examination scheduling

Alexander Eckl, Maximilian Fiedler, Mickael Grima, Roland Halbig

March 21, 2016

Technische Universität München

problem description

To find a good examination schedule for the exam period of the TUM

constants

$$
\begin{aligned}
s_i &:= \text{Number of students signed up for exam } i. \\
c_k &:= \text{Number of available seats in the lecture room } k. \\
Q &:= \text{Kollisionsmatrix} \\
q_{i,j} &:= \begin{cases} 0, & \text{falls Prüfung } i \text{ und } j \text{ gleichzeitig stattfinden können} \\ 1, & \text{sonst} \end{cases} \\
T &:= \text{Sperrmatrix} \\
t_{i,j} &:= \begin{cases} 1, & \text{falls Raum } k \text{ zum Zeitintervall } l \text{ geöffnet ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \\
h_l &:= \text{Anzahl der Stunden von Periode } l \text{ nach Beginn des Prüfungszeitraumes}
\end{aligned}
$$

variablen

$$x_{i,k,l} := \begin{cases} 1, & \text{wenn Prüfung } i \text{ zum Zeitpunkt } l \text{ in Raum } k \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$y_{i,l} := \begin{cases} 1, & \text{wenn Prüfung } i \text{ im Zeitinterval } l \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Dimensionen:

$$n : AnzahlderPrfungen$$

$$r : AnzahlderRume$$

$$p : AnzahlderZeitintervalle$$

constraints

1. Verknüpfung der Variablen

$$\sum_{k=1}^{r} x_{i,k,l} \leq y_{i,l} \cdot r \quad \forall i \in [n] \forall l \in [p]$$

$$\sum_{k=1}^{r} x_{i,k,l} \geq y_{i,l} \quad \forall i \in [n] \forall l \in [p]$$

2. Jede Prüfung wird auf genau einem Zeitinterval eingeplant

$$\sum_{l=1}^{p} y_{i,l} = 1 \quad \forall i \in [n]$$

3. Konfliktvermeidung

$$\sum_{j=1, j>i}^{n} q_{i,j} y_{j,l} \leq (1 - y_{i,l}) \sum_{\nu=1}^{n} q_{i,\nu} \quad \forall i \in [n], \forall l \in [p]$$

5. Alle Studierenden bekommen einen Platz

$$\sum_{l=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} c_k x_{i,k,l} \geq s_i \quad \forall i \in [n]$$

6. Jedem Raum wird je Zeit maximal eine Prüfung zugeteilt

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,k,l} \leq t_{k,l} \quad \forall k \in [r], \forall l \in [p]$$

7. Clique Constraints

$$\sum_{jinclique} y_{i,l} \leq 1 \quad \forall l \in [p]$$

zielfunktion

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} \sum_{l=1}^{p} s_i x_{i,k,l} - \gamma \min_{j>i:q_{i,j}>0} |\Delta h_{i,j}|$$

where $\Delta h_{i,j} := \sum_{l=1}^{p} h_l(y_{i,l} - y_{j,l})$. Resolving abs:

$$\begin{aligned}
&\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} s_i x_{i,k} - \gamma w \\
s.t.\quad & z_{i,j} \leq \Delta h_{i,j} + \delta_{i,j}(h_p - h_1) \quad \forall i,j \in [n] \\
& z_{i,j} \leq -\Delta h_{i,j} + (1 - \delta_{i,j})(h_p - h_1) \quad \forall i,j \in [n] \\
& z_{i,j} \geq \Delta h_{i,j} \quad \forall i,j \in [n] \\
& z_{i,j} \geq -\Delta h_{i,j} \quad \forall i,j \in [n] \\
& w \geq z_{i,j} \forall i,j \in [n]
\end{aligned}$$

http://lpsolve.sourceforge.net/5.1/absolute.htm