

# Ισότητα - Πράξεις - Σύνθεση συναρτήσεων

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ■ Ισότητα συναρτήσεων

1. Σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα, να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι ίσες. Αν δεν είναι ίσες, να βρεθεί το σύνολο στο οποίο ισχύει  $f(x) = g(x)$ .

α.  $f(x) = \ln x^2$  και  $g(x) = 2 \ln x$

β.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  και  $g(x) = x^{\frac{2}{3}}$

γ.  $f(x) = \ln(x-1) + \ln(x+1)$  και  $g(x) = \ln(x^2-1)$

δ.  $f(x) = \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{x-4}$  και  $g(x) = \sqrt{x^2-x-12}$

ε.  $\ln(x+2) - \ln(2-x)$  και  $g(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$

στ.  $f(x) = \sqrt{3-x} \cdot \sqrt{x+1}$  και  $g(x) = \sqrt{-x^2+2x+3}$

2. Σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα, να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι ίσες. Αν δεν είναι ίσες, να βρεθεί το σύνολο στο οποίο ισχύει  $f(x) = g(x)$ .

α.  $\frac{x^2-3x-10}{x-5}$  και  $g(x) = x+2$

β.  $\frac{4^x+1}{2^x}$  και  $g(x) = 2^x + 2^{-x}$

γ.  $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$  και  $g(x) = x^{\frac{5}{3}}$

δ.  $f(x) = \ln x^3$  και  $g(x) = 3 \ln x$

ε.  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1}$  και  $g(x) = 1$

στ.  $f(x) = |2x-1| + 3$  και  $g(x) = \begin{cases} 2x+2 & , x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \\ 4-2x & , x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \end{cases}$

3. Σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα, να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι ίσες. Αν δεν είναι ίσες, να βρεθεί το σύνολο στο οποίο ισχύει  $f(x) = g(x)$ .

α.  $f(x) = \epsilon\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu x$  και  $g(x) = \eta\mu x$

β.  $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{3x-5}$  και  $g(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$

γ.  $f(x) = \ln \frac{x+3}{x-3}$  και  $g(x) = \ln(x+3) - \ln(x-3)$

δ.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$  και  $g(x) = \frac{2}{x-1}$

ε.  $f(x) = \frac{2x-6}{x^2-7x+12}$  και  $g(x) = \frac{2}{x-4}$

### ■ Πράξεις συναρτήσεων

4. Σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα δίνονται συναρτήσεις  $f, g$ . Να ορίσετε τις συναρτήσεις  $f+g, f-g, f \cdot g$  και  $\frac{f}{g}$ .

α.  $f(x) = x^2 - 4$  και  $g(x) = x^2 + x - 2$

β.  $f(x) = \frac{1}{x}$  και  $g(x) = \frac{2}{x^2}$

γ.  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$  και  $g(x) = \frac{3-x}{x-2}$

δ.  $f(x) = 2^x$  και  $g(x) = 4^x$

5. Σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα δίνονται συναρτήσεις  $f, g$ . Να ορίσετε τις συναρτήσεις  $f+g, f-g, f \cdot g$  και  $\frac{f}{g}$ .

α.  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  και  $g(x) = \frac{2}{x-1}$

β.  $f(x) = \frac{1-2x}{x^2-4}$  και  $g(x) = \frac{3x+4}{x+2}$

### ■ Σύνθεση συναρτήσεων

6. Σε καθένα από τα ακόλουθα ερωτήματα, να ορίσετε τις συνθέσεις  $g \circ f$  και  $f \circ g$  των δοσμένων συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

α.  $f(x) = \sqrt{x}$  και  $g(x) = x^2$

β.  $f(x) = \ln x$  και  $g(x) = e^x$

γ.  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  και  $g(x) = x^3$

δ.  $f(x) = \frac{1}{x}$  και  $g(x) = \frac{1}{x-1}$

ε.  $f(x) = \frac{1}{x-2}$  και  $g(x) = \sqrt{x}$

στ.  $f(x) = \frac{1}{x}$  και  $g(x) = \ln x$

7. Σε καθένα από τα ακόλουθα ερωτήματα, να ορίσετε τις συνθέσεις  $g \circ f$  και  $f \circ g$  των δοσμένων συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

α.  $f(x) = \sqrt{x+2}$  και  $g(x) = x^2 - 3$

β.  $f(x) = \sqrt{4-x}$  και  $g(x) = \sqrt{x}$

γ.  $f(x) = \ln x$  και  $g(x) = \sqrt{x-1}$

δ.  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  και  $g(x) = e^x$

ε.  $f(x) = e^x - 1$  και  $g(x) = \ln(x - 2)$

στ.  $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$  και  $g(x) = \ln x$

8. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \sqrt{x - 2}$  και  $g(x) = \frac{1}{x - 1}$ .

α. Να ορίσετε τη συνάρτηση  $g \circ f$ .

β. Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις  $g \circ f$  και  $h(x) = \frac{\sqrt{x - 2} + 1}{x - 3}$  είναι ίσες.

γ. Να βρεθούν τα σημεία τομής της  $C_{g \circ f}$  με την ευθεία  $y = 1$ .