

Σχολή Κοινωνικών Επιστημών
Πρόγραμμα Σπουδών Διοίκηση Επιχειρήσεων & Οργανισμών
Θεματική Ενότητα Ποσοτικές Μέθοδοι (ΔΕΟ13)

Δεύτερη Γραπτή Εργασία
Επιχειρησιακά Μαθηματικά

Καταληκτική ημερομηνία ανάρτησης της γραπτής εργασίας

Τρίτη 10 Δεκεμβρίου 2024

Γενικές οδηγίες

- Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις της εργασίας πρέπει να δίνονται σε δύο αρχεία σύμφωνα με τις αναλυτικές οδηγίες που ακολουθούν.
- Τα δύο αρχεία πρέπει να ανέβουν στο <http://study.eap.gr> εντός της καθορισμένης προθεσμίας.
- Εργασίες που υποβάλλονται με καθυστέρηση δεν γίνονται δεκτές.
- Η αντιγραφή μέρους ή ολόκληρης της εργασίας απαγορεύεται αυστηρά. Όλες οι εργασίες ελέγχονται αυτόματα μέσω της υπηρεσίας ελέγχου ομοιότητας κειμένων Turnitin και σε περίπτωση εντοπισμού φαινομένων αντιγραφής, ακολουθούνται οι διαδικασίες που προβλέπονται στον Κανονισμό Σπουδών.

Αναλυτικές οδηγίες

1. Η εργασία περιλαμβάνει **4 υποχρεωτικές ασκήσεις** η λύση των οποίων απαιτεί τη δημιουργία και ανάρτηση στο <http://study.eap.gr> των παρακάτω αρχείων:
 - **Αρχείο Κειμένου** (.docx ή .doc ή .odt) με τις απαντήσεις στις Ασκήσεις 1 έως 4 (όνομα αρχείου: Eponymo.Onoma-GE2.docx ή Eponymo.Onoma-GE2.doc ανάλογα με την έκδοση του MS Office που έχετε ή Eponymo.Onoma-GE2.odt, αν χρησιμοποιείτε λογισμικό τύπου OpenOffice). Στο αρχείο αυτό, θα πρέπει να δίνονται οι αναλυτικές απαντήσεις των ασκήσεων με τη σειρά που δίνονται στην εκφώνηση, αναγράφοντας και τον αριθμό του αντίστοιχου υποερωτήματος.
 - **Αρχείο Excel** (.xlsx ή .xls) με τις απαντήσεις των ασκήσεων στις οποίες ζητείται η χρήση του (Όνομα αρχείου: Eponymo.Onoma-GE2.xlsx ή Eponymo.Onoma-GE2.xls ανάλογα με την έκδοση MS Office που έχετε –σε περίπτωση που χρησιμοποιείτε λογισμικό τύπου OpenOffice, το (.ods) αρχείο πρέπει να σωθεί μέσα από το λογισμικό OpenOffice ως αρχείο Excel και να υποβληθεί το αρχείο Excel). Το αρχείο Excel πρέπει να περιέχει φύλλα εργασίας όσα και τα υποερωτήματα όπου ζητείται η χρήση Excel. Τα φύλλα εργασίας πρέπει να έχουν το όνομα του αντίστοιχου υποερωτήματος, π.χ. «Άσκηση 2Α», κ.λπ.
2. Οι εργασίες πρέπει να είναι **επιμελημένες**.
3. Στο **αρχείο Excel**, όλοι οι υπολογισμοί πρέπει να γίνονται αποκλειστικά με τη χρήση τύπων και συναρτήσεων του Excel εκτός και αν η αντίστοιχη άσκηση αναφέρει κάτι διαφορετικό.
4. Για τη **δημιουργία των μαθηματικών σχέσεων**, προτείνεται η χρήση των ειδικών σχετικών εφαρμογών του κειμενογράφου που χρησιμοποιείτε (δηλαδή του Word ή του λογισμικού τύπου OpenOffice), όπου αυτό κρίνεται απαραίτητο για την καλύτερη εμφάνιση τύπων και εξισώσεων. Συγκεκριμένα:
 - Για όσους χρησιμοποιούν **Microsoft Word**¹, η εφαρμογή εισαγωγής εξισώσεων εμφανίζεται στο μενού Insert (ή Εισαγωγή, στα Ελληνικά) δεξιά με το σύμβολο του π .
 - Για όσους χρησιμοποιούν **λογισμικό τύπου OpenOffice**, η εφαρμογή εισαγωγής εξισώσεων εμφανίζεται στο μενού Insert (ή Εισαγωγή, στα Ελληνικά), επιλέγοντας Object → π Formula Object (ή Αντικείμενο → π Αντικείμενο τύπου, στα Ελληνικά).

