

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

# Ευθεία

## Η ΕΥΘΕΙΑ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

### ΟΡΙΣΜΟΙ

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΕΞΙΣΩΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ

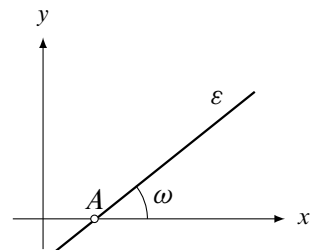
Εξίσωση μιας γραμμής  $C$  του επιπέδου, ονομάζεται μια εξίσωση με δύο άγνωστους  $x, y$  η οποία επαληθεύεται μόνο από τις συντεταγμένες των σημείων της γραμμής.

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Συντελεστής διεύθυνσης  $\lambda$  μιας ευθείας  $\varepsilon$  ονομάζεται η εφαπτομένη της γωνίας  $\hat{\omega}$  που σχηματίζει η ευθεία με τον οριζόντιο άξονα  $x'x$ .

$$\lambda = \varepsilon\phi\omega$$

- Η γωνία  $\hat{\omega}$  παίρνει τιμές από  $0^\circ$  μέχρι  $180^\circ$  :  $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$ .
- Κορυφή της γωνίας είναι το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα  $x'x$ .
- Αν  $\hat{\omega} = 0^\circ$  ή  $\hat{\omega} = 180^\circ \Leftrightarrow \varepsilon \parallel x'x$  και  $\lambda = 0$ .
- Αν  $\hat{\omega} = 90^\circ \Leftrightarrow \varepsilon \parallel y'y$  και δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.
- Αν  $\vec{\delta}$  είναι ένα διάνυσμα παράλληλο στην ευθεία  $\varepsilon$  τότε έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης.



### ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

#### ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΜΕ ΓΝΩΣΤΑ ΑΚΡΑ

Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  είναι δύο τυχαία σημεία του επιπέδου τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία αυτά ισούται με το πηλίκο της διαφοράς των τεταγμένων προς τη διαφορά των τετμημένων του σημείου  $A$  από το σημείο  $B$ .

$$\lambda_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

#### ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΙΑΣ ΚΑΙ ΚΑΘΕΤΟΤΗΤΑΣ ΕΥΘΕΙΩΝ

Αν  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι δύο ευθείες του επιπέδου και  $\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2$  τα παράλληλα διανύσματα των ευθειών αντίστοιχα, τότε ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες :

- Οι ευθείες είναι παράλληλες αν και μόνο αν έχουν ίσους συντελεστές διεύθυνσης :

$$\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \Leftrightarrow \vec{\delta}_1 \parallel \vec{\delta}_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

- ii. Οι ευθείες είναι κάθετες αν και μόνο αν το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσής τους ισούται με  $-1$ .

$$\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \vec{\delta}_1 \perp \vec{\delta}_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

### **ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ**

Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από ένα σταθερό σημείο  $A(x_0, y_0)$  του επιπέδου και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  δίνεται από τον παρακάτω τύπο

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

- i. Αν το σημείο  $A$  ανήκει στον κατακόρυφο άξονα τότε η ευθεία γράφεται στη μορφή  $y = \lambda x + \beta$ .
- ii. Αν η ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων θα είναι της μορφής  $y = \lambda x$ .
- iii. Οι οριζόντιες ευθείες έχουν εξίσωση της μορφής  $y = y_0$ .
- iv. Οι κατακόρυφες ευθείες έχουν εξίσωση της μορφής  $x = x_0$ .