Σπύρος Φρονιμός - Μαθηματικός

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ $9 \, \text{Απριλίου 2016}$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

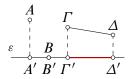
Μετρικές Σχέσεις

ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΑ ΤΡΙΓΩΝΑ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1: ΠΡΟΒΟΛΗ ΣΗΜΕΙΟΥ - ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

Προβολή ενός σημείου πάνω σε μια ευθεία ε ονομάζεται το ίχνος της καθέτου από το σημείο προς την ευθεία.



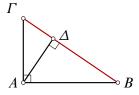
- Αν το σημείο ανήκει στην ευθεία τότε η προβολή του ταυτίζεται με το σημείο αυτό.
- Το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma'\Delta'$ με άκρα, τις προβολές των άκρων ενός τμήματος $\Gamma\Delta$, ονομάζεται προβολή του ευθυγράμμου τμήματος πάνω στην ευθεία.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1: ΘΕΩΡΗΜΑ ΠΡΟΒΟΛΗΣ

Το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της κάθετης πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.

$$AB^2 = B\Gamma \cdot B\Delta$$
, $A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta$



ΘΕΩΡΗΜΑ 2: ΛΟΓΟΣ ΠΡΟΒΟΛΩΝ

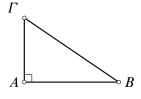
Ο λόγος των τετραγώνων των κάθετων πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το λόγο των πλορολών τους στην υποτείνουσα.

$$\frac{AB^2}{A\Gamma^2} = \frac{B\Delta}{\Gamma\Delta}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 3: ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τερταγώνων των κάθετων πλευρών ισούται με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

$$\hat{A} = 90^{\circ} \Rightarrow AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2$$



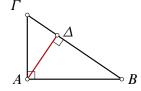
ΘΕΩΡΗΜΑ 4: ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ

Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς ισούται με το άθροισμα τω τερταγώνων των άλλων δύο πλευρών τότε το τρίγωνο αυτό είναι οριθογώνιο με την ορθή γωνία να βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά.

$$AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^{\circ}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 5: ΥΨΟΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΥΠΟΤΕΙΝΟΥΣΑ

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.



$$A\Delta^2 = B\Delta \cdot \Gamma\Delta$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 6: ΣΧΕΣΕΙΣ ΚΑΘΕΤΩΝ ΠΛΕΥΡΩΝ ΚΑΙ ΥΨΟΥΣ

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των αντίστροφων τετραγώνων των κάθετων πλευρων ισούται με το αντίστροφο τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

$$\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\upsilon_a^2}$$