Καθηγητής ΧΡΙΣΤΟΣ Γ. ΦΙΛΟΣ Τομέας Μαθηματικής Ανάλυσης Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων Τ. Θ. 1186, 451 10 ΙΩΑΝΝΙΝΑ

Tηλ.: 26510-98288, Fax: 26510-98200 E-mail: <u>cphilos@cc.uoi.gr</u>

URL: http://www.math.uoi.gr/~cphilos

FOOS ZOINYOI

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251

EIZARRAH ITII DIAPOPIKEI EZIZRIZEII

JOEMA I [MON. 1]

· EGEW M SLAGOPIEN EZIOWEN

(E) * $\chi'(t) = \chi(t) [a-b\chi(t)], t \ge 0,$

onw a rac b είναι θετικές πραγματικές σταθερές. Να απαδειχθεί οτι κάθε λύση χ της (Ε) με Οζχ(ο)ζ παραμένει θετική για όλα τα t>0 και τείνει, για t > ∞, προς τη σταθερή θετική λύση της (Ε).

DEMA TIT [MON. 1]

Να αποδειχθεί ότι μία αναγκαία συνθήκη ώστε η λύσεις μίας ομογενούς γραμμικής διαφορικής εξίσωσης η-τάξης με διάστημα ορισμώ Ι να είναι γραμμικά ανεξάρτησες είναι ο μη μηδενισμός της ορίζουσας Wronski αυτών παντού στο Ι.

GEMA IV [MON. 1]

Έτω (Εο) μία ομογενής γραμμική διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης με διάστημα ορισμού Ι. Πότε ένα σημείο χοΕΙ καλείται ομαλό σημείο, ανώμαλο σημείο, κανονικό ανώμαλο σημείο της (Εο); Να διατυπωθεί το Θεώρημα το σχετικό με την εύρεση δύο γραμμικά ανεξάρτητων δυναμοσειρών λύσεων γύρω από ένα κανονικό ανώμαλο σημείο χο της (Εο)

JOEMA V [MON. 2]

τηλεφωνήστε:

GEMA VI [MON. 2]

6979210251

(E) $x^2 \frac{dx^2}{d^2y} + (2\alpha+1)x\frac{dy}{dy} + wy = c\cos(w\log x), x > 0$

όνω α, ω και c είναι πραγματικοί αριθμοί με o ≤ α < ω και c ≠ 0. Να βρεθούν όλες οι πραγματικές λύσεις τως (E).

EISIKA'S VA BREJEL M DUGY TO THE (E) NOW NAMPOI TIS APXIKES 5000 MKES 10(1)= 11(1)=0. www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα

JOEMA VII [MON. 2] 6979210251

τηλεφωνήστε:

Feem is oposeris shapping gradobing Ezienen gensebur Lyzur (E₀) $(1-x^2)y''-2xy'+2y=0;-1< x<1.$

Ynoxpewerkà he en hédoso em suxposeipmy na pesonir or LUTEIS of KAL /2 THS (EO) HOW MARPON TIS APXIKES OWDYKES

1, (0)=1, 1, (0)=0 KAL 1/2 (0)=0, 1/2 (0)=1.

ZEN OUVÉXEIX, VX ANOBEIXDEI DEI N OUVÁPENEN

 $h(x) = \frac{x}{2} \log \frac{1+x}{1-x} - 1 = -1 < x < 1$

Eival fila dioy ous (Eo) kal va Ekapaedei n h ws évas ypak frikos eurovachos zur of kar /2.

Kahi Enizuxia!

Καθηγητής ΧΡΙΣΤΟΣ Γ. ΦΙΛΟΣ Τομέας Μαθηματικής Ανάλυσης Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων T. Θ. 1186, 451 10 IΩANNINA

PEBPOYAPIOE 16, 2007

Τηλ.: 26510-98288, Fax: 26510-98200 E-mail: cphilos@cc.uoi.gr URL: http://www.math.uoi.gr/~cphilos

"EIZARRTH ITIZ DIADOPIKEZ EZIZRIZI"

[MON. 1] 'ÉGEW M STAGOPIEN EZÉGWEL $x'(t) = x(t) [a-bx(t)], t \ge 0$ onw a rai b Eival d'Etikës neagleutikës etadépés. Na ano-SEIXJEL OTL, YICK KÄDE AUGN X TUS (E) LE OCX(O) < 25 10xUEL x(t) 70 x1x t = 0 KXL 1, M x(t) = a.

