

Περιεχόμενα

ΜΕΡΟΣ I Άλγεβρα

Κεφάλαιο 1

Αριθμοί	Σελίδα 3
1.1 Οι αριθμοί	3
Η ευθεία των αριθμών — 4	
1.2 Πράξεις και ιδιότητες	4
Δυνάμεις — 5	
1.3 Κλάσματα	5
1.4 Δεκαδικοί αριθμοί	5
1.5 Απόλυτες τιμές	5
1.6 Ρίζες	5
1.7 Συστήματα αρίθμησης	8

Κεφάλαιο 2

Λογική - Προτασιακός Λογισμός	Σελίδα 13
-------------------------------	-----------

Κεφάλαιο 3

Άλγεβρικές παραστάσεις	Σελίδα 15
3.1 Γενικά	15
3.2 Πολυώνυμα	15
3.3 Ρητές	15
3.4 Άρρητες	15

Κεφάλαιο 4

Σύνολα	Σελίδα 19
4.1 Η έννοια του συνόλου	19
ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΝΟΛΑ ΑΡΙΘΜΩΝ — 19	
4.2 Πράξεις μεταξύ συνόλων	20

Κεφάλαιο 5

Τριγωνομετρία	Σελίδα 21
5.1 Η έννοια των τριγωνομετρικών αριθμών	21
5.2 Ο τριγωνομετρικός κύκλος	21
5.3 Τριγωνομετρικές ταυτότητες	21
5.4 Νόμος ημιτόνων - συνημιτόνων	21
5.5 Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο	21

Κεφάλαιο 6

Εξισώσεις - Ανισώσεις	Σελίδα 23
6.1 Ισότητες	23
6.2 Διάταξη	23
6.3 Πολυωνυμικές 1ου βαθμού	23
Εξισώσεις — 23 • Ανισώσεις — 24	
6.4 Πολυωνυμικές 2ου βαθμού	24
6.5 Πολυωνυμικές 3ου βαθμού	24
6.6 Πολυωνυμικές 4ου βαθμού	24
6.7 Γενικές Πολυωνυμικές	24
6.8 Κλασματικές	25
6.9 Άρρητες	25
6.10 Συστήματα εξισώσεων	25
Γραμμικές εξισώσεις — 25 • Συστήματα — 25	

Κεφάλαιο 7

Ακολουθίες	Σελίδα 27
7.1 Βασικές έννοιες	27
7.2 Αριθμητική πρόοδος	27
7.3 Γεωμετρική πρόοδος	27
7.4 Αρμονική πρόοδος	27

Κεφάλαιο 8

Συστήματα εξισώσεων - ανισώσεων	Σελίδα 29
8.1 Γραμμική εξίσωση	29
8.2 Γραμμικά συστήματα 2×2	29
8.3 Γραμμικά συστήματα 3×3	29

Κεφάλαιο 9

Εκθετική συνάρτηση - Λογάριθμος	Σελίδα 31
---------------------------------	-----------

Κεφάλαιο 10

Μιγαδικοί αριθμοί	Σελίδα 33
10.1 Πράξεις με μιγαδικούς	33
Πρόσθεση - Αφαίρεση μιγαδικών — 33	

Κεφάλαιο 11

Πίνακες	Σελίδα 35
---------	-----------

ΜΕΡΟΣ II Ανάλυση

Κεφάλαιο 12

Η έννοια της συνάρτησης - Βασικές συναρτήσεις	Σελίδα 39
---	-----------

Κεφάλαιο 13

Όρια	Σελίδα 41
------	-----------

Κεφάλαιο 14

Παράγωγοι	Σελίδα 43
-----------	-----------

Κεφάλαιο 15

Ολοκληρώματα

Σελίδα 45

Κεφάλαιο 16

Διαφορικές Εξισώσεις 1^{ης} τάξης

Σελίδα 47

Κεφάλαιο 17

Διαφορικές εξισώσεις 2^{ης} τάξης

Σελίδα 49

Κεφάλαιο 18

Ολοκληρωτικές εξισώσεις

Σελίδα 51

Κεφάλαιο 19

Μερικές διαφορικές εξισώσεις 1ης τάξης

Σελίδα 53

Κεφάλαιο 20

Μερικές διαφορικές εξισώσεις 2ης τάξης

Σελίδα 55

Κεφάλαιο 21

Μελέτη συνάρτησης

Σελίδα 57

21.1 Μονοτονία - ακρότατα 57

21.2 Κυρτότητα 57

21.3 Ασύμπτωτες 57

Κεφάλαιο 22

Συνέχεια συνάρτησης

Σελίδα 59

Κεφάλαιο 23

Μιγαδική ανάλυση

Σελίδα 61

ΜΕΡΟΣ III Γεωμετρία

Κεφάλαιο 24

Συστήματα συντεταγμένων

Σελίδα 65

24.1 Καρτεσιανές 2Δ 65

24.2 Πολικές 65

24.3 Καρτεσιανές 3Δ 66

24.4 Κυλινδρικές 66

24.5 Σφαιρικές 66

24.6 Καρτεσιανές 66

Κεφάλαιο 25

Διανύσματα

Σελίδα 67

Κεφάλαιο 26

Ευθεία - Γωνίες

Σελίδα 69

Κεφάλαιο 27

Κύκλος

Σελίδα 71

Κεφάλαιο 28

Πολύγωνα - Κανονικά πολύγωνα

Σελίδα 73

Κεφάλαιο 29

Αναλογίες - Ομοιότητα

Σελίδα 75

Κεφάλαιο 30

Στερεομετρία

Σελίδα 77

Κεφάλαιο 31

Βασικά θεωρήματα στα τρίγωνα

Σελίδα 79

31.1 Πυθαγόρειο θεώρημα 79

31.2 Θεώρημα Θαλή 79

31.3 Θεώρημα διχοτόμων 79

31.4 Θεώρημα διαμέσων 79

Κεφάλαιο 32

Παραλληλόγραμμα

Σελίδα 81

Κεφάλαιο 33

Τρίγωνα

Σελίδα 83

Κεφάλαιο 34

Κωνικές τομές

Σελίδα 85

ΜΕΡΟΣ IV Πιθανότητες - Στατιστική

Κεφάλαιο 35

Βασικές έννοιες της στατιστικής

Σελίδα 89

Κεφάλαιο 36

Η έννοια της πιθανότητας

Σελίδα 91

Μέρος I

Άλγεβρα

Κεφάλαιο

Αριθμοί



1.1 Οι αριθμοί

Το θεμέλιο των μαθηματικών. Αλφάβητο της γλώσσας των μαθηματικών, είναι θα λέγαμε έμφυτη στον ανθρώπινο νου η έννοια των αριθμών, ως εργαλείο μέτρησης.

