

Η εξίσωση είναι της μορφής $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a = \lambda - 1$, $\beta = \lambda - 2$ και $\gamma = -1$. Δια κρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

α. Αν $\lambda - 1 \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 1$ τότε η εξίσωση είναι 2ου βαθμού. Θα έχουμε λοιπόν

$$\Delta = \beta^2 - 4a\gamma = (\lambda - 2)^2 - 4 \cdot (\lambda - 1) \cdot (-1) = \lambda^2 - 4\lambda + 3 + 4\lambda - 4 = \lambda^2 \geq 0$$

- Αν $\Delta > 0 \Rightarrow \lambda^2 > 0 \Rightarrow \lambda \neq 0$ τότε η εξίσωση έχει 2 άνισες λύσεις

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(\lambda - 2) \pm \sqrt{\lambda^2}}{2(\lambda - 1)} = \frac{-\lambda + 2 \pm \lambda}{2(\lambda - 1)}$$

άρα θα είναι

$$x_1 = \frac{-\lambda + 2 + \lambda}{2(\lambda - 1)} = \frac{2}{2(\lambda - 1)} = \frac{1}{\lambda - 1}, \quad x_2 = \frac{-\lambda + 2 - \lambda}{2(\lambda - 1)} = \frac{-2\lambda + 2}{2(\lambda - 1)} = \frac{-2(\lambda - 1)}{2(\lambda - 1)} = -1$$

- Αν $\Delta = 0 \Rightarrow \lambda^2 = 0 \Rightarrow \lambda = 0$ τότε η εξίσωση έχει μια διπλή λύση

$$x = -\frac{\beta}{2a} = -\frac{\lambda - 2}{2(\lambda - 1)} = -\frac{0 - 2}{2(0 - 1)} = -1$$

β.