Gry: efektywność i symulacje. Podstawy teorii gier

Paweł Rychlikowski

Instytut Informatyki UWr

12 kwietnia 2023

Uwaga

Początki gier są podobne (bo rozpoczynamy z tego samego stanu startowego)

Księga otwarć

Uwaga

Początki gier są podobne (bo rozpoczynamy z tego samego stanu startowego)

Z tego wynika, że:

- Możemy np. poświęcić parę godzin, na obliczenie najlepszej odpowiedzi na każdy ruch otwierający.

Księga otwarć

Uwaga

Początki gier są podobne (bo rozpoczynamy z tego samego stanu startowego)

Z tego wynika, że:

- Możemy np. poświęcić parę godzin, na obliczenie najlepszej odpowiedzi na każdy ruch otwierający.
- Możemy „rozwinąć” początkowy kawałek drzewa (od któregoś momentu tylko dobre odpowiedzi oponenta)

Księga otwarć

Uwaga

Początki gier są podobne (bo rozpoczynamy z tego samego stanu startowego)

Z tego wynika, że:

- Możemy np. poświęcić parę godzin, na obliczenie najlepszej odpowiedzi na każdy ruch otwierający.
- Możemy „rozwinąć” początkowy kawałek drzewa (od któregoś momentu tylko dobre odpowiedzi oponenta)
- Możemy skorzystać z literatury dotyczącej początków gry (obrona sycylijska, partia katalońska, obrona bałtycka, i wiele innych)

Spamiętywanie

- Stany mogą się powtarzać (również z zeszłej partii naszego programu).

Spamiętywanie

- Stany mogą się powtarzać (również z zeszłej partii naszego programu).
- Czasem do stanu możemy dojść na wiele sposobów (zwłaszcza, jak ruchy są od siebie niezależne)

Spamiętywanie

- Stany mogą się powtarzać (również z zeszłej partii naszego programu).
- Czasem do stanu możemy dojść na wiele sposobów (zwłaszcza, jak ruchy są od siebie niezależne)
- Jeżeli mamy oceniony stan z głębokością 6 i dochodzimy do niego z głębokością 3, to opłaca się wziąć tę bardziej prezycyjną ocenę (w dodatku bez żadnych obliczeń).

Spamiętywanie

- Stany mogą się powtarzać (również z zeszłej partii naszego programu).
- Czasem do stanu możemy dojść na wiele sposobów (zwłaszcza, jak ruchy są od siebie niezależne)
- Jeżeli mamy oceniony stan z głębokością 6 i dochodzimy do niego z głębokością 3, to opłaca się wziąć tę bardziej prezycyjną ocenę (w dodatku bez żadnych obliczeń).

Uwaga

Potrzebny nam jest efektywny sposób pamiętania sytuacji na planszy.

Tabele transpozycji

- Zapamiętywanie pozycji powinno być efektywne pamięciowo i czasowo.
- Używa się następującego schematu kodowania (Zobrist hashing:

Tabele transpozycji

- Zapamiętywanie pozycji powinno być efektywne pamięciowo i czasowo.
- Używa się następującego schematu kodowania (Zobrist hashing:
  - Mamy zdania typu: biały goniec jest na g6 (WB-G6), czarny król jest na b4 (BK-B4), itd (12×64)

Tabele transpozycji

- Zapamiętywanie pozycji powinno być efektywne pamięciowo i czasowo.
- Używa się następującego schematu kodowania (Zobrist hashing:
  - Mamy zdania typu: biały goniec jest na g6 (WB-G6), czarny król jest na b4 (BK-B4), itd (12×64)
  - Każde z nich dostaje losowy ciąg bitów (popularny wybór: 64 bity)

Tabele transpozycji

- Zapamiętywanie pozycji powinno być efektywne pamięciowo i czasowo.
- Używa się następującego schematu kodowania (Zobrist hashing:
  - Mamy zdania typu: biały goniec jest na g6 (WB-G6), czarny król jest na b4 (BK-B4), itd (12×64)
  - Każde z nich dostaje losowy ciąg bitów (popularny wybór: 64 bity)
  - Planszę kodujemy jako **xor** wszystkich prawdziwych zdań o tej planszy.

Tabele transpozycji

- Zapamiętywanie pozycji powinno być efektywne pamięciowo i czasowo.
- Używa się następującego schematu kodowania (Zobrist hashing:
  - Mamy zdania typu: biały goniec jest na g6 (WB-G6), czarny król jest na b4 (BK-B4), itd (12×64)
  - Każde z nich dostaje losowy ciąg bitów (popularny wybór: 64 bity)
  - Planszę kodujemy jako **xor** wszystkich prawdziwych zdań o tej planszy.
  - Zauważmy, jak łatwo przekształca się te kody:
    nowy-kod = stary-kod **xor** wk-a4 **xor** wk-b5
    to ruch białego króla z a4 na b5

Tabele transpozycji

- Zapamiętywanie pozycji powinno być efektywne pamięciowo i czasowo.
- Używa się następującego schematu kodowania (Zobrist hashing:
  - Mamy zdania typu: biały goniec jest na g6 (WB-G6), czarny król jest na b4 (BK-B4), itd (12×64)
  - Każde z nich dostaje losowy ciąg bitów (popularny wybór: 64 bity)
  - Planszę kodujemy jako **xor** wszystkich prawdziwych zdań o tej planszy.
  - Zauważmy, jak łatwo przekształca się te kody:
    nowy-kod = stary-kod **xor** wk-a4 **xor** wk-b5
    to ruch białego króla z a4 na b5

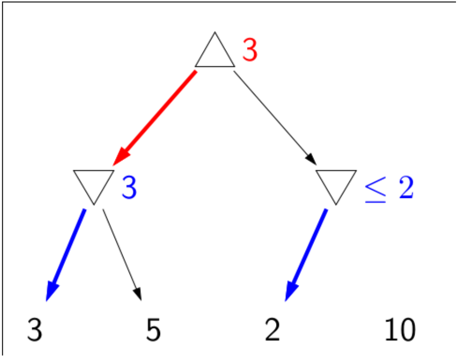
Uwaga

Często nie przejmujemy się konfliktami, uznając że nie wpływają w znaczący sposób na rozgrywkę.

