



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍: Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος | ☎: 26610 20144 | 📠: 6932327283 - 6955058444

8 Αυγούστου 2019

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ισότητα - Πράξεις - Σύνθεση συναρτήσεων

ΤΥΠΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: Β

ΘΕΜΑ Α

- A.1** Πότε δύο συναρτήσεις f, g με πεδία ορισμού D_f, D_g αντίστοιχα, λέγονται ίσες; **Μονάδες 5**
- A.2** Να δώσετε τον ορισμό της πρόσθεσης $f + g$ και του πηλίκου $\frac{f}{g}$ δύο συναρτήσεων f, g . **Μονάδες 5**
- A.3** Να ορίσετε τη σύνθεση $g \circ f$ δύο συναρτήσεων f, g . **Μονάδες 5**
- A.4** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.
- α. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ ισούται με τη συνάρτηση $g(x) = x^{\frac{2}{3}}$.
- β. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$ ισούται με τη συνάρτηση $g(x) = x^{\frac{3}{4}}$.
- γ. Οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$ είναι πάντα ίσες.
- δ. Για κάθε $x \in (0, +\infty)$ οι συναρτήσεις $f(x) = 2 \ln x$ και $g(x) = \ln x^2$ είναι ίσες.
- ε. Η συνάρτηση $h \circ g$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο $D_{h \circ g} = \{x \in D_g \text{ και } g(x) \in D_h\}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους $f(x) = \frac{1}{x-3}$ και $g(x) = \sqrt{x+2}$ αντίστοιχα.

- B.1** Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ g$. **Μονάδες 9**
- B.2** Να ορίσετε τη συνάρτηση $f + g$. **Μονάδες 6**
- B.3** Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ f$ και να εξετάσετε αν είναι ίση με τη συνάρτηση $h(x) = \frac{3-x}{3x-10}$. **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους $f(x) = 2 \ln(x-4)$ και $g(x) = \ln(x^2 - 8x + 16)$ αντίστοιχα.

- Γ.1** Να εξετάσετε αν οι δύο συναρτήσεις είναι ίσες. **Μονάδες 8**
- Γ.2** Να ορίσετε τη συνάρτηση $\frac{g}{f}$ και στη συνέχεια να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση. **Μονάδες 8**
- Γ.3** Να βρεθούν να σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f + g$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. **Μονάδες 9**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με

$$f(x) = (a^2 - a)x^2 - (2\beta + 1)x + \beta \text{ και } g(x) = 2ax^2 + (\beta^2 - a + 1)x - 3\beta - 11$$

των οποίων οι γραφικές παραστάσεις τέμνονται στην ευθεία $x = -1$.

Δ.1 Να δείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = -3$.

Μονάδες 10

Δ.2 Να εξηγήσετε γιατί δεν υπάρχει συνάρτηση $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει

$$(h \circ f)(x) = g(x)$$

Μονάδες 15

Διάρκεια εξετάσεων : 3 ώρες.

Καλή Επιτυχία!