

Η έννοια του λογαρίθμου

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

■ Υπολογιστικές

1. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{llll} \alpha. \log_2 4 & \gamma. \log_5 125 & \varepsilon. \log_3 27 & \zeta. \log_2 32 \\ \beta. \log_3 9 & \delta. \log_2 16 & \sigma\tau. \log_4 16 & \eta. \log_2 64 \end{array}$$

2. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \log 100 & \gamma. \log 10^7 & \varepsilon. \ln e^2 \\ \beta. \log 10000 & \delta. \log 10^{-19} & \sigma\tau. \ln e^{-23} \end{array}$$

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \log_2 \frac{1}{4} & \gamma. \log_3 \frac{1}{9} & \varepsilon. \log_4 \frac{1}{64} \\ \beta. \log_2 \frac{1}{32} & \delta. \log_3 \frac{1}{81} & \sigma\tau. \log_8 \frac{1}{512} \end{array}$$

4. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \log \frac{1}{10} & \gamma. \log \frac{1}{10^{-3}} & \varepsilon. \ln \frac{1}{e^5} \\ \beta. \log \frac{1}{1000} & \delta. \ln \frac{1}{e} & \sigma\tau. \ln \frac{1}{e^{-4}} \end{array}$$

5. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \log_2 0,25 & \gamma. \log_5 0,04 & \varepsilon. \log 0,0001 \\ & & \sigma\tau. \\ \beta. \log_2 0,125 & \delta. \log_8 0,125 & \log_{100} 0,01 \end{array}$$

6. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \log_{0,1} 0,01 & \gamma. \log_{0,3} 0,0081 & \varepsilon. \log_{0,4} 6,25 \\ \beta. \log_{0,2} 0,008 & \delta. \log_{1,5} 2,25 & \sigma\tau. \log_{0,5} 8 \end{array}$$

7. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{lll} \alpha. \log_{\frac{3}{2}} \frac{9}{4} & \gamma. \log_{\frac{5}{7}} \frac{125}{343} & \varepsilon. \log_{\frac{4}{e}} \frac{16}{e^2} \\ \beta. \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64} & \delta. \log_{\frac{1}{10}} \frac{1}{10000} & \sigma\tau. \log_{\frac{e}{10}} \frac{e^3}{1000} \end{array}$$

8. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_{\frac{4}{3}} \frac{9}{16} & \delta. \log_{\frac{1}{2}} 16 \\ \beta. \log_{\frac{8}{5}} \frac{125}{512} & \varepsilon. \log_{\frac{1}{5}} 625 \\ \gamma. \log_{\frac{1}{10}} 1000 & \sigma\tau. \log_{\frac{1}{4}} 256 \end{array}$$

9. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω λογαρίθμων.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_{\sqrt{2}} 4 & \delta. \log_{\sqrt{e}} e^3 \\ \beta. \log_{\sqrt{3}} 3 & \varepsilon. \log_{\sqrt{2}} 4\sqrt{2} \\ \gamma. \log_{\sqrt{5}} 25 & \sigma\tau. \log_{\sqrt[3]{4}} 2 \end{array}$$

10. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_4 8 + \log_4 2 & \gamma. \log_6 12 + \log_6 3 \\ \beta. \log_8 32 + \log_8 16 & \delta. \log 20 + \log 50 \end{array}$$

11. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_8 16 + \log_8 32 & \\ \beta. \log_9 27 + \log_9 3 & \\ \gamma. \log_{12} 36 + \log_{12} 48 & \\ \delta. \log 250 + \log 4000 & \end{array}$$

12. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_2 8 - \log_2 2 & \gamma. \log_5 500 - \log_5 20 \\ \beta. \log_3 54 - \log_3 2 & \delta. \log 300 - \log 3 \end{array}$$

13. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \ln e^4 - \ln e^2 & \gamma. \log 7500 - \log 75 \\ \beta. \log 10^7 - \log 1000 & \delta. \ln 4e^5 - \ln 4 \end{array}$$

14. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_2 24 + \log_2 20 - \log_2 15 & \\ \beta. \log_4 12 + \log_4 48 - \log_4 9 & \\ \gamma. \log_3 90 - \log_3 2 - \log_3 5 & \end{array}$$

$$\delta. \log_4 12 + \log_4 48 - \log_4 9$$

15. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\alpha. \log_3 36 - 2 \log_3 2$$

$$\beta. 3 \log_4 8 + \log_4 32$$

$$\gamma. 5 \log 2 + 2 \log 25 + \log 5$$

$$\delta. 4 \log_5 10 + 3 \log_5 20 - 5 \log_5 4$$

16. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\alpha. \log_4 \sqrt{8} + \frac{1}{2} \log_4 2$$

$$\beta. \frac{1}{3} \log_2 64 - \frac{1}{2} \log_2 8$$

$$\gamma. \log_8 \sqrt[3]{16} + \frac{2}{3} \log_8 4$$

$$\delta. \log \sqrt{10} + \frac{3}{2} \log 1000$$

17. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\alpha. \log_2 (2 + \sqrt{3}) + \log_2 (2 - \sqrt{3})$$

$$\beta. \log_3 (1 + \sqrt{10}) + \log_3 (\sqrt{10} - 1)$$

$$\gamma. \log_3 (1 + \sqrt[3]{2}) + \log_3 (1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})$$

$$\delta. \log (5 - \sqrt[3]{25}) + \log (25 - 5\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{25^2})$$

18. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\alpha. 2^{\log_2 12 - \log_2 3}$$

$$\beta. 5^{\log_5 25 + \log_5 4}$$

$$\gamma. 10^{3 \log 5 + \log 8}$$

$$\delta. e^{\ln 9e^5 - 3 \ln 3e}$$

$$\epsilon. 10^{2 \log \sqrt{1000} - \log 10}$$

$$\sigma\tau. e^{2 \ln \sqrt{3e} - \ln 3}$$

19. Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$\alpha. \sqrt{\log_4 64}$$

$$\beta. \sqrt{\log_2 512}$$

$$\gamma. \sqrt{\log 10^{25}}$$

$$\delta. \sqrt{\ln e^9}$$

$$\epsilon. \sqrt[{\log 1000}]{8}$$

$$\sigma\tau. \sqrt[{\ln e^4}]{64}$$

$$\zeta. \sqrt[{\log 10^5}]{4 \log_2 256}$$

$$\eta. \sqrt[{\ln e^3}]{9 \log_5 125}$$

20. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

$$\alpha. \frac{\log 27 + \ln 8}{\log 3 + \ln 2}$$

$$\beta. \frac{\log 100 - \ln 25}{\log 1000 - \ln 125}$$

$$\gamma. \frac{\log_5 48}{\log_5 3 + \log_5 16}$$

$$\delta. \frac{\log_2 144 - \log_2 3}{\log_2 6}$$

■ Επίλυση εξίσωσης

21. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\alpha. \log_2 x = 3$$

$$\beta. \log_3 x = 2$$

$$\gamma. \log_3 x = 4$$

$$\delta. \log_5 x = 3$$

$$\epsilon. \log_4 x = -3$$

$$\sigma\tau. \log_2 x = -5$$

22. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\alpha. \log x = 3$$

$$\beta. \log x = -2$$

$$\gamma. \ln x = 4$$

$$\delta. \ln x = -3$$

23. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\alpha. \log_{0,1} x = 2$$

$$\beta. \log_{0,2} x = 4$$

$$\gamma. \log_{0,5} x = 3$$

$$\delta. \log_{0,2} x = -2$$

24. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\alpha. \log_{\frac{3}{4}} x = 2$$

$$\beta. \log_{\frac{2}{5}} x = 3$$

$$\gamma. \log_{\frac{1}{3}} x = 4$$

$$\delta. \log_{\frac{1}{10}} x = -2$$

$$\epsilon. \log_{\frac{1}{8}} x = -3$$

$$\sigma\tau. \log_{\frac{1}{e}} x = -4$$

25. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\alpha. \log_{\sqrt{2}} x = 3$$

$$\beta. \log_{\sqrt{3}} x = 2$$

$$\gamma. \log_{\sqrt[3]{2}} x = 6$$

$$\delta. \log_{\sqrt[5]{4}} x = 15$$

$$\epsilon. \log_{\sqrt{5}} x = -3$$

$$\sigma\tau. \log_{\sqrt{3}} x = -4$$

26. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\alpha. \log_2 (x - 1) = 3$$

