ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Γεωμετρια

1.1 Ευθείες - Ημιευθείες - Ευθύγραμμα τμήματα

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.1 ΣΗΜΕΙΟ
Σημείο ονομάζεται το σχήμα που δηλώνει θέση στο επίπεδο η στο χώρο. Παριστάνεται με τελεία, δεν έχει διαστάσεις και συμβολίζεται με κεφαλαίο γράμμα του ελληνικού ή λατινικού αλφαβήτου.

Σχήμα 1.1: Σημείο

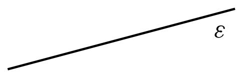
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.2 ΓΡΑΜΜΗ
Γραμμή ονομάζεται το σχημα που προκύπτει από το σύνολο των θέσεων ενός μετακινούμενου σημείου στο επίπεδο ή στο χώρο. Η γραμμή έχει μόνο μια διάσταση, το μήκος.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.3 ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ
Επιφάνεια ονομάζεται το σύνολο των σημείων ενός σώματος που ορίζουν το εξωτερικό σχήμα του.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.4 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟ ΣΧΗΜΑ
Γεωμετρικό σχήμα ονομάζεται το σύνολο των στοιχείων ενός σχήματος στοιχεία του οποίου αποτελούν τα σημεία οι γραμμές και οι επιφάνειες του.

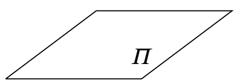
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.5 ΕΙΚΟΝΑ
Εικόνα ενός σχήματος ονομάζεται το σχήμα, το οποίο προκύπτει από μετατόπιση του αρχικού χωρις αυτό να αλλοιωθεί.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.6 ΕΥΘΕΙΑ ΓΡΑΜΜΗ
Ευθεία ονομάζεται σύνολο των σημείων τα οποία ορίζουν μια ίσια και με άπειρο μήκος γραμμή χωρίς αρχή και τέλος. Συμβολίζεται με ένα μικρό γράμμα του ελληνικού ή λατινικού αλφαβήτου.



Σχήμα 1.2: Ευθεία γραμμή

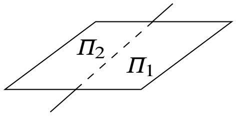
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.7 ΕΠΙΠΕΔΟ
Επίπεδο ονομάζεται μια λεία ομοιόμορφη επιφάνεια στην οποία μπορεί να εφαρμόσει πλήρως μια ευθεία γραμμή. Το επίπεδο έχει δύο διαστάσεις μήκος και πλάτος.



Σχήμα 1.3: Επίπεδο

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.8 ΗΜΙΕΠΙΠΕΔΟ

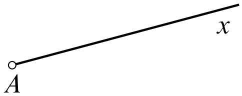
Ημιεπίπεδο ονομάζεται καθένα από τα μέρη ενός επιπέδου στα οποία χωρίζεται από μια ευθεία γραμμή.



Σχήμα 1.4: Ημιεπίπεδο

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.9 ΗΜΙΕΥΘΕΙΑ

Ημιευθεία ονομάζεται το μέρος μιας ευθείας, με αρχή ένα σημείο της η οποία επεκτείνεται απεριόριστα. Συμβολίζεται με το γράμμα του σημείου της αρχής και ένα μικρό γράμμα προς το μέρος που επεκτείνεται.



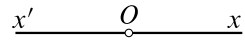
Σχήμα 1.5: Ημιευθεία

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.10 ΦΟΡΕΑΣ

Φορέας μιας ημιευθείας ή ενός ευθύγραμμου τμήματος ονομάζεται η ευθεία γραμμή η οποία φέρει πάνω της την ημιευθεία ή το ευθύγραμμο τμήμα.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.11 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΕΣ ΗΜΙΕΥΘΕΙΕΣ

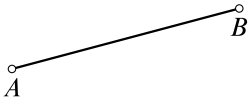
Αντικείμενες ονομάζονται δυο ημιευθείες με κοινή αρχή και κοινό φορέα.



Σχήμα 1.6: Αντικείμενες ημιευθείες

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.12 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΤΜΗΜΑ

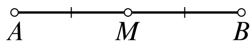
Ευθύγραμμο τμήμα ονομάζεται το τμήμα μιας ευθείας γραμμής το οποίο βρίσκεται ανάμεσα από δύο σταθερά σημεία αυτής. Τα σταθερά αυτά σημεία ονομάζονται **άκρα** του ευθύγραμμου τμήματος.



Σχήμα 1.7: Ευθύγραμμο τμήμα

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.13 ΜΕΣΟ

Μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος, ονομάζεται το εσωτερικό σημείο του, το οποίο το χωρίζει σε δύο ίσα μέρη.



Σχήμα 1.8: Μέσο τμήματος

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.14 ΜΟΝΑΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΗΚΟΥΣ

Μονάδα μέτρησης μήκους ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση και τη σύγκριση όλων των ευθυγράμμων τμημάτων.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.15 ΜΗΚΟΣ

Μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος ονομάζεται ο αριθμός με τον οποίο θα πολλαπλασιαστεί η μονάδα μέτρησης μήκους ώστε να προκύψει το ευθύγραμμο τμήμα.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.16 ΙΣΑ ΤΜΗΜΑΤΑ

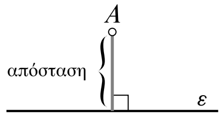
Ίσα ονομάζονται δυο ή περισσότερα ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία έχουν το ίδιο μήκος.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.17 ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ

Απόσταση μεταξύ δύο σημείων ονομάζουμε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος με άκρα τα σημεία αυτά.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.18 ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΑΠΟ ΕΥΘΕΙΑ

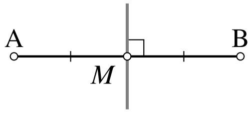
Απόσταση ενός σημείου από μια ευθεία ονομάζεται το μήκος του μοναδικού κάθετου ευθύγραμμου τμήματος από το σημείο προς την ευθεία.



Σχήμα 1.9: Απόσταση σημείου από ευθεία

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.19 ΜΕΣΟΚΑΘΕΤΟΣ

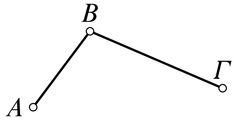
Μεσοκάθετος ενός ευθύγραμμου τμήματος ονομάζεται η ευθεία που διέρχεται κάθετα από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος.



Σχήμα 1.10: Μεσοκάθετος

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.20 ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΤΜΗΜΑΤΑ

Διαδοχικά ονομάζονται δύο ή περισσότερα ευθύγραμμα τμήματα τα οποία ανά δύο έχουν ένα κοινό άκρο και κανένα άλλο κοινό σημείο.



Σχήμα 1.11: Διαδοχικά τμήματα

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.21 ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

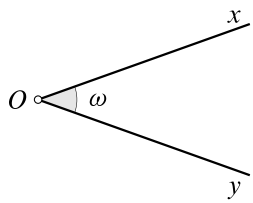
Άθροισμα δύο ή περισσοτέρων διαδοχικών ευθυγράμμων τμημάτων, που βρίσκονται στον ίδιο φορέα, ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο έχει αρχη, την αρχή του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος και τέλος, το τέλος του τελευταίου.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.22 ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

Γινόμενο ενός ευθυγράμμου τμήματος επί έναν πραγματικό αριθμό ν, ονομάζεται το άθροισμα ν διαδοχικών ίσων ευθυγράμμων τμημάτων.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.23 ΓΩΝΙΑ

Γωνία ονομάζεται το σχημα που αποτελειται από δύο ημιευθείες με κοινή αρχή και το κοινό μέρος των ημιεπιπέδων που ορίζουν οι δύο ημιευθείες.



