

## ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

10 Αυγούστου 2016

## ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**Αναλογίες**

## ΜΕΤΡΟ ΤΜΗΜΑΤΟΣ - ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

**ΟΡΙΣΜΟΙ****ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΜΟΝΑΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ**

Ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  θα ονομάζεται μονάδα μέτρησης όταν αυτό χρησιμοποιείται για τη μέτρηση και σύγκριση όλων των ευθυγράμμων τμημάτων.

**ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΜΕΤΡΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ**

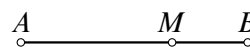
Μέτρο ή μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  ονομάζεται ο αριθμός με τον οποίο θα πολλαπλασιάσουμε τη μονάδα μέτρησης ώστε να πάρουμε ως αποτέλεσμα το τμήμα αυτό.

$$\Gamma\Delta : \text{μονάδα μέτρησης} \quad AB = \lambda \cdot \Gamma\Delta \Leftrightarrow \frac{AB}{\Gamma\Delta} = \lambda$$

Ισοδύναμα, μέτρο του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  ονομάζεται ο λόγος του προς τη μονάδα μέτρησης.

**ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ****ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ**

Έστω ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  και ένα εσωτερικό σημείο  $M$  του τμήματος. Το σημείο  $M$  διαιρεί το τμήμα εσωτερικά σε λόγο  $\lambda$  αν και μόνο αν ισχύει:



$$\frac{MA}{MB} = \lambda$$

Τα ευθύγραμμα τμήματα  $MA$  και  $MB$  δίνονται ως συνάρτηση του λόγου  $\lambda$  από τους παρακάτω τύπους:

$$MA = \frac{\lambda}{\lambda + 1} AB, \quad MB = \frac{1}{\lambda + 1} AB$$

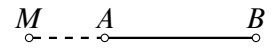
**ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ**

Έστω ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  και ένα εξωτερικό σημείο  $M$  του τμήματος. Το σημείο  $M$  διαιρεί το τμήμα εξωτερικά σε λόγο  $\lambda$  αν και μόνο αν ισχύει:

$$\frac{MA}{MB} = \lambda$$

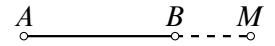
Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

- i. Το σημείο βρίσκεται στο μέρος του άκρου  $A$ : Τα ευθύγραμμα τμήματα  $MA$  και  $MB$  δίνονται ως συνάρτηση του λόγου  $\lambda$  από τους παρακάτω τύπους:



$$MA = \frac{\lambda}{\lambda - 1} AB, \quad MB = \frac{1}{\lambda - 1} AB$$

- ii. Το σημείο βρίσκεται στο μέρος του άκρου  $B$ : Τα ευθύγραμμα τμήματα  $MA$  και  $MB$  δίνονται ως συνάρτηση του λόγου  $\lambda$  από τους παρακάτω τύπους:



$$MA = \frac{\lambda}{1 - \lambda} AB, \quad MB = \frac{1}{1 - \lambda} AB$$