ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

30 Δεκεμβρίου 2014

ΙΣΟΤΗΤΑ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί $x, y \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε να ισχύει

i. $(x-3y)+(2x-y)=-1+3i$

ii. $(x+2y)+(3x-2y)=7+i$

iii. $(x^2-y)+(x-y)=3+i$

iv. $(x-2yi)(1-2i)+(2-3i)(xi-y)=1+2i$

v. $2x+i(2x-yi)=3$

vi. $\dfrac{x}{1-2i}+\dfrac{y-1}{3+4i}=1-i$

2. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί $x, y \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε να ισχύει

i. $i(x-2yi)+\dfrac{x+1}{1-2i}-\dfrac{3y+1}{1+i}=2i$

ii. $(1-xi)^2+(y-2i)^2=1-8i$

iii. $(x-yi)^{10}(x+yi)^{10}+xi=1+i$

iv. $(x+yi)^2=3+4i$

3. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός

$$z=(k^2-3k+4)+(k^2-16)i$$

Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός $k \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε να ισχυει $z=0$.

4. Να βρεθούν οι τιμές της γωνίας θ με $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ ώστε

$$(\eta\mu\theta - i\sigma\upsilon\nu\theta)^2-1=0$$

5. Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί

$$z=x+2i \quad , \quad w=1-yi \quad , \quad v=x+(y-1)i$$

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί $x, y \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει $z\overline{w}+2v=0$

6. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός

$$z=\frac{1-(x-2)i}{1+xi}-1-k$$

Να δειχθεί οτι η εξίσωση $Re(z)=0$ έχει 2 πραγματικές λύσεις αν και μόνο αν $k \in \mathbb{R}-\{2\}$

Σπύρος Φρόνιμος

Μαθηματικός