Σχήμα 1.12: Γωνία

- Οι ημιευθείες ονομάζονται **πλευρές** της γωνίας.
- Το κοινό σημείο των δύο ημιευθειών ονομάζεται **κορυφή** της γωνίας.
- Μια γωνία συμβολίζεται είτε με το όνομα της κορυφής : $\hat{O}$, είτε γράφοντας και τα τρία γράμματα διαδοχικά : $x\hat{O}y$, είτε με ένα μικρό γράμμα στο εσωτερικό της : ω.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.24 ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΓΩΝΙΩΝ - ΤΟΞΩΝ

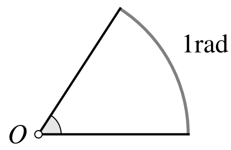
Μονάδες μέτρησης γωνιών λέγονται οι γωνίες με τις οποίες μετράμε το μέτρο (άνοιγμα) των πλευρών μιας γωνίας. Οι βασικές μονάδες μέτρησης για τη μέτρηση γωνιών είναι :

1. **Μοίρα**
   Μοίρα ονομάζεται η γωνία η οποία αν γίνει επίκεντρη σε κύκλο, βαίνει σε τόξο ίσο με το $\frac{1}{360}$ του τόξου του κύκλου.
   - Συμβολίζεται με $1°$.

- Μια μοίρα υποδιαιρείται σε 60 πρώτα λεπτά ($60'$) και κάθε λεπτό σε 60 δεύτερα λεπτά ($60''$).

2. Ακτίνιο

Ακτίνιο ονομάζεται η γωνία που αν γίνει επίκεντρη, βαίνει σε τόξο με μήκος ίσο με την ακτίνα του κύκλου. Συμβολίζεται με 1rad.



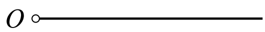
Σχήμα 1.13: Ακτίνιο

ΕΙΔΗ ΓΩΝΙΩΝ

Οι γωνίες ταξινομούνται σε 7 κατηγορίες ως προς το μέτρο τους και είναι οι εξής :

1. Μηδενική

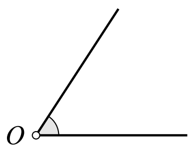
Μηδενική ονομάζεται η γωνία η οποία έχει μέτρο ίσο με $0°$. Οι πλευρές μιας μηδενικής γωνίας συμπίπτουν.



Σχήμα 1.14: Μηδενική γωνία

2. Οξεία

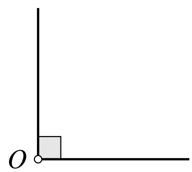
Οξεία ονομάζεται η γωνία η οποία έχει μέτρο μεταξύ $0°$ και $90°$. Μια οξεία γωνία έχει μέτρο μικρότερο της ορθής.



Σχήμα 1.15: Οξεία γωνία

3. Ορθή

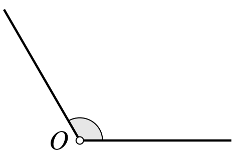
Ορθή ονομάζεται η γωνία η οποία έχει μέτρο ίσο με $90°$. Οι πλευρές της ορθής γωνίας λέγονται **κάθετες**.



Σχήμα 1.16: Ορθή γωνία

4. Αμβλεία

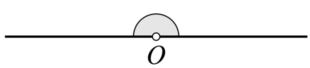
Αμβλεία ονομάζεται η γωνία η οποία έχει μέτρο μεταξύ $90°$ και $180°$. Μια αμβλεία γωνία έχει μέτρο μεγαλύτερο της ορθής.



Σχήμα 1.17: Αμβλεία γωνία

5. Ευθεία

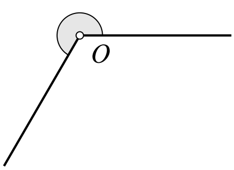
Ευθεία ονομάζεται η γωνία η οποία έχει μέτρο ίσο με $180°$. Οι πλευρές μιας ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.



Σχήμα 1.18: Ευθεία γωνία

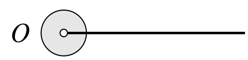
6. Μη κυρτή

Μη κυρτή ονομάζεται η γωνία η οποία έχει μέτρο μεταξύ $180°$ και $360°$. Μια μη κυρτή γωνία έχει μέτρο μεγαλύτερο της ευθείας.



Σχήμα 1.19: Μη κυρτή γωνία

7. **Πλήρης**
   Πλήρης ονομάζεται η γωνία η οποία έχει μέτρο ίσο με 360°.
   Οι πλευρές μιας πλήρους γωνίας ταυτίζονται.



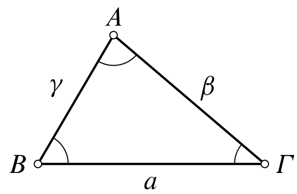
Σχήμα 1.20: Πλήρης γωνία

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.25 ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ
Διχοτόμος μιας γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία η οποία χωρίζει τη γωνία σε 2 ίσα μέρη.

1.2 Τρίγωνα

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.26 ΤΡΙΓΩΝΟ - ΚΥΡΙΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΡΙΓΩΝΟΥ
Τρίγωνο ονομάζεται το κυρτό πολύγωνο το οποίο έχει τρεις πλευρές και τρεις γωνίες.



Σχήμα 1.21: Τρίγωνο

- Τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου είναι οι πλευρές, οι γωνίες και οι κορυφές του.
- Κάθε τρίγωνο συμβολίζεται με τη χρήση των ονομάτων των τριών κορυφών του για παράδειγμα $AB\Gamma$.

$$B\Gamma \to a \ , \ A\Gamma \to \beta \ , \ AB \to \gamma$$

- Οι πλευρές ενός τριγώνου, εκτός από το συνηθισμένο συμβολισμό ενός ευθύγραμμου τμήματος, μπορούν εναλλακτικά να συμβολιστούν με ένα μικρό γράμμα, αντίστοιχο του ονόματος της απέναντι κορυφής.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.27 ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΡΙΓΩΝΟΥ
Τα δευτερεύοντα στοιχεία κάθε τριγώνου είναι η διάμεσος, η διχοτόμος και το ύψος του. Αναλυτικά ορίζονται ως εξής :

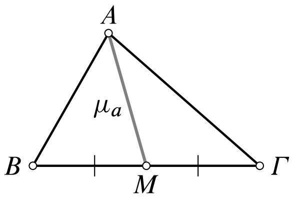
1. **Διάμεσος**
   Διαμεσος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.

   - Κάθε διάμεσος συμβολίζεται είτε με τα γράμματα των δύο άκρων της είναι με το γράμμα μ το οποίο θα έχει δείκτη, το όνομα της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί η διάμεσος.
   - Οι διάμεσοι για ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ θα είναι $\mu_a, \mu_\beta, \mu_\gamma$.

