



ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΘΕΩΡΙΑ, ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

12 Σεπτεμβρίου 2017

ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Όρια - Συνέχεια

ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ - ΑΚΡΟΤΑΤΑ - ΑΡΤΙΑ & ΠΕΡΙΤΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ

Μια συνάρτηση γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα συνάρτηση ως **γνησίως μονότονη**. Οι χαρακτηρισμοί αυτοί αφορούν τη **μονοτονία** μιας συνάρτησης.

1. Γνησίως αύξουσα

Μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ ονομάζεται γνησίως αύξουσα στο Δ εαν για κάθε ζεύγος αριθμών $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει

$$f(x_1) < f(x_2)$$

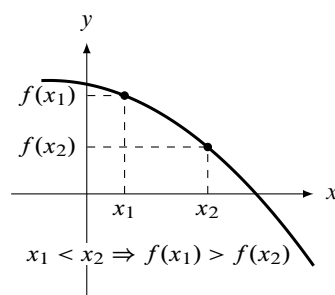
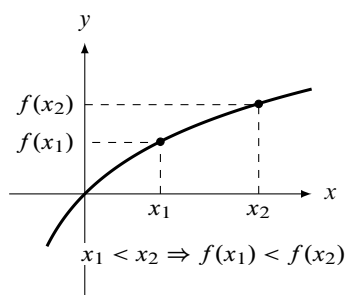
Συμβολίζεται με $f \nearrow \Delta$.

2. Γνησίως φθίνουσα

Μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ ονομάζεται γνησίως φθίνουσα στο Δ εαν για κάθε ζεύγος αριθμών $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει

$$f(x_1) > f(x_2)$$

Συμβολίζεται με $f \searrow \Delta$.



ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΟΛΙΚΑ ΑΚΡΟΤΑΤΑ

Ακρότατα, ή ολικά ακρότατα ονομάζονται οι μέγιστες ή ελάχιστες τιμές μιας συνάρτησης $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ τις οποίες παίρνει σε ολόκληρο το πεδίο ορισμού της.

1. Ολικό μέγιστο

Μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ παρουσιάζει ολικό μέγιστο σε ένα σημείο $x_0 \in A$ του πεδίου ορισμού της όταν η τιμή $f(x_0)$ είναι μεγαλύτερη από κάθε άλλη $f(x)$ για κάθε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού. Συμβολίζεται με $\max f(x)$.

$$f(x) \leq f(x_0) \quad , \quad \text{για κάθε } x \in A$$

2. Ολικό ελάχιστο

Μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο σε ένα σημείο $x_0 \in A$ του πεδίου ορισμού της όταν η τιμή $f(x_0)$ είναι μικρότερη από κάθε άλλη $f(x)$ για κάθε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού. Συμβολίζεται με $\min f(x)$.

$$f(x) \geq f(x_0) \quad , \quad \text{για κάθε } x \in A$$

ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΑΡΤΙΑ - ΠΕΡΙΤΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. Άρτια συνάρτηση

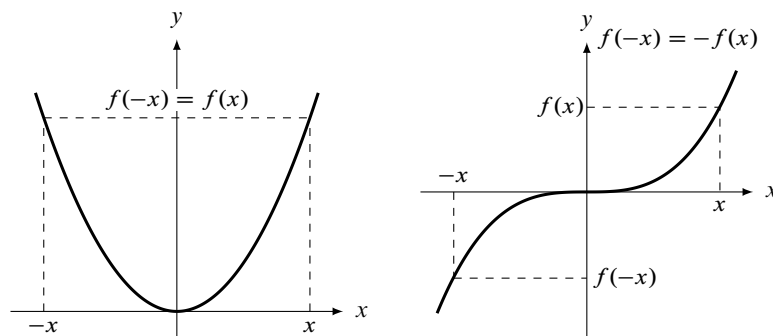
Άρτια ονομάζεται μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες :

- i. Για κάθε $x \in A \Rightarrow -x \in A$
- ii. $f(-x) = f(x)$, για κάθε $x \in A$

2. Περιττή συνάρτηση

Περιττή ονομάζεται μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες :

- i. Για κάθε $x \in A \Rightarrow -x \in A$
- ii. $f(-x) = -f(x)$, για κάθε $x \in A$



- Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς τον κατακόρυφο άξονα.
- Η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.
- Η αρχή των αξόνων για μια περιττή συνάρτηση ονομάζεται **κέντρο συμμετρίας** της.