

1 Γραμμικά Συστήματα

📅 Ημερομηνία:

Πίνακας ύλης

Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Γραμμική Εξίσωση
2. Γραμμικό σύστημα 2×2 και 3×3
3. Ορίζουσα

Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Σημείο σε ευθεία
2. Είδη ευθειών
3. Κανόνας οριζουσών

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 📝

- ☐ Γρ. εξίσωση - Λύση - Σημείο σε ευθεία
- ☐ Ευθεία - Χάραξη
- ☐ Σημεία τομής με άξονες
- ⚠ ☐ Μέθοδος αντικατάστασης
- ⚠ ☐ Μέθοδος αντίθετων συντελεστών
- ⚠ ☐ Μέθοδος οριζουσών

- ☐ Γραφική επίλυση
- ☐ Προβλήματα
- ☐ Σύνθετα συστήματα
- ☐ Συστήματα 3×3
- ☐ Παραμετρικά συστήματα

Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📖

1. Ευθεία : $ax + by = \gamma, a \neq 0 \text{ ή } b \neq 0$
2. Οριζόντια ευθεία : $y = k$
3. Κατακόρυφη ευθεία : $x = k$
4. Συντελεστής διεύθυνσης : $\lambda = -\frac{a}{b}$
5. Γραμμικό σύστημα 2×2

$$\begin{cases} ax + by = \gamma \\ a'x + b'y = \gamma' \end{cases}$$

6. Λύση συστήματος : $(x, y) = \left(\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D} \right)$

$$7. \text{ Ορίζουσα συντελεστών : } D = \begin{vmatrix} a & \beta \\ a' & \beta' \end{vmatrix}$$

8. Ορίζουσες μεταβλητών :

$$D_x = \begin{vmatrix} \gamma & \beta \\ \gamma' & \beta' \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a & \gamma \\ a' & \gamma' \end{vmatrix}$$

2 Μη Γραμμικά Συστήματα

📅 Ημερομηνία:

| Πίνακας ύλης | |
|---|--|
| Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📄 | Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂ |
| 1. Μη γραμμική εξίσωση | 1. Σημείο σε ευθεία 2. Είδη ευθειών 3. Κανόνας οριζουσών |
| Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎ | |
| ⚠ <input type="checkbox"/> Μέθοδος αντικατάστασης | |
| Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄 | |
| 1. | |

3 Μονοτονία - Ακρότατα συνάρτησης

📅 Ημερομηνία:

Πίνακας ύλης

Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Γνησίως αύξουσα συνάρτηση
2. Γνησίως φθίνουσα συνάρτηση
3. Μέγιστο συνάρτησης
4. Ελάχιστο συνάρτησης
5. Άρτια - Περιττή συνάρτηση

Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Ιδιότητες διάταξης
- 2.

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ⚠ ☐ Εύρεση μονοτονίας συνάρτησης
☐ Επίλυση εξίσωσης
☐ Επίλυση ανίσωσης

- ☐ Εύρεση ακρότατου συνάρτησης
☐

Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📖

1. Γν. αύξουσα $f \nearrow \Delta$
2. Γν. φθίνουσα $f \searrow \Delta$

3. Μέγιστο $f(x) \leq f(x_0)$
4. Ελάχιστο $f(x) \geq f(x_0)$

4 Μετατόπιση γραφικής παράστασης

📅 Ημερομηνία:

| Πίνακας ύλης | |
|--|--------------------------|
| Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📄 | Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂ |
| 1. | 1. |
| Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋 | |
| ⚠ <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄 | |
| 1. | |

5 Η έννοια του τριγωνομετρικού αριθμού

📅 Ημερομηνία:

Πίνακας ύλης

Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου
2. Τριγωνομετρικοί αριθμοί σε σύστημα συντεταγμένων
3. Ακτίνιο
4. Τριγωνομετρικός κύκλος

Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Μετατροπή Μοίρες ↔ Ακτίνια
2. Τρ. αριθμοί βασικών γωνιών
3. Πρόσημα τριγωνομετρικών αριθμών
4. Τρ. αριθμοί γωνιών που ξεπερνούν τον κύκλο
5. Βασικές ανισότητες για ημίτονο και συνημίτονο

