α. Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Η παράγωγος της θα είναι

$$f'(x) = \left(x^2 \cdot e^x\right)' = \left(x^2\right)' e^x + x^2 (e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = \left(x^2 + 2x\right) e^x \ , \ D_{f'} = \mathbb{R}$$

β. Για να ορίζεται η συνάρτηση f πρέπει $x > 0$ άρα $D_f = (0, +\infty)$. Στη συνέχεια θα είναι

$$f'(x) = (x \cdot \ln x)' = (x)' \ln x + x\,(\ln x)' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1 \ , \ D_{f'} = (0, +\infty)$$

γ. Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Έτσι θα είναι

$$f'(x) = (e^x \cdot \text{ημ}x)' = (e^x)'\text{ημ}x + e^x (\text{ημ}x)' = e^x \cdot \text{ημ}x + e^x \cdot \text{συν}x = e^x\,(\text{ημ}x + \text{συν}x) \ , \ D_{f'} = \mathbb{R}$$

δ. Για να ορίζεται η συνάρτηση f πρέπει $x \geq 0$ άρα $D_f = [0, +\infty)$. Έχουμε λοιπόν

$$f'(x) = \left(\sqrt{x} \cdot \text{συν}x\right)' = \left(\sqrt{x}\right)' \text{συν}x + \sqrt{x}(\text{συν}x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \text{συν}x + \sqrt{x}(-\text{ημ}x) = \frac{\text{συν}x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot \text{ημ}x \ , \ D_{f'} = (0, +\infty$$

ε. Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού $D_f = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \left(x^3 \cdot 2^x\right)' = (x^3)' \cdot 2^x + x^2 \cdot (2^x)' = 3x^2 \cdot 2^x + x^2 \cdot 2^x \ln 2 \ , \ D_{f'} = \mathbb{R}$$