

Για την αρχική εξίσωση απαιτούμε να ισχύει  $x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$ . Όμως για κάθε  $x \in (0, 1)$  η αρχική μετατρέπεται στην ισοδύναμη εξίσωση:

$$e^x = (x - 1)(x^2 - 3) \quad (1)$$

Στη συνέχεια, η τελευταία θα γραφτεί:

$$e^x - (x - 1)(x^2 - 3) = 0$$

Ορίζουμε έτσι τη συνάρτηση  $f(x) = e^x - (x - 1)(x^2 - 3)$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ . Το θεώρημα Βολζανο εφαρμόζεται στο διάστημα  $[0, 1]$  και έτσι έχουμε ότι

- i. Η  $f$  είναι συνεχής στο διάστημα  $[0, 1]$  και επιπλέον
  - ii.
    - $f(0) = e^0 - (0 - 1)(0^2 - 3) = -2 < 0$
    - $f(1) = e^1 - (1 - 1)(1^2 - 3) = e > 0$
- οπότε παίρνουμε  $f(0) \cdot f(1) = -2e < 0$ .

Έτσι σύμφωνα με το θεώρημα Βολζανο η εξίσωση (;;) και κατά συνέπεια η αρχική εξίσωση θα έχει μια τουλάχιστον λύση  $x_0$  στο ανοικτό διάστημα  $(0, 1)$ .

#### Παρατήρηση 1

Οι δύο εξισώσεις είναι ισοδύναμες στο  $(0, 1)$  γιατί στο διάστημα αυτό δεν ανήκει το  $x = 1$  του περιορισμού.