Obcinanie fragmentów drzew

Idea

nie zawsze musimy przeglądać całe drzewo, żeby wybrać optymalną ścieżkę



Źródło: CS221, Liang i Ermon

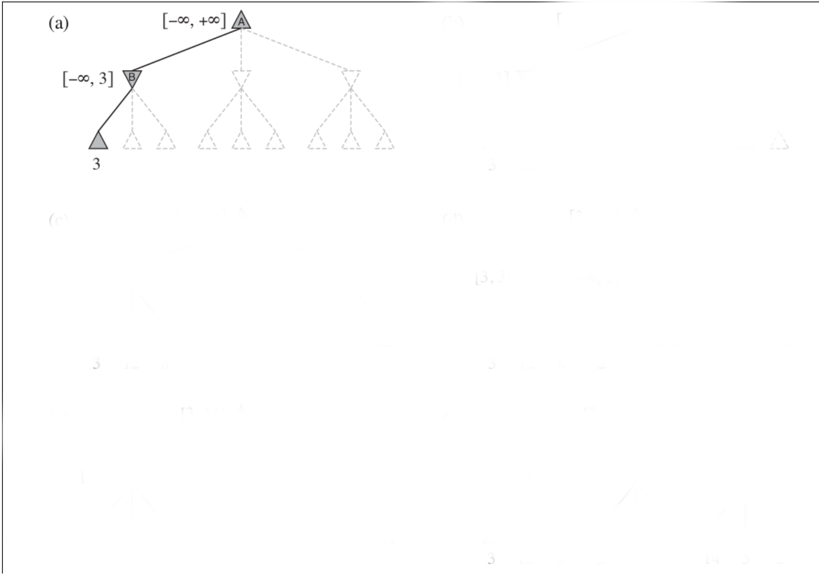
Mamy: $\max(3, \leq 2) = 3$

Obcinanie fragmentów drzew

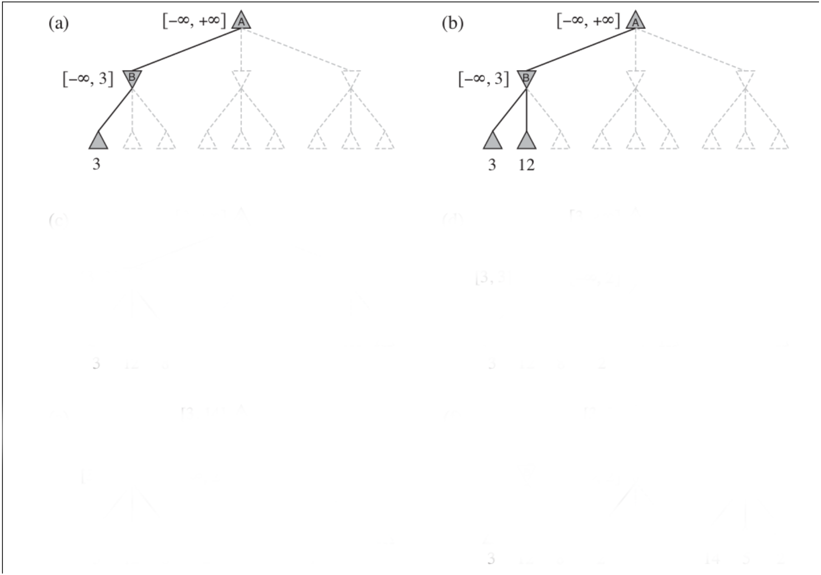
- Jeżeli możemy udowodnić, że w jakimś poddrzewie nie ma optymalnej wartości, to możemy pominąć to poddrzewo.

Obcinanie fragmentów drzew

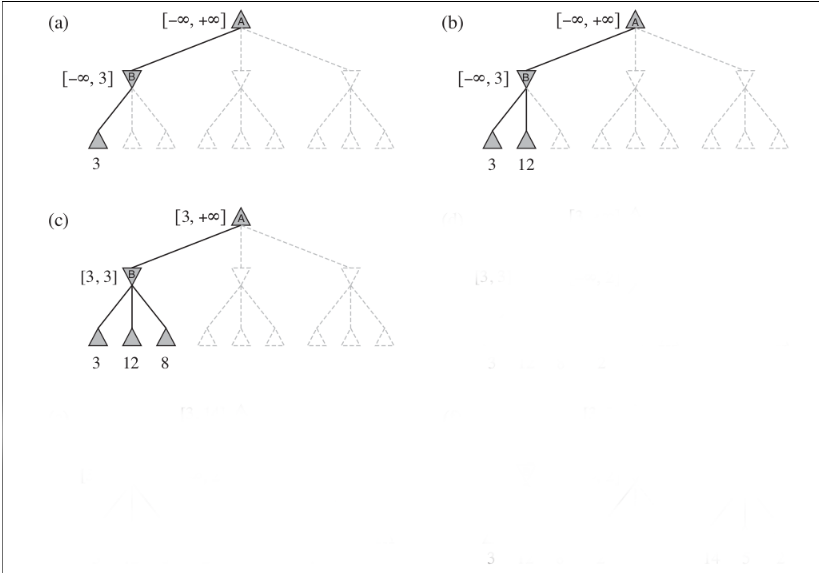
- Jeżeli możemy udowodnić, że w jakimś poddrzewie nie ma optymalnej wartości, to możemy pominąć to poddrzewo.
- Będziemy pamiętać:
  - α – dolne ograniczenie dla węzłów MAX ($\geq \alpha$)
  - β – górne ograniczenie dla węzłow MIN ($\leq \beta$)


(a)
[−∞, +∞]
A
[−∞, 3]
B
3

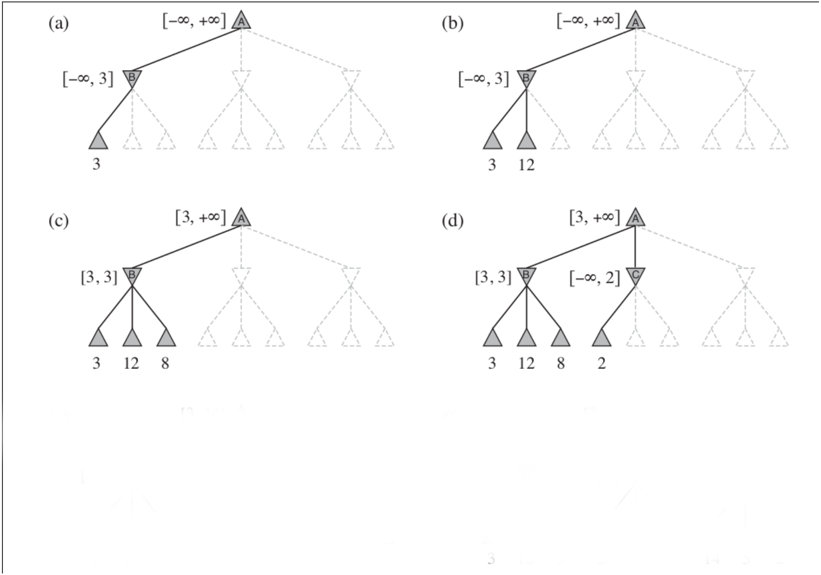
Alfa-Beta w akcji



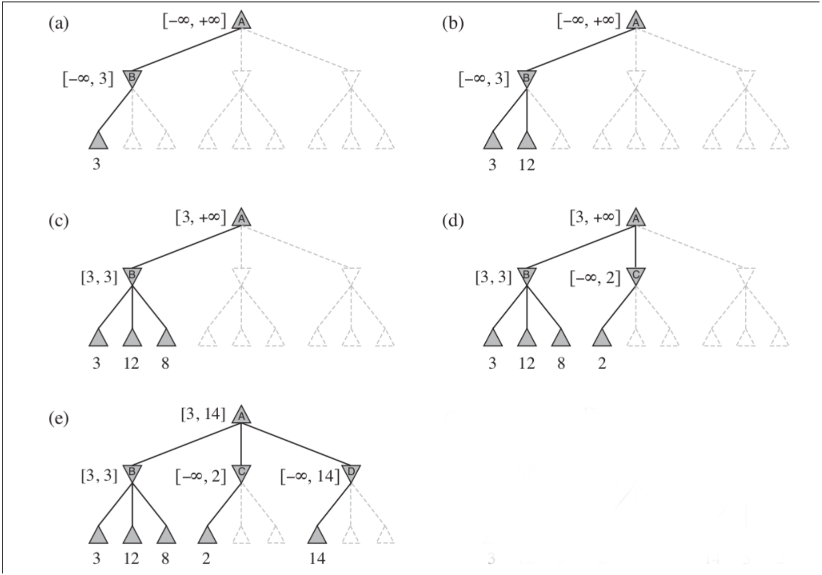
Alfa-Beta w akcji



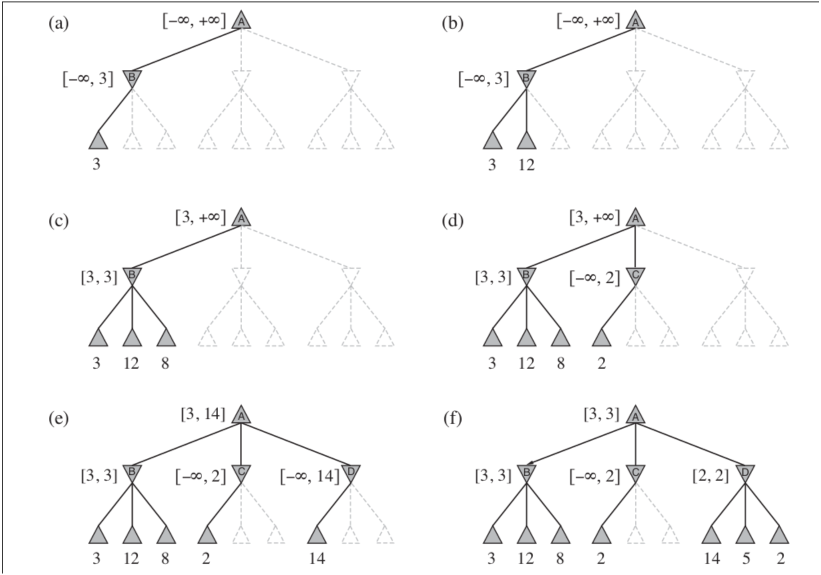
Alfa-Beta w akcji



Alfa-Beta w akcji



Alfa-Beta w akcji



Obcinanie fragmentów drzew. Przypomnienie slajdu

- Będziemy pamiętać:
  - α – dolne ograniczenie dla węzłów MAX ($\geq \alpha$)
  - β – górne ograniczenie dla węzłow MIN ($\leq \beta$)

