

# 黄金-比特币市场组合投资策略 模型及其应用

## Summary

为了获得更高的投资回报和最大限度地降低风险，我们努力建立有效投资组合的最佳投资策略模型，这两种风险资产是黄金和比特币，而现金是一种无风险资产。在我们建立的模型上进行了最优投资决策测试和敏感性测试。首先，我们使用ARIMA算法，并根据历史数据确定合理的模型参数来预测第二天的资产价格。考虑到交易过于频繁会增加交易成本，我们基于均线多头排列法判断当前市场状态，建立以牛熊市为标准的交易日选择模型。然后，我们使用CVaR方法来衡量投资组合的风险。在此基础上，我们建立了revenue-CVAR双目标优化模型，并利用改进的NSGA-II算法获得了一系列可行的组合集。然后，结合资产组合下行半方差的上限约束，得到最优的日交易策略。将可用数据带入构建的模型中，我们发现最终投资策略的5年总投资回报率为616.63%，平均年回报率为261.41%，最高年回报率为664.69%，这证明了投资策略具有强

其次，我们证明该模型提供了最优的投资策略。在预测偏差测试中，MAPE值均小于0.1且非常接近0，R2-得分均大于94%且接近1。这表明该模型能够准确预测价格的明显波动，把握投资机会。在投资策略的业绩测试中，结果表明，投资模式可以在牛市前期买入，持涨，准确把握获利机会。同时，该模型具有平稳度过熊市的能力，这意味着它具有很高的抵御风险波动的能力。此外，在给定投资策略的基础上，应用随机扰动生成1000组模拟投资策略。比较不同投资策略的收益率，我们发现模拟投资的5年平均年回报率低于我们给出的投资策略，而我们的投资策略的5年总回报率高于模拟投资策略的93%，这证明我们的投资模式可以实现利润最大化和风险最小化。

我们测试模型对交易成本的敏感性。通过调整模型中交易成本的参数设置，我们发现投资模型对比特币的交易成本更为敏感，即比特币的交易成本下降1%，5年平均年投资回报率上升1.75%。此外，该模型对较低的交易成本比对较高的交易成本更敏感。最后，经过多次鲁棒性测试，投资模型在不同的交易成本下也表现良好，都超过了模拟决策的90%。

关键词：ARIMA算法；NSGS-II算法；CVAR；下行半方差；多目标规划解

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
1.1	问题重述。 ..... 的流程图。 .....	3
1.2	.....	3
<b>2</b>	<b>假设和符号</b>	<b>4</b>
2.1	Assumptions . . . . .	4
2.2	Notations . . . . .	4
<b>3</b>	<b>数据处理和分析</b>	<b>4</b>
3.1	数据进行预处理。 ..... 描述性统计分析。 .....	4
3.2	.....	5
<b>4</b>	<b>投资策略模型的建立与应用</b>	<b>6</b>
4.1	预测资产价格。 .....	6
4.1.1	自回归综合移动平均模型 . . . . .	6
4.1.2	建立资产价格预测模型 . . . . .	6
4.1.3	结果分析 . . . . .	8
4.2	根据市场情况选择交易日期。 .....	9
4.2.1	均线多头排列方法 . . . . .	10
4.2.2	建筑交易日选择模型 . . . . .	10
4.2.3	结果分析 . . . . .	10
4.3	衡量投资组合的风险 . . . . .	11
4.3.1	风险条件值 (CVaR) 。 .....	11
4.4	寻找最佳投资策略。 .....	12
4.4.1	优化Ob目标函数和约束的建立 . . .	12
4.4.2	NSGA-II算法原理。 ..... 建筑投资决策模型	13
4.4.3		14
4.4.4	结果分析 . . . . .	15
<b>5</b>	<b>投资策略最优性测试</b>	<b>16</b>
5.1	模型的预测精度测试。 ..... 投资策略的有效性测试。 ...	16
5.2	.....	16

5.2.1	分析投资的关键时期..... 随机干扰方法	16
5.2.2		17
<b>6</b>	<b>投资模型的敏感性分析</b>	<b>17</b>
6.1	市场风险分析。..... 灵敏度分析和鲁棒性测试。 .	18
6.2	.....	18
6.2.1	灵敏度分析。..... 鲁棒性测试。 .....	18
6.2.2	.....	19
<b>7</b>	<b>模型评估</b>	<b>20</b>
7.1	Strengths . . . . .	20
7.2	Weaknesses . . . . .	20
	<b>Memorandum</b>	<b>21</b>
	<b>Reference</b>	<b>23</b>

# 1 Introduction

## 1.1 问题重述

人们一直在寻找好的投资方法来改善自己的资产状况，而在面对投资决策时，市场交易者必须寻求最佳的投资机会。为了最大化回报和分散风险，交易者经常投资于多种资产，形成一个投资组合。对于任何投资组合来说，如何平衡投资组合预期回报和风险这两个指标进行资产配置是需要解决的核心问题。美国著名经济学家哈里·马科维茨（Harry Markowitz）在1952年系统地提出了投资组合理论。在一些假设的基础上，他建立了最优资产配置的均值-方差模型。这为投资者寻找最佳资产配置比率，实现投资组合的最佳效率提供了理论基础。

首先，在这种情况下，我们需要根据过去的黄金和比特币每日价格流，为交易者投资这两种资产开发一个数学模型，这可以提供五年的最佳每日投资组合策略。根据投资组合理论的思想，我们必须综合考虑收益和风险，还应考虑比特币和黄金交易佣金对投资策略的影响。

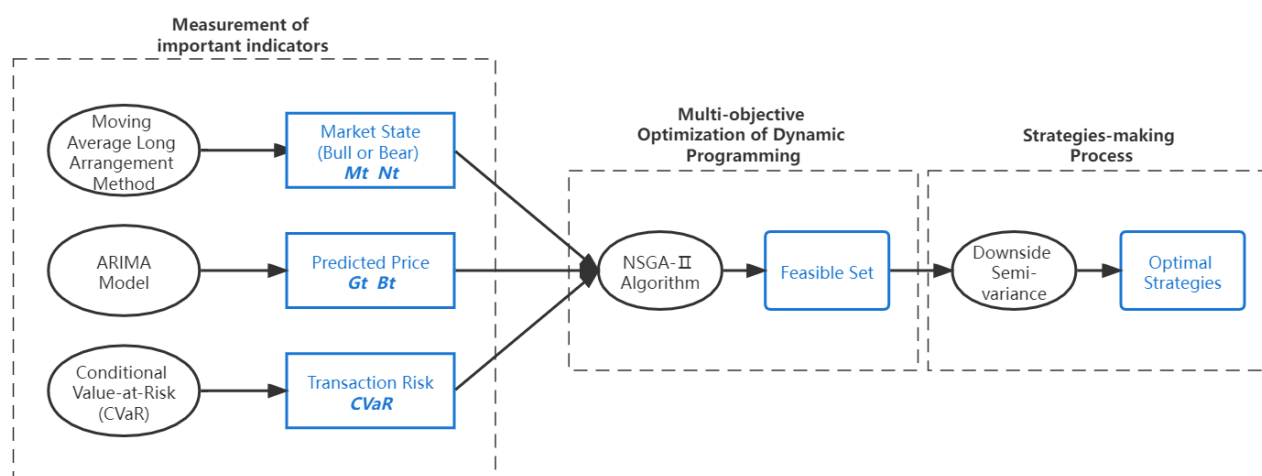
其次，为了建立交易者对我们模型的信心，我们需要以某种方式证明我们模型提供的策略是最有效的。因此，由于交易佣金是影响投资决策的重要因素之一，我们需要找到一种敏感性测试方法来衡量交易成本对模型结果的敏感性。