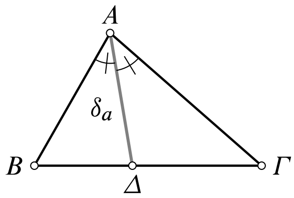
2. **Διχοτόμος**
   Διχοτόμος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο χωρίζει μια γωνία του τριγώνου σε δύο ίσα μέρη.

   - Κάθε διχοτόμος συμβολίζεται εναλλακτικά με το γράμμα δ το οποίο θα έχει δείκτη, το όνομα της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί η διχοτόμος.

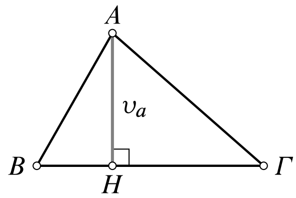
- Οι διχοτόμοι για ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ θα είναι $\delta_a, \delta_\beta, \delta_\gamma$.



Σχήμα 1.22: Διάμεσος



Σχήμα 1.23: Διχοτόμος



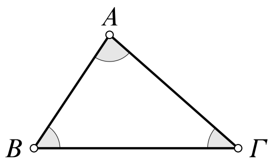
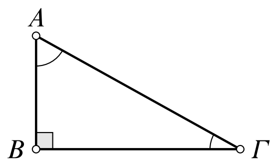
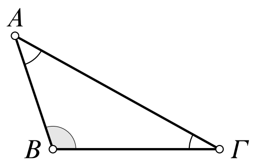
Σχήμα 1.24: Ύψος

3. **Ύψος**
   Ύψος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο έχει το ένα άκρο του σε μια κορυφή του τριγώνου και είναι κάθετο με την απέναντι πλευρά.

   - Τα ύψη ενός τριγώνου συμβολίζονται με το γράμμα υ το οποίο θα έχει δείκτη, το όνομα της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί η διχοτόμος.
   - Τα ύψη για ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ θα είναι $\upsilon_a, \upsilon_\beta, \upsilon_\gamma$.

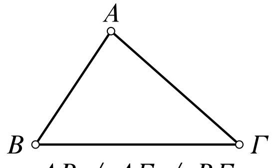
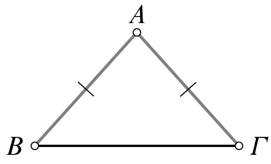
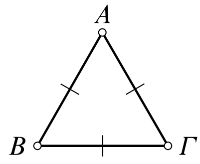
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.28 ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ
Τα τρίγωνα μπορούν να χωριστούν σε κατηγορίες ως προς το είδος των γωνιών που περιέχουν και ως προς τη σχέση των πλευρων μεταξύ τους.

1. **Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες**
   Με κριτήριο το είδος των γωνιών που περιέχει ένα τρίγωνο διακρίνουμε τα παρακάτω τρία είδη τριγώνων.

Οξυγώνιο	**Ορθογώνιο**	**Αμβλυγώνιο**
 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma} < 90°$	 $\hat{B} = 90°$	 $\hat{B} > 90°$
Ένα τρίγωνο ονομάζεται **οξυγώνιο** εαν έχει **όλες** τις γωνίες του οξείες.	Ένα τρίγωνο ονομάζεται **ορθογώνιο** εαν έχει μια ορθή γωνία.	Ένα τρίγωνο ονομάζεται **αμβλυγώνιο** εαν έχει μια αμβλεία γωνία.

Πίνακας 1.1: Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες

2. **Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές**
   Με βάση τη σχέση μεταξύ των πλευρών ενός τριγώνου χωρίζουμε τα τρίγωνα στις παρακάτω τρεις κατηγορίες.

Σκαληνό	**Ισοσκελές**	**Ισόπλευρο**
 $AB \neq A\Gamma \neq B\Gamma$	 $AB = A\Gamma$	 $AB = A\Gamma = B\Gamma$
Ένα τρίγωνο ονομάζεται **σκαληνό** εαν όλες οι πλευρές του είναι μεταξύ τους άνισες.	Ένα τρίγωνο ονομάζεται **ισοσκελές** εαν έχει δύο πλευρές ίσες. Η τρίτη πλευρά ονομάζεται **βάση**.	Ένα τρίγωνο ονομάζεται **ισόπλευρο** εαν έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

Πίνακας 1.2: Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ - ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΚΡΙΤΗΡΙΑ - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1.1 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

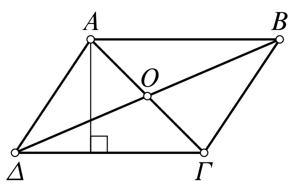
1.3 Παραλληλόγραμμα

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.29 ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ

Παραλληλόγραμμο ονομάζεται το τετράπλευρο το οποίο έχει τις απέναντι πλευρές του ανα δύο παράλληλες.

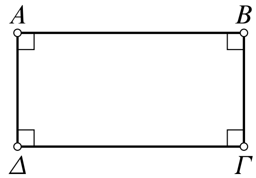
- Τα ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν τις απέναντι κορυφές ενός παραλληλογράμμου ονομάζονται **διαγώνιοι**.
- Το σημείο τομής των διαγωνίων ενός παραλληλογράμμου ονομάζεται **κέντρο** του.



Σχήμα 1.25: Παραλληλόγραμμο

- Το ευθύγραμμο τμήμα που έχει τα άκρα του στις απέναντι πλευρές ενός παραλληλογράμου και είναι κάθετο σ' αυτές ονομάζεται **ύψος**.

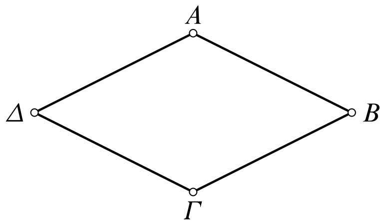
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.30 ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ
Ορθογώνιο ονομάζεται το παραλληλόγραμμο το οποίο όλες τις γωνίες του ορθές. Ισοδύναμα μπορούμε να ορίσουμε το ορθογώνιο ως το παραλληλόγραμμο το οποίο έχει μια ορθή γωνία και κατά συνέπεια από τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου, προκύπτουν και οι υπόλοιπες γωνίες του ορθές.



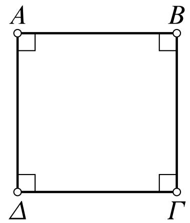
Σχήμα 1.26: Ορθογώνιο

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.31 ΡΟΜΒΟΣ
Ρόμβος ονομάζεται το παραλληλόγραμμο το οποίο έχει τις διαδοχικές πλευρές του μεταξύ τους ίσες.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.32 ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ
Τετράγωνο ονομάζεται το παραλληλόγραμμο το οποίο είναι και ορθογώνιο και ρόμβος συγχρόνως.



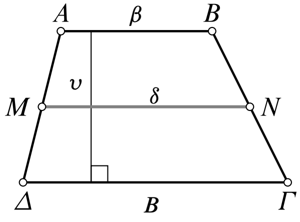
Σχήμα 1.27: Ρόμβος



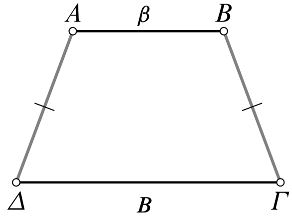
Σχήμα 1.28: Τετράγωνο

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.33 ΤΡΑΠΕΖΙΟ
Τραπέζιο ονομάζεται το τετράπλευρο το οποίο έχει δύο απέναντι πλευρές του παράλληλες.

