



■ Ορισμός λογαρίθμου

$$a^x = \theta \Leftrightarrow x = \log_a \theta$$

με $0 < a \neq 1$ και $\theta > 0$

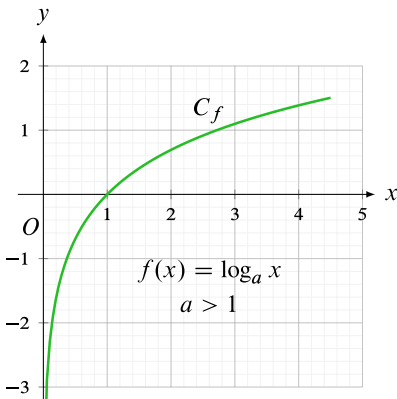
• Δεκαδικός λογάριθμος

$$\text{Για } a = 10 : \log_{10} \theta = \log \theta$$

• Φυσικός λογάριθμος

$$\text{Για } a = e : \log_e \theta = \ln \theta$$

■ Λογαριθμική Συνάρτηση



Για $a > 1$

- Πεδίο ορισμού: $D_f = (0, +\infty)$.
- Σύνολο τιμών: $B = \mathbb{R}$.
- Η C_f της έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη τον άξονα $y'y$, ενώ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(1, 0)$.
- Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$

$$\text{Αν } x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$$

- Για $x > 1$ ισχύει $\log_a x > 0$
- Για $0 < x < 1$ ισχύει $\log_a x < 0$.

Ιδιότητες από τον ορισμό

$$\begin{aligned} \checkmark \log_a a^x &= x & \checkmark \log_a a &= 1 \\ \checkmark a^{\log_a \theta} &= \theta & \checkmark \log_a 1 &= 0 \end{aligned}$$

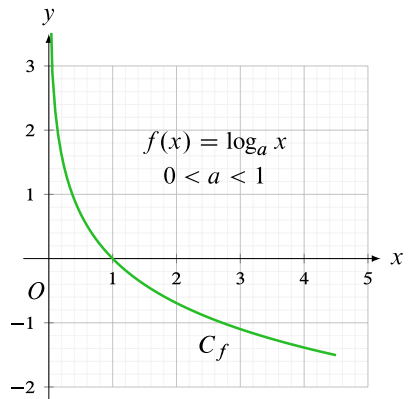
Ιδιότητες πράξεων

$$\blacksquare \log_a (\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$$

$$\blacksquare \log_a \frac{\theta_1}{\theta_2} = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2$$

$$\blacksquare \log_a \theta^\kappa = \kappa \cdot \log_a \theta$$

$$\blacksquare \log_a \sqrt[\kappa]{\theta} = \frac{1}{\kappa} \log_a \theta$$



Για $0 < a < 1$

- Πεδίο ορισμού: $D_f = (0, +\infty)$.
- Σύνολο τιμών: $B = \mathbb{R}$.
- Η C_f της έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη τον άξονα $y'y$, ενώ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(1, 0)$.
- Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, +\infty)$

$$\text{Αν } x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$$

- Για $x > 1$ ισχύει $\log_a x < 0$
- Για $0 < x < 1$ ισχύει $\log_a x > 0$.