

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Εγγεγραμμένα σχήματα

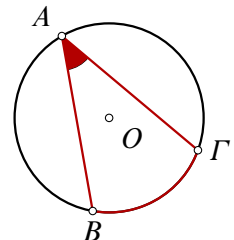
ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΗ ΓΩΝΙΑ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΗ ΓΩΝΙΑ

Εγγεγραμμένη γωνία σε έναν κύκλο ονομάζεται η γωνία η οποία έχει κορυφή ένα σημείο του κύκλου, ενώ οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο.

- Το τόξο με άκρα τα σημεία τομής της γωνίας και του κύκλου, που βρίσκεται στο εσωτερικό της γωνίας ονομάζεται **αντίστοιχο τόξο** της γωνίας.
- Μια εγγεγραμμένη γωνία θα λέμε ότι **βαίνει** στο αντίστοιχο τόξο της.

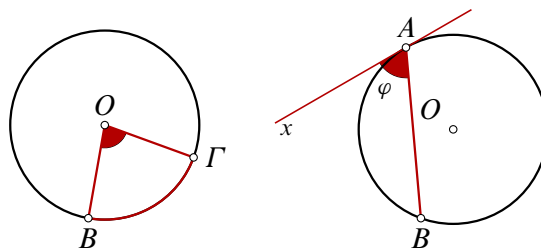


ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΕΠΙΚΕΝΤΡΗ ΓΩΝΙΑ

Εγγεγραμμένη γωνία σε έναν κύκλο ονομάζεται η γωνία η οποία έχει κορυφή στο κέντρο του κύκλου.

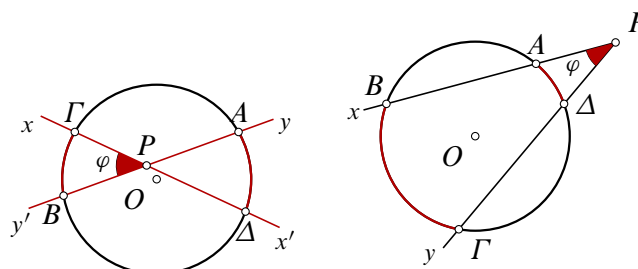
ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΓΩΝΙΑ ΧΟΡΔΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗΣ

Γωνία χορδής και εφαπτομένης ονομάζεται η γωνία που σχηματίζεται από μια χορδή ενός κύκλου και την εφαπτομένη του κύκλου σε ένα άκρο της χορδής. Η κορυφή της γωνίας είναι σημείο του κύκλου.



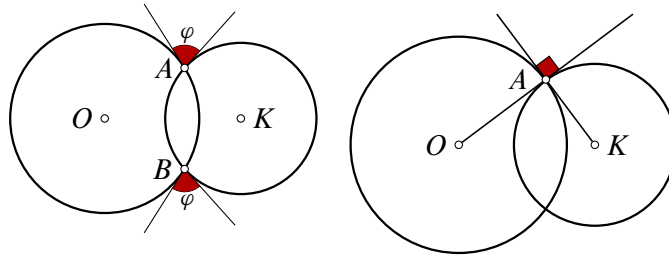
ΟΡΙΣΜΟΣ 4 : ΓΩΝΙΑ ΔΥΟ ΤΕΜΝΟΥΣΩΝ

Γωνία δύο τεμνουσών ενός κύκλου ονομάζεται η γωνία που σχηματίζεται από δύο τέμνουσες ευθείες του κύκλου και έχει κορυφή το σημείο τομής τους.



ΟΡΙΣΜΟΣ 5 : ΓΩΝΙΑ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ

Γωνία δύο τεμνόμενων κύκλων ονομάζεται η γωνία που σχηματίζεται από τις δύο εφαπτόμενες ευθείες του κύκλου σε καθένα από τα σημεία τομής τους. Αν η γωνία των δύο κύκλων είναι ορθή τότε οι κύκλοι ονομάζονται **ορθογώνιοι**.