Ορισμός 1.1 : ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Οι φυσικοί αριθμοί είναι $0, 1, 2, 3, \dots$

Θεώρημα 1.1 : ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ένας αριθμός a λέγεται μεγαλύτερος από έναν αριθμό b όταν η διαφορά $a - b$ είναι θετικός αριθμός.

Ο συνδυασμός των περιπτώσεων $a > b$ και $a = b$ συμβολίζεται $a \geq b$ και διαβάζεται a μεγαλύτερος ή ίσος του b .

► Παράδειγμα 1.1 : ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Να βρείτε ποιοί από τους παρακάτω αριθμούς είναι ρητοί.

$$2, -3, 9.7, \frac{\sqrt{2}}{3}, 2.\bar{3}, -\sqrt{5}, \sqrt{4}, \pi$$

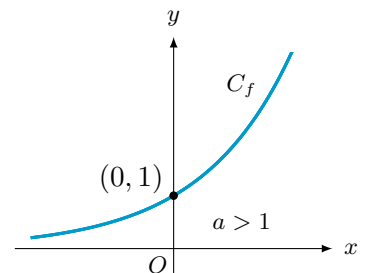
✓ ΛΥΣΗ

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

► Παράδειγμα 1.2 : ΑΡΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Να βρείτε ποιοί από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρρητοι.

$$2, -3, 9.7, \frac{\sqrt{2}}{3}, 2.\bar{3}, -\sqrt{5}, \sqrt{4}, \pi$$



Σχήμα 1.1: Helix

⚠ - Παρατήρηση 1

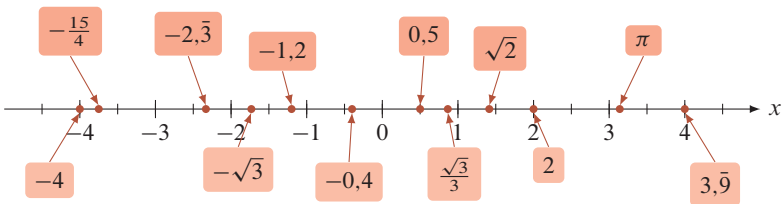
Εκτελούμε όλες τις δυνατές πράξεις ώστε να πούμε αν ο αριθμός είναι ρητός ή όχι. Δηλαδή $\sqrt{4} = 2$ άρα ρητός.

✓ ΛΥΣΗ

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

■ Η ΕΥΘΕΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ



Σχήμα 1.2: Η ευθεία των πραγματικών αριθμών

1.2 Πράξεις και ιδιότητες

ΠΡΑΞΗ	Όροι	Αποτέλεσμα	Συμβολισμός
Πρόσθεση	Προσθετέοι	Άθροισμα	$a + \beta$
Αφαίρεση	Μειωτέος - Αφαιρετέος	Διαφορά	$a - \beta$
Πολλαπλασιασμός	Παράγοντες	Γινόμενο	$a \cdot \beta$
Διαίρεση	Διαιρετέος - Διαιρέτης	Πηλίκο	$a : \beta$

Πίνακας 1.1: Βασικές πράξεις

■ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Ορισμός 1.2: ΔΥΝΑΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Δύναμη ενός πραγματικού αριθμού a ονομάζεται το γινόμενο n ίσων παραγόντων του αριθμού αυτού. Συμβολίζεται με a^n όπου $n \in \mathbb{N}$ είναι το πλήθος των ίσων παραγόντων.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n$$

n παράγοντες

Ο αριθμός a ονομάζεται **βάση** και ο αριθμός n **εκθέτης** της δύναμης. Η δύναμη είναι όπως βλέπουμε ένας σύντομος τρόπος να γραφτεί ένας πολλαπλασιασμός όταν οι παράγοντες της είναι ίδιοι. Για παράδειγμα το γινόμενο $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ μπορεί να γραφτεί σύντομα ως δύναμη 2^4 .

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^4$$

1.3 Κλάσματα

1.4 Δεκαδικοί αριθμοί

1.5 Απόλυτες τιμές

Ορισμός 1.3: ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού a ονομάζεται η απόσταση του σημείου $A(a)$ του αριθμού από την αρχή $O(0)$ της ευθείας των πραγματικών αριθμών.

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Σύμφωνα με τον ορισμό που δώσαμε, η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού a είναι ίση με τον ίδιο τον αριθμό ενώ ενός αρνητικού αριθμού a ισούται με τον αντίθετο του δηλαδή $-a$.

1.6 Ρίζες

Ορισμός 1.4: ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ

Τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού πραγματικού αριθμού x ονομάζεται ο **μη αρνητικός** αριθμός a ο οποίος αν υψωθεί στο τετράγωνο δίνει

τον αριθμό x . Συμβολίζεται με \sqrt{x} .

$$\sqrt{x} = a \quad , \quad \text{όπου } x \geq 0 \text{ και } a \geq 0$$

Συγκεκριμένα, η ποσότητα που βρίσκεται κάτω από τη ρίζα ονομάζεται **υπό-ριζο**, ενώ σύμφωνα με τον ορισμό της ρίζας δεν ορίζεται, στο σύνολο \mathbb{R} των πραγματικών αριθμών, η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού.

► **Παράδειγμα 1.3 : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΡΙΖΑΣ**
Να υπολογίσετε τις ακόλουθες τετραγωνικές ρίζες.

i. $\sqrt{25}$

ii. $\sqrt{144}$

iii. $\sqrt{0,16}$

✓ **ΛΥΣΗ**

i. $\sqrt{25} = 5$ διότι $5^2 = 25$.

ii. $\sqrt{144} = 12$ γιατί $12^2 = 144$.

iii. $\sqrt{0,16} = 0,4$ διότι $0,4^2 = 0,16$.