Algorytm A-B

```
def max_value(state, alpha, beta):
    if terminal(state): return utility(state)
    value = -infinity

    for state1 in [result(a, state) for a in actions(state)]:
        value = max(value, min_value(state1, alpha, beta))
        if value >= beta:
            return value
        alpha = max(alpha, value)
    return value

def min_value(state, alpha, beta):
    if terminal(state): return utility(state)
    value = infinity

    for state1 in [result(a, state) for a in actions(state)]:
        value = min(value, max_value(state1, alpha, beta))
        if value <= alpha:
            return value
        beta = min(beta, value)

    return value
```

Kolejność węzłów

- Efektywność obcięć zależy od porządku węzłów.

Kolejność węzłów

- Efektywność obcięć zależy od porządku węzłów.
- Dla losowej kolejności mamy czas działania $O(b^{2\times 0.75d})$ (czyli efektywne zmniejszenie głębokości do $\frac{3}{4}$)

Kolejność węzłów

- Efektywność obcięć zależy od porządku węzłów.
- Dla losowej kolejności mamy czas działania $O(b^{2\times 0.75d})$ (czyli efektywne zmniejszenie głębokości do $\frac{3}{4}$)

Dobrym wyborem jest użycie funkcji `heuristic_value` do porządkowania węzłów.

Kolejność węzłów

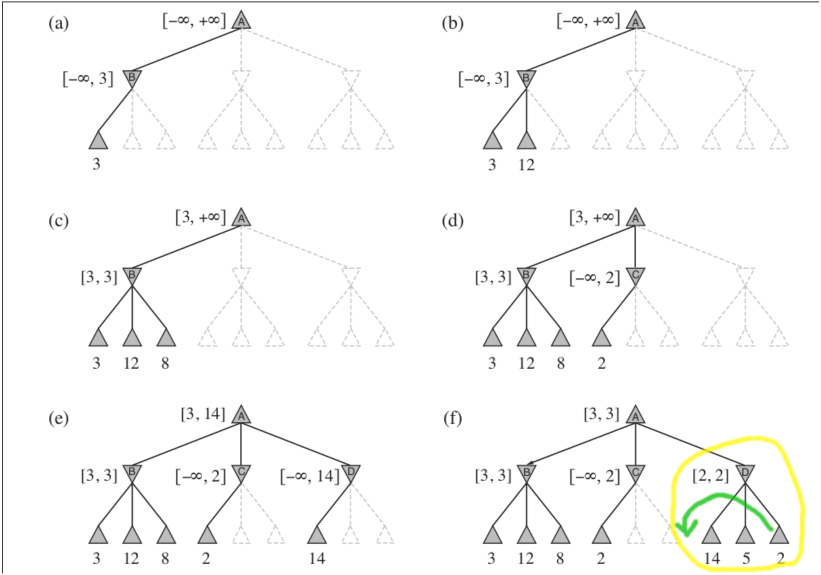
- Efektywność obcięć zależy od porządku węzłów.
- Dla losowej kolejności mamy czas działania $O(b^{2\times 0.75d})$ (czyli efektywne zmniejszenie głębokości do $\frac{3}{4}$)

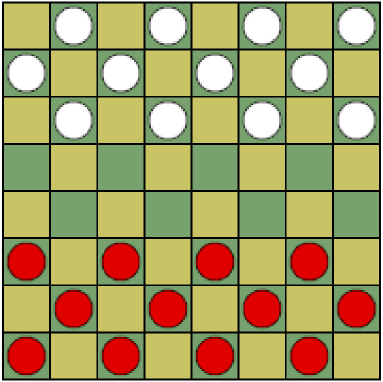
Dobrym wyborem jest użycie funkcji `heuristic_value` do porządkowania węzłów.

Uwaga

Warto porządkować węzły jedynie na wyższych piętrach drzewa gry!

Zmiana kolejności wpływa na efektywność





- Ruch po skosie, normalne pionki tylko do przodu.
- Bicie obowiązkowe, można bić więcej niż 1 pionek. Wybieramy maksymalne bicie.
- Przemiana w tzw. damkę, która rusza się jak goniec.

Warcaby – uczenie się gry

- Pierwszy program, który „uczył” się gry, rozgrywając partie samemu ze sobą.
- Autor: Arthur Samuel, 1965

Przyjrzyjmy się ideom wprowadzonym przez Samuela.

Program Samuela

1. Alpha-beta search (po raz pierwszy!) i spamiętywanie pozycji

Program Samuela

1. Alpha-beta search (po raz pierwszy!) i spamiętywanie pozycji
2. Przyśpieszanie zwycięstwa i oddalanie porażki: mając do wyboru dwa ruchy o tej samej ocenie:
    - wybieramy ten z dłuższą grą (jeżeli przegrywamy)
    - a ten z krótszą (jeżeli wygrywamy)

Idea uczenia przez granie samemu ze sobą

Wariant 1

Patrzymy na pojedynczą sytuację i próbujemy z niej coś wydedukować.

Idea uczenia przez granie samemu ze sobą

Wariant 1

Patrzymy na pojedynczą sytuację i próbujemy z niej coś wydedukować.

Wariant 2

Patrzymy na pełną rozgrywkę i:

a) Jeżeli wygraliśmy, to znaczy, że nasze ruchy były dobre a przeciwnika złe
b) W przeciwnym przypadku – odwrotnie.

Idea uczenia przez granie samemu ze sobą

Wariant 1

Patrzymy na pojedynczą sytuację i próbujemy z niej coś wydedukować.

Wariant 2

Patrzymy na pełną rozgrywkę i:

a) Jeżeli wygraliśmy, to znaczy, że nasze ruchy były dobre a przeciwnika złe

b) W przeciwnym przypadku – odwrotnie.

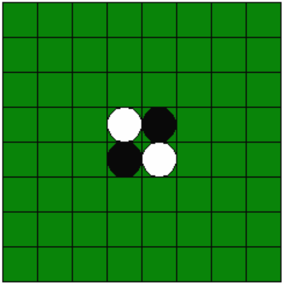
W programie Samuela użyty był wariant pierwszy. Program starał się tak modyfikować parametry funkcji uczącej, żeby możliwie przypominała **minimax** dla głębokości 3 z bardzo prostą funkcją oceniającą (liczącą bierki).

Reversi

- Gra znana od końca XIX wieku.
- Od około 1970 roku pod nazwą Othello.

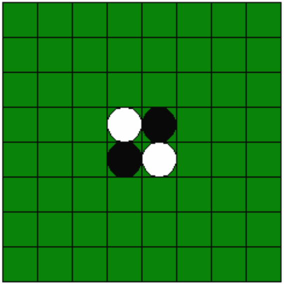
Nadaje się dość dobrze do prezentacji pewnych idei związanych z gramami: uczenia i Monte Carlo Tree Search.

Reversi. Zasady

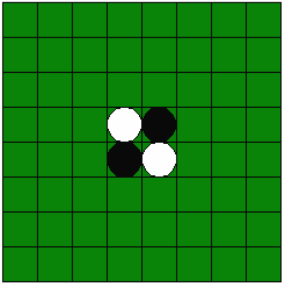


- Zaczynamy od powyższej pozycji.

