

## ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

## Εκθετική και Λογαριθμική Συνάρτηση

## ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

## ΟΡΙΣΜΟΙ

## ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Εκθετική ονομάζεται κάθε συνάρτηση  $f$  της οποίας ο τύπος αποτελεί δύναμη με θετική βάση, διάφορη της μονάδας και εκθέτη που περιέχει την ανεξάρτητη μεταβλητή. Η απλή εκθετική συνάρτηση θα είναι της μορφής :

$$f(x) = a^x, \quad 0 < a \neq 1$$

## ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

## ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Οι ιδιότητες των εκθετικών συναρτήσεων της μορφής  $f(x) = a^x$ , με  $0 < a \neq 1$ , είναι οι εξής. Σε ορισμένες ιδιότητες διακρίνουμε δύο περιπτώσεις για τη βάση  $a$  της συνάρτησης.

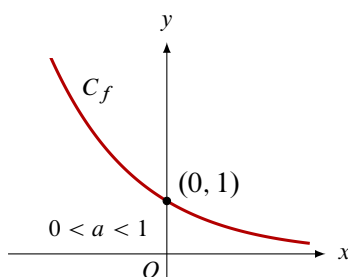
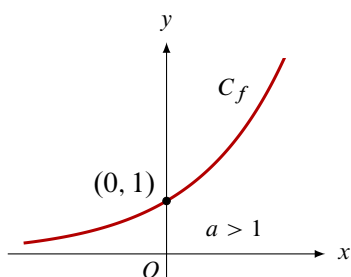
- Η συνάρτηση  $f$  έχει πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{R}$ .
- Το σύνολο τιμών της είναι το σύνολο  $(0, +\infty)$  των θετικών πραγματικών αριθμών.
- Η συνάρτηση δεν έχει ακρότατες τιμές.

Α. Για  $a > 1$ 

- Αν η βάση  $a$  της εκθετικής συνάρτησης είναι μεγαλύτερη της μονάδας τότε η συνάρτηση  $f(x) = a^x$  είναι γνησίως αυξουσα στο  $\mathbb{R}$ .
- Η συνάρτηση δεν έχει ρίζες στο  $\mathbb{R}$ .
- Η γραφική παράστασή της έχει οριζόντια ασύμπτωτη τον άξονα  $x'x$  στη μεριά του  $-\infty$  ενώ τέμνει τον κατακόρυφο άξονα  $y'y$  στο σημείο  $A(0, 1)$ .
- Για κάθε ζεύγος αριθμών  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  ισχύει

$$\text{Αν } x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$$

$$\text{Αν } x_1 = x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} = a^{x_2}$$



**B. Για  $0 < a < 1$**

- Αν η βάση  $a$  της εκθετικής συνάρτησης είναι μικρότερη της μονάδας τότε η συνάρτηση  $f(x) = a^x$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ .
- Η συνάρτηση δεν έχει ρίζες στο  $\mathbb{R}$ .
- Η γραφική παράστασή της έχει οριζόντια ασύμπτωτη τον άξονα  $x'x$  στη μεριά του  $+\infty$  ενώ τέμνει τον κατακόρυφο άξονα  $y'y$  στο σημείο  $A(0, 1)$ .
- Για κάθε ζεύγος αριθμών  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  ισχύει

$$\text{Αν } x_1 < x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$$

$$\text{Αν } x_1 = x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} = a^{x_2}$$

- iv. Οι γραφικές παραστάσεις των εκθετικών συναρτήσεων με αντίστροφες βάσεις  $f(x) = a^x$  και  $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ , με  $0 < a \neq 1$ , είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $y'y$ .

