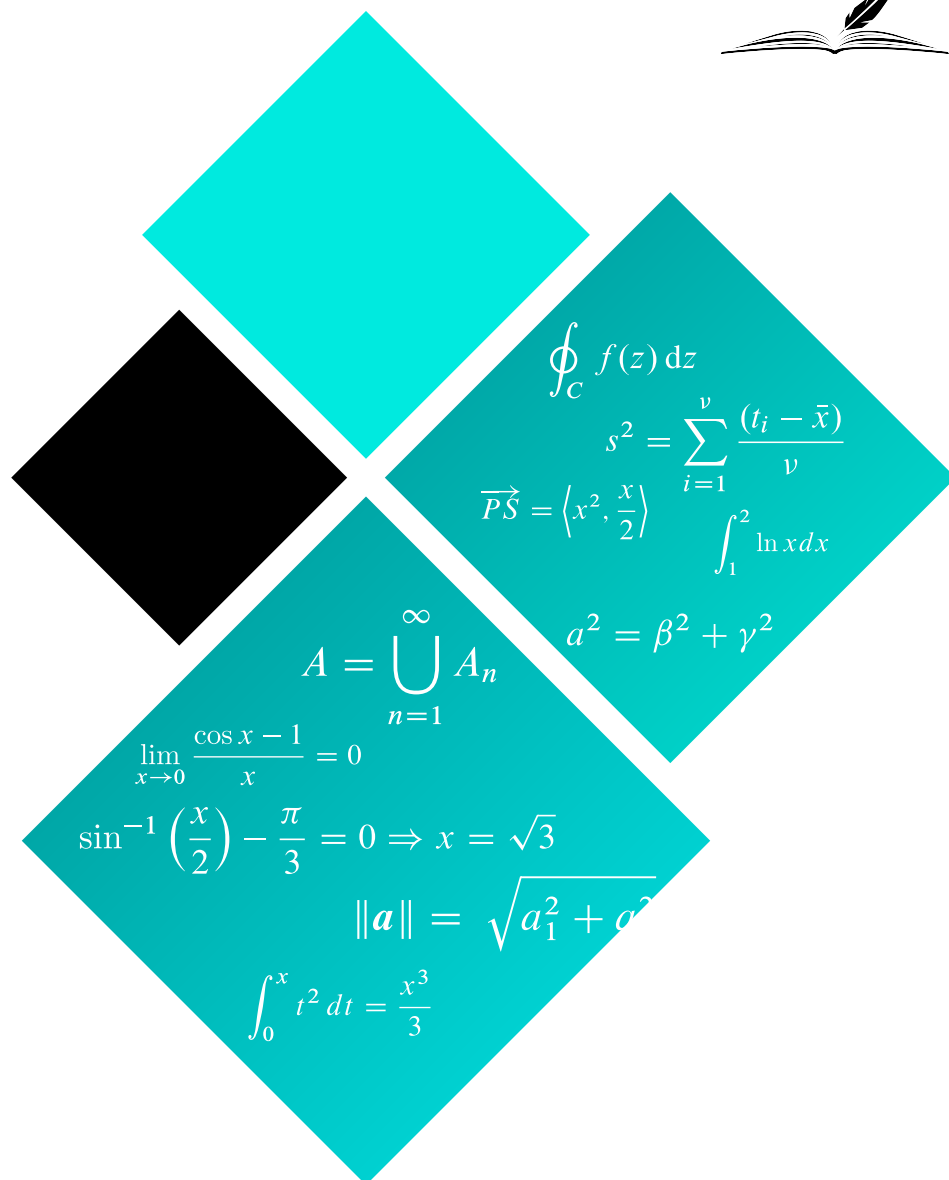




ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ



Διαγώνισμα

ΤΥΠΟΥ Β

Μαθηματικά

ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

Τα διαγωνίσματα “Τύπου Β” περιέχουν θέματα σύμφωνα με τις οδηγίες του υπουργείου. Συγκεκριμένα

- για το γυμνάσιο 2 θέματα θεωρίας όπου το καθένα καλύπτει ένα αντικείμενο της εξεταστέας ύλης καθώς και 3 ασκήσεις ίδιου τύπου.
- για το λύκειο 4 θέματα.

α.