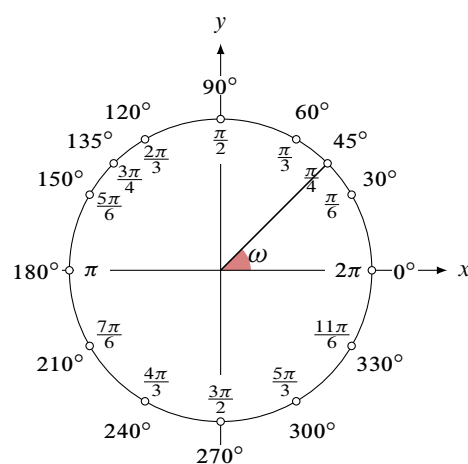
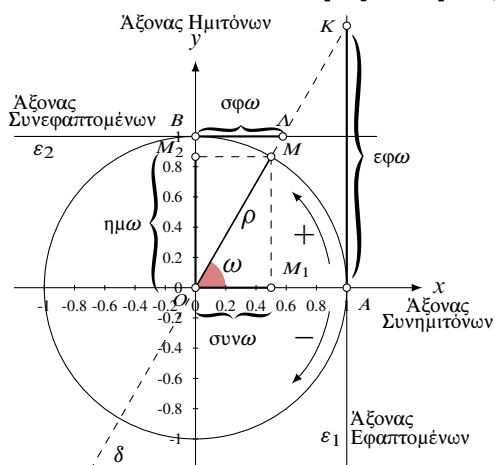
Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋

- ⚠ ☐ Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών σε τρίγωνο
- ☐ Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών από σημείο xOy
- ☐ Μετατροπή μοιρών σε ακτίνια και αντίστροφα

- ⚠ ☐ Τριγωνομετρικοί αριθμοί βασικών γωνιών
- ☐ Τριγωνομετρικός κύκλος
- ⚠ ☐ Πρόσημα τρ. Αριθμών σε κάθε τεταρτημόριο
- ☐ Γωνίες μεγαλύτερες του κύκλου

Πίνακες - Σχήματα 📊 - 📐

Τριγωνομετρικός Κύκλος



| ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΩΝΙΕΣ | | | | | | | | |
|----------------|--------------|-----------------------------|----------------------|----------------------|-----------------|--------------|------------------|--------------|
| Θέση | Σημείο άξονα | 1 ^ο Τεταρτημόριο | | | | Σημείο άξονα | | |
| Μοίρες | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| Ακτίνια | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
| Σχήμα | | | | | | | | |
| ημω | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 | 0 |
| συνω | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | 1 |
| εφω | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | Δεν ορίζεται | 0 | Δεν ορίζεται | 0 |
| σφω | Δεν ορίζεται | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | Δεν ορίζεται | 0 | Δεν ορίζεται |

Τυπολόγιο - Συμβολισμοί

- | | | |
|---|---|---|
| 1. Ημίτονο : $\eta\mu\omega$ | 7. $\epsilon\phi\omega = \frac{y}{x}, x \neq 0$ | 12. $\sigma\upsilon\nu(360^\circ\kappa + \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$ |
| 2. Συνημίτονο : $\sigma\upsilon\nu\omega$ | 8. $\sigma\phi\omega = \frac{x}{y}, y \neq 0$ | 13. $\epsilon\phi(360^\circ\kappa + \omega) = \epsilon\phi\omega$ |
| 3. Εφαπτομένη : $\epsilon\phi\omega$ | 9. $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ | 14. $\sigma\phi(360^\circ\kappa + \omega) = \sigma\phi\omega$ |
| 4. Συνεφαπτομένη : $\sigma\phi\omega$ | 10. $\frac{\mu}{180^\circ} = \frac{a}{\pi}$ | 15. $-1 \leq \eta\mu\omega \leq 1$ |
| 5. $\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho}$ | 11. $\eta\mu(360^\circ\kappa + \omega) = \eta\mu\omega$ | 16. $-1 \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$ |
| 6. $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho}$ | | |

6 Τριγωνομετρικές ταυτότητες

📅 Ημερομηνία:

| Πίνακας ύλης | |
|---|--|
| Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖 | Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂ |
| 1. Τριγωνομετρική ταυτότητα | 1. Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες |
| Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎ | |
| <input type="checkbox"/> Έλεγχος ύπαρξης γωνίας <input checked="" type="checkbox"/> Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών με χρήση ταυτοτήτων | <input checked="" type="checkbox"/> Απόδειξη τριγωνομετρικών ταυτοτήτων <input type="checkbox"/> Απόδειξη ανισοτήτων |
| Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📖 | |
| 1. $\eta\mu^2 x + \sigma\nu\nu^2 x = 1$ 2. $\epsilon\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\nu\nu x}$ 3. $\sigma\phi x = \frac{\sigma\nu\nu x}{\eta\mu x}$ | 4. $\epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x = 1$ 5. $\sigma\nu\nu^2 x = \frac{1}{1 + \epsilon\phi^2 x}$ 6. $\eta\mu^2 x = \frac{\epsilon\phi^2 x}{1 + \epsilon\phi^2 x}$ |

