

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1

ΕΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1.1 Η έννοια της μεταβλητής - Αλγεβρικές παραστάσεις

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.1.1 ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ

Μεταβλητή ονομάζεται το γράμμα που χρησιμοποιούμε για να συμβολίσουμε οποιονδήποτε άγνωστο αριθμό. Ο συνηθέστερος συμβολισμός για έναν άγνωστο αριθμό είναι το γράμμα x .

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.1.2 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Αριθμητική ονομάζεται μια παράσταση η οποία περιέχει πράξεις με αριθμούς.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.1.3 ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Αλγεβρική ονομάζεται η παράσταση η οποία περιέχει πράξεις με αριθμούς αλλά και μεταβλητές.

- Οι προσθετέοι μιας αλγεβρικής παράστασης ονομάζονται **όροι** της.
- Τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης ονομάζεται ο αριθμός που προκύπτει ύστερα από πράξεις εαν αντικαταστήσουμε της μεταβλητές με αριθμούς.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.1.4 ΑΝΑΓΩΓΗ ΟΜΟΙΩΝ ΟΡΩΝ

Αναγωγή ομοίων όρων ονομάζεται η διαδικασία με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση προσθέτοντας μεταξύ τους τους όμοιους όρους.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

ΜΕΘΟΔΟΣ 1.1.1 ΤΙΜΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΗΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ

Για να υπολογίσουμε την τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών της

- Αντικαθιστούμε τις μεταβλητές με τις τιμές που μας δίνονται.
- Εκτελούμε τις πράξεις με τη σωστή σειρά.

ΜΕΘΟΔΟΣ 1.1.2 ΑΝΑΓΩΓΗ ΟΜΟΙΩΝ ΟΡΩΝ

Προκειμένου να απλοποιήσουμε μια αλγεβρική παράσταση χρησιμοποιώντας αναγωγή ομοίων όρων θα πρέπει να τη φέρουμε σε τέτοια μορφή ώστε να μπορούν να προστεθούν οι όροι αυτοί.

Εαν δηλαδή η παράσταση περιέχει παρενθέσεις ή κλάσματα θα πρέπει με κατάλληλες μεθόδους που θα συνάψουμε παρακάτω, τα απαλοιφθούν ώστε να μπορέσουμε να προσθέσουμε τους όμοιους όρους της.

1.2 Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.2.1 ΕΞΙΣΩΣΗ

Εξίσωση ονομάζεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές.

- Εξίσωση **με έναν άγνωστο** ονομάζεται η εξίσωση που περιέχει μια μεταβλητή.
- **Λύση** μιας εξίσωσης ονομάζεται ο αριθμός που την επαληθεύει.
- Αν μια εξίσωση έχει λύσεις όλους τους αριθμούς ονομάζεται **αόριστη ή ταυτότητα**.
- Αν μια εξίσωση δεν έχει καθόλου λύσεις ονομάζεται **αδύνατη**.
- Η παράσταση που βρίσκεται αριστερά του = ονομάζεται **1^ο μέλος** ενώ αυτή που βρίσκεται στα δεξιά **2^ο μέλος**.
- **Άγνωστοι** ονομάζονται οι όροι της εξίσωσης οι οποίοι περιέχουν τη μεταβλητή, ενώ **γνωστοί** ονομάζονται οι αριθμοί δηλαδή οι σταθεροί όροι της εξίσωσης.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.2.2 ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ

Επαλήθευση ονομάζεται η διαδικασία με την οποία εξετάζουμε αν ένας αριθμός είναι λύση μιας εξίσωσης, αντικαθιστώντας τη μεταβλητή της εξίσωσης με τον αριθμό αυτό.

ΟΡΙΣΜΟΣ 1.2.3 ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΩΝ

Απαλοιφή παρονομαστών ονομάζεται η διαδικασία με την οποία διώχνουμε τους παρονομαστές που βρίσκονται μέσα σε μια ισότητα ή εξίσωση.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1.2.1 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΣΟΤΗΤΩΝ

Σε κάθε ισότητα μπορούμε να προσθέσουμε, να αφαιρέσουμε, να πολλαπλασιάσουμε και να διαιρέσουμε τα δύο μέλη της με τον ίδιο αριθμό.

$$a = b \Rightarrow \begin{cases} a + \gamma = b + \gamma \\ a - \gamma = b - \gamma \\ a \cdot \gamma = b \cdot \gamma \\ \frac{a}{\gamma} = \frac{b}{\gamma} \quad , \quad \gamma \neq 0 \end{cases}$$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

ΜΕΘΟΔΟΣ 1.2.1 ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

Για την επίλυση μιας εξίσωσης ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία :

1. Χωρίζουμε μέλη τους γνωστούς από τους άγνωστους όρους της εξίσωσης **αλλάζοντας το πρόσημό τους**.
2. Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων και στα δύο μέλη της εξίσωσης.

3. Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το συντελεστή του αγνώστου ώστε να απομονώσουμε τη μεταβλητή στο 1^ο μέλος και να βρεθεί η λύση.

Αν η εξίσωση περιέχει :

- παρενθέσεις, τότε εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς ώστε να απαλοιφθούν οι παρενθέσεις και συνεχίζουμε ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία.
- κλάσματα, τότε κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών τα βήματα της οποίας είναι τα παρακάτω :
 - i. Υπολογίζουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.
 - ii. Πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο της εξίσωσης με το Ε.Κ.Π.
 - iii. Διαιρούμε το Ε.Κ.Π. με κάθε παρονομαστή όπου αυτός υπάρχει.

Αν μετά από αυτά τα βήματα η εξίσωση περιέχει παρενθέσεις τότε συνεχίζουμε τη διαδικασία όπως περιγράψαμε προηγουμένως.

ΜΕΘΟΔΟΣ 1.2.2 ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ

Αν γνωρίζουμε ή υπολογίσουμε τη λύση μιας εξίσωσης, προειμένου να εξετάσουμε αν αυτή είναι η σωστή, τότε κάνουμε αντικατάσταση τον αριθμό αυτό στην αρχική εξίσωση και ύστερα από πράξεις εξετάζουμε αν η σχέση που θα προκύψει αληθεύει ή όχι.

Σπύρος Φρόνιμος