

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

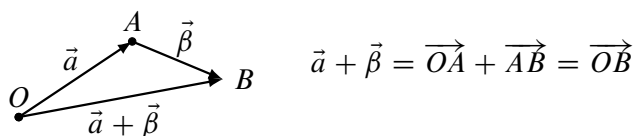
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ - ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

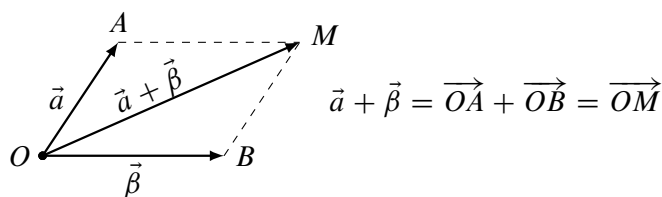
Άθροισμα ή συνισταμένη δύο μη μηδενικών **διαδοχικών** διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b} ονομάζεται το διάνυσμα $\vec{a} + \vec{b}$ το οποίο έχει αρχή, την αρχή του \vec{a} και πέρας, το πέρας του \vec{b} .



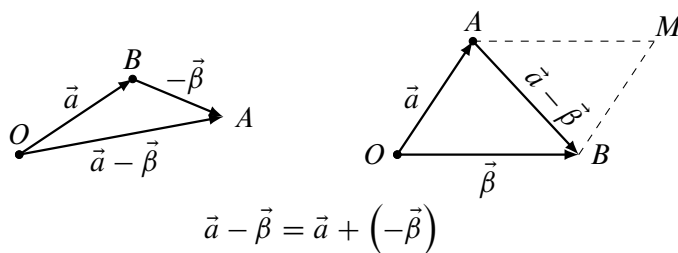
- Αν τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} δεν είναι διαδοχικά τότε μεταφέρουμε παράλληλα ένα εκ των δύο ώστε η αρχή του να συμπίπτει με το πέρας του πρώτου.
- Το άθροισμα των διανυσμάτων είναι ανεξάρτητο από την επιλογή της αρχής O .

ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ - ΚΑΝΟΝΑΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ

Άθροισμα ή συνισταμένη δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{a} = \vec{OA}$ και $\vec{b} = \vec{OB}$ που έχουν **κοινή αρχή**, ονομάζεται το διάνυσμα $\vec{a} + \vec{b} = \vec{OM}$ το οποίο αποτελεί τη **διαγώνιο** του παραλληλογράμμου $OAMB$ που ορίζουν οι διαδοχικές πλευρές OA και OB .

**ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ**

Η διαφορά $\vec{a} - \vec{b}$ δύο μη μηδενικών διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b} ορίζεται ως το άθροισμα του διανύσματος \vec{a} με το αντίθετο του \vec{b} .



- Με τον κανόνα της πρόσθεσης διαδοχικών διανυσμάτων τοποθετούμε στο πέρας του \vec{a} την αρχή του διανύσματος $-\vec{\beta}$.
- Με τον κανόνα του παραλληλογράμμου η διαφορά των δύο διανυσμάτων $\vec{a} = \vec{OA}$ και $\vec{\beta} = \vec{OB}$ ορίζεται ως η δεύτερη διαγώνιος \vec{AB} του παραλληλογράμμου $OAMB$. Έχει αρχή το πέρας του \vec{a} και πέρας, το πέρας του $\vec{\beta}$.

ΟΡΙΣΜΟΣ 4 : ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΘΕΣΗΣ

Διάνυσμα θέσης ή διανυσματική ακτίνα ενός σημείου M ονομάζεται το διάνυσμα \vec{OM} με αρχή ένα τυχαίο σταθερό σημείο O του επιπέδου και πέρας το σημείο M .

- Το σταθερό σημείο O ονομάζεται **σημείο αναφοράς**.
- Το σημείο O είναι αρχή όλων των διανυσματικών ακτίνων του ίδιου επιπέδου ή χώρου και η επιλογή του είναι αυθαίρετη.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι ιδιότητες της πράξης της πρόσθεσης διανυσμάτων.

Ιδιότητα	Συνθήκη
Αντιμεταθετική	$\vec{a} + \vec{\beta} = \vec{\beta} + \vec{a}$
Προσεταιριστική	$\vec{a} + (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = (\vec{a} + \vec{\beta}) + \vec{\gamma}$
Ουδέτερο στοιχείο	$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$
Αντίθετα διανύσματα	$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΘΕΣΗΣ

Κάθε διάνυσμα \vec{AB} του επιπέδου ή του χώρου γράφεται ως η διαφορά της διανυσματικής ακτίνας του πέρατος \vec{OB} με τη διανυσματική ακτίνα της αρχής \vec{OA} .

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΜΕΤΡΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Το μέτρο του αθροίσματος δύο μη μηδενικών διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι μικρότερο ίσο από το άθροισμα των μέτρων τους και μεγαλύτερο ίσο από τη διαφορά τους.

$$||\vec{a}| - |\vec{\beta}|| \leq |\vec{a} + \vec{\beta}| \leq |\vec{a}| + |\vec{\beta}|$$