

**A.1. .1** Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις.

- i. Ποιά συνθήκη πρέπει να ισχύει ώστε ένα  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα να έχει μοναδική λύση;
- ii. Από ποιόν τύπο δίνεται η λύση ενός  $2 \times 2$  γραμμικού συστήματος με τη μέθοδο των οριζουσών;
- iii. Για ποιές τιμές των συντελεστών  $a, \beta$  παριστάνει ευθεία γραμμή η εξίσωση  $ax + \beta y = \gamma$ ; **Μονάδες 3**

**.2** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- i. Το σημείο  $A(3, -2)$  ανήκει στην ευθεία  $2x - y = 8$ .
- ii. Το σύστημα  $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$  είναι αόριστο.
- iii. Η εξίσωση  $0x + 0y = 3$  παριστάνει ευθεία γραμμή.
- iv. Οι ευθείες  $x - y = 2$  και  $x - y = 4$  είναι παράλληλες.
- v. Αν για ένα γραμμικό σύστημα ισχύει  $D \neq 0$  τότε έχει μοναδική λύση. **Μονάδες 2**

**A.2. A.** Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις.

- i. Ποιές είναι οι αλγεβρικές μέθοδοι επίλυσης ενός  $2 \times 2$  γραμμικού συστήματος;
- ii. Ποιά συνθήκη πρέπει να ισχύει ώστε ένα  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα να είναι αδύνατο ή αόριστο;
- iii. Ποιά είναι η μορφή της εξίσωσης μιας κατακόρυφης ευθείας; **Μονάδες 3**

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- i. Η εξίσωση  $x = 3$  παριστάνει οριζόντια ευθεία.
- ii. Το σύστημα  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$  είναι αόριστο.
- iii. Η εξίσωση  $0x + 0y = 0$  επαληθεύεται από όλα τα ζεύγη αριθμών.
- iv. Ένα γραμμικό σύστημα έχει πάντα λύση.
- v. Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας  $2x - y = 3$  ισούται με 2. **Μονάδες 2**

**A.3. A.** Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις.

- i. Ποια μορφή έχει η εξίσωση μιας οριζόντιας ευθείας και ποιά μιας κατακόρυφης;
- ii. Τι ονομάζεται λύση ενός γραμμικού συστήματος;
- iii. Στη γραφική επίλυση ενός συστήματος σε ποιά περίπτωση βλέπουμε ότι έχει μοναδική λύση και ποιά είναι αυτή; **Μονάδες 3**

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

- i. Το σημείο  $A(2, -1)$  ανήκει στην ευθεία  $x + 3y = -1$
- ii. Το ζεύγος  $(x, y) = (1, 3)$  είναι λύση του συστήματος  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$
- iii. Η ευθεία  $4x + 2y = 3$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = -2$ .
- iv. Η ορίζουσα ενός αδύνατου συστήματος ισούται με το 0.
- v. Οι ευθείες  $x = 2$  και  $y = 4$  τέμνονται στο σημείο  $A(2, 4)$ . **Μονάδες 2**

**B.1.** Δίνεται το παρακάτω  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα.

$$\begin{cases} (2x - 1)(y + 1) - (x + 4)(2y - 3) = 1 \\ (1 - x)(3y + 1) + (x + 2)(3y + 4) = 2 \end{cases}$$

- i. Να απλοποιήσετε το σύστημα φέρνοντάς το στην απλή γραμμική μορφή. **Μονάδες 2**
- ii. Να λύσετε το σύστημα με οποιαδήποτε μέθοδο. **Μονάδες 3**

**B.2.** Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα ένα με τη μέθοδο των οριζουσών και ένα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$.1 \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$.2 \begin{cases} 2(x - 1) + 3(y + 2) = 13 \\ x - (2y - 1) = 2 \end{cases} \quad \text{Μονάδες } 2+3$$

**B.3.** Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα ένα με τη μέθοδο της αντικατάστασης και ένα με τη μέθοδο των οριζουσών.

$$i. \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$ii. \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -x + y = -5 \end{cases} \quad \text{Μονάδες } 2,5+2,5$$

**B.4.** Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα ένα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών και ένα με τη μέθοδο της αντικατάστασης.

$$i. \begin{cases} 4x - y = 3 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$ii. \begin{cases} 5x - 4y = 11 \\ x + 3y = 6 \end{cases} \quad \text{Μονάδες } 2,5+2,5$$

