

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
1 Απριλίου 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ**  
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ

**ΟΡΙΣΜΟΙ**

---

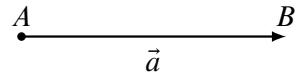
**ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΜΕΓΕΘΟΣ**

Διανυσματικό ονομάζεται ένα μέγεθος το οποίο προσδιορίζεται από το μέτρο του αλλά και τη διεύθυνση και τη φορά του.

**ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΔΙΑΝΥΣΜΑ**

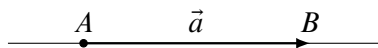
Διάνυσμα ονομάζεται ένα προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα, δηλαδή ένα ευθύγραμμο τμήμα το οποίο έχει μια συγκεκριμένη κατεύθυνση.

- Τα στοιχεία ενός διανύσματος είναι η φορά, η διεύθυνση και το μέτρο.
- Η διεύθυνση μαζί με τη φορά ορίζουν την **κατεύθυνση** του διανύσματος.
- Τα άκρα ενός διανύσματος ονομάζονται **αρχή** (A) και **πέρας** (B). Κάθε διάνυσμα συμβολίζεται με το όνομα του ευθύγραμμου τμήματος που ορίζουν τα άκρα του :  $\overrightarrow{AB}$  ή με ένα μικρό γράμμα :  $\vec{a}$ .
- Το μέτρο του διανύσματος είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος .
- Το διάνυσμα του οποίου τα άκρα ταυτίζονται ονομάζεται **μηδενικό διάνυσμα** και συμβολίζεται με  $\vec{0}$  :  $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ .



**ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΦΟΡΕΑΣ - ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΚΑΙ ΦΟΡΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ**

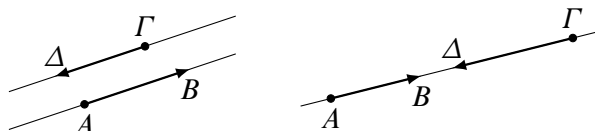
Φορέας ενός διανύσματος ονομάζεται η ευθεία στην οποία βρίσκεται πάνω το διάνυσμα. Ο φορέας ενός διανύσματος καθορίζει τη διεύθυνση του.



Η φορά του διανύσματος μας δίνει τον προσανατολισμό του πάνω στον φορέα, δηλαδή τη διάταξη των άκρων του πάνω στο φορέα. Μας δείχνει προς ποιο μέρος "κινείται" το διάνυσμα πάνω στη ευθεία.

**ΟΡΙΣΜΟΣ 4 : ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ - ΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ**

Παράλληλα ή συγγραμμικά διανύσματα ονομάζονται τα διανύσματα τα οποία έχουν κοινό φορέα ή παράλληλους φορείς. Τα παράλληλα διανύσματα έχουν την ίδια διεύθυνση.

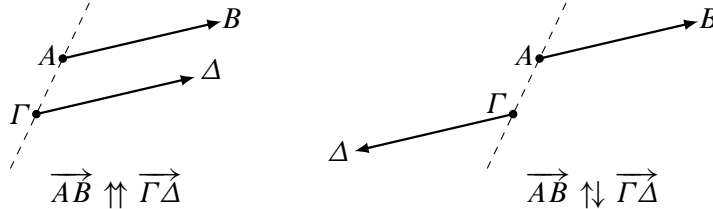


## ΟΡΙΣΜΟΣ 5 : ΟΜΟΡΡΟΠΑ - ΑΝΤΙΡΡΟΠΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

### 1. Ομόρροπα

Τα διανύσματα που έχουν ίδια διεύθυνση και ίδια φορά λέγονται ομόρροπα. Είναι παράλληλα και η ευθεία που διέρχεται από τις αρχές τους τα αφήνει στο ίδιο ημιεπίπεδο. Ανάμεσα σε δύο ομόρροπα διανύσματα χρησιμοποιούμε το συμβολισμό  $\Uparrow$ . Τα ομόρροπα διανύσματα έχουν την ίδια κατεύθυνση.

- Ανάμεσα σε δύο ομόρροπα διανύσματα χρησιμοποιούμε το συμβολισμό  $\Uparrow$ .
- Τα ομόρροπα διανύσματα έχουν την ίδια κατεύθυνση.



### 2. Αντίρροπα

Τα διανύσματα που έχουν ίδια διεύθυνση και ίδια φορά λέγονται αντίρροπα. Είναι παράλληλα και βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας που διέρχεται από τις αρχές τους.

- Ανάμεσα σε δύο αντίρροπα διανύσματα χρησιμοποιούμε το συμβολισμό  $\Uparrow$ .
- Τα αντίρροπα διανύσματα έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.

## ΟΡΙΣΜΟΣ 6 : ΙΣΑ - ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

### 1. Ίσα διανύσματα

Ίσα λέγονται τα ομόρροπα διανύσματα που έχουν ίσα μέτρα.

### 2. Αντίθετα διανύσματα

Αντίθετα λέγονται τα αντίρροπα διανύσματα που έχουν ίσα μέτρα.

## ΟΡΙΣΜΟΣ 7 : ΓΩΝΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Γωνία δύο μη μηδενικών διανυσμάτων  $\vec{OA} = \vec{a}$  και  $\vec{OB} = \vec{b}$  ονομάζεται η κυρτή γωνία που σχηματίζουν οι φορείς των δύο διανυσμάτων.

- Η γωνία των διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{b}$  συμβολίζεται με  $(\vec{a}, \vec{b})$ .
- Η γωνία  $\theta$  δύο διανυσμάτων παίρνει τιμές από  $0^\circ$  μέχρι  $180^\circ$  :  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  ή  $0 \leq \theta \leq \pi$ .
- Αν  $\theta = 0$  τότε τα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{b}$  είναι ομόρροπα :  $\theta = 0 \Rightarrow \vec{a} \Uparrow \vec{b}$ .
- Αν  $\theta = \pi$  τότε τα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{b}$  είναι αντίρροπα :  $\theta = \pi \Rightarrow \vec{a} \Uparrow \vec{b}$ .
- Αν  $\theta = \frac{\pi}{2}$  τότε τα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{b}$  είναι κάθετα :  $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ .