Σπυρος Φρονιμος - Μαθηματικος
✉ : spyrosfronimos@gmail.com | 📱 : 6932327283 - 6974532090

ΜΕΘΟΔΟΙ - ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

**5 Φεβρουαρίου 2016**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

# Αλγεβρικές Παραστάσεις

## ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

## ΜΕΘΟΔΟΣ 1 : ΤΙΜΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ

Αν $A$ είναι ένα πολυώνυμο μιας ή περισσότερων μεταβλητών τότε προκειμένου να υπολογίσουμε την τιμή του για δοσμένες τιμές των μεταβλητών του

*$1^o$ Βήμα :* **Αντικατάσταση τιμών**
Αντικαθιστούμε τις τιμές των μεταβλητών που μας δίνονται στο πολυώνυμο, οπότε μετατρέπεται από αλγεβρική σε αριθμητική παράσταση.

*$2^o$ Βήμα :* **Πράξεις**
Εκτελούμε τις πράξεις μέσα στην αριθμητική παράσταση που προέκυψε με τη γνωστή σειρά και υπολογίζουμε το αποτέλεσμα.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΜΗΣ**
**Να υπολογιστεί η τιμή του παρακάτω πολυωνύμου**

$$\boldsymbol{A = 3x^2y^3 - 4xy^2 + xz^4}$$

**όταν γνωρίζουμε οτι $\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{y = 2}$ και $\boldsymbol{z = 3}$.**

**ΛΥΣΗ**
Αν θέσουμε όπου $x = -1, y = 2$ και $z = 3$ στη θέση των μεταβλητών του πολυωνύμου τότε προκύπτει αριθμητική παράσταση.

$$\begin{aligned} A = 3x^2y^3 - 4xy^2 + xz^4 \xlongequal[z=3]{x=-1,y=2} & \, 3 \cdot (-1)^2 \cdot 2^3 - 4 \cdot (-1) \cdot 2^2 + (-1) \cdot 3^4 \\ &= 3 \cdot 1 \cdot 8 - 4 \cdot (-1) \cdot 4 + (-1) \cdot 81 \\ &= 24 + 16 - 81 = -41 \end{aligned}$$

Η τιμή λοιπόν του πολυωνύμου για τις δοσμένες τιμές των μεταβλητών του θα είναι ίση με $-41$.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2 : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΙΜΗΣ**
**Να υπολογιστεί η τιμή του παρακάτω πολυωνύμου**

$$\boldsymbol{P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 7}$$

**εαν μας δίνεται οτι $\boldsymbol{x = -2}$.**

**ΛΥΣΗ**
Το πολυώνυμο που μας δίνεται είναι μιας μεταβλητής. Θέτοντας λοιπόν όπου $x = -2$ η τιμή του θα συμβολιστεί με $P(-2)$. Θα έχουμε λοιπόν

$$\begin{aligned} P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 7 \xRightarrow{x=-2} P(-2) &= (-2)^3 - 4 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) - 7 \\ &= -8 - 4 \cdot 4 + 3 \cdot (-2) - 7 \\ &= -8 - 16 - 6 - 7 = -37 \end{aligned}$$

Προέκυψε λοιπόν η τιμή του πολυωνύμου $P(-2) = -37$.

## ΜΕΘΟΔΟΣ 2 : ΑΛΛΑΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο αντικαταστήσαμε στη θέση των μεταβλητών σταθερούς αριθμούς με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να θέσουμε στη θέση των αρχικών μεταβλητών, νέες μεταβλητές.

*$1^o$ Βήμα :* **Αντικατάσταση**
Αντικαθιστούμε στη θέση των αρχικών μεταβλητών τις νέες μεταβλητές που μας δίνονται.

