

# Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ■ Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών

1. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{llll} \alpha. 120^\circ & \gamma. 135^\circ & \epsilon. 480^\circ & \zeta. 840^\circ \\ \beta. 150^\circ & \delta. 495^\circ & \sigma\tau. 510^\circ & \eta. 1935^\circ \end{array}$$

2. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \frac{3\pi}{4} & \gamma. \frac{2\pi}{3} & \epsilon. \frac{32\pi}{3} \\ \beta. \frac{5\pi}{6} & \delta. \frac{9\pi}{4} & \sigma\tau. \frac{89\pi}{6} \end{array}$$

3. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{llll} \alpha. -45^\circ & \gamma. -60^\circ & \epsilon. 300^\circ & \zeta. 1020^\circ \\ \beta. -30^\circ & \delta. 330^\circ & \sigma\tau. 315^\circ & \eta. 1395^\circ \end{array}$$

4. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{llll} \alpha. -\frac{\pi}{3} & \gamma. \frac{11\pi}{6} & \epsilon. \frac{5\pi}{3} & \zeta. \frac{83\pi}{6} \\ \beta. -\frac{\pi}{4} & \delta. \frac{7\pi}{4} & \sigma\tau. \frac{31\pi}{4} & \eta. \frac{29\pi}{3} \end{array}$$

5. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{llll} \alpha. 210^\circ & \gamma. 225^\circ & \epsilon. 600^\circ & \zeta. 1680^\circ \\ \beta. 240^\circ & \delta. 570^\circ & \sigma\tau. 945^\circ & \eta. 2760^\circ \end{array}$$

6. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \frac{7\pi}{6} & \gamma. \frac{4\pi}{3} & \epsilon. \frac{55\pi}{6} \\ \beta. \frac{5\pi}{4} & \delta. \frac{29\pi}{4} & \sigma\tau. \frac{34\pi}{3} \end{array}$$

7. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{lll} \alpha. -120^\circ & \gamma. -210^\circ & \epsilon. -315^\circ \\ \beta. -135^\circ & \delta. -225^\circ & \sigma\tau. -300^\circ \end{array}$$

8. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών κάνοντας αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο.

$$\begin{array}{lll} \alpha. -\frac{4\pi}{3} & \gamma. -\frac{3\pi}{4} & \epsilon. -\frac{7\pi}{4} \\ \beta. -\frac{7\pi}{6} & \delta. -\frac{5\pi}{6} & \sigma\tau. -\frac{5\pi}{3} \end{array}$$

9. Να υπολογίσετε την τιμή καθεμιάς από τις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{l} \alpha. \eta\mu 40^\circ + \eta\mu 140^\circ - 2\sigma\upsilon\nu 50^\circ \\ \beta. \eta\mu 50^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 70^\circ + \eta\mu 130^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 110^\circ \\ \gamma. \epsilon\phi 45^\circ \cdot \sigma\phi 135^\circ - \eta\mu^2 225^\circ \\ \delta. \eta\mu^2 35^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 145^\circ \\ \epsilon. \epsilon\phi^2 330^\circ + \sigma\phi^2 240^\circ \end{array}$$

10. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων.

$$\alpha. \frac{\eta\mu 120^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 240^\circ - \epsilon\phi 330^\circ}{\sigma\upsilon\nu 150^\circ \cdot \sigma\phi 240^\circ + \eta\mu 315^\circ}$$

### ■ Τριγωνομετρικές ταυτότητες

11. Να αποδειχθούν οι παρακάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες.

$$\begin{array}{l} \alpha. \eta\mu(\pi - x) - \eta\mu x = 0 \\ \beta. \sigma\upsilon\nu^2(\pi + x) + \eta\mu^2(\pi - x) = 1 \\ \gamma. \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \epsilon\phi(\pi + x) = 1 \\ \delta. \eta\mu^2(\pi - x) + \sigma\upsilon\nu^2(-x) = 1 \end{array}$$

### ■ Ταυτότητες τριγώνου

12. Ναδειχθεί ότι σε κάθε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύουν οι παρακάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες.

$$\begin{array}{l} \alpha. \eta\mu(A + B) = \eta\mu\Gamma \\ \beta. \sigma\upsilon\nu(B + \Gamma) = \sigma\upsilon\nu(\pi - A) \end{array}$$

$$\gamma. \varepsilon\phi(\pi - \Gamma - A) = \sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - B\right)$$

$$\delta. \eta\mu(A + B) = \sigma\upsilon\nu\left(\Gamma - \frac{\pi}{2}\right)$$

13. Να υπολογιστούν οι ζητούμενες γωνίες του τριγώνου  $AB\Gamma$  από τις παρακάτω εξισώσεις.

$$\alpha. \eta\mu(A - B) = \eta\mu\left(\Gamma + \frac{\pi}{2}\right)$$