- (2) [MON. 1] (i) As ELYAL TI, TO KAL TO GUVAPTY FRIS, OI ONOIES EXON παραγώγους δεύτερης τάζης σε ένα διάστημα Ι. Να αποδειχθεί GEL PIX ANARERIA EUNGIEN RIA NA EINAL OI CONABEN CEIR ANTES TEXPERIENCES EIVAL O PROFRIERO COLISMONS Wronski kutwi naveni 600 I.
 - (ii) Ar Einer / Kar /2 Súo Júreis hias ohogenous γραμμικής διαφυρικής εξίσωσης τρίτης τάξης με διάστημα ορισμώ Ι. Έστω χο ένα σημείο του Ι. Να απυδειχθεί ότι, τα διαυύσματα

$$\begin{pmatrix} \gamma_{1}(+0) \\ \gamma_{1}(+0) \\ \gamma_{2}(+0) \end{pmatrix} \text{ www.maths.gr} \\ \begin{pmatrix} \gamma_{2}(+0) \\ \gamma_{2}(+0) \\ \gamma_{3}(+0) \end{pmatrix} \text{ www.maths.gr} \\ \text{ Fix Idialtera Mathiata} \\ \text{ the position is} \\ \text{ for all the positions} \\ \text{$$

www.maths.gr

χραμμικά ανεξάρτητα, ανοι Αύστις η και 12 είναι χραμμικά ανεξάρτητες.

- (4) [MON. 1] As tival y him dien ans obosevous spatilities slampings exicutors -1 =0 he lim -1 (x)=0. Not operate or and eperate of, crack distributions in the second species of, crack distributions in the second species of -1 =0. The second
- (5) [MON. 2] M_{ξ} ty possible the entireties tooms $Z = (1+x^2)\gamma_3$ val engly being $\gamma_4 = \gamma_5 =$
- (6) [MON. 1,5] Na anoseix dei den n oposevis ppappinen sia-

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251

1/4 (x) = |x|2 (1+ = (4x2) 810 x = 0,

onw 120 kar cu (n=1,2,...) Eivar Heasharikoi abishoj. na

bpedei a gira y. Enions, va pragei (xwpis va bpedei) þia LUCY 12 REALPHIER QUEZAPENCY ROS CHU Y.

(7) [MON. 2,5] Ar ELVAL & KAIN SÚO DEZIKOL REABLAZIFOL APIDLOL he ytw. Arbha, as eival & hix oursxy's aparhasism ourapency 6-co Si à Gerafia [0,00) le fine f(x)=L, o'no Leivai pià 11 pay-Latiky Gradepa. Na anoseixdei och, yla kade zion y rus Ypakhikis Siagopikis Ezlowords www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα y"+28y +w2y=+, τηλεφωνήστε: 6979210251

IOXJEL

lim y (x) = L +xx lim y'(x)=0.

KANH ETITYXIA!

Καθηγητής ΧΡΙΣΤΟΣ Γ. ΦΙΛΟΣ Τομέας Μαθηματικής Ανάλυσης Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων Τ. Θ. 1186, 451 10 ΙΩΑΝΝΙΝΑ

Τηλ.: 26510-98288, Fax: 26510-98200

E-mail: cphilos@cc.uoi.gr

URL: http://www.math.uoi.gr/~cphilos

OKTSIBPIOE 2006

www.maths.gr

Για Ιδιαίτερα Μαθήματα

τηλεφωνήστε: 6979210251

EIZATRIH ITII AIAPOPIKEI EEIZRIEII

1) Nx enjudoir ex repobliquex xxxikin ripin:



$$2\frac{dx}{dx} + \frac{1}{11} + 2(x^{2}-1) + \frac{1}{1} = 0, \quad 1(0) = -1. \quad [MON.]$$

(it)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2xy}{2xy^2e^2}$$
, $y(1) = 1$. [MON. 1]

As Eivar B, y kar k Dezikoi apidhoi. Na anobeixdei o'ci o'zes oi zivoeis zus ypahhikus lingopikus eziomens y"+By + by = xe, xeR ceivou npos to hude'v yix x->0. [MON. 2]

(E) $\sum \alpha_k \gamma^{(k)} = 0$.

