

Η λογαριθμική συνάρτηση

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

■ Πεδίο ορισμού

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω λογαριθμικών συναρτήσεων.

α. $f(x) = \log(x - 2)$

β. $g(x) = \log(3 - x)$

γ. $h(x) = \log(3x - 4)$

δ. $d(x) = \log[4(x - 2) + 5]$

2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω λογαριθμικών συναρτήσεων.

α. $f(x) = \log x^2$

β. $g(x) = \log(x^2 - 4)$

γ. $h(x) = \log(x^2 - x + 2)$

δ. $d(x) = \log(x^2 + 6x + 9)$

ε. $r(x) = \log(x^2 + 3x + 5)$

3. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω λογαριθμικών συναρτήσεων.

α. $f(x) = \log(x^3 + x - 2)$

β. $g(x) = \log(x^3 - 3x^2 - 4x + 12)$

γ. $h(x) = \log(x^2 + 2x^2 - 7x + 4)$

δ. $d(x) = \log(-x^3 + 4x + 3)$

ε. $r(x) = \log(x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 2)$

4. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω λογαριθμικών συναρτήσεων.

α. $f(x) = \log \frac{3}{x-1}$

β. $g(x) = \log \frac{x-1}{x+2}$

γ. $h(x) = \log \frac{2x-1}{x^2}$

δ. $d(x) = \log \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

5. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω λογαριθμικών συναρτήσεων.

α. $f(x) = \log \sqrt{x}$

β. $g(x) = \log(\sqrt{x} - 2)$

γ. $h(x) = \log \sqrt{x-2}$

δ. $d(x) = \log \sqrt{x^2 - 3x}$

6. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω λογαριθμικών συναρτήσεων.

α. $f(x) = \log |x|$

β. $g(x) = \log |x + 3|$

γ. $h(x) = \log |2x - 1| - 3$

δ. $d(x) = \log |x^2 - x - 2|$

7. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω λογαριθμικών συναρτήσεων.

α. $f(x) = \log(2^x - 4)$

β. $g(x) = \log(27 - 3^x)$

γ. $h(x) = \log\left(\frac{1}{2^x} - 1\right)$

δ. $d(x) = \log(5^x + 2)$

■ Γραφική παράσταση

8. Να χαράξετε στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h .

α. $f(x) = \log x, g(x) = \log x + 2$ και $h(x) = \log x - 1$

β. $f(x) = \log_2 x, g(x) = \log_2 x + 1$ και $h(x) = \log_2 x - 3$

γ. $f(x) = \ln x, g(x) = \ln x - e$ και $h(x) = \ln x + \pi$

9. Να χαράξετε στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h .

α. $f(x) = \log x, g(x) = \log(x - 1)$ και $h(x) = \log(x + 3)$

β. $f(x) = \ln x, g(x) = \ln(x + 3)$ και $h(x) = \ln(x - 2)$

γ. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x, g(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2}\right)$ και $h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 0,3)$

10. Να χαράξετε στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h .

α. $f(x) = \log x, g(x) = \log(x - 2) + 1$ και $h(x) = \log(x + 4) - 2$

β. $f(x) = \log_{0,5} x, g(x) = \log_{0,5}(x + 3) - 2$ και $h(x) = \log_{0,5}(x - 1) + 4$

11. Να χαράξετε στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h .

α. $f(x) = \log x, g(x) = \log(10x)$ και $h(x) = \log\left(\frac{x}{100}\right)$

β. $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x, g(x) = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x}{27}\right)$ και $h(x) = \log_{\frac{1}{3}} (3x)$

γ. $f(x) = \ln x, g(x) = \ln (ex)$ και $h(x) = \ln (e^2 x)$

12. Να χαράξετε στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h .

α. $f(x) = \log x, g(x) = \log \left(\frac{x-2}{10}\right)$ και $h(x) = \log (100x + 100)$

β. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x, g(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{x+3}{8}\right)$ και $h(x) = \log_{\frac{1}{2}} (8x - 16)$

13. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

α. $f(x) = \log |x|$ δ. $f(x) = -\log x$

β. $f(x) = |\log x|$ ε. $f(x) = \log x^2$

γ. $f(x) = \log (-x)$ στ. $f(x) = \log \sqrt{x}$

■ Εξισώσεις

14. Να λυθούν οι παρακάτω λογαριθμικές εξισώσεις.

α. $\log x = 2$ δ. $\log_{\frac{1}{2}} (2x) = 4$

β. $\log_2 (x-1) = 3$ ε. $\ln x = 3$

γ. $\log_3 (4-x) = 2$ στ. $\ln (x+e) = -1$

15. Να λυθούν οι παρακάτω λογαριθμικές εξισώσεις.

α. $\log_2 x = \log_2 (x-1)$

β. $\log (x+3) = \log (1-x)$

γ. $\ln (x^2) - \ln 2x = 0$

δ. $\log_3 x = \log_3 \left(\frac{1}{x}\right)$

ε. $\ln (x^3) = \ln x$

στ. $\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} (3x) - 2$

16. Να λυθούν οι παρακάτω λογαριθμικές εξισώσεις.

α. $\log x + \log (4x) = 2$

β. $\log_2 x + \log_2 (x-2) = 3$

γ. $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} (1-x) = 2$

δ. $\log (2x^2) - \log x = 1$

ε. $\ln x = \ln \sqrt{x} - 2$

στ. $\log_2 (x^2) - 1 = \log_2 (3x)$

17. Να λύσετε τις ακόλουθες εξισώσεις.

α. $\log^2 x - 2 \log x - 3 = 0$

β. $\log_2^2 x + 3 \log_2 x - 10 = 0$

γ. $\ln^2 x + (e+1) \ln x + e = 0$

δ. $\log^2 (x-1) - 4 \log (x-1) + 3 = 0$

■ Ανισώσεις

18. Να λυθούν οι ακόλουθες ανισώσεις.

α. $\log x > 1$

δ. $\log_3 (2-x) < -1$

β. $\log (x+1) \leq 2$

ε. $\ln (x-e) > -1$

γ. $\log_2 x \geq 3$

στ. $\ln (2x-4) < 0$

■ Άρτιες - Περιπέες

19. Να μελετήσετε τις παρακάτω συναρτήσεις ως προς την συμμετρία.

α. $f(x) = \log (x^2 + 1)$ δ. $f(x) = \ln \left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

β. $f(x) = \log (3^x)$ ε. $f(x) = \frac{\ln 2^x}{x}$

γ. $f(x) = \ln (4-x^2)$ στ. $f(x) = \sin x \cdot \log 4^x$

■ Συνδυαστικές

20. Έστω η συνάρτηση f με τύπο :

$$f(x) = \ln \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 9x}$$

α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . Στη συνέχεια να απλοποιήσετε τον τύπο της.

β. Να βρεθεί τα σημεία στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

γ.