Ορισμός 1.5 : ΡΙΖΑ ν-ΤΑΞΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Ρίζα ν-οστής **τάξης** ενός μη αρνητικού αριθμού x ονομάζεται ο **μη αρνητικός** αριθμός a που αν υψωθεί στη δύναμη ν δίνει αποτέλεσμα x (υπόριζο). Συμβολίζεται με $\sqrt[\nu]{x}$.

$$\sqrt[\nu]{x} = a \quad , \quad \text{όπου } x \geq 0 \text{ και } a \geq 0$$

► **Παράδειγμα 1.4 : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ν-ΟΣΤΗΣ ΡΙΖΑΣ**
Να υπολογίσετε τις ακόλουθες τετραγωνικές ρίζες.

i. $\sqrt[3]{27}$

ii. $\sqrt[4]{256}$

iii. $\sqrt[7]{128}$

✓ **ΛΥΣΗ**

i. $\sqrt[3]{27} = 3$ διότι $3^3 = 27$

ii. $\sqrt[4]{625} = 5$ διότι $5^4 = 625$

iii. $\sqrt[7]{128} = 2$ διότι $2^7 = 128$

Θεώρημα 1.2 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΡΙΖΑΣ

α. $(\sqrt{x})^2 = x$ για κάθε $x \geq 0$.

β. $\sqrt{x^2} = |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Οι ιδιότητες των ριζών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα... **Ιδιότητες Ριζών**
Για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ πραγματικούς αριθμούς και $\nu, \mu, \rho \in \mathbb{N}$ φυσικούς αριθμούς ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες για την τετραγωνική και ν-οστή ρίζα τους.

Ιδιότητα	Συνθήκη
Τετράγωνο ρίζας	$(\sqrt{x})^2 = x \quad , \quad x \geq 0$
N-οστή δύναμη ν-οστής ρίζας	$(\sqrt[\nu]{x})^\nu = x \quad , \quad x \geq 0$

Ρίζα τετραγώνου	$\sqrt{x^2} = x , \quad x \in \mathbb{R}$
N-οστή ρίζα ν-οστής δύναμης	$\sqrt[n]{x^v} = \begin{cases} x & x \in \mathbb{R} \text{ αν } v \text{ άρτιος} \\ x & x \geq 0 \text{ και } v \in \mathbb{N} \end{cases}$
Ρίζα γινομένου	$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}, \quad x, y \geq 0$ $\sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}, \quad x, y \geq 0$
Ρίζα πηλίκου	$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, \quad x \geq 0 \text{ και } y > 0$ $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}, \quad x \geq 0 \text{ και } y > 0$
M-οστή ρίζα ν-οστής ρίζας	$\sqrt[\mu]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[n \cdot \mu]{x}, \quad x \geq 0$
Απλοποίηση ρίζας	$\sqrt[n]{x^v \cdot y} = x \sqrt[n]{y}, \quad x, y \geq 0$
Απλοποίηση τάξης και δύναμης	$\sqrt[\mu \cdot \rho]{x^{v \cdot \rho}} = \sqrt[\mu]{x^v}, \quad x \geq 0$

Πίνακας 1.2: Ιδιότητες ριζών

Ορισμός 1.6 : ΔΥΝΑΜΗ ΜΕ ΡΗΤΟ ΕΚΘΕΤΗ

Δύναμη ενός **θετικού** αριθμού a με εκθέτη ένα ρητό αριθμό $\frac{\mu}{v}$, με $\mu \in \mathbb{Z}$ και $v \in \mathbb{N}^*$, είναι η ρίζα v -τάξης του αριθμού a υψωμένο στον εκθέτη μ .

$$a^{\frac{\mu}{v}} = \sqrt[v]{a^{\mu}}, \quad \text{όπου } a > 0$$

► Παράδειγμα 1.5 : ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕ ΡΗΤΟ ΕΚΘΕΤΗ

Να γραφτούν οι ακόλουθες δυνάμεις με μορφή ρίζας.

i. $3^{\frac{1}{2}}$

ii. $8^{\frac{2}{3}}$

✓ ΛΥΣΗ

- i. Στο κλάσμα $\frac{1}{2}$ στον εκθέτη της δύναμης, το 1 αντιστοιχεί στον εκθέτη της βάσης 3 και ο αριθμός 2 παριστάνει την τάξη της ρίζας, άρα πρόκειται για τετραγωνική. Συμβολικά θα είναι

$$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3^1} = \sqrt{3}$$

- ii. Ομοίως με το προηγούμενο παράδειγμα, αριθμητής και παρονομαστής του $\frac{2}{3}$ αντιστοιχούν σε εκθέτη και τάξης ρίζας και θα έχουμε

$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$$

1.7 Συστήματα αρίθμησης

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus.

Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio. Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.1 Να επιλύσετε με τη μέθοδο της αντικατάστασης το παρακάτω γραμμικό σύστημα 3×3 .

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \\ 3x - 4y + z = 9 \end{cases}$$

1.2 να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι

$$\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \ln e, \pi$$

1.3

$$\sqrt{3}, \ln 2e, \frac{\sqrt{9}}{2}, \pi^2$$

1.4 Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση με τη βοήθεια του σχήματος Horner.

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$$

1.5 Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 x \ln x dx$$

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu,

pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit

amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula. Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetur a, feugiat vitae,

porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetur. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetur odio sem sed wisi.

Sed feugiat. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Ut pellentesque augue sed urna. Vestibulum diam eros, fringilla et, consectetur eu, nonummy id, sapien. Nullam at lectus. In sagittis ultrices mauris. Curabitur malesuada erat sit amet massa. Fusce blandit. Aliquam erat volutpat. Aliquam euismod. Aenean vel lectus. Nunc imperdiet justo nec dolor.

Etiam euismod. Fusce facilisis lacinia dui. Suspendisse potenti. In mi erat, cursus id, nonummy sed, ullamcorper eget, sapien. Praesent pretium, magna in eleifend egestas, pede pede pretium lorem, quis consectetur tortor sapien facilisis magna. Mauris quis magna varius nulla scelerisque imperdiet. Aliquam non quam. Aliquam porttitor quam a lacus. Praesent vel arcu ut tortor cursus volutpat. In vitae pede quis diam bibendum placerat. Fusce elementum convallis neque. Sed dolor orci, scelerisque ac, dapibus nec, ultricies ut, mi. Duis nec dui quis leo sagittis commodo.

