号に準(じゅん)ずる情報が、一部の学習データのみに与えられる状況で、各状態における最適な出力を学習**
  - 教師あり/教師なし学習の中間的な設定
    - 教師時々(ときどき)あり学習という位置づけ



強化学習

□ 強化学習

■ 報酬を得るために、各状態に対して
何らかの行為を行う意思決定エージェントの学習

- 行為を行う意思決定エージェントの例
  - ロボット、将棋や囲碁などを行うプログラムなど
- エージェントには、状態に関する情報が与えられる
  - ロボットの場合：センサ・カメラ・マイクなどからの入力が環境

■ エージェントが**なるべく多くの報酬を得ることを目的**として
状態（カテゴリ）や状態の確率分布（連続値）を入力として、
行為（カテゴリ）を出力する関数を学習

- 学習過程の定式化に**マルコフ決定過程**が用いられる

強化学習：マルコフ決定過程

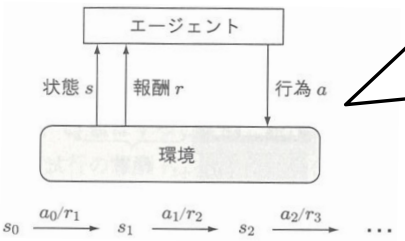
□ マルコフ決定過程（Markov Decision Process; MDP）

■ マルコフ性をもつ確率過程における意思決定問題
次の状態において、ある事象の起こる確率は現在の状態だけから決まる
（過去の状態には依存しない）という性質

■ マルコフ決定過程は、以下の条件を仮定

1. 環境を離散的な状態の集合 $S = \{s | s \in S\}$ でモデル化
2. 時刻 t で、ある状態 s_t において、エージェントが行為 a_t を行うと
報酬 r_{t+1} が得られ、状態 s_{t+1} に遷移
3. 状態遷移は確率的で、その確率は遷移前の状態にのみ依存

マルコフ
決定過程

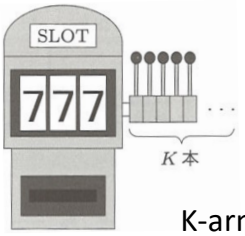


報酬rは、たまにしか与えられない
将棋やチェスなどのゲームを考えると、
「個々の手が良いか？悪いか？」は
その手だけでは判断できず、
最終的に勝ったときに報酬が与えられる

1状態問題の定式化 –K-armed bandit 問題-

K-armed bandit

- K本のアームをもつスロットマシン
- マルコフ決定過程のもとで最も単純な例
  - **1状態**：1台のスロットマシン
  - K種の行為：K本の内、どのアームを引くか？
  - 報酬：即時に与えられる
    - K本のアームは、それぞれ賞金の期待値が異なる（とする）
  - 学習結果：スロットマシンで、最大の報酬を得る行為



K-armed bandit

1状態問題の定式化 –K-armed bandit 問題-

報酬が**決定的**な状況での定式化

- 全ての行為を順に試みて
  最も報酬の高い行為を学習結果とすれば良い
- Q値を最大にする行為を考える
  - Q値：行為aによって得られる報酬の推定値 $Q(a)$
- 定式化
  1. 行為aによって得られる報酬量が不明なので、
     全てのaについて$Q(a) = 0$とする
  2. 可能なaを順番に行い、そのときの報酬r_aを得る → $Q(a) = r_a$
  3. Q値が最大のaが最終的に得られる行為

1状態問題の定式化 –K-armed bandit 問題-

□ 報酬が**非決定的**な状況での定式化

■ 行為aに対応する報酬rが確率分布$p(r|a)$に従うと仮定

- 各アームを1回だけ引くのではなく、
  何度も引いて、平均的な報酬が多いアームを選ぶことになる
  - 何度も試行して確率分布 $p(r|a)$を推定することと同じ
- 下式に従って、試行を繰り返して
  行為aの報酬の推定値$Q(a)$を収束させれば良い

$$Q_{t+1}(a) = Q_t(a) + \eta\{r_{t+1}(a) - Q_t(a)\}$$

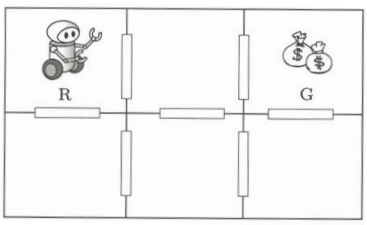
- $Q_{t+1}(a)$：時刻$t+1$における行為aの報酬（推定値）
- $Q_t(a)$：時刻tにおける行為aの報酬（推定値）
- η：学習係数
- $r_{t+1}(a) - Q_t(a)$：変動幅
  時刻tにおける行為aによる試行の報酬$r_{t+1}(a)$と、現在のQ値の差

