

Τριγωνομετρικές ταυτότητες

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

■ Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών

1. Εξετάστε αν υπάρχει γωνία $\theta \in (0, 2\pi)$ τέτοια ώστε να ισχύει

α. $\eta\mu\theta = 1$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = -1$.

β. $\eta\mu\theta = -\frac{1}{3}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

γ. $\epsilon\phi\theta = 2$ και $\sigma\phi\theta = \frac{1}{2}$

δ. $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{3}$ και $\epsilon\phi\theta = 3$

Αν ναι, σε ποιο τεταρτημόριο ανήκει;

2. Δίνεται γωνία $\omega \in (0, \frac{\pi}{2})$ για την οποία ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$. Υπολογίστε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

3. Δίνεται γωνία $\omega \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ για την οποία ισχύει $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{5}{12}$. Υπολογίστε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

4. Δίνεται γωνία $\omega \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ για την οποία ισχύει $\epsilon\phi\omega = -2$. Υπολογίστε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

5. Δίνεται γωνία $\omega \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ για την οποία ισχύει $\sigma\phi\omega = -\frac{1}{3}$. Υπολογίστε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

6. Έστω γωνία $\omega \in (0, \frac{\pi}{2})$ για την οποία ισχύει ότι $3\sigma\upsilon\nu\omega - 2 = 0$. Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας.

7. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\omega \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ για την οποία ισχύει

$$9\eta\mu^2\omega - 4 = 0$$

■ Απόδειξη ταυτοτήτων

8. Αποδείξτε τις ακόλουθες τριγωνομετρικές ταυτότητες.

α. $(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = 2$

β. $\eta\mu^3 x + \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \eta\mu x = \eta\mu x$

$$\gamma. \epsilon\phi x + \sigma\phi x = \frac{1}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$$

$$\delta. \frac{\eta\mu x}{\epsilon\phi x} + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\sigma\phi x} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$$