

Για να υπάρχει τουλάχιστον ένα κοινό σημείο $A(x_0, f(x_0))$ των δύο γραφικών παραστάσεων αρκεί ισοδύναμα να υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (2, 4)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = g(x_0)$. Απαιτούμε λοιπόν να ισχύει $f(x) = g(x)$ και ορίζουμε τη συνάρτηση

$$h(x) = f(x) - g(x) = x^2 - 3x - \ln(x - 1), \quad x \in (1, +\infty)$$

Για τη συνάρτηση h έχουμε ότι:

i. είναι συνεχής στο διάστημα $[2, 4]$ και επίσης

- ii.
 - $h(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 - \ln 1 = -2 < 0$
 - $h(4) = 4^2 - 3 \cdot 4 - \ln 3 = 4 - \ln 3 > 0$

οπότε προκύπτει ότι $h(2) \cdot h(4) = -2(4 - \ln 3) < 0$.

Έτσι σύμφωνα με το θεώρημα Βολζανο υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (2, 4)$ τέτοιο ώστε $h(x_0) = 0$ ή ισοδύναμα $f(x_0) = g(x_0)$.