

6 Μαρτίου 2020

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Παράγωγοι

ΤΥΠΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: Β

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό. *Μονάδες 5*

A.2 Να δώσετε τον ορισμό της παραγωγίσιμης συνάρτησης σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της. *Μονάδες 5*

A.3 Να δείξετε ότι $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. *Μονάδες 5*

A.4 Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστή** ή **Λανθασμένη**.

- α. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε είναι και παραγωγίσιμη σ' αυτό.
- β. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε δεν είναι παραγωγίσιμη σ' αυτό.
- γ. Το πεδίο ορισμού της παραγώγου μιας συνάρτησης f είναι υποσύνολο του πεδίου ορισμού της f .
- δ. Η παράγωγος του γινομένου δύο συναρτήσεων f, g ισούται με $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$.
- ε. Ισχύει ότι $(x^x)' = x \cdot x^{x-1}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων.

B.1 $f(x) = x^2 \cdot \eta\mu x$

B.2 $f(x) = \frac{e^x}{\sigma\upsilon\nu x}$

B.3 $f(x) = \ln(\sigma\upsilon\nu x), x \in (0, \frac{\pi}{2})$

B.4 $f(x) = 3^x \cdot \ln x$

B.5 $f(x) = (x^2 - 1)^x$

B.6 $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$

B.7 $f(x) = \sqrt[3]{(2-x)^4}$

B.8 $f(x) = |x - 3| + 2x$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$$

Γ.1 Να βρεθεί η παράγωγος της f .

Μονάδες 8

Γ.2 Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f η οποία έχει κλίση $\lambda = 0$.

Μονάδες 9

Γ.3 Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(e, f(e))$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται οι συναρτήσεις $f(x) = a \sin x$ και $g(x) = \beta x^3 - x$, με $a, \beta \in \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει $f'(\frac{\pi}{6})$ και $g''(2) = 24$.

Δ.1 Να δείξετε ότι $a = 4$ και $\beta = 2$.

Μονάδες 8

Δ.2 Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g(x)}$$

Μονάδες 8

Δ.3 Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της g στο σημείο $A(1, g(1))$ σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο OAB το οποίο έχει εμβαδόν $(OAB) = 1.6$.

Μονάδες 9