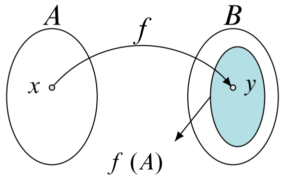
Φυλλάδιο Ασκήσεων

Συνάρτηση ονομάζεται ο κανόνας (αντιστοίχηση) με τον οποίο **κάθε** στοιχείο ενός συνόλου A αντιστοιχεί σε **ένα μόνο** στοιχείο ενός συνόλου B.
Συμβολίζεται με οποιοδήποτε γράμμα του λατινικού ή και του ελληνικού αλφαβήτου $f, g, h, t, s, \sigma \dots$ και γράφουμε :

$$f : A \to B$$

Είναι η σχέση που συνδέει δύο μεταβλητές x, y όπου κάθε τιμή της πρώτης ($x \in A$), στο πρώτο σύνολο, αντιστοιχεί σε μόνο μια τιμή της δεύτερης ($y \in B$), στο δεύτερο σύνολο.



- Η μεταβλητή x του συνόλου A ονομάζεται **ανεξάρτητη** ενώ η y **εξαρτημένη**.
- Η τιμή της y ονομάζεται **τιμή** της f στο x και συμβολίζεται $y = f(x)$.
- Ο κανόνας της συνάρτησης, με τον οποίο γίνεται η αντιστοίχηση από το x στο $f(x)$, εκφράζεται συμβολικά με τη βοήθεια του x και ονομάζεται **τύπος της συνάρτησης**.
- Το σύνολο A λέγεται **πεδίο ορισμού** της συνάρτησης f και συμβολίζεται D_f. Είναι το σύνολο των δυνατών τιμών την ανεξάρτητης μεταβλητής της συνάρτησης.
- Το σύνολο με στοιχεία όλες τις δυνατές τιμές $f(x)$ της εξαρτημένης μεταβλητής για κάθε $x \in D_f$ λέγεται **σύνολο τιμών** της f, συμβολίζεται $f\left(D_f\right)$ και ισχύει $f\left(D_f\right) \subseteq B$.
- Μια συνάρτηση συμβολίζεται επίσης με τους εξής τρόπους :

$$x \overset{f}{\mapsto} f(x) \quad , \quad D_f \overset{f}{\to} f\left(D_f\right)$$

- Για το συμβολισμό της ανεξάρτητης μεταβλητής ή της συνάρτησης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιοδήποτε συμβολισμό στη θέση της μεταβλητής x ή του ονόματος f της συνάρτησης αντίστοιχα.

$$f(x) \quad , \quad g(t) \quad , \quad h(s) \dots$$

- Για να ορίσουμε μια συνάρτηση θα πρέπει να γνωρίζουμε
  1. Το πεδίο ορισμού D_f.
  2. Το σύνολο B.
  3. Τον τύπο $f(x)$ της συνάρτησης, για κάθε $x \in D_f$.
- Εαν τα σύνολα D_f, B είναι υποσύνολα του συνόλου των πραγματικών αριθμών τότε μιλάμε για **πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής**.
- Οι συναρτήσεις των οποίων ο τύπος δίνεται από δύο ή περισσότερες αλγεβρικές παραστάσεις ονομάζονται συναρτήσεις **πολλαπλού τύπου**.

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{αν } x \in D_{f_1} \subseteq D_f \\ f_2(x) & \text{αν } x \in D_{f_2} \subseteq D_f \\ \vdots & \qquad \vdots \\ f_\nu(x) & \text{αν } x \in D_{f_\nu} \subseteq D_f \end{cases}$$

όπου $D_{f_1}, D_{f_2}, \dots, D_{f_\nu}$ είναι υποσύνολα του πεδίου ορισμού ολόκληρης της συνάρτησης f με $D_{f_1} \cup D_{f_2} \cup \dots \cup D_{f_\nu} = D_f$ και $D_{f_1} \cap D_{f_2} \cap \dots \cap D_{f_\nu} = \varnothing$.

Στον πίνακα βλέπουμε τα βασικά είδη συναρτήσεων τον τύπο τους και το πεδίο ορισμού τους.

Είδος	Τύπος	Πεδίο Ορισμού
Πολυωνυμική	$f(x) = a_\nu x^\nu + \ldots + a_1 x + a_0$	$D_f = \mathbb{R}$
Ρητή	$f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid Q(x) \neq 0\}$
Άρρητη	$f(x) = \sqrt{A(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid A(x) \geq 0\}$
Τριγωνομετρική	$f(x) = \eta\mu x \;\; , \;\; \sigma\upsilon\nu x$	$D_f = \mathbb{R}$
	$f(x) = \varepsilon\varphi x$	$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2} \, , \, \kappa \in \mathbb{Z}\right\}$
	$f(x) = \sigma\varphi x$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \kappa\pi \, , \, \kappa \in \mathbb{Z}\}$
Εκθετική	$f(x) = a^x \;\; , \;\; 0 < a \neq 1$	$D_f = \mathbb{R}$
Λογαριθμική	$f(x) = \log x \;\; , \;\; \ln x$	$D_f = (0, +\infty)$

Επιπλέον, ειδικές περιπτώσεις πολυωνυμικών συναρτήσεων αποτελούν οι παρακάτω συναρτήσεις

Ταυτοτική	**Σταθερή**	**Μηδενική**
$f(x) = x$	$f(x) = c$	$f(x) = 0$