

# ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

21 Σεπτεμβρίου 2015

## ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

### ΜΕΘΟΔΟΣ 1 : ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΑΡΙΘΜΩΝ

Σε αριθμητικές παραστάσεις όπου καλούμαστε να κάνουμε πράξεις μεταξύ πραγματικών αριθμών ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα για κάθε πράξη

#### 1. Πρόσθεση

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και γράφουμε μπροστά από το αποτέλεσμα το κοινό τους πρόσημο.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, αφαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και γράφουμε μπροστά από το αποτέλεσμα το πρόσημο του αριθμού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

#### 2. Πολλαπλασιασμός

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και γράφουμε μπροστά από το αποτέλεσμα το πρόσημο +.
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και γράφουμε μπροστά από το αποτέλεσμα το πρόσημο -.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 : ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΑΡΙΘΜΩΝ

Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω αθροισμάτων και γινομένων

.i  $17 + 23$

.iii  $28 - 15$

.v  $8 \cdot 9$

.vii  $25 \cdot (-8)$

.ii  $32 - 47$

.iv  $-54 - 27$

.vi  $(-14) \cdot 15$

.viii  $(-32) \cdot (-100)$

### ΛΥΣΗ

Σε κάθε πράξη από τις παραπάνω εξετάζουμε αν οι αριθμοί είναι ομόσημοι ή ετερόσημοι.

- Οι αριθμοί της παράστασης είναι ομόσημοι οπότε προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους. Το αποτέλεσμα θα έχει το ίδιο πρόσημο.

$$17 + 23 = +(17 + 23) = +40 = 40$$

- Στην παράσταση αυτή θα αφαιρέσουμε τις απόλυτες τιμές των αριθμών αφού είναι ετερόσημοι. Το αποτέλεσμα θα έχει το πρόσημο του αριθμού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

$$32 - 47 = -(47 - 32) = -15$$

Συνεχίζουμε και στα επόμενα παραδείγματα με τον ίδιο τρόπο.

iii.  $28 - 15 = +(28 - 15) = +13 = 13$

iv.  $-54 - 27 = -(54 + 27) = -81$

v. Οι παράγοντες του γινομένου είναι ομόσημοι. Επομένως το αποτέλεσμα θα είναι θετικό.

$$8 \cdot 9 = +72 = 72$$

vi. Το γινόμενο αυτό περιέχει ετερόσημους παράγοντες. Το αποτέλεσμα του γινομένου θα είναι αρνητικό.

$$(-14) \cdot 15 = -14 \cdot 15 = -210$$

Ομοίως και στα επόμενα παραδείγματα θα έχουμε

vii.  $25 \cdot (-8) = -25 \cdot 8 = -200$

viii.  $(-32) \cdot (-100) = +32 \cdot 100 = 3200$

## ΜΕΘΟΔΟΣ 2 : ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Σε σύνθετες αριθμητικές παραστάσεις, οι οποίες περιέχουν πολλές πράξεις, ακολουθούμε τη σειρά των πράξεων που γνωρίζουμε από την Α' Γυμνασίου δηλαδή

1. Πολλαπλασιασμοί - Διαιρέσεις

2. Προσθέσεις - Αφαιρέσεις

Οι πράξεις εκτελούνται με τη σειρά αυτή πρώτα μέσα σε παρενθέσεις, αν υπάρχουν και ύστερα έξω απ' αυτές. Μπορούν οι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις μεταξύ προσήμων και μεταξύ αριθμών να γίνουν σε ξεχωριστά βήματα προκειμένου να αποφύγουμε τα λάθη. Αν υπάρχει εμπειρία μπορούμε να βγάλουμε και κατευθείαν το αποτέλεσμα.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2 : ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Να βρεθεί η τιμή της παρακάτω αλγεβρικής παράστασης.

$$-2 \cdot 5 + 4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{35}{4} : \left(-\frac{15}{2}\right)$$

