

1 Αλγεβρικές Παραστάσεις

1. Μονώνυμο: Αλγεβρική παράσταση που περιέχει μόνο πολλαπλασιασμό. Παράδειγμα : $2x^3y^4$

- i. Ο αριθμός λέγεται **συντελεστής**.
- ii. Οι μεταβλητές αποτελούν το **κύριο μέρος**.

2. Όμοια μονώνυμα: Τα μονώνυμα με ίδιο κύριο μέρος.

3. Ίσα μονώνυμα: Τα μονώνυμα με ίδιο κύριο μέρος και ίδιους συντελεστές.

4. Αντίθετα μονώνυμα: Τα μονώνυμα με ίδιο κύριο μέρος και αντίθετους συντελεστές.

5. Πολυώνυμο: Άθροισμα ανόμοιων μονωνύμων. Παράδειγμα:

$$3x^2y + 4x^3z - xy^4$$

- i. Κάθε προσθετέος μέσα σε ένα πολυώνυμο λέγεται **όρος**.
- ii. Ο μεγαλύτερος εκθέτης μιας μεταβλητής λέγεται **βαθμός** του πολυωνύμου.

6. Ταυτότητα: Μια ισότητα που έχει μεταβλητές και επαληθεύεται πάντα. Βασικές ταυτότητες:

- i. $(a + \beta)^2 = a^2 + 2a\beta + \beta^2$
- ii. $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$
- iii. $(a + \beta)^3 = a^3 + 3a^2\beta + 3a\beta^2 + \beta^3$
- iv. $(a - \beta)^3 = a^3 - 3a^2\beta + 3a\beta^2 - \beta^3$
- v. $(a + \beta) \cdot (a - \beta) = a^2 - \beta^2$
- vi. $(a + \beta) \cdot (a^2 - a \cdot \beta + \beta^2) = a^3 + \beta^3$
- vii. $(a - \beta) \cdot (a^2 + a \cdot \beta + \beta^2) = a^3 - \beta^3$

7. Παραγοντοποίηση: Διαδικασία με την οποία μετατρέπουμε το άθροισμα σε γινόμενο. Βασικοί τρόποι:

- i. **Κοινός παράγοντας:** Από αριθμούς βγάζουμε το Μ.Κ.Δ. και από μεταβλητές βγάζουμε τις κοινές στη μικρότερη δύναμη.
- ii. **Ομαδοποίηση:** Μοιράζουμε την παράσταση σε ομάδες και από κάθε ομάδα βγάζουμε κοινό παράγοντα.
- iii. **Διαφορά τετραγώνων:** $a^2 - \beta^2 = (a - \beta)(a + \beta)$.
- iv. **Ανάπτυγμα τετραγώνου:** $a^2 \pm 2a\beta + \beta^2 = (a \pm \beta)^2$

8.

- i. **Ε.Κ.Π. αλγεβρικών παραστάσεων:** Επιλέγουμε όλους τους παράγοντες στη μεγαλύτερη δύναμη.
- ii. **Μ.Κ.Δ. αλγεβρικών παραστάσεων:** Επιλέγουμε τους κοινούς παράγοντες στη μικρότερη δύναμη.

Αν έχουμε πολυώνυμα πρώτα παραγοντοποιούμε.

9. Ρητή αλγεβρική παράσταση: Μια αλγ. παράσταση που έχει τη μορφή κλάσματος. (Πρέπει ο παρονομαστής να είναι διάφορος του μηδέν.)

2 Εξισώσεις - Ανισώσεις

1. Εξίσωση 2ου βαθμού: $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

- Οι a, β, γ λέγονται **συντελεστές**.
- Ο αριθμός $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$ λέγεται **διακρίνουσα**.
- Οι λύσεις μια εξίσωσης 2ου βαθμού φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

| Διακρίνουσα | Πλήθος λύσεων | Λύσεις |
|--------------|---------------|---|
| $\Delta > 0$ | 2 λύσεις | $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ |
| $\Delta = 0$ | 1 διπλή λύση | $x = -\frac{\beta}{2a}$ |
| $\Delta < 0$ | Καμία λύση | |

2. Ανίσωση: Μια ανισότητα που περιέχει μεταβλητές.

Ιδιότητες ανισοτήτων:

- $a > \beta \Leftrightarrow \begin{cases} a + \gamma > \beta + \gamma \\ a - \gamma > \beta - \gamma \end{cases}$
- Αν $\gamma > 0$ τότε $a > \beta \Leftrightarrow a \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$ και $\frac{a}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$
Αν $\gamma < 0$ τότε $a > \beta \Leftrightarrow a \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ και $\frac{a}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$

3 Συστήματα Εξισώσεων

1. Γραμμική εξίσωση: Μια εξίσωση της μορφής $ax + \beta y = \gamma$.

- Έχει 2 μεταβλητές x, y .
- Οι a, β, γ είναι γνωστοί αριθμοί.
- Οι λύσεις είναι ζευγάρια αριθμών (x, y) .
- Αν $a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ τότε η εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή.
- Κάθε εξίσωση $y = a$ παριστάνει **οριζόντια** ευθεία που περνάει από το σημείο $(0, a)$.
- Κάθε εξίσωση $x = a$ παριστάνει **κατακόρυφη** ευθεία που περνάει από το σημείο $(a, 0)$.

2. Σύστημα γραμμικών εξισώσεων: Δύο εξισώσεις με δύο άγνωστους x, y γραμμένες μαζί. Παράδειγμα:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 4y = -3 \end{cases}$$

- Το ζευγάρι αριθμών (x, y) που επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις είναι η **λύση του συστήματος**.
- Κάθε εξίσωση είναι ευθεία γραμμή. Το κοινό σημείο των ευθειών είναι η λύση.
- Αν ένα σύστημα δεν έχει λύσεις είναι **αδύνατο**. (Οι ευθείες είναι παράλληλες.)
- Αν έχει άπειρες λύσεις είναι **αόριστο**. (Οι ευθείες ταυτίζονται.)

3. Μέθοδοι για να λύσουμε σύστημα:

- Μέθοδος της αντικατάστασης
- Μέθοδος των αντίθετων συντελεστών

4 Πιθανότητες

1. Σύνολο: Μια ομάδα από όμοια αντικείμενα. Τα αντικείμενα λέγονται **στοιχεία**.

2. Τρόποι παράστασης συνόλου:

- i. **Αναγραφή:** Γράφουμε όλα τα στοιχεία μέσα σε άγκιστρα. Π.χ. $A = \{1, 2, 3\}$.
- ii. **Περιγραφή:** Γράφουμε την ιδιότητα που έχουν τα στοιχεία και που ανήκουν. Π.χ. $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 4\}$.
- iii. **Διάγραμμα Venn:** Σχεδιάζουμε με κύκλους τα σύνολα μέσα στο βασικό σύνολο Ω που είναι ορθογώνιο.

3. Πράξεις με σύνολα:

- i. **Ένωση:** Το σύνολο που έχει όλα τα στοιχεία από τα δύο σύνολα. $A \cup B$
- ii. **Τομή:**