ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

30 Δεκεμβρίου 2014

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έχουμε τους μιγαδικούς

$$z = \left(k^2 - 7k + 12\right) + \left(a^2 - 25\right) i \quad \text{και} \quad w = \left(k^3 + k - 30\right) + (a + k - 4)\, i$$

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί a, k ώστε να μηδενίζονται **και οι δυο** μιγαδικοί αριθμοί z, w.

2. Δίνεται ο μιγαδικός

$$z = \left(a^2 + k^2 - 2a + 1\right) + (a - 1)\, ki$$

i. Υπάρχουν τιμές των a, k ώστε $z \neq 0$;

ii. Υπάρχουν τιμές των a, k ώστε $z > 0$;

3. Δίνεται ο μιγαδικός

$$z = \frac{(1 + a) + i}{1 + (1 - a)i}, a \in \mathbb{R}$$

Να αποδειχθεί οτι η εξίσωση $Re(z) - Im(z) = k$ έχει 2 πραγματικές λύσεις για κάθε $k \in (-1,\ \sqrt{2})$.

4. Να υπολογιστούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y ώστε

$$(x - y)(1 + 2i) + (x - yi)(3 - i) = 7 + i$$

5. Να λυθεί το παρακάτω μιγαδικό σύστημα

$$\left.\begin{array}{l} 2iz - w = 1 - 6i \\ z + 2iw = i \end{array}\right\}$$

6. Δίνεται ο μιγαδικός

$$z(\theta) = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\theta + i\eta\mu 2\theta}{\eta\mu 2\theta - i(1 - \sigma\upsilon\nu 2\theta)}$$

i. Για ποιές τιμές του θ ορίζεται ο μιγαδικός z;

ii. Για ποιές τιμές του θ ισχύει $z \in \mathbb{R}$;

7. Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

Αν η παραπάνω εξίσωση έχει ριζες τις x_1, x_2 να βρεθούν οι αριθμοί p, q έτσι ώστε η εξίσωση $x^2 + px + q = 0$ να έχει λύσεις τις $\dfrac{x_1}{x_2}, \overline{\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)}$

Σπύρος Φρόνιμος
Μαθηματικός