

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
Εξισώσεις - Ανισώσεις
ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ 1 : ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Για την επίλυση κάθε εξίσωσης με έναν άγνωστο, οποιασδήποτε μορφής, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1^ο Βήμα : Απαλοιφή παρονομαστών

Αν η εξίσωση περιέχει κλάσματα, τότε υπολογίζουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών τους, ώστε να πολλαπλασιάσουμε κάθε όρο της μ' αυτό. Στη συνέχεια διαιρούμε κάθε παρονομαστή με το Ε.Κ.Π.

2^ο Βήμα : Απαλοιφή παρενθέσεων

Αν η εξίσωση περιέχει παρενθέσεις τότε εξετάζουμε το λόγο ύπαρξης της κάθε παρένθεσης. Εξετάζουμε δηλαδή αν η παρένθεση υπάρχει λόγω πολλαπλασιασμού, πρόσθεσης ή αφαίρεσης.

3^ο Βήμα : Διαχωρισμός όρων

Χωρίζουμε στα μέλη της εξίσωσης τους γνωστούς από τους άγνωστους όρους αλλάζοντας τα πρόσημά τους. Στη συνέχεια κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων και στα δύο μέλη.

4^ο Βήμα : Διαίρεση - Λύση εξίσωσης

Τέλος διαιρούμε κάθε μέλος της εξίσωσης με το συντελεστή του αγνώστου, οπότε και προκύπτει η λύση της εξίσωσης.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 : ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΠΛΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

Να λυθεί η εξίσωση : $4x - 5 + x = 2x + 7$.

ΛΥΣΗ

Στην εξίσωση αυτή μπορούμε άμεσα να χωρίσουμε στα δύο μέλη της τους γνωστούς από τους άγνωστους όρους της. Οπότε θα έχουμε:

$$\begin{aligned} 4x - 5 + x &= 2x + 7 \Rightarrow \\ 4x + x - 2x &= 7 + 5 \end{aligned}$$

Προσθέτοντας τους όμοιους όρους σε κάθε μέλος θα προκύψει:

$$3x = 12$$

Τέλος, διαιρούμε κάθε μέλος της εξίσωσης με τον αριθμό 3 και παίρνουμε:

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 4$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2 : ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕ ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΙΣ

Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση:

$$3(x - 2) + 4 = (3 + 2x) - 5 - (3x - 2)$$

ΛΥΣΗ

Βλέπουμε αρχικά ότι η εξίσωση περιέχει τρεις παρενθέσεις και αν παρατηρήσουμε καλύτερα θα δούμε ότι καθεμία έχει διαφορετικό λόγο ύπαρξης. Η πρώτη έχει απ' έξω πολλαπλασιασμό, η δεύτερη το πρόσημο +, το οποίο έχουμε παραλείψει και η τρίτη το πρόσημο -. Έτσι θα έχουμε:

$$\begin{aligned} 3(x - 2) + 4 &= (3 + 2x) - 5 - (3x - 2) \Rightarrow \\ 3x - 6 + 4 &= 3 + 2x - 5 - 3x + 2 \end{aligned}$$

Μετά το βήμα αυτό συνεχίζουμε τα υπόλοιπα βήματα όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα οπότε:

$$\begin{aligned} 3x - 6 + 4 &= 3 + 2x - 5 - 3x + 2 \Rightarrow \\ 3x - 2x + 3x &= 3 - 5 + 2 + 6 - 4 \Rightarrow \\ 4x &= 2 \Rightarrow \\ \frac{4x}{4} &= \frac{2}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3 : ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση

$$\frac{x-1}{3} - \frac{x}{4} = 1$$

ΛΥΣΗ

Ξεκινάμε υπολογίζοντας το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών των κλασμάτων, ώστε να πολλαπλασιάσουμε όλους τους όρους της εξίσωσης. Έχουμε λοιπόν

$$\text{Ε.Κ.Π.}(3, 4) = 12 \text{ άρα}$$

$$12 \cdot \frac{x-1}{3} - 12 \cdot \frac{x}{4} = 12 \cdot 1 \Rightarrow 4(x-1) - 3x = 12$$

Η εξίσωση που προέκυψε περιέχει παρενθέσεις άρα συνεχίζουμε όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα. Έτσι

$$\begin{aligned} 4(x-1) - 3x &= 12 \Rightarrow \\ 4x - 4 - 3x &= 12 \Rightarrow \\ 4x - 3x &= 12 + 4 \Rightarrow \\ x &= 16 \end{aligned}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4 : ΕΞΙΣΩΣΗ ΜΕ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2x-1}{3} = \frac{4-x}{2}$.

ΛΥΣΗ

Ένας εναλλακτικός και σύντομος τρόπος να γίνει απαλοιφή παρονομαστών, που εφαρμόζεται στις εξισώσεις με δύο όρους, είναι να πολλαπλασιάσουμε χιαστί τους όρους των κλασμάτων. Δηλαδή θα έχουμε

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{3} &= \frac{4-x}{2} \Rightarrow 2(2x-1) = 3(4-x) \Rightarrow 4x-2 = 12-3x \Rightarrow \\ 4x+3x &= 12+2 \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$