Σπυρος Φρονιμος - Μαθηματικος
✉ : spyrosfronimos@gmail.com | 📱 : 6932327283 - 6974532090

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

9 Αυγούστου 2016

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

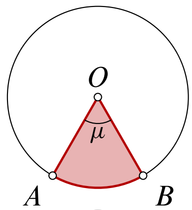
Μέτρηση κύκλου

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΥΚΛΟΥ - ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ - ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

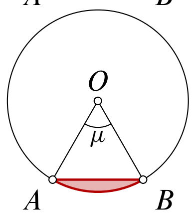
ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΥΚΛΟΥ
Εμβαδόν ενός κύκλου (O, R) ονομάζεται ο θετικός αριθμός E ο οποίος είναι το όριο των ακολουθιών (E_ν) των εγγεγραμμένων και (E'_ν) των περιγεγραμμένων κανονικών πολυγώνων, καθώς το πλήθος ν των πλευρών αυξάνεται.

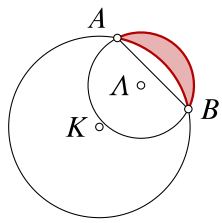
ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΚΥΚΛΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ
Κυκλικός τομέας κέντρου O και ακτίνας R ενός κύκλου (O, R) ονομάζεται το σύνολο των σημείων που περικλείει μια επίκεντρη $\hat{O}$ γωνία και το αντίστοιχο τόξο της $\overset{\frown}{AB}$. Συμβολίζεται με $O\overset{\frown}{AB}$.



ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΚΥΚΛΙΚΟ ΤΜΗΜΑ
Κυκλικό τμήμα ονομάζεται το σύνολο των σημείων που περικλείονται μεταξύ ενός τόξου και της αντίστοιχης χορδής του, σε έναν κύκλο (O, R).



ΟΡΙΣΜΟΣ 4 : ΜΗΝΙΣΚΟΣ
Μηνίσκος ονομάζεται το σύνοο των σημείων του επιπέδου που βρίσκονται μεταξύ δύο τόξων με κοινή χορδή. Τα τόξα αυτά βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της χορδής.



ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΥΚΛΟΥ
Το εμβαδόν E ενός κύκλου ακτίνας R ισούται με $E = \pi R^2$.

ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ
Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα $O\overset{\frown}{AB}$ κέντρου O και ακτίνας R ισούται με

$$(O\overset{\frown}{AB}) = \pi R^2 \cdot \frac{\mu}{360^\circ} = \frac{1}{2} a R^2$$

όπου μ είναι το μέτρο του τομέα σε μοίρες και a το μέτρο του σε ακτίνια.

ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

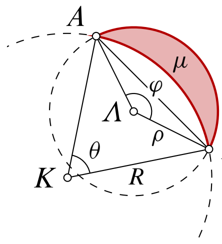
Το εμβαδόν ενός κυκλικού τμήματος ε που βρίσκεται μεταξύ ενός τόξου AB και της αντίστοιχης χορδής του δίνεται από τον τύπο:

$$\varepsilon = (O\widehat{AB}) - (OAB) = \frac{\pi R^2 \mu}{360°} - \frac{R^2 \eta\mu\mu}{2} = \frac{R^2}{2}(a - \eta\mu a)$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 4 : ΕΜΒΑΔΟΝ ΜΗΝΙΣΚΟΥ

Το εμβαδόν ενός μηνίσκου μ που ορίζεται από δύο κυκλικά τόξα κοινής χορδής AB ισούται με τη διαφορά των εμβαδών των δύο κυκλικών τμημάτων που ορίζει η χορδή στους δύο κύκλους.

$$\mu = (K\widehat{AB}) - (\Lambda\widehat{AB}) + (KAB) - (\Lambda AB)$$



Με τη βοήθεια των **Θεωρημάτων 2 και 3** προκύπτουν επιπλέον τύποι για τον υπολογισμό του εμβαδού του μηνίσκου:

$$\mu = \frac{\pi R^2(\theta - \varphi)}{360°} + \frac{R^2(\eta\mu\theta - \eta\mu\varphi)}{2} = \frac{R^2}{2}(a - \beta + \eta\mu a - \eta\mu\beta)$$

όπου a και β είναι τα μέτρα των γωνιών θ και φ αντίστοιχα, δοσμένα σε ακτίνια.