7 Αναγωγή στο 1^ο τεταρτημόριο

📅 Ημερομηνία:

Πίνακας ύλης

Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

- | | |
|---|----------------------------|
| 1. Αναγωγή από 2 ^ο σε 1 ^ο | 5. Γωνίες με διαφορά 90° |
| 2. Αναγωγή από 3 ^ο σε 1 ^ο | 6. Γωνίες με άθροισμα 270° |
| 3. Αναγωγή από 4 ^ο σε 1 ^ο | 7. Γωνίες με διαφορά 270° |
| 4. Σχέσεις συμπληρωματικών γωνιών | |

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- | | |
|---|--|
| ⚠ <input type="checkbox"/> Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών γωνιών που καταλήγουν σε 2ο, 3ο, 4ο. | <input type="checkbox"/> Υπολογισμός παράστασης |
| <input type="checkbox"/> Συμπληρωματικές γωνίες | <input type="checkbox"/> Γωνίες μεγαλύτερες του κύκλου |

Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1.

8 Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις

📅 Ημερομηνία:

| Πίνακας ύλης | |
|--|-------------------------------|
| Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📄 1. Τριγωνομετρική συνάρτηση | Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂ 1. |
| Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎ | |
| ⚠ <input type="checkbox"/> | |
| Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄 | |
| 1. | |

9 Τριγωνομετρικές Εξισώσεις

📅 Ημερομηνία:

Πίνακας ύλης

Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Τριγωνομετρική εξίσωση

Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Σύνολα λύσεων βασικών τριγωνομετρικών εξισώσεων

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋

- ⚠ ☐ Λύση απλής τριγωνομετρικής εξίσωσης
- ⚠ ☐ Λύση απλής τριγωνομετρικής εξίσωσης με αρνητικό αριθμό
- ☐ Σύνθετες τριγωνομετρικές εξισώσεις
- ☐ Επίλυση με αναγωγή στο 1^ο τεταρτ.
- ☐ Επίλυση με τριγωνομετρικές ταυτότητες

- ☐ Τριγωνομετρικές εξισώσεις πολυωνυμικής μορφής
- ☐ Λύση εξίσωσης σε διάστημα
- ☐ Συστήματα
- ☐ Γεωμετρικές εφαρμογές

Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📖

$$1. \eta\mu x = \eta\mu\theta \Rightarrow x = \begin{cases} 2\kappa\pi + \theta \\ 2\kappa\pi + (\pi - \theta) \end{cases}$$

$$2. \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow x = \begin{cases} 2\kappa\pi + \theta \\ 2\kappa\pi - \theta \end{cases}$$

$$3. \epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta \Rightarrow x = \kappa\pi + \theta$$

$$4. \sigma\phi x = \sigma\phi\theta \Rightarrow x = \kappa\pi + \theta$$

10 Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος

📅 Ημερομηνία:

| Πίνακας ύλης | |
|---|---|
| Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋️ | |
| ⚠️ <input type="checkbox"/> | |
| Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄 | |
| 1. $\eta\mu(\varphi + \omega) = \eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \eta\mu\omega$ 2. $\sigma\upsilon\nu(\varphi + \omega) = \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega - \eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\omega$ 3. $\epsilon\varphi(\varphi + \omega) = \frac{\epsilon\varphi\varphi + \epsilon\varphi\omega}{1 - \epsilon\varphi\varphi \cdot \epsilon\varphi\omega}$ 4. $\sigma\varphi(\varphi + \omega) = \frac{\sigma\varphi\varphi\sigma\varphi\omega - 1}{\sigma\varphi\varphi + \sigma\varphi\omega}$ | 5. $\eta\mu(\varphi - \omega) = \eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega - \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \eta\mu\omega$ 6. $\sigma\upsilon\nu(\varphi - \omega) = \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega + \eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\omega$ 7. $\epsilon\varphi(\varphi - \omega) = \frac{\epsilon\varphi\varphi - \epsilon\varphi\omega}{1 + \epsilon\varphi\varphi \cdot \epsilon\varphi\omega}$ 8. $\sigma\varphi(\varphi - \omega) = \frac{\sigma\varphi\varphi\sigma\varphi\omega + 1}{\sigma\varphi\varphi - \sigma\varphi\omega}$ |