*$2^o$ Βήμα :* **Απλοποίηση**
Προκύπτει τότε μια νέα αλγεβρική παράσταση την οποία απλοποιούμε εκτελώνας όλες τις δυνατές πράξεις.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3 : ΑΛΛΑΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ**
**Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^2 - 3x + 5$. Να βρεθούν τα πολυώνυμα**

**i.** $P(t)$ **ii.** $P(2x)$ **iii.** $P(-3s)$

**ΛΥΣΗ**

i. Αντικαθιστώντας τη μεταβλητή $t$ στη θέση της μεταβλητής $x$ του πολυωνύμου $P$ παρατηρούμε οτι γίνεται μόνο αλλαγή του συμβολισμού της πράγμα που σημαίνει οτι η δομή του πολυωνύμου δεν θα αλλάξει. Έχουμε λοιπόν

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5 \xRightarrow{x \to t} P(t) = 2t^2 - 3t + 5$$

ii. Θέτοντας στη θέση της μεταβλητής $x$ το μονώνυμο $2x$ στο πολυώνυμο $P$ θα προκύψει

$$\begin{aligned} P(x) = 2x^2 - 3x + 5 \xRightarrow{x \to 2x} P(2x) &= 2(2x)^2 - 3 \cdot (2x) + 5 \\ &= 2 \cdot 4x^2 - 6x + 5 = 8x^2 - 6x + 5 \end{aligned}$$

iii. Θέτοντας όπου $x$ το μονώνυμο $-3x$ έχουμε

$$\begin{aligned} P(x) = 2x^2 - 3x + 5 \xRightarrow{x \to -3x} P(-3x) &= 2(-3x)^2 - 3 \cdot (-3x) + 5 \\ &= 2 \cdot 9x^2 + 9x + 5 = 18x^2 + 9x + 5 \end{aligned}$$

## ΜΕΘΟΔΟΣ 3 : ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε δύο ή περισσότερα πολυώνυμα μεταξύ τους εκτελούμε τις πράξεις μεταξύ των συντελεστών των όμοιων μονωνύμων τους κάνοντας αναγωγή ομοίων όρων.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4 : ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ**
**Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$ και $B(x) = 3x^3 - x^2 + 5x + 4$. Να βρεθούν τα πολυώνυμα**

**i.** $A(x) + B(x)$ **ii.** $B(x) - A(x)$

**ΛΥΣΗ**
Όπως και στην πρόσθεση έτσι και στην αφαίρεση των πολυωνύμων θα χρειαστεί να ξεχωρίσουμε τους όμοιους μεταξύ τους όρους.

i. Έχουμε λοιπόν

$$A(x) + B(x) = \left(x^3 - 5x^2 + 2x + 1\right) + \left(3x^3 - x^2 + 5x + 4\right) =$$
$$x^3 + 3x^3 - 5x^2 - x^2 + 2x + 5x + 1 + 4 = 4x^3 - 6x^2 + 7x + 5$$

ii. Για τη διαφορά των δύο πολυωνύμων θα χρειαστεί να αλλάξουμε τα πρόσημα του δεύτερου πολυωνύμου.

$$B(x) - A(x) = \left(3x^3 - x^2 + 5x + 4\right) - \left(x^3 - 5x^2 + 2x + 1\right) =$$
$$3x^3 - x^2 + 5x + 4 - x^3 + 5x^2 - 2x - 1 = 2x^3 + 4x^2 + 3x + 3$$

## ΜΕΘΟΔΟΣ 4 : ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

Για τον πολλαπλασιασμό πολυωνύμων κάνουμε χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

*1ο Βήμα :* **Πολλαπλασιασμός**
Για να πολλαπλασιάσουμε δύο πολυώνυμα μεταξύ τους πολλαπλασιάζουμε κάνοντας χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας κάθε όρο του πρώτου με κάθεναν από τους όρους του δεύτερο πολυωνύμου.

*2ο Βήμα :* **Αναγωγή ομοίων όρων**
Αφού βρεθεί το ανάπτυγμα του γινομένου προσθέτουμε αν υπάρχουν τους όμοιους όρους που θα προκύψουν μεταξύ τους ώστε να απλοποιηθεί η παράσταση.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5 : ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