



# Άλγεβρα - Α' Λυκείου

## Διάταξη

23 Οκτωβρίου 2024

### ■ Πρόσημο παράστασης

#### 1. Πρόσημο παράστασης

Δίνεται πραγματικός αριθμός  $a \in \mathbb{R}$  τέτοιος ώστε να ισχύει  $1 < a < 4$ . Να βρεθούν τα πρόσημα των παρακάτω παραστάσεων.

- |              |               |              |
|--------------|---------------|--------------|
| i . $a - 4$  | iii . $1 - a$ | v . $a - 5$  |
| ii . $a - 1$ | iv . $8 - a$  | vi . $7 - a$ |

#### 2. Πρόσημο παράστασης

Έστω ένας πραγματικός αριθμός  $a \in \mathbb{R}$  ο οποίος ικανοποιεί τη σχέση  $2 < a < 7$ . Να βρεθούν τα πρόσημα των παρακάτω παραστάσεων.

- i .  $(a - 2)(a - 7)$
- ii .  $(2a - 3)(7 - a)(1 - a)$
- iii .  $(3a - 5)(14 - 2a)$

#### 3. Πρόσημο παράστασης

Δίνονται τρεις πραγματικοί αριθμοί  $x, y, z$  τέτοιοι ώστε  $x < y < z$ . Να βρεθεί το πρόσημο των παρακάτω παραστάσεων.

- i .  $(x - y)(z - x)$
- ii .  $(x - z)(y - x)$
- iii .  $(y - z)(x - y)(x - z)$

#### 4. Πρόσημο παράστασης

Έστω ένας πραγματικός αριθμός  $a$  για τον οποίο γνωρίζουμε ότι ισχύει  $2 < a < 4$ . Να βρεθούν οι αριθμοί μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι παρακάτω παραστάσεις.

- |                 |                 |                   |
|-----------------|-----------------|-------------------|
| i . $a^2 - 4$   | iii . $a^3$     | v . $3a^2 - a^3$  |
| ii . $2a^2 + 3$ | iv . $2a - a^2$ | vi . $a^4 - 3a^2$ |

#### 5. Σύγκριση αριθμών

Να συγκρίνετε τους πραγματικούς αριθμούς  $A$  και  $B$  στις παρακάτω περιπτώσεις.

- i .  $A = 3\sqrt{3} - 1$  και  $B = 2\sqrt{3} - 2$
- ii .  $A = 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$  και  $B = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$
- iii .  $A = \frac{2\sqrt{2}-1}{2}$  και  $B = \frac{3}{2}$

iv .  $A = (\sqrt{2})^3 + 1$  και  $B = \sqrt{2} + 2$

#### 6. Σύγκριση αριθμών

Να συγκρίνετε τους πραγματικούς αριθμούς  $A$  και  $B$  στις παρακάτω περιπτώσεις.

- i .  $A = 2^{70}$  και  $B = 4^{30}$
- ii .  $A = 9^{120}$  και  $B = 8^{150}$
- iii .  $A =$  και  $B =$
- iv .  $A =$  και  $B =$

#### 7. Σύγκριση αριθμών

Να συγκριθούν οι παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις  $A$  και  $B$  στις παρακάτω περιπτώσεις.

- i .  $A = (x + y)^2$  και  $B = 1 - (x - y)^2$
- ii .
- iii .
- iv .

#### 8. Σύγκριση αριθμών

Να συγκριθούν οι παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις  $A$  και  $B$  στις παρακάτω περιπτώσεις.

- i .  $A = \frac{a-\beta}{a+\beta}$  και  $B = \frac{a\beta}{a^2-\beta^2}$
- ii .
- iii .
- iv .

#### 9. Τετράγωνο αριθμού

Να αποδειχθεί ότι ισχύουν οι παρακάτω ανισότητες για κάθε τιμή της μεταβλητής  $x$ .

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| i . $x^2 + 1 \geq 2x$   | iii . $6x - 9 \leq x^2$  |
| ii . $4x \leq 1 + 4x^2$ | iv . $(x + 1)^2 \geq 4x$ |

#### 10. Τετράγωνο αριθμού

Να αποδειχθεί ότι ισχύουν οι παρακάτω ανισότητες για κάθε τιμή των μεταβλητών  $x, y$ .

- |                                    |                             |
|------------------------------------|-----------------------------|
| i . $x^2 + y^2 \geq 2xy$           | iii . $(x + y)^2 \geq 4xy$  |
| ii . $x^2 + 1 \geq 2y - y^2$       | iv . $4x^2 \geq x^2 - 4y^2$ |
| v . $3x^2 + 1 \geq 4x - x^2 - y^2$ |                             |

### 11. Τετράγωνο αριθμού

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $x, y$  σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις.

- i.  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$
- ii.  $(3x - 6)^2 + (2y - 8)^2 = 0$
- iii.  $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$
- iv.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$

### 12. Ιδιότητες ανισοτήτων

Έστω  $a \in \mathbb{R}$  πραγματικός αριθμός για τον οποίο ισχύει  $2 < a < 5$ . Να βρεθεί μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκονται οι παρακάτω παραστάσεις.

- i.  $a - 7$
- ii.  $3a + 4$
- iii.  $3 - 2a$
- iv.  $7a + 13$

### 13. Ιδιότητες ανισοτήτων

Δίνονται δύο πραγματικοί αριθμοί  $a, \beta \in \mathbb{R}$  για τους οποίους ισχύουν οι σχέσεις  $3 < a < 7$  και  $2 < \beta < 4$ . Να αποδειχθούν οι παρακάτω ανισότητες.

