

Για να υπάρχει τουλάχιστον ένα κοινό σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  των δύο γραφικών παραστάσεων αρκεί ισοδύναμα να υπάρχει τουλάχιστον ένα  $x_0 \in (2, 4)$  τέτοιο ώστε  $f(x_0) = g(x_0)$ . Απαιτούμε λοιπόν να ισχύει  $f(x) = g(x)$  και ορίζουμε τη συνάρτηση

$$h(x) = f(x) - g(x) = x^2 - 3x - \ln(x - 1), \quad x \in (1, +\infty)$$

Για τη συνάρτηση  $h$  έχουμε ότι:

i. είναι συνεχής στο διάστημα  $[2, 4]$  και επίσης

- ii.
  - $h(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 - \ln 1 = -2 < 0$
  - $h(4) = 4^2 - 3 \cdot 4 - \ln 3 = 4 - \ln 3 > 0$

οπότε προκύπτει ότι  $h(2) \cdot h(4) = -2(4 - \ln 3) < 0$ .

Έτσι σύμφωνα με το θεώρημα Βολζανο υπάρχει τουλάχιστον ένα  $x_0 \in (2, 4)$  τέτοιο ώστε  $h(x_0) = 0$  ή ισοδύναμα  $f(x_0) = g(x_0)$ .