

ΘΕΜΑ Α

- A.1** Να δώσετε τον ορισμό της τριγωνομετρικής ταυτότητας.
- A.2** Γράψτε τις σχέσεις (τύπους) με τους οποίους συνδέονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί δύο αντίθετων γωνιών.
- A.3** Πως ορίζεται η συνάρτηση του ημιτόνου; Ποιο είναι το πεδίο ορισμού και ποιο το σύνολο τιμών της;
- A.4** Ποιες συνθήκες πρέπει να πληροί μια συνάρτηση ώστε να είναι περιοδική;
- A.5** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σωστή) ή λανθασμένες (Λάθος).
- α. Η συνάρτηση $f(x) = \varepsilon\phi x$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .
 - β. Η ισότητα $\eta\mu 30^\circ + x = x + \frac{1}{2}$ αποτελεί τριγωνομετρική ταυτότητα.
 - γ. Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ έχει περίοδο 4π .
 - δ. Ισχύει η σχέση $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sigma\upsilon\nu x$
 - ε. Το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x) = 3\eta\mu 2x$ είναι το $[-3, 3]$.

ΘΕΜΑ Β

- B.1** Δίνεται γωνία $\omega \in [0, \frac{\pi}{2}]$ για την οποία ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. Να βρεθούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί της ω .
- B.2** α. Να αποδείξετε την παρακάτω τριγωνομετρική ταυτότητα

$$\frac{\eta\mu x}{\varepsilon\phi^2 x} + \varepsilon\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{\eta\mu x}$$

- β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{\eta\mu \frac{\pi}{4}}{\varepsilon\phi^2 \frac{\pi}{4}} + \varepsilon\phi \frac{\pi}{4} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4}$$

ΘΕΜΑ Γ

- Γ.1** Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών

α. 135°

β. 930°

γ. $\frac{7\pi}{4}$

- Γ.2** Να υπολογίσετε την τιμή της παρακάτω παράστασης.

$$A = \eta\mu 40^\circ \cdot \eta\mu 140^\circ \cdot \eta\mu 20^\circ - \sigma\upsilon\nu 40^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 140^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 70^\circ - \eta\mu 160^\circ$$

- Γ.3** Να αποδείξετε ότι

$$\frac{\sigma\upsilon\nu^2 \frac{27\pi}{4} + \eta\mu \frac{16\pi}{3} \cdot \varepsilon\phi\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\eta\mu \frac{53\pi}{6} \cdot \sigma\phi \frac{21\pi}{4}} = 2$$

ΘΕΜΑ Δ Η θερμοκρασία μιας περιοχής σε βαθμούς κελσίου ($^\circ C$) κατά τη διάρκεια ενός εικοσιτετράωρου δίνεται κατά προσέγγιση από τη συνάρτηση:

$$f(t) = -8\sigma\upsilon\nu \frac{\pi t}{12} + 4, \quad 0 \leq t \leq 24 \quad \text{ο χρόνος } t \text{ σε ώρες}$$

- Δ.1** Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη θερμοκρασία κατά τη διάρκεια του εικοσιτετράωρου, καθώς και την περίοδο της συνάρτησης.
- Δ.2** Να παραστήσετε γραφικά την f για $t \in [0, 24]$.
- Δ.3** Να βρείτε με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, σε ποια διαστήματα μέσα στη μέρα η θερμοκρασία αυξάνεται και σε ποια μειώνεται.
- Δ.4** Να βρείτε με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, πότε η θερμοκρασία είναι πάνω από $0^\circ C$.