

26 Απριλίου 2016

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Μετρικές Σχέσεις

ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ

ΟΡΙΣΜΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΔΥΝΑΜΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΚΥΚΛΟ

Δύναμη ενός σημείου M ως προς ένα κύκλο (O, R) ονομάζεται η διαφορά

$$\Delta_{(O,R)}^M = \delta^2 - R^2$$

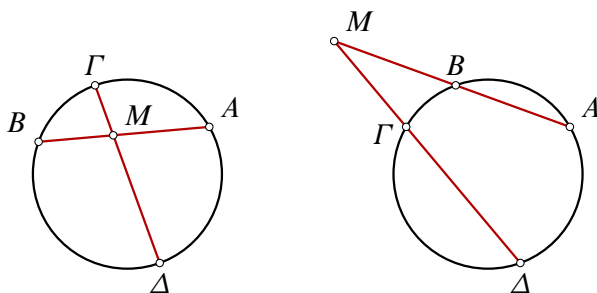
όπου δ είναι η απόσταση του σημείου M από το κέντρο του κύκλου : $OM = \delta$. Συμβολίζεται με $\Delta_{(O,R)}^M$.

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΤΕΜΝΟΥΣΕΣ ΚΥΚΛΟΥ

Έστω AB και $\Gamma\Delta$ δύο χορδές ενός κύκλου (O, ρ) . Αν M είναι το σημείο τομής αυτών ή των προεκτάσεών τους τότε τα γινόμενα των τμημάτων που ορίζει το σημείο τομής με τα άκρα κάθε χορδής είναι μεταξύ τους ίσα.

$$MA \cdot MB = M\Gamma \cdot M\Delta$$



ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΑΚΡΑ ΕΓΓΡΑΨΙΜΟΥ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΟΥ

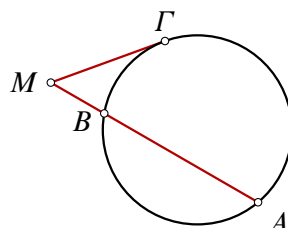
Έστω δύο ευθύγραμμα τμήματα AB και $\Gamma\Delta$ και M το σημείο τομής αυτών ή των προεκτάσεών τους. Αν τα γινόμενα των τμημάτων που ορίζει το σημείο τομής με τα άκρα κάθε τμήματος να είναι ίσα τότε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι εγγράψιμο.

$$MA \cdot MB = M\Gamma \cdot M\Delta \Rightarrow AB\Gamma\Delta \text{ εγγράψιμο}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ 3 : ΤΕΜΝΟΥΣΑ ΚΑΙ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ

Έστω AB μια χορδή ενός κύκλου (O, ρ) και Γ ένα σημείο του κύκλου. Αν M είναι ένα εξωτερικό σημείο του κύκλου τότε το γινόμενο των τμημάτων που ορίζει το σημείο τομής με τα άκρα της χορδής είναι ίσο με το τετράγωνο του εφαπτόμενου τμήματος.

$$M\Gamma^2 = MA \cdot MB$$



ΘΕΩΡΗΜΑ 4 : ΔΥΝΑΜΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΚΥΚΛΟ

Έστω ένας κύκλος (O, R) και M ένα σημείο του επιπέδου του κύκλου.

- i. Η δύναμη $\Delta_{(O,R)}^M$ του σημείου M ως προς τον κύκλο είναι θετική αν και μόνο αν το σημείο είναι εξωτερικό του κύκλου.

$$\Delta_{(O,R)}^M > 0 \Leftrightarrow \delta > R$$

- ii. Η δύναμη $\Delta_{(O,R)}^M$ του σημείου M ως προς τον κύκλο είναι μηδενική αν και μόνο αν το σημείο είναι πάνω στον κύκλο.

$$\Delta_{(O,R)}^M = 0 \Leftrightarrow \delta = R$$

- iii. Η δύναμη $\Delta_{(O,R)}^M$ του σημείου M ως προς τον κύκλο είναι αρνητική αν και μόνο αν το σημείο είναι εσωτερικό του κύκλου.

$$\Delta_{(O,R)}^M < 0 \Leftrightarrow \delta < R$$