

ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ

30 Δεκεμβρίου 2014

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογιστούν οι παρακάτω δυνάμεις του i .

i. i^5

iii. i^{17}

v. i^{1000}

vii. i^{-2}

ii. i^9

iv. i^{250}

vi. i^{2013}

viii. i^{-30}

2. Να υπολογιστεί η τιμή των παραστάσεων

i. $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{100}$

ii. $A = i^{2010} + i^{2011} + i^{2012} + i^{2013}$

3. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις

i. $(1 - i)^2$

iv. $(1 + i\sqrt{3})^3$

vii. $(1 + i)^5$

ii. $(3 - 2i)^2$

v. $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{100}$

viii. $(3 - 4i)^8$

iii. $(2 + i)^3$

vi. $(1 + 3i)^6$

ix. $(\sqrt{3} + i)^{10}$

4. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις

i. $\left(\frac{4 - i}{1 + 4i}\right)^2$

iii. $\left(\frac{1 + 2i}{1 - 2i}\right)^6$

v. $\left(\frac{a - i}{1 + ai}\right)^{20}$

ii. $\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{\sqrt{3} + i}\right)^3$

iv. $\left(\frac{2 + 5i}{2 - 5i}\right)^{2v}$

vi. $\left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^v \cdot \left(\frac{2 - i}{1 + 2i}\right)^{-v}$

5. Να βρεθούν οι τιμές του ακέραιου αριθμού $v \in \mathbb{Z}$ ώστε να ισχύουν οι σχέσεις

i. $2v + 3 = i^2$

iii. $v + 1 = i^k$

v. $vi + 2i = i^3$

ii. $4v - 5 = i^4$

iv. $v^2 - v + 1 = i^k$

vi. $i(2v^2 - 3v) = i^k$

6. Να βρεθεί η τιμή της παρακάτω παράστασης

$$S = 1 + \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{v-1}$$

7. Αν $z = \lambda \cdot \frac{1 + \lambda i}{\lambda - i}$ να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε

$$iz^3 - 1 = 0$$