

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση δεν ορίζεται στο 0 το οποίο είναι το κάτω άκρο του διαστήματος. Έτσι υπολογίζουμε το όριο της f στο 0 και έχουμε ότι:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (\ln x + x) = -\infty < 0$$

Άρα θα υπάρχει ένας πραγματικός αριθμός x_1 κοντά στο 0 έτσι ώστε $f(x_1) < 0$. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε το Θ. Βολζανο για τη συνάρτηση f στο διάστημα $[x_1, 1]$ και ισχύει ότι:

i. η f είναι συνεχής στο $[x_1, 1]$ ενώ

ii. • $f(x_1) < 0$

• $f(1) = \ln 1 + 1 = 1 > 0$

άρα παίρνουμε $f(x_1) \cdot f(1) < 0$.

Έτσι, από το θεώρημα Βολζανο, θα υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (x_1, 1) \subseteq (0, 1)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = 0$.