

7 Σεπτεμβρίου 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΟΡΙΟ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ

ΘΕΜΑ Α

**A.1** Έστω μια συνάρτηση  $f$  ορισμένη σε ένα σύνολο  $A$  και  $x_0$  ένα σημείο του πεδίου ορισμού της. Να διατυπώσετε τον ορισμό της συνέχειας της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $x_0$  καθώς και σε όλο το πεδίο ορισμού.

**Μονάδες 10**

**A.2** Να γράψετε τον ορισμό της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ .

**Μονάδες 5**

**A.3** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

α. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \ell_1 + \ell_2$ .

β. Το σημείο  $A(2, -1)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 2x^2 - 7$ .

γ. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 + 1$  βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον οριζόντιο άξονα  $x'x$ .

δ. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\ell_1}$  για κάθε  $x \in D_f$ .

ε. Οι ρητές συναρτήσεις είναι συνεχείς στο πεδίο ορισμού τους.

**Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Β

**B.1** Έστω η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{R}$  η οποία δίνεται από τον τύπο :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - x} & , x \neq 1 \\ 2 & , x = 1 \end{cases}$$

Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 10**

**B.2** Έστω η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{R}^*$  η οποία δίνεται από τον τύπο :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} & , x \neq 2 \\ 3\lambda - 2 & , x = 2 \end{cases}$$

Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ Γ** Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  η οποία ικανοποιεί τη σχέση

$$xf(x) + 4 = \sqrt{x^2 + 15} + f(x)$$

**Γ.1** Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 10**

**Γ.2** Να υπολογιστεί το όριο  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$ .

**Μονάδες 8**

**Γ.3** Να βρεθούν οι τιμές του  $x$  για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , τέμνει τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω μια συνεχής συνάρτηση  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία  $A(2, a + 2\beta)$  και  $B(\beta, 4)$ . Επίσης δίνεται ότι

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 2x}{2x - 1} = 3 \text{ και } xf(x) + 9 = x^2 + 3f(x)$$

**Δ.1** Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $a, \beta$ .

**Μονάδες 15**

**Δ.2** Αφού βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης  $f$  να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 2}{x^2 - x}$ .

**Μονάδες 10**