

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

25 Σεπτεμβρίου 2015

MONOTONIA - ΑΚΡΟΤΑΤΑ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : MONOTONIA

Μια συνάρτηση αύξουσα ή φθίνουσα, χαρακτηρίζεται ως **μονότονη**, ενώ μια γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα συνάρτηση ως **γνησίως μονότονη**. Οι χαρακτηρισμοί αυτοί αφορούν τη **μονοτονία** μιας συνάρτησης, μια ιδιότητα των συναρτήσεων η οποία δείχνει την αύξηση ή τη μείωση των τιμών μιας συνάρτησης σε ένα διάστημα του πεδίου ορισμού.

1. Γνησίως αύξουσα

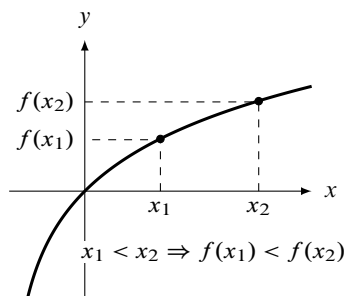
Μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ ονομάζεται γνησίως αύξουσα στο Δ εάν για κάθε ζεύγος αριθμών $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει

$$f(x_1) < f(x_2)$$

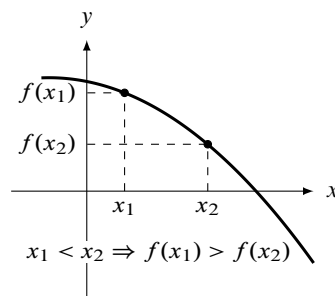
2. Γνησίως φθίνουσα

Μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ ονομάζεται γνησίως φθίνουσα στο Δ εάν για κάθε ζεύγος αριθμών $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει

$$f(x_1) > f(x_2)$$



Σχήμα 1: Γνησίως αύξουσα



Σχήμα 2: Γνησίως φθίνουσα

ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΟΛΙΚΑ ΑΚΡΟΤΑΤΑ

Ακρότατα ονομάζονται οι μέγιστες ή ελάχιστες τιμές μιας συνάρτησης $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ τις οποίες παίρνει σε ένα διάστημα ή σε ολόκληρο το πεδίο ορισμού της.

1. Ολικό μέγιστο

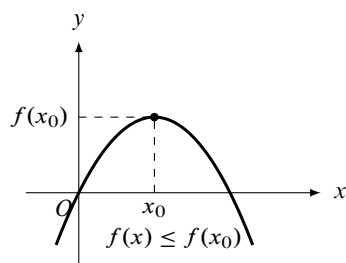
Μια συνάρτηση $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ παρουσιάζει ολικό μέγιστο σε ένα σημείο $x_0 \in D_f$ του πεδίου ορισμού της όταν η τιμή $f(x_0)$ είναι μεγαλύτερη από κάθε άλλη $f(x)$ για κάθε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού.

$$f(x) \leq f(x_0) \text{ , για κάθε } x \in D_f$$

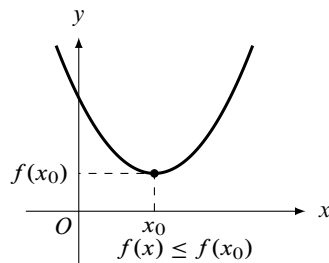
2. Ολικό ελάχιστο

Μια συνάρτηση $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο σε ένα σημείο $x_0 \in D_f$ του πεδίου ορισμού της όταν η τιμή $f(x_0)$ είναι μικρότερη από κάθε άλλη $f(x)$ για κάθε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού.

$$f(x) \geq f(x_0) \text{ , για κάθε } x \in D_f$$



Σχήμα 3: Ολικό μέγιστο



Σχήμα 4: Ολικό ελάχιστο

ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΑΡΤΙΑ - ΠΕΡΙΤΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. Άρτια συνάρτηση

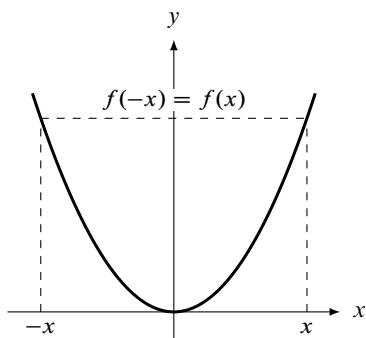
Άρτια ονομάζεται μια συνάρτηση $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες :

- i. $\forall x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f$
- ii. $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in D_f$

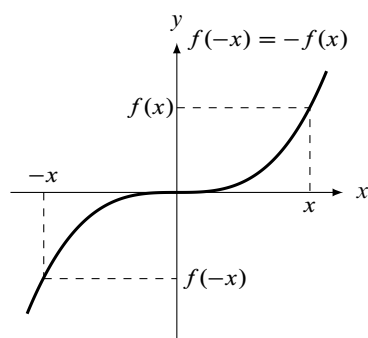
2. Περιττή συνάρτηση

Περιττή ονομάζεται μια συνάρτηση $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες :

- i. $\forall x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f$
- ii. $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D_f$



Σχήμα 5: Άρτια συνάρτηση



Σχήμα 6: Περιττή συνάρτηση

- Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον κατακόρυφο άξονα.
- Η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.
- Η αρχή των αξόνων για μια περιττή συνάρτηση ονομάζεται **κέντρο συμμετρίας** της.