α. Για να ορίζεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{x}$ πρέπει να ισχύει

$$x \geq 0 \ \text{ και } \ x \neq 0$$

άρα έχει πεδίο ορισμού $D_f = (0, +\infty)$. Για κάθε $x \in (0, +\infty)$ έχουμε

$$f(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)' = (\sqrt{x})' + \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$$

β. Η f ορίζεται στο $\mathbb{R}$. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι

$$f'(x) = (\text{ημ}x + \text{συν}x)' = (\text{ημ}x)' + (\text{συν}x)' = \text{συν}x - \text{ημ}x$$

γ. Για να ορίζεται η f πρέπει $x \geq 0$. Για κάθε $x \in (0, +\infty)$ έχουμε

$$f'(x) = \left(x^3 + \sqrt{x} + \text{συν}x\right)' = (x^3)' + (\sqrt{x})' + (\text{συν}x)' = 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \text{ημ}x$$

Εξετάζουμε στη συνέχεια αν η f είναι παραγωγίσιμη στο 0:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^3 + \sqrt{x} + \text{συν}x}{x} =$$
$$= \lim_{x\to 0^+} \left(x^2 + \frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\text{συν}x}{x}\right) = 0 + \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} + 0 = +\infty$$

δ. Η f ορίζεται στο $\mathbb{R}$. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι

$$f'(x) = \left(\text{ημ}x - x^4 + 2\right)' = (\text{ημ}x)' - (x^4)' + (2)' = \text{συν}x - 4x^3$$

ε. Η f ορίζεται όταν $x \neq 0$ άρα $D_f = \mathbb{R}^*$. Για κάθε $x \neq 0$ έχουμε

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x} - \pi\right)' = \left(\frac{1}{x}\right)' - (\pi)' = -\frac{1}{x^2}$$

στ. Η f έχει πεδίο ορισμού το $D_f = \mathbb{R} - \{\kappa\pi + \frac{\pi}{2}\}$. Για κάθε $x \in D_f$ έχουμε

$$f'(x) = \left(\text{συν}x - \text{εφ}x + \frac{1}{2}\right)' = (\text{συν}x)' - (\text{εφ}x)' + \left(\frac{1}{2}\right)' = -\text{ημ}x - \frac{1}{\text{συν}^2 x}$$