

**Άλγεβρα - Α' Λυκείου****Ανισώσεις 2ου βαθμού**

19 Δεκεμβρίου 2024

■ Παραγοντοποίηση τριωνύμου

1. Να παραγοντοποιηθούν τα παρακάτω τριώνυμα

α. $x^2 - 5x + 6$

δ. $25x^2 - 10x + 1$

β. $x^2 - 3x + 2$

ε. $2x^2 - 5x + 3$

γ. $x^2 + 4x + 4$

στ. $x^2 + x + 2$

2. Να απλοποιηθούν οι παρακάτω ρητές παραστάσεις.

α. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$

γ. $\frac{2x^2 - 5x + 3}{4x^2 - 4x + 1}$

β. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$

■ Ανισώσεις - Πρόσημο τριωνύμου

3. Να βρεθούν τα πρόσημα των παρακάτω τριωνύμων.

α. $x^2 - 3x + 2$

δ. $x^2 + 6x + 9$

β. $-x^2 + 8x - 7$

ε. $-x^2 + 10x - 25$

γ. $3x^2 - 7x + 2$

στ. $x^2 + x + 1$

4. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

α. $x^2 - 4x + 3 > 0$

στ. $x^2 + 10x + 25 < 0$

β. $4x^2 - 5x + 1 < 0$

ζ. $-4x^2 + 4x - 1 < 0$

γ. $-2x^2 - 7x - 6 \leq 0$

η. $x^2 + 3x + 5 \geq 0$

δ. $-x^2 + 9x - 10 \geq 0$

θ. $-x^2 - x + 4 > 0$

ε. $9x^2 - 6x + 1 > 0$

5. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

α. $x^2 - 8x \leq -7$

γ. $(x - 2)^2 > 2x - 5$

β. $4 - x^2 \geq 3x$

δ. $2(3 - x) < (1 - x)^2 + 4$

6. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων.

α. $x^2 - 7x + 6 < 0$ και $-x^2 + 5x - 6 > 0$

β. $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ και $x^2 + 4x - 3 > 0$

γ. $3 - (x - 1)^2 < 2x - 5$ και $(x + 2)^2 \geq (2x + 3)^2$

■ Παραμετρικές ανισώσεις

7. Ναδειχθεί ότι η εξίσωση

$$(\lambda + 1)x^2 - 2\lambda x + \lambda - 1 = 0$$

με $\lambda \neq -1$ έχει δύο πραγματικές λύσεις για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.8. Δίνεται η εξίσωση $(1 - \lambda)x^2 + 2\lambda x - 4 = 0$ με $\lambda \neq 1$.α. Να γραφτεί η διακρίνουσα της παραπάνω εξίσωσης σαν συνάρτηση του λ .β. Να υπολογιστούν οι τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η εξίσωση

i. έχει δύο ρίζες άνισες.

ii. έχει μια ρίζα.

iii. είναι αδύνατη.

9. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 3)x + 4 = 0$.α. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση να έχει δύο πραγματικές και άνισες λύσεις.β. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης τότε να υπολογιστούν το άθροισμα τους S και το γινόμενο τους P .γ. Να λυθεί η ανίσωση $-(x_1 + x_2)^2 + 6x_1x_2 + 1 \geq 0$ 10. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x - 1 = 0$ με $1 < \lambda \neq 2$.α. Ναδειχθεί ότι η εξίσωση έχει πάντα πραγματικές λύσεις για κάθε τιμή του $\lambda \in (1, +\infty) - \{2\}$.β. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης να εκφραστούν το άθροισμα S και το γινόμενο P των λύσεων με τη βοήθεια του λ .γ. Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες ισχύει $x_1 + x_2 + \frac{18x_1x_2}{\lambda} = 0$ 11. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση

$$x^2 + (\lambda^2 - 3\lambda + 2)x + 1 = 0$$

α. να έχει δύο λύσεις άνισες.

β. οι λύσεις της εξίσωσης να είναι θετικές για κάθε τιμή της παραμέτρου λ .

12. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου $\lambda \in (4, +\infty)$ ώστε οι λύσεις της εξίσωσης

$$x^2 - (\lambda^2 - 5\lambda + 6)x + \lambda - 3 = 0$$

να είναι θετικές για κάθε τιμή της παραμέτρου λ . Η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι θετική.

13. Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - (\lambda^2 - 4\lambda + 3)x + 4 - 3\lambda - \lambda^2 = 0$$

με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ ώστε

- α. η εξίσωση να έχει δύο λύσεις άνισες.
- β. η εξίσωση να έχει μια διπλή λύση.
- γ. οι ρίζες της εξίσωσης να είναι

- i . ομόσημες
- ii . ετερόσημες
- iii . θετικές
- iv . αρνητικές