

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

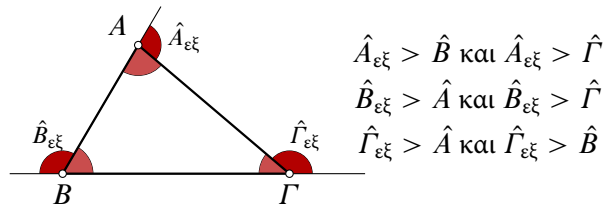
Τρίγωνα

ΑΝΙΣΟΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

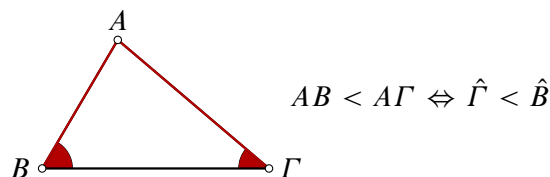
ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΣΧΕΣΗ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΓΩΝΙΑΣ

Σε κάθε τρίγωνο, οποιαδήποτε εξωτερική γωνία του είναι μεγαλύτερη από κάθε απέναντι εσωτερική.



ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΠΛΕΥΡΩΝ ΚΑΙ ΓΩΝΙΩΝ

Σε κάθε τρίγωνο απέναντι από δύο άνισες πλευρές βρίσκονται δύο όμοια άνισες γωνίες. Αντίστροφα απέναντι από δύο άνισες γωνίες βρίσκονται δύο όμοια άνισες πλευρές.



ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΣΧΕΣΕΙΣ ΓΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΠΛΕΥΡΩΝ

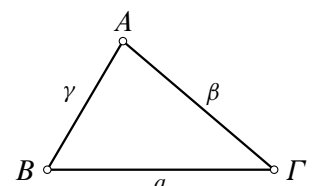
Ισχύουν οι εξής προτάσεις για τις σχέσεις μεταξύ πλευρών και γωνιών ενός τριγώνου :

- Απέναντι από την ορθή γωνία σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και απέναντι από την αμβλεία γωνία σε ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο βρίσκεται η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου.
- Αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες τότε είναι ισοσκελές.
- Αν ένα τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες τότε είναι ισόπλευρο.

ΘΕΩΡΗΜΑ 4 : ΤΡΙΓΩΝΙΚΗ ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ

Σε κάθε τρίγωνο, οποιαδήποτε πλευρά είναι μικρότερη από το άθροισμα των άλλων δύο πλευρών και μεγαλύτερη από τη διαφορά τους.

$$\beta - \gamma < a < \beta + \gamma \quad , \quad \text{με } \beta \geq \gamma$$



ΘΕΩΡΗΜΑ 5 : ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΓΙΑ ΙΣΟΣΚΕΛΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟ

Αν σε ένα τρίγωνο, το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή με ένα σημείο της απέναντι πλευράς είναι δύο από τα τρία δευτερεύοντα στοιχεία

i. διάμεσος

ii. διχοτόμος

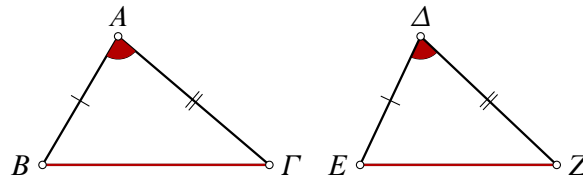
iii. ύψος

τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά αυτή.

ΘΕΩΡΗΜΑ 6 : ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΠΛΕΥΡΩΝ

Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες και τις περιεχόμενες γωνίες τους άνισες, τότε οι απέναντι πλευρές θα είναι όμοια άνισες.

$$AB = AG \text{ και } \hat{A} > \hat{\Delta} \Rightarrow B\Gamma > EZ$$



Αντίστροφα, αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες και τις τρίτες πλευρές τους άνισες τότε οι απέναντι γωνίες θα είναι όμοια άνισες.

$$AB = AG \text{ και } B\Gamma > EZ \Rightarrow \hat{A} > \hat{\Delta}$$