(E) $\sum \alpha_k \gamma^{(k)} = 0$.

όνον ακ (κ=0,1,2,3,4,5) είναι πραγματικοί αριθμού Ας νηοθε σουμε ότι το νομιώνυμο $\sum_{k=0}^{5}$ ακλ έχει την αντή ρίζα $\lambda_1 = \mu$ και τις δινλές ρίζες $\lambda_2 = \sigma + i \tau$ και $\lambda_3 = \sigma - i \tau$ فمی لو, ق بعد حری دنامد المومی لمعدد من موری لمون .

(i) Econ our fire kar as eivar y évas nearfracitos aerofiós Fre - h = 8 <- 5. Nx xnoseix dei ou ro ovroto of un zur neaxhatikur Jusemryons (Eo) he fine ox (x)=0 Eival Évas neasparikos seappinos xweos kan va epedei pia bory avai. [MON.1] (ii) As Eivar 5 Evas πραγματικός αριθράς με δ>μ και δ> δ. Na anoseixsei oci, sia rase dion y cus (Eo), iexuel line e x (x) = line ex 1 (x) = 0. [MON. 1]

(4) As Eivar (Ed) pia oposevis realitury Stagoping exioney Sencebus sazeuz he esageboiz ennet resez. Eeson h Eneubarματικός αριθμός μεγαλύτερος από το πραγματικό μέρος κάθε ρίσας του χαρακτυριστικού πομυννύμου της (Εο). Να αποδεχθεί ότι, για τυχωσα λύση γτης (Εο), υπάρχει εταθερά Κ>Ο είτει 338 W

max{1/(x)|]} { Kehx 8100 kå88 x≥0. [MON. 2]

Na Evidage so ubogguera abxirma situa x (2-x) -1"-6(x-1) y'-4y=0; y(1)=1, y'(1)=3. Frienz ra gracimaga, co Oembatra co exterito tro entered Eno Statefrika ant 3 abrasan Jacems Ribm avo era kanariko « nopado entrejo frixz opodenojz & batefrikaz gladobikaz Ezienens Esizepus ràzus. [MON. 2] www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε:

Kady Enzuxia

Καθηγητής ΧΡΙΣΤΟΣ Γ. ΦΙΛΟΣ Τομέας Μαθηματικής Ανάλυσης Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων T. Θ. 1186, 451 10 IΩANNINA

Τηλ.: 26510-98288, Fax: 26510-98200

E-mail: cphilos@cc.uoi.gr

URL: http://www.math.uoi.gr/~cphilos

LOYNIOZ 2006

www.maths.gr

Για Ιδιαίτερα Μαθήματα

τηλεφωνήστε: 6979210251

"ΕΙΣΑΓΛΓΗ ΣΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ"

DEMAI [MON. 1,5] As είναι α ένας πραγματικός αριθμός. Να βρεθεί ένας OJOK JUDINGIKOS UN DERSONENS ENT PODENS 6(X,4) = A(X+A) (OUN φ είναι κατάλληλη συνάρτηση που θα πρέπει να προεδιοριεθεί) XIX TY SIXPOPIEN EZIOWEN

 $(x+y-2y^2)dx + (xxy-2x^2)dy = 0.$

Στη συνέχεια, με χρήση αυτού του ολοκληρωτικώ παράγοντα ή με άλλου ερόπο, να ενιλυθεί η διαφορική εξίσωση αυτή.

DEMA II [MON. 1]

AT AS FIVAL 11, 1/2 KALY3 OVVAPTYOFITS OF ONGIES EXONN MAραγώγους δεύτερης τάζης σε ένα διάστημα Ι. Να αποδειχθεί del fila avagrala ourdney yla va elval or ouraperoeis aviès Reapplica Ezabentignez Einar o fragenietoz eus obidoneas Wronski avend naven 600 I.

