

1. Δίνονται οι ακόλουθες συναρτήσεις καθώς και ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού τους:

- | | |
|---|---|
| i. $f(x) = x^2 - 4x + 3, x_0 = 0$ | vi. $f(x) = x \ln x, x_0 = e^2$ |
| ii. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x - 5, x_0 = 1$ | vii. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}, x_0 = 3$ |
| iii. $f(x) = \frac{x-1}{x+2}, x_0 = -1$ | viii. $f(x) = e^x x^2, x_0 = 1$ |
| iv. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}, x_0 = 1$ | ix. $f(x) = \ln(4 - x^2), x_0 = \sqrt{3}$ |
| v. $f(x) = \eta\mu x - x, x \in [0, 2\pi], x_0 = \pi$ | x. $f(x) = x - \frac{4}{x^2}, x_0 = 2$ |

Για καθεμία απ' αυτές

- α'. να βρεθεί το πεδίο ορισμού
 β'. να μελετήσετε τη μονοτονία και τα ακρότατα
 γ'. να βρεθεί το σύνολο τιμών
 δ'. η εφαπτομένη στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$

2. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| i. $f(x) = \ln(x - 1)$ | iii. $f(x) = e^{x-4}$ |
| ii. $f(x) = \sqrt{3 - x}$ | iv. $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ |

- α'. να βρεθεί η αντίστροφη συνάρτηση f^{-1}
 β'. να βρεθούν τα σημεία τομής της $C_{f^{-1}}$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

3. Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις f, g :

- | | |
|---|--|
| i. $f(x) = \ln x, g(x) = \sqrt{x - 1}$ | iii. $f(x) = e^x, g(x) = \frac{1}{1-x}$ |
| ii. $f(x) = \frac{1}{x-1}, g(x) = \sqrt{2 - x}$ | iv. $f(x) = \frac{x}{x-1}, g(x) = \frac{2}{x-3}$ |

Για καθεμία απ' αυτές

- α'. να βρεθεί το πεδίο ορισμού
 β'. να βρεθεί η σύνθετη συνάρτηση $g \circ f$
 γ'. να βρεθεί η σύνθετη συνάρτηση $f \circ g$

4. Δίνονται οι παρακάτω παραγωγίσιμες συναρτήσεις:

- | | |
|--|-----|
| i. $f(x) = \begin{cases} x^2 + \beta x + a & x \geq 1 \\ \frac{2x+a}{x+1} & x < 1 \end{cases}$ | ii. |
|--|-----|

Για καθεμία απ' αυτές

- α'. Να βρεθούν οι παράμετροι a, β .
 β'. Να μελετηθούν ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

5. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

- | | | |
|--|---|--|
| i. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - 4}$ | iv. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x + 5} - 3}{1 - x}$ | vii. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2 - 4} \right)$ |
| ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^2 x - x^2}{x^2}$ | v. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-2)^2 - 3x}{4 - 2x^2}$ | |
| iii. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x + 4}{x^3 - 2x^2 + x}$ | vi. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\eta\mu(\pi x) - 1}{x^2 - 9}$ | |

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f η οποία

- i. έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 2$.
 ii. είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon : y = 3x - 2$.
 iii. είναι κάθετη στην ευθεία $\zeta : 6x - 2y + 5 = 0$.
 iv. σχηματίζει γωνία $\omega = 45^\circ$ με τον άξονα $x'x$.

7. Για καθεμία από τις ακόλουθες συναρτήσεις να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f η οποία διέρχεται από το εξωτερικό σημείο A που δίνεται.

i. $f(x) = x^2 + 3x + 2$, $A(-2, -4)$

ii. $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$, $A(-5, -2)$

8. Να βρεθεί για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις η πρώτη παράγωγος.

i. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

viii. $f(x) = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$

xiv. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

ii. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$

ix. $f(x) = x \ln x$

iii. $f(x) = 2x^4 - x^2 + \sqrt{2}$

x. $f(x) = x^2 e^x$

xv. $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

iv. $f(x) = 3x^3 - 2t + \eta\mu\theta$

xi. $f(x) = x\eta\mu x$

xvi. $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x^2}$

v. $f(y) = x^3 - 3y^2 + y - x$

xii. $f(x) = e^x \sigma\upsilon\nu x$

vi. $f(x) = x^2 + \ln 2$

xiii. $f(x) = \frac{x}{x-1}$

xvii. $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$

vii. $f(x) = e^x + \sqrt{x} - \ln x$

9. Να βρεθεί για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις η πρώτη παράγωγος.

i. $f(x) = (x^2 - x)^3$

iii. $f(x) = \ln^2 x$

iv. $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^5$

ii. $f(x) = \eta\mu^4 x$