Σπυρος Φρονιμος - Μαθηματικος
✉ : spyrosfronimos@gmail.com | 📱 : 6932327283 - 6974532090

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
14 Απριλίου 2016

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

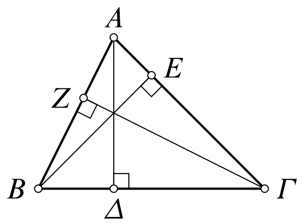
Μετρικές Σχέσεις

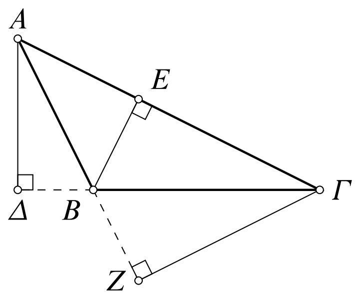
ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΓΙΑ ΟΞΕΙΑ ΓΩΝΙΑ
Το τετράγωνο μιας πλευράς ενός τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από οξεία γωνία ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών μειωμένο κατά το διπλάσιο γινόμενο της μιας πλευράς επί την προβολή της άλλης πάνω στην πρώτη.

$$\hat{A} < 90^\circ \Rightarrow a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot AE \quad \text{και} \quad a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\gamma \cdot AZ$$
$$\hat{B} < 90^\circ \Rightarrow \beta^2 = a^2 + \gamma^2 - 2a \cdot B\Delta \quad \text{και} \quad \beta^2 = a^2 + \gamma^2 - 2\gamma \cdot BZ$$
$$\hat{\Gamma} < 90^\circ \Rightarrow \gamma^2 = a^2 + \beta^2 - 2a \cdot \Gamma E \quad \text{και} \quad \gamma^2 = a^2 + \beta^2 - 2\beta \cdot \Gamma\Delta$$





ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΓΙΑ ΑΜΒΛΕΙΑ ΓΩΝΙΑ
Το τετράγωνο μιας πλευράς ενός τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από αμβλεία γωνία ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών αυξημένο κατά το διπλάσιο γινόμενο της μιας πλευράς επί την προβολή της άλλης πάνω στην πρώτη.

$$\hat{A} < 90^\circ \Rightarrow a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot AE \quad \text{και} \quad a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\gamma \cdot AZ$$
$$\hat{B} > 90^\circ \Rightarrow \beta^2 = a^2 + \gamma^2 + 2a \cdot B\Delta \quad \text{και} \quad \beta^2 = a^2 + \gamma^2 + 2\gamma \cdot BZ$$
$$\hat{\Gamma} < 90^\circ \Rightarrow \gamma^2 = a^2 + \beta^2 - 2a \cdot \Gamma E \quad \text{και} \quad \gamma^2 = a^2 + \beta^2 - 2\beta \cdot \Gamma\Delta$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΕΙΔΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ
Εαν το τετράγωνο μιας πλευράς τριγώνου είναι μεγαλύτερο, ίσο ή μικρότερο από το άθροισμα των τετραγώνων

των άλλων δύο πλευρών τότε η απέναντι γωνία της πλευράς αυτής είναι αντίστοιχα αμβλεία, ορθή ή οξεία.

$$a^2 > \beta^2 + \gamma^2 \Rightarrow \hat{A} > 90^\circ$$
$$a^2 = \beta^2 + \gamma^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$
$$a^2 < \beta^2 + \gamma^2 \Rightarrow \hat{A} < 90^\circ$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 4 : ΕΙΔΟΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΓΩΝΙΑ

Αν το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερο, ίσο ή μικρότερο από το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών τότε το τρίγωνο θα είναι αντίστοιχα αμβλυγώνιο, ορθογώνιο ή οξυγώνιο.

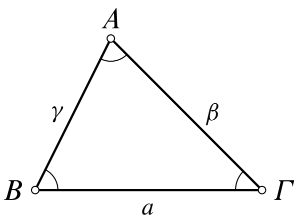
ΘΕΩΡΗΜΑ 5 : ΥΨΟΣ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

Σε κάθε τρίγωνο τα ύψη εκφράζονται ως συνάρτηση των πλευρών του τριγώνου με τους παρακάτω τύπους :

$$\upsilon_a = \frac{2}{a}\sqrt{\tau(\tau-a)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}\ ,\ \upsilon_\beta = \frac{2}{\beta}\sqrt{\tau(\tau-a)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}\ ,\ \upsilon_\gamma = \frac{2}{\gamma}\sqrt{\tau(\tau-a)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 6 : ΝΟΜΟΣ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ

Το τετράγωνο μιας πλευράς ενός τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών ελλατωμένο κατά το διπλάσιο γινόμενό τους επί το συνημίτονο της περιεχόμενης γωνίας.



$$a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\text{συν}\hat{A}$$
$$\beta^2 = a^2 + \gamma^2 - 2a\gamma\text{συν}\hat{B}$$
$$\gamma^2 = a^2 + \beta^2 - 2a\beta\text{συν}\hat{\Gamma}$$