¹ Όσοι χρησιμοποιούν έκδοση Word, παλαιότερη του Word 2007, για τη δημιουργία μαθηματικών σχέσεων πρέπει να χρησιμοποιήσουν την εφαρμογή «Επεξεργασία Εξισώσεων» (Equation Editor) του Word (Από τη γραμμή μενού: Insert → Object → από Object type επιλέξτε Microsoft Equation 3.0 ή στα Ελληνικά: Εισαγωγή → Αντικείμενο → από Τύπος αντικείμενου επιλέξτε Microsoft Equation 3.0). Εάν η εφαρμογή δεν είναι ήδη εγκατεστημένη στον υπολογιστή, τότε δεν εμφανίζεται και θα πρέπει να προηγηθεί εγκατάσταση χρησιμοποιώντας το CD εγκατάστασης του Microsoft Office. Περισσότερες πληροφορίες για την εφαρμογή υπάρχουν στο εγχειρίδιο H/Y (σελ. 68-71), το οποίο είναι διαθέσιμο στην ενότητα Πρόσθετο Υλικό της ιστοσελίδας της ΔΕΟ13 (<https://study.eap.gr/course/view.php?id=154>) ακολουθώντας διαδοχικά τους συνδέσμους Συμπληρωματικό Υλικό, ΒΟΗΘΗΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΤΩΝ, ΒΟΗΘΗΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ στους Υπολογιστές και επιλέγοντας το αρχείο με όνομα Egxeiridio H-Y.pdf.

ΑΣΚΗΣΗ 1 (25 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Ερώτημα Α (15 μονάδες)

Να βρεθεί η παράγωγος των συναρτήσεων:

- i. $f(x) = x^2 e^{-2x}$ (5 μονάδες)
- ii. $f(x) = (x^2 - 1) \ln(x^2 + 1)$ (5 μονάδες)
- iii. $f(x) = \frac{5x}{(3x-2)^3}, x \neq \frac{2}{3}$ (5 μονάδες)

Ερώτημα Β (10 μονάδες)

Να υπολογισθεί το παρακάτω αόριστο ολοκλήρωμα και στη συνέχεια να επαληθευτεί με παραγωγή, το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης:

$$\int \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{x} dx, x > 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 2 (25 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Δίνεται η ακόλουθη συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{x - 1 - \ln x}{x}$$

Ερώτημα Α (3 μονάδες)

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)$.

Ερώτημα Β (12 μονάδες)

Να μελετηθεί η συνάρτηση $f(x)$ ως προς τη μονοτονία της.

Ερώτημα Γ (10 μονάδες)

Να βρεθούν και να χαρακτηριστούν τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x)$.

ΑΣΚΗΣΗ 3 (25 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Ερώτημα Α (10 μονάδες)

Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 4x + 4$, τον άξονα των τετμημένων x' και τις ευθείες $x = 1$ και $x = 2$.

Ερώτημα Β (15 μονάδες)

Ένας αγρότης θέλει να περιφράξει μια περιοχή σχήματος ορθογωνίου και διαστάσεων x και y , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Αν μπορεί να περιφράξει συνολικά 600 μέτρα, τότε:

- i. Να υπολογισθεί ως συνάρτηση του x το εμβαδόν $E(x)$ της ορθογώνιας περιοχής.
Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $E(x)$;

(3 μονάδες)

