

1 Πιθανότητες

1.1 Πειράματα τύχης - Δειγματικός χώρος και ενδεχόμενα

Ορισμός 1.1 : Πείραμα τύχης

Πείραμα τύχης ονομάζεται κάθε πείραμα του οποίου το αποτέλεσμα δεν μπορεί να προβλεφθεί με απόλυτη βεβαιότητα όσες φορές κι αν αυτό επαναληφθεί, κάτω από τις ίδιες συνθήκες.

Ας υποθέσουμε για παράδειγμα ότι ρίχνουμε ένα ζάρι και καταγράφουμε το αποτέλεσμα που θα φέρει. Στην περίπτωση που το ζάρι είναι αμερόληπτο, τότε το πείραμα αυτό αποτελεί πείραμα τύχης, μιας και το αποτέλεσμα, όπως αναφέρθηκε, δεν μπορεί να προβλεφθεί ούτε επιρεάζεται από εξωτερικούς παράγοντες. Αντιθέτως, ένα επιστημονικό πείραμα δεν αποτελεί πείραμα τύχης, διότι το αποτέλεσμα μπορεί να προκαθοριστεί από τις συνθήκες του πειράματος.

Ορισμός 1.2 : Δειγματικός χώρος

Δειγματικός χώρος ονομάζεται το σύνολο το οποίο περιέχει όλα τα πιθανά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης. Ο δειγματικός αποτελεί βασικό σύνολο.

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$$

Για το πείραμα τύχης που αναφέραμε προηγουμένως με τη ρίψη ενός ζαριού, γνωρίζουμε ότι τα πιθανά αποτελέσματα μιας ρίψης είναι 1, 2, 3, 4, 5, 6. Έτσι αυτά σχηματίζουν το δειγματικό χώρο του πειράματος που είναι το σύνολο:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ορισμός 1.3 : Ενδεχόμενο

Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ ενός πειράματος τύχης. Ενδεχόμενο ονομάζεται οποιοδήποτε σύνολο A το οποίο περιέχει ένα ή περισσότερα στοιχεία του δειγματικού χώρου.

- Κάθε ενδεχόμενο είναι υποσύνολο του δειγματικού του χώρου.
- Τα ενδεχόμενα που έχουν ένα στοιχείο ονομάζονται **απλά** ενδεχόμενα, ενώ αν περιέχουν περισσότερα στοιχεία ονομάζονται **σύνθετα**.
- Εάν το αποτέλεσμα ενός πειράματος είναι στοιχείο ενός ενδεχομένου τότε λέμε ότι το ενδεχόμενο **πραγματοποιείται**.
- Τα στοιχεία ενός ενδεχομένου ονομάζονται **ευνοϊκές περιπτώσεις**.
- Ο δειγματικός χώρος Ω ονομάζεται **βέβαιο** ενδεχόμενο, ενώ το κενό σύνολο ονομάζεται **αδύνατο** ενδεχόμενο.
- Εάν δύο ενδεχόμενα A, B δεν έχουν κοινά στοιχεία τότε ονομάζονται **ασυμβίβαστα** ή ξένα μεταξύ τους δηλαδή :

$$A, B \text{ ασυμβίβαστα} \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

1.2 Πιθανότητες

Πιθανότητα ενός ενδεχομένου $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ενός δειγματικού χώρου Ω ονομάζεται ο λόγος του πλήθους των ευνοϊκών περιπτώσεων του A προς το πλήθος όλων των δυνατών περιπτώσεων.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$$

- Ο παραπάνω ορισμός ονομάζεται **κλαστικός ορισμός** της πιθανότητας και εφαρμόζεται όταν το ενδεχόμενο A αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα $\{a_i\}$, $i = 1, 2, \dots, k$.
- Το πλήθος των στοιχείων ενός ενδεχομένου A συμβολίζεται με $N(A)$.

Η πιθανότητα ενός ενδεχομένου $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ενός δειγματικού χώρου $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ ορίζεται ως το άθροισμα των πιθανοτήτων $P(a_i)$, $i = 1, 2, \dots, k$ των απλών ενδεχομένων του.

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$$

- Για κάθε στοιχείο ω_i , $i = 1, 2, \dots, n$ του δειγματικού χώρου Ω ονομάζουμε τον αριθμό $P(\omega_i)$ πιθανότητα του ενδεχομένου $\{\omega_i\}$.
- Ο παραπάνω ορισμός ονομάζεται **αξιοματικός ορισμός** της πιθανότητας και εφαρμόζεται όταν το ενδεχόμενο A δεν αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα $\{a_i\}$, $i = 1, 2, \dots, k$.

1.3 Πιθανότητες και πράξεις με ενδεχόμενα

1.4 Συνδυαστική και πιθανότητες

2 Στατιστική

2.1 Πληθυσμός - Δείγμα - Μεταβλητές

2.2 Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων

2.3 Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας, θηκόγραμμα, συντελεστής μεταβλητότητας

2.4 Κανονική κατανομή και εφαρμογές

2.5 Πίνακες Συνάφειας και Ραβδογράμματα

2.6 Σύγκριση ποσοτικών χαρακτηριστικών στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού

2.7 Γραμμική συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών και διαγράμματα διασποράς