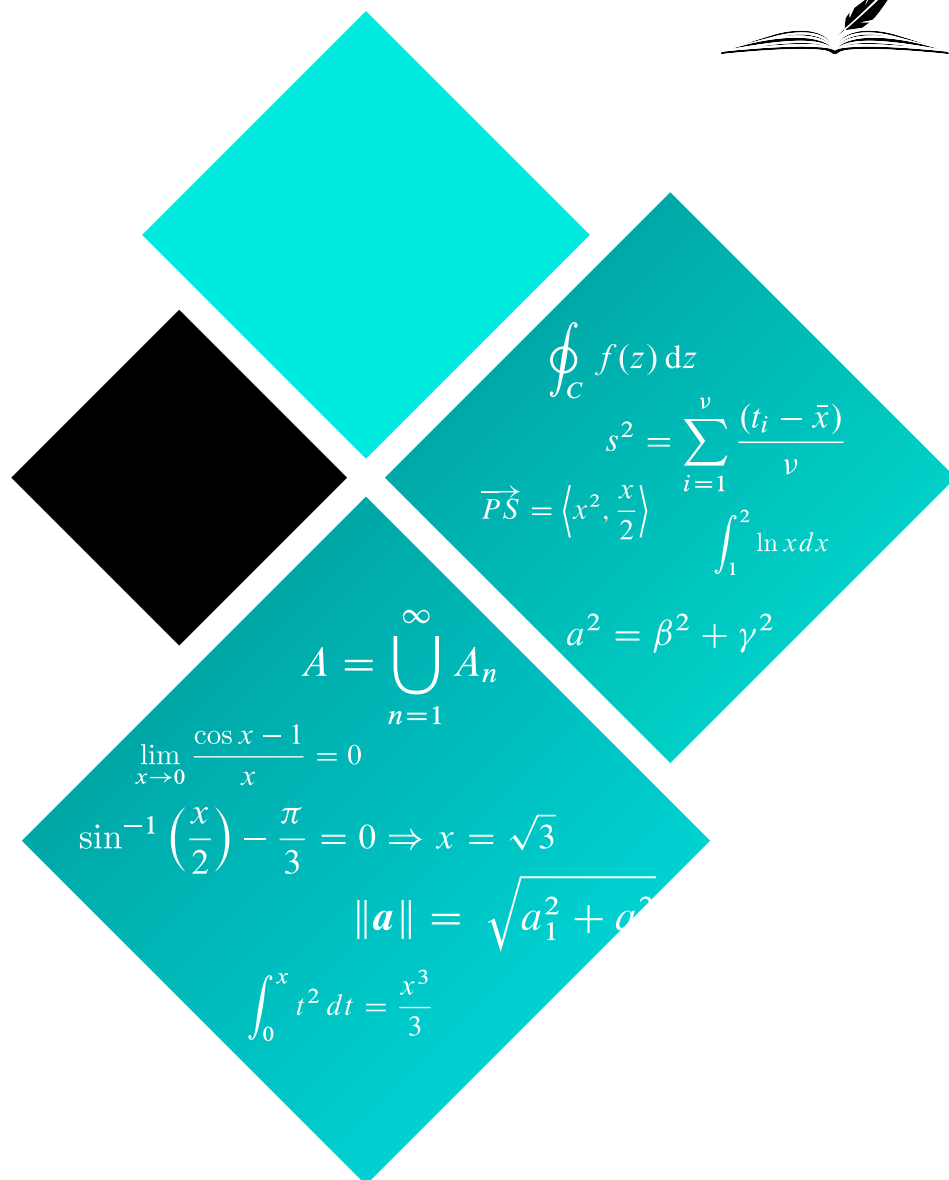




ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ



Διαγώνισμα

ΤΥΠΟΥ Β

Μαθηματικά

ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ



ΙΑΚΩΒΟΥ ΠΟΛΥΛΑ 24, ΠΕΖΟΔΡΟΜΟΣ



frontistirio.filomatheia@gmail.com



26610 20144



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

Τα διαγωνίσματα "Τύπου Β" περιέχουν θέματα σύμφωνα με τις οδηγίες του υπουργείου. Συγκεκριμένα

- για το γυμνάσιο 2 θέματα θεωρίας όπου το καθένα καλύπτει ένα αντικείμενο της εξεταστέας ύλης καθώς και 3 ασκήσεις ίδιου τύπου.
- για το λύκειο 4 θέματα.