Reversi. Zasady

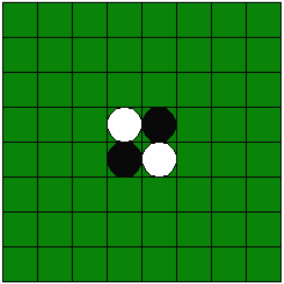


- Zaczynamy od powyższej pozycji.
- Gracze na zmianę dokładają pionki.



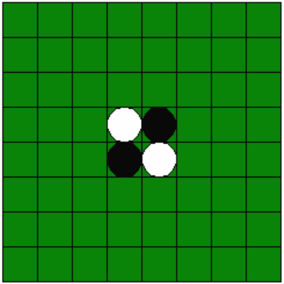
- Zaczynamy od powyższej pozycji.
- Gracze na zmianę dokładają pionki.
- Każdy ruch musi byś biciem, czyli okrążeniem pionów przeciwnkika w wierszu, kolumnie lub linii diagonalnej.

Reversi. Zasady



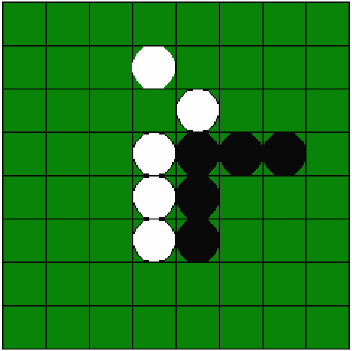
- Zaczynamy od powyższej pozycji.
- Gracze na zmianę dokładają pionki.
- Każdy ruch musi byś biciem, czyli okrążeniem pionów przeciwnkika w wierszu, kolumnie lub linii diagonalnej.
- Zbite pionki zmieniają kolor (możliwe jest bicie na więcej niż 1 linii).

Reversi. Zasady



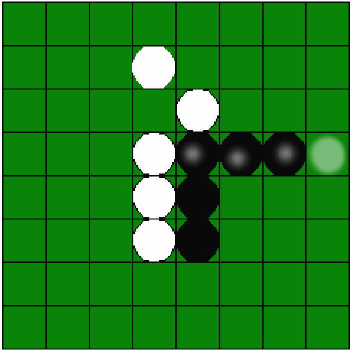
- Zaczynamy od powyższej pozycji.
- Gracze na zmianę dokładają pionki.
- Każdy ruch musi byś biciem, czyli okrążeniem pionów przeciwnkika w wierszu, kolumnie lub linii diagonalnej.
- Zbite pionki zmieniają kolor (możliwe jest bicie na więcej niż 1 linii).
- Wygrywa ten, kto pod koniec ma więcej pionków.

Reversi. Ruchy

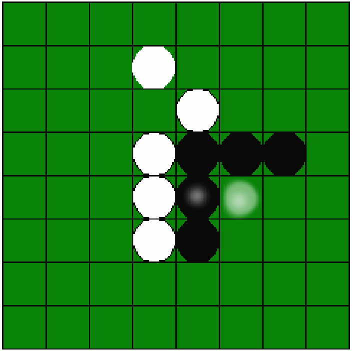


Ruch przypada na białego.

Reversi. Ruchy

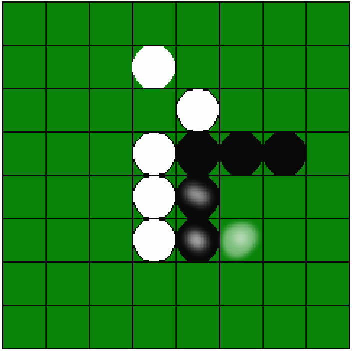


Bicie w poziomie



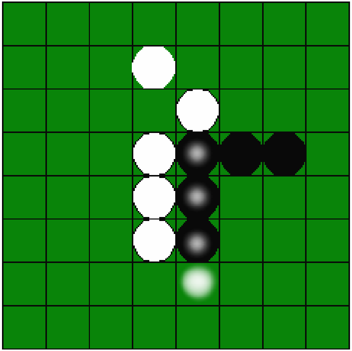
Bicie w poziomie

Reversi. Ruchy



Bicie w poziomie i po skosie

Reversi. Ruchy



Bicie w pionie

Przykładowa gra

- Popatrzmy szybko na przykładową grę.
- Biały: minimax, głębokość 3, funkcja oceniająca =

Przykładowa gra

- Popatrzmy szybko na przykładową grę.
- Biały: minimax, głębokość 3, funkcja oceniająca = balans pionków

Przykładowa gra

- Popatrzmy szybko na przykładową grę.
- Biały: minimax, głębokość 3, funkcja oceniająca = balans pionków
- Czarny: losowe ruchy

Przykładowa gra

- Popatrzmy szybko na przykładową grę.
- Biały: minimax, głębokość 3, funkcja oceniająca = balans pionków
- Czarny: losowe ruchy

Prezentacja: reversi_show_original.py

Wniosek 1

Gracz losowy działa całkiem przyzwoicie. Może to świadczyć o sensowności oceny sytuacji za pomocą symulacji.

Przykładowa gra. Wnioski

Wniosek 1

Gracz losowy działa całkiem przyzwoicie. Może to świadczyć o sensowności oceny sytuacji za pomocą symulacji.

Wniosek 2

Jest wyraźna potrzeba nauczenia się sensowniejszej funkcji oceniającej.

Eksploracja i eksploatacja

Eksploracja i eksploatacja

Wariant *życiowy*

Jesteśmy na wakacjach, jemy obiad w restauracji. Nawet smakowało. Powtarzamy, czy szukamy innego miejsca?

Eksploracja i eksploatacja

Wariant *życiowy*

Jesteśmy na wakacjach, jemy obiad w restauracji. Nawet smakowało. Powtarzamy, czy szukamy innego miejsca?

- Standardowy dylemat agenta działającego w nieznanym środowisku:

Eksploracja i eksploatacja

Wariant *życiowy*

Jesteśmy na wakacjach, jemy obiad w restauracji. Nawet smakowało. Powtarzamy, czy szukamy innego miejsca?

- Standardowy dylemat agenta działającego w nieznanym środowisku:
    1. Maksymalizować swoją korzyść biorąc pod uwagę aktualną wiedzę o świecie.

Eksploracja i eksploatacja

Wariant *życiowy*

Jesteśmy na wakacjach, jemy obiad w restauracji. Nawet smakowało. Powtarzamy, czy szukamy innego miejsca?

- Standardowy dylemat agenta działającego w nieznanym środowisku:
  1. Maksymalizować swoją korzyść biorąc pod uwagę aktualną wiedzę o świecie.
  2. Starać się dowiedzieć więcej o świecie, być może ryzykując nieoptymalne ruchy.

Eksploracja i eksploatacja

Wariant *życiowy*

Jesteśmy na wakacjach, jemy obiad w restauracji. Nawet smakowało. Powtarzamy, czy szukamy innego miejsca?

- Standardowy dylemat agenta działającego w nieznanym środowisku:
  1. Maksymalizować swoją korzyść biorąc pod uwagę aktualną wiedzę o świecie.
  2. Starać się dowiedzieć więcej o świecie, być może ryzykując nieoptymalne ruchy.
- Pierwsza strategie to eksploatacja, druga to eksploracja.

Jednoręki bandyta

Źródło: Wikipedia

Po pociągnięciu za rączkę, pojawia się wzorek, który (potencjalnie) oznacza naszą niezerową wypłatę.

Wieloręki bandyta

- Mamy wiele tego typu maszyn.
- Możemy zapomnieć o wzorkach, maszyny po prostu generują wypłatę, zgodnie z nieznanym rozkładem.

Wieloręki bandyta

- Mamy wiele tego typu maszyn.
- Możemy zapomnieć o wzorkach, maszyny po prostu generują wypłatę, zgodnie z nieznanym rozkładem.
- Znajomy właściciel kasyna wpuścił nas na kwadrans do sali z takimi automatami. Jak gramy?

