

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

■ Χάραξη γραφικής παράστασης

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(2x)$ με $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθεί η περίοδος καθώς και τα ακρότατα της f .
- β. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα μιας περιόδου.

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu(3x)$ με $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθεί η περίοδος καθώς και τα ακρότατα της f .
- β. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2}\right)$ με $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα της f .
- β. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, 4\pi]$.
- γ. Βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τον άξονα $x'x$.

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x$ με $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα της f .
- β. Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, 2\pi]$.
- γ. Βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu(2x)$ με $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα της f .
- β. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, 2\pi]$.
- γ. Βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{3}\right) + 1$ με $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα της f .
- β. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, \pi]$.
- γ. Βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu(\pi x) - 2$ με $x \in \mathbb{R}$.

α. Να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα της f .

β. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, 2]$.

γ. Βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{3}\right) + 3$ με $x \in \mathbb{R}$.

α. Να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα της f .

β. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της f στο διάστημα $[0, 3]$.

γ. Βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

9. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις, να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα.

- | | |
|---|--|
| α. $f(x) = \eta\mu(3x)$ | δ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{3}\right)$ |
| β. $f(x) = \sigma\upsilon\nu(4x)$ | ε. $f(x) = \eta\mu(\pi x)$ |
| γ. $f(x) = \eta\mu\left(\frac{x}{4}\right)$ | στ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ |

10. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις, να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα.

- | | |
|----------------------------------|--|
| α. $f(x) = 3\eta\mu x$ | δ. $f(x) = \frac{3\sigma\upsilon\nu x}{4}$ |
| β. $f(x) = 4\sigma\upsilon\nu x$ | ε. $f(x) = -3\eta\mu x$ |
| γ. $f(x) = \frac{\eta\mu x}{2}$ | στ. $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu x$ |

11. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις, να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα.

- | | |
|--|---|
| α. $f(x) = 2\eta\mu(3x)$ | δ. $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{3}\right)$ |
| β. $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu(4x)$ | ε. $f(x) = -3\eta\mu\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ |
| γ. $f(x) = 4\eta\mu\left(\frac{x}{2}\right)$ | στ. $f(x) = 4\sigma\upsilon\nu(\pi x)$ |

12. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις, να βρεθούν η περίοδος και τα ακρότατα.

- α. $f(x) = 2\eta\mu(2x) - 1$
- β. $f(x) = 5\sigma\upsilon\nu(3x) + 3$
- γ. $f(x) = -3\eta\mu(3x) + 2$
- δ. $f(x) = -3\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2}\right) - 1$
- ε. $f(x) = 8\eta\mu(\pi x) - 7$

στ. $f(x) = -5\text{συν}\left(\frac{\pi x}{4}\right) + 3$

13. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

α. $f(x) = \varepsilon\varphi(2x)$ γ. $f(x) = \varepsilon\varphi\left(\frac{x}{3}\right)$

β. $f(x) = \sigma\varphi(3x)$ δ. $f(x) = \sigma\varphi\left(\frac{x}{2}\right)$

■ Άρτιες - Περιττές

14. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές.

α. $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x^2 + 3}$ γ. $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{|x| - 1}$

β. $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$ δ. $f(x) = \eta\mu(x^3 - x)$

■ Περιοδικότητα

15. Να αποδείξετε ότι καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι περιοδική, με περίοδο τον δοσμένο αριθμό T .

α. $f(x) = \eta\mu(2x) + \sigma\upsilon\nu(4x)$, με $T = \pi$

β. $f(x) = \eta\mu(4x) + \varepsilon\varphi(2x)$, με $T = \frac{\pi}{2}$

γ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu(4x) + \varepsilon\varphi(4x)$, με $T = \frac{\pi}{2}$

δ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu(2x) \cdot \sigma\varphi x$, με $T = \pi$

ε. $f(x) = \sigma\varphi(2x) + \varepsilon\varphi(8x)$, με $T = \frac{\pi}{2}$

στ. $f(x) = \eta\mu(2x) \cdot \varepsilon\varphi x$, με $T = \pi$

ζ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu(3x) + \varepsilon\varphi(4x)$, με $T = \frac{2\pi}{3}$

16.