

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

19 Ιουνίου 2017

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πολύνομα**

ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

**ΘΕΩΡΙΑ - ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ**

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $a$  ώστε τα παρακάτω πολυώνυμα να είναι ίσα.

$$P(x) = (a^2 - 3a)x^3 + x^2 + a \quad \text{και} \\ Q(x) = -2x^3 + a^2x^2 + (a^3 - 1)x + 1$$

2. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + ax^2 + \beta x + 4$$

Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $a$  και  $\beta$  και το πολυώνυμο  $Q(x)$  ώστε  $Q^2(x) = P(x)$

3. Αν τα πολυώνυμα

$$P(x) = x^2 + (a - 1)x - \beta - 5 \quad \text{και}$$

$$Q(x) = x^3 + \beta x^2 + (a - 6)x - 4$$

έχουν κοινή ρίζα το  $x = 2$ , να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $a, \beta$ .

4. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = ax^4 - 4x^3 + \beta x + 2$$

το οποίο αν διαιρεθεί με το  $x - 1$  αφήνει υπόλοιπο  $-6$  ενώ το  $x + 1$  είναι παράγοντας του.

- i. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $a, \beta$ .
- ii. Να αποδειχτεί ότι το  $2x - 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ .
- iii. Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .
- iv. Να λυθεί η ανίσωση  $P(x) \leq 0$ .

5. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = x^3 + ax^2 + \beta x + 1$$

το οποίο έχει παράγοντα το  $(x - 1)^2$ .

- i. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $a, \beta$ .
- ii. Να βρεθούν όλες οι ρίζες του  $P(x)$ .
- iii. Να γραφτεί το  $P(x)$  σαν γινόμενο παραγόντων.

6. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις :

- i.  $(x + 2)(5 - x)(x^2 - 6x - 7) > 0$
- ii.  $(x - 2)^2(x + 1)(x^2 - 7x + 12) \geq 0$
- iii.  $3x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x - 2 < 0$
- iv.  $(x^2 - 4) \leq 8x^2 + 16x$

7. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = x^4 + ax^3 + \beta x^2 + \gamma x - 2$$

το οποίο έχει ρίζα τον αριθμό  $-1$  με πολλαπλότητα 3 (τριπλή λύση).

- i. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $a, \beta, \gamma$ .
  - ii. Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .
8. Το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 4x^2 + ax - 2$  έχει παράγοντα το  $x - 2$ , ενώ αν διαιρεθεί με το  $x - 3$  αφήνει υπόλοιπο 4.
- i. Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $a$ .
  - ii. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x^2 - 5x + 6$ .
  - iii. Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 18$ .
  - iv. Να λυθεί η ανίσωση  $P(x)^2 - P(x) \geq 0$ .