Wieloręki bandyta

- Mamy wiele tego typu maszyn.
- Możemy zapomnieć o wzorkach, maszyny po prostu generują wypłatę, zgodnie z nieznanym rozkładem.
- Znajomy właściciel kasyna wpuścił nas na kwadrans do sali z takimi automatami. Jak gramy?
- Bardzo wyraźnie widać dylemat eksploracja vs eksploatacja.

Wieloręki bandyta. Przykładowe strategie

Wieloręki bandyta. Przykładowe strategie

- **Zachłanna**: każda rączka po razie, a następnie...

Wieloręki bandyta. Przykładowe strategie

- **Zachłanna**: każda rączka po razie, a następnie... ta która dała najlepszy wynik.

- **Zachłanna**: każda rączka po razie, a następnie... ta która dała najlepszy wynik.
    - **Lepiej:** najlepszy średni wynik do tej pory

Wieloręki bandyta. Przykładowe strategie

- **Zachłanna**: każda rączka po razie, a następnie... ta która dała najlepszy wynik.
  - **Lepiej:** najlepszy średni wynik do tej pory
- ε**-zachłanna**: rzucamy monetą. Z $p = \varepsilon$ wykonujemy ruch losową rączką, z $p = 1 - \varepsilon$ – wykonujemy ruch rączką, która ma naljepszy średni wynik do tej pory.

- **Zachłanna**: każda rączka po razie, a następnie... ta która dała najlepszy wynik.
  - **Lepiej:** najlepszy średni wynik do tej pory
- ε-**zachłanna**: rzucamy monetą. Z $p = \varepsilon$ wykonujemy ruch losową rączką, z $p = 1 - \varepsilon$ – wykonujemy ruch rączką, która ma naljepszy średni wynik do tej pory.
- **Optymistyczna wartość początkowa**: inny sposób na zapewnienie eksploracji. Na początku każdy wybór obniża atrakcyjność danego bandyty.

Upper Confidence Bound

- Wybieramy akcję a (bandytę) maksymalizującą:

$$Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}}$$

gdzie: Q_t to uśredniona wartość akcji do momentu t, N_t – ile razy dana akcje była wybierana (do momentu t)

Upper Confidence Bound

- Wybieramy akcję a (bandytę) maksymalizującą:

$$Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}}$$

gdzie: Q_t to uśredniona wartość akcji do momentu t, N_t – ile razy dana akcje była wybierana (do momentu t)

- Zwróćmy uwagę, że jak akcja nie jest wybierana, to prawy składnik powoli rośnie. Akcja wybierana natomiast traci „premię eksploracyjną”, na początku w szybkim tempie (wzrost mianownika).

Upper Confidence Bound

- Wybieramy akcję a (bandytę) maksymalizującą:

$$Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}}$$

gdzie: Q_t to uśredniona wartość akcji do momentu t, N_t – ile razy dana akcje była wybierana (do momentu t)

- Zwróćmy uwagę, że jak akcja nie jest wybierana, to prawy składnik powoli rośnie. Akcja wybierana natomiast traci „premię eksploracyjną”, na początku w szybkim tempie (wzrost mianownika).

Uwaga

Bardzo powszechnie używana strategia! (np. w AlphaGo)

Monte Carlo Tree Search

Algorytm odpowiedzialny za przełom w:

a. W grze w Go
b. W General Game Playing

Monte Carlo Tree Search

Algorytm odpowiedzialny za przełom w:

a. W grze w Go
b. W General Game Playing

Główne idee

1. Oceniamy sytuację wykonując symulowane rozgrywki.

Monte Carlo Tree Search

Algorytm odpowiedzialny za przełom w:

a. W grze w Go
b. W General Game Playing

Główne idee

1. Oceniamy sytuację wykonując symulowane rozgrywki.
2. Budujemy drzewo gry (na początku składające się z jednego węzła – stanu przed ruchem komputera)

Monte Carlo Tree Search

Algorytm odpowiedzialny za przełom w:

a. W grze w Go
b. W General Game Playing

Główne idee

1. Oceniamy sytuację wykonując symulowane rozgrywki.
2. Budujemy drzewo gry (na początku składające się z jednego węzła – stanu przed ruchem komputera)
3. Dla każdego rozwiniętego węzła utrzymujemy statystyki, mówiące o tym, kto częściej wygrywał gry rozpoczynające się w tym węźle

Monte Carlo Tree Search

Algorytm odpowiedzialny za przełom w:

a. W grze w Go
b. W General Game Playing

Główne idee

1. Oceniamy sytuację wykonując symulowane rozgrywki.
2. Budujemy drzewo gry (na początku składające się z jednego węzła – stanu przed ruchem komputera)
3. Dla każdego rozwiniętego węzła utrzymujemy statystyki, mówiące o tym, kto częściej wygrywał gry rozpoczynające się w tym węźle
4. Selekcję wykonujemy na każdym poziomie (UCB), na końcu rozwijamy wybrany węzeł dodając jego dzieci i przeprowadzając rozgrywkę.

MCTS. Podstawowe operacje

1. **Selection**: wybór węzła do rozwinięcia

MCTS. Podstawowe operacje

1. **Selection**: wybór węzła do rozwinięcia
2. **Expansion**: rozwinięcie węzła (dodanie kolejnych stanów)

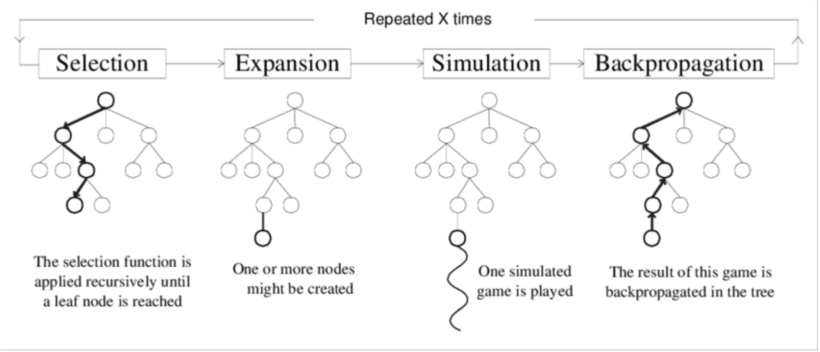
MCTS. Podstawowe operacje

1. **Selection**: wybór węzła do rozwinięcia
2. **Expansion**: rozwinięcie węzła (dodanie kolejnych stanów)
3. **Simulation**: symulowana rozgrywka (zgodnie z jakąś polityką), zaczynające się od wybranego węzła

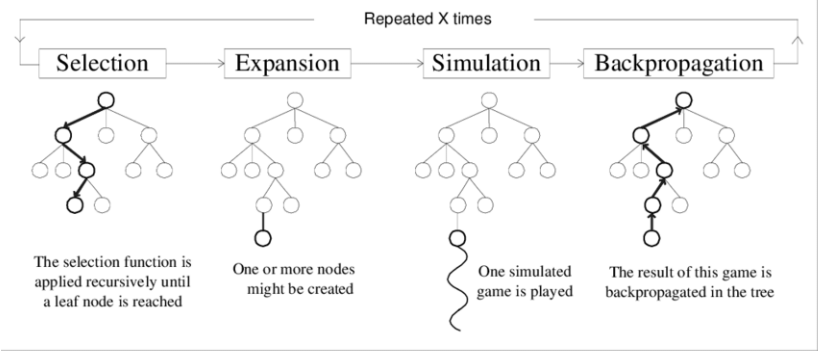
MCTS. Podstawowe operacje

1. **Selection**: wybór węzła do rozwinięcia
2. **Expansion**: rozwinięcie węzła (dodanie kolejnych stanów)
3. **Simulation**: symulowana rozgrywka (zgodnie z jakąś polityką), zaczynające się od wybranego węzła
4. **Backup**: uaktualnienie statystyk dla rozwiniętego węzła i jego przodków

MCTS. Rysunek



MCTS. Rysunek



Inna opcja

Rozwinięcie to dodanie wszystkich dzieci i przeprowadzenie dla nich po jednej symulowanej rozgrywce (powyższy rysunek zakłada rozwinięcie częściowe, wówczas dochodząc do węzła kolejny raz powinniśmy wziąć kolejny ruch, aż do uzyskania rozwinięcia pełnego).

