

α. Ο κύκλος με κέντρο $K(-3, 2)$ και ακτίνα $\rho = 4$ έχει εξίσωση

$$(x - x_K)^2 + (y - y_K)^2 = \rho^2 \Rightarrow (x - (-3))^2 + (y - 2)^2 = 4^2 \Rightarrow (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$$

β. Το κέντρο K του κύκλου είναι το μέσο της διαμέτρου AB άρα

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2 \text{ και } y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2$$

οπότε $K(2, 2)$. Επιπλέον η ακτίνα ισούται με

$$\rho = KA = \sqrt{(x_A - x_K)^2 + (y_A - y_K)^2} = \sqrt{(1 - 2)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{5}$$

Ο κύκλος λοιπόν θα έχει εξίσωση

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = \sqrt{5}^2 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$$

γ. Αφού ο κύκλος διέρχεται από το σημείο $A(5, 0)$ τότε η ακτίνα του θα ισούται με

$$\rho = KA = \sqrt{(x_A - x_K)^2 + (y_A - y_K)^2} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

οπότε ο κύκλος έχει εξίσωση

$$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 5^2 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$$

δ. Η ακτίνα του κύκλου ισούται με την απόσταση του κέντρου K από την εφαπτομένη ε .

$$\rho = d(K, \varepsilon) = \frac{|1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

άρα η ζητούμενη εξίσωση είναι

$$(x - (-1))^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 \Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{1}{5}$$