

# ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

30 Δεκεμβρίου 2014

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

### ΘΕΜΑΤΑ

1. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $x, y \in \mathbb{R}$  ώστε να ισχύουν οι παρακάτω ισότητες.

i.  $(3 - 2i)(2x - yi) + 1 = 2(2x - yi) + 2i$

ii.  $x(1 + xi) + 2(1 + xi) = 2(3y - 1)i - y(1 + yi)$

2. Να γίνουν οι πράξεις

$$\left(\frac{1 - 5i}{3 - 2i}\right)^2 + \left(\frac{4 - 2i}{1 - 3i}\right)^2$$

3. Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση

$$(3 - 2i)^2 z + (1 + i)^6 + (1 - i)z = 45 - 3i$$

4. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός  $z = x + yi$  με  $x, y \in \mathbb{R}$  και ο  $w = z^2 + 2\bar{z} + 1$ . Να αποδείξεις ότι αν  $w \in \mathbb{R}$  τότε  $x = 1$  ή  $y = 0$ .

5. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

i.  $2z^2 - z - 1 = 0$

ii.  $z^2 = 5 - 12i$

6. Να λυθεί η εξίσωση

$$z^2 + 2\bar{z} + 1 = 0$$

7. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών  $z$  για τους οποίους ισχύει

$$\operatorname{Im}\left(z - \frac{1}{z}\right) = 2\operatorname{Re}(iz)$$

8. Δίνονται οι μιγαδικοί  $z, w$  με  $w = \frac{z + 1}{z - 2i}$ . Να βρεις το γεωμετρικό τόπο των εικόνων του  $z$  ώστε

i.  $w \in \mathbb{R}$

ii.  $w \in I$

Σπύρος Φρόνιμος  
Μαθηματικός