25 Ιανουαρίου 2016

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

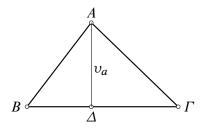
ΘΕΜΑ 1 Θεωρία

Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το 1ο Θεώρημα διαμέσων.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2 Γενικευμένο Πυθαγόρειο θεώρημα

Δίνεται ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ όπως αυτό φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με πλευρές $a=7, \beta=8$ και $\gamma=10$.



i. Να αποδείξετε οτι το τρίγωνο είναι οξυγώνιο.

Μονάδες 2

ii. Να υπολογίσετε την προβολή της πλευράς β στην πλευρά γ.

Μονάδες 2

iii. Να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά a.

Μονάδες 1

В

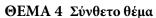
ΘΕΜΑ 3 Θεώρημα διαμέσων

Επιλέγουμε ένα τυχαίο σημείο M στο εξωτερικό μέρος ενός ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$. Να αποδείξετε ότι ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις.

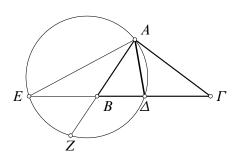
i.
$$MA^2 + M\Gamma^2 = MB^2 + M\Delta^2$$

ii.
$$MA^2 + M\Gamma^2 + MB^2 + M\Delta^2 = A\Gamma^2 + 4MO^2$$

Μονάδες 3



Έστω $A\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} ενός τριγώνου $AB\Gamma$. Στην προέκταση της ΓB παίρνουμε τμήμα BE τέτοιο ώστε $BE = A\Gamma$.



Η ευθεία AB τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου $A\Delta E$ στο σημείο Z. Να αποδείξετε ότι ισχύει $\Gamma \Delta = BZ$. Μονάδες 5