

Μονοτονία - ακρότατα - κυρτότητα - σημεία καμπής - σύνολο τιμών - πλήθος ριζών

1. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τα διαστήματα κυρτότητας καθώς και τα σημεία καμπής της γραφικής παράστασης. Στη συνέχεια να βρείτε το σύνολο τιμών κάθε συνάρτησης και το πλήθος ριζών της.

α. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

β. $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

γ. $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

δ. $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

ε. $f(x) = \frac{x^3}{x-2}$

στ. $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+1}$

2. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τα διαστήματα κυρτότητας καθώς και τα σημεία καμπής της γραφικής παράστασης. Στη συνέχεια να βρείτε το σύνολο τιμών κάθε συνάρτησης και το πλήθος ριζών της.

α. $f(x) = e^x - e \ln x$

β. $f(x) = x \cdot \ln x$

γ. $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

δ. $f(x) = \frac{e^x}{x}$

ε. $f(x) = \frac{x}{e^x}$

στ. $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

3. Για καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τα διαστήματα κυρτότητας καθώς και τα σημεία καμπής της γραφικής παράστασης. Στη συνέχεια να βρείτε το σύνολο τιμών κάθε συνάρτησης και το πλήθος ριζών της.

α. $f(x) = \eta\mu x + x$, $x \in [0, 2\pi]$

β. $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{e^x}$, $x \in [-\pi, \pi]$

γ. $f(x) = \ln(\eta\mu x)$, $x \in (0, \pi)$