

Examination Scheduling

Alexander Eckl, Maximilian Fiedler, Mickael Grima, Roland Halbig

Technische Universität München

March 21, 2016

Problem description

Constants

s_i := Number of students signed up for exam i .

c_k := Number of available seats in the lecture room k .

Q := Kollisionsmatrix

$q_{i,j} := \begin{cases} 0, & \text{falls Prüfung } i \text{ und } j \text{ gleichzeitig stattfinden können} \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$

T := Sperrmatrix

$t_{i,j} := \begin{cases} 1, & \text{falls Raum } k \text{ zum Zeitintervall } l \text{ geöffnet ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

h_l := Anzahl der Stunden von Periode l nach Beginn des Prüfungszeitraums

Variablen

$$x_{i,k} := \begin{cases} 1, & \text{wenn Prüfung } i \text{ in Raum } k \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$y_{i,l} := \begin{cases} 1, & \text{wenn Prüfung } i \text{ im Zeitintervall } l \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Dimensionen:

n : Anzahl der Prüfungen

r : Anzahl der Räume

p : Anzahl der Zeitintervalle

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r s_i x_{i,k} - \gamma \sum_{i=1, j>i}^n q_{i,j} \left| \sum_{l=1}^p h_l (y_{i,l} - y_{j,l}) \right|$$

Resolving the absolute value: Define $\Delta h_{i,j} := \sum_{l=1}^p h_l (y_{i,l} - y_{j,l})$.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r s_i x_{i,k} - \gamma \sum_{i=1, j>i}^n q_{i,j} z_{i,j} \\ \text{s.t.} \quad & z_{i,j} \leq \Delta h_{i,j} + \delta_{i,j} (h_p - h_1) \quad \forall i, j \in [n] \\ & z_{i,j} \leq -\Delta h_{i,j} + (1 - \delta_{i,j}) (h_p - h_1) \quad \forall i, j \in [n] \\ & z_{i,j} \geq \Delta h_{i,j} \quad \forall i, j \in [n] \\ & z_{i,j} \geq -\Delta h_{i,j} \quad \forall i, j \in [n] \end{aligned}$$

Constraints

- 1 Jede Prüfung wird auf genau einem Zeitintervall eingeplant

$$\sum_{l=1}^p y_{i,l} = 1 \quad \forall i \in [n]$$

- 2 Alle Studierenden bekommen einen Platz

$$\sum_{k=1}^r c_k x_{i,k} \geq s_i \quad \forall i \in [n]$$

- 3 Jedem Raum wird je Zeit maximal eine Prüfung zugeteilt

$$\sum_{i=1}^n x_{i,k} y_{i,l} \leq t_{k,l} \quad \forall k \in [r], \forall l \in [p]$$

- 4 Konfliktvermeidung

$$\sum_{i=1, j>i}^n q_{i,j} y_{i,l} y_{j,l} = 0 \quad \forall l \in [p]$$

Linear Constraints

- 1 Jede Prüfung wird auf genau einem Zeitintervall eingeplant

$$\sum_{l=1}^p y_{i,l} = 1 \quad \forall i \in [n]$$

- 2 Alle Studierenden bekommen einen Platz

$$\sum_{k=1}^r c_k x_{i,k} \geq s_i \quad \forall i \in [n]$$

- 3 Jedem Raum wird je Zeit maximal eine Prüfung zugeteilt

$$x_{i,k} + y_{i,l} + x_{j,k} + y_{j,l} \leq 3, \quad \forall i, j \in [n], j > i \forall k \forall l$$
$$x_{i,k} + y_{i,l} \leq 1, \quad \forall i \in [n] \forall k, l \text{ such that } t_{k,l} = 0$$

- 4 Konfliktvermeidung

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n q_{i,j} y_{j,l} \leq (1 - y_{i,l}) \sum_{\nu=1}^n q_{i,\nu} \quad \forall l \in [p] \forall i \in [n]$$

Variablen

$$x_{i,k,l} := \begin{cases} 1, & \text{wenn Prüfung } i \text{ zum Zeitpunkt } l \text{ in Raum } k \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$y_{i,l} := \begin{cases} 1, & \text{wenn Prüfung } i \text{ im Zeitintervall } l \text{ stattfindet} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Dimensionen:

n : Anzahl der Prüfungen

r : Anzahl der Räume

p : Anzahl der Zeitintervalle

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^p s_i x_{i,k,l} - \gamma \sum_{i=1, j>i}^n q_{i,j} \left| \sum_{l=1}^p h_l (y_{i,l} - y_{j,l}) \right|$$

Resolving the absolute value: Define $\Delta h_{i,j} := \sum_{l=1}^p h_l (y_{i,l} - y_{j,l})$.

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r s_i x_{i,k} - \gamma \sum_{i=1, j>i}^n q_{i,j} z_{i,j}$$

$$\text{s.t. } z_{i,j} \leq \Delta h_{i,j} + \delta_{i,j} (h_p - h_1) \quad \forall i, j \in [n]$$

$$z_{i,j} \leq -\Delta h_{i,j} + (1 - \delta_{i,j}) (h_p - h_1) \quad \forall i, j \in [n]$$

$$z_{i,j} \geq \Delta h_{i,j} \quad \forall i, j \in [n]$$

$$z_{i,j} \geq -\Delta h_{i,j} \quad \forall i, j \in [n]$$

Constraints

1 Verknüpfung der Variablen

$$\sum_{k=1}^r x_{i,k,l} \leq y_{i,l} \cdot r \quad \forall i \in [n] \forall l \in [p]$$

$$\sum_{k=1}^r x_{i,k,l} \geq y_{i,l} \quad \forall i \in [n] \forall l \in [p]$$

2 Jede Prüfung wird auf genau einem Zeitintervall eingeplant

$$\sum_{l=1}^p y_{i,l} = 1 \quad \forall i \in [n]$$

3 Konfliktvermeidung

$$\sum_{j=1, j>i}^n q_{i,j} y_{j,l} \leq (1 - y_{i,l}) \sum_{\nu=1}^n q_{i,\nu} \quad \forall i \in [n], \forall l \in [p]$$

- 5 Alle Studierenden bekommen einen Platz

$$\sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^r c_k x_{i,k,l} \geq s_i \quad \forall i \in [n]$$

- 6 Jedem Raum wird je Zeit maximal eine Prüfung zugeteilt

$$\sum_{i=1}^n x_{i,k,l} \leq t_{k,l} \quad \forall k \in [r], \forall l \in [p]$$

- 7 Eine Prüfung in mehreren Räumen findet gleichzeitig statt

$$\sum_{m=1, m \neq l}^p \sum_{k=1}^r x_{i,k,m} \leq r(1 - y_{i,l}) \quad \forall i \in [n] \forall l \in [p]$$

Modellvergleich

Modell	Anzahl Variablen	Anzahl Nebenbedingungen
2D (Quadratisch)	$nr + np$	$2n + rp + p$
3D + 2D (Linear)	$nrp + np + 2K$	$2n + rp + 4np + 4K$

Modellvergleich - In Zahlen

Problemdimensionen:

- $n \approx 1200$
- $r \approx 70$
- $p \approx 70$
- $T \approx 400$