

Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο $x_0 \in D_f$ τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

Να δώσετε τον ορισμό της γνησίως αύξουσας συνάρτησης.

Να δώσετε τον ορισμό της $1-1$ συνάρτησης.

Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις ακόλουθες προτάσεις ως σωστή (Σωστό) ή λανθασμένη (Λάθος).

α'. Δύο συναρτήσεις f, g είναι ίσες αν ισχύει $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in D_f \cap D_g$.

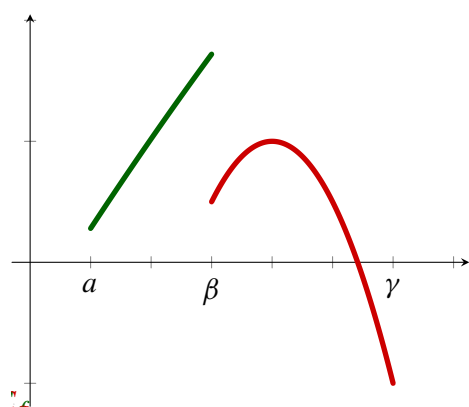
β'. Αν για κάθε $x \in D_f$ ισχύει η σχέση $f(x) \geq 2$ τότε το 2 είναι ολικό ελάχιστο της f .

γ'. Οι συναρτήσεις $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ και $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$ είναι ίσες.

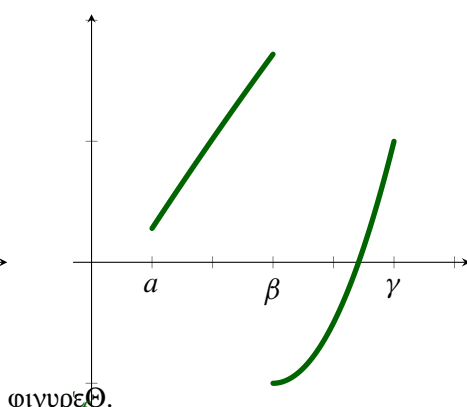
δ'. Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g, h ισχύει η ισότητα $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

ε'. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}^* .

Στο Σχήμα 1 βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f, g . Να εξετάσετε αν ισχύει το θεώρημα Βολζανο στα διαστήματα $[a, \beta]$ και $[\beta, \gamma]$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.



Βολζανο



φίγυρεΘ.

φίγυρεΜονοτονία

Στο Σχήμα 2 βλέπουμε τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Να εξηγήσετε γιατί η f δεν είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.

Να δώσετε τον ορισμό του ολικού μέγιστου μιας συνάρτησης f .

Να αποδείξετε ότι $(x)' = 1$.

Δίνεται ένα πολυώνυμο $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ και $x_0 \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$.

Να δώσετε τον ορισμό της σύνθεσης $f \circ g$ δύο συναρτήσεων f και g .

Δίνεται η παρακάτω πρόταση:

Αν μια συνάρτηση είναι $1-1$ στο πεδίο ορισμού της τότε είναι και γνησίως μονότονη.

α'. Να χαρακτηρίσετε την πρόταση ως αληθή (Α) ή ψευδή (Ψ).

β'. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

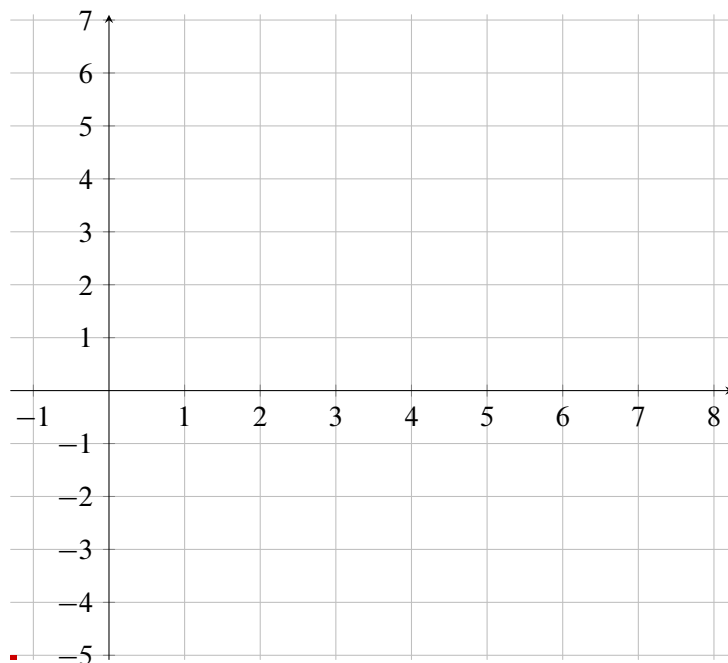
Δίνεται η ακόλουθη ψευδής πρόταση:

Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως άξουσα στο \mathbb{R}^ .*

Να εντοπίσετε τα λάθη της πρότασης και να την γράψετε ξανά ώστε να είναι αληθής (μην χρησιμοποιήσετε άρνηση).

Να δώσετε τον ορισμό της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f .

Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών. Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f, g .



[ρεσυμμε]

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f \circ g$.

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g \circ f$.