最后，我们需要为交易者提供一份不到两页的备忘录，显示我们的工作成果，包括我们的模型，从模型中派生的投资策略以及对结果的分析。

## 1.2 流程图

本文工作流程图如下所示。

图1：我们的工作流程图。



## 2 假设和符号

### 2.1 Assumptions

为了便于建立最优投资策略模型，我们根据实际情况和经典理论做了以下假设和简化：

\*假设黄金和比特币等不稳定资产不允许卖空

\*假设交易者在投资过程中不允许借入美元。 \*假设现金回报率始终为0。

\*假设交易者都是避险者。当面对两种选择时，和其他事情是平等的，他们会选择风险较小的投资组合。

\*假设交易者永远不会满意。当面对两种选择时，和其他事情是平等的，他们会选择预期回报率较高的投资组合。 \*假设黄金，比特币和美元是无限可分的。

\*假设市场信息公开透明，交易者可以获得各种信息在同一时间。

### 2.2 Notations

在这项工作中，我们在模型构建中使用表1中的命名法。非经常使用的符号一旦被使用就会被引入。

Other

表1：本文献中使用的符号。

Symbol	Definition	Unit
$g_t$	T日黄金的价格	美元
$G_t$	黄金在t日的预测价格	美元
$b_t$	比特币在t日的价格	美元
$B_t$	比特币在t日的预测价格	美元
$x_t$	T日投资组合中的现金金额	美元
$y_t$	T日投资组合中的黄金数量	金衡盎司
$z_t$	T日投资组合中的比特币数量	bitcoins
$I_t$	投资组合在第t天的实际回报	美元
$\alpha_{gold}$	黄金的交易成本率	/
$\alpha_{bitcoin}$	比特币的交易成本率	/

## 3 数据处理和分析

### 3.1 Data Pre-processing

首先，我们观察到金价数据中有10个缺失值。与缺失值相对应的日期为工作日或上一工作日

每年的平安夜和新年前夜。根据实际情况，我们将缺失值发生的日期视为黄金市场关闭的日期。为了数据分析的方便，我们将黄金市场关闭日期对应的黄金价格设置为前一天的黄金价格。

### 3.2 描述性统计分析

根据给出的数据，我们用统计方法分析数据，并绘制了以下统计图。从图2和图3可以看出，过去五年黄金和比特币的价格变化很大，特别是比特币的价格变化更大。序列 $\{b_t\}$ 的范围为\$62960.36，序列 $\{g_t\}$ 的范围为9 941.45。

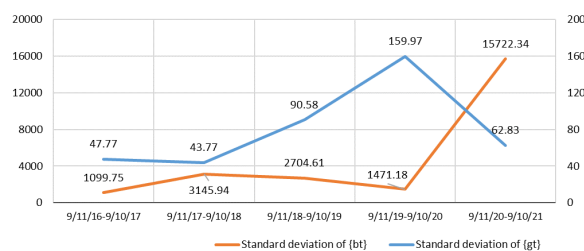


图2：黄金价格序列 $\{g_t\}$ 的时间序列图。

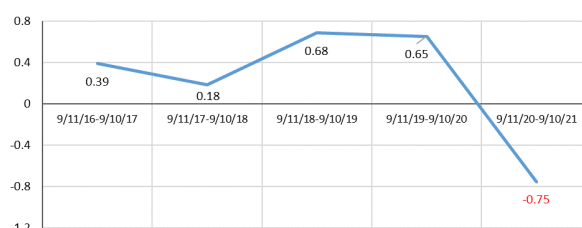


图3：比特币价格序列 $\{b_t\}$ 的时间序列图。

图4描绘了黄金和比特币价格的标准差和Pearson相关系数的逐年变化。我们可以看到，序列 $\{b_t\}$ 的标准差远大于序列 $\{g_t\}$ 的标准差，相关系数的绝对值比较大。这表明比特币的价格波动更剧烈，比特币和黄金的价格之间存在很强的相关性。



(a)标准偏差。



(b)相关系数。

图4：序列{b t}和{g t}的标准偏差和相关系数的线图。

## 4 Establishment and Application of Investment Strategy Model

### 4.1 预测资产价格

自回归综合移动平均模型是一种基于AR和MA模型分析时间序列变量动态变化的模型，常用于金融数据挖掘。ARIMA模型描述了基于时间序列数据的自相关的序列的短期记忆，因此具有短期预测特性。根据本例的相关情况，综合考虑各种时间序列分析模型后，我们选择ARIMA模型对比特币和黄金的价格进行分析和预测。

#### 4.1.1 自回归综合移动平均模型

在ARIMA ( $p, d, q$ ) 模型中， $d$ 是将时间序列变为静止系列所做的差异数， $p$ 是序列的滞后顺序， $q$ 是随机误差项的滞后顺序。模型的原理是通过 $d$ 阶差将非平稳序列 $\{r_t\}$ 转化为平稳序列 $\{r_t\}$ ，然后以 $r_t$ 为因变量，将 $r_t$ 和随机误差项 $a_t$ 的滞后项和 $a_t$ 的滞后项作为自变量，

#### 4.1.2 建立资产价格预测模型

##### 1. 序列静止（确定参数 $d$ ）：

首先，我们对黄金和比特币的价格系列 $\{g_t\}$ 和 $\{b_t\}$ 进行平稳性测试。从下图2、图3、图5可以看出，两个时间序列有明显的趋势，自相关系数的衰减速度比较慢。与此同时，我们还进行了单位根测试，这两个系列中都有单位根。因此 $gt$ 和 $bt$ 是非平稳级数，需要进一步区分。

