

Θεωρούμε τη συνάρτηση $F(x) = f(x) + g(x)$ με $x \in A$. Έχουμε ότι

$$F(x+h) - F(x) = f(x+h) + g(x+h) - (f(x) + g(x)) = f(x+h) - f(x) + g(x+h) - g(x)$$

Για κάθε $h \neq 0$ ισχύει

$$\frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{f(x+h) - f(x) + g(x+h) - g(x)}{h} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$$

άρα

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f'(x) + g'(x)$$

Οπότε $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ για κάθε $x \in A$.