

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

23 Μαρτίου 2017

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Εκθετική - Λογαριθμική Συνάρτηση

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ - ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log_2 4$ iii. $\log_5 125$ v. $\log_3 27$ vii. $\log_2 32$
 ii. $\log_3 9$ iv. $\log_2 16$ vi. $\log_4 16$ viii. $\log_2 64$

2. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log 100$ iii. $\log 10^7$ v. $\ln e^2$
 ii. $\log 10000$ iv. $\log 10^{-19}$ vi. $\ln e^{-23}$

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log_2 \frac{1}{4}$ iii. $\log_3 \frac{1}{9}$ v. $\log_4 \frac{1}{64}$
 ii. $\log_2 \frac{1}{32}$ iv. $\log_3 \frac{1}{81}$ vi. $\log_8 \frac{1}{512}$

4. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log \frac{1}{10}$ iii. $\log \frac{1}{10^{-3}}$ v. $\ln \frac{1}{e^5}$
 ii. $\log \frac{1}{1000}$ iv. $\ln \frac{1}{e}$ vi. $\ln \frac{1}{e^{-4}}$

5. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log_2 0,25$ iii. $\log_5 0,04$ v. $\log 0,0001$
 ii. $\log_2 0,125$ iv. $\log_8 0,125$ vi. $\log_{100} 0,01$

6. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log_{0,1} 0,01$ iii. $\log_{0,3} 0,0081$ v. $\log_{0,4} 6,25$
 ii. $\log_{0,2} 0,008$ iv. $\log_{1,5} 2,25$ vi. $\log_{0,5} 8$

7. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log_{\frac{3}{2}} \frac{9}{4}$ iii. $\log_{\frac{5}{7}} \frac{125}{343}$ v. $\log_{\frac{4}{e}} \frac{16}{e^2}$
 ii. $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$ iv. $\log_{\frac{1}{10}} \frac{1}{10000}$ vi. $\log_{\frac{e}{10}} \frac{e^3}{1000}$

8. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log_{\frac{4}{3}} \frac{9}{16}$ iii. $\log_{\frac{1}{10}} 1000$ v. $\log_{\frac{1}{5}} 625$
 ii. $\log_{\frac{8}{5}} \frac{125}{512}$ iv. $\log_{\frac{1}{2}} 16$ vi. $\log_{\frac{1}{4}} 256$

9. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

i. $\log_{\sqrt{2}} 4$ iii. $\log_{\sqrt{5}} 25$ v. $\log_{\sqrt{2}} 4\sqrt{2}$
 ii. $\log_{\sqrt{3}} 3$ iv. $\log_{\sqrt{e}} e^3$ vi. $\log_{\sqrt[3]{4}} 2$

10. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

i. $\log_2 x = 3$ iv. $\log_5 x = 3$
 ii. $\log_3 x = 2$ v. $\log_4 x = -3$
 iii. $\log_3 x = 4$ vi. $\log_2 x = -5$

11. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

i. $\log x = 3$ iii. $\ln x = 4$
 ii. $\log x = -2$ iv. $\ln x = -3$

12. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

i. $\log_{0,1} x = 2$ iii. $\log_{0,5} x = 3$
 ii. $\log_{0,2} x = 4$ iv. $\log_{0,2} x = -2$

13. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

i. $\log_{\frac{3}{4}} x = 2$ iv. $\log_{\frac{1}{10}} x = -2$
 ii. $\log_{\frac{2}{5}} x = 3$ v. $\log_{\frac{1}{8}} x = -3$
 iii. $\log_{\frac{1}{3}} x = 4$ vi. $\log_{\frac{1}{e}} x = -4$

14. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

i. $\log_{\sqrt{2}} x = 3$ iv. $\log_{\sqrt[5]{4}} x = 15$
 ii. $\log_{\sqrt{3}} x = 2$ v. $\log_{\sqrt{5}} x = -3$
 iii. $\log_{\sqrt[3]{2}} x = 6$ vi. $\log_{\sqrt{3}} x = -4$

15. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.