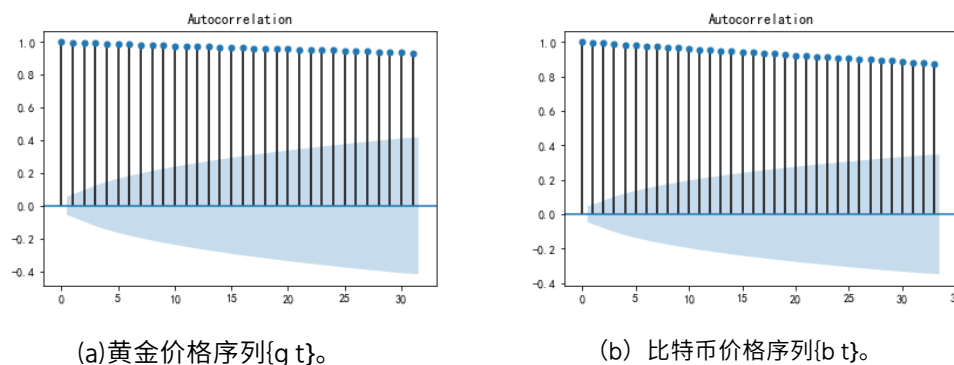
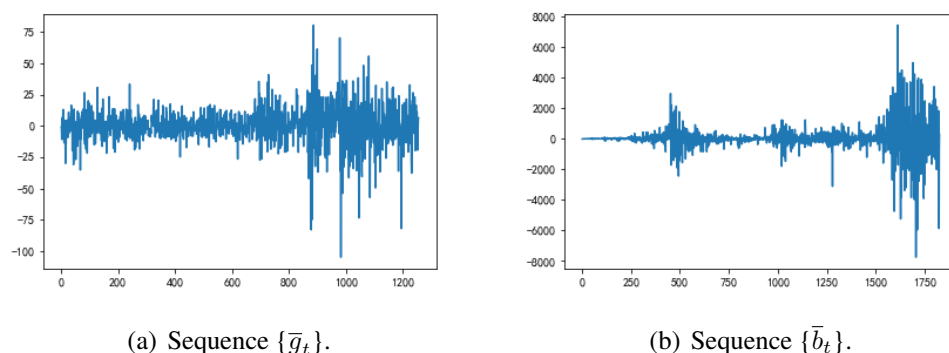
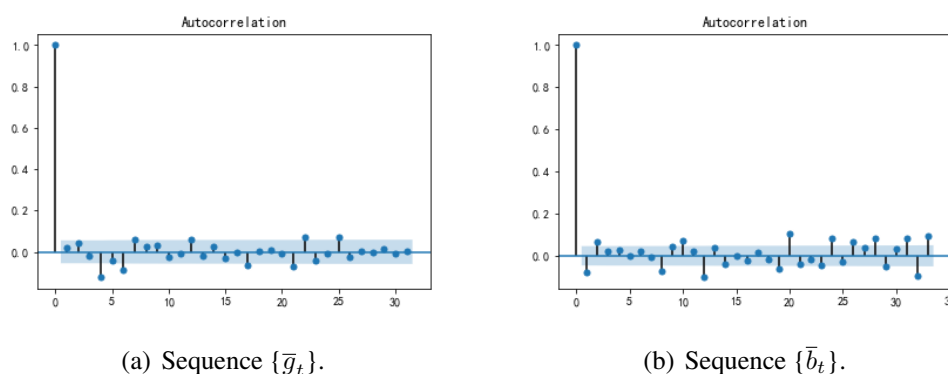


图5：黄金价格序列和比特币价格序列的自相关图。

设 $g_t = g_t - g_{t-1}$ 和 $b_t = b_t - b_{t-1}$ 。取一阶差后，我们执行在 $\{g_t\}$ ,  $\{b_t\}$ 上的平稳性测试。从下图6和图7中我们可以观察到，差分后的两个序列总是在某个值附近随机波动，没有明显的趋势。自相关系数快速衰减，只有紧密间隔的序列值才有显著影响。与此同时，单位根测试的p值都接近0。因此，没有单位根。所以 $\{g_t\}$ 和 $\{b_t\}$ 是静止序列。由于我们进行了一阶差分法以获得平稳级数，因此 $d=1$ 。

图6：序列 $\{g_t\}$ 和序列 $\{b_t\}$ 的时间序列图。图7：序列 $\{g_t\}$ 和序列 $\{b_t\}$ 的自相关图。

2. 阶数 $p$ 、 $q$ 的确定：



ARIMA(p,d,q)模型具有以下形式:

$$\bar{r}_t = r_t - r_{t-1},$$

$$\bar{r}_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \bar{r}_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i},$$

其中 $\{a_t\}$ 是白噪声序列,  $p$ 和 $q$ 都是非负整数。

贝叶斯信息准则 (Bic) 是一种信息准则函数, 可用于确定模型的最优阶数, 并基于似然函数构建。根据历史数据, 我们通过计算机编程循环计算模型在不同阶数下的BIC值, 并找到使BIC最小的阶数 $p$ 和 $q$ , 即模型的最优阶数。在确定最佳订单后, 我们进行参数估计, 然后计算黄金和比特币在第 $t$ 天的预测价格 $G_t$ 和 $B_t$ 。

### 3. Residual test:

为了确定模型的有效性, 还需要残差测试, 其中需要对残差序列 $\{\hat{a}_t\}$ 进行白噪声验证。如果残差是随机且正态分布且无自相关的, 则说明残差序列逼近白噪声序列, 说明模型拟合效果很大。我们使用Ljung-Box统计量 $Q(m)$ 来测试与白噪声的接近度:

$$Q(m) = T(T+2) \sum_{l=1}^m \frac{\hat{\rho}_l^2}{T-l}.$$

当检验的 $p$ 值大于0.05时, 表示残差序列 $\{\hat{a}_t\}$ 在5%置信水平下通过检验, 模型足以对数据的动态线性依赖性进行建模。

### 4.1.3 结果分析

图8显示模型在不同时间的残差测试的 $p$ 值均大于0.01, 大部分 $p$ 值均大于0.05, 均通过残差的白噪声测试。这是我们使用ARIMA模型进行每日价格预测的前提。

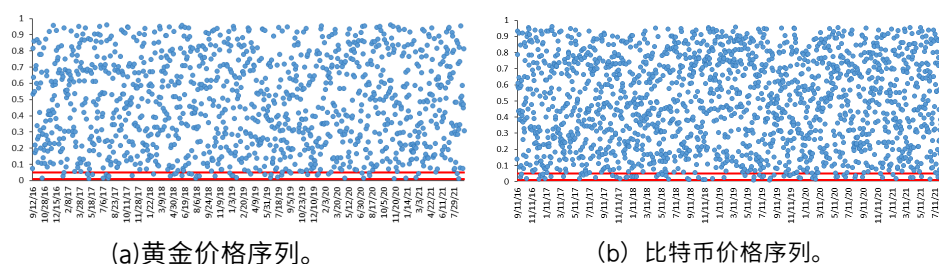


图8: 基于黄金价格序列和比特币价格序列的ARIMA模型P值的时间序列图。

图9和图10显示，预测价格曲线与实际价格曲线基本重合，波动趋势不变，预测价格与实际价格相差不大。其中，在价格稳定波动的时期，预测精度非常高。在牛市和熊市时期，模型可以准确预测关键转折点，但存在一定的预测误差。我们的预测模型可以达到很好的预测效果。

