



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

📍: Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος | ☎: 26610 20144 | 📠: 6932327283 - 6955058444

18 Ιανουαρίου 2020

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Συναρτήσεις

ΤΥΠΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**ΘΕΜΑ Α**

**A.1** Να δώσετε τον ορισμό μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης.

*Μονάδες 5*

**A.2** Να δώσετε τον ορισμό μιας συνάρτησης  $1 - 1$ .

*Μονάδες 5*

**A.3** Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

α. Κάθε συνάρτηση  $1 - 1$  είναι και γνησίως μονότονη.

β. Δύο συναρτήσεις  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g : B \rightarrow \mathbb{R}$  είναι ίσες αν ισχύει  $f(x) = g(x)$  για κάθε  $x \in A \cap B$ .

γ. Εάν για μια συνάρτηση  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  ισχύει η σχέση  $f(x) \leq 3$  για κάθε  $x \in A$  τότε το 3 είναι το μέγιστο της  $f$ .

δ. Για οποιοδήποτε συναρτήσεις  $f, g$  ισχύει  $f \circ g = g \circ f$ .

ε. Εάν  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι μια συνάρτηση  $1 - 1$  τότε το πεδίο ορισμού της  $f^{-1}$  είναι το  $f(A)$ .

*Μονάδες 10*

**A.4** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει μέγιστο σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

*Μονάδες 5*

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln x + x^2 + e^x$  με  $x \in (0, +\infty)$ .

**B.1** Να δείξετε ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $(0, +\infty)$ .

*Μονάδες 8*

**B.2** Να λύσετε την εξίσωση

$$\ln x + x^2 = 1 + e - e^x$$

*Μονάδες 7*

**B.3** Να λύσετε την ανίσωση

$$\ln \frac{x^2 + 4}{4x} + (x^2 + 4)^2 - 16x^2 \leq e^{4x} - e^{x^2 + 4}$$

*Μονάδες 10*

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Γ.1** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση είναι αντιστρέψιμη.

*Μονάδες 7*

**Γ.2** Να ορίσετε την αντίστροφη συνάρτηση της  $f$ .

*Μονάδες 9*

**Γ.3** Να λύσετε την ανίσωση

$$f^{-1}\left(\frac{7}{6} - f(\ln x)\right) \geq 0$$

**Μονάδες 9**

Καλή Επιτυχία!