

## ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

# Εκθετική και Λογαριθμική Συνάρτηση

## ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

### ΟΡΙΣΜΟΙ

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Λογαριθμική ονομάζεται κάθε συνάρτηση  $f$  της οποίας η τιμή της  $f(x)$  δίνεται με τη βοήθεια ενός λογαρίθμου, για κάθε στοιχείο του πεδίου ορισμού  $x \in D_f$ . Θα είναι :

$$f(x) = \log_a x, \quad 0 < a \neq 1$$

Αν η βάση  $a$  του λογαρίθμου γίνει ίση με τον αριθμό 10 ή  $e$  τότε αποκτάμε τη συνάρτηση  $f(x) = \log x$  ή  $f(x) = \ln x$  αντίστοιχα.

### ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

#### ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Για κάθε λογαριθμική συνάρτηση της μορφής  $f(x) = \log_a x$  ισχύουν οι ακόλουθες ιδιότητες.

- Η συνάρτηση  $f$  έχει πεδίο ορισμού το σύνολο  $(0, +\infty)$  των θετικών πραγματικών αριθμών.
- Το σύνολο τιμών της είναι το σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.
- Η συνάρτηση δεν έχει μέγιστη και ελάχιστη τιμή.

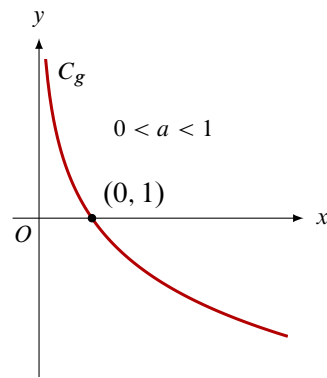
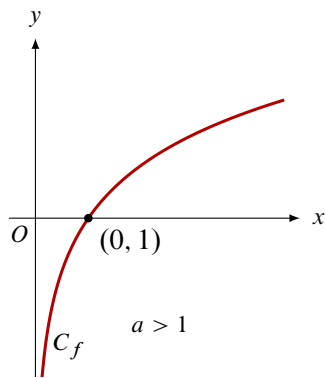
#### 1. Για $a > 1$

- Αν η βάση  $a$  του λογαρίθμου είναι μεγαλύτερη της μονάδας τότε η συνάρτηση  $f(x) = \log_a x$  είναι γνησίως αυξουσα στο  $(0, +\infty)$ .
- Η συνάρτηση έχει ρίζα τον αριθμό  $x = 1$ .
- Η γραφική παράστασή της έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη τον άξονα  $y'y$  στη μεριά του  $-\infty$  ενώ τέμνει τον οριζόντιο άξονα  $x'x$  στο σημείο  $A(1, 0)$ .
- Για κάθε ζεύγος αριθμών  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  ισχύει

$$\text{Αν } x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$$

$$\text{Αν } x_1 = x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 = \log_a x_2$$

- Για  $x > 1$  ισχύει  $\log_a x > 0$  ενώ για  $0 < x < 1$  έχουμε  $\log_a x < 0$ .



## 2. Για $0 < a < 1$

- Αν η βάση  $a$  του λογαρίθμου είναι μεγαλύτερη της μονάδας τότε η συνάρτηση  $f(x) = \log_a x$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $(0, +\infty)$ .
- Η συνάρτηση έχει ρίζα τον αριθμό  $x = 1$ .
- Η γραφική παράστασή της έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη τον άξονα  $y'y$  στη μεριά του  $+\infty$  ενώ τέμνει τον οριζόντιο άξονα  $x'x$  στο σημείο  $A(1, 0)$ .
- Για κάθε ζεύγος αριθμών  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  ισχύει

$$\text{Αν } x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$$

$$\text{Αν } x_1 = x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 = \log_a x_2$$

- Για  $x > 1$  ισχύει  $\log_a x < 0$  ενώ για  $0 < x < 1$  έχουμε  $\log_a x > 0$ .

iv. Οι γραφικές παραστάσεις των λογαριθμικών συναρτήσεων με αντίστροφες βάσεις  $f(x) = \log_a x$  και  $g(x) = \log_{\frac{1}{a}} x$ , με  $0 < a \neq 1$ , είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x'x$ .

