

Решение задач

Задание 1. Ниже в таблице представлены значения переменных: X , Z , Y .

X	-2	2	1	-1	0
Z	2	0	0	-1	-1
Y	2	6	3	2	10

1. Без использования Python получите оценки коэффициентов в регрессии Y на X с помощью общей формулы получения оценок коэффициентов, подходящей как для парной, так и для множественной регрессии. Представьте промежуточные расчеты, выпишите полученный вектор оценок коэффициентов и запишите спецификацию модели, подставив эти оценки в уравнение

Для начала запишем матрицу X :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X^T X = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{50} \times \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$X^T Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 23 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.6 \\ 0.9 \end{pmatrix}$$

2. Без использования Python получите оценки коэффициентов в регрессии Y на X и Z с помощью общей формулы получения оценок коэффициентов, подходящей как для парной, так и для множественной регрессии. Представьте промежуточные расчеты, выпишите полученный вектор оценок коэффициентов и запишите спецификацию модели, подставив эти оценки в уравнение

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X^T X = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -3 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\det(X^T X) = 5 \times 10 \times 6 - (-3) \times (-3) \times 5 = 255$$

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{255} \times \begin{pmatrix} 51 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 15 \\ 0 & 15 & 50 \end{pmatrix}$$

$$X^T Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} X^T Y = \frac{1}{255} \times \begin{pmatrix} 51 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 15 \\ 0 & 15 & 50 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 23 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.6 \\ 0.588 \\ -1.039 \end{pmatrix}$$