- α. Το πρώτο θέμα αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο μέρος περιέχει πέντε (05) ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου (πολλαπλής επιλογής, Σωστού - Λάθους, αντιστοίχισης). Στο δεύτερο μέρος ζητείται η απόδειξη μίας απλής πρότασης (ιδιότητας, λήμματος, θεωρήματος ή πορίσματος), που είναι αποδεδειγμένη στο σχολικό εγχειρίδιο.
- β. Το δεύτερο θέμα αποτελείται από μία άσκηση που είναι εφαρμογή ορισμών, αλγορίθμων ή προτάσεων (ιδιοτήτων, θεωρημάτων, πορισμάτων).
- γ. Το τρίτο θέμα αποτελείται από μία άσκηση που απαιτεί από τον μαθητή ικανότητα συνδυασμού και σύνθεσης εννοιών και αποδεικτικών ή υπολογιστικών διαδικασιών.
- δ. Το τέταρτο θέμα αποτελείται από μία άσκηση ή ένα πρόβλημα που η λύση του απαιτεί από τον μαθητή ικανότητες συνδυασμού και σύνθεσης γνώσεων, αλλά και την ανάληψη πρωτοβουλιών για την ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσής του.

3 Ιουλίου 2020

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΤΥΠΟΥ : Β - ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Μονοτονία ακρότατα

ΘΕΜΑ Α

- A.1** Έστω μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και Δ ένα διάστημα του πεδίου ορισμού της. Πότε η συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ ; *Μονάδες 8*
- A.2** Να δώσετε τον ορισμό του ολικού ελάχιστου μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A . *Μονάδες 7*
- A.3** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.
- α. Αν μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα $\Delta \subseteq A$ του πεδίου ορισμού της, τότε έχει το πολύ μια ρίζα στο Δ .
 - β. Από τη σχέση $f(x) \geq 3$ για κάθε $x \in D_f$ συμπεραίνουμε ότι το 3 είναι ολικό ελάχιστο της f .
 - γ. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}^* .
 - δ. Η συνάρτηση $f(x) = 3x + 2$ δεν έχει ακρότατα.
 - ε. Αν για μια συνάρτηση f ισχύει $f(2) < f(3)$ με $2, 3 \in \Delta$ τότε είναι η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ακόλουθες συναρτήσεις $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπους $f(x) = \frac{1}{x-2} - x^3$ και $g(x) = \ln(x-1)$.

- B.1** Να βρείτε τα πεδία ορισμού A, B των συναρτήσεων f, g αντίστοιχα. *Μονάδες 5*
- B.2** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, 2), (2, +\infty)$, ενώ η g είναι γνησίως αύξουσα στο $(1, +\infty)$. *Μονάδες 10*
- B.3** Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g - f$ είναι γνησίως αύξουσα. *Μονάδες 10*

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Να λύσετε την ανίσωση

$$2e^{2-x} - \ln(x-1) \leq x^3 - 8$$

Μονάδες 8

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2}{x} - \ln x$.

Γ.2 Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία της. *Μονάδες 7*

Γ.3 Να λύσετε την ανίσωση

$$\frac{2}{x^2 + 1} - \frac{2}{2x^2 + 7} > \ln \frac{x^2 + 1}{2x^2 + 7}$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ με $a, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$. Γνωρίζουμε ότι η f είναι περιττή και ότι η C_f διέρχεται από τα σημεία $A(-1, -4)$ και $B(2, 26)$.

Δ.1 Να δείξετε ότι $a = 3, \beta = 0, \gamma = 1, \delta = 0$.

Μονάδες 7

Δ.2 Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

Δ.3 Να λύσετε την ανίσωση

$$(x^2 - 3)^3 - (2x - 1)^3 < \frac{-x^2 + 2x + 2}{3}$$

Μονάδες 8

Διάρκεια εξέτασεων : 3 ώρες.

Καλή Επιτυχία!