- i.  $8 < 2a + \beta < 18$
- ii.  $-1 < a - \beta < 5$
- iii.  $24 < 4a\beta < 112$
- iv.  $\frac{3}{4} < \frac{a}{\beta} < \frac{7}{2}$

### 14. Ιδιότητες ανισοτήτων

Δίνονται δύο πραγματικοί αριθμοί  $a, \beta \in \mathbb{R}$  για τους οποίους ισχύουν οι σχέσεις  $1 < a < 5$  και  $2 < \beta < 3$ . Να βρεθεί μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκονται οι παρακάτω παραστάσεις.

- i.  $3a + 2\beta$
- ii.  $4a - 3\beta$
- iii.  $4a\beta - 5$
- iv.  $\frac{3a}{2\beta}$

### 15. Διαστήματα

Να γραφτούν τα παρακάτω διαστήματα με τη μορφή ανισοτήτων.

- i.  $[3, 7]$
- ii.  $[-2, 5)$
- iii.  $(0, 3]$
- iv.  $(-\infty, 4]$
- v.  $(0, +\infty)$
- vi.  $(-4, 4)$

### 16. Διαστήματα

Να γραφτούν οι παρακάτω ανισότητες με τη μορφή διαστημάτων.

- i.  $2 \leq x \leq 8$
- ii.  $-3 < x < 10$
- iii.  $x > -2$
- iv.  $x \leq 4$
- v.  $-1 \leq x < 3$
- vi.  $x \geq 0$

### 17. Διαστήματα

Να παρασταθούν τα παρακάτω διαστήματα γραφικά, πάνω στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

- i.  $[-2, 2]$
- ii.  $[4, 9)$
- iii.  $(-3, 0]$
- iv.  $(4, +\infty)$
- v.  $(-\infty, 3]$
- vi.  $(-4, 5)$

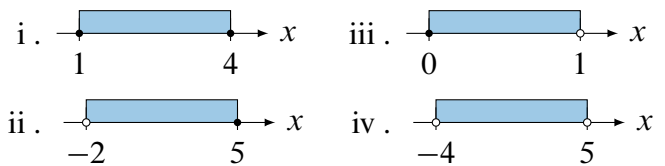
### 18. Διαστήματα

Να παραστήσετε γραφικά σε άξονα τα σύνολα αριθμών που ορίζονται από τις παρακάτω ανισότητες.

- i.  $-3 \leq x \leq 2$
- ii.  $1 < x \leq 5$
- iii.  $0 < x < 10$
- iv.  $x > -4$
- v.  $x < 0$
- vi.  $x \geq 9$

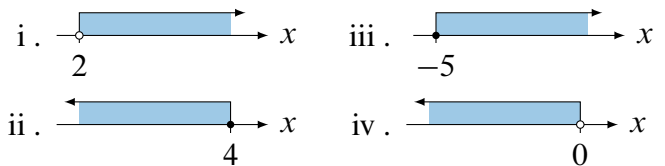
### 19. Διαστήματα

Να γράψετε σε μορφή διαστήματος κάθε σύνολο αριθμών από τα παρακάτω, όπως αυτά φαίνονται στους άξονες.



### 20. Διαστήματα

Να γράψετε σε μορφή διαστήματος κάθε σύνολο αριθμών από τα παρακάτω, όπως αυτά φαίνονται στους άξονες.



### 21. Διαστήματα

Να βρεθούν τα κοινά στοιχεία των παρακάτω διαστημάτων.

- i.  $[2, 4], [3, 7]$
- ii.  $(-\infty, 5), (-3, 7)$
- iii.  $[0, 3), (1, 3]$
- iv.  $(-\infty, 4), [5, +\infty)$
- v.  $(-3, 4], (-\infty, 4)$
- vi.  $[2, +\infty), (3, +\infty)$

### 22. Διαστήματα

Αν  $\Delta_1, \Delta_2$  είναι δύο διαστήματα πραγματικών αριθμών τότε να βρεθεί η ένωση  $\Delta_1 \cup \Delta_2$  και η τομή τους  $\Delta_1 \cap \Delta_2$  σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις.

- i.  $\Delta_1 = [-3, 3]$  και  $\Delta_2 = (-2, 4]$ .
- ii.  $\Delta_1 = [1, 4)$  και  $\Delta_2 = (0, +\infty)$ .
- iii.  $\Delta_1 = (-4, 0)$  και  $\Delta_2 = (-\infty, -2]$ .
- iv.  $\Delta_1 = (-\infty, 10)$  και  $\Delta_2 = (11, +\infty)$ .

### 23. Διαστήματα

Δίνονται τα διαστήματα πραγματικών αριθμών  $\Delta_1 = [1, 4], \Delta_2 = (2, +\infty)$ . Να βρεθούν τα παρακάτω σύνολα.

- i .  $\Delta_1 \cup \Delta_2$       iii .  $\Delta'_1$       v .  $\Delta_1 - \Delta_2$   
 ii .  $\Delta_1 \cap \Delta_2$       iv .  $\Delta'_2$       vi .  $\Delta_2 - \Delta_1$

#### 24. Μετατροπή σχήματος σε σύνολο

Να βρείτε και να γράψετε στη μορφή διαστήματος ή ένωσης διαστημάτων τα κοινά στοιχεία των συνόλων που φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.