(ii) As Eival / Kal /2. Súo Júseis filas ofoxevous ypapeli-Kys διαφορικής εξίσωσης τρίτης τάζης με διάστημα ορισμού].

ιΕστω χο ένα σημείο του Ι. Να αποδειχθεί ότι, αν οι γύσεις ή Και 12 είναι γραμμικά ανεξάρτητες, τότε τα διανύσματα

είναι γραφιμικά ανεξάρτητα.

DEMA III [MON. 1]

As ELVAL y file him tons of or Evols of application of the stand of the standard of the stand

DEMA IV [MON. 2]

As fival B Kal y Pezikës apayharikës czadepës he B + 48.
Na anoseixdei del yia kade duon y zns ypahhikys biapopikys
eziewens

$$4 + 84 + 87 = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}, x \ge 0$$

ISYVEL

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251

Me xpyoy evos heracxyharothoù ens hopqys t=x (600) « Eivar karalluly npashariky eradepà nou da npènerva npoedio piedei), va enijudei y ypahliky biagopiky eziowey

$$\times \frac{d^2y}{dx^2} - (2x^2+1)\frac{dy}{dx} - 8x^3y = 16x^3e^{-x^2}, \times > 0.$$

Για Ιδιαίτερα Μαθήματα

HEMANI [MON. 2] 6979210251

As είναι ρ μία μη αρνητική σταθερά. Να βρεθούν οι δυναproceiber graces & sibm and to entrio x0=0, the openers Sharphikyz grabobikyz Eriemenz

 $(1-x^2)y''-xy'+p^2y=0.$

Στη συνέχεια, να επιλυθούν τα προβλίματα αρχικών αμών $(1-x^2)y''-xy'+16y=0; y(0)=1, y'(0)=0$

$$(1-x^2)y'' - xy' + 25y = 0; y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

DEMA VII [MON. 1]

, Feem i Shateterich tebiri giadobiri ezionen usmens razinz Azx+Bzy+Gz=\$

onn A, B, C kal & Elval ouvexeis reastercinès ouvaprisons σε έναν τόπο SL των IR2 και A (x, y) + ο για όγατα (x, y) ε.l. Να αναπτυχθεί λεπτομερώς η μέδοδος επίχυσης της (Ε).

Kazy Enruxia

Τηλ.: 26510-98288, Fax: 26510-98200 E-mail: <u>cphilos@cc.uoi.gr</u>

URL: http://www.math.uoi.gr/~cphilos

IANOTAPIOZ 2006

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα

GEMA I [MON. 3]

τηλεφωνήστε: 6979210251

- (i) [MON. 0,5] Nox avantuxdei n feèdodos yla env eniquen filoso blaceopiras esimmens Riccati.
- (ii) [MON. 1,5] As Eival fj (j=1,..., m) reasharites ouvaperoeis, or onoies exou (m-1) rapashyous of eva bidernhal. Na
 anoseixdei oth him itarri ovrdrien dia va eivar or f; (j=1,...,m)
 deahhra avegaperees eivac

(C) W(f1,..., fm) (x0) ≠0 y1 x x x no10 x0 ∈ I.

Eivaln (C) pia avazkaia ourdnika zia va eival ol fj (j=1,...,m)
zpappika avejápences;

- (iii) [MON. 0,5] Na Siatunusei to Dementa to exetite to the two espects of year partitudad on espectation distant distant and eva kavoviko avaltato enterio filas oposevoris yearfriches Siago-pikas eficantos estas.
- (iv) [MON. 0,5] Ta kia ohogevy zpaktern διαφορική εξίσωση Ν-τάζης, να αποδειχθεί ότι υπάρχουν βασικά σύνοχα.