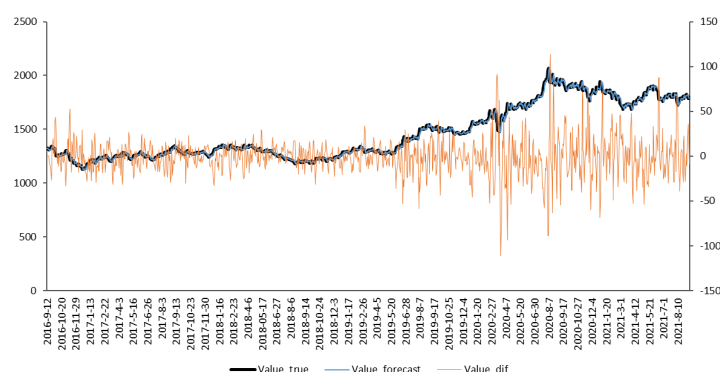


图9：预测金价、实际金价和两者之间差异的时间序列图。

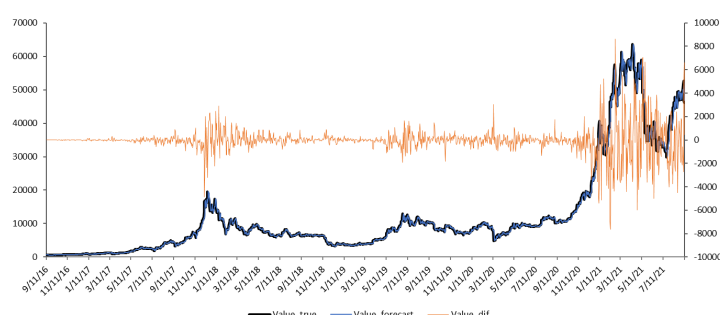


图10：预测比特币价格的时间序列图，实际比特币价格以及两者之间的差异。

## 4.2 根据市场情况选择交易日期

在这个例子中，由于在波动的资产交易过程中有1%-2%的交易佣金，频繁的交易会增加交易成本，我们认为市场交易者应该更谨慎地选择交易日。根据市场条件的不同，可分为趋势市场和冲击市场。趋势市场可以分为两种类型：牛市（趋势向上）和熊市（趋势向下）。当没有明显的价格上涨或价格下跌趋势时，即市场处于波动的市场时，考虑到交易成本的大小，交易者应该选择不进行交易。交易者只应在波动资产的价格有明显的上升或下降趋势时进行交易，即在牛市或熊市中。利用这种方法，我们可以避免在做出投资决策时，由于短期回报最大化而忽略交易成本而导致的长期交易成本高的问题。

### 4.2.1 均线多头排列方法

均线多头排列法是一种常用的可以有效判断市场状态的方法。我们用这种方法来判断价格走势，然后选择合适的交易日。

移动平均线多头排列法的原理是绘制不同周期的移动平均线，即MA5，MA10，MA60等。其中，以MA5为例，移动平均线表示最近5天价格的算术平均值。随着新交易日的出现，平均阵列逐日向前移动，将新交易日的价格添加到阵列中，并从之前的倒计时中移除第6个收盘价。我们对新的平均数组进行平均，最终形成移动平均线。当多个均线呈上升趋势，且周期越短，均线位置越高时，则认为震荡资产处于牛市；反之，当多个均线呈下降趋势，且周期越短，均线位置越低时，则认为震荡资产

### 4.2.2 建筑交易日选择模型

当用移动平均线的排列来判断时，交易者需要独立选择复盖较大范围的移动平均线。鉴于交易者更专注于短期收益，我们将移动平均线设置为在较短的日期范围内更密集。即：5th, 7th, 10th, 13th, 16th, 20th, 25th, 30th, 60th, 120th。

如果均线有一个完整的多头排列，即 $MA5 > MA7 > MA10 > MA13 > \dots > MA120$ ，并且10条均线的斜率均为正，则表明价格将大幅上涨并进入牛市。然而，考虑到完整的多头排列相对较少，我们假设当8条移动平均线的斜率为正时，市场将出现上涨的价格趋势。移动平均线空头排列相同。

### 4.2.3 结果分析

引入黄金和比特币的每日价格，牛市和熊市的判断结果如下：

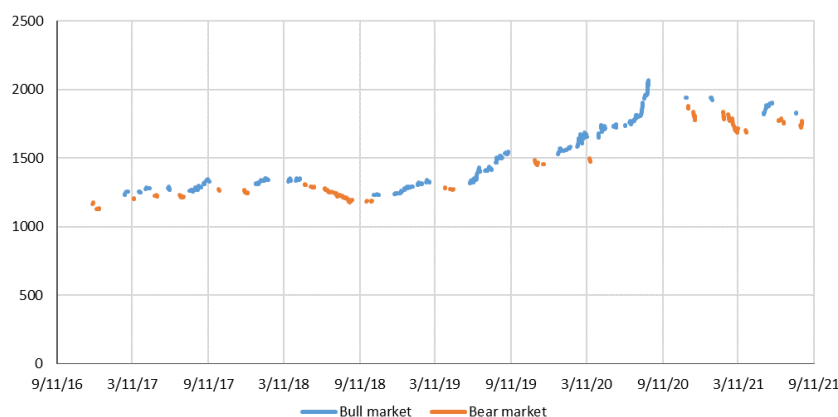


图11：黄金价格的牛市和熊市判断图。

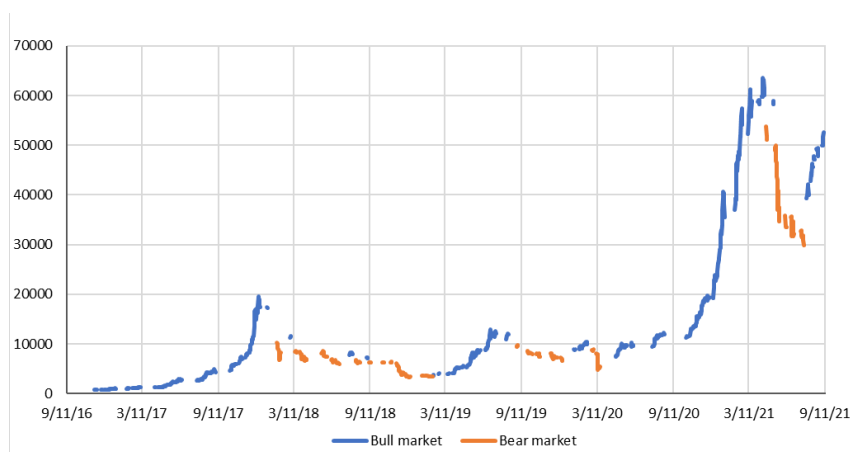


图12：比特币价格的牛市和熊市判断图。

图11和图12显示黄金和比特币的牛市和熊市分布不一致，即波动资产的买入和卖出节点不同。不连续性表明市场不呈现明显的买入和卖出机会，市场交易者不会有交易行为。根据结果，我们得到了描述黄金和比特币市场状态的指标： $M_t$ 和 $N_t$ 。

$$M_t = \begin{cases} 1 & \text{黄金市场处于牛市或熊市。 其他人。} \\ 0 & \end{cases}$$

$$N_t = \begin{cases} 1 & \text{比特币市场处于牛市或熊市。 其他人。} \\ 0 & \end{cases}$$

那么当 $M_t=0$ 时，我们的投资决策不应该进行黄金交易，同样当 $N_t=0$ 时，我们不应该进行比特币交易。

### 4.3 衡量投资组合的风险

为了做出最佳的投资决策，我们必须考虑我们的资产组合的风险。选择合适的方法来衡量投资组合风险是关键。考虑到使用方差和 $\beta$ 系数来衡量风险并不直观，只反映市场（或资产）的波动性，我们选择使用CVaR方法来衡量投资组合的风险，这是一种基于VaR的风险衡量

#### 4.3.1 有条件风险价值(CVaR)

VaR方法用于估计在给定置信水平下持有的资产的最坏损失状况，即最大损失值。由于VaR不能满足资产多样化中的次加性，并且尾部损失的测量不够充分，因此Uryasev和Rockafellar进一步提出了条件风险价值（CVaR）来克服这些缺陷。CVaR在损失超过给定VaR值的情况下测量投资组合的平均损失值，这可以改善交易者的直观印象，也符合交易者在进行交易时分配给资产的最坏情况预期。与此同时，它不仅满足了一致性风险测量的性质，而且具有良好的

