



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍: Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος | ☎: 26610 20144 | 📠: 6932327283 - 6955058444

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ - 11 Ιουλίου 2019
ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ/ΤΡΙΑ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Β' Λυκείου

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να αποδείξετε ότι αν δύο διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι μεταξύ τους κάθετα τότε θα ισχύει $\lambda_{\vec{a}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$.

Μονάδες 1

A.2 Να γράψετε τον τύπο από τον οποίο δίνεται

- το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}$ (2 τύποι),
- το μέτρο ενός διανύσματος $\vec{a} = (x, y)$,
- το διάνυσμα \overrightarrow{AB} με άκρα $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,
- οι συντεταγμένες του μέσου M του διανύσματος \overrightarrow{AB} με άκρα $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,
- η συνθήκη για να είναι δύο διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ μεταξύ τους παράλληλα (3 συνθήκες).

Μονάδες 1,5

A.3 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- Τα διανύσματα $\vec{a} = (2, 5)$ και $\vec{\beta} = (-4, -10)$ είναι παράλληλα.
- Ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος $\vec{a} = (8, 12)$ είναι $\lambda = \frac{3}{4}$.
- Αν δύο διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα τότε $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$.
- Αν για δύο διανύσματα $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B\Gamma}$ ισχύει $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{B\Gamma}$ τότε τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.
- Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ είναι υποχρεωτικά κάθετα.

Μονάδες 1,5

A.4 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

- Αν \overrightarrow{AB} είναι ένα μη μηδενικό διάνυσμα και ένα τυχαίο σημείο τότε

$$\bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} \quad \bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \quad \bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \quad \bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$$

- Το μέσο του διανύσματος \overrightarrow{AB} με άκρα $A(-3, 2), B(1, 4)$ είναι

- $M(-1, 3)$
- $M(4, 6)$
- $M(2, 6)$
- $M(-4, 2)$

iii. Το διάνυσμα \overrightarrow{AB} με άκρα $A(-2, 4)$, $B(7, -5)$ είναι

- $\overrightarrow{AB} = (5, -1)$
- $\overrightarrow{AB} = (9, -9)$
- $\overrightarrow{AB} = (-9, 9)$
- $\overrightarrow{AB} = (5, 9)$

iv. Ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος \overrightarrow{AB} με άκρα $A(0, -5)$, $B(3, -2)$ είναι

- $\lambda_{\overrightarrow{AB}} = -1$
- $\lambda_{\overrightarrow{AB}} = 1$
- $\lambda_{\overrightarrow{AB}} = -\frac{7}{3}$
- $\lambda_{\overrightarrow{AB}} = -\frac{3}{7}$

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ Β

B.1 Δίνονται τα σημεία A, B, Γ, Δ για τα οποία ισχύει η σχέση

$$\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{A\Delta} = 3\overrightarrow{A\Gamma}$$

Να αποδείξετε ότι τα σημεία B, Γ, Δ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 1

B.2 Αν $A(2, 0)$, $B(3, -1)$ και $M(x - 2, 3x - 8)$ να βρεθεί η τιμή του x για την οποία

i. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AM}$.

Μονάδες 1

ii. $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AM}$.

Μονάδες 1

B.3 Αν $x = 3$ τότε να υπολογίσετε τα παρακάτω εσωτερικά γινόμενα

i. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM}$

iii. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$

ii. $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ για τα οποία έχουμε $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $\widehat{(\vec{a}, \vec{\beta})} = \frac{\pi}{3}$. Έστω τα διανύσματα $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$. Να υπολογίσετε

Γ.1 Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 1

Γ.2 Τα μέτρα $|\vec{u}|, |\vec{v}|$ των διανυσμάτων \vec{u}, \vec{v} .

Μονάδες 2

Γ.3 Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Μονάδες 1

Γ.4 Το συνημίτονο της γωνίας $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$.

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα σημεία $A(7, 0)$, $B(1, -2)$ και $\Gamma(-3, 2)$.

Δ.1 Να αποδείξετε ότι τα σημεία αυτά είναι κορυφές τριγώνου.

Μονάδες 1

Δ.2 Να βρείτε το μήκος της διαμέσου \overrightarrow{AM} .

Μονάδες 1

Δ.3 Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$.

Μονάδες 1

Δ.4 Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

Μονάδες 2

Καλή Επιτυχία!