Aliquam lectus. Vivamus leo. Quisque ornare tellus ullamcorper nulla. Mauris porttitor pharetra tortor. Sed fringilla justo sed mauris. Mauris tellus. Sed non leo. Nullam elementum, magna in cursus sodales, augue est scelerisque sapien, venenatis congue nulla arcu et pede. Ut suscipit enim vel sapien. Donec congue. Maecenas urna mi, suscipit in, placerat ut, vestibulum ut, massa. Fusce ultrices nulla et nisl.

Etiam ac leo a risus tristique nonummy. Donec dignissim tincidunt nulla. Vestibulum rhoncus molestie odio. Sed lobortis, justo et pretium lobortis, mauris turpis condimentum augue, nec ultricies nibh arcu pretium enim. Nunc purus neque, placerat id, imperdiet sed, pellentesque nec, nisl. Vestibulum imperdiet neque non sem accumsan laoreet. In hac habitasse platea dictumst. Etiam condimentum facilisis libero. Suspendisse in elit quis nisl aliquam dapibus. Pellentesque auctor sapien. Sed egestas sapien nec lectus. Pellentesque vel dui vel neque bibendum viverra. Aliquam porttitor nisl nec pede. Proin mattis libero vel turpis. Donec rutrum mauris et libero. Proin euismod porta felis. Nam lobortis, metus quis elementum commodo, nunc lectus elementum mauris, eget vulputate ligula tellus eu neque. Vivamus eu dolor.

Nulla in ipsum. Praesent eros nulla, congue vitae, euismod ut, commodo a, wisi. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Aenean nonummy magna non leo. Sed felis erat, ullamcorper in, dictum non, ultricies ut, lectus. Proin vel arcu a odio lobortis euismod. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Proin ut est. Aliquam odio. Pellentesque massa turpis, cursus eu, euismod nec, tempor congue, nulla. Duis viverra gravida mauris. Cras tincidunt. Curabitur eros ligula, varius ut, pulvinar in, cursus faucibus, augue.

Nulla mattis luctus nulla. Duis commodo velit at leo. Aliquam vulputate magna et leo. Nam vestibulum ullamcorper leo. Vestibulum condimentum rutrum mauris. Donec id mauris. Morbi molestie justo et pede. Vivamus eget turpis sed nisl cursus tempor. Curabitur mollis sapien condimentum nunc. In wisi nisl, malesuada at, dignissim sit amet, lobortis in, odio. Aenean consequat arcu a ante. Pellentesque porta elit sit amet orci. Etiam at turpis nec elit ultricies imperdiet. Nulla facilisi. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse viverra aliquam risus. Nullam pede justo, molestie nonummy, scelerisque eu, facilisis vel, arcu. Curabitur tellus magna, porttitor a, commodo a, commodo in, tortor. Donec interdum. Praesent

scelerisque. Maecenas posuere sodales odio. Vivamus metus lacus, varius quis, imperdiet quis, rhoncus a, turpis. Etiam ligula arcu, elementum a, venenatis quis, sollicitudin sed, metus. Donec nunc pede, tincidunt in, venenatis vitae, faucibus vel, nibh. Pellentesque wisi. Nullam malesuada. Morbi ut tellus ut pede tincidunt porta. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam congue neque id dolor.

Donec et nisl at wisi luctus bibendum. Nam interdum tellus ac libero. Sed sem justo, laoreet vitae, fringilla at, adipiscing ut, nibh. Maecenas non sem quis tortor eleifend fermentum. Etiam id tortor ac mauris porta vulputate. Integer porta neque vitae massa. Maecenas tempus libero a libero posuere dictum. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Aenean quis mauris sed elit commodo placerat. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Vivamus rhoncus tincidunt libero. Etiam elementum pretium justo. Vivamus est. Morbi a tellus eget pede tristique commodo. Nulla nisl. Vestibulum sed nisl eu sapien cursus rutrum.

Nulla non mauris vitae wisi posuere convallis. Sed eu nulla nec eros scelerisque pharetra. Nullam varius. Etiam dignissim elementum metus. Vestibulum faucibus, metus sit amet mattis rhoncus, sapien dui laoreet odio, nec ultricies nibh augue a enim. Fusce in ligula. Quisque at magna et nulla commodo consequat. Proin accumsan imperdiet sem. Nunc porta. Donec feugiat mi at justo. Phasellus facilisis ipsum quis ante. In ac elit eget ipsum pharetra faucibus. Maecenas viverra nulla in massa.

Nulla ac nisl. Nullam urna nulla, ullamcorper in, interdum sit amet, gravida ut, risus. Aenean ac enim. In luctus. Phasellus eu quam vitae turpis viverra pellentesque. Duis feugiat felis ut enim. Phasellus pharetra, sem id porttitor sodales, magna nunc aliquet nibh, nec blandit nisl mauris at pede. Suspendisse risus risus, lobortis eget, semper at, imperdiet sit amet, quam. Quisque scelerisque dapibus nibh. Nam enim. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nunc ut metus. Ut metus justo, auctor at, ultrices eu, sagittis ut, purus. Aliquam aliquam.

Κεφάλαιο

Λογική - Προτασιακή Λογισμ

2

Κεφάλαιο

Αλγεβρικές παραστάσεις

3

3.1 Γενικά

3.2 Πολυώνυμα

$$P(x) = x^2 - 3x + 4$$

3.3 Ρητές

3.4 Άρρητες

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio. Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo

wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consecetur a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consecetur. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consecetur odio sem sed wisi.

Sed feugiat. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Ut pellentesque augue sed urna. Vestibulum diam eros, fringilla et, consecetur eu, nonummy id, sapien. Nullam at lectus. In sagittis ultrices mauris. Curabitur malesuada erat sit amet massa. Fusce blandit. Aliquam erat volutpat. Aliquam euismod. Aenean vel lectus. Nunc imperdiet justo nec dolor.