- Οι παράλληλες πλευρές ενός τραπεζίου ονομάζονται **βάσεις** του. Οι βάσεις ενός τραπεζίου δεν είναι ίσες. Ονομάζονται **μικρή** και **μεγάλη** βάση αντίστοιχα.
- Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο μη παράλληλων πλευρών ενός τραπεζίου ονομάζεται **διάμεσος** του τραπεζίου.



Σχήμα 1.29: Τραπέζιο



Σχήμα 1.30: Ισοσκελές τραπέζιο

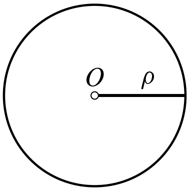
- Το ευθύγραμμο τμήμα που είναι κάθετο προς τις δύο βάσεις ενός τραπεζίου ονομάζεται **ύψος** του τραπεζίου.
- Το τραπέζιο το οποίο έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες ονομάζεται **ισοσκελές τραπέζιο**.

1.4 Κύκλος

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.34 ΚΥΚΛΟΣ
Κύκλος ονομάζεται το σύνολο των σημείων του επιπέδου που έχουν σταθερή απόσταση από ένα σταθερό σημείο.

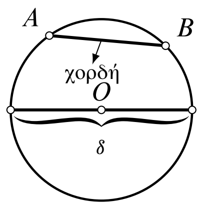
- Το σταθερό σημείο ονομάζεται **κέντρο** του κύκλου.
- Το ευθύγραμμο τμήμα με άκρα το κέντρο του κύκλου και ένα οποιοδήποτε σημείο του ονομάζεται **ακτίνα** του κύκλου.
- Ο κύκλος συμβολίζεται ως (O, ρ) με κέντρο O και ακτίνα ρ.



Σχήμα 1.31: Κύκλος

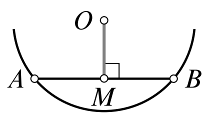
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.35 ΧΟΡΔΗ - ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ
Χορδή ονομάζεται το ευθυγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία ενός κύκλου. Η μεγαλύτερη χορδή ενός κύκλου ονομάζεται **διάμετρος** του κύκλου.

- Κάθε διάμετρος ενός κύκλου διέρχεται από το κέντρο του κύκλου.
- Το μήκος μιας διαμέτρου είναι διπλάσιο της ακτίνας του κύκλου.
- Τα άκρα της διαμέτρου ενός κύκλου λέγονται **αντιδιαμετρικά**.



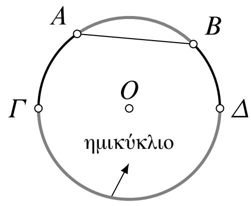
Σχήμα 1.32: Χορδή - Διάμετρος

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.36 ΑΠΟΣΤΗΜΑ
Απόστημα μιας χορδής ενός κύκλου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα του έχει αρχή το κέντρο του κύκλου και είναι κάθετο στην χορδή. Η διάμετρος ενός κύκλου δεν έχει απόστημα.



Σχήμα 1.33: Απόστημα

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.37 ΤΟΞΟ ΚΥΚΛΟΥ
Τόξο ενός κύκλου ονομάζεται ένα τμήμα του το οποίο ορίζεται από δύο τυχαία σημεία του.

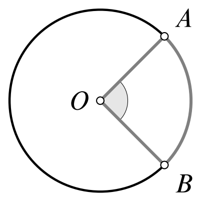


Σχήμα 1.34: Τόξο κύκλου

- Τα σημεία που ορίζουν ένα τόξο ονομάζονται **άκρα** του.
- Ένα τόξο συμβολίζεται με το όνομα από τα άκρα του : $\overset{\frown}{AB}$.
- Το τόξο που ορίζουν δύο αντιδιαμετρικά σημεία του κύκλου ονομάζεται **ημικύκλιο**. Είναι ίσο με $180°$.
- Τα τόξα στα οποία χωρίζουν έναν κύκλο δύο κάθετες μεταξύ τους διάμετροι ονομάζεται **τεταρτοκύκλιο** και το μέτρο του είναι ίσο με $90°$.
- Η χορδή με άκρα τα άκρα ενός τόξου ονομάζεται **αντίστοιχη χορδή** του τόξου.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.38 ΜΕΣΟ ΤΟΞΟΥ
Μέσο ενός τόξου ονομάζεται το σημείο το οποίο χωρίζει το τόξο σε δύο ίσα μέρη.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.39 ΕΠΙΚΕΝΤΡΗ ΓΩΝΙΑ
Επίκεντρη ονομάζεται η γωνία η οποία έχει την κορυφή της στο κέντρο ενός κύκλου.

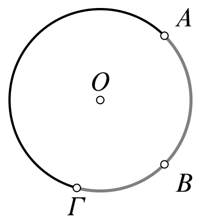


Σχήμα 1.35: Επίκεντρη γωνία

- Το τόξο το οποίο ορίζουν οι πλευρές της επίκεντρης γωνίας ονομάζεται **αντίστοιχο τόξο** της γωνίας.
- Μια κυρτή γωνία αντιστοιχεί σε **κυρτογώνιο τόξο** ενώ μια μη κυρτή γωνία αντιστοιχεί σε **μη κυρτογώνιο τόξο**.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.40 ΙΣΑ ΤΟΞΑ
Ίσα ονομάζονται δύο τόξα τα οποία έχουν ίσες αντίστοιχες χορδές και ίσες αντίστοιχες επίκεντρες γωνίες.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.41 ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΤΟΞΑ
Δύο ή περισσότερα τόξα του ίδιου κύκλου ονομάζονται διαδοχικά όταν αυτά έχουν ένα κοινό άκρο και κανένα άλλο κοινό σημείο.



Σχήμα 1.36: Διαδοχικά τόξα

- Αν δύο τόξα του ίδιου κύκλου καλύπτουν ολόκληρο τον κύκλο τότε έχουν και τα δύο άκρα τους κοινά.
- Τα διαδοχικά τόξα αντιστοιχούν σε εφεξής ή διαδοχικές επίκεντρες γωνίες.

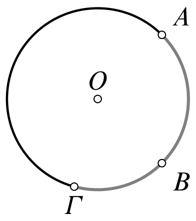
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.42 ΑΘΡΟΙΣΜΑ - ΔΙΑΦΟΡΑ ΤΟΞΩΝ

1. **Άθροισμα τόξων**
   Άθροισμα δύο ή περισσότερων τόξων του ίδιου κύκλου ονομάζεται το τόξο το οποίο έχει αρχή, την αρχή του πρώτου τόξου και τέλος, το τέλος του τελευταίου όταν αυτά μετατοπιστούν κατάλληλα ώστε να γίνουν διαδοχικά.

