

Διαγώνισμα
Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου
Έννοια διανύσματος - Πρόσθεση - Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να αναφέρετε με ποιους τρόπους γίνεται η πρόσθεση δύο διανυσμάτων και να σχεδιάσετε και το αντίστοιχο σχήμα για κάθε τρόπο.

Μονάδες 0.5

A.2 Να γράψετε τρεις από τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού ανάμεσα σε πραγματικό αριθμό και διάνυσμα.

Μονάδες 1

A.3 Ποιά είναι τα στοιχεία ενός διανύσματος;

Μονάδες 0.5

A.4 Ποια διανύσματα λέγονται ομόρροπα και ποια αντίθετα;

Μονάδες 1

A.5 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- α. Αν ισχύει $\vec{AB} = \vec{\Gamma\Delta}$ τότε τα διανύσματα \vec{AB} και $\vec{\Gamma\Delta}$ είναι παράλληλα.
- β. Αν ισχύει $\vec{AD} = \vec{BF}$ τότε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.
- γ. Αν ισχύει $\vec{a} = -3\vec{\beta}$ τότε τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.
- δ. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M για τα οποία ισχύει η ισότητα $|\vec{MA}| = 2$ είναι κύκλος με κέντρο το σημείο A με ακτίνα 2.
- ε. Από την ισότητα $|\vec{AB}| = |\vec{\Gamma\Gamma}|$ προκύπτει ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

B.1 Αν ισχύει $\vec{AD} - \vec{Z\Gamma} = \vec{BE} + \vec{B\Delta} - \vec{ZE}$ να αποδείξετε ότι το Γ είναι μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB .

Μονάδες 1.5

B.2 Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε σημεία A, B, Γ, Δ ισχύει ότι: $4\vec{AB} + 3\vec{A\Gamma} = 4\vec{DB} + 3\vec{\Delta\Gamma} - 7\vec{DA}$.

Μονάδες 2

B.3 Αν ισχύει ότι: $3\vec{B\Delta} - \vec{\Gamma A} = 3\vec{B\Gamma} - \vec{\Delta B}$ να αποδείξετε ότι $\vec{AB} \updownarrow \vec{\Gamma\Delta}$.

Μονάδες 1.5

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Αν ισχύει $2\vec{AA} + 3\vec{B\Lambda} + 2\vec{MB} = \vec{AK} + \vec{AM} + \vec{BK}$ να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{K\Lambda}$ και $\vec{M\Lambda}$ είναι αντίρροπα.

Μονάδες 2

Γ.2 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ, E του επιπέδου του τέτοια ώστε: $\vec{AD} = 5\vec{AB} + 8\vec{A\Gamma}$ και $\vec{AE} = 3\vec{AB} + 10\vec{A\Gamma}$. Να αποδειχθεί ότι: $\vec{DE} \parallel \vec{B\Gamma}$.

Μονάδες 2

Γ.3 Αν ισχύουν $|\vec{a}| = 3, |\vec{\beta}| = 2$ και $|\vec{a} + \vec{\beta}| \geq 5$, να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1 Δίνονται σημεία A, B, Γ, Δ, E για τα οποία ισχύει ότι: $5\vec{AD} - 3\vec{AE} - 4\vec{\Delta\Gamma} = 4\vec{EB} - \vec{E\Gamma} + 9\vec{BA}$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 1.5

Δ.2 Να αποδείξετε ότι αν: $(a + 4)\vec{KA} + 5\vec{KB} = (a + 9)\vec{K\Gamma}$, όπου $a \in \mathbb{R}$, τότε τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 1.5

Δ.3 Έστω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και K το κέντρο του. Αν M είναι το μέσο του $K\Gamma$, να αποδείξετε ότι $\vec{AB} + \vec{AD} = 4\vec{AM} - 2\vec{A\Gamma}$.

Μονάδες 2

Διάρκεια διαγωνίσματος 2 ώρες.

Καλή Επιτυχία!