※ 学習係数 η：Q値が収束するように時刻tの増加に従って減少（初期値：1以下の適当な値）

マルコフ決定過程による定式化

□ **複数の状態**をもつ問題に拡張

■ ロボットRが迷路を移動して、ゴールGに到着すれば報酬が与えられる状況を考える



状態遷移を伴う問題

報酬や遷移が確率的であると想定
例えば、ロボットのゴールを探知するセンサがノイズで誤作動をしたり、路面状況でスリップが生じるなどの不確定（確率的）な要因で行為が成功しない状況が考えられる

■ この問題を以下の状況でのマルコフ決定過程として定式化

- 報酬と次状態への遷移の確率：現在の状態と行為のみに依存

- 時刻tにおける状態 $s_t \in S$
- 時刻tにおける行為 $a_t \in A(s_t)$
- 報酬 $r_{t+1} \in \mathbb{R}$（実数）、確率分布 $p(r_{t+1}|s_t, a_t)$
- 次状態 $s_{t+1} \in S$、確率分布 $p(s_{t+1}|s_t, a_t)$

マルコフ決定過程による定式化

マルコフ決定過程における学習

- 「各状態でどの行為をとれば良いのか？」という意思決定規則（政策(せいさく)π）を獲得していくプロセス
- 政策πの良さは、その政策に従って行動したときの累積報酬の期待値で評価
  - 状態s_tから政策πに従って行動した時に得られる累積報酬の期待値 $\boldsymbol{V^{\pi}(s_t)}$

$$V^{\pi}(s_t) = E(r_{t+1} + \gamma r_{t+2} + \gamma^2 r_{t+3} + \cdots) = E\left(\sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i}\right)$$

  - γ：割引率(わりびき) $(0 \leq \gamma < 1)$
    - » あとに得られる報酬ほど割引いて計算するための係数
    - » 同じ報酬に辿り着けるなら、より短い手順を優先

マルコフ決定過程による定式化

学習の目標は、最適政策 $\boldsymbol{\pi^*}$を獲得すること

- **最適政策** π^*
  - 累積報酬の期待値が全ての状態に対して最大となる政策

$$\pi^* \equiv \underset{\pi}{\operatorname{argmax}}\, V^{\pi}(s_t), \forall s_t$$

- 最適政策 π^*に従ったときの累積報酬の期待値 $V^{\pi^*}(s_t)$
  - 状態s_tで行為a_tを行った後、最適政策に従ったときの期待累積報酬の見積もり $Q^*(s_t, a_t)$が最大となる行為a_tを選択

$$Q^*(s_t, a_t) = E(r_{t+1}) + \gamma \sum_{s_{t+1}} P(s_{t+1}|s_t, a_t) \max_{a_{t+1}} Q^*(s_{t+1}, a_{t+1})$$

（※ 式の導出：次スライドの補足資料）

  - 状態s_tでの最適政策 $\pi^*(s_t)$

$$\pi^*(s_t): \text{Choose } a_t^* \quad \text{if} \quad Q^*(s_t, a_t^*) = \max_{a_t} Q^*(s_t, a_t) = V^{\pi^*}(s_t)$$

どのようにしてQ値を推定するか？

補足資料

マルコフ決定過程による定式化

- 状態s_tで行為a_tを行った後、最適政策に従ったときの期待累積報酬の見積もり $Q^*(s_t, a_t)$ の算出方法

$$V^{\pi^*}(s_t) = \max_{a_t} Q^*(s_t, a_t) = \max_{a_t} E\left(\sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i}\right)$$

