



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍 : Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος , ☎ : 26610 20144 , 📠 : 6932327283 - 6955058444

31 Οκτωβρίου 2020

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΤΥΠΟΥ : Β - ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΤΑΞΗ - ΜΑΘΗΜΑ

Κεφάλαιο

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

α. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \pm \infty$$

β. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$.

γ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ τότε το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)}$ δεν υπάρχει.

δ. Αν $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση με $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$, τότε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)}$ δεν υπάρχει.

ε. Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{Q(x)}{P(x)} = +\infty$.

στ. Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu}} = +\infty$.

ζ. Αν $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{1}{f(x)} = -\infty$.

η. Το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu+1}}$ δεν υπάρχει.

θ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \left[f(x) \cdot \sin \frac{1}{f(x)} \right] = 0$.

A.2 Να συμπληρώσετε τα κενά.

α. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2\nu} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.

β. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^\nu} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.

γ. Αν $a > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \dots\dots\dots$

δ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log x = \dots\dots\dots$

A.3 Από τις παρακάτω παραστάσεις να επιλέξετε αυτές που αποτελούν απροσδιοριστία.

α. $(+\infty) - (-\infty)$

δ. $(-\infty) + (+\infty)$

ζ. $0 \cdot (\pm\infty)$

β. $(+\infty) + (+\infty)$

ε. $(-\infty) - (-\infty)$

η. $\frac{\infty}{0}$

γ. $(-\infty) - (+\infty)$

στ. $(-\infty) + (-\infty)$

θ. $\frac{-\infty}{+\infty}$

ΘΕΜΑ Β Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια

B.1 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^3 - 6x^2 + 9x}$

B.2 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x - 1}{x^2 - x - 6}$

$$\text{B.3 } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} \right)$$

$$\text{B.4 } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 5^x}{5^{x+2} + 3^{x+1}}$$

$$\text{B.5 } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - x)$$

$$\text{B.6 } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x^2 - x) - \ln(2x^3 - x^2 + 4))$$

ΘΕΜΑ Γ Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{9x^2 + x + 6} & , x \leq 1 \\ \frac{ax^2 + \beta x + 5}{x - x^2} & , x > 1 \end{cases}$$

για την οποία υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Γ.1 Να δείξετε ότι $a = -2, \beta = -3$.

Γ.2 Να βρείτε τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Γ.3 Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(f(x) - 2)\eta\mu x]$.

ΘΕΜΑ Δ Δίνεται συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$\frac{\eta\mu x + 2x^2 + 10x}{x + 2} \leq f(x) \leq \frac{2x^2 + 8x + 7}{x + 1}$$

για κάθε $x > 0$.

Δ.1 Να δείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 \text{ και } \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 6$$

Δ.2 Να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 3x + x^2 \cdot \eta\mu \frac{1}{x}}{xf(x) - 2x^2 - 4x + 3}$$