**B.5.** Δίνεται το παρακάτω παραμετρικό σύστημα με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{cases} (\lambda + 1)x + (\lambda + 3)y = 4 \\ \lambda x + (\lambda + 1)y = 2 \end{cases}$$

- i. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα έχει μοναδική λύση η οποία και να βρεθεί. Μονάδες 2
- ii. Αν η λύση του συστήματος είναι  $(x, y) = (-2, 2)$  να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $\lambda$ . Μονάδες 1
- iii. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα είναι αόριστο. Μονάδες 2

**B.6.** Δίνεται το παρακάτω παραμετρικό σύστημα με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{cases} 2\lambda x + (\lambda + 3)y = 2 \\ x + \lambda y = -1 \end{cases}$$

- i. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα έχει μοναδική λύση η οποία και να βρεθεί. Μονάδες 3
- ii. Για τις τιμές  $\lambda = 4$  και  $\lambda = -1$  να βρεθεί η μοναδική λύση του συστήματος. Μονάδες 2

**B.7.** Δίνεται η ευθεία  $\lambda x + (\lambda - 1)y = 4$  όπου  $\lambda \in \mathbb{R} - \{1\}$

- i. Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  ώστε η ευθεία να διέρχεται από το σημείο  $A(-2, 3)$ . Μονάδες 2
- ii. Για  $\lambda = 7$  να βρεθούν τα σημεία στα οποία η ευθεία τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ . Μονάδες 2
- iii. Να εξεταστεί αν υπάρχει τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  ώστε η ευθεία να διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Μονάδες 1

**B.8.** Δίνεται το παρακάτω παραμετρικό σύστημα με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{cases} (\lambda + 1)x + (3\lambda - 3)y = 6 \\ x + (\lambda - 1)y = 3 \end{cases}$$

- i. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα έχει μοναδική λύση η οποία και να βρεθεί. Μονάδες 3
- ii. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα είναι αόριστο. Μονάδες 1
- iii. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα είναι αδύνατο. Μονάδες 1

**Γ.1.** Δίνεται η εξίσωση δευτέρου βαθμού  $x^2 + (2\lambda - 3\mu)x + 4\lambda - 2\mu + 3 = 0$  με  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

- i. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $\lambda$  και  $\mu$  ώστε η εξίσωση να έχει λύσεις τις  $x_1 = 1$  και  $x_2 = 3$ .  
**Μονάδες 2**
- ii. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $\lambda$  και  $\mu$  ώστε το άθροισμα των λύσεων της εξίσωσης να είναι ίσο με 5 και το γινόμενό τους ίσο με 1.  
**Μονάδες 3**

**Γ.2.** Δίνεται η εξίσωση  $y = (3\mu - 2\nu)x + 4\mu + \nu - 3$  μιας ευθείας του επιπέδου με  $\mu, \nu \in \mathbb{R}$ .

- i. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $\mu, \nu$  αν γνωρίζουμε ότι η ευθεία διέρχεται από το σημείο  $A(1, 5)$  και την αρχή των αξόνων.  
**Μονάδες 3**
- ii. Αν  $\mu = 1$  και  $\nu = -1$  τότε να βρεθεί το κοινό σημείο της ευθείας αυτής με την ευθεία  $\varepsilon : 7x - 2y = 15$ .  
**Μονάδες 2**

**Γ.3.** Έστω  $D, D_x, D_y$  είναι οι ορίζουσες ενός  $2 \times 2$  γραμμικού συστήματος με μοναδική λύση για τις οποίες ισχύει η σχέση :

$$(3D_x - 4D_y - D)^2 + (2D_x + D_y + D)^2 = 0$$

- .1** Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση να σχηματίσετε το  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα με μεταβλητές  $(x, y)$ .  
**Μονάδες 2**
- .2** Να βρεθεί η λύση  $(x, y)$  του γραμμικού συστήματος.  
**Μονάδες 3**

**Γ.4.** Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = ax^2 + (\beta - 2)x$  και  $g(x) = 2ax - 3\beta$  όπου  $a, \beta \in \mathbb{R}$ . Γνωρίζουμε ότι οι τιμές  $f(-2), f(1), f(2)$  αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου και ότι  $g(1) = g(3) + 4$ .