DEMA II [MON. 1,5]

EGran u ubonens contres abattering produkt Eliemen

(E) $\gamma' + p\gamma = q,$

όνω p και q είναι συνεχείς πραβματικές συναρτήσεις ετο διάετημα $[0,\infty)$. Ας υνοθέσωμε ότι $p(x) \ge \mu$ για όγα τα $x \ge x_0$, όνως $x_0 \ge 0$ και μ είναι μ ία θετική εταθερά, και ότι μ συνάρτηση μ είναι μ είναι μ είναι μ ανοδειχθεί ότι όγες οι γύσεις της (E) είναι μ είναι μ

ΘΕΜΑ ΙΙΙ [MON. 1, 5] 6979210251

Feem n otrasenje shatteren gradobiky Eziemen

$$(E_0) \qquad \sum_{k=0}^{5} oc_k \gamma^{(k)} = 0,$$

όνου α_{K} ($\kappa=0,1,2,3,4,5$) είναι πραβματικοί αριθμοί. Ας υνοθέσωμε ότι το νομυνυμο $\sum_{\kappa=0}^{5} \alpha_{K} \lambda^{\kappa}$ έχει την απηή ρίζα $\lambda_{1}=\mu$ και τις διηλές ρίζες $\lambda_{2}=\sigma+i\tau$ και $\lambda_{3}=\sigma-i\tau$, όνου μ,σ και τρο είναι πραβματικοί αριθμοί. Έστω ότι μ,σ και είναι λ_{1} έναι πραβματικός αριθμοίς λ_{2} λ_{3} λ_{4} λ_{5} λ_{5} είναι λ_{5} λ_{5} έναι πραβματικός αριθμοίς λ_{5} λ_{5} λ_{5} λ_{5} έναι πραβματικός αριθμοίς λ_{5} λ_{5} λ_{5} λ_{5} λ_{5} έναι πραβματικός λ_{5} λ_{5} λ_{5} λ_{5} έναι το σύνολο όλων των πραβματικών λ_{5} λ_{5} λ_{5} λ_{5} έναι ένας πραβματικός γραμμικός χώρος λ_{5} $\lambda_{$

GEMA IV [MON. 2]

(*) ανχη (ν) + αν-1 χη + ··· + αν χη + αν - ον = ον χ = 1,

13

ο΄ πω d_i (i=0,1,...,n-1,n) είναι πραγματικοί αριθμοί και ισχύει $d_1 d_{1-1} < 0$. Να αποδειχθεί ότι η (*) έχει μία τουβάχιστου λύστη γ, τέτοια ώστε η γ ή μία τουβάχιστου από τις παραγύγης $y^{(ic)}$ (x=1,...,n-1) αυτής να είναι μη φραγμένη συνάρτηση στο διάστημα [1, ∞).

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251

DEMAV [MON. 2]

' Εστω η δεύτερης τάζης ομογενής γραμμική διαφορική εξίσω σα. . Do) (1-x²) η"-2xγ'+24=0, x ∈ (-1,1).

Ynoxpensità he zu fiégogo zur gonation eibmin na gétités enngytes

1, (0)=1, 1; (0)=0 10x 12(0)=0, 12(0)=1.

Στη συνέχεια, να αποδειχθεί δει η συνάρτηση

$$h(x) = \frac{x}{2} \log \frac{1+x}{1-x} - 1, x \in (-1,1)$$

geappires our or (Do) kar va exepassein h us évas

KANH EUITYXIA

SENTEMBPIOZ 2005

Τηλ.: (0651) 98288, E-Mail: cphilos@cc.uoi.gr

"EIZARATH ITII DIAFOPIKEZ EZIZAZEIZ"

DEMA I [MON. 1,5]

As fival b kai c detikés ctadepés. Na anobeixdei otel káde huon z this biadopiknés efictions $\frac{dz}{dx} = -bz(z+1)$ he z(0) > -1 eival tétaia wete z(x) > -1 yia x > 0 kai teivei npos th biadeph huon $z_0 = 0$ yia $x > \infty$. Eth suvéxeia, unoxpentikà he xphon tou suhnepáshatos autoù, va anobeixdei otel káde húon y rens biadopikhs efictions $\frac{dy}{dx} = y(b-ct)$ he y(0) > 0 nagahérei detikh yia x>0 kai teivei npos th ctadeph húon $z_0 = \frac{b}{c}$ yia $z > \infty$.

