



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ - 2 Σεπτεμβρίου 2017

ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Επαναληπτικό διαγώνισμα

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ - ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

ΘΕΜΑ Α

A.1 Έστω μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και Δ ένα διάστημα του πεδίου ορισμού της. Πότε η συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ ; **Μονάδες 8**

A.2 Να δώσετε τον ορισμό του ολικού ελάχιστου μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A . **Μονάδες 7**

A.3 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

- α. Αν μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνησίως μονότονη σε κάθε διάστημα του πεδίου ορισμού της τότε είναι και $1 - 1$.
- β. Έστω f μια αντιστρέψιμη συνάρτηση. Το σύνολο τιμών της f είναι το πεδίο ορισμού της f^{-1} .
- γ. Το πεδίο ορισμού μιας ρητής συνάρτησης $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ισούται με $A = \{x \in \mathbb{R} | Q(x) = 0\}$.
- δ. Αν ένα σημείο $A(x, y)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f τότε για τις συντεταγμένες του ισχύει $y = f(x)$.
- ε. Στα σημεία όπου η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f τέμνει τον οριζόντιο άξονα $x'x$ ισχύει $x = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ακόλουθες συναρτήσεις $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπους $f(x) = \frac{x}{x-2}$ και $g(x) = \ln(x-1)$.

B.1 Να βρείτε τα πεδία ορισμού A, B των συναρτήσεων f, g αντίστοιχα. **Μονάδες 5**

B.2 Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, 2), (2, +\infty)$, ενώ η g είναι γνησίως αύξουσα στο $(1, +\infty)$. **Μονάδες 10**

B.3 Να εξηγήσετε γιατί είναι αντιστρέψιμες οι δύο παραπάνω συναρτήσεις και να βρείτε τις αντίστροφες συναρτήσεις τους f^{-1} και g^{-1} . **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Γ

ΘΕΜΑ Δ