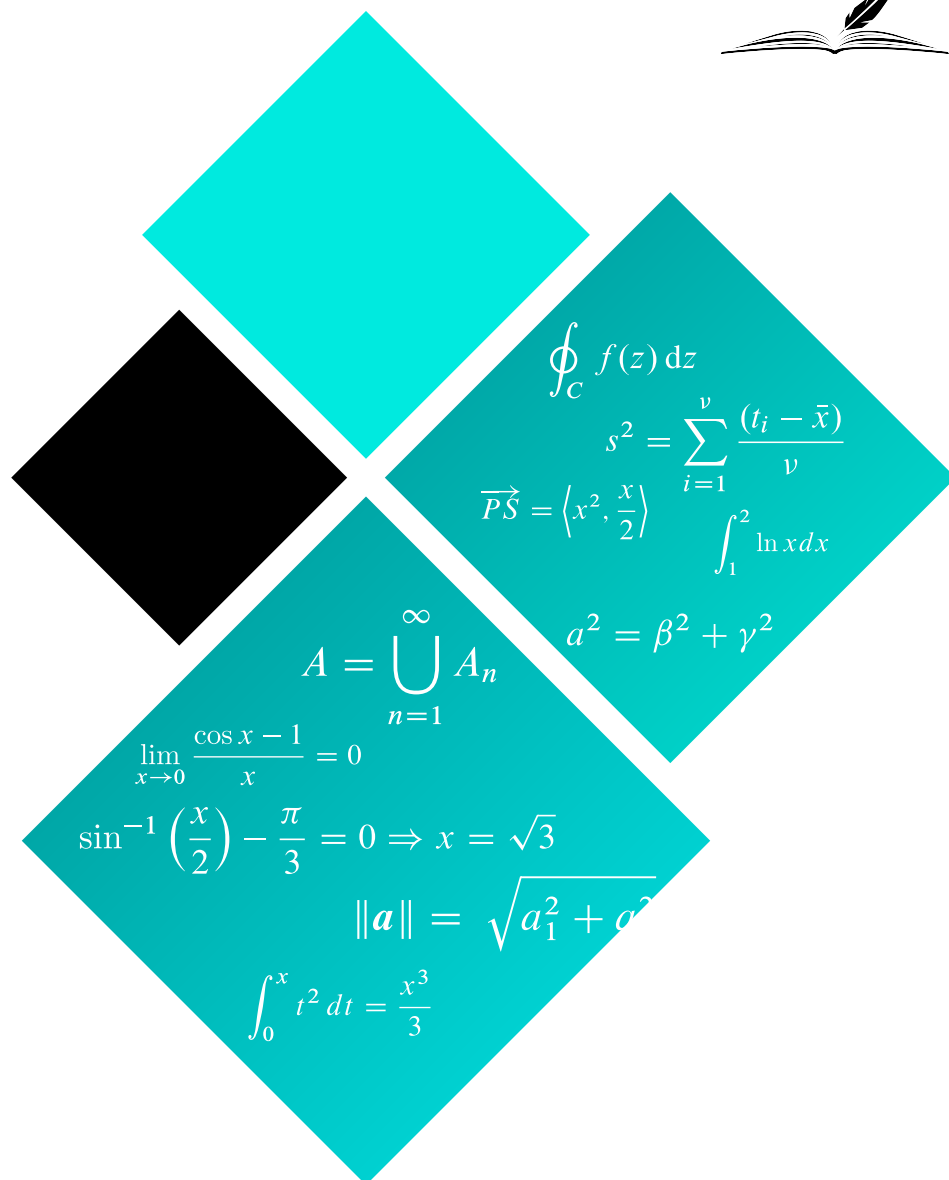




ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ



# Διαγώνισμα

## Τύπου Β

### Μαθηματικά

ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ



ΙΑΚΩΒΟΥ ΠΟΛΥΛΑ 24, ΠΕΖΟΔΡΟΜΟΣ



frontistirio.filomatheia@gmail.com



26610 20144



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

Τα διαγωνίσματα "Τύπου Β" περιέχουν θέματα σύμφωνα με τις οδηγίες του υπουργείου. Συγκεκριμένα

- για το γυμνάσιο 2 θέματα θεωρίας όπου το καθένα καλύπτει ένα αντικείμενο της εξεταστέας ύλης καθώς και 3 ασκήσεις ίδιου τύπου.
- για το λύκειο 4 θέματα.

α.



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍 : Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος 📞 : 26610 20144 📠 : 6932327283 - 6955058444

3 Νοεμβρίου 2020

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΤΥΠΟΥ : Β - ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΤΑΞΗ - ΜΑΘΗΜΑ

## Κεφάλαιο

### ΘΕΜΑ Α

**A.1** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

α. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \pm \infty$$

β. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  ή  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ .

γ. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$  τότε το όριο  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)}$  δεν υπάρχει.

δ. Αν  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συνάρτηση με  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ , τότε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)}$  δεν υπάρχει.

ε. Αν ισχύει  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{Q(x)}{P(x)} = +\infty$ .

στ. Ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu}} = +\infty$ .

ζ. Αν  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  τότε  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{1}{f(x)} = -\infty$ .

η. Το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu+1}}$  δεν υπάρχει.

θ. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} \left[ f(x) \cdot \sin \frac{1}{f(x)} \right] = 0$ .

**A.2** Να συμπληρώσετε τα κενά.

α.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2\nu} = \dots\dots\dots$ , όπου  $\nu \in \mathbb{N}^*$ .

β.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^\nu} = \dots\dots\dots$ , όπου  $\nu \in \mathbb{N}^*$ .

γ. Αν  $a > 1$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots\dots\dots$  και  $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots\dots\dots$

δ.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log x = \dots\dots\dots$

**A.3** Από τις παρακάτω παραστάσεις να επιλέξετε αυτές που αποτελούν απροσδιοριστία.

α.  $(+\infty) - (-\infty)$

δ.  $(-\infty) + (+\infty)$

ζ.  $0 \cdot (\pm\infty)$

β.  $(+\infty) + (+\infty)$

ε.  $(-\infty) - (-\infty)$

η.  $\frac{\infty}{0}$

γ.  $(-\infty) - (+\infty)$

στ.  $(-\infty) + (-\infty)$

θ.  $\frac{-\infty}{+\infty}$

**ΘΕΜΑ Β** Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

**B.1**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^3 - 6x^2 + 9x}$

**B.2**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x - 1}{x^2 - x - 6}$

$$\text{B.3 } \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} \right)$$

$$\text{B.4 } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 5^x}{5^{x+2} + 3^{x+1}}$$

$$\text{B.5 } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - x)$$

$$\text{B.6 } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x^2 - x) - \ln(2x^3 - x^2 + 4))$$

**ΘΕΜΑ Γ** Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{9x^2 + x + 6} - \beta x & , x \leq 1 \\ \frac{ax^2 + \beta x + 5}{x - x^2} & , x > 1 \end{cases}$$

για την οποία υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

**Γ.1** Να δείξετε ότι  $a = -2, \beta = -3$ .

**Γ.2** Να βρείτε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

**Γ.3** Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(f(x) - 2)\eta\mu x]$ .

**ΘΕΜΑ Δ** Δίνεται συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει

$$\frac{\eta\mu x + 2x^2 + 10x}{x + 2} \leq f(x) \leq \frac{2x^2 + 8x + 7}{x + 1}$$

για κάθε  $x > 0$ .

**Δ.1** Να δείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 \text{ και } \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 6$$

**Δ.2** Να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 3x + x^2 \cdot \eta\mu \frac{1}{x}}{xf(x) - 2x^2 - 4x + 3}$$