

📅 Ημερομηνία: .....

## 1 Γραμμικά Συστήματα

### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Γραμμική Εξίσωση
2. Γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  και  $3 \times 3$
3. Ορίζουσα

### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Σημείο σε ευθεία
2. Είδη ευθειών
3. Κανόνας οριζουσών

### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ☐ Γρ. εξίσωση - Λύση - Σημείο σε ευθεία
- ☐ Ευθεία - Χάραξη
- ☐ Σημεία τομής με άξονες
- ⚠ ☐ Μέθοδος αντικατάστασης
- ⚠ ☐ Μέθοδος αντίθετων συντελεστών
- ⚠ ☐ Μέθοδος οριζουσών

- ☐ Γραφική επίλυση
- ☐ Προβλήματα
- ☐ Σύνθετα συστήματα
- ☐ Συστήματα  $3 \times 3$
- ☐ Παραμετρικά συστήματα

### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1. Ευθεία :  $ax + by = \gamma$ ,  $a \neq 0$  ή  $b \neq 0$
2. Οριζόντια ευθεία :  $y = k$
3. Κατακόρυφη ευθεία :  $x = k$
4. Συντελεστής διεύθυνσης :  $\lambda = -\frac{a}{b}$
5. Γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$

$$\begin{cases} ax + by = \gamma \\ a'x + b'y = \gamma' \end{cases}$$

6. Λύση συστήματος :  $(x, y) = \left( \frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D} \right)$

7. Ορίζουσα συντελεστών :  $D = \begin{vmatrix} a & \beta \\ a' & \beta' \end{vmatrix}$

8. Ορίζουσες μεταβλητών :

$$D_x = \begin{vmatrix} \gamma & \beta \\ \gamma' & \beta' \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a & \gamma \\ a' & \gamma' \end{vmatrix}$$

## ΟΡΙΣΜΟΙ

### 1.1 Γραμμική εξίσωση

Γραμμική εξίσωση...

### 1.2 Γραμμικό σύστημα $2 \times 2$

## ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

### 1.1 Ευθεία

Μια γραμμική εξίσωση της μορφής  $ax + by = \gamma$  παριστάνει ευθεία γραμμή αν και μόνο αν  $a \neq 0$  ή  $b \neq 0$ . Συγκεκριμένα

- i. για  $a \neq 0$  και  $b \neq 0$  είναι πλάγια ευθεία.
- ii. για  $a \neq 0$  και  $b = 0$  είναι κατακόρυφη ευθεία.
- iii. για  $a = 0$  και  $b \neq 0$  είναι οριζόντια ευθεία.

### 1.2 Σημείο σε ευθεία

Ένα σημείο  $A(x_0, y_0)$  ανήκει σε μια ευθεία  $\varepsilon$  αν και μόνο αν οι συντεταγμένες του σημείου επαληθεύουν την εξίσωσή της.

$$A(x_0, y_0) \in \varepsilon \Leftrightarrow ax_0 + by_0 = \gamma$$

### 1.3 Λύση συστήματος με κανόνα οριζουσών

- i. Αν  $D \neq 0$  το σύστημα έχει μοναδική λύση την  $(x, y) = \left(\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D}\right)$ .
- ii. Αν  $D = 0$  τότε το σύστημα είναι είτε αδύνατο είτε αόριστο. Συγκεκριμένα
  - α. αν  $D_x = D_y = 0$  είναι αόριστο.
  - β. αν  $D_x \neq 0$  ή  $D_y \neq 0$  είναι αδύνατο.

## ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

### 1.1 Μέθοδος αντικατάστασης

**1<sup>ο</sup> Βήμα:** Λύνουμε μια από...

📅 Ημερομηνία: .....

## 2 Μη Γραμμικά Συστήματα

### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📄

1. Μη γραμμική εξίσωση

### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Σημείο σε ευθεία
2. Είδη ευθειών
3. Κανόνας οριζουσών

### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

⚠ ☐ Μέθοδος αντικατάστασης

### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1.

📅 Ημερομηνία: .....

### 3 Μονοτονία - Ακρότατα συνάρτησης

#### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Γνησίως αύξουσα συνάρτηση
2. Γνησίως φθίνουσα συνάρτηση
3. Μέγιστο συνάρτησης
4. Ελάχιστο συνάρτησης
5. Άρτια - Περιττή συνάρτηση

#### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Ιδιότητες διάταξης
- 2.

#### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ⚠ ☐ Εύρεση μονοτονίας συνάρτησης
- ☐ Επίλυση εξίσωσης
- ☐ Επίλυση ανίσωσης

- ☐ Εύρεση ακρότατου συνάρτησης
- ☐

#### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1. Γν. αύξουσα  $f \nearrow \Delta$
2. Γν. φθίνουσα  $f \searrow \Delta$

3. Μέγιστο  $f(x) \leq f(x_0)$
4. Ελάχιστο  $f(x) \geq f(x_0)$

📅 Ημερομηνία: .....

4 Μετατόπιση γραφικής παράστασης	
Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📄	Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂
1.	1.
Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎	
⚠ <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄	
1.	

📅 Ημερομηνία: .....

## 5 Η έννοια του τριγωνομετρικού αριθμού

### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου
2. Τριγωνομετρικοί αριθμοί σε σύστημα συντεταγμένων
3. Ακτίνιο
4. Τριγωνομετρικός κύκλος

### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Μετατροπή Μοίρες ↔ Ακτίνια
2. Τρ. αριθμοί βασικών γωνιών
3. Πρόσημα τριγωνομετρικών αριθμών
4. Τρ. αριθμοί γωνιών που ξεπερνούν τον κύκλο
5. Βασικές ανισότητες για ημίτονο και συνημίτονο

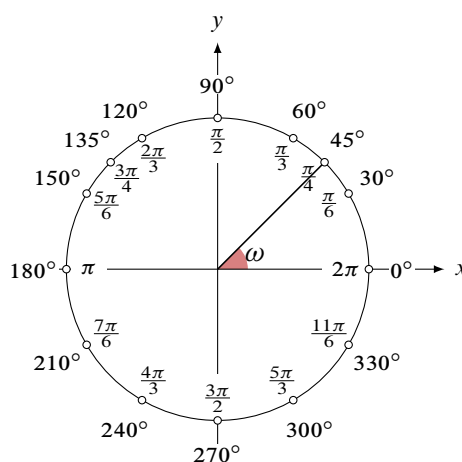
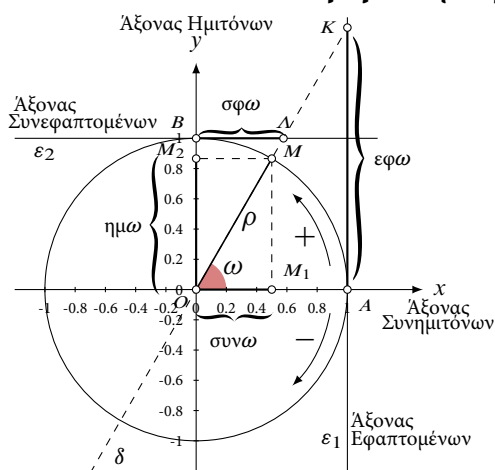
### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋









- ⚠ ☐ Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών σε τρίγωνο
- ☐ Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών από σημείο  $xOy$
- ☐ Μετατροπή μοιρών σε ακτίνια και αντίστροφα

- ⚠ ☐ Τριγωνομετρικοί αριθμοί βασικών γωνιών
- ☐ Τριγωνομετρικός κύκλος
- ⚠ ☐ Πρόσημα τρ. Αριθμών σε κάθε τεταρτημόριο
- ☐ Γωνίες μεγαλύτερες του κύκλου

### Πίνακες - Σχήματα 📊 - 📐

#### Τριγωνομετρικός Κύκλος



ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΩΝΙΕΣ								
Θέση	Σημείο άξονα	1 <sup>ο</sup> Τεταρτημόριο			Σημείο άξονα			
Μοίρες	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Ακτίνια	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
Σχήμα								
ημω	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
συνω	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
εφω	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Δεν ορίζεται	0	Δεν ορίζεται	0
σφω	Δεν ορίζεται	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	Δεν ορίζεται	0	Δεν ορίζεται

### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1. Ημίτονο : $\eta\mu\omega$                  | 7. $\epsilon\phi\omega = \frac{y}{x}, x \neq 0$         | 12. $\sigma\upsilon\nu(360^\circ\kappa + \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$ |
| 2. Συνημίτονο : $\sigma\upsilon\nu\omega$     | 8. $\sigma\phi\omega = \frac{x}{y}, y \neq 0$           | 13. $\epsilon\phi(360^\circ\kappa + \omega) = \epsilon\phi\omega$           |
| 3. Εφαπτομένη : $\epsilon\phi\omega$          | 9. $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$                            | 14. $\sigma\phi(360^\circ\kappa + \omega) = \sigma\phi\omega$               |
| 4. Συνεφαπτομένη : $\sigma\phi\omega$         | 10. $\frac{\mu}{180^\circ} = \frac{a}{\pi}$             | 15. $-1 \leq \eta\mu\omega \leq 1$  |
| 5. $\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho}$           | 11. $\eta\mu(360^\circ\kappa + \omega) = \eta\mu\omega$ | 16. $-1 \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$                                |
| 6. $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho}$ |   |   |

📅 Ημερομηνία: .....

## 6 Τριγωνομετρικές ταυτότητες

### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Τριγωνομετρική ταυτότητα

### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες

### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ☐ Έλεγχος ύπαρξης γωνίας  
 ⚠ ☐ Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών με χρήση ταυτοτήτων

- ⚠ ☐ Απόδειξη τριγωνομετρικών ταυτοτήτων  
☐ Απόδειξη ανισοτήτων

### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1.  $\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$

2.  $\epsilon\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}$

3.  $\sigma\phi x = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}$

4.  $\epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x = 1$

5.  $\sigma\upsilon\nu^2 x = \frac{1}{1+\epsilon\phi^2 x}$

6.  $\eta\mu^2 x = \frac{\epsilon\phi^2 x}{1+\epsilon\phi^2 x}$



📅 Ημερομηνία: .....

## 7 Αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο

### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

- |                                   |                            |
|-----------------------------------|----------------------------|
| 1. Αναγωγή από 2° σε 1°           | 5. Γωνίες με διαφορά 90°   |
| 2. Αναγωγή από 3° σε 1°           | 6. Γωνίες με άθροισμα 270° |
| 3. Αναγωγή από 4° σε 1°           | 7. Γωνίες με διαφορά 270°  |
| 4. Σχέσεις συμπληρωματικών γωνιών |                            |

### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- |   |  |
|---|--|
| ⚠ <input type="checkbox"/> Υπολογισμός τριγωνομετρικών αριθμών γωνιών που καταλήγουν σε 2ο, 3ο, 4ο. | <input type="checkbox"/> Υπολογισμός παράστασης        |
| <input type="checkbox"/> Συμπληρωματικές γωνίες   | <input type="checkbox"/> Γωνίες μεγαλύτερες του κύκλου |

### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1.

📅 Ημερομηνία: .....

8 Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις	
Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📄	Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂
1. Τριγωνομετρική συνάρτηση	1.
Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎	
⚠️ <input type="checkbox"/>	
Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄	
1.	

📅 Ημερομηνία: .....

## 9 Τριγωνομετρικές Εξισώσεις

### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Τριγωνομετρική εξίσωση

### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Σύνολα λύσεων βασικών τριγωνομετρικών εξισώσεων

### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ⚠ ☐ Λύση απλής τριγωνομετρικής εξίσωσης
- ☐ Λύση απλής τριγωνομετρικής εξίσωσης με αρνητικό αριθμό
- ☐ Λύση εξίσωσης σε διάστημα
- ☐ Σύνθετες τριγωνομετρικές εξισώσεις
- ☐ Επίλυση με αναγωγή στο 1<sup>ο</sup> τεταρτ.

- ☐ Επίλυση με τριγωνομετρικές ταυτότητες
- ☐ Τριγωνομετρικές εξισώσεις πολωνυμικής μορφής
- ☐ Συστήματα
- ☐ Γεωμετρικές εφαρμογές

### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📖

$$1. \eta\mu x = a \Rightarrow x = \begin{cases} 2k\pi + \theta \\ 2k\pi + (\pi - \theta) \end{cases}$$

$$2. \sigma\upsilon\nu x = a \Rightarrow x = \begin{cases} 2k\pi + \theta \\ 2k\pi - \theta \end{cases}$$

📅 Ημερομηνία: .....

