

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ  
10 Δεκεμβρίου 2015

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ  
**Σύνολα - Πιθανότητες**  
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ

**ΟΡΙΣΜΟΙ**

---

**ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΣΥΝΟΛΟ**

Σύνολο ονομάζεται μια συλλογή όμοιων αντικειμένων, τα οποία είναι καλά ορισμένα και διακριτά μεταξύ τους.

- Τα αντικείμενα ενός συνόλου ονομάζονται **στοιχεία**.
- Τα σύνολα τα συμβολίζουμε με ένα κεφαλαίο γράμμα.

**ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΝΟΛΑ ΑΡΙΘΜΩΝ**

1. **Φυσικοί Αριθμοί** : Το σύνολο των αριθμών από το 0 έως το άπειρο όπου κάθε αριθμός έχει διαφορά μιας μονάδας από τον προηγούμενο. Συμβολίζεται με  $\mathbb{N}$  και είναι :  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ .
2. **Ακέραιοι Αριθμοί** : Το σύνολο των φυσικών αριθμών μαζί με τους αντίθετους τους. Συμβολίζεται με  $\mathbb{Z}$  και είναι :  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .
3. **Ρητοί Αριθμοί** : Όλοι οι αριθμοί που μπορούν να γραφτούν με τη μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους. Συμβολίζεται με  $\mathbb{Q}$  και είναι :  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{\beta} \mid a, \beta \in \mathbb{Z}, \beta \neq 0 \right\}$ .
4. **Άρρητοι Αριθμοί** : Κάθε αριθμός ο οποίος δεν είναι ρητός. Κατά κύριο λόγο, άρρητοι αριθμοί είναι οι ρίζες που δεν έχουν ρητό αποτέλεσμα, ο αριθμός  $\pi$  κ.τ.λ.
5. **Πραγματικοί Αριθμοί** : Οι ρητοί μαζί με το σύνολο των άρρητων μας δίνουν τους πραγματικούς αριθμούς, όλους τους αριθμούς που γνωρίζουμε. Συμβολίζεται με  $\mathbb{R}$  και είναι :  $\mathbb{R} = \{\text{όλοι οι αριθμοί}\}$ .

Τα παραπάνω σύνολα χωρίς το μηδενικό τους στοιχείο συμβολίζονται αντίστοιχα με  $\mathbb{N}^*, \mathbb{Z}^*, \mathbb{Q}^*, \mathbb{R}^*$ .

**ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΙΣΑ ΣΥΝΟΛΑ**

Ίσα ονομάζονται δύο σύνολα  $A, B$  τα οποία έχουν ακριβώς τα ίδια στοιχεία. Ισοδύναμα, τα σύνολα , λέγονται ίσα εαν ισχύουν οι σχέσεις :

1. Κάθε στοιχείο του  $A$  είναι και στοιχείο του  $B$
2. Κάθε στοιχείο του  $B$  είναι και στοιχείο του  $A$ .

**ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΥΠΟΣΥΝΟΛΟ**

Ένα σύνολο  $A$  λέγεται υποσύνολο ενός συνόλου  $B$  όταν κάθε στοιχείο του  $A$  είναι και στοιχείο του  $B$ . Συμβολίζεται με τη χρήση του συμβόλου  $\subseteq$  ως εξής :

$$A \subseteq B$$

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 4 : ΚΕΝΟ ΣΥΝΟΛΟ

Κενό ονομάζεται το σύνολο που δεν έχει κανένα στοιχείο. Συμβολίζεται με  $\emptyset$  ή  $\{\}$ .

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 5 : ΒΑΣΙΚΟ ΣΥΝΟΛΟ

Βασικό ονομάζεται το σύνολο το οποίο περιέχει όλα τα στοιχεία που μπορούμε να επιλέξουμε, από τα οποία φτιάχνουμε άλλα σύνολα. Συμβολίζεται με  $\Omega$ .

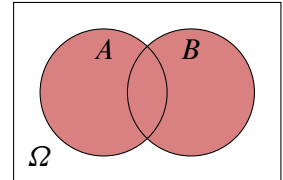
#### ΟΡΙΣΜΟΣ 6 : ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΣΥΝΟΛΩΝ

##### 1. Ένωση

Ένωση δύο υποσυνόλων  $A, B$  ενός βασικού συνόλου  $\Omega$  ονομάζεται το σύνολο των στοιχείων του  $\Omega$  τα οποία ανήκουν σε τουλάχιστον ένα από τα σύνολα  $A$  και  $B$ . Συμβολίζεται με  $A \cup B$ .

$$A \cup B = \{x \in \Omega \mid x \in A \text{ ή } x \in B\}$$

Η ένωση των συνόλων  $A$  και  $B$  περιέχει τα κοινά και μή κοινά στοιχεία των δύο συνόλων. Τα κοινά στοιχεία αναγράφονται μια φορά.

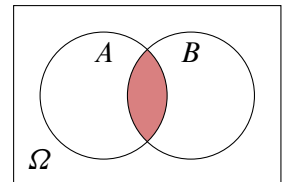


##### 2. Τομή

Τομή δύο υποσυνόλων  $A, B$  ενός βασικού συνόλου  $\Omega$  ονομάζεται το σύνολο των στοιχείων του  $\Omega$  τα οποία ανήκουν και στα δύο σύνολα  $A$  και  $B$ . Συμβολίζεται με  $A \cap B$ .

$$A \cap B = \{x \in \Omega \mid x \in A \text{ και } x \in B\}$$

Η τομή των συνόλων  $A$  και  $B$  περιέχει μόνο τα κοινά στοιχεία των δύο συνόλων.

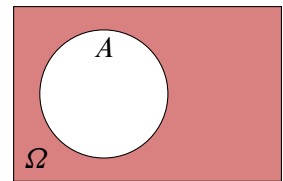


##### 3. Συμπλήρωμα

Συμπλήρωμα ενός συνόλου  $A$  ονομάζεται το σύνολο των στοιχείων του βασικού συνόλου  $\Omega$  τα οποία **δεν** ανήκουν στο σύνολο  $A$ . Συμβολίζεται με  $A'$ .

$$A' = \{x \in \Omega \mid x \notin A\}$$

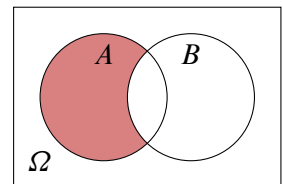
Ονομάζεται συμπλήρωμα του γιατί η ένωσή του με το σύνολο αυτό μας δίνει το βασικό σύνολο  $\Omega$ .



##### 4. Διαφορά

Διαφορά ενός συνόλου  $B$  από ένα σύνολο  $A$  ονομάζεται το σύνολο των στοιχείων του βασικού συνόλου  $\Omega$  τα οποία ανήκουν μόνο στο σύνολο  $A$ , το πρώτο σύνολο της διαφοράς. Συμβολίζεται με  $A - B$ .

$$A - B = \{x \in \Omega \mid x \in A \text{ και } x \notin B\}$$



## ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

#### ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΥΠΟΣΥΝΟΛΟΥ

Για οποιαδήποτε σύνολα  $A, B, \Gamma$  ισχύουν οι ακόλουθες ιδιότητες που αφορούν τη σχέση του υποσυνόλου :

- Για κάθε σύνολο  $A$  ισχύει :  $A \subseteq A$ .
- Αν  $A \subseteq B$  και  $B \subseteq \Gamma$  τότε  $A \subseteq \Gamma$ .
- Αν  $A \subseteq B$  και  $B \subseteq A$  τότε  $A = B$ .