

ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ

30 Δεκεμβρίου 2014

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

1. $z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$

2. $z^3 + z^2 - 2 = 0$

3. $z^4 = 1$

4. $|z + i| = iz$

2. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών z για τους οποίους ισχύει :

$$\operatorname{Re}\left(z + \frac{1}{z}\right) = 5\operatorname{Re}(z)$$

3. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών z για τους οποίους ισχύει :

$$|z + 1 - 2i| = 3$$

4. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών z για τους οποίους ισχύει:

$$|z - 2i| = |z + 1|$$

5. Έστω M και N οι εικόνες των μιγαδικών z και w , για τους οποίους ισχύει

$$w = iz - \frac{i}{z}$$

και για το M ισχύει $|z| = 1$ (δηλαδή κινείται σε μοναδιαίο κύκλο), να δεχθεί ότι το σημείο N κινείται σε ευθύγραμμο τμήμα.

6. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός z με την ιδιότητα

$$|z - 2 - 2i| = 3\sqrt{2}$$

α) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος της εικόνας M του z .

β) Ποίος απ' τους παραπάνω μιγαδικούς έχει το μεγαλύτερο και ποίος το μικρότερο μέτρο;

7. Έστω z, w μιγαδικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύει:

$$|(1 - i)z - 2| = 2 \quad \text{και} \quad |w + 2i| = |w - 2 + 4i|$$

α) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών z .

β) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών w .

γ) Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του $|z - w|$.