

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
23 Οκτωβρίου 2024

Άλγεβρα - Α' Λυκείου
Πραγματικοί αριθμοί
Απόλυτη τιμή

■ **Αριθμητικές παραστάσεις**

1. Υπολογίστε τις τιμές των παρακάτω αριθμητικών παραστάσεων.

α. $A = |-2| - |4| + |-5|$

β. $B = |-7| - |-3| + |8|$

γ. $\Gamma = |-3|(|-4 + 9| - 1) + |10|$

δ. $\Delta = (|15| : |-3| + 7) \cdot (|-11 + 5| - 3)$

2. Βρείτε τις τιμές των παρακάτω αριθμητικών παραστάσεων.

α. $A = |\sqrt{2} - 1|$

δ. $\Delta = |\pi - 3|$

β. $B = |2 - \sqrt{5}|$

ε. $E = |\pi - 4|$

γ. $\Gamma = |\sqrt{3} - \sqrt{2}|$

στ. $Z = |5 - \pi|$

■ **Απλοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων**

3. Απλοποιήστε τις παρακάτω παραστάσεις.

α. $A = |x^2 + 3|$

β. $B = |x^2 - 2x + 2|$

γ. $\Gamma = |-2 - x^4|$

δ. $\Delta = |x^2 + 1| + |-4 - x^2|$

4. Δίνεται ο πραγματικός αριθμός a με $a > 1$. Να απλοποιήσετε τις επόμενες παραστάσεις.

α. $A = |a - 1| - |a|$

β. $B = |1 - a| + 2a + 3$

γ. $\Gamma = |2a - 2| + 3|a| - 4$

5. Αν ισχύει $1 < a < 4$ να απλοποιήσετε τις ακόλουθες παραστάσεις.

α. $A = |a - 1| + |4 - a| - 3$

β. $B = |a - 4| + |a - 5| + a$

γ. $\Gamma = |2a - 8| - |2 - 2a|$

δ. $\Delta = |2a| - |1 - a| + |a + 1|$

6. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί a, β για τους οποίους ισχύει $a < 3 < \beta$.

α. Να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση

$$A = |a - 3| + |\beta - 3| + a\beta - 1$$

β. Να αποδείξετε ότι $A > 0$.

7. Να γράψετε καθεμία από τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς απόλυτη τιμή.

α. $A = |x - 3| + 4$

β. $B = |x - 2| + 2x - 1$

γ. $\Gamma = x + |4 - x|$

δ. $\Delta = 3 - |2x - 1|$

ε. $E = 3x - 2 - |x + 2|$

στ. $Z = |2x + 2| - 3x + 4$

8. Γράψτε καθεμία από τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς απόλυτη τιμή.

α. $A = |x - 1| + |3 - x|$

β. $B = |x + 2| - |x - 4|$

γ. $\Gamma = |x + 1| + |4 - x|$

δ. $\Delta = |3 - x| + |1 - x|$

ε. $E = |2x - 1| + |x| - |9 - 3x|$

9. Απλοποιήστε τις επόμενες αλγεβρικές παραστάσεις.

α. $A = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$

β. $B = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1}$

γ.

■ **Ιδιότητες απόλυτων τιμών**

10.

α.

11. Σε καθεμία από τις παρακάτω σχέσεις, να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς x, y .

α. $|x - 2| + |y + 3| = 0$

β. $|x^2 - 4x| + |x^2 - 16| = 0$

γ. $|y^2 + 3y - 4| + |y^2 - 1| = 0$

δ. $|x^2 - 4x + 4| + |y^2 + 2y + 1| = 0$

ε. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{y^2 + 6y + 9} = 0$

■ Μήκος - κέντρο - ακτίνα διαστήματος

12. Να βρεθούν το μήκος, το κέντρο και η ακτίνα των παρακάτω διαστημάτων.

α. $[1, 5]$ γ. $[-10, -1]$ ε. $(\frac{1}{2}, \frac{5}{4})$

β. $(-2, 4)$ δ. $(0, 8]$ στ. $[\frac{3}{8}, 2]$

13. Το κέντρο του διαστήματος $[1, \lambda]$ είναι το 4. Να βρεθεί

α. ο πραγματικός αριθμός $\lambda \in \mathbb{R}$.

β. το μήκος και η ακτίνα του διαστήματος.

14. Το μήκος του διαστήματος $[\lambda - 1, \lambda^2]$ ισούται με 3, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. Να βρεθεί η τιμή του λ .

β. Για κάθε τιμή της παραμέτρου λ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του διαστήματος.

15. Η ακτίνα του διαστήματος $[\lambda - 1, 3]$ είναι 4.

α. Να βρεθεί η τιμή του λ .

β. Να βρεθεί το μήκος και το κέντρο του διαστήματος.

16. Το διάστημα $[2\lambda + 3, 2 - \lambda]$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, έχει αντίθετα άκρα. Να βρεθούν

α. η τιμή της παραμέτρου λ .

β. το κέντρο, το μήκος και η ακτίνα του διαστήματος.

17. Συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα.

Απόλυτη τιμή	Απόσταση	Διάστημα
$ x - 2 < 3$		
	$d(x, 4) \leq 5$	
$ x + 1 \geq 3$		
	$d(x, -2) > 1$	
		$[-3, 5]$
		$(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
		$(-2, 8)$
		$(-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$