Etiam euismod. Fusce facilisis lacinia dui. Suspendisse potenti. In mi erat, cursus id, nonummy sed, ullamcorper eget, sapien. Praesent pretium, magna in eleifend egestas, pede pede pretium lorem, quis consecetur tortor sapien facilisis magna. Mauris quis magna varius nulla scelerisque imperdiet. Aliquam non quam. Aliquam porttitor quam a lacus. Praesent vel arcu ut tortor cursus volutpat. In vitae pede quis diam bibendum placerat. Fusce elementum convallis neque. Sed dolor orci, scelerisque ac, dapibus nec, ultricies ut, mi. Duis nec dui quis leo sagittis commodo.

Aliquam lectus. Vivamus leo. Quisque ornare tellus ullamcorper nulla. Mauris porttitor pharetra tortor. Sed fringilla justo sed mauris. Mauris tellus. Sed non leo. Nullam elementum, magna in cursus sodales, augue est scelerisque sapien, venenatis congue nulla arcu et pede. Ut suscipit enim vel sapien. Donec congue. Maecenas urna mi, suscipit in, placerat ut, vestibulum ut, massa. Fusce ultrices nulla et nisl.

Etiam ac leo a risus tristique nonummy. Donec dignissim tincidunt nulla. Vestibulum rhoncus molestie odio. Sed lobortis, justo et pretium lobortis, mauris turpis condimentum augue, nec ultricies nibh arcu pretium enim. Nunc purus neque, placerat id, imperdiet sed, pellentesque nec, nisl. Vestibulum imperdiet neque non sem accumsan laoreet. In hac habitasse platea dictumst. Etiam condimentum facilisis libero. Suspendisse in elit quis nisl aliquam dapibus. Pellentesque auctor sapien. Sed egestas sapien nec lectus. Pellentesque vel dui vel neque bibendum viverra. Aliquam porttitor nisl nec pede. Proin mattis libero vel turpis. Donec rutrum mauris et libero. Proin euismod porta felis. Nam lobortis, metus quis elementum commodo, nunc lectus elementum mauris, eget vulputate ligula tellus eu neque. Vivamus eu dolor.

Nulla in ipsum. Praesent eros nulla, congue vitae, euismod ut, commodo a, wisi. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac

turpis egestas. Aenean nonummy magna non leo. Sed felis erat, ullamcorper in, dictum non, ultricies ut, lectus. Proin vel arcu a odio lobortis euismod. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Proin ut est. Aliquam odio. Pellentesque massa turpis, cursus eu, euismod nec, tempor congue, nulla. Duis viverra gravida mauris. Cras tincidunt. Curabitur eros ligula, varius ut, pulvinar in, cursus faucibus, augue.

Nulla mattis luctus nulla. Duis commodo velit at leo. Aliquam vulputate magna et leo. Nam vestibulum ullamcorper leo. Vestibulum condimentum rutrum mauris. Donec id mauris. Morbi molestie justo et pede. Vivamus eget turpis sed nisl cursus tempor. Curabitur mollis sapien condimentum nunc. In wisi nisl, malesuada at, dignissim sit amet, lobortis in, odio. Aenean consequat arcu a ante. Pellentesque porta elit sit amet orci. Etiam at turpis nec elit ultricies imperdiet. Nulla facilisi. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse viverra aliquam risus. Nullam pede justo, molestie nonummy, scelerisque eu, facilisis vel, arcu.

Curabitur tellus magna, porttitor a, commodo a, commodo in, tortor. Donec interdum. Praesent scelerisque. Maecenas posuere sodales odio. Vivamus metus lacus, varius quis, imperdiet quis, rhoncus a, turpis. Etiam ligula arcu, elementum a, venenatis quis, sollicitudin sed, metus. Donec nunc pede, tincidunt in, venenatis vitae, faucibus vel, nibh. Pellentesque wisi. Nullam malesuada. Morbi ut tellus ut pede tincidunt porta. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam congue neque id dolor.

Donec et nisl at wisi luctus bibendum. Nam interdum tellus ac libero. Sed sem justo, laoreet vitae, fringilla at, adipiscing ut, nibh. Maecenas non sem quis tortor eleifend fermentum. Etiam id tortor ac mauris porta vulputate. Integer porta neque vitae massa. Maecenas tempus libero a libero posuere dictum. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Aenean quis mauris sed elit commodo placerat. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Vivamus rhoncus tincidunt libero. Etiam elementum pretium justo. Vivamus est. Morbi a tellus eget pede tristique commodo. Nulla nisl. Vestibulum sed nisl eu sapien cursus rutrum.

Nulla non mauris vitae wisi posuere convallis. Sed eu nulla nec eros scelerisque pharetra. Nullam varius. Etiam dignissim elementum metus. Vestibulum faucibus, metus sit amet mattis rhoncus, sapien dui laoreet odio, nec ultricies nibh augue a enim. Fusce in ligula. Quisque at magna et nulla commodo consequat. Proin accumsan imperdiet sem. Nunc porta. Donec feugiat mi at justo. Phasellus facilisis ipsum quis ante. In ac elit eget ipsum pharetra faucibus. Maecenas viverra nulla in massa.

Nulla ac nisl. Nullam urna nulla, ullamcorper in, interdum sit amet, gravida ut, risus. Aenean ac enim. In luctus. Phasellus eu quam vitae turpis viverra pellentesque. Duis feugiat felis ut enim. Phasellus pharetra, sem id porttitor sodales, magna nunc aliquet nibh, nec blandit nisl mauris at pede. Suspendisse risus risus, lobortis eget, semper at, imperdiet sit amet, quam. Quisque scelerisque dapibus nibh. Nam enim. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nunc ut metus. Ut metus justo, auctor at, ultrices eu, sagittis ut, purus. Aliquam aliquam.

Κεφάλαιο

Σύνολα

4

4.1 Η έννοια του συνόλου

Ορισμός 4.1 : ΣΥΝΟΛΟ

Σύνολο ονομάζεται μια συλλογή όμοιων αντικειμένων, τα οποία είναι καλά ορισμένα και διακριτά μεταξύ τους.