- i. $\log_2 (x - 1) = 3$ iv. $\log (x^2 - 24) = 3$
 ii. $\log_3 (2x - 3) = 2$ v. $\ln ex = 2$
 iii. $\log_4 (4 - x) = 2$ vi. $\log x^3 = 9$
16. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_2 |x - 3| = 2$ iv. $\log \frac{1}{x} = 2$
 ii. $\log_3 \sqrt{x - 2} = 2$ v. $\log_9 \sqrt[3]{3x - 1} = \frac{1}{2}$
 iii. $\log_5 (10x - x^2) = 2$ vi. $\log \frac{x-2}{x+3} = 1$
17. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_x 8 = 3$ iv. $\log_x 64 = 3$
 ii. $\log_x 4 = 2$ v. $\log_x 625 = 4$
 iii. $\log_x 27 = 3$ vi. $\log_x 343 = 3$
18. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_x 100 = 2$ iii. $\log_x e^3 = 3$
 ii. $\log_x 10^8 = 8$ iv. $\log_x e = 1$
19. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_x 4 = -2$ iv. $\log_x \frac{1}{49} = -2$
 ii. $\log_x 25 = -2$ v. $\log_x \frac{1}{100} = -2$
 iii. $\log_x \frac{1}{64} = -3$ vi. $\log_x e^2 = -2$
20. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_x \frac{4}{25} = 2$ iii. $\log_x \frac{81}{16} = -4$
 ii. $\log_x \frac{125}{64} = 3$ iv. $\log_x 1000 = -3$
21. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_x 0,04 = 2$ iii. $\log_x 0,0001 = 4$
 ii. $\log_x 0,125 = 3$ iv. $\log_x 1000 = -3$
22. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_x 2 = 2$ iii. $\log_x 10 = 2$
 ii. $\log_x 3 = 3$ iv. $\log_x e = 2$
23. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_{x-1} 4 = 2$ iii. $\log_{3-x} 16 = 2$
 ii. $\log_{2x-1} 27 = 3$ iv. $\log_{x^2} 81 = 2$
24. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_{\sqrt{x}} 5 = 2$ iii. $\log_{\sqrt[4]{3x-4}} 16 = 8$
 ii. $\log_{\sqrt[3]{2-x}} 7 = 3$ iv. $\log_{\sqrt{x^2-3}} 13 = 2$
25. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.
- i. $\log_{|x-2|} 25 = 2$ iii. $\log_{x^3-1} 7 = 1$
 ii. $\log_{x^2-3x+4} 2 = 2$ iv. $\log_{\sqrt[3]{x^2-2x}} 9 = 6$
26. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.
- i. $\log_4 8 + \log_4 2$ iii. $\log_6 12 + \log_6 3$
 ii. $\log_8 32 + \log_8 16$ iv. $\log 20 + \log 50$
27. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.
- i. $\log_8 16 + \log_8 32$
 ii. $\log_9 27 + \log_9 3$
 iii. $\log_{12} 36 + \log_{12} 48$
 iv. $\log 250 + \log 4000$
28. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.
- i. $\log_2 8 - \log_2 2$ iii. $\log_5 500 - \log_5 20$
 ii. $\log_3 54 - \log_3 2$ iv. $\log 300 - \log 3$
29. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.
- i. $\ln e^4 - \ln e^2$ iii. $\log 7500 - \log 75$
 ii. $\log 10^7 - \log 1000$ iv. $\ln 4e^5 - \ln 4$
30. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.
- i. $\log_2 24 + \log_2 20 - \log_2 15$
 ii. $\log_4 12 + \log_4 48 - \log_4 9$
 iii. $\log_3 90 - \log_3 2 - \log_3 5$
 iv. $\log_4 12 + \log_4 48 - \log_4 9$

31. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

- i. $\log_3 36 - 2 \log_3 2$
- ii. $3 \log_4 8 + \log_4 32$
- iii. $5 \log 2 + 2 \log 25 + \log 5$
- iv. $4 \log_5 10 + 3 \log_5 20 - 5 \log_5 4$

32. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

- i. $\log_4 \sqrt{8} + \frac{1}{2} \log_4 2$
- ii. $\frac{1}{3} \log_2 64 - \frac{1}{2} \log_2 8$
- iii. $\log_8 \sqrt[3]{16} + \frac{2}{3} \log_8 4$
- iv. $\log \sqrt{10} + \frac{3}{2} \log 1000$

33. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

- i. $\log_2 (2 + \sqrt{3}) + \log_2 (2 - \sqrt{3})$
- ii. $\log_3 (1 + \sqrt{10}) + \log_3 (\sqrt{10} - 1)$
- iii. $\log_3 (1 + \sqrt[3]{2}) + \log_3 (1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})$
- iv. $\log (5 - \sqrt[3]{25}) + \log (25 - 5 \sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{25^2})$

34. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

- i. $2^{\log_2 12 - \log_2 3}$
- ii. $5^{\log_5 25 + \log_5 4}$
- iii. $10^{3 \log 5 + \log 8}$
- iv. $e^{\ln 9e^5 - 3 \ln 3e}$
- v. $10^{2 \log \sqrt{1000} - \log 10}$
- vi. $e^{2 \ln \sqrt{3e} - \ln 3}$

35. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

- i. $\sqrt{\log_4 64}$
- ii. $\sqrt{\log_2 512}$
- iii. $\sqrt{\log 10^{25}}$
- iv. $\sqrt{\ln e^9}$
- v. $\sqrt[{\log 1000}]{8}$
- vi. $\sqrt[{\ln e^4}]{64}$
- vii. $\sqrt[{\log 10^5}]{4 \log_2 256}$
- viii. $\sqrt[{\ln e^3}]{9 \log_5 125}$

36. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

- i. $\log x^2 + \log x$
- ii. $\log x^3 + \log x^4$
- iii. $\log 4x^2 + \log 25x^3$
- iv. $\log 8x + \log \frac{125}{x}$

37. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

- i. $\log x^2 y - \log xy^2$
- ii. $\log x^3 - \log x^4$
- iii. $3 \log xy - \log x^3$
- iv. $2 \log 2y - 2 \log \frac{5}{y}$

38. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

- i. $\ln \sqrt{x} + \ln x^2$
- ii. $3 \ln \sqrt[3]{y} + \ln y$
- iii. $2 \ln e \sqrt{x} - \ln \frac{x}{e^2}$
- iv. $\ln \frac{4x}{e} - 2 \ln \frac{2x}{e}$

39. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

- i. $\log (x + y) + \log (x - y)$
- ii. $\ln (2 - x) + \ln (x + 2)$
- iii. $\log (a^3 - \beta^3) - \log (a - \beta)$
- iv. $\ln (ex - e^2) + \ln (x + e)$

40. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

- i. $\frac{\log \sqrt{4 \cdot 25}}{\log 10} \dots$