

Διαγώνισμα ΕΠΑΛ
Μονοτονία - Ακρότατα

Θέμα Α

- A₁) Να διατυπώσετε το κριτήριο μονοτονίας για μια αύξουσα συνάρτηση f .
- A₂) Να διατυπώσετε το κριτήριο τοπικού ελάχιστου μιας συνάρτησης f .
- A₃) Να διατυπώσετε το κριτήριο τοπικού μέγιστου μιας συνάρτησης f .
- A₄) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή ή Λάθος
- α) Η συνάρτηση $f(x) = 3x + 4$, $x \in \mathbb{R}$ δεν έχει ακρότατα
- β) Η συνάρτηση $f(x) = 3x + 4$, $x \in [0, \infty)$ δεν έχει ακρότατα
- γ) Κάθε συνεχής συνάρτηση με πεδίο ορισμού $D_f = [a, b]$ έχει ακρότατα
- δ) Αν $f'(x) > 0$ για $x \in (0, 3)$ και $f'(x) < 0$ για $x \in (3, \infty)$ τότε η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x_0 = 3$.
- ε) Αν $f \uparrow [0, 1]$ τότε το $f(0)$ είναι τοπικό ελάχιστο και το $f(1)$ τοπικό μέγιστο.

Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ με $x \in \mathbb{R}$.

- B₁) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία
- B₂) Να μελετήσετε την f ως προς τα ακρότατα
- B₃) Να μελετήσετε την f' ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+3} + \lambda\sqrt{5-x}$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,0)$

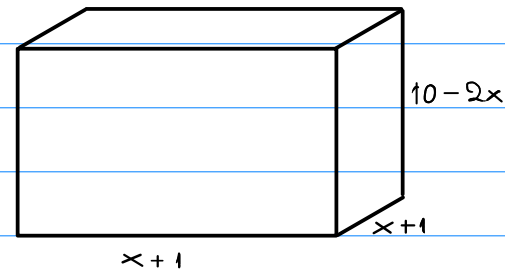
Γ1) Να δείξετε ότι $\lambda = -1$

Γ2) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονotonία και τα ακρότατα.

Γ3) Να συγκρίνετε τις τιμές $f(\frac{3}{4})$ και $f(\frac{5}{8})$

Θέμα Δ

Ένα κουτί με σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις $x+1$, $x+1$ και $10-2x$ cm. (μήκος, πλάτος, ύψος)



Δ1) Να δείξετε ότι ο όγκος του κουτιού δίνεται από τη συνάρτηση

$$V(x) = -2x^3 + 6x^2 + 18x + 10, \quad x \in (0,5)$$

Δ2) Να βρεθεί η τιμή του x ώστε το κουτί να έχει μέγιστο όγκο. Ποιός είναι ο μέγιστος όγκος αυτός;