DEMA II [MON. 1,5]

As eival $f_1, f_2, ..., f_m$ πραγματικές συναρτήσεις, οι οποίες έχουν (m-1) – τάξης παραγώγους σε ένα διάστημα I. Να αποδειχθεί ότι μία αναγκαία συνθήκη για να είναι οι $f_1, f_2, ..., f_m$ γραμμικά εξαρτημένες είναι (C) $\mathcal{N}(f_1, f_2, ..., f_m)$ (x) = 0 για όχα τα $x \in I$.

Eival y (C) fria 1kavý ouvojky zlava eival ol fi,t2,...,fm

Sbathrey Ezabestignez?

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251

TENIAA 1/3

Καθηγητής ΧΡΙΣΤΟΣ Γ. ΦΙΛΟΣ Τομέας Μαθηματικής Ανάλυσης Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων Τ. θ. 1186, 451 10 ΙΩΑΝΝΙΝΑ

TENIDA 23

Τηλ.: (0651) 98288, E-Mail: cphilos@cc.uoi.gr

OEMA III [MON. 2]

EGEW N Oposerus Stapperm Sladobim Eziamen Sentebus

$$(D_0) \qquad (1-x^2)\gamma'' - 2x\gamma' + 2\gamma = 0, -1 < x < 1.$$

Υποχρεωτικά με τη μέδοδο των δυνχμοσειρών, να βρεθών οι βύσεις γ_1 και γ_2 της (D_0) που πληρών τις αρχικές συθήκες $\gamma_1(0)=1$, $\gamma_1'(0)=0$ ιται $\gamma_2(0)=0$, $\gamma_2'(0)=1$.

Zzy ovièxeia, va anoseixsei o'ci y oviápovou

$$h(x) = \frac{x}{2} \log \frac{1+x}{1-x} - 1$$
, $-1 < x < 1$

είναι μία λύση της (Do) και να εκφρασθεί η h ως ένας γραμμικός συνδυασμός των 1, και 12.

GEMA IV [MON. 2,5]

EFIGUEN MIEHNENS TÀFNS OLONENIS YPALLIKY SINGOPIEN

$$(E_0)$$
 Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: (E_0) (κ) τηλεφωνήστε: (E_0) 6979210251

της οποίας οι συντεμεστές είναι πραγματικοί αριδμοί. Ας υποθέσωμε ότι το πολυώνυμο Σακλ έχει την απλή ρίζα

www.maths.gr

τηλεφωνήστε: 6979210251

Για Ιδιαίτερα Μαθήματα

Τηλ.: (0651) 98288, E-Mail: cphilos@cc.uoi.gr

λ= fe και τις διηές pijes λ2= σ+ίτ και λ3= σ-ίτ, όπου لاء قد حدم وزيمد مومع لمحديده مورع لمون.

(i) 'EsTW ôTL FLYE KALAS FIVAL & ÉVAS REARFIACIES χριθμός με -μ ≦ χζ-σ. Να αποδειχθεί ότι το σύνοιο όμων TWO TRASFACIENT YOUR Y THE (EO) LE LIME Y(x)=0 EIVEL (ii) As firal & fras Weath aciros abiopios he &> fr kar

8>0. Nx anoseix jei o'er 2 x1x tà de him y ens (Eo), 10xiver

line = 24 (+) = line = 1 (+) = 0.

DEMAY [MON. 2,5]

· Eson a Abathrian gradobian Ezienen Densebaz egzaz

(E)
$$x^{\frac{1}{2}} + (2x+1) + \frac{1}{2} + w^{2} = c \cos(w \log x), x > 0$$

QUON X'M Kal C EINAC L'DARPACIKOJ X 618 Par PE 0 = X < M KAL C+O. Na Bredoir OAES OL MPAZKACIKĖS LUGEIS CUS (E). EISIKA, VX BEEJEIN DOOR 70 ENS (E) nou n'y poi TIS XPXIKES GUUDNIKES 10(1)=10(1)=0.