## 10 Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋️



Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

$$\begin{aligned} 1. \quad \eta\mu(\varphi + \omega) &= \eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega + \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \eta\mu\omega \\ 2. \quad \sigma\upsilon\nu(\varphi + \omega) &= \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega - \eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\omega \\ 3. \quad \varepsilon\varphi(\varphi + \omega) &= \frac{\varepsilon\varphi\varphi + \varepsilon\varphi\omega}{1 - \varepsilon\varphi\varphi \cdot \varepsilon\varphi\omega} \\ 4. \quad \sigma\varphi(\varphi + \omega) &= \frac{\sigma\varphi\varphi\sigma\varphi\omega - 1}{\sigma\varphi\varphi + \sigma\varphi\omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \eta\mu(\varphi - \omega) &= \eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega - \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \eta\mu\omega \\ 6. \quad \sigma\upsilon\nu(\varphi - \omega) &= \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\omega + \eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\omega \\ 7. \quad \varepsilon\varphi(\varphi - \omega) &= \frac{\varepsilon\varphi\varphi - \varepsilon\varphi\omega}{1 + \varepsilon\varphi\varphi \cdot \varepsilon\varphi\omega} \\ 8. \quad \sigma\varphi(\varphi - \omega) &= \frac{\sigma\varphi\varphi\sigma\varphi\omega + 1}{\sigma\varphi\varphi - \sigma\varphi\omega} \end{aligned}$$

📅 Ημερομηνία: .....

## 11 Τριγωνομετρικοί αριθμοί διπλάσιας γωνίας

Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω 🖋️



Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

$$1. \eta\mu 2\varphi = 2\eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$2. \sigma\upsilon\nu 2\varphi = \begin{cases} \sigma\upsilon\nu^2\varphi - \eta\mu^2\varphi \\ 1 - 2\eta\mu^2\varphi \\ 2\sigma\upsilon\nu^2\varphi - 1 \end{cases}$$

$$3. \epsilon\varphi 2\varphi = \frac{2\epsilon\varphi\varphi}{1 - \epsilon\varphi^2\varphi}$$

$$4. \sigma\varphi 2\varphi = \frac{\sigma\varphi^2\varphi - 1}{2\sigma\varphi\varphi}$$

$$5. \eta\mu^2\varphi = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{2}$$

$$6. \sigma\upsilon\nu^2\varphi = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{2}$$

$$7. \epsilon\varphi^2\varphi = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\varphi}$$

$$8. \sigma\varphi^2\varphi = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\varphi}{1 - \sigma\upsilon\nu 2\varphi}$$

📅 Ημερομηνία: .....

## 12 Πολυώνυμα

### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Μονώνυμο
2. Πολυώνυμο
3. Όροι πολωνύμου
4. Τιμή πολωνύμου
5. Βαθμός πολωνύμου
6. Ρίζα πολωνύμου
7. Μηδενικό - Σταθερό πολυώνυμο
8. Ίσα πολυώνυμα

### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Βαθμός πολωνύμου
2. Ισότητα πολωνύμων

### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎



### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1.  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  | 2.

📅 Ημερομηνία: .....

### 13 Διαίρεση πολωνύμων

#### Ορισμοί - Βασικές έννοιες 📖

1. Ευκλείδεια διαίρεση πολωνύμων
2. Ταυτότητα ευκλείδειας διαίρεσης
3. Τέλεια διαίρεση
4. Παράγοντες - διαιρέτες
5. Σχήμα Horner

#### Θεωρήματα - Ιδιότητες ✂

1. Υπόλοιπο διαίρεσης
2. Ρίζα πολωνύμου

#### Είδη ασκήσεων - Τι πρέπει να γνωρίζω ✎

- ⚠ ☐ Διαίρεση με διαιρέτη  $x - \rho$
- ☐ Παραγοντοποίηση πολωνύμου με τη χρήση σχήματος Horner

- ☐ Υπολογισμός υπολοίπου διαίρεσης.
- ☐

#### Τυπολόγιο - Συμβολισμοί 📄

1.  $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + \upsilon(x)$
2.  $\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x)$

3.  $\upsilon = P(\rho)$