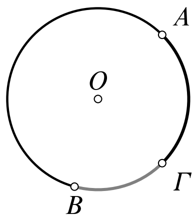
$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{B\Gamma} = \overset{\frown}{A\Gamma}$$

2. **Διαφορά τόξων**
   Διαφορά δύο τόξων του ίδιου κύκλου ονομάζεται το τόξο το οποίο έχει άκρα το τέλος καθενός από τα δύο τόξα, όταν αυτά μετατοπιστούν κατάλληλα ώστε να έχουν κοινή αρχή.

$$\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{A\Gamma} = \overset{\frown}{\Gamma B}$$



Σχήμα 1.37: Άθροισμα τόξων

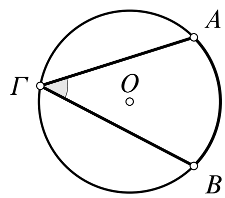


Σχήμα 1.38: Διαφορά τόξων

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.43 ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΗ ΓΩΝΙΑ

Εγγεγραμένη γωνία σε έναν κύκλο ονομάζεται η γωνία της οποίας η κορυφή είναι σημείο του κύκλου ενώ οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο.

- Το τόξο το οποίο ορίζεται από τα σημεία στα οποία τέμνουν οι πλευρές της γωνίας τον κύκλο, ονομάζεται **αντίστοιχο τόξο** της εγγεγραμμένης γωνίας.
- Λέμε τη φράση οτι μια εγγεγραμένη γωνία **βαίνει** στο αντίστοιχο τόξο της.



Σχήμα 1.39: Εγγεγραμμένη γωνία

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ - ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΚΡΙΤΗΡΙΑ - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

1.5 Πολυγωνα

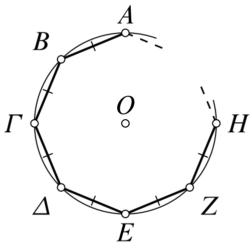
ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.44 ΠΟΛΥΓΩΝΟ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.45 ΚΑΝΟΝΙΚΟ ΠΟΛΥΓΩΝΟ (*ν*-ΓΩΝΟ)

Κανονικό ονομάζεται κάθε πολύγωνο το οποίο έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες μεταξύ τους.

- Ένα κανονικό πολύγωνο συμβολίζεται ν-γωνο, όπου ν είναι ο φυσικός αριθμός που καθορίζει το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου με $\nu \geq 3$.
- Κάθε κανονικό πολύγωνο εγγράφεται σε έναν κύκλο και ο κύκλος αυτός ονομάζεται **κύκλος του πολυγώνου**.
- Το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου ονομάζεται **κέντρο του πολυγώνου**



Σχήμα 1.40: Κανονικό πολύγωνο

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.46 ΓΩΝΙΑ - ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΓΩΝΙΑ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ - ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΚΡΙΤΗΡΙΑ - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

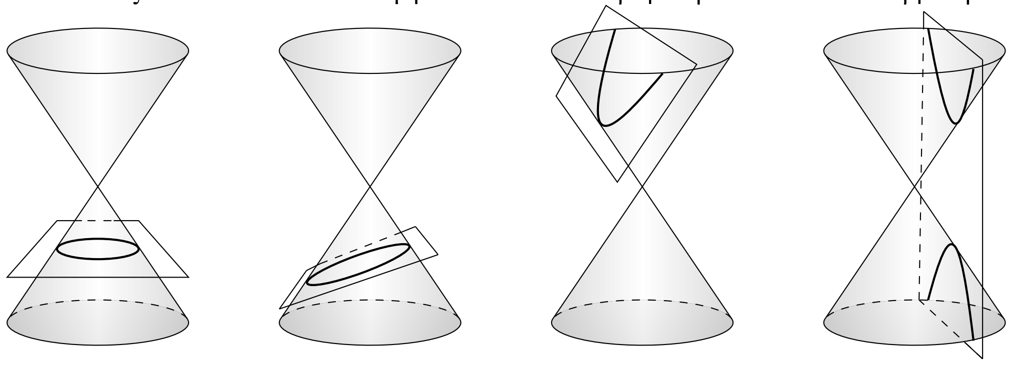
ΘΕΩΡΗΜΑ 1.2 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ
Για κάθε κανονικό ν-γωνο με ακτίνα R, ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις για τα κύρια στοιχεία ενός κανονικού πολυγώνου, που φαίνονται στον παρακάτω συγκετρωτικό πίνακα.

Στοιχείο	**Τύπος**	**Στοιχείο**	**Τύπος**
Πλευρά	$a_\nu^2 + \frac{\lambda_\nu^2}{4} = R^2$	Γωνία	$\varphi_\nu = 180° - \omega_\nu$
Απόστημα		Περίμετρος	$P_\nu = \nu \cdot \lambda_\nu$
Κεντρική γωνία	$\omega_\nu = \frac{360°}{\nu}$	Εμβαδόν	$E_\nu = \frac{1}{2} a_\nu \cdot \lambda_\nu$

1.6 Κωνικές Τομές

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.47 ΚΩΝΙΚΗ ΤΟΜΗ
Μια κωνική τομή ορίζεται να είναι η καμπύλη η οποία αποτελείται από τα κοινά σημεία μιας κωνικής επιφάνειας και ενός επιπέδου.



Σχήμα 1.41: Κωνικές τομές

Η σχετική θέση του κώνου και του επιπέδου καθώς και η γωνία με την οποία το επίπεδο τέμνει την κωνική επιφάνεια καθορίζουν το σχήμα και το είδος της καμπύλης αυτής. Τα επτά είδη κωνικών τομών που δημιουργούνται είναι τα εξής :

ΕΙΔΗ ΚΩΝΙΚΩΝ ΤΟΜΩΝ

1. **Σημείο**
2. **Ευθεία**
3. **Διπλή ευθεία**
4. **Κύκλος**
5. **Έλλειψη**
6. **Παραβολή**
7. **Υπερβολή**

Στην παράγραφο αυτή θα ορίσουμε και θα δούμε ιδιότητες για τα τέσσερα βασικά είδη κωνικών τομών : τον **κύκλο**, την **έλλειψη**, την **παραβολή** και την **υπερβολή**.

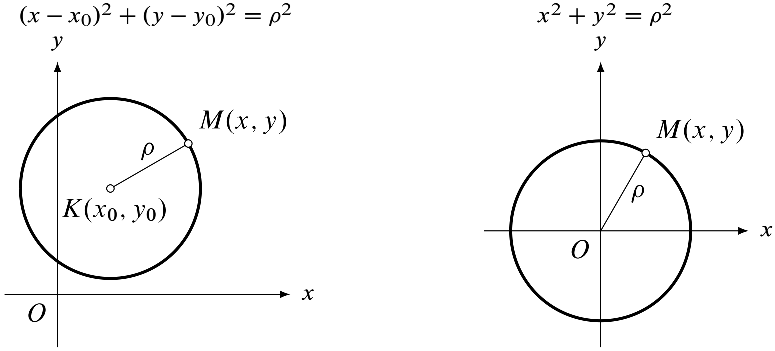
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.48 ΚΥΚΛΟΣ
Ο κύκλος, όπως ορίστηκε και στον **Ορισμό 1.34**, αποτελεί το σύνολο των σημείων του επιπέδου τα οποία έχουν σταθερή απόσταση από ένα σταθερό σημείο.

$$KM = \rho$$

Η αλγεβρική σχέση η οποία περιγράφει το σύνολο των σημείων ενός κύκλου έχει τη μορφή :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$

- x, y είναι οι συντεταγμένες ενός τυχαίου σημείου του κύκλου.
- x_0, y_0 είναι οι συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου και ρ η ακτίνα του.



