

Να λυθεί το παρακάτω γραμμικό σύστημα

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 8 \\ 3x + 4y - z = 1 \\ x + y - 4z = -3 \end{cases}$$

Επιλέγουμε την 3^η εξίσωση προκειμένου να λύσουμε ως προς τη μεταβλητή x οπότε θα έχουμε

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 8 \\ 3x + 4y - z = 1 \\ x + y - 4z = -3 \end{cases} \Rightarrow x = 4z - y - 3 \quad (1)$$

Αντικαθιστώντας τη μεταβλητή x από τη σχέση (8) στις δύο πρώτες εξισώσεις του συστήματος προκύπτει

$$\begin{cases} 2(4z - y - 3) - y + 3z = 8 \\ 3(4z - y - 3) + 4y - z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8z - 2y - 6 - y + 3z = 8 \\ 12z - 3y - 9 + 4y - z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3y + 11z = 14 \\ y + 11z = 10 \end{cases}$$

Η μορφή του συστήματος μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα τέχνασμα για να φτάσουμε γρήγορα στη λύση. Αφαιρώντας κατά μέλη έχουμε

$$\begin{cases} -3y + 11z = 14 \\ y + 11z = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} -3y + 11z = 14 \\ y + 11z = 10 \\ \hline -4y = 4 \end{array} \Rightarrow y = -1 \quad (2)$$

Από την πρώτη εξίσωση και τη σχέση (9) υπολογίζουμε τον άγνωστο z

$$-3y + 11z = 14 \Rightarrow -3 \cdot (-1) + 11z = 14 \Rightarrow 3 + 11z = 14 \Rightarrow 11z = 11 \Rightarrow z = 1 \quad (3)$$

Τις τιμές των μεταβλητών y, z από τις σχέσεις (9) και (10) τις αντικαθιστούμε στην ισότητα (8) και υπολογίζουμε τη μεταβλητή x .

$$x = 4z - y - 3 = 4 \cdot 1 - (-1) - 3 = 4 + 1 - 3 = 2$$

Επομένως η λύση του συστήματος θα είναι $(x, y, z) = (2, -1, 1)$.