性如凸性。在返回 $r$ 遵循正态分布的假设下，计算CVaR的公式如下：

$$CVaR = C(\alpha)\sigma(r) - E(r) = \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\phi^{-1}(\alpha)]^2}{2}\right\} \sigma(r) - E(r),$$

其中 $\alpha$ 是显着性水平， $E(r)$ 是 $r$ 的期望值， $\sigma$ 是 $r$ 的标准偏差。

## 4.4 寻找最佳投资策略

为了获得最优的投资策略，我们需要综合考虑资产组合的回报和风险。为了实现收益最大化和风险最小化的决策目标，我们建立了基于多目标NSGA-II算法的交易策略模型，并计算了每日资产组合的可行解决方案集。最终，我们考虑到市场交易者的风险规避，并利用下行半方差的限制来获得最终的每日交易策略。通过迭代一天一天的循环，我们最终得到了五年的日常事务。

### 4.4.1 优化Ob目标函数和约束的建立

由于交易者都是风险规避者的前提，交易者在做出战略决策时，追求利润最大化，其交易决策受到风险的限制。因此，我们设置了两个目标函数。

#### 1. 第一个目标函数：预期投资利润的最大值（ $i_t$ ）：

据了解， $t-1$ 日持有的资产配置为 $[x_{t-1}, y_{t-1}, z_{t-1}]$ ，黄金和比特币的价格分别为 $g_{t-1}, b_{t-1}$ 。而 $t$ 日持有的资产配置为 $[x_t, y_t, z_t]$ ，黄金和比特币的预测价格为 $G_t, B_t$ 。其中， $[x_t, y_t, z_t]$ 为优化参数。

因此，交易者的预期利润可以表示为：

$$g_{t-1})y_t + (B_t - b_{t-1})z_t.$$

#### 2. 第二个目标函数：最小投资风险（CVaR）：首先，我们将资产组合的权重向量定义为：

$$W_t = (w_{1,t}, w_{2,t}, w_{3,t})^T,$$

$$w_{1,t} = \frac{x_t}{x_t + y_t G_t + z_t B_t}, \quad w_{2,t} = \frac{y_t G_t}{x_t + y_t G_t + z_t B_t}, \quad w_{3,t} = \frac{z_t B_t}{x_t + y_t G_t + z_t B_t}.$$

接下来，我们将向量 $\mu_t$ 定义为：

$$\mu_t = (\mu_{1,t}, \mu_{2,t}, \mu_{3,t})^T,$$

$$\mu_{i,t} = \frac{r_{i,1} + r_{i,2} + \cdots + r_{i,t-1}}{t-1}.$$

的，我们定义矩阵 $C_t$ 为：

$$C_t = \begin{pmatrix} \sigma_{1,t}^2 & \sigma_{12,t}^2 & \sigma_{13,t}^2 \\ \sigma_{21,t}^2 & \sigma_{2,t}^2 & \sigma_{23,t}^2 \\ \sigma_{31,t}^2 & \sigma_{3,t}^2 & \sigma_{33,t}^2 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_{i,t}^2 = \frac{1}{t-2} \sum_{k=1}^{t-1} (r_{i,k} - \mu_i)^2, \quad \sigma_{ij,t}^2 = \sigma_i^2 \sigma_j^2 \rho_{ij}$$

上述公式中， $r_{i,t}$ 为资产*i*的实际回报率， $\sigma_{i,t}^2$ 为资产*i*回报率的方差， $\sigma_{ij,t}^2$ 为资产*i*回报率与资产*j*回报率的协方差。

因此，结合CVaR的定义，我们可以表达资产组合的CVaR:

$$CVaR = C(\alpha) \sqrt{W_t^T C_t W_t} - (W_t^T \mu_t),$$

$$C(\alpha) = \left( \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{ -\frac{[\phi^{-1}(\alpha)]^2}{2} \right\} \right).$$

### 3. Constraint functions:

特别是，在牛市和熊市判断模型中，我们得到了代表市场状态的数据 $M_t, N_t$ 。当黄金价格处于牛市或熊市时，我们选择交易黄金;否则，我们不交易黄金并保留我们的黄金持有量。比特币价格也是如此。具体表现如下:

$$\begin{cases} y_t = y_t, z_t = z_t & M_t = 1, N_t = 1 \\ y_t = y_t, z_t = z_{t-1} & M_t = 1, N_t = 0 \\ y_t = y_{t-1}, z_t = z_t & M_t = 0, N_t = 1 \\ y_t = y_{t-1}, z_t = z_{t-1} & M_t = 0, N_t = 0 \end{cases}.$$

与此同时，由于波动资产不存在卖空行为，因此要求资产配置中黄金和比特币的持仓量不低于0。此外，我们设定交易者只能用最初的\$1,000进行投资，并且不允许借款进行日常交易，即每次交易后持有的现金不低于0。因此，优化参数的约束如下:

$$\begin{cases} x_t = x_{t-1} - 1\%|y_t - y_{t-1}|G_t - 2\%|z_t - z_{t-1}|B_t - (y_t - y_{t-1})G_t - (z_t - z_{t-1})B_t \geq 0 \\ y_t \geq 0 \\ z_t \geq 0 \end{cases}.$$

### 4.4.2 NSGA-II算法原理

NSGA-II算法是一种具有精英保留策略的快速非支配多目标优化算法，是一种基于帕累托最优解的多目标优化算法。因为该算法可以实现多个目标，并且可以在两者中表现出色

解集分布的多样性和收敛性，我们选择该算法来解决问题。具体实现过程如下：

(1)随机生成个体的初始化种群，判断所有个体的层次排序，对未完成的个体进行非支配排序。

其中，支配关系是指帕累托支配关系：对于最小化多目标优化问题，对于n个目标分量 $f_i(x)$ ， $i=1,2,\dots,n$ ，任意给出两个决策变量 $X_a, X_b$ ，如果以下两个条件

$$1. \forall i \in 1, 2, \dots, n, \quad f_i(X_a) \leq f_i(X_b)$$

$$2. \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad s.t. \quad f_i(X_a) < f_i(X_b)$$

(2)对亲本群体进行选择、交叉、突变的遗传操作，将个体基因遗传重组为新个体，生成后代群体。

(3)结合亲本种群和子代种群生成新的种群，快速对新的种群进行非支配排序，计算非支配层上每个子代种群的拥挤距离，选择最佳个体组成新的亲本种群。其中，个体的拥挤距离越小，非支配个体越密集，个体的多样性越差。因此，它们被消除。

(4)算法由此进行迭代，当迭代次数达到预期设定时终止。

#### 4.4.3 建筑投资决策模型

根据目标函数和约束条件，我们首先使用NSGA-II算法实现多目标规划解，并获得可行的解集。随着预期回报的增加，风险条件值（CVaR）增加。为了进一步我们的最终决定，我们使用下行半方差限制来根据可行集做出最终决定。考虑到投资者认为实际收益高于平均收益的情况不能纳入投资风险，Markowitz提出了下行半方差的方法，在一定程度上解决了不同投资者偏好结构的问题。我们认为投资者对回报下降风险的接受程度有上限，但对回报上升风险的接受程度并无上限。因此，我们使用下行半方差模型来优化风险度量，以限制投资组合回报下降的风险，并根据模型获得最优投资组合。

