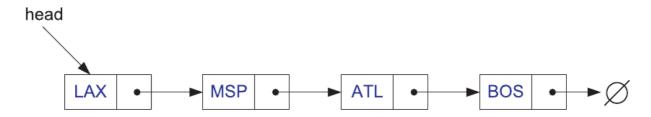
Danh sách liên kết đôi

Danh sách liên kết đơn vs. danh sách liên kết đôi

Đối với danh sách liên kết đơn, thao tác xóa phần tử ở đầu danh sách có thể được cài đặt khá đơn giản. Tuy nhiên, thao tác xóa phần tử ở cuối khá phức tạp. Ta cùng xem làm thế nào để xóa phần tử ở cuối danh sách.



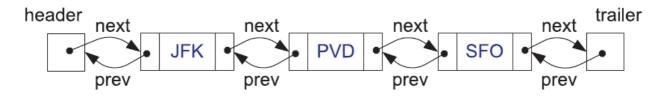
Để xóa nút với phần tử **BOS** ở cuối danh sách, ta phải duyệt danh sách từ đầu tới cuối, tìm được nút trỏ tới nút cuối này (tức là nút với phần tử **ALT**), xóa nút cuối và đặt con trỏ trỏ đến nút cuối bằng **NULL**. Độ phức tạp của thao tác này là O(n) với n là kích thước của danh sách.

Thao tác xóa phần tử ở cuối danh sách có thể được cài đặt như dưới đây. Liệu bạn có cách để cài đặt ngắn gọn hơn?

```
template<typename E>
void SLinkedList<E>::removeBack(){
   if (empty()) return; // Nếu danh sách rỗng
    if (head->next == NULL)
                                   // Nếu danh sách chỉ có 1 phần tử
       delete head;
       head = NULL;
       return ;
                                  // Danh sách có >= 2 nút
                                  // Trỏ đến nút đầu
   SNode \le *v1 = head;
                                  // Trỏ đến nút thứ 2
    SNode<E> *v2 = head->next;
   while (v2->next != NULL) {
                                  // Nút v2 chưa là nút cuối cùng
       v1 = v2;
                                   // v1 là nút trước nút v2
       v2 = v2->next;
    }
                                  // Xóa nút cuối là nút v2
   delete v2;
                                  // để v1 trở thành nút cuối
   v1->next = NULL;
}
```

Khó khăn của thao tác xóa phần tử cuối đến từ sự kiện rằng: **trong danh sách liên kết đơn, ta chỉ di chuyển theo một hướng bằng con trỏ next**. Ta không có cách nào truy cập đến nút trước của một nút. Để vượt qua khó khăn này, ta sử dụng **danh sách liên kết đôi**. Danh sách này cho phép di chuyển giữa các nút theo cả hai hướng. Tên gọi danh sách liên kết đôi bởi vì mỗi nút có hai con trỏ, **next** và **prev**, tương ứng trỏ đến nút trước và nút sau của mỗi nút.

Hình dưới đây là một ví dụ về danh sách liên kết đôi.



Trong danh sách liên kết đôi, ta dùng hai con trỏ header và trailer để trỏ đến nút đầu và nút cuối danh sách. Nhờ đó, ta có thể di chuyển theo cả hai hướng: từ đầu về cuối và từ cuối về đầu. Hơn nữa, ở tại mỗi nút, ta có thể di chuyển về nút phía sau qua con trỏ next hoặc về nút phía trước quả con trỏ prev.

Cài đặt danh sách liên kết đôi

Các nút của danh sách liên kết đôi được cài đặt như sau.

```
template<typename > class DLinkedList;
template<typename E>
class DNode
{
  private:
    E elem;
    DNode<E> *prev;
    DNode<E> *next;
    friend class DLinkedList<E>;
};
```

Để thuận tiên khi cài đặt, trong lớp DLinkedList ta thêm hai phần tử cầm canh header và trailer. Khác với head trong danh sách liên kết đơn (chỉ là con trỏ), header và trailer là hai nút thực sự đứng đầu và đứng cuối danh sách. Lớp DLinkedList có giao diện như sau:

```
template <typename E>
class DLinkedList
{
  private:
    DNode<E> *header;
    DNode<E> *trailer;
  public:
    DLinkedList();
    ~DLinkedList();
    bool empty();
    const E & front() const;
    const E & back() const;
    void addFront(const E &e);
    void addBack(const E &e);
    void removeFront();
    void removeBack();
```

Ngoài các hàm cấu tử, hủy tử, empty, addFront, addBack, removeFront, removeBack, và print là quen thuộc. Ta còn hai hàm add và remove:

- void add (DNode<E> *v, const E &e để thêm phần tử e vào ngay trước nút trỏ bởi v;
- void remove (DNode<E> *v) để xóa nút trỏ bởi v khỏi danh sách.

