

Θεωρούμε τη συνάρτηση $F(x) = cf(x)$ με $x \in D_f$. Έχουμε ότι

$$F(x+h) - F(x) = cf(x+h) - cf(x) = c[f(x+h) - f(x)]$$

Για κάθε $h \neq 0$ ισχύει

$$\frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{c[f(x+h) - f(x)]}{h} = c \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

άρα

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} c \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = c \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = cf'(x)$$

Οπότε $(cf(x))' = cf'(x)$.