因此，我们将可行解中相应的资产配置 $[x_t, y_t, z_t]$ 带入下行半方差模型，求解下行半方差 $V$ 。

$$V = W^T C^- W^T.$$

$$C^- = \begin{pmatrix} \sigma_{1,t}^{2-} & \sigma_{12,t}^{2-} & \sigma_{13,t}^{2-} \\ \sigma_{21,t}^{2-} & \sigma_{2,t}^{2-} & \sigma_{23,t}^{2-} \\ \sigma_{31,t}^{2-} & \sigma_{3,t}^{2-} & \sigma_{33,t}^{2-} \end{pmatrix}.$$

$$\sigma_{i,t}^{2-} = \begin{cases} (r_{i,t} - \mu_{i,t})^2 & (r_{i,t} - \mu_{i,t}) \leq 0 \\ 0 & (r_{i,t} - \mu_{i,t}) > 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{i,t}^{2+} = \begin{cases} (r_{i,t} - \mu_{i,t})^2 & (r_{i,t} - \mu_{i,t}) > 0 \\ 0 & (r_{i,t} - \mu_{i,t}) \leq 0 \end{cases}$$

$$\sigma_{ij,t}^{2-} = \frac{\sigma_{i,t}^{2-} \sigma_{j,t}^{2-} + \frac{\sigma_{i,t}^{2-} \sigma_{j,t}^{2+}}{2} + \frac{\sigma_{i,t}^{2+} \sigma_{j,t}^{2-}}{2}}{\sigma_{i,t}^2 \sigma_{j,t}^2} \sigma_{ij,t}$$

我们将求解出的下行半方差从最小到最大排序，将70%分位数设定为每日风险限额，并将风险限额下的资产组合作为最佳投资策略。也就是说，在约束风险上限的条件下，我们选择投资回报最大的资产配置，然后根据该解决方案进行下一个迭代循环解决。

#### 4.4.4 结果分析

图13描绘了基于我们模型的投资策略的每日黄金和比特币持有量（以美元计）。

我们可以看到，这一战略全面

考虑了比特币和黄金的特性，在比特币处于低位时选择大量买入，降低了黄金资产的比例。当比特币的下行风险增加时，选择持有大量黄金来对冲风险，当两种资产的风险都很高时，选择持有更多现金，从而在保持较大回报的同时降低风险。例如，在2020年至2021年的比特币牛市中，比特币资产所占的比重远大于黄金。在熊市中，黄金资产的比例将迅速增加以降低风险。该模型在2016-2021年期间给出的投资策略的累积回报率如图14所示。根据最终投资决定，五年后总资产将达到\$617,643.2，五年内平均年回报率将达到261.41%。其中，第二年的年收益率最大，为664.69%。

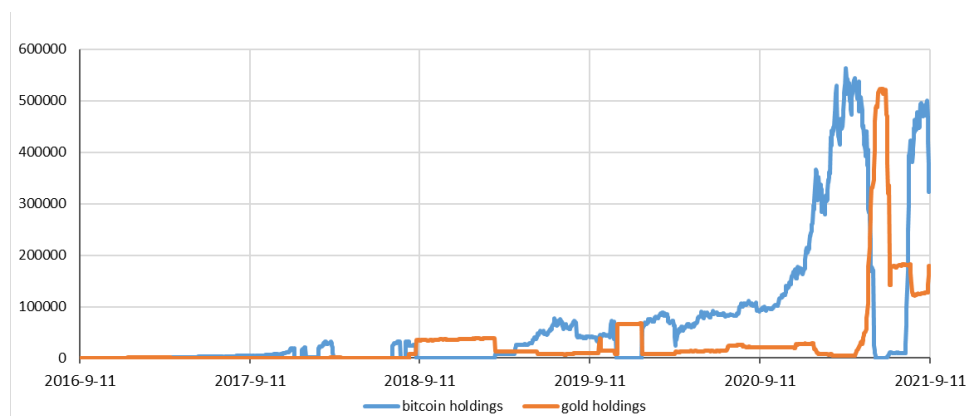


图13：黄金和比特币持有量的时间序列图（以美元衡量）。



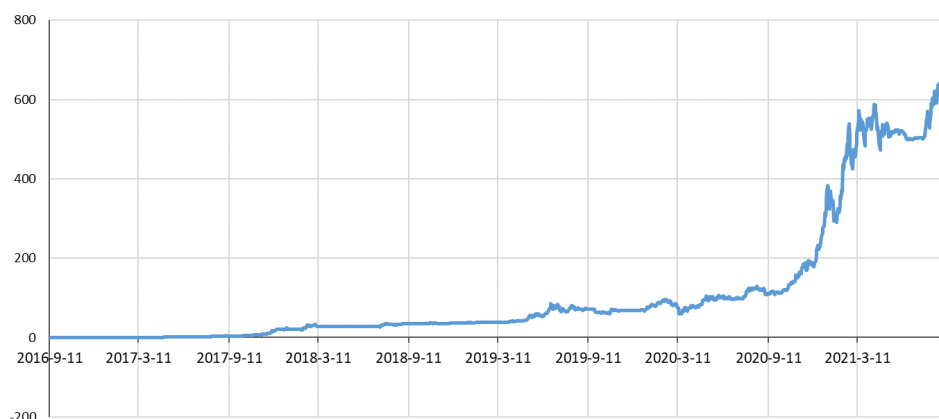


图14：2016年至2021年累积回报(%)的时间序列图

## 5 投资策略最优性测试

为了证明我们的模型提供的策略是最优策略，我们将从预测精度和策略有效性的角度对其进行分析 and 证明。

### 5.1 模型的预测精度测试

在预测精度方面，我们使用五个常用指标来评估ARIMA的预测结果，以分析波动资产价格的预测值与实际值之间的偏差。通过python计算的MSE，RMSE，MAE，MAPE和R2-score结果如下表2所示。

表2：预测误差评价指标结果。

Assets	MSE	RMSE	MAE	MAPE	R2-score
黄金比特币	395.8478	19.8959	13.6976	0.009	0.9486
	1205107.406	1097.7738	542.9281	0.0402	0.9486

黄金和比特币价格的预测结果显示，MAPE值均小于0.1，非常接近0%，表明该模型接近完美。R2-score值大于94%，接近1，反映了预测值的所有方差都可以用实际值来解释。这表明该模型能够准确预测市场价格波动较大的时刻，从而为我们做出后续投资策略提供了良好的前提。

### 5.2 投资策略的有效性测试

在投资策略的有效性方面，我们采用分析投资关键期的方法和应用随机干扰的方法进行测试和分析。

#### 5.2.1 分析投资的关键时期

首先，以2020年11月至2021年4月14日期间为例，比特币处于牛市，涨幅为360.2%。按照我们给出的投资策略，牛市前期买入黄金，持有上涨。在此期间，总投资回报率达到314.3%，盈利能力高，很好地掌握了