Hai hàm này là hàm thành viên protected. Vì vậy, nó chỉ được truy cập trong lớp và các lớp con. Nó không được gọi bên ngoài lớp.

Cài đặt cấu tử và hủy tử

Điểm khác biệt so với danh sách liên kết đơn là ta phải cấp phát hai nút header và trailer. Nút đầu tiên trong danh sách được trỏ bởi header->next, nút cuối cùng trong danh sách được trỏ bởi trailer->prev. Phần dữ liệu của header và trailer không dùng.

Các hàm empty, front, và back

Các hàm này được cài đặt một cách đơn giản tự nhiên. Ta nhấn mạnh lại rằng: Nút đầu tiên trong danh sách được trỏ bởi header->next, nút cuối cùng trong danh sách được trỏ bởi trailer->prev.

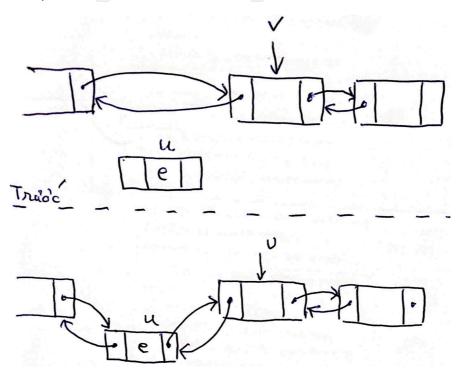
```
template <typename E>
bool DLinkedList<E>::empty ()
{ return header->next == trailer; }

template <typename E>
const E & DLinkedList<E>::front() const
{ return header->next->elem; }

template <typename E>
const E & DLinkedList<E>::back() const
{ return trailer->prev->elem; }
```

Thêm nút vào danh sách

Thao tác thêm một phần tử e vào trước nút trỏ bởi v được mô tả bởi hình sau:



và được cài đặt như sau:

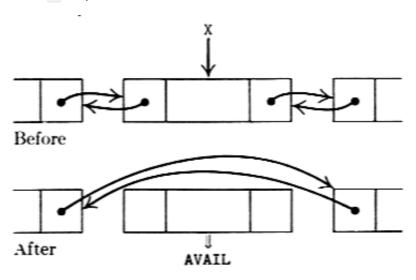
Nhờ có hàm này, các hàm addFront và addBack được cài đặt một cách đơn giản:

```
//Thêm phần tử vào đầu danh sách
template<typename E>
void DLinkedList<E>::addFront(const E& e)
{ add(header->next, e); }

// Thêm phần tử vào cuối danh sách
template<typename E>
void DLinkedList<E>::addBack(const E &e)
{ add (trailer->prev, e); }
```

Xóa một nút

Thao tác xóa nút trỏ bởi v được mô tả như hình sau:



và được cài đặt như dưới đây.

```
template <typename E>
void DLinkedList<E>::remove (DNode<E> *v) // Xóa nút v
{
    v->prev->next = v->next;
    v->next ->prev = v->prev;
    delete v;
}
```

Nhờ có hàm này, các hàm removeFront và removeBack được cài đặt rất đơn giản:

```
// Xóa phần tử ở đầu danh sách
template <typename E>
void DLinkedList<E>::removeFront()
{ remove(header=>next); }

// Xóa phần tử ở cuối danh sách
template <typename E>
void DLinkedList<E>::removeBack()
{ remove(trailer=>prev); }
```

In danh sách và hàm main

Để in danh sách, ta duyệt từ nút đầu tiên header->next cho đến trước khi gặp nút trailer.

```
template <typename E>
void DLinkedList<E>::print() const {
   DNode<E> * v = header->next;
   cout<<"header <-> ";
   while (v != trailer) {
      cout<<v->elem<<" <-> ";
      v = v->next;
   }
   cout<<" trailer"<<endl;
}</pre>
```

Dưới đây là hàm main để test chương trình.

```
int main(int argc, char const *argv[]) {
   DLinkedList<int> x;
   x.addFront(1);   x.addFront(3);
   x.addFront(5);   x.addFront(7);
   x.addFront(9);
   x.print();
}
```

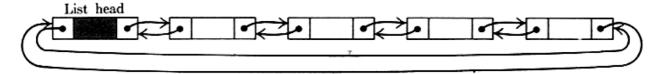
Bài tập

Bài tập 1: Cài đặt thêm các hàm sau cho danh sách liên kết đôi:

- get(i) trả về giá trị tại chỉ số i. *Mở rộng:* hãy cài đặt với toán tử [].
- add(i,x) chèn giá trị x sau chỉ số i . Các giá trị sau chỉ số i sẽ có chỉ số tăng lên 1.
- remove(i) xóa giá trị tại chỉ số i. Các giá trị có chỉ số sau i sẽ nhận giá trị giảm đi 1.

