

Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το σύνολο \mathbb{R} . Γι αυτήν επίσης θα έχουμε ότι:

- i. είναι συνεχής στο διάστημα $[-a, a]$ και επιπλέον
- ii. $f(-a) = \eta\mu(-a)$ και $f(a) = \eta\mu a$.
Γνωρίζουμε όμως ότι οι αντίθετες γωνίες $-a$ και a έχουν αντίθετα ημίτονα άρα θα ισχύει $\eta\mu(-a) = -\eta\mu a$ και έτσι παίρνουμε:

$$f(-a) \cdot f(a) = \eta\mu(-a) \cdot \eta\mu a = -\eta\mu^2 a \leq 0$$

Εξετάζουμε τώρα τις παρακάτω περιπτώσεις:

- Αν $f(-a) \cdot f(a) < 0$ τότε σύμφωνα με το θεώρημα Βολζανο θα υπάρχει τουλάχιστον ένας αριθμός x_0 στο ανοικτό διάστημα $(-a, a)$ τέτοιος ώστε

$$f(x_0) = \eta\mu x_0 = 0$$

- Αν $f(-a) \cdot f(a) = 0$ τότε θα ισχύει $f(-a) = 0$ ή $f(a) = 0$ άρα το a θα είναι ρίζα της f .

Από τις δύο παραπάνω περιπτώσεις καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η ρίζα της συνάρτησης θα ανήκει στο κλειστό διάστημα $[-a, a]$.