

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

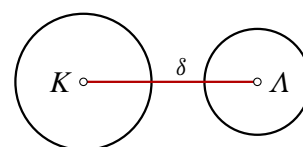
Τρίγωνα

ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΚΥΚΛΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΔΙΑΚΕΝΤΡΟΣ ΚΥΚΛΩΝ

Διάκεντρος δύο κύκλων ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα κέντρα τους. Συμβολίζεται με δ .



ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΚΥΚΛΩΝ

Οι τρεις σχετικές θέσεις μεταξύ δύο κύκλων είναι οι ακόλουθες :

1. Κύκλοι χωρίς κοινά σημεία

Ένας κύκλος λέγεται εξωτερικός ή εσωτερικός ενός άλλου κύκλου όταν όλα τα σημεία του πρώτου βρίσκονται στο εξωτερικό ή εσωτερικό μέρος του δεύτερου αντίστοιχα.. Οι κύκλοι αυτοί δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

2. Εφαπτόμενοι κύκλοι

Εφαπτόμενοι ονομάζονται οι κύκλοι οι οποίοι έχουν ένα κοινό σημείο. Το σημείο αυτό λέγεται **σημείο επαφής**.

3. Τεμνόμενοι κύκλοι

Τεμνόμενοι ονομάζονται οι κύκλοι οι οποίοι έχουν δύο κοινά σημεία. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα σημεία αυτά ονομάζεται **κοινή χορδή** των δύο κύκλων.

Χωρίς κοινά σημεία		Εφαπτόμενοι		Τεμνόμενοι

ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΚΟΙΝΗ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ

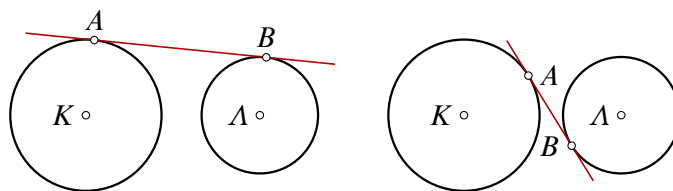
Για την κοινή εφαπτομένη δύο κύκλων διακρίνουμε τις εξής δύο περιπτώσεις :

1. Κοινή εξωτερική εφαπτομένη

Κοινή εξωτερική εφαπτομένη δύο κύκλων ονομάζεται η ευθεία η οποία εφάπτεται και στους δύο κύκλους έτσι ώστε να βρίσκονται και οι δύο κύκλοι στο ίδιο ημιεπίπεδο.

2. Κοινή εσωτερική εφαπτομένη

Κοινή εσωτερική εφαπτομένη δύο κύκλων ονομάζεται η ευθεία η οποία εφάπτεται και στους δύο κύκλους έτσι ώστε να βρίσκονται εκατέρωθεν αυτής.



ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΚΥΚΛΩΝ

Για τις σχετικές θέσεις μεταξύ δύο κύκλων (K, R) και (Λ, ρ) , με $R > \rho$ ισχύουν οι ακόλουθες προτάσεις :

- i. Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι εξωτερικός του κύκλου (K, R) αν και μόνο αν η διάκεντρος είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των ακτίνων τους.

$$\delta > R + \rho$$

- ii. Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι εσωτερικός του κύκλου (K, R) αν και μόνο αν η διάκεντρος είναι μικρότερη από τη διαφορά των ακτίνων τους.

$$\delta < R - \rho$$

- iii. Οι δύο κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) εφάπτονται εξωτερικά αν και μόνο αν η διάκεντρος είναι ίση με το άθροισμα των ακτίνων τους.

$$\delta = R + \rho$$

- iv. Οι δύο κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) εφάπτονται εσωτερικά αν και μόνο αν η διάκεντρος είναι ίση με τη διαφορά των ακτίνων τους.

$$\delta = R - \rho$$

- v. Οι δύο κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) τέμνονται αν και μόνο αν η διάκεντρος είναι μεταξύ του αθροίσματος και της διαφοράς των ακτίνων τους.

$$R - \rho < \delta < R + \rho$$

Γενικότερα οι προηγούμενες σχέσεις μεταξύ των ακτίνων των δύο κύκλων και της διακέντρου συνοψίζονται για τις τρεις βασικές σχετικές θέσεις των δύο κύκλων και γράφονται ισοδύναμα ως εξής :

1. Κύκλοι χωρίς κοινά σημεία : $\delta > R + \rho$ ή $\delta < R - \rho \Leftrightarrow |\delta - \rho| > R$.

2. Εφαπτόμενοι κύκλοι : $\delta = R + \rho$ ή $\delta = R - \rho \Leftrightarrow |\delta - \rho| = R$.

3. Τεμνόμενοι κύκλοι : $R - \rho < \delta < R + \rho \Leftrightarrow |\delta - \rho| < R$.

Οι προηγούμενες προτάσεις φαίνονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα :

Χωρίς κοινά σημεία		Εφαπτόμενοι		Τεμνόμενοι
$\left. \begin{array}{l} \delta < R - \rho \\ \delta > R + \rho \end{array} \right\} \Rightarrow \delta - \rho > R$		$\left. \begin{array}{l} \delta = R - \rho \\ \delta = R + \rho \end{array} \right\} \Rightarrow \delta - \rho = R$		$R - \rho < \delta < R + \rho \Rightarrow \delta - \rho < R$