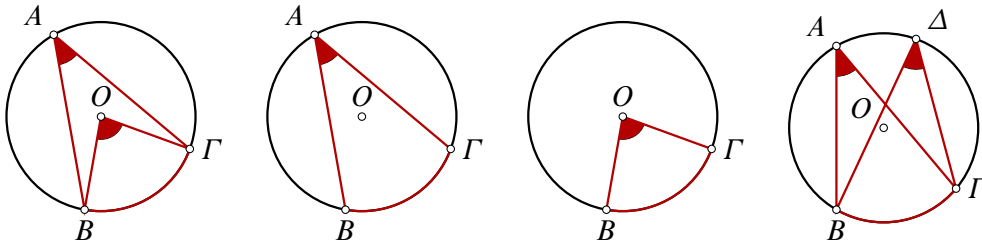


ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΕΠΙΚΕΝΤΡΗ - ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΗ ΓΩΝΙΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟ ΤΟΞΟ

Μεταξύ των εγγεγραμμένων των επίκεντρων γωνιών και των αντίστοιχων τόξων τους ισχύουν οι ακόλουθες προτάσεις :

- Αν μια εγγεγραμμένη και μια επίκεντρη γωνία βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα ίσων κύκλων τότε η εγγεγραμμένη ισούται με το μισό της επίκεντρης : $\hat{A} = \frac{\hat{O}}{2}$.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της : $\hat{A} = \frac{\widehat{B\Gamma}}{2}$.
- Κάθε επίκεντρη γωνία ισούται με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της : $\hat{A} = \hat{O}$.
- Αν δύο εγγεγραμμένες γωνίες βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα ίσων κύκλων τότε είναι ίσες, $\hat{A} = \hat{\Delta}$.



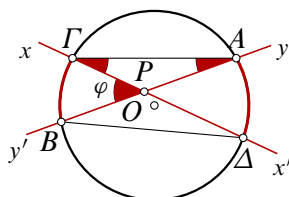
ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΓΩΝΙΑ ΧΟΡΔΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗΣ

Η γωνία που σχηματίζεται από χορδή και εφαπτομένη σε ένα σημείο του κύκλου είναι ίση με το αντίστοιχο τόξο της χορδής.

ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΓΩΝΙΑ ΔΥΟ ΤΕΜΝΟΥΣΩΝ

Έστω P το σημείο τομής δύο τεμνουσών $x'x$ και $y'y$ ενός κύκλου και $x\hat{A}y$ η γωνία που σχηματίζουν. Για τη γωνία αυτή ισχύουν οι εξής προτάσεις :

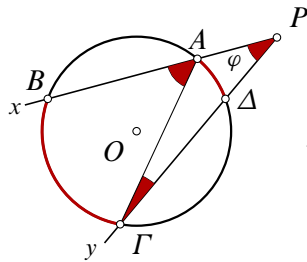
- Αν το σημείο P είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου τότε η γωνία των δύο τεμνουσών ισούται με το ημί-θροισμα των τόξων που ορίζουν οι τέμνουσες.



$$x\hat{A}y = \frac{\widehat{B\Gamma} + \widehat{A\Delta}}{2} \quad , \quad x\hat{A}y = B\hat{A}\Gamma + \Delta\hat{\Gamma}A$$

Η γωνία φ ισούται επίσης με το άθροισμα των εγγεγραμμένων γωνιών που βαίνουν στα τόξα που ορίζουν οι τέμνουσες.

- ii. Αν το σημείο P είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου τότε η γωνία των δύο τεμνουσών ισούται με την ημιδιαφορά των τόξων που ορίζουν οι τέμνουσες.



$$x\hat{A}y = \frac{\widehat{B\Gamma} - \widehat{A\Delta}}{2} \quad , \quad x\hat{A}y = B\hat{A}\Gamma - \Delta\hat{\Gamma}A$$

Η γωνία φ ισούται επίσης με το άθροισμα των εγγεγραμμένων γωνιών που βαίνουν στα τόξα που ορίζουν οι τέμνουσες.

ΘΕΩΡΗΜΑ 4: ΓΩΝΙΑ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ

Οι γωνίες που σχηματίζουν δύο τεμνόμενοι κύκλοι στα σημεία τομής τους είναι ίσες.