ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ
: Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος | : 26610 20144 | : 6932327283 - 6955058444

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΘΕΩΡΙΑ, ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

10 Ιουλίου 2019

ΤΜΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΠΥΡΟΣ ΦΡΟΝΙΜΟΣ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Όρια - Συνέχεια

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ 1-1

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ 1-1
Μια συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ ονομάζεται $1-1$ εάν κάθε στοιχείο $x \in A$ του πεδίου ορισμού αντιστοιχεί μέσω της συνάρτησης, σε μοναδική τιμή $f(x)$ του συνόλου τιμών της. Για κάθε ζεύγος αριθμών $x_1, x_2 \in A$ του πεδίου ορισμού της f θα ισχύει

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

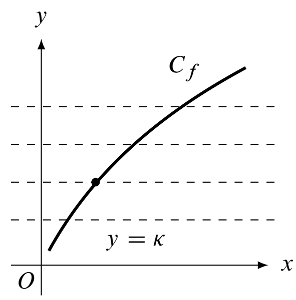
ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ 1-1
Μια συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$ είναι μια συνάρτηση $1-1$ αν και μόνο αν για κάθε ζεύγος αριθμών $x_1, x_2 \in A$ του πεδίου ορισμού της, η ισότητα των εικόνων τους συνεπάγεται την ισότητα μεταξύ τους. Δηλαδή θα ισχύει η παρακάτω σχέση

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ 1-1
Έστω μια συνάρτηση $f : A \to \mathbb{R}$. Αν η f είναι μια συνάρτηση $1-1$ τότε γι αυτήν ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες :

i. Για κάθε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει $x_1 = x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$.
ii. Κάθε οριζόντια ευθεία της μορφής $y = \kappa$ με $\kappa \in \mathbb{R}$ θα έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f.
iii. Εαν η συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη σε κάθε διάστημα του πεδίου ορισμού της τότε θα είναι και $1-1$. Το αντίστροφο δεν ισχύει πάντα.
iv. Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ μια λύση στο πεδίο ορισμού της f. Εαν $0 \in f(A)$ τότε η εξίσωση έχει μια λύση ακριβώς.



Αν η συνάρτηση f δεν είναι $1-1$ τότε θα υπάρχει τουλάχιστον ένα ζεύγος αριθμών $x_1, x_2 \in A$ που να έχουν την ίδια τιμή δηλαδή :

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$