



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍: Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος | ☎: 26610 20144 | 📠: 6932327283 - 6955058444

12 Νοεμβρίου 2019

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Όριο συνάρτησης σε σημείο

ΤΥΠΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: Β

### ΘΕΜΑ Α

**A.1** Να αποδείξετε ότι για ένα πολυώνυμο  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$$

για κάποιο  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

**A.2** Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής για τον υπολογισμό του ορίου μιας συνάρτησης  $f$  σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της.

**Μονάδες 5**

**A.3** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

α. Για οποιεσδήποτε συναρτήσεις  $f, g$  ισχύει πάντα ότι  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  όπου  $x_0 \in D_f \cap D_g$ .

β. Αν για μια συνάρτηση  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  σε κάποιο σημείο  $x_0 \in A$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ .

γ. Ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = 0$ .

δ. Το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$  υπάρχει και ισούται με τη μονάδα.

ε. Ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)}$ .

**Μονάδες 10**

### ΘΕΜΑ Β

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια

**B.1**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x + 10}{x^2 + 2x}$

**B.2**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{3}}{9 - x^2}$

**B.3**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4| + |3x - 1| - 5}{2 - |4 - x|}$

**Μονάδες 8+8+9=25**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει

$$x^2 + x \leq f(x) \leq 12\sqrt{x+3} - 22$$

για κάθε  $x \in [-3, +\infty)$ . Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια.

$$\Gamma.1 \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$\Gamma.2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$\Gamma.3 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \eta\mu(x - 1) - 2}{x^2 - 1}$$

**Μονάδες 7+9+9=25**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$f^2(x) + x^2 \leq 4f(x) + 5$$

για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ.1** Να δείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$ .

**Μονάδες 10**

**Δ.2** Αν ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{af^2(x) + \beta - f(x)}{f(x)^2 - 4} = 1$$

τότε να υπολογίσετε τις παραμέτρους  $a$  και  $\beta$ .

**Μονάδες 15**

Καλή Επιτυχία!