这个机会带来的盈利机会。

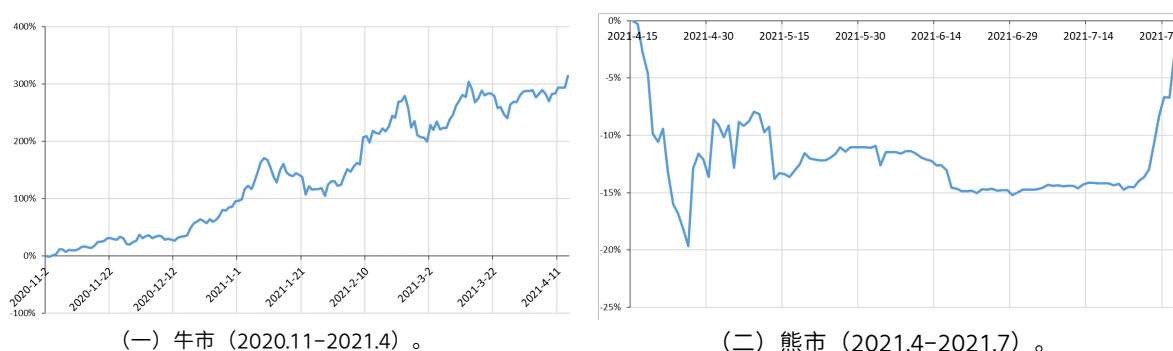


图15：牛市（2020.11-2021.4）和熊市（2021.4-2021.7）累积回报的时间序列图。

从2021年4月15日至2021年7月，比特币处于熊市，价格大幅下跌。我们可以准确预测熊市的到来，并快速做出出售比特币并持有更多黄金和现金的决定。因此，在此期间的总投资回报率一直保持在-3%。经过测试，我们的投资模式有能力顺利度过熊市时期，具有较高的抵御风险波动的能力，并能将资产损失保持在最低水平。

## 5.2.2 随机干扰方法

随机干扰法以我们的最优投资策略为基础，在五年内对每天的黄金、比特币和现金持有量应用随机干扰，产生M组新的模拟投资策略。然后，我们在五年总回报和每年的年度回报中，将M组投资策略与实际投资策略进行比较。随机扰动后的持仓量设置为黄金持仓量和比特币持仓量10%以内的随机数，根据扰动后的黄金持仓量和比特币持仓量确定现金持仓量。此外，有必要确保现金持有量>0。

$$\begin{cases} (1 - 10\%)y_t < y_t + \varepsilon_t < (1 + 10\%)y_t \\ (1 - 10\%)z_t < z_t + \varepsilon_t < (1 + 10\%)z_t \\ x_t = x_{t-1} - 1\%|y_t - y_{t-1}|G_t - 2\%|z_t - z_{t-1}|B_t - (y_t - y_{t-1})G_t - (z_t - z_{t-1})B_t \geq 0 \end{cases}.$$

从表3看，模拟投资年均回报率低于实际投资，5年内平均总回报率低20.96%。与此同时，只有7%的模拟投资策略的5年总回报高于我们给出的实际投资策略。结果表明，我们的投资模式在宏观经济环境不断变化、金融市场风险较高的五年期内具有良好的表现，特别是在市场跟踪能力、抗风险能力和盈利能力等方面。

## 6 投资模型的敏感性分析

考虑到2016年至2021年宏观经济环境的变化、资本市场的巨大波动以及随后美国交易法规的变化，我们

表3：新模拟投资回报率与实际投资回报率的比较。

	$I_{1st \text{ year}}$	$I_{2nd \text{ year}}$	$I_{3rd \text{ year}}$	$I_{4th \text{ year}}$	$I_{5th \text{ year}}$	$\bar{I}_{1-5 \text{ year}}$
实际投资	368.99%	664.69%	102.48%	55.60%	453.03%	261.41%
模拟投资	328.65%	610.85%	91.53%	49.61%	422.62%	240.45%

会对投资模型中的交易成本参数进行有针对性的敏感性分析，证明投资模型能够对随机的金融事件做出相应的调整，提供最优的投资策略。

## 6.1 市场风险分析

从美国资本市场的整体分析来看，2016年11月，特朗普当选未果，美元大涨，科技股和金融股逆转，美联储12月加息25个基点，这进一步推动了美元指数上涨。2017年底，税改法案获得通过，影响范围从债券市场逐步扩大到股市，从国际市场扩大到美国股市，从成长股扩大到价值股，标普500指数持续走高。2018年，在中美贸易摩擦、美国中期选举等因素的共同影响下，纳斯达克和标普都进入了"技术性熊市"。2019年，美国3个月和10年期国债收益率曲线倒挂，一度引发欧美市场恐慌，引发全球市场震荡。2020年，受COVID-19疫情和美国大选影响，投资者选择调整资产配置，偏好低风险资产。此外，2021年美国疫情的恶化将再次增加股市的风险。因此，全球金融经济环境、国内宏观政治、经济环境的变化，都会对股市产生较大的影响。然后，美国股市会选择改变交易成本，以缓解对股价走势的影响。

具体来说，从黄金市场的分析来看，随机的短线或多空博弈会造成金价的短期波动，而中线市场则是由地区冲突和地缘政治决定的，难以预测。从长远来看，美元呈现贬值趋势，继续推高金价。在比特币市场中，供求关系极大地影响了比特币的价格。需求的负价格弹性使得比特币的价格在高位时继续上涨，但也带来了巨大的价格下跌风险。

从整体上看，从2016年到2021年的五年间，国际和国内环境发生了许多变化，然后传导到股市，具体体现在交易成本上。当股票市场蓬勃发展时，交易成本往往会增加，因此检查投资模型对交易成本变化的敏感性非常重要。

## 6.2 灵敏度分析和鲁棒性测试

### 6.2.1 灵敏度分析

通过增加或减少交易成本的百分比，我们将比特币的交易成本调整为1%，2%和3%，黄金的交易成本分别为0.5%，1%和1.5%，

在不同的交易成本下再次运行投资模型。最后,分析了战略模型的结果和资产组合的变化范围. 结果示于表4。

表4：不同交易成本下的年投资回报率。 交易成本

	$\bar{I}_{1-5 \text{ year}}$					
$\alpha$ 比特币=1%, $\alpha$ 黄金=0.5%	371.92%	712.55%	97.77%	57.37%	442.04%	263.93%
$\alpha$ 比特币=1%, $\alpha$ 黄金=1%	370.39%	710.64%	97.85%	56.36%	442.61%	263.16%
$\alpha$ 比特币=1%, $\alpha$ 黄金=1.5%	368.86%	708.71%	97.92%	55.33%	443.20%	262.37%
$\alpha$ 比特币=2%, $\alpha$ 黄金=0.5%	370.52%	666.76%	102.37%	56.66%	452.31%	262.20%
$\alpha$ 比特币=2%, $\alpha$ 黄金=1%	368.99%	664.69%	102.48%	55.60%	453.03%	261.41%
$\alpha$ 比特币=2%, $\alpha$ 黄金=1.5%	367.46%	662.60%	102.59%	54.54%	453.77%	260.62%
$\alpha$ 比特币=3%, $\alpha$ 黄金=0.5%	369.12%	620.69%	107.59%	55.89%	463.51%	260.44%
$\alpha$ 比特币=3%, $\alpha$ 黄金=1%	367.59%	618.46%	107.73%	54.79%	464.40%	259.63%
$\alpha$ 比特币=3%, $\alpha$ 黄金=1.5%	367.46%	662.60%	102.59%	54.54%	453.76%	260.61%

显然, 当交易成本降低时, 年回报率增加, 投资模型的结果对比特币的交易成本更敏感。具体来说, 当比特币的交易成本保持不变时, 黄金的交易成本下降0.5%, 5年总回报率增加0.79%。当黄金的交易成本不变时, 比特币的交易成本下降1%, 总5年回报率增加1.75%。此外, 当交易成本上升时, 年回报率下降, 但其影响小于交易成本降低的影响。结果示于表5。