Σχήμα 1.42: Κύκλος

- Εαν το κέντρο του κύκλου βρίσκεται στην αρχή των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων τότε η εξίσωση του κύκλου θα είναι της μορφής

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

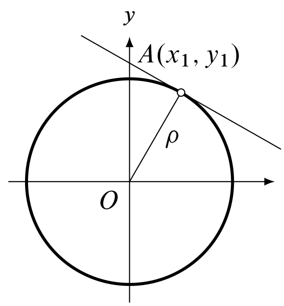
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.49 ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΚΥΚΛΟΥ

Εφαπτομένη ενός κύκλου ονομάζεται η ευθεία η οποία έχει ένα μόνο κοινό σημείο με τον κύκλο. Το κοινό σημείο λέγεται **σημείο επαφής**. Αν $A(x_1, y_1)$ είναι το σημείο επαφής τότε η εξίσωση της εφαπτόμενης ευθείας για έναν κύκλο της μορφής $x^2 + y^2 = \rho^2$ έχει εξίσωση

$$xx_1 + yy_1 = \rho^2$$

Για τον κύκλο με εξίσωση $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$ η εφαπτομένη θα έχει εξίσωση

$$(x - x_0)(x_1 - x_0) + (y - y_0)(y_1 - y_0) = \rho^2$$



Σχήμα 1.43: Εφαπτομένη Κύκλου

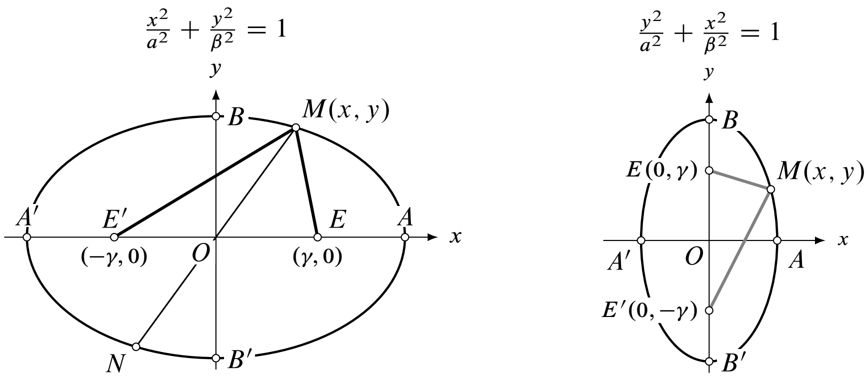
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.50 ΕΛΛΕΙΨΗ

Έλλειψη ονομάζεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από δύο σταθερά σημεία παραμένει σταθερό.

- Τα δύο σταθερά σημεία έστω E, E' ονομάζονται **εστίες** της έλλειψης.
- Το σταθερό άθροισμα των αποστάσεων του τυχαίου σημείου M από τις εστίες συμβολίζεται με $2a$.

$$ME + ME' = 2a$$

- Η απόσταση EE' μεταξύ των εστιών ονομάζεται **εστιακή απόσταση** και συμβολίζεται με 2γ.



Σχήμα 1.44: Έλλειψη

- Τα σημεία στα οποία τέμνει η έλλειψη τους άξονες $x'x$ και $y'y$ ονομάζονται **κορυφές** της έλλειψης.

- Τα ευθύγραμμα τμήματα AA' και BB' με άκρα τις κορυφές της έλλειψης κατά μήκος ενός άξονα ονομάζονται **άξονες** της έλλειψης.

- Οι δύο άξονες είναι άξονες συμμετρίας της καμπύλης της έλλειψης ενώ η αρχή O των αξόνων είναι κέντρο συμμετρίας της και ονομάζεται **κέντρο** τηε έλλειψης.

- Κάθε έλλειψη με κέντρο την αρχή των αξόνων περιγράφεται από μια εξίσωση της μορφής

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1 \text{ ή } \frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{\beta^2}=1$$

  όπου $\beta = \sqrt{a^2-\gamma^2}$, η οποία περιέχει τις συντεταγμένες x, y των σημείων της.

- Η έλλειψη με εξίσωση $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$ έχει τις εστίες της στον οριζόντιο άξονα $x'x$, μεγάλο άξονα τον AA' και μικρό τον BB'. Αντίστοιχα η έλλειψη με εξίσωση $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{\beta^2}=1$ έχει τις εστίες της στον κατακόρυφο άξονα $y'y$, μεγάλο άξονα τον BB' και μικρό τον AA'.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.51 ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΕΛΛΕΙΨΗΣ
Εφαπτομένη μιας έλλειψης ονομάζεται η ευθεία γραμμή η οποία έχει ένα κοινό σημείο με την έλλειψη και λέμε οτι εφάπτεται αυτής. Το σημείο αυτό ονομάζεται **σημείο επαφής**.

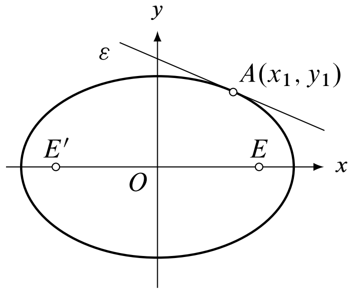
Έστω $A(x_1, y_1)$ το σημείο επαφής της εφαπτομένης με την έλλειψη. Τότε η εξίσωση της εφαπτομένης για κάθε μορφή έλλειψης από της παραπάνω θα είναι :

- Για την έλλειψη με εστίες στον άξονα $x'x$:

$$(\varepsilon) : \frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1$$

- Για την έλλειψη με εστίες στον άξονα $y'y$:

$$(\varepsilon) : \frac{yy_1}{a^2} + \frac{xx_1}{\beta^2} = 1$$

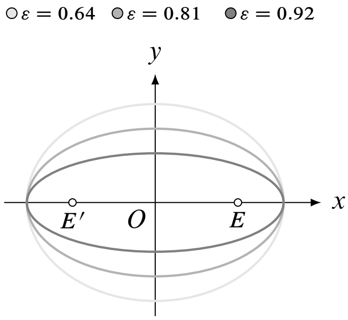


Σχήμα 1.45: Εφαπτομένη έλλειψης

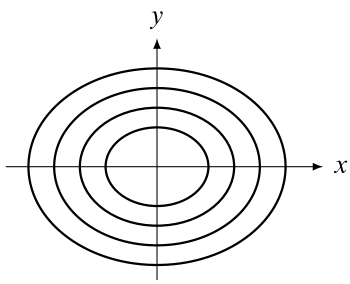
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.52 ΕΚΚΕΝΤΡΟΤΗΤΑ ΕΛΛΕΙΨΗΣ
Εκκεντρότητα μιας έλλειψης ονομάζεται ο πραγματικός αριθμός $\varepsilon \in \mathbb{R}$ που ορίζεται ο λόγος της εστιακής απόστασης προς το μήκος του μεγάλου της άξονα.

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{a}$$

Η εκκεντρότητας μιας έλλειψης χαρακτηρίζει το σχήμα της. Όσο μεγαλύτερη εκκεντρότητα έχει μια έλλειψη, τόσο επιμήκης είναι κατα μήκος του μεγάλου της άξονα.