Bài tập 2: Hãy cài đặt lớp vector sử dụng danh sách liên kết đôi. *Yêu cầu:* Bạn phải in mã nguồn và nộp trên lớp trong buổi học tới.

Bài tập 3: Ta có thể cài đặt danh sách liên kết đôi mà không có nút trailer. Khi đó, nút prev của nút header sẽ trỏ tới nút cuối; còn next của nút cuối sẽ trỏ về nút header như hình dưới đây. Nếu danh sách rỗng thì ta phải có header->next = header->prev = header.



Bạn hãy cài đặt danh sách liên kết đôi như mô tả ở trên.

Lớp list trong thư viện chuẩn std

Thư viện chuẩn std cung cấp cho ta một cài đặt danh sách liên kết đôi gọi là list.

Ví dụ dưới đây dùng list để cài đặt các thao tác với danh bạ điện thoại. Do thao tác thêm và xóa phần tử trong danh bạ điện thoại xuất hiện khá thường xuyên, nên việc sử dụng cấu trúc list ở đây rất thích hợp.

```
#include to using namespace std;

// Cấu trúc dữ liệu cho một số điện thoại (tên người, số điện thoại)

struct Entry {
    string name;
    int number;
};

// Danh bạ điện thoại là một danh sách các số điện thoại

list<Entry> phone_book = {
    {"David Hume",123456},
    {"Karl Popper",234567},
    {"Bertrand Ar thur William Russell",345678}
};
```

Khi sử dụng list, ta không truy cập phần tử dùng chỉ số [] như mảng hoặc vector. Thay vào ta có thể tìm kiếm một phần tử trong list với một giá trị cho trước.

```
int get_number(const string& s)
{
  for (const auto& x : phone_book)
   if (x.name==s) return x.number;
  return 0; // dùng 0 để biển diễn "không thấy số"
}
```

Việc tìm phần tử s được thực hiện từ đầu danh sách cho đến khi tìm thấy s hoặc tới cuối của phone_book.

Đôi khi, ta cần xác định một nút của list. Ví dụ, ta muốn xóa nó hoặc thêm một nút mới trước nó. Để làm điều này ta sử dụng iterator: một list iterator xác định một nút của list và có thể được dùng để lặp qua một list (dùng tên của nó).

Bạn có thể đọc về iterator tại link https://cpp.daynhauhoc.com/11/2-stl-iterators/.

Mọi thư viện chuẩn containter đều cung cấp các hàm begin() và end(), tương ứng, để trả về một iterator tới nút đầu và nút cuối của danh sách. Bằng cách dùng tường minh iterator, ta có thể viết lại hàm get_number() như sau:

```
int get_number(const string& s)
{
  for (auto p = phone_book.begin(); p!=phone_book.end(); ++p)
   if (p->name==s)    return p->number;
  return 0; // dùng 0 để biển diễn "không thấy số"
}
```

Đưa ra một iterator p, *p là nút mà nó trỏ tới, ++p di chuyển nút p tới nút tiếp theo, tức là p=p->next, và khi p trỏ tới một lớp, vậy thì p->m tương đương với (*p).m.

Ta có thể dễ dàng thêm hoặc xóa phần tử trong list.

```
void f(const Entry& ee, list<Entry>::iterator p, list<Entry>::iterator q)
{
   phone_book.insert(p, ee); // thêm ee trước nút trỏ bởi p
   phone_book.erase(q); // xóa nút trỏ bởi q
}
```

Chú ý: Khi chúng ta muốn xử lý dãy, ta có thể chọn giữa dùng vector hoặc list. Trừ khi bạn có lý do nào đó để sử dụng list, nếu không hãy dùng vector trong mọi trường hợp. Vector thực hiện tốt hơn cho việc duyệt (ví dụ find() và count()) và cho việc sắp xếp và tìm kiếm (cụ thể, sort() và binary_search()).