



■ Δυνάμεις

✓ Ορισμός δύναμης Γ

$$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^v$$

όπου $a \in \mathbb{R}$ και $v \in \mathbb{N}$

- Ο αριθμός a λέγεται **βάση** της δύναμης.
- Ο αριθμός v λέγεται **εκθέτης** της δύναμης.
- Η δύναμη a^2 λέγεται και **στο τετράγωνο**.
- Η δύναμη a^3 λέγεται και **στον κύβο**.

✓ Ιδιότητες δυνάμεων Γ

- ▶ $a^1 = a$
- ▶ $a^0 = 1, a \neq 0$
- ▶ $a^{-v} = \frac{1}{a^v}, a \neq 0$
- ▶ $a^v \cdot a^\mu = a^{v+\mu}$
- ▶ $a^v : a^\mu = a^{v-\mu}$
- ▶ $a^{v_1} \cdot a^{v_2} \cdot \dots \cdot a^{v_k} = a^{v_1+v_2+\dots+v_k}$
- ▶ $(a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k)^v = a_1^v \cdot a_2^v \cdot \dots \cdot a_k^v$
- ▶ $(a \cdot \beta)^v = a^v \cdot \beta^v$
- ▶ $\left(\frac{a}{\beta}\right)^v = \frac{a^v}{\beta^v}, \beta \neq 0$
- ▶ $(a^v)^\mu = a^{v \cdot \mu}$
- ▶ $\left(\frac{a}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{a}\right)^v, a, \beta \neq 0$

■ Ρίζες - Δυνάμεις με ρητό εκθέτη

✓ Ορισμός τετραγωνικής ρίζας Γ

$$\sqrt{x} = a, \text{ όπου } x \geq 0 \text{ και } a \geq 0$$

- Το x ονομάζεται **υπόριζο**.
- Δεν ορίζεται ρίζα αρνητικού αριθμού.

✓ Ορισμός ν-οστής ρίζας Α

$$\sqrt[v]{x} = a, \text{ όπου } x \geq 0 \text{ και } a \geq 0$$

✓ Δύναμη με ρητό εκθέτη Α

$$a^{\frac{\mu}{v}} = \sqrt[v]{a^\mu}$$

- $a > 0$ αν $\mu \in \mathbb{Z}$ και $v \in \mathbb{N}^*$
- $a \geq 0$ αν $\mu, v \in \mathbb{N}^*$

✓ Ιδιότητες τετραγωνικής ρίζας Γ

$$\sqrt{x}^2 = x, x \geq 0$$

$$\sqrt{x^2} = |x|, x \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}, x, y \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, x \geq 0 \text{ και } y > 0$$

$$\sqrt{x \pm y} \neq \sqrt{x} \pm \sqrt{y}, x, y \geq 0$$

✓ Ιδιότητες ν-οστής ρίζας Α

$$\sqrt[v]{(\sqrt[v]{x})^v} = x, x \geq 0$$

$$\sqrt[v]{x^v} = \begin{cases} |x|, & x \in \mathbb{R} \text{ αν } v \text{ άρτιος} \\ x, & x \geq 0 \text{ και } v \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$\sqrt[v]{x^v \cdot y} = \sqrt[v]{x^v} \cdot \sqrt[v]{y}, x, y \geq 0$$

$$\sqrt[v]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[v]{x}}{\sqrt[v]{y}}, x \geq 0 \text{ και } y > 0$$

$$\sqrt[v]{x \pm y} \neq \sqrt[v]{x} \pm \sqrt[v]{y}, x, y \geq 0$$

$$\sqrt[v]{\sqrt[v]{x}} = \sqrt[v \cdot v]{x}, x \geq 0$$

$$\sqrt[v]{x^v \cdot y} = x \sqrt[v]{y}, x, y \geq 0$$

$$\sqrt[v]{x^{v \cdot \rho}} = \sqrt[v]{x^v}^\rho, x \geq 0$$

$$\sqrt[v]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_v} = \sqrt[v]{x_1} \cdot \sqrt[v]{x_2} \cdot \dots \cdot \sqrt[v]{x_v}$$

όπου $x_1, x_2, \dots, x_v \geq 0$ και $v \in \mathbb{N}$.

$$\sqrt[v]{\sqrt[v]{x_1} \cdot \sqrt[v]{x_2} \cdot \dots \cdot \sqrt[v]{x_v}} = \sqrt[v]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_v}$$

με $x \geq 0$ και $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_v \in \mathbb{N}$.