KANH EMITYXIA



Καθηγητής ΧΡΙΣΤΟΣ Γ. ΦΙΛΟΣ Τομέας Μαθηματικής Ανάλυσης Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων Τ. Θ. 1186, 451 10 ΙΩΑΝΝΙΝΑ

10YN10Z 2005

Τηλ.: (0651) 98288, E-Mail: cphilos@cc.uoi.gr

"EIZATATH ITIZ DIAPOPIKET EZITAZEIZ"

- (2) [MON. 0,5] Not Sixtunudel to Hewperhato execito he the end eviper that the sour Surahaseipur Ausem Yu'em and eva ohayo enheio hias ohayevou's ypahhiris Sixqopiris ezisums severens taigns.

τηλεφωνήστε:

- 3) [MON. 1] Now Sixtunudel kal anoteixdes o tunos to Liouville
 yla ofoxevels ypakfilkes Sixtuppikes etistuseis toltus tatens.
- (Mix hepixy λυση αντής μπορεί εύκολα να βρεθεί.)
- (5) [MON. 1] As Eival / Kal /2 Súo Aúreis ens fin

opoderons abathranz gradobranz ezramenz

όπω α, b, c είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί και h είναι μία συνεχής πραγματική συνάρτηση στο διάστημα [0,00). Να αποδειχθεί ότι τιμ [1,(x)-12(x)]=0.

οι οποίες τείνουν προς το μπδέν χια x-> ο. Να αποδειχθεί ότι Ε είναι ένας πραγματικός γραμμικός χώρος και να βρεθεί μία βάση αυτού. Επίσης, να βρεθεί γ 6-το Ε με η(0)=0 και η'(0)=2.

- (7) [MON. 1,5] Nov Eniquosi y yeakhiry Siapopiry Eziruon.
- (8) [MON. 0,5] Na Bredein Ajon z ens hepiky's
 Slagopiky's Ezionens

42x-12y-=0; xER, 770,

η οποία πηπροί τη συνθήκη www.maths.gr $Z(x,1)=x^2$, $x\in\mathbb{R}$. τηλεφωνήστε:

9 [MON. 2] As Eival (Eo) file ofogends ypathing

διαφορική εξίσυση δεύτερης τάξης με σταθερούς συντεβεστές. Έστω με ένας πραγματικός αριθμός μεγαρύτερος από το πραγματικό μέρος κάθε ρίζας των χαρακτηριστικού πολυμνύμου της (Εο). Να αποδειχθεί ότι, για τυχώσα πύση γ της (Εο), υπάρχει οταθερά Κπο έτσι ώστε

max{|y(x)|, |y'(x)|} ≤ Ke^{µx} y100 610 ~ ~ « x ≥0.

(1-x2) + 16y=0; y(0)=0, y'(0)=1.

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251

DIAPKEIA EZETAZHI: 3 SLPEZ

Kazy Enroxia

Τηλ.: (0651) 98288, E-Mail: cphilos@cc.uoi.gr

" FIZACICH ZTIZ DIAPOPIKEZ EZIZIZIEIZ"

- 1) [MON. 1,5] Na enjudein biaqupiky eziowor $\frac{4x}{44} = -\frac{x+34_5}{4(5\frac{x}{5}+5x\frac{x}{5}+7)}.$ www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251
- 2) [MON. 1] Na anoseixodi de djes or juder ens siapopikys Eziowons $7'+7\log(2+x^3)=510x^2$ cival apashéres ero Sideratia [0,00).
- 3) [MON. 1,5] 'Econ y o hoy evis peakfury διαφυρική εξίσωση Na Breger ena Baeres esvoto Lbastaciems graem ens - (*). Στι ευνέχειχ, να αποδειχθεί ότι το εύνομο όμω των προς πραγματικών λύσεων πιης (*), οι οποίες τείνουν προς To huser sia x >00, Eirai Eras reaphiros xulpos Eni too IR FOL, Eningéou, va becdei hix pary autoi.
- 4) LMON.2] Na enjudein yeapprend Ezieway (E) 7111 + 271 = 3

όλου ωγο είναι μία σταθερά και f είναι μία ευνεχής μη μηδενική συνάρτηση στο διάστημα [ο, σο). Στη συνέχεια, να δοθεί ένα παράδειγμα μίας φραγμένης, συνεχούς και μη μηδενικής συνάρτησης f στο [ο, σο) είτει ώστε όμες οι η ύσεις της (Ε) να είναι μη φραγμένες στο [ο, σο).

