Σπυρος Φρονιμος - Μαθηματικος
✉ : spyrosfronimos@gmail.com | 📱 : 6932327283 - 6974532090

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
**28 Δεκεμβρίου 2015**

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

# Εξισώσεις

## ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2$^{ου}$ ΒΑΘΜΟΥ

## ΟΡΙΣΜΟΙ

**ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΤΡΙΩΝΥΜΟ 2$^{ου}$ ΒΑΘΜΟΥ**
Τριώνυμο 2$^{ου}$ βαθμού ονομάζεται κάθε πολυώνυμο 2$^{ου}$ βαθμού με τρεις όρους και είναι της μορφής

$$ax^2 + \beta x + \gamma \ \text{ με } \ a \neq 0$$

- Οι πραγματικοί αριθμοί $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ονομάζονται **συντελεστές** του τριωνύμου.
- Ο συντελεστής $\gamma \in \mathbb{R}$ ονομάζεται **σταθερός όρος**.

**ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΕΞΙΣΩΣΗ 2$^{ου}$ ΒΑΘΜΟΥ**
Εξίσωση 2$^{ου}$ βαθμού με έναν άγνωστο ονομάζεται κάθε πολυωνυμική εξίσωση της οποίας η αλγεβρική παράσταση είναι τριώνυμο 2$^{ου}$ βαθμού. Είναι της μορφής :

$$ax^2 + \beta x + \gamma = 0 \ , \ a \neq 0$$

**ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ**
Διακρίνουσα ενός τριωνύμου 2$^{ου}$ βαθμού ονομάζεται ο πραγματικός αριθμός

$$\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$$

Το πρόσημό της μας επιτρέπει να διακρίνουμε το πλήθος των ριζών του τριωνύμου.

## ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

**ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΛΥΣΕΙΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ 2$^{ου}$ ΒΑΘΜΟΥ**
Αν $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ μια εξίσωση 2$^{ου}$ βαθμού τότε με βάση το πρόσημο της διακρίνουσας έχουμε τις παρακάτω περιπτώσεις για το πλήθος των λύσεων της :

1. Αν $\Delta > 0$ τότε η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις οι οποίες δίνονται από τον τύπο :

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2. Αν $\Delta = 0$ τότε η εξίσωση έχει μια διπλή λύση την

$$x = -\frac{\beta}{a}$$

| **Διακρίνουσα** | **Πλήθος λύσεων** | **Λύσεις** |
|---|---|---|
| $\Delta > 0$ | 2 λύσεις | $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ |
| $\Delta = 0$ | 1 διπλή λύση | $x = -\frac{\beta}{a}$ |
| $\Delta < 0$ | Καμία λύση | |

3. Αν $\Delta < 0$ τότε η εξίσωση είναι αδύνατη στο σύνολο $\mathbb{R}$. Οι περιπτώσεις αυτές φαίνονται επίσης στον παραπάνω πίνακα :

**ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ**

Ένα τριώνυμο της μορφής $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ μπορεί να γραφτεί ως γινόμενο παραγόντων σύμφωνα με τον παρακάτω κανόνα :

1. Αν η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι θετική ($\Delta > 0$) τότε το τριώνυμο παραγοντοποιείται ως εξής

$$ax^2 + \beta x + \gamma = a(x - x_1)(x - x_2)$$

όπου $x_1, x_2$ είναι οι ρίζες του τριωνύμου.

2. Αν η διακρίνουσα είναι μηδενική ($\Delta = 0$) τότε το τριώνυμο παραγοντοποιείται ως εξής :

$$ax^2 + \beta x + \gamma = a\,(x - x_0)^2$$

όπου $x_0$ είναι η διπλή ρίζα του τριωνύμου.

3. Αν η διακρίνουσα είναι αρνητική ($\Delta < 0$) τότε το τριώνυμο δεν γράφεται ως γινόμενο πρώτων παραγόντων.