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍 : Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος 📞 : 26610 20144 📠 : 6932327283 - 6955058444

15 Δεκεμβρίου 2020

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΤΥΠΟΥ : Β - ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Εφαπτομένη - Ρυθμός μεταβολής

ΘΕΜΑ Α

- A.1** Να δώσετε τον ορισμό της εφαπτόμενης ευθείας ε της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στο σημείο της $M(x_0, f(x_0))$.
- A.2** Να δώσετε τον ορισμό του ρυθμού μεταβολής ενός ποσού y ως προς ένα ποσό x σε ένα σημείο x_0 .
- A.3** Για καθεμία από τις ακόλουθες προτάσεις να γράψετε την αντίστοιχη σχέση που προκύπτει από αυτήν.
- Έστω $x(t)$ μια παραγωγίσιμη συνάρτηση που δίνει τη θέση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t .
 - Με τι ισούται η ταχύτητα του κινητού;
 - Με τι ισούται η επιτάχυνση του κινητού;
 - Πότε το σώμα είναι στιγμιαία ακίνητο;
 - Πότε το σώμα κινείται προς την αρνητική φορά;
 - Πότε η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται;
 - Έστω f, g δύο συναρτήσεις και x_0 ένα κοινό σημείο του πεδίου ορισμού τους. Ποιες συνθήκες ισχύουν ώστε οι C_f και C_g να δέχονται κοινή εφαπτομένη στο κοινό τους σημείο $M(x_0, y_0)$;
- A.4** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.
- Αν C_f είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f τότε σε κάθε σημείο $M(x_0, f(x_0))$ υπάρχει μοναδική εφαπτόμενη ευθεία.
 - Αν $V'(t) = 2m^3/min$ είναι ο ρυθμός μεταβολής του όγκου του νερού μιας δεξαμενής τότε η δεξαμενή αδειάζει με ρυθμό $2m^3$ ανά λεπτό.
 - Αν $a(t_0) = 0$ είναι η στιγμιαία επιτάχυνση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t_0 τότε το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.
 - Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ έχει εφαπτομένη στο σημείο $M(0, f(0))$.
 - Το μέσο κόστος παραγωγής $K_\mu(x)$ μιας επιχείρησης που παράγει x προϊόντα το μήνα, δίνεται από τη σχέση

$$K_\mu(x) = \frac{K(x)}{x}$$

όπου $K(x)$ είναι η συνάρτηση του κόστους.

ΘΕΜΑ Β Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + \beta x + \gamma$. Η ευθεία $y = -2x - 14$ εφάπτεται στη γραφική παράσταση της f στο σημείο $M(-3, f(-3))$.

B.1 Να αποδείξετε ότι $\beta = 4$ και $\gamma = -5$.

B.2 Να βρείτε τις εφαπτομένες της C_f οι οποίες

- είναι κάθετες στην ευθεία $\zeta : 2x + 8y - 10 = 0$,
- διέρχονται από το σημείο $P(-2, -10)$.

B.3 Να βρείτε τις κοινές εφαπτομένες των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x)$ και

$$g(x) = -x^2 + 4x - 7$$

ΘΕΜΑ Γ Μια δεξαμενή αδειάζει προκειμένου να καθαριστεί. Αν η ποσότητα του νερού σε λίτρα δίνεται από τη συνάρτηση $\Pi(t) = 800(8 - t)^3$ με $t \in [0, 8]$, και t είναι ο χρόνος σε λεπτά από τη στιγμή που άρχισε το άδειασμα της δεξαμενής, να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ποσότητας του νερού όταν

Γ.1 $t = 2 \text{ min}$,

Γ.2 η δεξαμενή έχει 6400 λίτρα νερό,

Γ.3 η δεξαμενή έχει αδειάσει κατά το ήμισυ.

ΘΕΜΑ Δ Ένα κινητό M ξεκινά από την αρχή των αξόνων O και κινείται κατά μήκος της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 2x$ έτσι ώστε η τετμημένη του να αυξάνεται με ρυθμό $2\mu/s$. Η προβολή του σημείου M πάνω στον άξονα $x'x$ είναι το σημείο A .

Δ.1 Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου OAM , όταν το σημείο M έχει τετμημένη ίση με $\frac{1}{2}$.

Δ.2 Σε ποιο σημείο της καμπύλης, ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης του M ισούται με το ρυθμό μεταβολής της τετμημένης.

Δ.3 Έστω ε η εφαπτομένη της C_f στο σημείο M και Σ το σημείο τομής της με τον άξονα $y'y$. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης του Σ , όταν η τετμημένη του M ισούται με -5 .

Διάρκεια εξετάσεων : 3 ώρες.

Καλή Επιτυχία!