MCTS. Dodatkowe uwagi

- Rozgrywka nie musi być prostym losowaniem, p-stwo ruchu może zależeć od jego (szybkiej!) oceny.

MCTS. Dodatkowe uwagi

- Rozgrywka nie musi być prostym losowaniem, p-stwo ruchu może zależeć od jego (szybkiej!) oceny.
- Im więcej symulacji, tym lepsza gra – precyzyjne sterowanie trudnością i czasem działania.

MCTS. Dodatkowe uwagi

- Rozgrywka nie musi być prostym losowaniem, p-stwo ruchu może zależeć od jego (szybkiej!) oceny.
- Im więcej symulacji, tym lepsza gra – precyzyjne sterowanie trudnością i czasem działania.

Wybór ruchu

- Naturalny wybór: ruch do najlepiej ocenianej sytuacji

MCTS. Dodatkowe uwagi

- Rozgrywka nie musi być prostym losowaniem, p-stwo ruchu może zależeć od jego (szybkiej!) oceny.
- Im więcej symulacji, tym lepsza gra – precyzyjne sterowanie trudnością i czasem działania.

Wybór ruchu

- Naturalny wybór: ruch do najlepiej ocenianej sytuacji
- Inna opcja: ruch do sytuacji, w której byliśmy najwięcej razy

MCTS. Dodatkowe uwagi

- Rozgrywka nie musi być prostym losowaniem, p-stwo ruchu może zależeć od jego (szybkiej!) oceny.
- Im więcej symulacji, tym lepsza gra – precyzyjne sterowanie trudnością i czasem działania.

Wybór ruchu

- Naturalny wybór: ruch do najlepiej ocenianej sytuacji
- **Lepsza opcja: ruch do sytuacji, w której byliśmy najwięcej razy**

Komentarz do wyboru ruchy

- W pewnym sensie opcje są podobne: UCB też raczej wybiera dobre ruchy (eksploatacja!)

Komentarz do wyboru ruchy

- W pewnym sensie opcje są podobne: UCB też raczej wybiera dobre ruchy (eksploatacja!)
- Wybierając częstą sytuację, uwzględniamy wiarygodność szacunków

Komentarz do wyboru ruchy

- W pewnym sensie opcje są podobne: UCB też raczej wybiera dobre ruchy (eksploatacja!)
- Wybierając częstą sytuację, uwzględniamy wiarygodność szacunków
- Pojedyncza bardzo korzystna partia zmienia stosunkowo niewiele

Jeszcze o rozgrywce i wyborze węzła w MCTS

- Ciekawa idea: **all-moves-as-first**: w danej sytuacji na planszy szacujemy jakość ruchów widzianych (w symulacjach, w $\alpha\beta$-search też by się dało to zastosować) niezależnie od tego, w którym momencie się zdarzyły

Jeszcze o rozgrywce i wyborze węzła w MCTS

- Ciekawa idea: **all-moves-as-first**: w danej sytuacji na planszy szacujemy jakość ruchów widzianych (w symulacjach, w $\alpha\beta$-search też by się dało to zastosować) niezależnie od tego, w którym momencie się zdarzyły
- Motywacja: w tej sytuacji **zawsze** jak ruszę hetmanem na B5 to wygrywam

Jeszcze o rozgrywce i wyborze węzła w MCTS

- Ciekawa idea: **all-moves-as-first**: w danej sytuacji na planszy szacujemy jakość ruchów widzianych (w symulacjach, w $\alpha\beta$-search też by się dało to zastosować) niezależnie od tego, w którym momencie się zdarzyły
- Motywacja: w tej sytuacji **zawsze** jak ruszę hetmanem na B5 to wygrywam
- Możemy liczyć wartość ruchu jako średni wynik rozgrywki, w której ten ruch był wykonany.

Jeszcze o rozgrywce i wyborze węzła w MCTS

- Ciekawa idea: **all-moves-as-first**: w danej sytuacji na planszy szacujemy jakość ruchów widzianych (w symulacjach, w $\alpha\beta$-search też by się dało to zastosować) niezależnie od tego, w którym momencie się zdarzyły
- Motywacja: w tej sytuacji **zawsze** jak ruszę hetmanem na B5 to wygrywam
- Możemy liczyć wartość ruchu jako średni wynik rozgrywki, w której ten ruch był wykonany.
- **Uwaga**: nie $Q(s, a)$, ale $Q(a)$! (ta wartość nie zależy od konkretnego momentu, w którym ruch został wykonany)

Jeszcze o rozgrywce i wyborze węzła w MCTS

- Ciekawa idea: **all-moves-as-first**: w danej sytuacji na planszy szacujemy jakość ruchów widzianych (w symulacjach, w $\alpha\beta$-search też by się dało to zastosować) niezależnie od tego, w którym momencie się zdarzyły
- Motywacja: w tej sytuacji **zawsze** jak ruszę hetmanem na B5 to wygrywam
- Możemy liczyć wartość ruchu jako średni wynik rozgrywki, w której ten ruch był wykonany.
- **Uwaga**: nie $Q(s, a)$, ale $Q(a)$! (ta wartość nie zależy od konkretnego momentu, w którym ruch został wykonany)

Więcej szczegółów w pracy S.Gelly, D.Silver, *Monte-Carlo Tree Search and Rapid Action Value Estimation in Computer Go*

Stosowalność MCTS

- Nie tylko do gier!
- Można stosować do *poważnych* zadań, związanych z przeszukiwaniem (bez oponenta)
  - Na przykład do rozwiązywania więzów (pewnie szczegóły na ćwiczeniach)

Gry z jedną turą

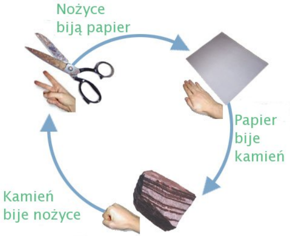
- Powiemy sobie trochę o grach z jedną turą
- Ale takich, w których gracze podejmują swoje decyzje jednocześnie

Gry z jedną turą

- Powiemy sobie trochę o grach z jedną turą
- Ale takich, w których gracze podejmują swoje decyzje jednocześnie

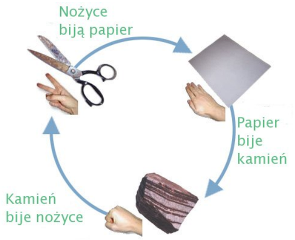
Rozważamy gry z sumą zerową.

Papier, nożyce, kamień



Źródło: Wikipedia

Papier, nożyce, kamień



Źródło: Wikipedia

Macierz wypłat

Grę definiuje **macierz wypłat**. Przykładowo poniżej dla P-N-K

Max/Min	Papier	Nożyce	Kamień
Papier	0	-1	+1
Nożyce	+1	0	-1
Kamień	-1	+1	0

Strategie

- Czysta strategia: zawsze akcja a

Strategie

- Czysta strategia: zawsze akcja a
- Mieszana strategia: rozkład prawdopobieństwa na akcjach

PNK – spostrzeżenia

- **Oczywisty fakt:** każdą strategię stałą można pokonać (też stałą strategią)

PNK – spostrzeżenia

- **Oczywisty fakt:** każdą strategię stałą można pokonać (też stałą strategią)
- **Fakt 1:** każdą strategię mieszaną można (prawie) pokonać za pomocą strategii stałej:

PNK – spostrzeżenia

- **Oczywisty fakt:** każdą strategię stałą można pokonać (też stałą strategią)
- **Fakt 1:** każdą strategię mieszaną można (prawie) pokonać za pomocą strategii stałej:
  Mój przeciwnik gra losowo, ale z przewagą kamienia – zatem ja daję **zawsze** papier