$$\beta. \log_3 (2x - 3) = 2$$

$$\gamma. \log_4 (4 - x) = 2$$

$$\delta. \log (x^2 - 24) = 3$$

$$\epsilon. \ln ex = 2$$

$$\sigma\tau. \log x^3 = 9$$

27. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_2 |x-3| = 2 & \epsilon. \log_9 \sqrt[3]{3x-1} = \frac{1}{2} \\ \beta. \log_3 \sqrt{x-2} = 2 & \\ \gamma. \log_5 (10x-x^2) = 2 & \text{στ. } \log \frac{x-2}{x+3} = 1 \\ \delta. \log \frac{1}{x} = 2 & \end{array}$$

28. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_x 8 = 3 & \delta. \log_x 64 = 3 \\ \beta. \log_x 4 = 2 & \epsilon. \log_x 625 = 4 \\ \gamma. \log_x 27 = 3 & \text{στ. } \log_x 343 = 3 \end{array}$$

29. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_x 100 = 2 & \gamma. \log_x e^3 = 3 \\ \beta. \log_x 10^8 = 8 & \delta. \log_x e = 1 \end{array}$$

30. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_x 4 = -2 & \delta. \log_x \frac{1}{49} = -2 \\ \beta. \log_x 25 = -2 & \epsilon. \log_x \frac{1}{100} = -2 \\ \gamma. \log_x \frac{1}{64} = -3 & \text{στ. } \log_x e^2 = -2 \end{array}$$

31. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_x \frac{4}{25} = 2 & \gamma. \log_x \frac{81}{16} = -4 \\ \beta. \log_x \frac{125}{64} = 3 & \delta. \log_x 1000 = -3 \end{array}$$

32. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_x 0,04 = 2 & \gamma. \log_x 0,0001 = 4 \\ \beta. \log_x 0,125 = 3 & \delta. \log_x 1000 = -3 \end{array}$$

33. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $x > 0$ με $x \neq 1$ στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_x 2 = 2 & \gamma. \log_x 10 = 2 \\ \beta. \log_x 3 = 3 & \delta. \log_x e = 2 \end{array}$$

34. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_{x-1} 4 = 2 & \gamma. \log_{3-x} 16 = 2 \\ \beta. \log_{2x-1} 27 = 3 & \delta. \log_{x^2} 81 = 2 \end{array}$$

35. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_{\sqrt{x}} 5 = 2 & \gamma. \log_{\sqrt[4]{3x-4}} 16 = 8 \\ \beta. \log_{\sqrt[3]{2-x}} 7 = 3 & \delta. \log_{\sqrt{x^2-3}} 13 = 2 \end{array}$$

36. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό x στις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log_{|x-2|} 25 = 2 & \gamma. \log_{x^3-1} 7 = 1 \\ \beta. \log_{x^2-3x+4} 2 = 2 & \delta. \log_{\sqrt[3]{x^2-2x}} 9 = 6 \end{array}$$

■ Αλγεβρικές παραστάσεις

37. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log x^2 + \log x & \gamma. \log 4x^2 + \log 25x^3 \\ \beta. \log x^3 + \log x^4 & \delta. \log 8x + \log \frac{125}{x} \end{array}$$

38. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log x^2 y - \log x y^2 & \gamma. 3 \log x y - \log x^3 \\ \beta. \log x^3 - \log x^4 & \delta. 2 \log 2y - 2 \log \frac{5}{y} \end{array}$$

39. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \ln \sqrt{x} + \ln x^2 & \gamma. 2 \ln e \sqrt{x} - \ln \frac{x}{e^2} \\ \beta. 3 \ln \sqrt[3]{y} + \ln y & \delta. \ln \frac{4x}{e} - 2 \ln \frac{2x}{e} \end{array}$$

40. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

$$\begin{array}{ll} \alpha. \log (x+y) + \log (x-y) & \\ \beta. \ln (2-x) + \ln (x+2) & \\ \gamma. \log (a^3 - \beta^3) - \log (a - \beta) & \\ \delta. \ln (ex - e^2) + \ln (x + e) & \end{array}$$