

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
3 Αυγούστου 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Γεωμετρία

ΛΟΓΟΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΛΟΓΟΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

Λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων AB και $\Gamma\Delta$ ονομάζεται ο θετικός αριθμός λ ο οποίος είναι ίσος με το πηλίκο τους ή ισοδύναμα το πηλίκο των μέτρων τους.

$$\lambda = \frac{AB}{\Gamma\Delta}$$

ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΑΝΑΛΟΓΙΑ

Αναλογία ευθυγράμμων τμημάτων ονομάζεται η ισότητα δύο ή περισσότερων λόγων ευθυγράμμων τμημάτων. Αν a, β, γ, δ είναι ευθύγραμμα τμήματα τότε η αναλογία έχει ως εξής

$$\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \lambda$$

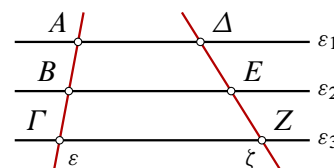
- Τα ευθύγραμμα τμήματα a, β, γ, δ ονομάζονται **όροι** της αναλογίας.
- Οι αριθμητές της αναλογίας είναι ανάλογοι προς τους παρονομαστές της δηλαδή τα ευθύγραμμα τμήματα a, γ είναι ανάλογα προς τα β, δ .
- Τα ευθύγραμμα τμήματα a και δ ονομάζονται **άκροι όροι** ενώ τα β, γ **μέσοι όροι** της αναλογίας.
- Τα ευθύγραμμα τμήματα που βρίσκονται μέσα στον ίδιο λόγο (κλάσμα) ονομάζονται **ομόλογα** ή **αντίστοιχα**.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΙΣΑ ΤΜΗΜΑΤΑ ΑΠΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ

Αν τρεις ή περισσότερες παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια τέμνουσα, τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε οποιαδήποτε άλλη τέμνουσα ευθεία.

$$\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \text{ και } AB = B\Gamma \Rightarrow \Delta E = EZ$$



ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ

Για κάθε αναλογία με όρους τα ευθύγραμμα τμήματα a, β, γ, δ θα ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες :

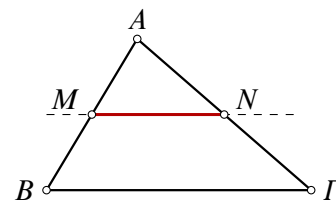
Ιδιότητα		Συνθήκη
1	Χιαστί γινόμενα	$\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow a \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$
2	Εναλλαγή μέσων και άκρων όρων	$\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{a}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta} \text{ και } \frac{\delta}{\beta} = \frac{\gamma}{a}$
5	Άθροισμα - Διαφορά αριθμ. και παρονομ.	$\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a \pm \beta}{\gamma \pm \delta}$

ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΤΜΗΜΑ ΑΠΟ ΤΑ ΜΕΣΑ ΔΥΟ ΠΛΕΥΡΩΝ

Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι παράλληλο με την τρίτη πλευρά και ισούται με το μισό της. Θα ισχύει

$$MN \parallel = \frac{B\Gamma}{2}$$

για ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με M, N τα μέσα των πλευρών $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα.



ΘΕΩΡΗΜΑ 4 : ΔΙΑΜΕΣΟΣ ΑΠΟ ΟΡΘΗ ΓΩΝΙΑ

Η διάμεσος που άγεται από την ορθή γωνία προς την υποτείνουσα σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, ισούται με το μισό της υποτείνουσας.

