

Ορισμένο ολοκλήρωμα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1 Ιδιότητες ολοκληρωμάτων

1.

2 Υπολογισμός απλών ολοκληρωμάτων

2. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα.

α. $\int_0^1 x^2 dx$

δ. $\int_{-1}^1 x(x-1) dx$

β. $\int_1^4 (3x-2) dx$

ε. $\int_{-2}^2 (x+1)(x-2) dx$

γ. $\int_1^3 (x^2+2x) dx$

στ. $\int_{-1}^3 x(2x-1)^2 dx$

3. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα.

α. $\int_1^9 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

δ. $\int_1^4 x\sqrt{x} dx$

β. $\int_1^4 \sqrt{x} dx$

ε. $\int_0^1 \sqrt[4]{x^3} dx$

γ. $\int_1^8 \sqrt[3]{x} dx$

στ. $\int_1^2 x^2 \sqrt[3]{x^2} dx$

4. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα.

α. $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$

δ. $\int_1^2 \frac{3}{x^7} dx$

β. $\int_1^4 \frac{1}{x^3} dx$

ε. $\int_1^3 \frac{-2}{x^4} dx$

γ. $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

στ. $\int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

5. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα.

α. $\int_0^\pi \eta\mu x dx$

δ. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\eta\mu^2 x} dx$

β. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma\upsilon\nu x dx$

ε. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\eta\mu^2 x} dx$

γ. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x} dx$

στ. $\int_0^{2\pi} (2\eta\mu x - 3\sigma\upsilon\nu x) dx$

6. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα.

α. $\int_0^1 e^x dx$

δ. $\int_{-\log 2}^{\log 2} 10^x dx$

β. $\int_0^{\ln 3} 4e^x dx$

ε. $\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2}\right)^x dx$

γ. $\int_0^1 2^x dx$

στ. $\int_{-1}^1 \ln 5 \cdot 5^x dx$

7. Υπολογίστε τα παρακάτω ολοκληρώματα.

α. $\int_0^1 e^x dx$

δ. $\int_{-\log 2}^{\log 2} 10^x dx$

β. $\int_0^{\ln 3} 4e^x dx$

ε. $\int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2}\right)^x dx$

γ. $\int_0^1 2^x dx$

στ. $\int_{-1}^1 \ln 5 \cdot 5^x dx$

■ Γινόμενο - ηλίκο

8. Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα

α. $\int_{-1}^1 (xe^x + e^x) dx$

β. $\int_1^e (\ln x + 1) dx$

γ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x) dx$

δ. $\int_{-2}^2 () dx$

■ Σύνθετες συναρτήσεις

9.

3 Παραγοντική ολοκλήρωση

■ Η συνάρτηση $P(x) \cdot e^{ax}$

10. Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα

α. $\int_0^1 xe^x dx$

δ. $\int_{-2}^2 x^3 e^{2x} dx$

β. $\int_{-1}^2 x^2 e^x dx$

ε. $\int_1^4 (x^2 + 1) e^x dx$

γ. $\int_0^2 xe^{3x} dx$

στ. $\int_0^1 (x^2 - 2x) e^{3x} dx$

■ Η συνάρτηση $P(x) \cdot \eta\mu(ax)$ ή $P(x) \cdot \sigma\upsilon\nu(ax)$

11. Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα

α. $\int_0^{\pi} x \eta\mu x \, dx$

δ. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} 4x^3 \sigma\upsilon\nu 2x \, dx$

β. $\int_{-1}^1 x^2 \sigma\upsilon\nu x \, dx$

ε. $\int_1^4 (x^2 - x) \eta\mu x \, dx$

γ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \eta\mu 3x \, dx$

στ. $\int_0^1 (x^2 + 3) \sigma\upsilon\nu 2x \, dx$

■ Η συνάρτηση $P(x) \cdot \ln ax$

■ Η συνάρτηση $e^{ax} \cdot \eta\mu(\beta x)$ ή $e^{ax} \cdot \sigma\upsilon\nu(\beta x)$

4 Μέθοδος αντικατάστασης

5 Εμβαδόν επίπεδου χωρίου

■ Χωρίο μεταξύ $C_f, x'x, x = a, x = \beta$

12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 3x - 4$.

α. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

β. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = -2$ και $x = 5$.

13. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x - 2)e^x$

■ Χωρίο μεταξύ $C_f, x'x$

■ Χωρίο μεταξύ $C_f, x'x, x = a$