

Παράγωγος συνάρτηση

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

■ Απλές συναρτήσεις

1. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = x^2$

ε. $f(x) = \frac{1}{x}$

β. $f(x) = x^3$

στ. $f(x) = \eta\mu x$

γ. $f(x) = x^7$

ζ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$

δ. $f(x) = \sqrt{x}$

η. $f(x) = \epsilon\phi x$

2. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = 2x^3$

δ. $f(x) = -2\eta\mu x$

β. $f(x) = 4\sqrt{x}$

ε. $f(x) = 4\epsilon\phi x$

γ. $f(x) = \frac{5}{x}$

στ. $f(x) = \sqrt{3}\sigma\phi x$

3. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

δ. $f(x) = \sqrt[4]{x^7}$

β. $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

ε. $f(x) = x \cdot \sqrt{x}$

γ. $f(x) = \sqrt[5]{x^2}$

στ. $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3}$

4. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = x - 1$

δ. $f(x) = 8 - 5x$

β. $f(x) = 2x + 3$

ε. $f(x) = \frac{x}{2} + 3$

γ. $f(x) = 4 - x$

στ. $f(x) = 5 - \frac{3x}{4}$

5. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = x^2 + 4x + 3$

β. $f(x) = x^2 - 5x$

γ. $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

δ. $f(x) = x^3 + 4x^2 - 2x + 5$

ε. $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 7$

στ. $f(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 + 3$

6. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = \frac{x^2}{2} - x - 2$

β. $f(x) = \frac{3x^2}{4} - \frac{2x}{3} + 1$

γ. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 4x$

δ. $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{5x^3}{3} + 4x - 7$

7. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$

β. $f(x) = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$

γ. $f(x) = x^3 + \sqrt{x} + \sigma\upsilon\nu x$

δ. $f(x) = \eta\mu x - x^4 + 2$

ε. $f(x) = \frac{1}{x} - \pi$

στ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu x - \epsilon\phi x + \frac{1}{2}$

8. Να υπολογίσετε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = x \cdot \sigma\upsilon\nu x$

γ. $f(x) = 4x^3 \cdot \eta\mu x$

β. $f(x) = x^2 \cdot \eta\mu x$

δ. $f(x) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$

9. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = \frac{x}{x+1}$

δ. $f(x) = \frac{2x-1}{x}$

β. $f(x) = \frac{3x}{x-2}$

ε. $f(x) = \frac{4-3x}{2-x}$

γ. $f(x) = \frac{x+4}{3-x}$

στ. $f(x) = \frac{3x+5}{2x-4}$

10. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

δ. $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

β. $f(x) = \frac{x+3}{x^2}$

ε. $f(x) = \frac{4-x}{x^3}$

γ. $f(x) = \frac{3x-4}{x^2-1}$

στ. $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$

11. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

α. $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$

γ. $f(x) = \frac{x}{\sigma\upsilon\nu x}$

β. $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{x+1}$

δ. $f(x) = \frac{\eta\mu x}{\sqrt{x}}$

12. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 4}$$

$$\beta. f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4x}$$

$$\gamma. f(x) = \frac{9 - x^2}{x^2 + 1}$$

$$\delta. f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 2}$$

$$\epsilon. f(x) = \frac{1 - 2x}{x^3 - 1}$$

$$\sigma\tau. f(x) = \frac{x}{x^3 + 8}$$

13. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2 - x}$$

$$\gamma. f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{x}$$

$$\beta. f(x) = \frac{x}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\delta. f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}}$$

■ Σύνθετες συναρτήσεις

14. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = (x + 3)^4$$

$$\beta. f(x) = (2x - 5)^3$$

$$\gamma. f(x) = (3 - x)^7$$

$$\delta. f(x) = (1 - 4x)^5$$

$$\epsilon. f(x) = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^4$$

$$\sigma\tau. f(x) = \left(2 - \frac{3x}{4}\right)^3$$

15. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \sqrt{2x + 4}$$

$$\beta. f(x) = \sqrt{3 - x}$$

$$\gamma. f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\delta. f(x) = \sqrt{3x + x^2}$$

$$\epsilon. f(x) = \sqrt{x^3}$$

$$\sigma\tau. f(x) = \sqrt{1 - x^3}$$

16. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \eta\mu^2 x$$

$$\beta. f(x) = \sigma\upsilon\nu^3 x$$

$$\gamma. f(x) = (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^3$$

$$\delta. f(x) = \epsilon\phi^2 x$$

17. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$\beta. f(x) = \frac{1}{2x - 4}$$

$$\gamma. f(x) = \frac{1}{\eta\mu x}$$

$$\delta. f(x) = \frac{1}{\epsilon\phi x}$$

$$\epsilon. f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$\sigma\tau. f(x) = \frac{3}{\sigma\upsilon\nu x}$$

18. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \eta\mu(2x)$$

$$\beta. f(x) = \sigma\upsilon\nu(3x + 2)$$

$$\gamma. f(x) = \eta\mu(x^2 + x)$$

$$\delta. f(x) = \sigma\upsilon\nu(\sqrt{x})$$

$$\epsilon. f(x) = \eta\mu \frac{1}{x}$$

$$\sigma\tau. f(x) = \sigma\upsilon\nu(x^3)$$

19. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{9 - x^2}$$

$$\beta. f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} - \frac{3}{x^2 - 1}$$

$$\gamma. f(x) = \eta\mu^3 x - \sigma\upsilon\nu^2 x$$

$$\delta. f(x) = (x^3 + 2x)^4 + (1 - 2x)^5$$

$$\epsilon. f(x) = \epsilon\phi(3x + \pi) + \sigma\phi\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\sigma\tau. f(x) = \sigma\upsilon\nu^2 x + \sigma\upsilon\nu x^2$$

20. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = x \cdot \eta\mu(2x)$$

$$\beta. f(x) = \sqrt{x - 2} \cdot \sigma\upsilon\nu x$$

$$\gamma. f(x) = x^2 \cdot \sqrt{2x - 8}$$

$$\delta. f(x) = 3x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x$$

$$\epsilon. f(x) = \sqrt{x} \cdot \epsilon\phi(2x)$$

$$\sigma\tau. f(x) = \eta\mu^2 x \cdot \eta\mu 2x$$

21. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \frac{\sqrt{x - 1}}{x}$$

$$\gamma. f(x) = \frac{x + 2}{\sigma\upsilon\nu(2x)}$$

$$\beta. f(x) = \frac{\eta\mu(3x)}{x - 4}$$

$$\delta. f(x) = \frac{(2x - 1)^4}{\sqrt{x - 2}}$$

22. Να βρείτε την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων

$$\alpha. f(x) = \sqrt{\frac{2}{x + 1}}$$

$$\beta. f(x) = \sqrt{\frac{x + 3}{x - 2}}$$

$$\gamma. f(x) = \sqrt{\eta\mu x} \text{ με } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\delta. f(x) = \sqrt{\sigma\upsilon\nu x} \text{ με } x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

■ Συνδυαστικές ασκήσεις

23. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = x^2 - ax + 3$$

όπου $a \in \mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1, 6)$.

α. Να δείξετε ότι $a = 2$.

β. Να λύσετε την εξίσωση $f'(x) = 0$.

γ. Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$$

24. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a\sqrt{x} + \beta$ για την οποία ισχύει $f(1) = 5$ και $f'(4) = \frac{1}{2}$.

α. Να δείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = 3$.

β. Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1}$$