#### ΛΥΣΗ

Ακολουθώντας τα βήματα που μας υποδεικνύει η μέθοδος θα έχουμε

$$\begin{aligned} -2 \cdot 5 + 4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{35}{4} : \left(-\frac{15}{2}\right) &\xrightarrow{\text{Πρόσημα}} -2 \cdot 5 - 4 \cdot \frac{3}{5} + \frac{35}{4} : \frac{15}{2} = \\ &\xrightarrow{\text{Πολλ.-Διαιρ.}} -10 - \frac{12}{5} + \frac{35}{4} \cdot \frac{2}{15} = -10 - \frac{12}{5} + \frac{7}{6} = \\ &\xrightarrow{\text{Πρ.-Αφ.}} -\frac{300}{30} - \frac{72}{30} + \frac{35}{30} = \frac{337}{30} \end{aligned}$$

## ΜΕΘΟΔΟΣ 3 : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΜΕ ΑΓΝΩΣΤΟ ΑΡΙΘΜΟ

Εαν μια αριθμητική παράσταση περιέχει έναν άγνωστο αριθμό ή αγνωστη παράσταση, των οποίων όμως η τιμή δίνεται γνωστή από την εκφώνηση της άσκησης, τότε προκειμένου να υπολογίσουμε την τιμή της παράστασης :

### 1<sup>ο</sup> Βήμα : Αντικατάσταση

Αντικαθιστούμε τον άγνωστο αριθμό με την τιμή του. Στην περίπτωση άγνωστης παράστασης με πολλούς άγνωστους αριθμούς, αντικαθιστούμε ολόκληρη την παράσταση αυτή με την τιμή που μας δίνεται χωρίς να είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε την τιμή κάθε αγνώστου ξεχωριστά.

### 2<sup>ο</sup> Βήμα : Πράξεις

Στη συνέχεια εκτελούμε τις πράξεις σύμφωνα με τις οδηγίες της **Μεθόδου 1** για πραγματικούς αριθμούς ώστε να υπολογίσουμε την τιμή της παράστασης.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3 : ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΜΕ ΑΓΝΩΣΤΟ

Να υπολογιστεί η αριθμητική τιμή των παρακάτω παραστάσεων

i.  $3x - 4 + 2y - 8 - 4y + x - 5$  για  $x = -2$  και  $y = 3$

ii.  $2 - 7y - 3 - 3x + 1 - x + 3y + 9$  όταν  $x + y = 4$

### ΛΥΣΗ

- i. Στην 1<sup>η</sup> παράσταση γνωρίζουμε την τιμή κάθε μεταβλητής ξεχωριστά. Μπορούμε λοιπόν να αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές με τους αριθμούς και να υπολογίσουμε την τιμή. Πριν απ' αυτό θα χρειαστεί να γίνει αναγωγή ομοίων όρων.

$$3x - 4 + 2y - 8 - 4y + x - 5 = 4x - 2y - 17$$

Με αντικατάσταση θα έχουμε όπου  $x = -2$  και  $y = 3$

$$4x - 2y - 17 = 4 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 - 17 = -8 - 6 - 17 = -31$$

- ii. Στην παράσταση αυτή θα χρειαστεί να απλοποιήσουμε τη μορφή της κάνοντας αναγωγή ομοίων όρων και να εμφανίσουμε την παράσταση  $x + y$  μιας και δεν γνωρίζουμε την τιμή κάθε μεταβλητής ξεχωριστά.

$$2 - 7y - 3 - 3x + 1 - x + 3y + 9 = -4x - 4y + 9 \xrightarrow{\text{Επιμ. Ιδ.}} -4(x + y) + 9$$

Αντικαθιστώντας όπου  $x + y = 4$  θα έχουμε

$$-4(x + y) + 9 = -4 \cdot 4 + 9 = -16 + 9 = -7$$

Σπύρος Φρόνιμος