



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍: Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος | ☎: 26610 20144 | 📠: 6932327283 - 6955058444

30 Ιανουαρίου 2020

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Παράγωγοι

ΤΥΠΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: Β

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό. *Μονάδες 5*

A.2 Να δώσετε τον ορισμό της παραγωγίσιμης συνάρτησης σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της.

Μονάδες 5

A.3 Να δείξετε ότι $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Μονάδες 5

A.4 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

- α. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε είναι και παραγωγίσιμη σ' αυτό.
- β. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε δεν είναι παραγωγίσιμη σ' αυτό.
- γ. Το πεδίο ορισμού της παραγώγου μιας συνάρτησης f είναι υποσύνολο του πεδίου ορισμού της f .
- δ. Η παράγωγος του γινομένου δύο συναρτήσεων f, g ισούται με $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$.
- ε. Ισχύει ότι $(x^x)' = x \cdot x^{x-1}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων.

B.1 $f(x) = x^2 \cdot \eta\mu x$

B.5 $f(x) = (x^2 - 1)^x$

B.2 $f(x) = \frac{e^x}{\sin x}$

B.6 $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$

B.3 $f(x) = \ln(\sin x), x \in (0, \frac{\pi}{2})$

B.7 $f(x) = \sqrt[3]{(2-x)^4}$

B.4 $f(x) = 3^x \cdot \ln x$

B.8 $f(x) = |x - 3| + 2x$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$$

Γ.1 Να βρεθεί η παράγωγος της f .

Μονάδες 8

Γ.2 Να λυθεί η ανίσωση $f'(x) < 0$.

Μονάδες 7

Γ.3 Ναδειχθεί ότι η γραφική παράσταση της f'' τέμνει τον οριζόντιο άξονα ακριβώς σε ένα σημείο $A(x_0, 0)$ με $x_0 \in (1, 2)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + a & , x > 1 \\ \beta x + 3 & , x \leq 1 \end{cases}$$

όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$.

Δ.1 Να δείξετε ότι $a = 4$ και $\beta = -3$.

Μονάδες 10

Δ.2 Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x)$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$.

Μονάδες 7

Δ.3 Να εξετάσετε αν η f'' είναι συνεχής.

Μονάδες 7