Σπυρος Φρονιμός - Μαθηματικός

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ${\bf 12~Martiov~2016}$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Παραλληλόγραμμα

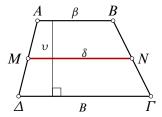
ΤΡΑΠΕΖΙΟ - ΙΣΟΣΚΕΛΕΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟ

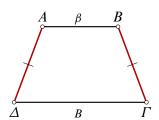
ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1: ΤΡΑΠΕΖΙΟ - ΙΣΟΣΚΕΛΕΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟ

Τραπέζιο ονομάζεται το τετράπλευρο το οποίο έχει δύο απέναντι πλευρές του παράλληλες.

- Οι παράλληλες πλευρές ενός τραπεζίου ονομάζονται **βάσεις** του. Οι βάσεις ενός τραπεζίου δεν είναι ίσες. Ονομάζονται **μικρή** και **μεγάλη** βάση αντίστοιχα.
- Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο μη παράλληλων πλευρών ενός τραπεζίου ονομάζεται διάμεσος του τραπεζίου.





- Το ευθύγραμμο τμήμα που είναι κάθετο στις δύο βάσεις ενός τραπεζίου ονομάζεται **ύψος** του τραπεζίου.
- Το τραπέζιο το οποίο έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες ονομάζεται ισοσκελές τραπέζιο. Συμβολίζεται με δ .

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

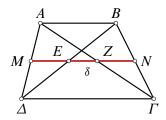
ΘΕΩΡΗΜΑ 1: ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΜΕΣΟ

Έστω ένα τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB\parallel\Gamma\Delta$ και $\Gamma\Delta>AB$ ενώ M,N είναι τα μέσα των μη παράλληλων πλευρών. Επίσης E,Z ορίζουμε τα μέσα των διαγωνίων $A\Gamma,B\Delta$. Ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις :

i. Η διάμεσος MN του τραπεζίου είναι παράλληλη με τις βάσεις $AB, \Gamma\Delta$ και ίση με το ημιάθροισμά τους.

$$\delta = MN = \frac{AB + \Gamma\Delta}{2}$$

ii. Το ευθύγραμμο τμήμα EZ που ενώνει τα μέσα των διαγωνίων $A\Gamma, B\Delta$ είναι παράλληλο με τις βάσεις και ίσο με την ημιδιαφορά τους.

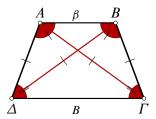


$$EZ = \frac{\Gamma\Delta - AB}{2}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 2: ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΣΟΣΚΕΛΟΥΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ

Σε κάθε ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB\parallel\Gamma\Delta$ ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις :

- i. Οι προσκείμενες σε κάθε βάση γωνίες είναι ίσες : $\hat{A}=\hat{B}$ ή $\hat{\Gamma}=\hat{\Delta}$.
- ii. Οι διαγώνιοί του είναι ίσες : $A\Gamma = B\Delta$.



ΘΕΩΡΗΜΑ 3: ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΓΙΑ ΙΣΟΣΚΕΛΕΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟ

Ένα τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB\parallel\Gamma\Delta$ θα είναι ισοσκελές αν ισχύει μια από τις προτάσεις :

- ί. Οι προσκείμενες γωνίες μιας βάσης είναι ίσες.
- ii. Οι διαγώνιοι είναι ίσες.

ΘΕΩΡΗΜΑ 4: ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ ΣΤΟ ΙΣΟΣΚΕΛΕΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟ

Σε κάθε ισοσκελές τραπέζιο ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις :

- i. Οι προεκτάσεις των μη παράλληλων πλευρών ορίζουν δύο ισοσκελή τρίγωνα με κοινή κορυφή, το σημείο τομής τους και βάσεις, τις βάσεις του τραπεζίου.
- ii. Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι μεσοκάθετος και των δύο βάσεων.

