ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΦΙΛΟΜΑΘΕΙΑ

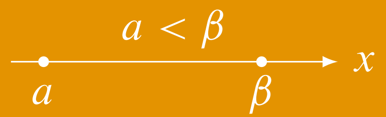
Ιακώβου Πολυλά 24 - Πεζόδρομος
26610 20144 - 693 232 7283
frontistirio.filomatheia@gmail.com
Φροντιστήριο Φιλομάθεια

Σύγκριση και πρόσημα

Σύγκριση αριθμών

- $a > \beta \Leftrightarrow a - \beta > 0$
- $a < \beta \Leftrightarrow a - \beta < 0$

΄Οσο δεξιότερα βρίσκεται ένας αριθμός τόσο μεγαλύτερος είναι.



Μεταβατική ιδιότητα

Αν $a > \beta$ και $\beta > \gamma \Rightarrow a > \gamma$.

Διπλή ανισότητα : $A < B < \Gamma$

Πρόσημα

- Αν $a > 0$ και $\beta > 0$ τότε $a + \beta > 0$.
- Αν $a < 0$ και $\beta < 0$ τότε $a + \beta < 0$.
- Αν a, β ομόσημοι $\Leftrightarrow a \cdot \beta > 0$ και $\frac{a}{\beta} > 0$.
- Αν a, β ετερόσημοι $\Leftrightarrow a \cdot \beta < 0$ και $\frac{a}{\beta} < 0$.
- $a^2 \geq 0$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$.
- Γενικά: $a^{2\kappa} \geq 0$, $\kappa \in \mathbb{Z}$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

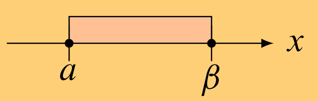
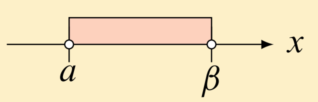
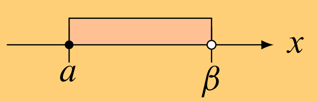
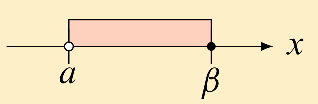
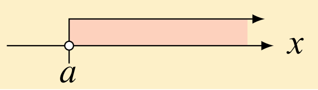
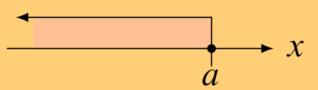
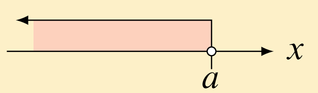
΄Αθροισμα τετραγώνων

- $a^2 + \beta^2 \geq 0$, για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$.
- $a^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ και $\beta = 0$.
- Γενικά: $a_1^{2\kappa_1} + a_2^{2\kappa_2} + \ldots + a_\nu^{2\kappa_\nu} \geq 0 , \kappa_i \in \mathbb{Z}$
- $a_1^{2\kappa_1} + a_2^{2\kappa_2} + \ldots + a_\nu^{2\kappa_\nu} = 0 \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow a_1 = a_2 = \ldots = a_\nu = 0$
- $a^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$.
- $a_1^{2\kappa_1} + a_2^{2\kappa_2} + \ldots + a_\nu^{2\kappa_\nu} > 0 \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow a_1 \neq 0$ ή $a_2 \neq 0$ ή $\ldots$ ή $a_\nu \neq 0$.

Η έννοια του διαστήματος

$[a, \beta] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq \beta\}$

Είδη διαστημάτων

Διάστημα	Ανισότητα	Σχήμα	Περιγραφή
$[a, \beta]$	$a \leq x \leq \beta$		Κλειστό a, β
(a, β)	$a < x < \beta$		Ανοιχτό a, β
$[a, \beta)$	$a \leq x < \beta$		Κλειστό a ανοιχτό β
$(a, \beta]$	$a < x \leq \beta$		Ανοιχτό a κλειστό β
$[a, +\infty)$	$x \geq a$		Κλειστό a συν άπειρο
$(a, +\infty)$	$x > a$		Ανοιχτό a συν άπειρο
$(-\infty, a]$	$x \leq a$		Μείον άπειρο a κλειστό
$(-\infty, a)$	$x < a$		Μείον άπειρο a ανοιχτό

- Οι a, β ονομάζονται **άκρα** του διαστήματος.
- Τα $\pm\infty$ δεν είναι πραγματικοί αριθμοί.
- **Μήκος** διαστήματος: $\mu = \beta - a$
- **Κέντρο** διαστήματος: $x_0 = \frac{a+\beta}{2}$
- **Ακτίνα** διαστήματος: $\rho = \frac{\beta - a}{2}$

Σύμβολα διάταξης

- $<$: μικρότερο
- $\leq$: μικρότερο ίσο
- $>$: μεγαλύτερο
- $\geq$: μεγαλύτερο ίσο

Πράξεις

- Αν $a > \beta \Leftrightarrow a + \gamma > \beta + \gamma$
- Αν $a > \beta \Leftrightarrow a - \gamma > \beta - \gamma$
- Αν $\gamma > 0$ τότε $a > \beta \Leftrightarrow a \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$ και $\frac{a}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$
- Αν $\gamma < 0$ τότε $a > \beta \Leftrightarrow a \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ και $\frac{a}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$
- Αν $a, \beta > 0$ και $\nu \in \mathbb{N}^*$ τότε $a > \beta \Leftrightarrow a^\nu > \beta^\nu$
- Αν $a, \beta \in \mathbb{R}$ και ν : **περιττός** τότε $a > \beta \Leftrightarrow a^\nu > \beta^\nu$
- Αν $a, \beta \geq 0$ τότε $a > \beta \Leftrightarrow \sqrt[\nu]{a} > \sqrt[\nu]{\beta}$
- Αν a, β ομόσημοι τότε $a > \beta \Leftrightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{\beta}$

Πράξεις κατά μέλη

Πρόσθεση κατά μέλη

- $a > \beta$ και $\gamma > \delta \Rightarrow a + \gamma > \beta + \delta$
- $a_1 > \beta_1$ και $a_2 > \beta_2$ και $\ldots$ και $a_\nu > \beta_\nu \Rightarrow$
  $\Rightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_\nu > \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_\nu$

Πολλαπλασιασμός κατά μέλη

- $a > \beta$ και $\gamma > \delta \Rightarrow a \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$, με $a, \beta, \gamma, \delta > 0$
- $a_1 > \beta_1$ και $a_2 > \beta_2$ και $\ldots$ και $a_\nu > \beta_\nu \Rightarrow$
  $\Rightarrow a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_\nu > \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \ldots \cdot \beta_\nu$ με $a_i, \beta_i > 0$

Δεν αφαιρούμε ούτε διαιρούμε ανισότητες κατά μέλη.