

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ερώτημα α)

Δίνεται η συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(z) = (4 - 3.5 \cdot (z^{-1})) / (1 - 2.5 \cdot (z^{-1}) + z^{-2}), \quad |z| > 2$$

Η θεωρητική ανάλυση της συνάρτησης μεταφοράς είναι η εξής:

Βρίσκονται οι πόλοι λύνοντας την δευτεροβάθμια εξίσωση.

Σπάει ο αριθμητής και βρίσκονται οι συντελεστές του μέσω της μεθόδου χρήσης των A-B.

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{4 - 3.5z^{-1}}{1 - 2.5z^{-1} + z^{-2}}, \quad |z| > 2 \\ 1 - 2.5z^{-1} + z^{-2} &= 0 \\ \Delta &= (-2.5) \cdot (-2.5) - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 6.25 - 4 = 2.25 \\ \sqrt{\Delta} &= \sqrt{2.25} = 1.5 \\ p_{1,2} &= \frac{2.5 \pm \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{2.5 \pm 1.5}{2} \Rightarrow p_1 = 2 \\ &\quad p_2 = 0.5 \\ \frac{4 - 3.5z^{-1}}{1 - 2.5z^{-1} + z^{-2}} &= \frac{A}{1 - p_1 z^{-1}} + \frac{B}{1 - p_2 z^{-1}} = \frac{A}{1 - 2z^{-1}} + \frac{B}{1 - 0.5z^{-1}} \\ &= \frac{A(1 - 0.5z^{-1}) + B(1 - 2z^{-1})}{(1 - 2z^{-1})(1 - 0.5z^{-1})} (=) \\ A(1 - 0.5z^{-1}) + B(1 - 2z^{-1}) &= 4 - 3.5z^{-1} (=) \\ A - 0.5Az^{-1} + B - 2Bz^{-1} &= 4 - 3.5z^{-1} (=) \\ A + B - z^{-1}(0.5A + 2B) &= 4 - 3.5z^{-1} \\ \text{συνεπώς} \\ A + B &= 4 \Rightarrow A = 4 - B \\ 0.5A + 2B &= 3.5 \Rightarrow A + 4B = 7 \Rightarrow 4 - B + 4B = 7 \Rightarrow 3B = 3 \Rightarrow B = 1 \\ &\quad A = 3 \\ \text{όρα } H(z) &= \frac{3}{1 - 2z^{-1}} + \frac{1}{1 - 0.5z^{-1}} \end{aligned}$$

Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνονται μέσω του MATLAB.

```

roots =
    3
    1

poles =
    2.0000
    0.5000

k =
    0

- 3 - - 1 -
  2 - - 1 - 1
  z - 2 z - 1

```

Ερώτημα β)

Το σύστημα είναι αιτιατό για $|z| > 2$.

Για δεξιόπλευρο όρο ισχύει η ιδιότητα:

$$K_i Z / (Z - A_i) \Leftrightarrow K_i (A_i^n) * u(n)$$

Οπότε προκύπτει το αποτέλεσμα:

$$3 * (2^n) * u(n) + (0.5^n) u(n)$$

Το αποτέλεσμα επαληθεύεται μέσω MATLAB:

```

Hz =
    3*2^n + (1/2)^n

```