

Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις C_f και $C_{f^{-1}}$ των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y'$.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Έστω μια συνάρτηση f η οποία είναι $1-1$ άρα και αντιστρέψιμη. Θα ισχύει για αυτήν ότι

$$f(x) = y \Rightarrow x = f^{-1}(y)$$

Αν θεωρήσουμε ένα σημείο $M(a, \beta)$ που ανήκει στη γραφική παράσταση της f τότε

$$f(a) = \beta \Rightarrow a = f^{-1}(\beta)$$

κάτι που σημαίνει ότι το σημείο $M'(\beta, a)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f^{-1} . Τα σημεία όμως M και M' είναι συμμετρικά ως προς της ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y'$. Άρα οι C_f και $C_{f^{-1}}$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία αυτή.