



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ - 7 Αυγούστου 2018

ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Διαγωνισμός Υποτροφίας

2018 - 2019

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να απαντήσετε στις ακόλουθες ερωτήσεις.

- Τι ονομάζεται ταυτότητα;
- Γράψτε το τύπο από τον οποίο δίνεται η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ καθώς και τον τύπο από τον οποίο δίνονται οι λύσεις της εξίσωσης όταν $\Delta > 0$.
- Ποια είναι τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου;
- Να διατυπώσετε το 2^ο κριτήριο ισότητας τριγώνων.

Μονάδες 4×0,5=2

A.2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- Υπάρχει γωνία x με $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu x = \frac{4}{5}$.
- Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.
- Δύο όμοια τρίγωνα έχουν πλευρές ανάλογες.
- Μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού έχει πάντα δύο λύσεις.
- Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο μια διάμεσος είναι και διχοτόμος και ύψος.

Μονάδες 5×0,2=1

A.3 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

α. Το ανάπτυγμα της ταυτότητας $(2x - 3)^2$ είναι:

- i. $4x^2 - 9$ ii. $4x^2 - 12x + 9$ iii. $4x^2 + 12x + 9$ iv. $4x^2 + 9$

β. Η εξίσωση $2x^2 - 5x + 3 = 0$

- i. έχει δύο λύσεις. ii. έχει μια λύση. iii. είναι αδύνατη.

γ. Η παράσταση $4x^2 - 25$ γράφεται σε παραγοντοποιημένη μορφή ως:

- i. $(4x - 5)(4x + 5)$ ii. $(4x^2 - 5)(4x^2 + 5)$ iii. $(2x + 5)(2x - 5)$ iv. $(2x - 5)^2$

δ. Για να είναι δύο τρίγωνα ίσα πρέπει να έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μια και

- i. μια γωνία ίση.
- ii. τις προσκείμενες γωνίες ίσες.
- iii. τις περιεχόμενες γωνίες ίσες.
- iv. δύο γωνίες ίσες.

ε. Αν για μια οξεία γωνία x ισχύει $\eta\mu x = \frac{8}{17}$ και $\sigma\upsilon\nu x = \frac{15}{17}$ τότε

- i. $\epsilon\phi x = \frac{8}{15}$
- ii. $\epsilon\phi x = \frac{15}{8}$
- iii. $\epsilon\phi x = \frac{17}{15}$
- iv. $\epsilon\phi x = \frac{17}{8}$

Μονάδες $5 \times 0,2 = 1$

A.4 Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

- α. Παραγοντοποίηση ονομάζεται η διαδικασία με την οποία μια παράσταση που είναι άθροισμα μετατρέπεται σε
- β. Δύο τρίγωνα είναι όμοια όταν έχουν ίσες μια προς μια.
- γ. Οι αλγεβρικές μέθοδοι για να λυθεί ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων είναι η μέθοδος της και η μέθοδος των
- δ. Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος από τα άκρα του.
- ε. Μια εξίσωση δευτέρου βαθμού είναι αδύνατη όταν ισχύει

Μονάδες $5 \times 0,2 = 1$

ΘΕΜΑ Β

B.1 Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε αριθμούς x, y ισχύει η παρακάτω ταυτότητα.

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$$

Μονάδες 2

B.2 Να υπολογίσετε χρησιμοποιώντας το προηγούμενο ερώτημα την τιμή της παρακάτω παράστασης.

$$A = \left(20 + \frac{1}{80}\right)^2 - \left(20 - \frac{1}{80}\right)^2$$

Μονάδες 1

B.3 Να παραγοντοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις.

α. $A = 12x^3y^4 - 16x^4y^2z + 18x^3y^3z^2$
 β. $B = x^3 - 4x^2 + 5x - 20$

γ. $\Gamma = (x - 2)^2 - 9$
 δ. $\Delta = 4x^2 - 4x + 1$

Μονάδες $4 \times 0,5 = 2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις.

α. $x^2 - 8x + 15 = 0$

β. $(x - 1)^2 + 3x - 5 = 7x - 12$

Μονάδες $0,5 + 1 = 1,5$

Γ.2 Να λυθεί το ακόλουθο γραμμικό σύστημα: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$

Μονάδες 1

Γ.3 Αν για μια **αμβλεία** γωνία ισχύει $\eta\mu x = \frac{5}{13}$ τότε να δείξετε ότι:

i. $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{12}{13}$

ii. $\epsilon\phi x = -\frac{5}{12}$

Μονάδες $1 + 0,5 = 1,5$

Γ.4 Να αποδείξετε ότι

$$(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = 2$$

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ Δ

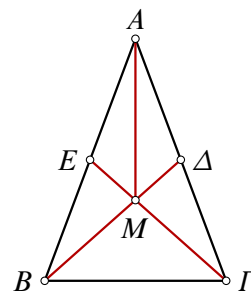
Δ.1 Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Αν $B\Delta$ και ΓE είναι διάμεσοι τότε

α. να δείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$.

β. αν M είναι το σημείο τομής των διαμέσων και $BM = \Gamma M$ να δείξετε ότι η AM διχοτομεί τη γωνία \hat{A} .

Μονάδες 1,5

Μονάδες 1



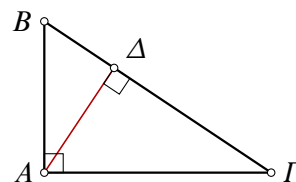
Δ.2 Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $A\Delta$ το ύψος του τριγώνου. Επίσης αν γνωρίζουμε ότι $AB = 15$, $A\Delta = 12$ και $A\Gamma = 20$ τότε

α. να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Gamma\Delta$ είναι όμοια.

β. να δείξετε ότι $\Gamma\Delta = 16$ και $B\Delta = 9$.

Μονάδες 1

Μονάδες 1,5



Διάρκεια 2 ώρες και 30 λεπτά.
Καλή επιτυχία!