Σχήμα 1.46: Εκκεντρότητα έλλειψης



Σχήμα 1.47: Όμοιες ελλείψεις

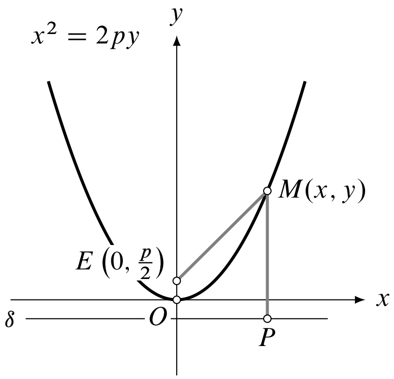
Οι ελλείψεις που έχουν την ίδια εκκεντρότητα ονομάζονται **όμοιες**.

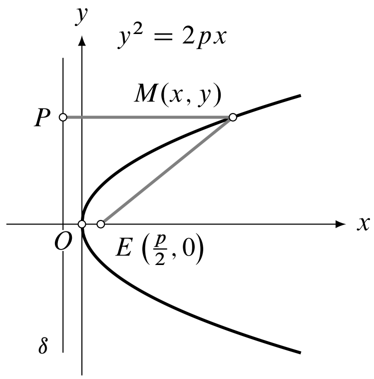
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.53 ΠΑΡΑΒΟΛΗ
Παραβολή ονομάζεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου τα οποία έχουν ίσες αποστάσεις από ένα σταθερό σημείο και μια ευθεία.

$$ME = MP$$

- Το σταθερό σημείο E ονομάζεται **εστία** της παραβολής.
- Η ευθεία δ ονομάζεται **διευθετούσα**.

- Το σημείο το οποίο βρίσκεται στο μέσο της απόστασης της εστίας από τη διευθετούσα ονομάζεται **κορυφή** της παραβολής.



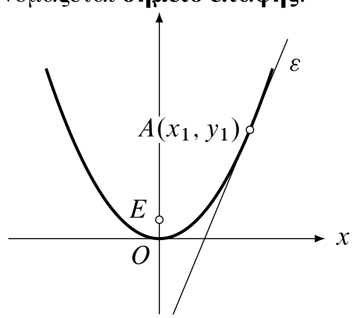


- Η απόσταση της εστίας από τη διευθετούσα συμβολίζεται με $|p|$, όπου p είναι η **παράμετρος** της παραβολής, με $p \in \mathbb{R}$.
- Κάθε παραβολή με κορυφή την αρχή των αξόνων περιγράφεται από εξισώσεις της μορφής
$$x^2 = 2py \;\text{ και }\; y^2 = 2px$$
- Η εστία της παραβολής $x^2 = 2py$ βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα $y'y$ ενώ της $y^2 = 2px$ στον ορίζόντιο άξονα $x'x$.
- Η παραβολή με εξίσωση $x^2 = 2py$ έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$ και εφάπτεται στον οριζόντιο άξονα $x'x$ στο σημείο O. Αντίστοιχα η παραβολή με εξίσωση $y^2 = 2px$ έχει άξονα συμμετρίας τον $x'x$ και εφάπτεται στον οριζόντιο άξονα $y'y$ στο ίδιο σημείο.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.54 ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ
Εφαπτομένη μιας παραβολής ονομάζεται η ευθεία γραμμή η οποία έχει ένα κοινό σημείο με την παραβολή. Λέμε οτι εφάπτεται αυτής. Το σημείο αυτό ονομάζεται **σημείο επαφής**.

Έστω $A(x_1, y_1)$ το σημείο επαφής της εφαπτομένης με την παραβολή. Τότε η εξίσωση της εφαπτομένης για κάθε μορφή παραβολής από της παραπάνω θα είναι :

- Για την παραβολή με εστίες στον άξονα $x'x$: (ε) : $xx_1 = p(y + y_1)$
- Για την παραβολή με εστίες στον άξονα $y'y$: (ε) : $yy_1 = p(x + x_1)$

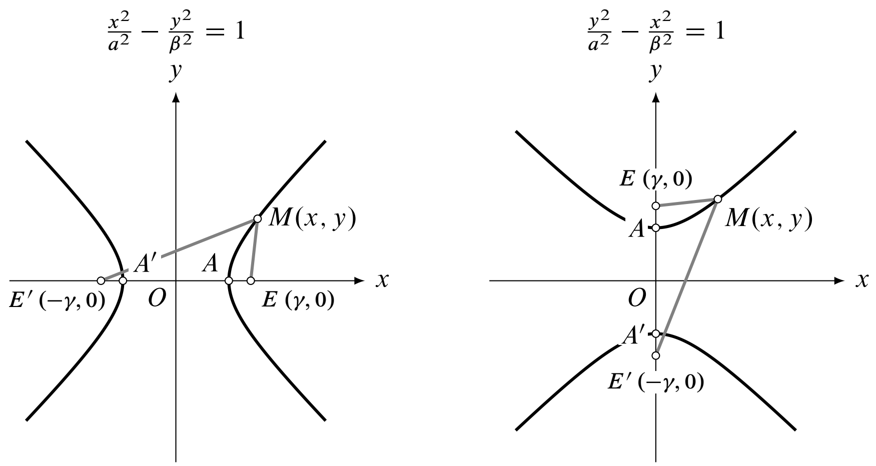


ΟΡΙΣΜΟΣ 1.55 ΥΠΕΡΒΟΛΗ
Υπερβολή ονομάζεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων των οποίων η της διαφοράς των αποστάσεων από δύο σταθερά σημεία παραμένει σταθερή.

$$|ME - ME'| = 2a$$

Η καμπύλη της υπερβολής αποτελείται από δύο κλάδους, χαρακτηριστικό το οποίο εξηγεί την ύπαρξη της απόλυτης τιμής στην παραπάνω σχέση.

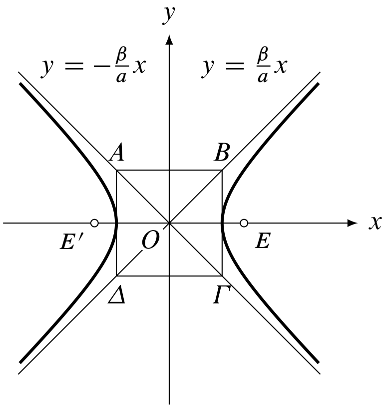
- Τα σταθερά σημεία που ορίζουν τν υπερβολή ονομάζονται **εστίες** της υπερβολής.
- Η σταθερή διαφορά των αποστάσεων του τυχαίου σημείου M από τις εστίες συμβολίζεται με $2a$.
- Η απόσταση EE' μεταξύ των εστιών ονομάζεται **εστιακή απόσταση** και συμβολίζεται με 2γ.

