

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Εκθετική και Λογαριθμική Συνάρτηση

ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΣ

Λογάριθμος με βάση ένα θετικό αριθμό $a \neq 1$ ενός θετικού αριθμού β ονομάζεται ο εκθέτης στον οποίο θα υψωθεί ο αριθμός a ώστε να δώσει τον αριθμό β . Συμβολίζεται :

$$\log_a \beta$$

με $0 < a \neq 1$ και $\beta > 0$.

- Ο αριθμός a ονομάζεται **βάση του λογαρίθμου**.
- Ο αριθμός β έχει το ρόλο του αποτελέσματος της δύναμης με βάση a , ενώ ολόκληρος ο λογάριθμος, το ρόλο του εκθέτη.
- Αν ο λογάριθμος (εκθέτης) με βάση a του β είναι ίσος με x τότε θα ισχύει :

$$\log_a \beta = x \Leftrightarrow a^x = \beta$$

- Εάν η βάση ενός λογαρίθμου είναι ο αριθμός 10 τότε ο λογάριθμος ονομάζεται **δεκαδικός λογάριθμος** και συμβολίζεται : $\log x$.
- Εάν η βάση του λογαρίθμου είναι ο αριθμός e τότε ο λογάριθμος ονομάζεται **φυσικός λογάριθμος** και συμβολίζεται : $\ln x$.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ

Για οπουσδήποτε θετικούς πραγματικούς αριθμούς $x, y \in \mathbb{R}^+$ έχουμε τις ακόλουθες ιδιότητες που αφορούν το λογάριθμο τους με βάση έναν θετικό πραγματικό αριθμό a .

Ιδιότητα	Συνθήκη
Λογάριθμος γινομένου	$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
Λογάριθμος πηλίκου	$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$

Λογάριθμος δύναμης	$\log_a x^\kappa = \kappa \cdot \log_a x \quad , \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
Λογάριθμος ρίζας	$\log_a \sqrt[\nu]{x} = \frac{1}{\nu} \log_a x \quad , \quad \nu \in \mathbb{N}$
Λογάριθμος ως εκθέτης	$a^{\log_a x} = x$
Λογάριθμος δύναμης με κοινή βάση	$\log_a a^x = x$
Αλλαγή βάσης	$\log_a x = \frac{\log_\beta x}{\log_\beta a}$

Επίσης για κάθε λογάριθμο με οποιαδήποτε βάση $a \in \mathbb{R}^+$ έχουμε :

i. $\log_a 1 = 0$

ii. $\log_a a = 1$