

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

13 Ιανουαρίου 2016

**ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Συστήματα**

**ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**

1. Δίνεται η ευθεία  $3x - 2y = 4$ .

- i. Να εξεταστεί αν τα σημεία  $A(2, 1)$  και  $B(-1, 3)$  ανήκουν στην ευθεία.
- ii. Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες  $x'$  και  $y'$ .
- iii. Να βρεθούν όλες οι λύσεις

**ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**

2. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο της αντικατάστασης.

$$\begin{array}{lll} \text{i. } \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases} & \text{ii. } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -x + y = -5 \end{cases} & \text{iii. } \begin{cases} 2(x - 1) - (y - 2) = 9 \\ -(1 - x) + 3y = 0 \end{cases} \end{array}$$

3. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$\begin{array}{lll} \text{i. } \begin{cases} 4x - y = 3 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} & \text{ii. } \begin{cases} 2(x - 2) + 3(y + 1) = 1 \\ 4x - (2 - y) = 2 \end{cases} & \text{iii. } \begin{cases} \frac{x+2}{2x^3-1} + \frac{1-y}{y^2} = 2 \\ \frac{2x-1}{5} + \frac{y}{3} = -\frac{2}{15} \end{cases} \end{array}$$

4. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο των οριζουσών.

$$\begin{array}{lll} \text{i. } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases} & \text{ii. } \begin{cases} 2(x - 1) + 3(y + 2) = 13 \\ x - (2y - 1) = 2 \end{cases} & \text{iii. } \begin{cases} 6x - 4y = 2 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \end{array}$$

5. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα

$$\begin{array}{ll} \text{i. } \begin{cases} (2x - 1)(y + 1) - (x + 4)(2y - 3) = 1 \\ (1 - x)(3y + 1) + (x + 2)(3y + 4) = 2 \end{cases} & \text{ii. } \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{3(y-2)}{4} = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{2-y}{2} = x + y \end{cases} \end{array}$$

$$\text{iii. } \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{x-y}{3} = 1-2x \\ \frac{3y-x}{4} - \frac{3(y-2x)}{2} = \frac{1}{8} \end{cases} \quad \text{iv. } \begin{cases} \frac{3x^2-x+1}{3} - \frac{2x^2-y}{2} = -2 \\ \frac{5y^2-x}{5} - \frac{y(3y-2)}{3} = \frac{1}{8} \end{cases}$$

### ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

6. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα

$$\text{i. } \begin{cases} (\lambda^2 + 1)x - y = 2 \\ 2\lambda x + y = 4 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} (\lambda + 2)x - 3y = \lambda + 2 \\ \lambda x + (\lambda - 2)y = 1 \end{cases} \quad \text{iii. } \begin{cases} \lambda^2 x + 4y = 2\lambda \\ (\lambda - 1)x + y = \lambda - 1 \end{cases}$$

7. Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε το παρακάτω σύστημα να είναι αδύνατο.

$$\text{i. } \begin{cases} \lambda x + (\lambda - 3)y = -1 \\ 2x + (\lambda - 3)y = 1 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} (\lambda + 1)x - 3y = -1 \\ x + (\lambda - 3)y = 1 \end{cases}$$

8. Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε το παρακάτω σύστημα να έχει άπειρες λύσεις οι οποίες να βρεθούν.

$$\text{i. } \begin{cases} 2\lambda x + (\lambda + 3)y = 2 \\ x + \lambda y = -1 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} x + \lambda y = 2 - \lambda \\ \lambda x + y = \lambda \end{cases}$$

9. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας  $y = ax + \beta$  η οποία διέρχεται από τα σημεία

$$\begin{array}{ll} \text{i. } A(-2, 1) \text{ και } B(3, 0) & \text{iii. } A(0, -5) \text{ και } B(2, 4) \\ \text{ii. } A(-1, 1) \text{ και } B(4, -2) & \text{iv. } A\left(\frac{3}{2}, -1\right) \text{ και } B\left(0, \frac{1}{2}\right) \end{array}$$

### ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ 3×3

10. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα

$$\text{i. } \begin{cases} 3x - 2y + z = 6 \\ x - 3y - z = 3 \\ 2x + y - 4z = -3 \end{cases} \quad \text{ii. } \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ x - y - z = 2 \\ 2x + 3y - 3z = 0 \end{cases} \quad \text{iii. } \begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x - 4y + 6z = 12 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

11. Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής  $y = ax^2 + \beta x + \gamma$  η οποία διέρχεται από τα σημεία

$$\begin{array}{ll} \text{i. } A(-2, 1), B(3, 0) \text{ και } \Gamma(1, -2) & \text{iii. } A(-4, 3), B(1, 2) \text{ και } \Gamma(0, 1) \\ \text{ii. } A(-1, 1), B(1, 3) \text{ και } \Gamma(0, -2) & \text{iv. } A(-2, 4), B(3, 9) \text{ και } \Gamma(1, 1) \end{array}$$

12. Αν  $D, D_x, D_y$  είναι οι ορίζουσες ενός συστήματος  $2 \times 2$  και ισχύει

$$\begin{cases} D - 2D_x - 2D_y = -6 \\ 4D - 3D_x - 2D_y = -1 \\ 2D + 3D_x - D_y = -4 \end{cases}$$

να βρεθούν οι λύσεις  $x, y \in \mathbb{R}$  του  $2 \times 2$  συστήματος.

## ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΑΝΑΘΕΣΗ

13. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα

$$\text{i. } \begin{cases} |x| - |y| = 3 \\ 2|x| + 3|y| = 11 \end{cases}$$

$$\text{ii. } \begin{cases} |x - 1| + 2|y + 2| = 7 \\ 3|x - 1| - 4|y + 2| = 1 \end{cases}$$

$$\text{iii. } \begin{cases} x^2 + 2y^3 = 0 \\ 3x^2 + 5y^3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{iv. } \begin{cases} \sqrt{x} - 3\sqrt{y} = -1 \\ 2\sqrt{x} + 9\sqrt{y} = 13 \end{cases}$$

$$\text{v. } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{2y} = 4 \end{cases}$$

$$\text{vi. } \begin{cases} 2(x^2 + 3x - 3) + 3(y^2 - 5y + 7) = 5 \\ -(x^2 + 3x - 3) + 2(y^2 - 5y + 7) = 1 \end{cases}$$

$$\text{vii. } \begin{cases} 2\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu y = 2 & , x \in (0, \pi/2) \\ 3\eta\mu x - 4\sigma\upsilon\nu y = \frac{5}{2} & , y \in (-\pi/2, \pi/2) \end{cases}$$

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

14. Ένα ξενοδοχείο έχει 30 δωμάτια, άλλα δίκλινα και άλλα τρίκλινα. Συνολικά τα κρεβάτια είναι 80. Πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα τα τρίκλινα δωμάτια?

15. Ένας μαθητής έχει στο πορτοφόλι του 15 χαρτονομίσματα. Κάποια είναι των 5€ και κάποια των 10€. Με τα χρήματα αυτά αγοράζει ένα κινητό τηλέφωνο αξίας 112€ και παίρνει ρέστα 8€. Πόσα χαρτονομίσματα είναι των 5€ και πόσα των 10€?

16. Μια εταιρία κινητής τηλεφωνίας έχει τις εξής χρεώσεις : 0,07€/sms και 0,09€/1' ομιλίας. Ένας συνδρομητής, με μια κάρτα των 10€ ξόδεψε συνολικά 120 λεπτά και μηνύματα. Πόσα ήταν τα λεπτά ομιλίας και πόσα τα μηνύματα?

17. Ένας πατέρας είναι 32 χρόνια μεγαλύτερος από το γιό του. Σε 8 χρόνια ο πατέρας θα έχει τα 3πλάσια χρόνια από το γιό του. Ποιά είναι η ηλικία του πατέρα και του γιού?

18. Σε ένα κουτί υπάρχουν κόκκινες και πράσινες μπάλες. Αν προσθέσουμε στο κουτί 3 κόκκινες μπάλες, οι πράσινες θα είναι διπλάσιες από τις κόκκινες ενώ αν προσθέσουμε 4 πράσινες τότε, κόκκινες και πράσινες θα είναι ίσες. Πόσες μπάλες από το κάθε χρώμα υπάρχουν?

19. Σε μια φάρμα ζούν κότες και αγελάδες που είναι 80. Αν έχουν συνολικά 260 πόδια να βρεθούν πόσες κότες και πόσες αγελάδες ζούν στη φάρμα.

20. Σε ένα ορθογώνιο, το μήκος είναι διπλάσιο του πλάτους και η περίμετρος είναι ίση με το μήκος αυξημένο κατά 12 μέτρα. Να βρεθούν οι πλευρές του ορθογωνίου.

21. Να βρεθούν πραγματικοί οι αριθμοί  $x, y \in \mathbb{R}$  ώστε το διπλανό τρίγωνο να είναι ισοσκελές. Η περίμετρος του τριγώνου είναι 28 μέτρα.

