#### Σπύρος Φρονιμός - Μαθηματικός

# ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ${\bf 23~Maptiov~2016}$

## ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

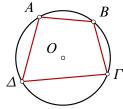
## Εγγεγραμμένα σχήματα

## ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΑ - ΠΕΡΙΓΕΓΡΑΜΜΕΝΑ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ

#### ΟΡΙΣΜΟΙ

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 1: ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΟ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

Εγγεγραμμένο ονομάζεται ένα τετράπλευρο του οποίου οι κορυφές είναι σημεία ενός κύκλου. Ο κύκλος αυτός ονομάζεται περιγεγραμμένος.

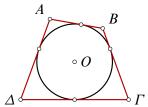


#### ΟΡΙΣΜΟΣ 2: ΕΓΓΡΑΨΙΜΟ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

Εγγράψιμο ονομάζεται ένα τετράπλευρο όταν υπάρχει κύκλος που να διέρχεται από όλες τις κορυφές του.

## ΟΡΙΣΜΟΣ 3: ΠΕΡΙΓΕΓΡΑΜΜΕΝΟ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

Περιγεγραμμένο τετράπλευρο ονομάζεται το τετράπλευρο του οποίου οι πλευρές είναι εφαπτόμενες στον ίδιο κύκλο. Ο κύκλος αυτός ονομάζεται εγγεγραμμένος.



#### ΟΡΙΣΜΟΣ 4: ΠΕΡΙΓΡΑΨΙΜΟ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟ

Περιγράψιμο ονομάζεται το τετράπλευρο εκείνο για το οποίο υπάρχει κύκλος που να εφάπτεται σε όλες τις πλευρές του.

## **ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ**

### ΘΕΩΡΗΜΑ 1: ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΟΥ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟΥ

Για κάθε εγγεγραμμένο τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  ισχύουν οι ακόλουθες ιδιότητες :

ί. Οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές :

$$\hat{A} + \hat{\Gamma} = 180^{\circ}$$
 και  $\hat{B} + \hat{\Delta} = 180^{\circ}$ 

- $A \circ O$   $A \circ O$   $A \circ O$   $A \circ O$
- Κάθε πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες εγγεγραμμένες γωνίες.
- iii. Κάθε εξωτερική γωνία ισούται με την απέναντι εσωτερική :  $\hat{A}_{\epsilon\xi}=\hat{\Gamma}$  ,  $\hat{B}_{\epsilon\xi}=\hat{\Delta}$  ,  $\hat{\Gamma}_{\epsilon\xi}=\hat{A}$  ,  $\hat{\Delta}_{\epsilon\xi}=\hat{B}$ .

## ΘΕΩΡΗΜΑ 2: ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΓΓΡΑΨΙΜΟΥ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟΥ

Ένα τετράπλευρο είναι εγγράψιμο σε έναν κύκλο αν ισχύει μια από τις παρακάτω προτάσεις:

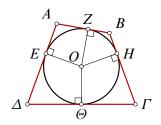
- Δύο απέναντι γωνίες είναι παραπληρωματικές.
- ii. Μια πλευρά φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες εγγεγραμμένες γωνίες.
- ііі. Μια εξωτερική γωνία να ισούται με την απέναντι εσωτερική.

## ΘΕΩΡΗΜΑ 3: ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΕΡΙΓΕΓΡΑΜΜΕΝΟΥ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟΥ

Σε κάθε περιγεγραμμένο τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες :

- i. Οι διχοτόμοι των γωνιών του διέρχονται από το ίδιο σημείο. Το σημείο αυτό είναι κέντρο του εγγεγραμμένου κύκλου.
- ii. Τα αθροίσματα των απέναντι πλευρών είναι ίσα :

$$AB + \Gamma\Delta = A\Delta + B\Gamma$$



#### ΘΕΩΡΗΜΑ 4: ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΠΕΡΙΓΡΑΨΙΜΟΥ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟΥ

Ένα τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι περιγράψιμο σε κύκλο αν ισχύει μια από τις παρακάτω προτάσεις :

- ί. Οι διχοτόμοι των γωνιών του διέρχονται από το ίδιο σημείο.
- ii. Τα αθροίσματα των απέναντι πλευρών είναι ίσα.