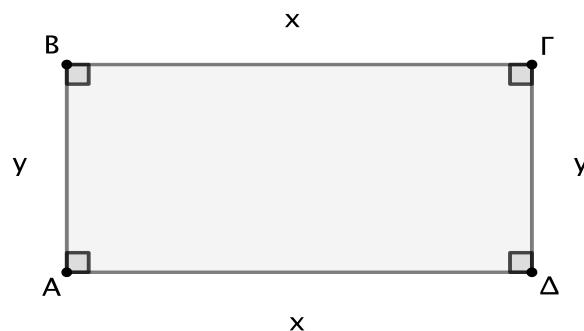
[Υπόδειξη: Δίνεται ο τύπος του εμβαδού ορθογωνίου, $E = a \cdot b$, και ο τύπος της περιμέτρου ορθογωνίου, $\Pi = 2a + 2b$, όπου $a =$ μήκος και $b =$ πλάτος]

- ii. Να βρεθεί η τιμή του x για την οποία μεγιστοποιείται το εμβαδόν $E(x)$. Ποιες είναι οι διαστάσεις της ορθογώνιας περιοχής σε αυτή την περίπτωση;

(8 μονάδες)

- iii. Να σχεδιαστεί στο Excel η γραφική παράσταση της συνάρτησης $E(x)$ στο διάστημα $10 \leq x \leq 290$, με βήμα 10 και να μεταφερθεί στο Word αρχείο των απαντήσεων (με αντιγραφή και επικόλληση), μαζί με τον αντίστοιχο πίνακα τιμών. Επιβεβαιώνεται από το διάγραμμα το αποτέλεσμα του προηγούμενου ερωτήματος;

(4 μονάδες)



ΑΣΚΗΣΗ 4 (25 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Ερώτημα Α (5 μονάδες)

Δίνεται η συνάρτηση ζήτησης $Q = -0,1P^2 - 2P + 160$, όπου $0 \leq P \leq 31,23$ η τιμή ενός προϊόντος και $Q \geq 0$ η ποσότητα.

- i. Να υπολογιστεί η ελαστικότητα της ζήτησης για $P = 20$.

(3 μονάδες)

- ii. Να ερμηνευτεί η ελαστικότητα της ζήτησης που υπολογίστηκε στο προηγούμενο ερώτημα.

(2 μονάδες)

Ερώτημα Β (20 μονάδες)

Σε μια επιχείρηση, έχει υπολογιστεί ότι η σχέση που συνδέει την τιμή P του πωλούμενου προϊόντος (σε χρηματικές μονάδες [χ.μ.] ανά εβδομάδα) με την ποσότητα Q (τεμάχια ανά εβδομάδα) δίνεται από την ακόλουθη συνάρτηση ζήτησης:

$$Q = 40 - \frac{4}{3} \cdot P, \text{ όπου } 0 \leq P \leq 30$$

Παράλληλα, η σχέση που συνδέει το συνολικό κόστος TC της επιχείρησης (σε χ.μ. ανά εβδομάδα) με την ποσότητα Q , δίνεται από την ακόλουθη συνάρτηση συνολικού κόστους:

$$TC = 130 + 0,3 \cdot Q^2 - 9 \cdot Q$$

- i. Να βρεθεί η ποσότητα (σε τεμάχια ανά εβδομάδα) που ελαχιστοποιεί το μέσο κόστος (AC) της επιχείρησης. (8 μονάδες)
- ii. Να βρεθεί η ποσότητα (σε τεμάχια ανά εβδομάδα) που μεγιστοποιεί το κέρδος (Π) της επιχείρησης (10 μονάδες)
- iii. Να βρεθεί το μέγιστο κέρδος (Π_{max}) της παραπάνω επιχείρησης (σε χ.μ. ανά εβδομάδα). (2 μονάδες)

[Υπόδειξη: Το σταθερό κόστος της επιχείρησης είναι εκείνο που προκύπτει από τη συνάρτηση συνολικού κόστους για ποσότητα ίση με το μηδέν, τα συνολικά έσοδα της επιχείρησης είναι ίσα με το γινόμενο της τιμής επί την πωλούμενη ποσότητα, το μέσο κόστος ισούται με το συνολικό κόστος διαιρεμένο με την ποσότητα, ενώ το κέρδος ισούται με τη διαφορά συνολικών εσόδων και συνολικού κόστους.]