

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

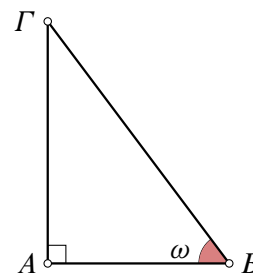
**Τριγωνομετρία****ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΓΩΝΙΑΣ  $\omega$  ΜΕ  $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$** **ΟΡΙΣΜΟΙ****ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**

Έστω  $AB\Gamma$  ένα ορθογώνιο τρίγωνο, με  $A = 90^\circ$  τότε οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των οξείων γωνιών του τριγώνου ορίζονται ως εξής :

**1. Ημίτονο**

Ημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ονομάζεται ο λόγος της απέναντι κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

$$\text{Ημίτονο} = \frac{\text{Απέναντι Κάθετη}}{\text{Υποτείνουσα}}, \quad \eta\mu\omega = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$$

**2. Συνημίτονο**

Συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ονομάζεται ο λόγος της προσκείμενης κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

$$\text{Συνημίτονο} = \frac{\text{Προσκείμενη Κάθετη}}{\text{Υποτείνουσα}}, \quad \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{AB}{B\Gamma}$$

**3. Εφαπτομένη**

Εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ονομάζεται ο λόγος της απέναντι κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη κάθετη.

$$\text{Εφαπτομένη} = \frac{\text{Απέναντι Κάθετη}}{\text{Προσκείμενη Κάθετη}}, \quad \epsilon\varphi\omega = \frac{A\Gamma}{AB}$$

**ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΤΡΙΓ. ΑΡ. ΓΩΝΙΑΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ**

Έστω  $Ox, y$  ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων και  $M(x, y)$  ένα σημείο του. Ενώνοντας το σημείο  $M$  με την αρχή των αξόνων, το ευθύγραμμο τμήμα που προκύπτει δημιουργεί μια γωνία  $\omega$  με το θετικό οριζόντιο ημιάξονα  $Ox$ . Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $OM$  είναι :

$$OM = \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $x \hat{O} y$  ορίζονται με τη βοήθεια των συντεταγμένων του σημείου και είναι

### 1. Ημίτονο

Ημίτονο της γωνίας ονομάζεται ο λόγος της τεταγμένης του σημείου προς την απόσταση του από την αρχή των αξόνων.

$$\eta\mu\omega = \frac{AM}{OM} = \frac{y}{\rho}$$

### 2. Συνημίτονο

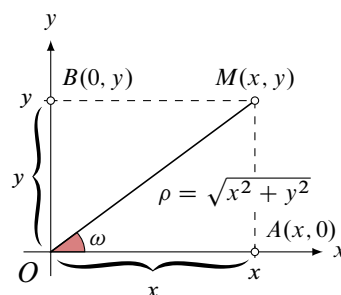
Συνημίτονο της γωνίας ονομάζεται ο λόγος της τετμημένης του σημείου προς την απόσταση του από την αρχή των αξόνων.

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{BM}{OM} = \frac{x}{\rho}$$

### 3. Εφαπτομένη

Εφαπτομένη της γωνίας ονομάζεται ο λόγος της τεταγμένης του σημείου προς την τετμημένη του.

$$\epsilon\phi\omega = \frac{AM}{BM} = \frac{y}{x}, \quad x \neq 0$$



Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε το μέτρο μερικών βασικών γωνιών δοσμένο σε μοίρες και ακτίνια αλλά και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών αυτών.

Βασικές Γωνίες						
Μοίρες	0°	30°	45°	60°	90°	180°
Ακτίνια	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
Σχήμα						
$\eta\mu\omega$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\sigma\upsilon\nu\omega$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\epsilon\phi\omega$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Δεν ορίζεται	0

## ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

### ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΠΡΟΣΗΜΑ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Τα πρόσημα των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας  $\omega$  εξαρτώνται από το είδος της γωνίας:

- Αν η γωνία  $\omega$  είναι οξεία τότε  $\eta\mu\omega > 0$ ,  $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$ ,  $\epsilon\phi\omega > 0$ .
- Αν η γωνία  $\omega$  είναι αμβλεία τότε  $\eta\mu\omega > 0$ ,  $\sigma\upsilon\nu\omega < 0$ ,  $\epsilon\phi\omega > 0$ .