#### Φροντιστήριο Μέσης Εκπαίδευσης



🗣 : Βροκίνη Λαυρεντίου 2 (Πλατεία Γεωργάκη) | 📞 : 26610 40414

#### ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ - 31 Οκτωβρίου 2017

ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

## Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

# Γεωμετρία

#### ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΤΡΙΓΩΝΑ

#### ΘΕΜΑ Α

Α.1 Να αποδείξετε το παρακάτω θεώρημα: Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές τις και αντίστροφα, κάθε εσωτερικό σημείο της γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου.
Μονάδες 3

**A.2** Θεωρούμε δύο κύκλους  $(K, R_1)$  και  $(\Lambda, R_2)$ .

α. Τι ονομάζουμε διάκεντρο δ των δύο κύκλων;

Μονάδες 1

β. Να αντιστοιχίσετε κάθε συνθήκη από τη στήλη Α με μια σχετική θέση κύκλων από τη στήλη Β.

Στήλη Α - Συνθήκη	Στήλη Β - Σχετική θέση κύκλων
• $\delta = R_1 + R_2$ • $\delta < R_1 - R_2$ • $R_1 - R_2 < \delta < R_1 + R_2$ • $\delta = R_1 - R_2$ • $\delta > R_1 + R_2$	<ul> <li>Τέμνονται</li> <li>Εφάπτονται εσωτερικά</li> <li>Εφάπτονται εξωτερικά</li> <li>Καθένας βρίσκεται εκτός του άλλου</li> <li>Ο ένας βρίσκεται μέσα στον άλλο</li> </ul>

Μονάδες 1

### **ӨЕМА** В

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ , τα μέσα M,N των  $AB,A\Gamma$  αντίστοιχα και οι διχοτόμοι του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$ , οι οποίες τέμνονται στο I. Να αποδείξετε ότι:

 $B.1 \quad BE = \Gamma \Delta \\ B.2 \quad IE = I \Delta \\ B.3 \quad \text{τα τρίγωνα } BIM \quad \text{και } \Gamma IN \quad \text{είναι ίσα,} \\ B.4 \quad \text{τα τρίγωνα } IEM \quad \text{και } I \Delta N \quad \text{είναι ίσα.}$   $Moνάδες 1 \\ Moνάδες 2 \\ Moνάδες 2 \\ Moνάδες 2 \\ Moνάδες 2 \\ Moνάδες 3 \\ Moνάδες 4 \\ Moνάδες 3 \\ Moνάδες 4 \\ Moνάδ$ 

#### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ , με  $AB < A\Gamma$ , και η διχοτόμος  $A\Delta$ . Φέρουμε τη  $BE \perp A\Delta$  και η προέκτασή της τέμνει την  $A\Gamma$  στο Z.

- $\Gamma$ .1 Να αποδείξετε ότι  $A\Gamma AB = \Gamma Z$ .
- $\Gamma$ .2 Αν  $EH \perp AB$  και  $E\Theta \perp A\Gamma$ , να αποδείξετε ότι  $BH = Z\Theta$ .
- $\Gamma$ .3 Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $B\Delta Z$  είναι ισοσκελές.

Μονάδες 2

Μονάδες 2

Μονάδες 1

#### ΘΕΜΑ Δ

Στον κύκλο κέντρου O του διπλανού σχήματος, οι χορδές AB και  $\Gamma\Delta$  είναι ίσες και τέμνονται στο σημείο M. Από το M φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ME και MZ. Να αποδείξετε ότι:

- $\Delta . 1 MA = M\Gamma$
- $\Delta . 2 EB = \Delta Z$
- $\Delta .3 \ \widehat{AE} = \widehat{\Gamma Z}$

- Μονάδες 2
- Μονάδες 2
- Μονάδες 1

