ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ
Ιακώβου Πολυλά 24, Πεζόδρομος

26610 20144 - 693 232 7283
Φροντιστήριο Φιλομάθεια - front_filomatheia

΄Αλγεβρα - Α΄ Λυκείου
Ανισώσεις 2ου βαθμού

7 Φεβρουαρίου 2025

Παραγοντοποίηση τριωνύμου

1. Να παραγοντοποιηθούν τα παρακάτω τριώνυμα

α. x^2-5x+6
β. x^2-3x+2
γ. x^2+4x+4
δ. $25x^2-10x+1$
ε. $2x^2-5x+3$
στ. x^2+x+2

2. Να απλοποιηθούν οι παρακάτω ρητές παραστάσεις.

α. $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$
β. $\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}$
γ. $\dfrac{2x^2-5x+3}{4x^2-4x+1}$

Ανισώσεις - Πρόσημο τριωνύμου

3. Να βρεθούν τα πρόσημα των παρακάτω τριωνύμων.

α. x^2-3x+2
β. $-x^2+8x-7$
γ. $3x^2-7x+2$
δ. x^2+6x+9
ε. $-x^2+10x-25$
στ. x^2+x+1

4. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

α. $x^2-4x+3>0$
β. $x^2+x-2<0$
γ. $4x^2-5x+1\le 0$
δ. $x^2-7x+6\ge 0$
ε. $-x^2+9x-10>0$
στ. $-x^2+3x+5\le 0$
ζ. $-2x^2-5x+3<0$
η. $-x^2-x+2\ge 0$

5. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

α. $x^2+4x+4>0$
β. $x^2-2x+1<0$
γ. $x^2-6x+9\ge 0$
δ. $x^2+10x+25\le 0$
ε. $-9x^2-6x-1<0$
στ. $-x^2+10x+25>0$
ζ. $-4x^2+4x-1\le 0$
η. $-x^2+x-\dfrac{1}{4}\ge 0$

6. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

α. $x^2+x+3>0$
β. $-x^2+2x-4>0$
γ. $2x^2+x+5\le 0$
δ. $x^2-x+4\ge 0$
ε. $-3x^2-7x+5>0$
στ. $-3x^2+x+1<0$

7. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

α. $x^2-8x\le -7$
β. $4-x^2\ge 3x$
γ. $(x-2)^2>2x-5$
δ. $2(3-x)<(1-x)^2+4$

8. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων.

α. $x^2-7x+6<0$ και $-x^2+5x-6>0$
β. $x^2-6x+9\ge 0$ και $x^2+4x-3>0$
γ. $3-(x-1)^2<2x-5$ και $(x+2)^2\ge(2x+3)^2$

Παραμετρικές ανισώσεις

9. Να δειχθεί ότι η εξίσωση

$$(\lambda+1)x^2-2\lambda x+\lambda-1=0$$

με $\lambda\neq -1$ έχει δύο πραγματικές λύσεις για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.

10. Δίνεται η εξίσωση $(1-\lambda)x^2+2\lambda x-4=0$ με $\lambda\neq 1$.

α. Να γραφτεί η διακρίνουσα της παραπάνω εξίσωσης σαν συνάρτηση του λ.

β. Να υπολογιστούν οι τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η εξίσωση

i . έχει δύο ρίζες άνισες.
ii . έχει μια ρίζα.
iii . είναι αδύνατη.

11. Δίνεται η εξίσωση $x^2-(\lambda-3)x+4=0$.

α. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση να έχει δύο πραγματικές και άνισες λύσεις.

β. Αν x_1,x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης τότε να υπολογιστούν το άθροισμα τους S και το γινόμενό τους P.

γ. Να λυθεί η ανίσωση $-(x_1+x_2)^2+6x_1x_2+1\ge 0$

12. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda-2)x^2-2\lambda x-1=0$ με $1<\lambda\neq 2$.

α. Να δειχθεί οτι η εξίσωση έχει πάντα πραγματικές λύσεις για κάθε τιμή του $\lambda\in(1,+\infty)-\{2\}$.

β. Αν x_1,x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης να εκφραστούν το άθροισμα S και το γινόμενο P των λύσεων με τη βοήθεια του λ.

γ. Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες ισχύει $x_1 + x_2 + \frac{18x_1x_2}{\lambda} = 0$

13. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση

$$x^2 + \left(\lambda^2 - 3\lambda + 2\right) x + 1 = 0$$

α. να έχει δύο λύσεις άνισες.

β. οι λύσεις της εξίσωσης να είναι θετικές για κάθε τιμή της παραμέτρου λ.

14. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου $\lambda \in (4, +\infty)$ ώστε οι λύσεις της εξίσωσης

$$x^2 - \left(\lambda^2 - 5\lambda + 6\right) x + \lambda - 3 = 0$$

να είναι θετικές για κάθε τιμή της παραμέτρου λ. Η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι θετική.

15. Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - \left(\lambda^2 - 4\lambda + 3\right) x + 4 - 3\lambda - \lambda^2 = 0$$

με $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ ώστε

α. η εξίσωση να έχει δύο λύσεις άνισες.

β. η εξίσωση να έχει μια διπλή λύση.

γ. οι ρίζες τις εξίσωσης να είναι

i . ομόσημες

ii . ετερόσημες

iii . θετικές

iv . αρνητικές