

Άλγεβρα Β' Λυκείου
Επαναληπτικό διαγώνισμα - Τριγωνομετρία
29 Δεκεμβρίου 2023

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις.

- α. Τι ονομάζεται τριγωνομετρική ταυτότητα;
- β. Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα ημίτονα δύο αντίθετων γωνιών;
- γ. Από ποιόν τύπο δίνονται οι λύσεις της εξίσωσης $\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta$;
- δ. Ποια είναι η περίοδος και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \epsilon\phi x$;
- ε. Για ποιες τιμές του αριθμού $a \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $\eta\mu x = a$ είναι αδύνατη;
- στ. Τι ονομάζεται τριγωνομετρική εξίσωση;

A.2 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λάθος**.

- α. Ισχύει η σχέση $\eta\mu 40^\circ = -\eta\mu 140^\circ$.
- β. Υπάρχει γωνία x για την οποία ισχύει συγχρόνως $\eta\mu x = 0$ και $\sigma\upsilon\nu x = 0$.
- γ. Η γωνία $\theta = \frac{\pi}{4}$ είναι μια λύση της εξίσωσης $2\sigma\upsilon\nu x - \sqrt{2} = 0$.
- δ. Η εξίσωση $\eta\mu x = \eta\mu \frac{\pi}{2}$ έχει λύσεις $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ όπου $k \in \mathbb{Z}$.
- ε. Η εξίσωση $\eta\mu x = \frac{3}{2}$ έχει λύσεις τις γωνίες $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ όπου $k \in \mathbb{Z}$.

ΘΕΜΑ Β

B.1 Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας

α. 210°

β. $\frac{7\pi}{4}$

B.2 Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$.

B.3 Δίνεται γωνία ω για την οποία ισχύει $\omega \in (0, \frac{\pi}{2})$ και $\eta\mu \omega = \frac{3}{5}$. Να βρεθούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας.

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Να λυθεί η τριγωνομετρική εξίσωση $2\eta\mu^2 x + 3\sigma\upsilon\nu x - 3 = 0$.

Γ.2 Να βρεθούν οι λύσεις της εξίσωσης $\sigma\upsilon\nu(2x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ που ανήκουν στο διάστημα $[0, \pi]$.

Γ.3 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \eta\mu^2 x_1 - 3\epsilon\phi(\pi - x_1) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi + x_1)$$

όπου $x_1 = \frac{2\pi}{3}$ η μικρότερη από τις λύσεις της προηγούμενης εξίσωσης.

ΘΕΜΑ Δ

Η θερμοκρασία μιας περιοχής σε βαθμούς κελσίου ($^\circ C$) κατά τη διάρκεια ενός εικοσιτετράωρου δίνεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση:

$$f(t) = -8\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{12} t + 4, \quad 0 \leq t \leq 24$$

όπου t ο χρόνος σε ώρες.

Δ.1 Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη θερμοκρασία κατά τη διάρκεια του εικοσιτετράωρου, καθώς και την περίοδο της συνάρτησης.

Δ.2 Να παραστήσετε γραφικά την f για $t \in [0, 24]$

Δ.3 Να βρείτε με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, σε ποια διαστήματα μέσα στη μέρα η θερμοκρασία αυξάνεται και σε ποια μειώνεται.

Δ.4 Να βρείτε τις ώρες στις οποίες η θερμοκρασία ισούται με $8^\circ C$.