表5：不同交易成本下的实际投资模式表现排名。

交易成本	Rank
$\alpha$ 比特币=1%, $\alpha$ 黄金=1%	78
$\alpha$ 比特币=1%, $\alpha$ 黄金=0.5%	66
5% $\alpha$ 比特币=1%, $\alpha$ 黄金=1%	43
5% $\alpha$ 比特币=2%, $\alpha$ 黄金=0.5%	6
5% $\alpha$ 比特币=2%, $\alpha$ 黄金=1%	10
5% $\alpha$ 比特币=3%, $\alpha$ 黄金=0.5%	17
5% $\alpha$ 比特币=3%, $\alpha$ 黄金=1%	25
5% $\alpha$ 比特币=3%, $\alpha$ 黄金=1.5%	56

投资模型的表现排名均在前10%, 表明我们的模型在不同的交易成本下也表现出色, 值得信任。

### 6.2.2 Robustness Test

在改变交易成本后, 我们使用上面的随机干扰方法来测试模型的鲁棒性, 从而证明投资模型在交易成本参数的扰动下仍然可以提供相对有利可图的投 具体而言, 我们分别对8个模型应用1000个随机扰动, 得到实际模型和扰动后模型的年回报率和5年总回报率, 并给出扰动后实际投资策略在投资策略中的排名。

## 7 模型评估

### 7.1 Strengths

- 投资策略模型整合了经济学和金融学的知识，并模型的建立基于Markowitz的均值-方差理论和CVAR理论，具有很强的可靠性。此外，交易日判断模型基于均线多头排列方法，通过了充分的历史测试，可信度高。
- 投资策略模型适用对象广泛，可以调整根据交易者不同的抗风险能力相应的风险上限，从而提供有针对性和最优的投资策略。
- 根据最优投资策略测试和敏感性分析的结果模型，证明我们的模型能够适应不同的经济环境，并提供最佳的盈利投资策略，确保在同一时间将风险降至最低。

### 7.2 Weaknesses

- 由于CVAR模型的限制，投资策略基于as资产收益率服从正态分布的总和. 因此，其他分布类型的数据需要选择另一个模型以获得最优策略。由于数据有限，我们的投资策略模型仅在一组5年期资产价格数据上进行测试，模型的适用范围还有待确定。
- 计算项太多，比较繁琐，运行模型的速度有待提高。

# MEMORANDUM

To: traders

来自：模型开发团队

主题：投资策略模型简介日期：2022年2月22日

本备忘录从交易策略模型的建立、模型的鲁棒性、模型的敏感性、投资回报四个角度为您介绍我们的投资策略模型。

## 1. 交易策略模型的建立。

准确预测资产价格的未来走势是正确投资决策的基本前提，这是常识。我们使用时间序列分析中常用的ARIMA模型，根据已知的历史数据确定合理的模型参数，以预测第二天的价格。因为过于频繁的交易会增加交易成本，带来更大的投资风险，所以我们明确当前的市场状态，根据均线多头排列法判断当前是否进行交易。最后，我们建立了收益-CVAR双目标优化模型并通过NSGA-II算法获得了一系列可行的解决方案，然后通过组合资产组合下行半方差的上限来获得日交易策略。与此同时，我们的模型可以根据投资者的风险规避程度修改风险约束的上限，并获得与任何人的风险承受能力相匹配的最佳投资策略。

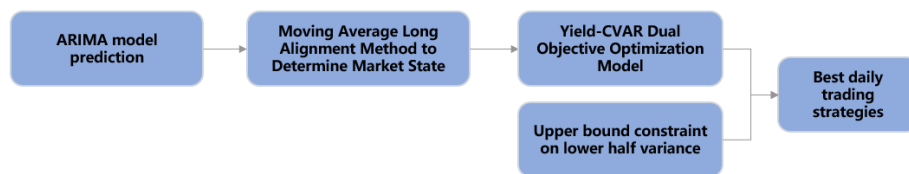


图16：交易策略模型的建立。

## 2. 模型的鲁棒性。

在预测偏差测试中，MAPE值都小于0.1，非常接近0。R2-score值均大于94%，接近1，表明该模型能够准确预测资产价格波动较大的关键时刻，从而为后续投资决策提供了良好的前提。

经过投资策略最优性测试，我们的投资模式可以在牛市前买入资产，持涨，准确把握获利机会。与此同时，该模型具有平稳度过熊市时期的能力，具有较高的抗风险波动能力，并能在熊市中将资产损失保持在最低水平。

此外，我们对给定的投资策略应用随机扰动，生成1000组新的模拟投资策略。回报比较显示，模拟投资的平均年回报率低于我们所提供的投资策略，而我们的投资策略的5年总回报率高于模拟投资策略的93%，足以证明我们的投资模式能为您提供相对有利可图的投资策略，同时将风险降至最低。

### 3. 模型灵敏度。

由于全球金融和经济环境、国内宏观政治和经济环境的变化都会对市场产生影响，因此波动的资产交易成本很可能会发生相应的变化。通过调整交易成本的参数设置，我们发现我们的投资模型对比特币的交易成本更敏感，并且该模型相对于交易成本的增加对交易成本的降低更敏感。与此同时，经过多次鲁棒性测试，我们的投资模型在不同的交易成本下也有很好的表现，超过了90%的模拟决策，值得信任。

### 4. 投资回报。

投资5年总回报率达到616.63%，平均年回报率为261.41%，最高年回报率为664.68%，这意味着我们的模式具有很强的盈利能力。最低年回报率为55.6%，这意味着该模型能够快速调整资产配置，具有较强的抗风险能力。

如果您需要更多信息，我们很乐意为您介绍更多有关投资策略模型的信息。

2016年至2018年，市场表现相对稳定，风险较小。我们看好比特币的上涨，选择持有估值相对较低的大量比特币并持有一定数量的黄金对冲风险，准确预测和把握比特币的上涨趋势。三年期回报率分别为368.99%、664.68%和102.48%。

2019-2021年市场表现震荡，牛市和熊市频频出现。2020年，我们准确把握比特币市场的机会，低价买入，实现55%的年回报率。2021年，我们将抓住机会减持比特币，在熊市来临之前买入黄金止盈。2021年收益率为453.03%，最终实现5年累计增长616.63%。

因此，我们的投资策略模型能够把握投资机会与交易量的合理关系，并具备止损止盈的能力，以有效规避风险为目的，推荐最适合您的抗风险能力的盈利

以上就是我们模型的全部内容。如果您需要更多信息，我们很乐意在下次会议上详细讨论我们的投资策略模型。

## References

- [1]王梦田。2021. 未来价格走势预测与量化交易研究  
基于机器学习的策略。
- [2]姚海翔&李俊伟&夏胜豪&陈淑敏。2021. 模糊交易决策  
基于Apriori算法和神经网络。
- [3]黄文兰。2020. 基于多目标Evo的投资组合优化研究
- [4]孟祥桓。2013. 基于风险组合投资模型的应用研究  
关于多目标编程。
- [5]张彦子。2012. 黄金市场投资组合优化的实证分析.
- [6]陈克彦。2004. 基于遗传的最优组合投资模型研究