最適政策π^*に従ったときの累積報酬の期待値

$$= \max_{a_t} E\left(\sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i}\right) = \max_{a_t} E\left(r_{t+1} + \gamma \sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i+1}\right)$$

$$= \max_{a_t} E\left(r_{t+1} + \gamma V^{\pi^*}(s_{t+1})\right)$$

$V^{\pi^*}(s_{t+1})$
状態s_{t+1}以降も最適政策π^*に従ったときの累積報酬

無限時刻の和で表現される状態評価関数を、隣接時刻間の再帰方程式で表現

補足資料

マルコフ決定過程による定式化（つづき）

前のスライドでは
無限時刻の和の状態評価関数を、隣接時刻間の再帰方程式で表現
※ この再帰方程式をベルマン方程式 (Bellman equation) と呼ぶ

$$V^{\pi^*}(s_t) = \max_{a_t} E\left(\sum_{i=1}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t+i}\right) = \max_{a_t} E\left(r_{t+1} + \gamma V^{\pi^*}(s_{t+1})\right)$$

無限時刻の和の状態評価関数

隣接時刻間の再帰方程式

状態遷移確率を明示的にすると...

$$V^{\pi^*}(s_t) = \max_{a_t} \left\{E(r_{t+1}) + \gamma \sum_{s_{t+1}} P(s_{t+1}|s_t, a_t) V^{\pi^*}(s_{t+1})\right\}$$

状態遷移確率

Q値を用いて書き換えると...

$V^{\pi^*}(s_{t+1}) = \max_{a_t} Q^*(s_{t+1}, a_{t+1})$

$$Q^*(s_t, a_t) = E(r_{t+1}) + \gamma \sum_{s_{t+1}} P(s_{t+1}|s_t, a_t) \max_{a_{t+1}} Q^*(s_{t+1}, a_{t+1})$$

Q値の推定手法

- Q値の推定手法は
  モデルに関する知識の前提によって分類
  - **モデルベースの手法**
    - 環境をモデル化する知識（状態遷移確率と報酬の確率分布）が与えられている場合に、動的計画法の考えを用いてQ値を求める
  - **モデルフリーの手法**
    - 環境のモデルを持っていない場合（状態遷移確率と報酬の確率分布が未知の場合）、試行錯誤を通じて環境と相互作用をした結果を使って学習する

Q値の推定手法：モデルベースの学習

- **モデルベースの手法**
  - 以下の2つの情報が与えられているものとする
    - 状態遷移確率 $P(s_{t+1}|s_t, a_t)$
    - 報酬の確率分布 $P(r_{t+1}|s_t, a_t)$
  - Value iterationアルゴリズムによって、
    状態評価関数 $V(s)$の最適値を求める
    - それぞれの状態でQ値を最大とする行為（最適政策）が求まる
    - 次スライドでValue iterationアルゴリズムを説明

Q値の推定手法：モデルベースの学習

Value iterationアルゴリズム

$V(s)$を任意の値で初期化
repeat
　for all $s \in S$ **do**
　　for all $a \in A$ **do**
　　$Q(s,a) \leftarrow E(r|s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,a)V(s')$
　　end for
　　$V(s) \leftarrow \max_a Q(s,a)$
　end for
until $V(s)$が収束

※ $V(s)$：状態価値関数、$E(r|s,a)$：報酬の期待値、$P(r_{t+1}|s_t,a_t)$：報酬の確率分布

※ 報酬がもらえる状態（例：ゴール）が1つだけある場合
ゴール状態の1つ手前での最適行為が得られ、次にその一つ手前、さらにその一つ手前…と繰り返しを重ねるごとに正しい最適値が得られる状態がゴールを中心に広がっていくイメージ

Q値の推定手法：モデルフリーの学習

TD (Temporal Difference) 学習

- モデルが未知なので、環境の探索が必要になる
- 探索戦略としてϵ-greedy法を用いる
  - 確率$1-\epsilon$ $(0<\epsilon<1)$で最適な行為、
    確率ϵで、それ以外の行為を実行する探索手法
  - 実際は、Q値を確率に変換した下式を基準に行為を選択

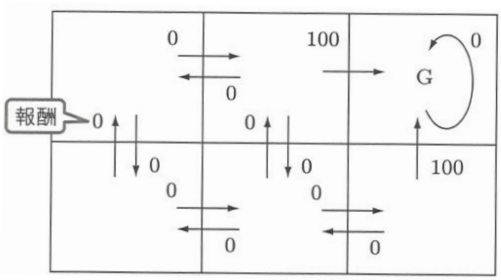
$$P(a|s) = \frac{\exp\{Q(s,a)/T\}}{\sum_{a \in A} \exp\{Q(s,a)/T\}}$$

