



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ - 30 Αυγούστου 2018

ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ/ΤΡΙΑ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Συναρτήσεις

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να δώσετε τον ορισμό μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης.

Μονάδες 5

A.2 Να δώσετε τον ορισμό μιας συνάρτησης $1 - 1$.

Μονάδες 5

A.3 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

α. Κάθε συνάρτηση $1 - 1$ είναι και γνησίως μονότονη.

β. Δύο συναρτήσεις $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ είναι ίσες αν ισχύει $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in A \cap B$.

γ. Εάν για μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει η σχέση $f(x) \leq 3$ για κάθε $x \in A$ τότε το 3 είναι το μέγιστο της f .

δ. Για οποιοδήποτε συναρτήσεις f, g ισχύει $f \circ g = g \circ f$.

ε. Εάν $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μια συνάρτηση $1 - 1$ τότε το πεδίο ορισμού της f^{-1} είναι το $f(A)$.

Μονάδες 10

A.4 Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + x^2 + e^x$ με $x \in (0, +\infty)$.

B.1 Να δείξετε ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0, +\infty)$.

Μονάδες 8

B.2 Να λύσετε την εξίσωση

$$\ln x + x^2 = 1 + e - e^x$$

Μονάδες 7

B.3 Να λύσετε την ανίσωση

$$\ln \frac{x^2 + 4}{4x} + (x^2 + 4)^2 - 16x^2 \leq e^{4x} - e^{x^2 + 4}$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ.1 Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση είναι αντιστρέψιμη.

Μονάδες 7

Γ.2 Να ορίσετε την αντίστροφη συνάρτηση της f .

Μονάδες 9

Γ.3 Να λύσετε την ανίσωση

$$f^{-1}\left(\frac{7}{6} - f(\ln x)\right) \geq 0$$

Μονάδες 9

Καλή Επιτυχία!