## Σπύρος Φρονιμός - Μαθηματικός

 $\boxtimes$ : spyrosfronimos@gmail.com |  $\square$ : 6932327283 - 6974532090

# ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ${\bf 10~\Delta εκεμβρίου~2015}$

# ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

# Σύνολα - Πιθανότητες

# ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ - ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

# ΟΡΙΣΜΟΙ

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 1: ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΥΧΗΣ

Πείραμα τύχης ονομάζεται κάθε πείραμα του οποίου το αποτέλεσμα δεν μπορεί να προβλευθεί με απόλυτη βεβαιότητα όσες φορές κι αν αυτό επαναληφθεί, κάτω από τις ίδιες συνθήκες.

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 2: ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ

Δειγματικός χώρος ονομάζεται το σύνολο το οποίο περιέχει όλα τα πιθανά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης. Ο δειγματικός αποτελέι βασικό σύνολο.

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_\nu\}$$

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 3: ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΟ

Ενδεχόμενο ονομάζεται το σύνολο το οποίο περιέχει ένα ή περισσότερα στοιχεία του δειγματικού χώρου ενός πειράματος.

- Κάθε ενδεχόμενο είναι υποσύνολο του δειγματικού του χώρου.
- Συμβολίζεται με κεφαλαίο γράμμα π.χ.: A, B, . . .
- Τα ενδεχόμενα που έχουν ένα στοιχείο ονομάζονται **απλά** ενδεχόμενα, ενώ αν περιέχουν περισσότερα στοιχεία ονομάζονται **σύνθετα**.
- Εαν το αποτέλεσμα ενός πειράματος είναι στοιχείο ενός ενδεχομένου τότε το ενδεχόμενο πραγματοποιείται.
- Τα στοιχεία ενός ενδεχομένου ονομάζονται ευνοϊκές περιπτώσεις.
- Ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  ονομάζεται **βέβαιο** ενδεχόμενο, ενώ το κενό σύνολο ονομάζεται **αδύνατο** ενδεχόμενο.
- Εαν δύο ενδεχόμενα A, B δεν έχουν κοινά στοιχεία τότε ονομάζονται ασυμβίβαστα ή ξένα μεταξύ τους δηλαδή :

$$A, B$$
 ασυμβίβαστα  $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ 

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 4: ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

Οι πράξεις μεταξύ ενδεχομένων ορίζονται ακριβώς όπως και οι πράξεις μεταξύ συνόλων. Κάθε ορισμός προσαρμόζεται ώστε να περιγράψει την ισχύ του ενδεχομένου σε κάθε περίπτωση.

#### 1. Ένωση

Ένωση δύο ενδεχομένων A, B ονομάζεται το ενδεχόμενο το οποίο περιέχει τα κοινά και μη κοινά στοιχεία των δύο ενδεχομένων. Η ένωση πραγματοποιείται όταν πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα από τα ενδεχόμενα A ή B.

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \ \eta \ x \in B$$

### 2. Τομή

Τομή δύο ενδεχομένων A,B ονομάζεται το ενδεχόμενο το οποίο περιέχει τα κοινά στοιχεία των δύο ενδεχομένων. Η τομή πραγματοποιείται όταν πραγματοποιούνται συγχρόνως και τα δύο ενδεχόμενα A και B.

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \text{ kal } x \in B$$

# 3. Συμπλήρωμα

Συμπλήρωμα ενός ενδεχομένου A ονομάζεται το ενδεχόμενο το οποίο περιέχει τα στοιχεία εκείνα τα οποία  $\delta \epsilon v$  ανήκουν στο σύνολο A. Το συμπλήρωμα πραγματοποιείται όταν  $\delta \epsilon v$  πραγματοποιείται το A.

$$x \in A' \Leftrightarrow x \notin A$$

# 4. Διαφορά

Διαφορά ενός ενδεχομένου A από ένα ενδεχόμενο B ονομάζεται το ενδεχόμενο που περιέχει τα στοιχεία που ανήκουν μόνο στο ενδεχόμενο A. Η διαφορά πραγματοποιείται όταν πραγματοποιείται μόνο το ενδεχόμενο A.

$$x \in A - B \Leftrightarrow x \in A \text{ kal } x \notin B$$

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ενδεχόμενα, οι πράξεις μεταξύ δύο ενδεχομένων A, B, οι συμβολισμοί τους, λεκτική περιγραφή καθώς και διάγραμμα για κάθε περίπτωση.

| Συμβολισμός      | Ενδεχόμενο                         | Περιγραφή  | Διάγραμμα |
|------------------|------------------------------------|--|-----------|
| $x \in A$        | Ενδεχόμενο Α                       | Το ενδεχόμενο<br>πραγματοποιείται.                               | $\Omega$  |
| $x \in A'$       | Συμπλήρωμα $	au$ του $A$           | Το ενδεχόμενο Α <b>δεν</b><br>πραγματοποιείται.                  | $\Omega$  |
| $x \in A \cup B$ | Ένωση του $A$ με το $B$            | Πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα $A$ και $B$ . | $\Omega$  |
| $x \in A \cap B$ | Τομή του $A$ με το $B$             | Πραγματοποιούνται συγχρόνως τα ενδ. $A$ και $B$ .                | $\Omega$  |
| $x \in A - B$    | $\Delta$ ιαφορά του $B$ απ' το $A$ | Πραγματοποιείται <b>μόνο</b> το ενδεχόμενο Α.                    | $\Omega$  |
| $x \in B - A$    | $\Delta$ ιαφορά του $A$ απ' το $B$ | Πραγματοποιείται <b>μόνο</b> το ενδεχόμενο Β.                    | $\Omega$  |

| $x \in (A - B) \cup (B - A)$                  | Ένωση<br>διαφορών                | Πραγματοποιείται <b>μόνο</b> ένα από τα δύο σύνολα (ή μόνο το $A$ ή μόνο το $B$ ).   | $\Omega$     |
|---|----------------------------------|--|--------------|
| $A \subseteq B$ $x \in A \Rightarrow x \in B$ | Α υποσύνολο<br>του               | Η πραγματοποίηση του $A$ συνεπάγεται πραγμ/ση του $B$ .  | $\Omega$ $B$ |
| $x \in (A \cap B)'$                           | Συμπλήρωμα<br>τομής              | $\Delta \epsilon \mathbf{v}$ πραγματοποιούνται $\mathbf{\sigma} \mathbf{v} \mathbf{v} \mathbf{v} \mathbf{\rho} \mathbf{o} \mathbf{v} \mathbf{\omega} \mathbf{c}$ τα ενδ. $A$ και $B$ . | $\Omega$     |
| $x \in (A \cup B)'$                           | Συμπλήρωμα<br>ένωσης             | Δεν πραγματοποιείται <b>κανένα</b> από τα ενδ. $A$ και $B$ .   | $\Omega$     |
| $x \in (A - B)'$                              | Συμπλήρωμα<br>διαφοράς           | $\pmb{\Delta e v}$ πραγματοποιείται μόνο το ενδεχόμενο $A$ .   | $\Omega$     |
| $x \in (B - A)'$                              | Συμπλήρωμα<br>διαφοράς           | $\pmb{\Delta \varepsilon v}$ πραγματοποιείται μόνο το ενδεχόμενο $\pmb{B}$ .   | $\Omega$     |
| $x \in ((A-B) \cup (B-A))'$                   | Συμπλήρωμα<br>ένωσης<br>διαφορών | Δεν πραγματοποιείται μόνο ένα από τα δύο σύνολα (ή κανένα από τα δύο ή και τα δύο).  | $\Omega$     |