5) [MON. 1] NX ENINDELM SIXQUPIEN EZIOWEN

x3/11+x1-7=0, x>0.

(B) [MON. 0,5] NX ENIJUBEL' N | [2,0 , NOM] (B) [MON. 0,5] NX + YZY + XZ = X+Y²; X>0, Y>0.

(₹) [MON. 2,5] 'Ectury Enter opersons γραμμική διαφαρική εξίσωση

(Εο) απη (Μ) τη (Μη) είναι πραγματικοί αριθρό με

απανη <0. Να αποδειχθεί ότι η (Εο) έχει μία τοντάχιστον πύση γ τέτοια ώστε η πύση γ η μία τοντάχιστον από τις παραγώγους γ (κ) (κ=1,...,η-1) αντής

να είναι μη φραγμένη συνάρτιση στο διάστημα

Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε:
6979210251

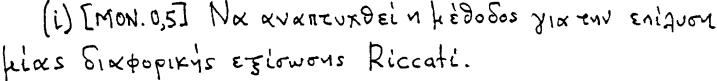
KANH ENITYXIA

ZENTEMBPIOZ 2004

(0651) 98288, E-Mail: cphilos@cc.uoi.gr

EIZARRIH ITIZ DIAPOPIKEZ EZIZRZEIZ

DEMA I [MON. 4]



- (ii) [MON. 1] Na anoteixdei óti hia avayraia eurovira wete n ziveis hias ohoy evois y pahhirds biagopirds ezionens n-zirtas he biaeraha opiehoù I va eivai ypahhira avezaprates eivai o ha hateviehos tas opitoneas Wronski avzwu navzoù ezo I.
- (iii) [MON. 0,8] Na Siarunusel to Oewenka to oxetiko he tur especy sio ypakkika avezapentuv zietu zieu ano eva leavoviko avukkaso onkelo kias ohosevois zpakki-kys Siapopikys eziruous seitepus tazus.
- (iv) [MON. 1,7] Έστω η γραμμική μερική διαφορική εξίσωση πρώτης τά Της

 ωνων. maths.gr

 Για Ιδιαίτερα Μαθήματα

 (Ε) $Az_x + Bz_y + (z = Φ, τηλεφωνήστε: 6979210251$ όπου A, B, C και Φ είναι συνεχείς πραγματικές συν αρτήσεις σε έναν τόπο Σ του R^2 και A(x,y) + 0 χια Δ ατακτα $(x,y) \in Ω$.

 Να αναπτυχθεί Σ επτοψερώς Σ μέθοδος επίχυσης της Σ (Ε).

DEMAII [MON. 2]

Ecrum rpiens rains ohogens γραμμική διαφορική εξίσωση

(Εο)

γ"+ργ"+qγ+νγ=0,

σε ένα διάστημα Ι. Ας είναι γι και γι δύο Αίσεις της (Εο)

τέτοιες ώστε

 $\frac{1}{1}(x) \neq 0$ rat $(\frac{1}{2}|\frac{1}{1})(x) \neq 0$, $\frac{1}{2}$ ration $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ ration $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ rational $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ rational ra

DEMA III [MON. 1]

www.maths.gr Για Ιδιαίτερα Μαθήματα τηλεφωνήστε: 6979210251

BEMA [MON. 1,5] (15)

 M_{ε} τη βοήθεια μίας αντικατά τασας της hoppis t= $=\chi^{\alpha}$ (όνου α είναι κατάλληλος πραγματικός αριθμός), να ενιμοθεί η γραμμική διαφορική εξίσωση $\chi'' - \gamma' + 4\chi^3 \gamma = 4\chi^{\varepsilon} e^{\chi} \sin \chi^2, \chi > 0.$

GEMA 7 [MON. 1,5]

Nα επιρυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών (1-x²)γ"-2xγ'+12γ=0; γ(0)=1, γ'(0)=-1.

KANH EUITYXIA