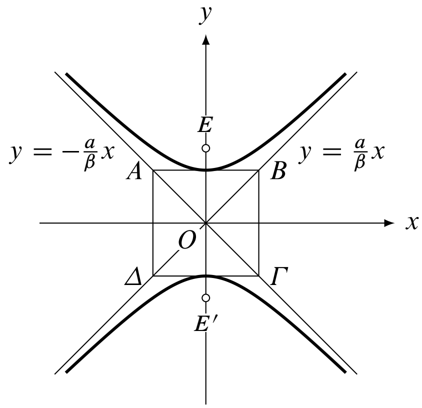


Σχήμα 1.48: Υπερβολή

- Τα σημεία στα οποία η υπερβολή τέμνει τους άξονες ονομάζονται **κορυφές** της.
- Η καμπύλη της υπερβολής περιγράφεται αλγεβρικά από μια εξίσωση της μορφής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ ή $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$, όπου $\beta = \sqrt{\gamma^2 - a^2}$ και x, y οι συντεταγμένες των σημείων της.
- Η υπερβολή με εξίσωση $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχει τις εστίες της στον οριζόντιο άξονα $x'x$ ενώ η υπερβολή $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$ έχει της εστίες της στον κατακόρυφο άξονα $y'y$.
- Οι δύο άξονες είναι άξονες συμμετρίας της υπερβολής ενώ η αρχή O των αξόνων, κέντρο συμμετρίας της.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.56 ΑΣΥΜΠΤΩΤΕΣ ΥΠΕΡΒΟΛΗΣ
Ασύμπτωτες μιας υπερβολής ονομάζονται οι ευθείες γραμμές οι οποίες βρίσκονται απειροελάχιστα κοντά στην καμπύλη της υπερβολής, χωρίς να τέμνονται ή να εφάπτονται μ′ αυτή.





Σχήμα 1.49: Ασύμπτωτες υπερβολής

Καθώς οι κλάδοι της υπερβολής επεκτείνονται απεριόριστα, οι ασύμπτωτες πλησιάζουν όλο και περισσότερο την καμπύλη με αποτέλεσμα η απόστασή τους απ′ αυτήν να τείνει στο μηδέν.

- Οι ασύμπτωτες ευθείες κάθε υπερβολής είναι δύο.
- Οι εξισώσεις των ασύμπτωτων ευθειών της υπερβολής με εξίσωση της μορφής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ είναι $y = \frac{\beta}{a}x$ και $y = -\frac{\beta}{a}x$, ενώ οι ασύμπτωτες της υπερβολής $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$ έχουν εξισώσεις $y = \frac{a}{\beta}x$ και $y = -\frac{a}{\beta}x$.
- Τα σημεία $A(-a, \beta)$, $B(a, \beta)$, $\Gamma(a, -\beta)$ και $\Delta(-a, -b)$ είναι σημεία των ασύμπτωτων ευθειών και ορίζουν ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το οποίο ονομάζεται **ορθογώνιο βάσης** της υπερβολής.
- Δύο από τις απέναντι πλευρές του ορθογωνίου βάσης εφάπτονται της υπερβολής στις κορυφές της.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.57 ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΥΠΕΡΒΟΛΗΣ
Εφαπτομένη μιας υπερβολής ονομάζεται η ευθεία γραμμή η οποία εφάπτεται στην υπερβολή σε ένα σημείο της.

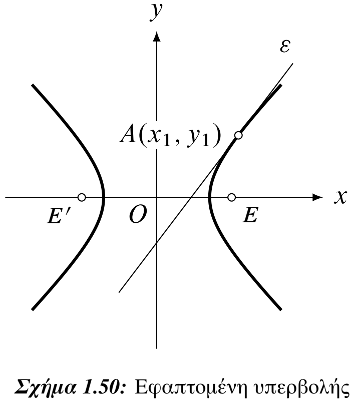
Έστω $A(x_1, y_1)$ το κοινό σημείο της υπερβολής με την εφαπτόμενη ευθεία. Τότε η εξίσωση της εφαπτομένης για κάθε μορφή υπερβολής από της παραπάνω θα είναι :

- Για την υπερβολή με εστίες στον άξονα $x'x$:

$$(\varepsilon) : \frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{\beta^2} = 1$$

- Για την υπερβολή με εστίες στον άξονα $y'y$:

$$(\varepsilon) : \frac{yy_1}{a^2} - \frac{xx_1}{\beta^2} = 1$$

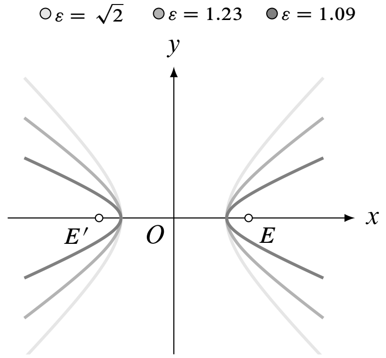


Σχήμα 1.50: Εφαπτομένη υπερβολής

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.58 ΕΚΚΕΝΤΡΟΤΗΤΑ ΥΠΕΡΒΟΛΗΣ
Εκκεντρότητα μιας υπερβολής ονομάζεται ο πραγματικός αριθμός $\varepsilon \in \mathbb{R}$ που ορίζεται ο λόγος της εστιακής απόστασης προς την απόσταση των κορυφών της.

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{a}$$

Το μέγεθος της εκκεντρότητας μιας υπερβολής καθορίζει το σχήμα της. Καθώς μειώνεται η εκκεντρότητα, η υπερβολή γίνεται όλο και πιο επιμήκης κατα μήκος του άξονα στον οποίον βρίσκονται οι εστίες.

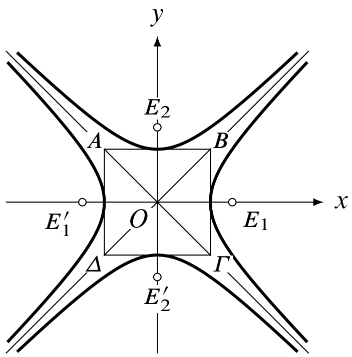


Σχήμα 1.51: Εκκεντρότητα υπερβολής

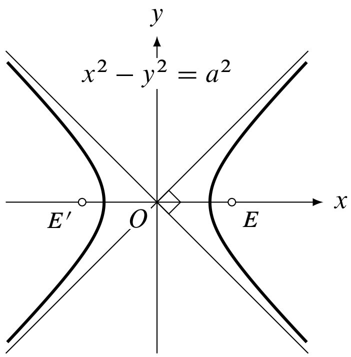
ΟΡΙΣΜΟΣ 1.59 ΣΥΖΥΓΕΙΣ ΥΠΕΡΒΟΛΕΣ
Συζυγείς ονομάζονται δύο υπερβολές οι οποίες έχουν τις εστίες τους σε κάθετους μεταξύ τους άξονες και κοινές ασύμπτωτες ευθείες. Έχουν τη μορφή

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1 \quad , \quad \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$$

Οι συζυγείς υπερβολές έχουν το ίδιο ορθογώνιο βάσης.



Σχήμα 1.52: Συζυγείς υπερβολές



Σχήμα 1.53: Ισοσκελής υπερβολή

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.60 ΙΣΟΣΚΕΛΗΣ ΥΠΕΡΒΟΛΗ
Ισοσκελής ονομάζεται η υπερβολή για την οποία οι παράμετροι a και β είναι ίσες. Με $a = \beta$ η εξίσωση μιας ισοσκελούς υπερβολής θα έχει τη μορφή

$$x^2 - y^2 = a^2 \ \text{ ή } \ y^2 - x^2 = a^2$$

Κατάλογος Σχημάτων