

# ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

21 Σεπτεμβρίου 2015

## ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

### ΟΡΙΣΜΟΙ

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 1 : ΣΥΝΟΛΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

- Φυσικοί Αριθμοί :** Το σύνολο των αριθμών από το 0 έως το άπειρο όπου κάθε αριθμός έχει διαφορά μιας μονάδας από τον προηγούμενο.
- Ακέραιοι Αριθμοί:** Το σύνολο των φυσικών αριθμών μαζί με τους αντίθετους τους.
- Ρητοί Αριθμοί:** Όλοι οι αριθμοί που μπορούν να γραφτούν με τη μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους.
- Άρρητοι Αριθμοί:** Κάθε αριθμός ο οποίος δεν είναι ρητός. Κατά κύριο λόγο, άρρητοι αριθμοί είναι οι ρίζες που δεν έχουν ρητό αποτέλεσμα, ο αριθμός  $\pi$  κ.τ.λ.
- Πραγματικοί Αριθμοί :** Οι ρητοί μαζί με το σύνολο των άρρητων μας δίνουν τους πραγματικούς αριθμούς, όλους τους αριθμούς που γνωρίζουμε.

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 2 : ΑΝΤΙΘΕΤΟΙ - ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

##### 1. Αντίθετοι αριθμοί

Αντίθετοι ονομάζονται οι αριθμοί οι οποίοι έχουν άθροισμα μηδέν. Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές και αντίθετα πρόσημα.

$$a + (-a) = 0$$

##### 2. Αντίστροφοι αριθμοί

Αντίστροφοι ονομάζονται δύο πραγματικοί αριθμοί οι οποίοι έχουν γινόμενο ίσο με τη μονάδα.

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 3 : ΠΡΑΞΕΙΣ ΑΡΙΘΜΩΝ

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ονόματα των αριθμών που αποτελούν μια πράξη, τα ονόματα των αποτελεσμάτων και ο συμβολισμός κάθε πράξης.

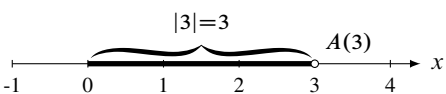
Πράξη	Όροι	Αποτέλεσμα	Συμβολισμός
Πρόσθεση	Προσθετέοι	Άθροισμα	$a + \beta$
Αφαίρεση	Μειωτέος - Αφαιρετέος	Διαφορά	$a - \beta$
Πολλαπλασιασμός	Παράγοντες	Γινόμενο	$a \cdot \beta$
Διαίρεση	Διαιρετέος - Διαιρέτης	Πηλίκο	$a : \beta$

Η αφαίρεση  $a - \beta$  και η διαίρεση  $a : \beta$  δύο αριθμών  $a, \beta \in \mathbb{R}$  είναι οι πράξεις που προκύπτουν από την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό αντίστοιχα και μπορούν να γραφτούν με τη βοήθεια τους.

$$a - \beta = a + (-\beta) \quad , \quad a : \beta = \frac{a}{\beta} = a \cdot \frac{1}{\beta}$$

#### ΟΡΙΣΜΟΣ 4 : ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού ορίζεται να είναι η απόσταση της εικόνας του αριθμού αυτού από το 0 και συμβολίζεται με  $|a|$ .

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$


- Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού  $a$  είναι ίση με τον ίδιο τον αριθμό.
- Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού  $a$  είναι ίση με τον αντίθετο του αριθμού  $a$ .

Η απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού είναι θετικός αριθμός αφού εξ' ορισμού παριστάνει απόσταση, που σαν μέγεθος παίρνει μόνο θετικές τιμές.

### ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

#### ΘΕΩΡΗΜΑ 1 : ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ

Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε τις βασικές ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

Ιδιότητα	Πρόσθεση	Πολλαπλασιασμός
Αντιμεταθετική	$a + \beta = \beta + a$	$a \cdot \beta = \beta \cdot a$
Προσεταιριστική	$a + (\beta + \gamma) = (a + \beta) + \gamma$	$a \cdot (\beta \cdot \gamma) = (a \cdot \beta) \cdot \gamma$
Ουδέτερο στοιχείο	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Αντίθετοι / Αντίστροφοι	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1$
Επιμεριστική	$a \cdot (\beta \pm \gamma) = a \cdot \beta \pm a \cdot \gamma$	

Ισχύουν επίσης :

- Για κάθε πραγματικό αριθμό  $a$  ισχύει  $a \cdot 0 = 0$
- Δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα 0 λέγονται **αντίθετοι**.
- Το 0 λέγεται **ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης**.
- Δύο αριθμοί που έχουν γινόμενο 1 λέγονται **αντίστροφοι**.
- Το 1 λέγεται **ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού**.
- Το 0 δεν έχει αντίστροφο.

#### ΘΕΩΡΗΜΑ 2 : ΓΙΝΟΜΕΝΟ - ΠΗΛΙΚΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Για οποιουδήποτε δύο πραγματικούς  $a, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις :

- Το γινόμενο και το πηλίκο δύο ομόσημων πραγματικών αριθμών  $a, \beta$  είναι θετικό.

- Το γινόμενο και το πηλίκο δύο ετερόσημων πραγματικών αριθμών  $a, \beta$  είναι αρνητικό.

$$a, \beta \text{ ομόσημοι} \Rightarrow a \cdot \beta > 0 \text{ και } \frac{a}{\beta} > 0$$

$$a, \beta \text{ ετερόσημοι} \Rightarrow a \cdot \beta < 0 \text{ και } \frac{a}{\beta} < 0$$

Σπύρος Φρόνιμος