



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍: Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος | ☎: 26610 20144 | 📠: 6932327283 - 6955058444

12 Νοεμβρίου 2019

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Μη πεπερασμένο όριο

ΤΥΠΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: Β

ΘΕΜΑ Α

A.1 Δίνονται οι συναρτήσεις f, g για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$. Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$. **Μονάδες 10**

A.2 Να δείξετε ότι το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu+1}}$ δεν υπάρχει. **Μονάδες 5**

A.3 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

α. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$ τότε είναι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$.

β. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

γ. Αν $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση με $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ τότε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ δεν υπάρχει.

δ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ τότε το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)}$ δεν υπάρχει.

ε. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια.

B.1 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 2x + 1}$

B.3 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4 + \eta\mu x} - 2}{x^3}$

B.2 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3 - 2x}{x^2 - x - 6}$

Μονάδες 8+8+9=25

ΘΕΜΑ Γ Δίνεται συνάρτηση f με τύπο

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x} - 4\sqrt{x} + ax + \beta}{x^2 - 4x}$$

με $a, \beta \in \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \frac{1}{4}$.

Γ.1 Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f . **Μονάδες 5**

Γ.2 Να δείξετε ότι $a = -1$ και $\beta = 4$. **Μονάδες 8**

Γ.3 Να αποδείξετε ότι $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$. **Μονάδες 5**

Γ.4 Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ Δίνεται συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(f(x) \cdot \frac{1 - \sin 2x}{x^3 - 3x^2} \right) = +\infty$$

Δ.1 Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$.

Μονάδες 10

Δ.2 Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f^2(x) - 13f(x) + 7}}{f(x) - 21}$.

Μονάδες 10

Δ.3 Αν $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μια τυχαία συνάρτηση, να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} (f^2(x) + g^2(x))$.

Μονάδες 5

Καλή Επιτυχία!

Διάρκεια εξετάσεων : 3 ώρες.