PNK – spostrzeżenia

- **Oczywisty fakt:** każdą strategię stałą można pokonać (też stałą strategią)
- **Fakt 1:** każdą strategię mieszaną można (prawie) pokonać za pomocą strategii stałej:
  Mój przeciwnik gra losowo, ale z przewagą kamienia – zatem ja daję **zawsze** papier
- **Fakt 2:** Optymalna strategia jest mieszana (w tej grze każde z $p = \frac{1}{3}$)

PNK – spostrzeżenia

- **Oczywisty fakt:** każdą strategię stałą można pokonać (też stałą strategią)
- **Fakt 1:** każdą strategię mieszaną można (prawie) pokonać za pomocą strategii stałej:
  Mój przeciwnik gra losowo, ale z przewagą kamienia – zatem ja daję **zawsze** papier
- **Fakt 2:** Optymalna strategia jest mieszana (w tej grze każde z $p = \frac{1}{3}$)
- **Fakt 3:** Znajomość optymalnej strategii mieszanej gracza A, nie daje żadnej przewagi graczowi B (i odwrotnie)

PNK – uwagi końcowe

- W prawdziwym P-N-K dochodzi kilka innych aspektów:

PNK – uwagi końcowe

- W prawdziwym P-N-K dochodzi kilka innych aspektów:
  - Grają ludzie, którzy nie potrafią realizować losowości,

PNK – uwagi końcowe

- W prawdziwym P-N-K dochodzi kilka innych aspektów:
  - Grają ludzie, którzy nie potrafią realizować losowości,
    Który człowiek (nie dysponując kostką do gry), przegrawszy 3 razy z rzędu jako papier pokaże papier?

PNK – uwagi końcowe

- W prawdziwym P-N-K dochodzi kilka innych aspektów:
  - Grają ludzie, którzy nie potrafią realizować losowości, Który człowiek (nie dysponując kostką do gry), przegrawszy 3 razy z rzędu jako papier pokaże papier?
  - za to wysyłają swoimi ciałami różne informacje, które można analizować

PNK – uwagi końcowe

- W prawdziwym P-N-K dochodzi kilka innych aspektów:
  - Grają ludzie, którzy nie potrafią realizować losowości,
    Który człowiek (nie dysponując kostką do gry), przegrawszy 3 razy z rzędu jako papier pokaże papier?
  - za to wysyłają swoimi ciałami różne informacje, które można analizować
- Zatem ma sens organizowanie zawodów w PNK

PNK – uwagi końcowe

- W prawdziwym P-N-K dochodzi kilka innych aspektów:
  - Grają ludzie, którzy nie potrafią realizować losowości, Który człowiek (nie dysponując kostką do gry), przegrawszy 3 razy z rzędu jako papier pokaże papier?
  - za to wysyłają swoimi ciałami różne informacje, które można analizować
- Zatem ma sens organizowanie zawodów w PNK
- Sens miałyby również zawody ludzko-komputerowe, realizowane on-line (agent musiałby zgadnąć, czy gra z człowiekiem, czy z maszyną i czy opłaca się próbować zgadnąć model losowania używany przez człowieka)

Gra w zgadywanie (Morra 2)

Gra w zgadywanie (Morra 2)

- Mamy dwóch graczy:
  A) Zgadywacz
  B) Zmyłek

  którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.

Gra w zgadywanie (Morra 2)

- Mamy dwóch graczy:
  A) Zgadywacz
  B) Zmyłek

  którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.
- Jeżeli Zgadywacz nie zgadnie (pokazał coś innego niż Zmyłek), daje Zmyłkowi 3 dolary.

Gra w zgadywanie (Morra 2)

- Mamy dwóch graczy:
  - A) Zgadywacz
  - B) Zmyłek

  którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.
- Jeżeli Zgadywacz nie zgadnie (pokazał coś innego niż Zmyłek), daje Zmyłkowi 3 dolary.
- Jeżeli Zgadywacz zgadnie, to dostaje od Zmyłka:

Gra w zgadywanie (Morra 2)

- Mamy dwóch graczy:
  A) Zgadywacz
  B) Zmyłek

  którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.
- Jeżeli Zgadywacz nie zgadnie (pokazał coś innego niż Zmyłek), daje Zmyłkowi 3 dolary.
- Jeżeli Zgadywacz zgadnie, to dostaje od Zmyłka:
  - jak pokazali 1 palec, to 2 dolary
  - jak pokazali 2 palce, to 4 dolary

Gra w zgadywanie (Morra 2)

- Mamy dwóch graczy:
  A) Zgadywacz
  B) Zmyłek

  którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.
- Jeżeli Zgadywacz nie zgadnie (pokazał coś innego niż Zmyłek), daje Zmyłkowi 3 dolary.
- Jeżeli Zgadywacz zgadnie, to dostaje od Zmyłka:
  - jak pokazali 1 palec, to 2 dolary
  - jak pokazali 2 palce, to 4 dolary

Pytanie

Jak grać w tę grę? (prośba o podanie wstępnych intuicji)

Macierz wypłat

Definicja

Taką grę zadajemy za pomocą macierzy wypłat, w której $V_{a,b}$ jest wynikiem gry z punktu widzenia pierwszego gracza.

Macierz wypłat

Definicja

Taką grę zadajemy za pomocą macierzy wypłat, w której $V_{a,b}$ jest wynikiem gry z punktu widzenia pierwszego gracza.

Nasza gra:

Zg/Zm	1 palec	2 palce
1 palec	2	-3
2 palce	-3	4

Proste fakty

- Jak Zmyłek będzie grał cały czas to samo, to Zgadywacz wygra każdą turę (i odwrotnie)

Proste fakty

- Jak Zmyłek będzie grał cały czas to samo, to Zgadywacz wygra każdą turę (i odwrotnie)
- Muszą zatem stosować strategie mieszane, ale jakie?

Wartość gry

Definicja

Wartość gry dla dwóch strategii graczy jest równa:

$$V(\pi_A, \pi_B) = \sum_{a,b} \pi_A(a)\pi_B(b)V(a, b)$$

Przykładowo: Zgadywacz zawsze zgaduje 1, Zmyłek wybiera akcję losowo z prawdopodobieństwem 0.5.

Wartość gry

Definicja

Wartość gry dla dwóch strategii graczy jest równa:

$$V(\pi_A, \pi_B) = \sum_{a,b} \pi_A(a)\pi_B(b)V(a, b)$$

Przykładowo: Zgadywacz zawsze zgaduje 1, Zmyłek wybiera akcję losowo z prawdopodobieństwem 0.5.
Wynik: $-\frac{1}{2}$ (tak samo często zyskuje 2 jak traci 3 dolary)

Strategia mieszana vs czysta

Uwaga

Jeżeli gracz A zapowie, że będzie grał strategią mieszaną (i ją poda), wówczas gracz B może grać strategią czystą (i osiągnie optymalny wynik).

Strategia mieszana vs czysta

Uwaga

Jeżeli gracz A zapowie, że będzie grał strategią mieszaną (i ją poda), wówczas gracz B może grać strategią czystą (i osiągnie optymalny wynik).

Dlaczego?

Strategia mieszana vs czysta

Uwaga

Jeżeli gracz A zapowie, że będzie grał strategią mieszaną (i ją poda), wówczas gracz B może grać strategią czystą (i osiągnie optymalny wynik).

Dlaczego?

Odpowiedź

- Możemy dla każdej akcji policzyć wartość oczekiwaną wypłaty

Strategia mieszana vs czysta

Uwaga

Jeżeli gracz A zapowie, że będzie grał strategią mieszaną (i ją poda), wówczas gracz B może grać strategią czystą (i osiągnie optymalny wynik).

Dlaczego?

Odpowiedź

- Możemy dla każdej akcji policzyć wartość oczekiwaną wypłaty
- i wybrać (dowolną) najlepszą akcję

Uwaga

Jeżeli gracz A zapowie, że będzie grał strategią mieszaną (i ją poda), wówczas gracz B może grać strategią czystą (i osiągnie optymalny wynik).

Dlaczego?

