ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΟ ΟΡΘ. ΤΡΙΓΩΝΟ

11 Ιανουαρίου 2015

ΘΕΜΑΤΑ

1. **i.** Να αποδειχθεί οτι το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς, ενός ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$, ισούται με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.

ii. Να αποδειχθεί οτι σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, με $A\Delta$ (υ_a) το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις.

α΄. $a^2 = \beta^2 + \gamma^2$ **β΄.** $\frac{\beta^2}{\gamma^2} = \frac{\Gamma\Delta}{B\Delta}$ **γ΄.** $\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\upsilon_a^2}$

iii. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

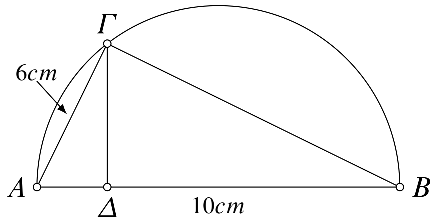
α΄. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές a, β, γ ισχύει $\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\upsilon_a^2}$.

β΄. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της άλλης κάθετης στην υποτείνουσα.

γ΄. Εαν $AB\Gamma$ είναι ένα ορθογώνιο ($A = 90°$) και ισοσκελές τρίγωνο τότε θα ισχύει $a = \sqrt{2}\beta$.

δ΄. Το πηλίκο των τετραγώνων των κάθετων πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το πηλίκο των προβολών τους στην υποτείνουσα.

2. Δίνεται ημικύκλιο $\overset{\frown}{AB}$ με διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα $AB = 10cm$. Έστω Γ ένα τυχαίο σημείο του ημικυκλίου. Αν $A\Gamma = 6cm$ να βρεθούν οι πλευρές $B\Gamma$, $A\Delta$, $B\Delta$ και $\Gamma\Delta$.



3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90°$) και $A\Delta$ το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα. Απο το σημείο Δ φέρουμε κάθετες ΔE και ΔZ στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.
Να αποδειχθεί οτι

$$\Delta B \cdot \Delta\Gamma = AE \cdot EB + AZ \cdot Z\Gamma$$

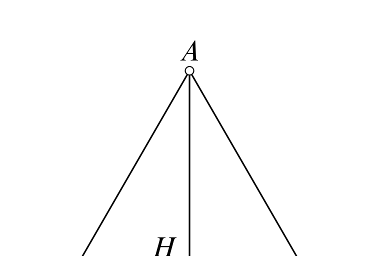
4. Σε ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς a, φέρουμε το ύψος $A\Delta$. Από το σημείο Δ σχεδιάζουμε κάθετες ΔE και ΔZ στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δειχθεί οτι

i. $E\Gamma = \dfrac{a}{4}$.

ii. $\Delta E = \dfrac{\sqrt{3}a}{4}$.

iii. $ZE = \dfrac{3a}{4}$.

iv. $AH = \dfrac{3\sqrt{3}a}{8}$.



Σπύρος Φρόνιμος