- i. Να υπολογίσετε τις τιμές  $f(-2), f(1), f(2), g(1), g(3)$ .  
**Μονάδες 2**
- ii. Να βρεθούν οι αριθμοί  $a, \beta$ .  
**Μονάδες 3**

**Γ.5.** Δίνονται οι ευθείες  $(\varepsilon) : y = (2\lambda - 5\mu)x + \lambda - 3\mu + 3$  και  $(\zeta) : y = 3x + 4$  όπου  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

- i. Να βρεθούν οι τιμές των  $\lambda, \mu$  ώστε οι δύο ευθείες να συμπίπτουν.  
**Μονάδες 3**
- ii. Για  $\lambda = 2$  και  $\mu = -1$  να βρεθεί το κοινό σημείο των δύο ευθειών.  
**Μονάδες 2**

**Γ.6.** Δίνεται το  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα

$$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + 4y = 12 \end{cases}$$

Αν γνωρίζουμε ότι το ζεύγος  $(x, y) = (3a + 5\beta, -a - 3\beta)$  είναι λύση του παραπάνω συστήματος τότε

- i. Να λυθεί το γραμμικό σύστημα.  
**Μονάδες 2**
- ii. Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων  $a, \beta$ .  
**Μονάδες 2**
- iii. Για τις τιμές των  $a$  και  $\beta$  του προηγούμενου ερωτήματος να λύσετε το παρακάτω σύστημα

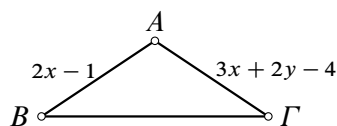
$$\begin{cases} (a - 3)x - \beta y = 7 \\ 2ax + 3\beta y = -9 \end{cases}$$

**Γ.7.** Αν  $D, D_x, D_y$  είναι οι ορίζουσες ενός συστήματος  $2 \times 2$  οι οποίες επαληθεύουν το παρακάτω  $3 \times 3$  σύστημα

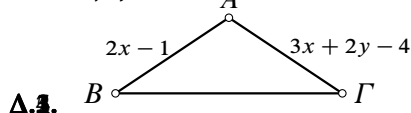
$$\begin{cases} 2D - 3D_x + D_y = -15 \\ D - 2D_x + 5D_y = 15 \\ -3D + D_x - 4D_y = -24 \end{cases}$$

- i. Να επιλυθεί το  $3 \times 3$  γραμμικό σύστημα.  
**Μονάδες 4**
- ii. Να βρεθεί η λύση  $(x, y)$  του  $2 \times 2$  γραμμικού συστήματος.  
**Μονάδες 1**

**Γ.8.** Η περίμετρος του τριγώνου του παρακάτω σχήματος είναι 28 εκατοστά. Να βρεθούν πραγματικοί οι αριθμοί  $x, y \in \mathbb{R}$  ώστε το τρίγωνο να είναι ισοσκελές.



Ένας πατέρας είναι 32 χρόνια μεγαλύτερος από το γιό του. Σε 8 χρόνια ο πατέρας θα έχει τα 3πλάσια χρόνια από το γιό του. Ποιά είναι η ηλικία του πατέρα και του γιού? Ένα ξενοδοχείο έχει 30 δωμάτια, άλλα δίκλινα και άλλα τρίκλινα. Συνολικά τα κρεβάτια είναι 80. Πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα τα τρίκλινα δωμάτια; Σε ένα ορθογώνιο, το μήκος είναι διπλάσιο του πλάτους ενώ η περίμετρος είναι ίση με το μήκος αυξημένο κατά 12 μέτρα. Να βρεθούν οι πλευρές του ορθογωνίου. Η περίμετρος του τριγώνου του παρακάτω σχήματος είναι 28 εκατοστά. Να βρεθούν πραγματικοί οι αριθμοί  $x, y \in \mathbb{R}$  ώστε το τρίγωνο να είναι ισοσκελές.



- Δ.6.** Μια εταιρία κινητής τηλεφωνίας έχει τις εξής χρεώσεις : 0,07€/sms και 0,09€/1' ομιλίας. Ένας συνδρομητής, με μια κάρτα των 10€ ξόδεψε συνολικά 120 λεπτά και μηνύματα. Πόσα ήταν τα λεπτά ομιλίας και πόσα τα μηνύματα;
- Δ.7.** Ένας μαθητής έχει στο πορτοφόλι του 15 χαρτονομίσματα. Κάποια είναι των 5€ και κάποια των 10€. Με τα χρήματα αυτά αγοράζει ένα κινητό τηλέφωνο αξίας 112€ και παίρνει ρέστα 8€. Πόσα χαρτονομίσματα είναι των 5€ και πόσα των 10€;