- Τα αντικείμενα ενός συνόλου ονομάζονται **στοιχεία**.
- Τα σύνολα τα συμβολίζουμε με ένα κεφαλαίο γράμμα.
- Για να δηλώσουμε ότι ένα στοιχείο x **ανήκει** σε ένα σύνολο A γράφουμε $x \in A$. Ενώ αν το x **δεν ανήκει** στο σύνολο A γράφουμε $x \notin A$.
- **Κενό** ονομάζεται το σύνολο που δεν έχει κανένα στοιχείο. Συμβολίζεται με \emptyset ή $\{\}$.
- **Βασικό** ονομάζεται το σύνολο(να μπει αλλού)

ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΝΟΛΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

1. **Φυσικοί Αριθμοί** : Οι αριθμοί $0, 1, 2, \dots$. Το σύνολο των φυσικών συμβολίζεται με \mathbb{N} και είναι : $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.
2. **Ακέραιοι Αριθμοί** : Το σύνολο των φυσικών αριθμών μαζί με τους αντίθετους τους. Συμβολίζεται με \mathbb{Z} και είναι : $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.
3. **Ρητοί Αριθμοί** : Οι αριθμοί που μπορούν να γραφτούν στη μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους. Το σύνολο των ρητών συμβολίζεται με \mathbb{Q} και είναι :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{\beta} \mid a, \beta \in \mathbb{Z}, \beta \neq 0 \right\}.$$

4. **Άρρητοι Αριθμοί** : Κάθε αριθμός ο οποίος δεν είναι ρητός. Κατά κύριο λόγο, άρρητοι αριθμοί είναι οι ρίζες που δεν έχουν ρητό αποτέλεσμα, ο αριθμός π και άλλοι που θα συναντήσουμε στη συνέχεια.
5. **Πραγματικοί Αριθμοί** : Οι ρητοί μαζί με τους άρρητους μας δίνουν τους πραγματικούς αριθμούς... Συμβολίζεται με \mathbb{R} και είναι : $\mathbb{R} = \{\text{όλοι οι αριθμοί}\}$.

Τα παραπάνω σύνολα **χωρίς το μηδέν** συμβολίζονται αντίστοιχα με \mathbb{N}^* , \mathbb{Z}^* , \mathbb{Q}^* , \mathbb{R}^* .

► **Παράδειγμα 4.1 : ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΣΥΝΟΛΟΥ**

Να εξετάσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες.

i. $2 \in \mathbb{Z}$

iii. $\frac{4}{5} \in \mathbb{R}$

v. $0 \in \mathbb{R}$

viii. $0, \bar{1} \in \mathbb{Q}$

vi. $7 \in \mathbb{N}$

ix. $\sqrt{9} \in \mathbb{N}$

ii. $-3 \in \mathbb{N}$

iv. $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

vii. $1,3 \in \mathbb{Q}$

x. $(\sqrt{2})^2 \notin \mathbb{Z}$

4.2 Πράξεις μεταξύ συνόλων

$$A \cup B = \{x \in \Omega : x \in A \text{ ή } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \in \Omega : x \in A \text{ και } x \in B\}$$

$$A' = \{x \in \Omega : x \notin A\}$$

$$A - B = \{x \in \Omega : x \in A \text{ και } x \notin B\}$$

Κεφάλαιο

Τριγωνομετρία

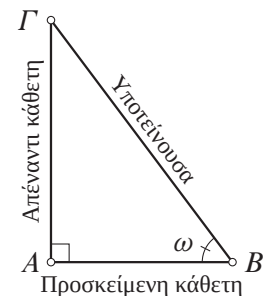
5

5.1 Η έννοια των τριγωνομετρικών αριθμών

Ορισμός 5.1 : ΗΜΙΤΟΝΟ

Ημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ονομάζεται ο λόγος της απέναντι κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

$$\text{Ημίτονο} = \frac{\text{Απέναντι Κάθετη}}{\text{Υποτείνουσα}}, \quad \eta\mu\omega = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$$



Σχήμα 5.1: Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας

5.2 Ο τριγωνομετρικός κύκλος

5.3 Τριγωνομετρικές ταυτότητες

$$\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$$

5.4 Νόμος ημιτόνων - συνημιτόνων

5.5 Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

Κεφάλαιο

Εξισώσεις - Ανισώσεις

6

6.1 Ισότητες

6.2 Διάταξη

Ορισμός 6.1 : ΕΞΙΣΩΣΗ

Εξίσωση ονομάζεται κάθε ισότητα η οποία περιέχει μεταβλητές.

6.3 Πολυωνυμικές 1ου βαθμού

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

$$ax + \beta = 0$$

▶ Παράδειγμα 6.1 :

Να λυθεί η εξίσωση $3x - 12 = 0$

✓ ΛΥΣΗ

$$\begin{aligned} 3x - 12 &= 0 \Rightarrow \\ 3x &= 12 \Rightarrow \\ \frac{3x}{3} &= \frac{12}{3} \Rightarrow \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\frac{x-1}{3} + \frac{2x+3}{4} = 1 - \frac{5x-8}{12}$$

✓ ΛΥΣΗ

$$\begin{aligned}
\frac{x-1}{3} + \frac{2x+3}{4} &= 1 - \frac{5x-8}{12} \Rightarrow \\
12 \cdot \frac{x-1}{3} + 12 \cdot \frac{2x+3}{4} &= 12 \cdot 1 - 12 \cdot \frac{5x-8}{12} \Rightarrow \\
4(x-1) + 3(2x+3) &= 12 - (5x-8) \Rightarrow \\
4x-4+6x+9 &= 12-5x+8 \Rightarrow \\
4x+6x+5x &= 12+4-9+8 \Rightarrow \\
15x &= 15 \Rightarrow \frac{15x}{15} = \frac{15}{15} \Rightarrow \\
x &= 1
\end{aligned}$$

■ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

$$\begin{aligned}
4x-12 &< 0 \\
\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} &= \frac{\pi^2}{12} \\
2x+8 &> 4x-12
\end{aligned}$$

