

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

8 Ιανουαρίου 2015

ΘΕΜΑΤΑ

1. i. α'. Τι ονομάζουμε εξίσωση 2^{ου} βαθμού;
β'. Ποιός αριθμός μας δείχνει το πλήθος των ριζών μιας εξίσωσης 2^{ου} βαθμού;
γ'. Πότε μια εξίσωση έχει 2 ρίζες, πότε μια και πότε είναι αδύνατη στο \mathbb{R} ;
δ'. Να γραφούν οι τύποι του Vieta.

Μονάδες 10

- ii. Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω εξισώσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).
α'. Αν για μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού έχουμε $\Delta > 0$ τότε έχει 2 άνισες λύσεις.
β'. Αν για μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού έχουμε $\Delta < 0$ τότε έχει μια διπλή λύση.
γ'. Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ παριστάνει μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού για κάθε τιμή του a .
δ'. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις μιας εξίσωσης 2^{ου} βαθμού τότε ισχύει : $x_1 + x_2 = \frac{\beta}{a}$ και $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$.
ε'. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις μιας εξίσωσης 2^{ου} βαθμού με $x_1 = -x_2$ τότε $\beta = 0$.

Μονάδες 15

2. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

i. $3x^2 - 5x + 7 = 1 + 2x^2$

ii. $2x^2 - 5|x| + 3 = 0$

iii. $\frac{x-1}{x} + \frac{2-x}{x-1} = \frac{1}{2}$

iv. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 = 0$

Μονάδες 25

3. Ναδειχτεί ότι η εξίσωση

$$ax^2 + (a-1)x - 1 = 0$$

- i. έχει λύσεις για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

- ii. έχει μια διπλή λύση για $a = -1$.

Μονάδες 15

Μονάδες 10

4. Να βρεθούν οι σταθερές $a, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η εξίσωση

$$ax^2 + (2a - 3\beta)x + (a - \beta + 2) = 0$$

να έχει λύσεις τις $x_1 = -2, x_2 = 1$.

Μονάδες 25

Σπύρος Φρόνιμος