



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ - 8 Οκτωβρίου 2018

ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ/ΤΡΙΑ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Όριο συνάρτησης σε σημείο

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να αποδείξετε ότι για ένα πολυώνυμο $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$$

για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

A.2 Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής για τον υπολογισμό του ορίου μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.

Μονάδες 5

A.3 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

α. Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g ισχύει πάντα ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ όπου $x_0 \in D_f \cap D_g$.

β. Αν για μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ σε κάποιο σημείο $x_0 \in A$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$.

γ. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 0$.

δ. Το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ υπάρχει και ισούται με τη μονάδα.

ε. Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια

B.1 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x + 10}{x^2 + 2x}$

B.2 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{3}}{9 - x^2}$

B.3 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4| + |3x - 1| - 5}{2 - |4 - x|}$

Μονάδες 8+8+9=25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$x^2 + x \leq f(x) \leq 12\sqrt{x+3} - 22$$

για κάθε $x \in [-3, +\infty)$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια.

Γ.1 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Γ.2 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

Γ.3 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \eta\mu(x-1) - 2}{x^2 - 1}$

Μονάδες 7+9+9=25

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$f^2(x) + x^2 \leq 4f(x) + 5$$

για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ.1 Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Μονάδες 10

Δ.2 Αν ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{af^2(x) + \beta - f(x)}{f(x)^2 - 4} = 1$$

τότε να υπολογίσετε τις παραμέτρους a και β .

Μονάδες 15

Καλή Επιτυχία!