

28 Ιανουαρίου 2016

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΕΠΑΛ**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ**

**ΘΕΜΑ Α'**

- A'.1** Έστω μια συνάρτηση  $f$  ορισμένη σε ένα σύνολο  $A$  και  $x_0$  ένα σημείο του πεδίου ορισμού της. Να διατυπώσετε τον ορισμό της συνέχειας της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $x_0$  καθώς και σε όλο το πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 8**
- A'.2** Ποιά συνθήκη θα πρέπει να ισχύει ώστε μια συνάρτηση  $f$  να παρουσιάζει μέγιστη τιμή σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της; **Μονάδες 7**
- A'.3** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).
- i. Η παράγωγος μιας συνάρτησης  $f$  σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της είναι πάντα πραγματικός αριθμός.
  - ii. Μια συνάρτηση  $f$  θα είναι αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της αν ισχύει  $f'(x) > 0$ .
  - iii. Αν  $f, g$  είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις τότε η παράγωγος της συνάρτησης  $f(g(x))$  δίνεται από τον τύπο  $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ .
  - iv. Ο κανόνας ο οποίος μας δίνει την παράγωγο του πηλίκου δύο συναρτήσεων είναι

$$\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

- v. Η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = \eta\mu 2\varphi$  είναι  $f'(x) = 2\sigma\upsilon\nu 2\varphi$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β' Συνέχεια συνάρτησης**

Έστω μια συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  η οποία είναι συνεχής και δίνεται από τον παρακάτω τύπο :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & , x \neq 4 \\ a + 3 & , x = 4 \end{cases}$$

- B'.1** Να υπολογιστεί η παράμετρος  $a$ . **Μονάδες 9**
- B'.2** Να υπολογιστεί η παράγωγος της συνάρτησης  $f$ . **Μονάδες 10**
- B'.3** Να υπολογιστεί το όριο  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x + 4}$  **Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ' Μονοτονία - Ακρότατα**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$ .

- Γ'.1** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ . **Μονάδες 5**
- Γ'.2** Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης  $f$ . **Μονάδες 7**
- Γ'.3** Να εξεταστεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. **Μονάδες 13**

**ΘΕΜΑ Δ' Σύνθετο θέμα**

Μια ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος  $B$  (σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με το χρόνο  $t$  (σε έτη) σύμφωνα με τον τύπο

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

**Δ'.1** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου στο δεύτερο χρόνο από την έναρξη της μελέτης. **Μονάδες 7**

**Δ'.2** Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο; **Μονάδες 9**

**Δ'.3** Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος; **Μονάδες 9**