11 Τριγωνομετρικοί αριθμοί διπλάσιας γωνίας

📅 Ημερομηνία:

| Πίνακας ύλης | |
|---|--|
| Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋️ | |
| ⚠️ <input type="checkbox"/> | |
| Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄 | |
| 1. $\eta\mu 2\varphi = 2\eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$ 2. $\sigma\upsilon\nu 2\varphi = \begin{cases} \sigma\upsilon\nu^2\varphi - \eta\mu^2\varphi \\ 1 - 2\eta\mu^2\varphi \\ 2\sigma\upsilon\nu^2\varphi - 1 \end{cases}$ 3. $\epsilon\varphi 2\varphi = \frac{2\epsilon\varphi\varphi}{1 - \epsilon\varphi^2\varphi}$ 4. $\sigma\varphi 2\varphi = \frac{\sigma\varphi^2\varphi - 1}{2\sigma\varphi\varphi}$ | 5. $\eta\mu^2\varphi = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{2}$ 6. $\sigma\upsilon\nu^2\varphi = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{2}$ 7. $\epsilon\varphi^2\varphi = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\varphi}$ 8. $\sigma\varphi^2\varphi = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{1 - \sigma\upsilon\nu 2\varphi}$ |

12 Πολυώνυμα

📅 Ημερομηνία:

Πίνακας ύλης

Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Μονώνυμο
2. Πολυώνυμο
3. Όροι πολωνύμου
4. Βαθμός πολωνύμου
5. Τιμή πολωνύμου
6. Ρίζα πολωνύμου
7. Μηδενικό - Σταθερό πολυώνυμο
8. Ίσα πολυώνυμα

Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Βαθμός πολωνύμου
2. Ισότητα πολωνύμων

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ⚠ ☐ Ορισμός πολωνύμου - Όροι - Συντελεστές
- ⚠ ☐ Βαθμός πολωνύμου
- ☐ Ισότητα πολωνύμων

- ⚠ ☐ Τιμή πολωνύμου - Ρίζα
- ☐ Πράξεις μεταξύ πολωνύμων
- ☐ Προσδιορισμός πολωνύμου

Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📖

1. Πολυώνυμο: $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

2. Συντελεστές: $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$

13 Διαίρεση πολυωνύμων

📅 Ημερομηνία:

Πίνακας ύλης

Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Ευκλείδεια διαίρεση πολυωνύμων
2. Ταυτότητα ευκλείδειας διαίρεσης
3. Τέλεια διαίρεση
4. Παράγοντες - διαιρέτες
5. Σχήμα Horner

Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Υπόλοιπο διαίρεσης
2. Ρίζα πολυωνύμου

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ☐ Διαίρεση πολυωνύμων
- ☐ Παραγοντοποίηση πολυωνύμου με τη χρήση διαίρεσης.
- ⚠ ☐ Διαίρεση με διαιρέτη $x - \rho$ - Σχήμα Horner.
- ⚠ ☐ Παραγοντοποίηση πολυωνύμου με τη

χρήση σχήματος Horner.

- ☐ Υπολογισμός υπολοίπου διαίρεσης.
- ☐ Ρίζα πολυωνύμου.
- ☐ Εύρεση παραμέτρου.
- ☐ Σχήμα Horner με διαιρέτες άλλης μορφής.

Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📖

1. Ταυτότητα διαίρεσης:
 $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + \upsilon(x)$
2. Συνθήκη διαίρεσης:
βαθμός $\upsilon(x) < \text{βαθμός } \delta(x)$.

3. Τέλεια διαίρεση: $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x)$
4. Υπόλοιπο: $\upsilon = P(\rho)$
5. Θεώρημα ρίζας:
 $x - \rho : \text{παράγοντας του } P(x) \Leftrightarrow P(\rho) = 0$

| | | | | | |
|-------|-----------|---------|-------|-------|-----------------|
| a_n | a_{n-1} | \dots | a_1 | a_0 | $\rho = \rho_0$ |
| | | | | | |
| | | | | | |