6.4 Πολυωνυμικές 2ου βαθμού

► Παράδειγμα 6.2 : ΑΝΙΣΩΣΗ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ
 Να βρεθούν οι λύσεις της παρακάτω ανίσωσης

$$x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

✓ ΛΥΣΗ

$$x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

6.5 Πολυωνυμικές 3ου βαθμού

$$ax^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta = 0$$

6.6 Πολυωνυμικές 4ου βαθμού

6.7 Γενικές Πολυωνυμικές

6.8 Κλασματικές

6.9 Άρρητες

$$\sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x-1 = 9 \Rightarrow x = 10$$

6.10 Συστήματα εξισώσεων

■ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

$$ax + \beta y = \gamma$$

■ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Ορισμός 6.2 : ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 2×2

Γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο άγνωστους ονομάζεται ο συνδυασμός - σύζευξη δύο γραμμικών εξισώσεων. Είναι της μορφής :

$$\begin{cases} ax + \beta y = \gamma \\ a'x + \beta'y = \gamma' \end{cases}$$

Οι πραγματικοί αριθμοί a, a', β, β' ονομάζονται **συντελεστές** του συστήματος, ενώ οι γ, γ' είναι οι **σταθεροί όροι** του. Όπως είδαμε και προηγουμένως, η λύση μιας γραμμικής εξίσωσης είναι ένα ζεύγος αριθμών. Κατ' αναλογία λοιπόν με τις εξισώσεις αυτές, οι λύσεις που αναζητούμε για ένα 2×2 γραμμικό σύστημα έχουν την ίδια ακριβώς μορφή και δίνονται από τον ακόλουθο ορισμό:

Ορισμός 6.3 : ΛΥΣΕΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ 2×2

Λύση ενός 2×2 γραμμικού συστήματος ονομάζεται κάθε ζεύγος αριθμών (x_0, y_0) που επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις του.

Θεώρημα 6.1 : ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ 2×2 ΜΕ ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ

Έστω το γραμμικό σύστημα

$$\begin{cases} ax + \beta y = \gamma \\ a'x + \beta'y = \gamma' \end{cases}$$

με πραγματικούς συντελεστές και ορίζουσα συντελεστών D .

- i. Αν $D \neq 0$ τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση. Οι τιμές των

μεταβλητών δίνονται από τις σχέσεις

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}$$

ενώ η λύση του συστήματος θα είναι $(x, y) = \left(\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D}\right)$.

ii. Αν $D = 0$ τότε το σύστημα είναι είτε αόριστο είτε αδύνατο. Συγκεκριμένα:

α. αν $D_x \neq 0$ ή $D_y \neq 0$ τότε το σύστημα είναι αδύνατο.

β. αν $D_x = 0$ και $D_y = 0$ τότε το σύστημα είναι αόριστο.

Κεφάλαιο

Ακολουθίες



7.1 Βασικές έννοιες

7.2 Αριθμητική πρόοδος

Ορισμός 7.1 : ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

Μια ακολουθία (a_v) ονομάζεται αριθμητική πρόοδος αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενο, προσθέτοντας ένα σταθερό αριθμό ω .

$$\begin{aligned}a_{v+1} &= a_v + \omega, \quad v = 1, 2, \dots \\a_v &= a_1 + (v - 1)\omega \\S_v &= \frac{v}{2} (a_1 + a_v) = \frac{v}{2} [2a_1 + (v - 1)\omega]\end{aligned}$$

7.3 Γεωμετρική πρόοδος

$$\begin{aligned}a_v &= \lambda \cdot a_v, \quad v = 1, 2, \dots \\a_v &= a_1 \lambda^{v-1} \\S_v &= a_1 \frac{\lambda^v - 1}{\lambda - 1}\end{aligned}$$

7.4 Αρμονική πρόοδος

$$\int_{-1}^1 \log x \, dx$$

Κεφάλαιο

8

Συστήματα εξισώσεων ανισο

8.1 Γραμμική εξίσωση

$$ax + \beta y = \gamma$$

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_vx_v = \beta$$

8.2 Γραμμικά συστήματα 2×2

$$\begin{cases} ax + \beta y = \gamma \\ ax + \beta y = \gamma \end{cases}$$

$$x = \frac{D_x}{D} \quad y = \frac{D_y}{D}$$

8.3 Γραμμικά συστήματα 3×3

Κεφάλαιο

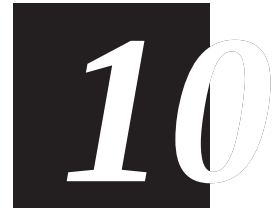
Εκθετική συνάρτηση **9** Λογάριθμοι

$$x = \log_a \theta$$

$$\int_{-1}^1 f(x) \, dx$$

Κεφάλαιο

Μιγαδικοί αριθμοί



$$i^2 = -1$$

$$\mathbb{C} = \{z = a + \beta i : a, \beta \in \mathbb{R}\}$$

$$\Re z = a, \quad \Im z = \beta$$

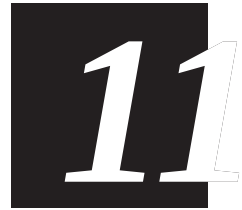
10.1 Πράξεις με μιγαδικούς

■ ΠΡΟΣΘΕΣΗ - ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ

$$z_1 + z_2 = (a_1 + \beta_1 i) + (a_2 + \beta_2 i) = a_1 + a_2 + (\beta_1 + \beta_2) i$$

Κεφάλαιο

Πίνακες



$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1v} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2v} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{v1} & a_{v2} & \dots & a_{vv} \end{pmatrix}$$
$$\int_a^\beta f(x) \, dx$$

Μέρος II

Ανάλυση

Κεφάλαιο

Η έννοια της συνάρτησης - Βο



Ορισμός 12.1 : ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B ονομάζεται μια διαδικασία (αντιστοίχιση) με την οποία κάθε στοιχείο $x \in A$ αντιστοιχεί σε ένα μόνο στοιχείο $y \in B$.

$$f : A \rightarrow B$$

$$y = f(x) , x \in D_f$$

$$f(D_f)$$

Κεφάλαιο

Όρια



$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l_1$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l_2$$

Κεφάλαιο

Παράγωγοι

14

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$
$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Κεφάλαιο

Ολοκληρώματα

15

$$\int_a^\beta f(x) \, dx = F(\beta) - F(a)$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx = \lim_{c \rightarrow \infty} \int_{-c}^c f(x) \, dx$$

