

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

7 Φεβρουαρίου 2017

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ανισώσεις

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ - ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Να παραγοντοποιηθούν τα παρακάτω τριώνυμα

i. $x^2 - 5x + 6$

iii. $x^2 + 4x + 4$

v. $2x^2 - 5x + 3$

ii. $x^2 - 3x + 2$

iv. $25x^2 - 10x + 1$

vi. $x^2 + x + 2$

2. Να απλοποιηθούν οι παρακάτω ρητές παραστάσεις.

i. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$

ii. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$

iii. $\frac{2x^2 - 5x + 3}{4x^2 - 4x + 1}$

3. Να βρεθούν τα πρόσημα των παρακάτω τριωνύμων.

i. $x^2 - 3x + 2$

iii. $3x^2 - 7x + 2$

v. $-x^2 + 10x - 25$

ii. $-x^2 + 8x - 7$

iv. $x^2 + 6x + 9$

vi. $x^2 + x + 1$

4. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις.

i. $x^2 - 4x + 3 > 0$

iv. $-x^2 + 9x - 10 \geq 0$

vii. $-4x^2 + 4x - 1 < 0$

ii. $4x^2 - 5x + 1 < 0$

v. $9x^2 - 6x + 1 > 0$

viii. $x^2 + 3x + 5 \geq 0$

iii. $-2x^2 - 7x - 6 \leq 0$

vi. $x^2 + 10x + 25 < 0$

ix. $-x^2 - x + 4 > 0$

5. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις

i. $x^2 - 8x \leq -7$

iii. $(x - 2)^2 > 2x - 5$

ii. $4 - x^2 \geq 3x$

iv. $2(3 - x) < (1 - x)^2 + 4$

6. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων.

i. $x^2 - 7x + 6 < 0$ και $-x^2 + 5x - 6 > 0$

ii. $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ και $x^2 + 4x - 3 > 0$

iii. $3 - (x - 1)^2 < 2x - 5$ και $(x + 2)^2 \geq (2x + 3)^2$

7. Να δειχθεί ότι η εξίσωση $(\lambda + 1)x^2 - 2\lambda x + \lambda - 1 = 0$ με $\lambda \neq -1$ έχει δύο πραγματικές λύσεις για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

8. Δίνεται η εξίσωση $(1 - \lambda)x^2 + 2\lambda x - 4 = 0$ με $\lambda \neq 1$.

i. Να γραφτεί η διακρίνουσα της παραπάνω εξίσωσης σαν συνάρτηση του λ .

ii. Να υπολογιστούν οι τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η εξίσωση

α. έχει δύο ρίζες άνισες.

β. έχει μια ρίζα.

γ. είναι αδύνατη.

9. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 3)x + 4 = 0$.

i. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση να έχει δύο πραγματικές και άνισες λύσεις.

ii. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης τότε να υπολογιστούν το άθροισμα τους S και το γινόμενο τους P .

iii. Να λυθεί η ανίσωση $-(x_1 + x_2)^2 + 6x_1x_2 + 1 \geq 0$

10. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x - 1 = 0$ με $1 < \lambda \neq 2$.

i. Να δειχθεί ότι η εξίσωση έχει πάντα πραγματικές λύσεις για κάθε τιμή του $\lambda \in (1, +\infty) - \{2\}$.

ii. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης να εκφραστούν το άθροισμα S και το γινόμενο P των λύσεων με τη βοήθεια του λ .

iii. Να βρεθούν οι τιμές του λ για τις οποίες ισχύει $x_1 + x_2 + \frac{18x_1x_2}{\lambda} = 0$

11. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση

$$x^2 + (\lambda^2 - 3\lambda + 2)x + 1 = 0$$

i. να έχει δύο λύσεις άνισες.

ii. οι λύσεις της εξίσωσης να είναι θετικές για κάθε τιμή της παραμέτρου λ .

12. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου $\lambda \in (4, +\infty)$ ώστε οι λύσεις της εξίσωσης

$$x^2 - (\lambda^2 - 5\lambda + 6)x + \lambda - 3 = 0$$

να είναι θετικές για κάθε τιμή της παραμέτρου λ . Η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι θετική.

13. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda^2 - 4\lambda + 3)x + 4 - 3\lambda - \lambda^2 = 0$. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ ώστε

i. η εξίσωση να έχει δύο λύσεις άνισες.

ii. η εξίσωση να έχει μια διπλή λύση.

iii. οι ρίζες της εξίσωσης να είναι

α. ομόσημες

β. ετερόσημες

γ. θετικές

δ. αρνητικές