

**Μαθηματικά προσανατολισμού - Γ' Λυκείου****Ασύμπτωτες**

19 Οκτωβρίου 2024

**■ Κατακόρυφες ασύμπτωτες**

1. Να βρεθούν οι κατακόρυφες ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων.

α.  $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$

δ.  $f(x) = \frac{x^2-5x}{x^2-3x+2}$

β.  $f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$

ε.  $f(x) = \frac{e^x}{x-2}$

γ.  $f(x) = \frac{x^2}{x^3-1}$

στ.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$

2. Να βρεθούν οι κατακόρυφες ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων.

α.  $f(x) = \ln(x-2)$

β.  $f(x) = \ln(1-x) + \sqrt{x+3}$

γ.  $f(x) = \ln x - \ln(3-x)$

δ.  $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$  στ.  $f(x) = \ln(4-x^2)$

ε.  $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$  ζ.  $f(x) = \ln(x^2-1)$

3. Βρείτε κατακόρυφες ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων.

α.  $f(x) = \begin{cases} x^2-3x & x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$

β.  $f(x) = \begin{cases} \ln x & x > 0 \\ \frac{x^2-1}{x} & x < 0 \end{cases}$

γ.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x-1} & x < 0 \\ x \ln x & x > 0 \end{cases}$

δ.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-1} & x < 1 \\ xe^x & x \geq 1 \end{cases}$

**■ Οριζόντιες ασύμπτωτες**

4. Να βρεθούν οι οριζόντιες ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων.

α.  $f(x) = \frac{x}{x+1}$

β.  $f(x) = \frac{3x+4}{x^2-4}$

γ.  $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-3x+4}$

δ.  $f(x) = \frac{4x^2+5x}{2x^2-3x+2}$

ε.  $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$

στ.  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

5. Να βρεθούν οι οριζόντιες ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων.

α.  $f(x) = \ln x - \ln(x-2)$

β.  $f(x) = xe^x$

γ.  $f(x) = \frac{1}{x - \ln x}$

δ.  $f(x) = e^{\frac{1}{x-2}}$

ε.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

στ.  $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$

ζ.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

**■ Πλάγιες ασύμπτωτες**

6. Να βρεθούν οι πλάγιες ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων.

α.  $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

γ.  $f(x) = \frac{x^3+2}{2x^2}$

β.  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

δ.  $f(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$

7. Βρείτε τις πλάγιες ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων.

α.  $f(x) = e^x + x$

γ.  $f(x) = \sqrt{x^2-2}$

β.  $f(x) = \ln x + x$

δ.  $f(x) = \ln(e^x+1) + x$

ε.  $f(x) = \sqrt{x^2-4x+5} - 2x$

στ.  $f(x) = \sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x^2-3x+1}$

## ■ Ασύμπτωτες

8. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων.

$$\begin{array}{ll} \alpha. f(x) = \frac{x+1}{x-3} & \varepsilon. f(x) = \frac{x^2+3x}{2x+1} \\ \beta. f(x) = \frac{2x-1}{x^2-3x-4} & \sigma\tau. f(x) = \frac{x^3+4x^2+5}{x^2-5x+6} \\ \gamma. f(x) = \frac{3x-6}{x^2-x-2} & \zeta. f(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2-2x-8} \\ \delta. f(x) = \frac{x+4}{x^2+8x+16} & \eta. f(x) = \frac{4x^2-1}{2x^2-3x+2} \end{array}$$

9. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες των γραφικών παραστάσεων των ακόλουθων συναρτήσεων.

$$\begin{array}{ll} \alpha. f(x) = \frac{\ln x}{x} & \delta. f(x) = \frac{x}{\ln x - 1} \\ \beta. f(x) = \frac{e^x + 2}{e^x - 1} & \varepsilon. f(x) = \frac{e^x}{x} \\ \gamma. f(x) = \frac{1}{\ln x} & \sigma\tau. f(x) = \frac{2}{e^x - 1} \end{array}$$

10. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες των γραφικών παραστάσεων των ακόλουθων συναρτήσεων.

$$\begin{array}{ll} \alpha. f(x) = \ln(x-1) - \ln(x+3) \\ \beta. f(x) = x^2 e^x & \gamma. f(x) = \ln x - x \\ \delta. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{4-x}} \\ \varepsilon. f(x) = \sqrt{x^2+4x+1} - x \\ \sigma\tau. f(x) = \sqrt{x^2+2x-3} - \sqrt{x^2+x+2} \\ \zeta. f(x) = \sqrt{x^2-x+1} - \sqrt{2x^2+3x} \end{array}$$

## ■ Εύρεση παραμέτρου

11. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{ax^2 - 3}{x^2 - 2x}$$

η οποία έχει οριζόντια ασύμπτωτη την ευθεία  $y = 1$  στο  $+\infty$ .

α. Να δείξετε ότι  $a = 1$ .

β. Βρείτε τις υπόλοιπες ασύμπτωτες της  $C_f$ .

12. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + 2}{x + 3}$$

η οποία έχει πλάγια ασύμπτωτη την ευθεία  $y = x - 4$  στο  $+\infty$ .

α. Να δείξετε ότι  $a = -1$ .

β. Βρείτε τις υπόλοιπες ασύμπτωτες της  $C_f$ .

13.