

6 Σεπτεμβρίου 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΠΑΛ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΥΝΕΧΕΙΑ - ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ

ΘΕΜΑ Α Θεωρία

A.1 Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα σύνολο A και x_0 ένα σημείο του πεδίου ορισμού της. Να διατυπώσετε τον ορισμό της συνέχειας της συνάρτησης f στο σημείο x_0 καθώς και σε όλο το πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 10**

A.2 Να γράψετε τον τύπο με τον οποίο δίνεται η παράγωγος μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της. Πότε η f λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό; **Μονάδες 5**

A.3 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- i. Η παράγωγος μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι πάντα πραγματικός αριθμός.
- ii. Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$ είναι η $f'(x) = \sigma\upsilon\nu x$.
- iii. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x+1}$ είναι συνεχής σε όλο το πεδίο ορισμού της.
- iv. Ο κανόνας ο οποίος μας δίνει την παράγωγο του γινομένου δύο συναρτήσεων είναι $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$.
- v. Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \sigma\upsilon\nu\varphi$ είναι $f'(x) = -\eta\mu\varphi$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β Συνέχεια

B.1 Έστω η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο \mathbb{R} η οποία δίνεται από τον τύπο :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - x} & , x \neq 1 \\ 2 & , x = 1 \end{cases}$$

Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 10

B.2 Έστω η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο \mathbb{R} η οποία δίνεται από τον τύπο :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} & , x \neq 2 \\ 3\lambda - 2 & , x = 2 \end{cases}$$

Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου λ ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Γ Παράγωγος

Γ.1 Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων.

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">• $f(x) = x^2 \cdot \eta\mu x$• $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 8x - \epsilon\varphi\pi$ | <ul style="list-style-type: none">• $f(x) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$• $f(x) = x^2 \cdot \eta\mu x + x \cdot \sigma\upsilon\nu x$ |
|---|---|

Μονάδες 10

Γ.2 Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων.

$$\bullet f(x) = \frac{x-2}{x^2}$$

$$\bullet f(x) = \frac{x^2-3x}{x^3-2x^2}$$

$$\bullet f(x) = \frac{\eta\mu x}{\epsilon\varphi x}$$

$$\bullet f(x) = \frac{3x^2}{x-2} + \frac{x^4}{x^2-x}$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Δ Σύνθετο θέμα

Δίνεται μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} η οποία δίνεται από τον παρακάτω τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - ax + 6}{x - 3} & , x \neq 2 \\ \beta - 4 & , x = 2 \end{cases}$$

Δ.1 Αν γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1, -1)$ τότε να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου a . **Μονάδες 8**

Δ.2 Για την τιμή της παραμέτρου a του προηγούμενου ερωτήματος, να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου β ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 2$. **Μονάδες 9**

Δ.3 Να υπολογίσετε την παράγωγο $f'(x)$ της συνάρτησης f για κάθε $x \neq 2$. **Μονάδες 9**

Καλή Επιτυχία!