    - 探索の初期は色々な行為を試し、落ち着いてくると最適な行為を多く選ぶように温度Tの概念を導入
      » 学習が進むにつれて、Tを小さくすることで、学習結果が安定
    - 温度Tが高ければ全ての行為を等確率に近い確率で選択し、低ければ最適なものに偏る

Q値の推定手法：決定的なTD学習

- **報酬と遷移は未知だが決定的に定まる場合**のTD学習を考える
  - 例：迷路での最適行為の獲得
    - この場合のベルマン方程式は、確率的な要素を取り除いて表現

$$Q(s_t, a_t) = r_{t+1} + \gamma \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1})$$



迷路の例（迷路での最適行為の獲得）

Q値の推定手法：決定的なTD学習

- TD学習のアルゴリズム
  - 報酬と遷移が決定的な場合

$Q(s,a)$を0に初期化
for all エピソード **do**
　repeat
　　探索基準に基づき行為aを選択
　　行為aを実行し、報酬rと次状態s'を観測
　　/* 以下の式でQ値を更新 */
　　$Q(s,a) \leftarrow r + \gamma \max_{a'} Q(s',a')$
　　$s \leftarrow s'$
　until sが終了状態
end for

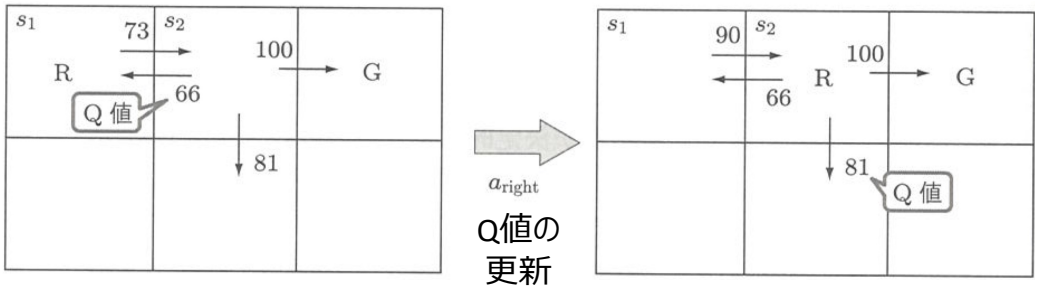
※ **エピソード**：1回の試行（スタートからゴールに着くか、ある移動回数に達するまでの行為系列）
※ 学習データ：エピソードの集合

Q値の推定手法：決定的なTD学習

- TD学習（Q値の更新）の例
  - 状態s_1にロボットRがいるときのQ値が左図であったとする
  - 右に移動する行為a_{right}をとると、報酬は0、状態s_2になる
    - Q値は以下のように更新

$$Q(s_1, a_{\text{right}}) \leftarrow r + \gamma \max_{a'} Q(s_2, a') \leftarrow 0 + 0.9 \max\{66,81,100\} \leftarrow 90 \quad (※\ \gamma = 0.9)$$

    - これを可能な全ての遷移系列について繰り返せば、ゴールGの報酬が末端（まったん）まで伝播して、全状態での最適行動が求まる



Q値の推定手法：確率的なTD学習

- **報酬と遷移は非決定的な場合**のTD学習を考える
  - 現在のQ値に一定割合の更新分を加えて、その割合を時間とともに減らす更新式を用いる
    - 1状態・非決定性の問題と同様

$$Q(s,a) \leftarrow Q(s,a) + \eta \left\{ r + \gamma \max_{a'} Q(s', a') - Q(s,a) \right\}$$

  - 学習係数ηを適切に設定し、各状態で全ての行為（しょうめい）を十分な回数行えれば、Q値が収束（じっさい）することが証明
    - あくまで理論上の話で、実際にロボットを動かして強化学習を行わせるようなケースは少なく、パラメータを変えてシミュレーション結果を評価することが多い

演習問題15-1（5分間）

- 「強化学習」と「教師あり/教師なし学習」の違いを考えなさい