Κεφάλαιο

Διαφορικές Εξισώσεις τάξ

16

Κεφάλαιο

Διαφορικές εξισώσεις τάξης

17

Κεφάλαιο

Ολοκληρωτικές εξισώσεις

18

Κεφάλαιο

Μερικές διαφορικές εξισώσεις

19

$$a_1 u_x + a_2 u_y = \beta_1$$



Ορισμός 20.1 : ΣΕΙΡΑ FOURIER

Έστω $f \in E$. Η ακόλουθη σειρά λέγεται σειρά Fourier της f

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

IMAGE ID: 417879700
www.shutterstock.com

όπου a_n, b_n με $n = 1, 2, \dots$ είναι οι συντελεστές Fourier και ορίζονται ως εξής:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) \, dx \quad \text{και} \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) \, dx$$

Θεώρημα 20.1 : ΚΛΕΙΣΤΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΟΥ PARSEVAL

Ένα άπειρο ορθοκανονικό σύστημα $\{e_1, e_2, \dots\} \subset H$ είναι κλειστό στον H , αν και μόνο αν, για κάθε $x \in H$ ισχύει

$$\|x\|^2 = \sum_{i=1}^n |(x, e_i)|^2.$$

Η παραπάνω σχέση λέγεται ισότητα του Parseval.

Κεφάλαιο

Μελέτη συνάρτησης

21

21.1 Μονοτονία - ακρότατα

21.2 Κυρτότητα

21.3 Ασύμπτωτες

Κεφάλαιο

Συνέχεια συνάρτησης

22

Ορισμός 22.1 : ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ

Μια συνάρτηση f θα λέγεται συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της αν το όριο της στο x_0 ισούται με την τιμή της στο σημείο αυτό.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Ορισμός 22.2 : ΣΥΝΕΧΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Μια συνάρτηση f θα λέγεται συνεχής στο πεδίο ορισμού της ή απλά συνεχής, εάν είναι συνεχής σε κάθε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.

Κεφάλαιο

Μιγαδική ανάλυση

23

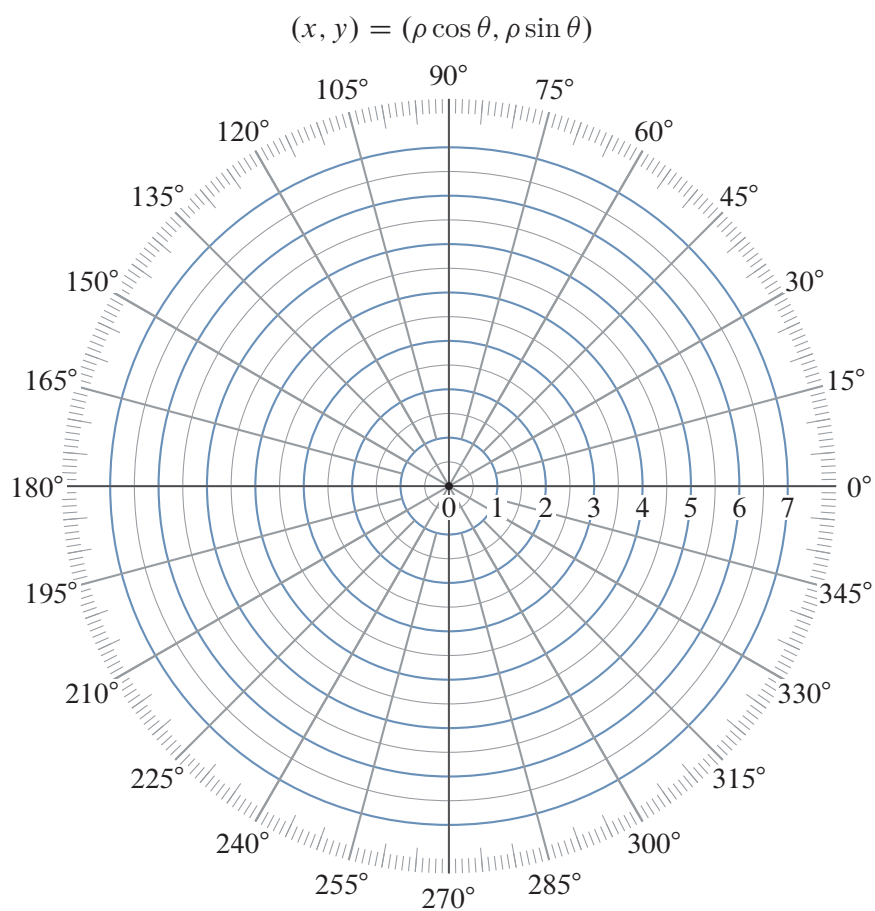
Μέρος III

Γεωμετρία



24.1 Καρτεσιανές 2Δ

24.2 Πολικές



24.3 Καρτεσιανές 3Δ

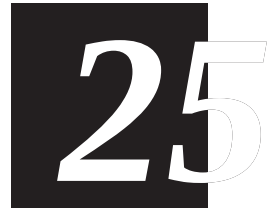
24.4 Κυλινδρικές

24.5 Σφαιρικές

24.6 Καρτεσιανές

Κεφάλαιο

Διανύσματα



Κεφάλαιο

Ευθεία - Γωνίες

26

Κεφάλαιο Κύκλος



Κεφάλαιο

Πολύγωνα - Κανονικά Πολύγωνα

28

Κεφάλαιο

Αναλογίες - Ομοιότητα

29

Κεφάλαιο

Στερεομετρία



Κεφάλαιο

Βασικά θεωρήματα ορθογώνιων τριγώνων

31

31.1 Πυθαγόρειο θεώρημα

31.2 Θεώρημα Θαλή

31.3 Θεώρημα διχοτόμων

31.4 Θεώρημα διαμέσων

Κεφάλαιο

Παραλληλόγραμμα

32

Κεφάλαιο Τρίγωνα



Κεφάλαιο

Κωνικές τομές

34

Μέρος IV

Πιθανότητες - Στατιστική

Κεφάλαιο

Βασικές έννοιες της

35

πιστικ

Κεφάλαιο

Η έννοια της πιθανότητας

36