Odpowiedź

- Możemy dla każdej akcji policzyć wartość oczekiwaną wypłaty
- i wybrać (dowolną) najlepszą akcję
- (Jeżeli takich akcji jest więcej, wówczas można też dowolnie losować między nimi)

Gra w zgadywanie (Morra 2). Przypomnienie

Gra w zgadywanie (Morra 2). Przypomnienie

- Mamy dwóch graczy:
  A) Zgadywacz
  B) Zmyłek

  którzy na sygnał pokazują 1 lub 2 palce.
- Jeżeli Zgadywacz nie zgadnie (pokazał coś innego niż Zmyłek), daje Zmyłkowi 3 dolary.
- Jeżeli Zgadywacz zgadnie, to dostaje od Zmyłka:
  - jak pokazali 1 palec, to 2 dolary
  - jak pokazali 2 palce, to 4 dolary

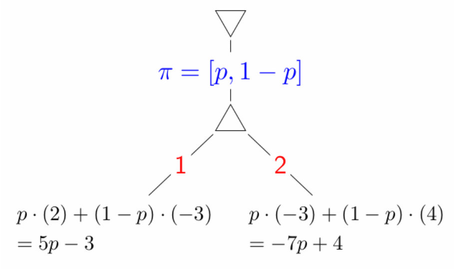
Znalezienie optymalnej strategii

Zaczyna gracz B – Zmyłek.

Wybiera strategię mieszaną z parametrem p

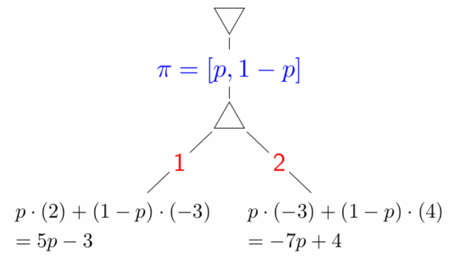
Znalezienie optymalnej strategii

Zaczyna gracz B – Zmyłek.
Wybiera strategię mieszaną z parametrem p



Znalezienie optymalnej strategii

Zaczyna gracz B – Zmyłek.
Wybiera strategię mieszaną z parametrem p

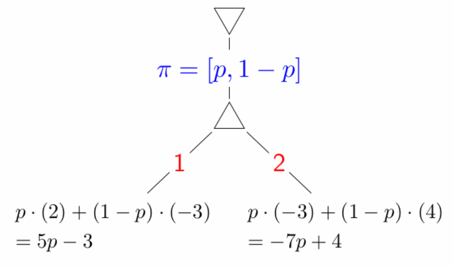


Wartość takiej gry to

$$\min_{p \in [0,1]} \left(\max(5p - 3, -7p + 4) \right)$$

Znalezienie optymalnej strategii

Zaczyna gracz B – Zmyłek.
Wybiera strategię mieszaną z parametrem p

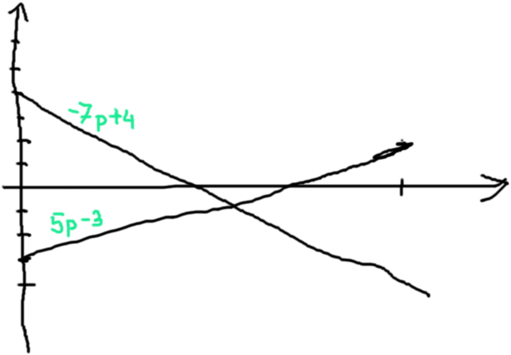


Wartość takiej gry to

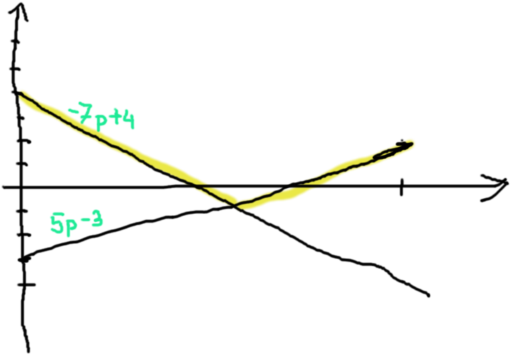
$$\min_{p \in [0,1]} (\max(5p - 3, -7p + 4))$$

Zauważmy, dla jakich p wygrywa lewe, dla jakich prawe i co z tego wynika.

Optymalna strategia. Wykresy



Optymalna strategia. Wykresy



Znalezienie optymalnej strategii (2)

- W powyższej grze, Zmyłek osiągnie najlepszy wynik, gdy przyjmie $p = \frac{7}{12}$, wynik ten to $-\frac{1}{12}$

Znalezienie optymalnej strategii (2)

- W powyższej grze, Zmyłek osiągnie najlepszy wynik, gdy przyjmie $p = \frac{7}{12}$, wynik ten to $-\frac{1}{12}$
- Ok, on zaczynał, miał trudniej – a gdyby zaczynał Zgadywacz? I podał swoją strategię mieszaną?

Znalezienie optymalnej strategii (2)

- W powyższej grze, Zmyłek osiągnie najlepszy wynik, gdy przyjmie $p = \frac{7}{12}$, wynik ten to $-\frac{1}{12}$
- Ok, on zaczynał, miał trudniej – a gdyby zaczynał Zgadywacz? I podał swoją strategię mieszaną?

Wynik gry

Wynik jest dokładnie taki sam, czyli $-\frac{1}{12}$!

Twierdzenie von Neumana

Twierdzenie, von Neuman, 1928

Dla każdej jednoczesnej gry dwuosobowej o sumie zerowej ze skończoną liczbą akcji mamy:

$$\max_{\pi_A} \min_{\pi_B} V(\pi_A, \pi_B) = \min_{\pi_B} \max_{\pi_A} V(\pi_A, \pi_B)$$

dla dowolnych mieszanych polityk π_A, π_B.

Twierdzenie von Neumana

Twierdzenie, von Neuman, 1928

Dla każdej jednoczesnej gry dwuosobowej o sumie zerowej ze skończoną liczbą akcji mamy:

$$\max_{\pi_A} \min_{\pi_B} V(\pi_A, \pi_B) = \min_{\pi_B} \max_{\pi_A} V(\pi_A, \pi_B)$$

dla dowolnych mieszanych polityk π_A, π_B.

- Można ujawnić swoją politykę optymalną!
- **Dowód**: pomijamy, programowanie liniowe, przedmiot J.B.
- Algorytm: programowanie liniowe

Gry wieloturowe

- Można o grze wieloturowej myśleć jako o grze jednoturowej
- Gracze na sygnał kładą przed sobą opis strategii (program)

Gry wieloturowe

- Można o grze wieloturowej myśleć jako o grze jednoturowej
- Gracze na sygnał kładą przed sobą opis strategii (program)

Uwaga

Optymalną strategią jest MiniMax (ExpectMiniMax w grach losowych). Ale wiedząc o strategii gracza różnej od optymalnej możemy oczywiście ugrać więcej.

Co pomijamy

- Gry o sumie niezerowej, w których dochodzi możliwość kooperacji.

Co pomijamy

- Gry o sumie niezerowej, w których dochodzi możliwość kooperacji.
- Punkt równawagi Nasha (jest zawsze para strategii, że żaden gracz nie chce jej zmienić, wiedząc, że ten drugi nie zmienia).

Co pomijamy

- Gry o sumie niezerowej, w których dochodzi możliwość kooperacji.
- Punkt równawagi Nasha (jest zawsze para strategii, że żaden gracz nie chce jej zmienić, wiedząc, że ten drugi nie zmienia). **Również dla gier o sumie niezerowej!**

Co pomijamy

- Gry o sumie niezerowej, w których dochodzi możliwość kooperacji.
- Punkt równowagi Nasha (jest zawsze para strategii, że żaden gracz nie chce jej zmienić, wiedząc, że ten drugi nie zmienia). **Również dla gier o sumie niezerowej!**
- Agent musi zdecydować, czy ma być miły dla innego agenta (i budować reputację przy wielu rozgrywkach, słynny dylemat więźnia).