壹-定义

#施工中

> Quote
>
> 叙物理以数学之语，极乐之双厨狂喜者莫过于此！

对实际问题的分析请看下篇贰-实践

一.适用范围：

这个方法仅适用于宏观低速的二维平面。

二.定义

1.坐标系

采用最方便的笛卡尔坐标系，原点任取，但确定之后就不能随意改变了。

2.矢量与标量

矢量与标量的区分按照牛顿力学，向量一般采用坐标形式，设平面向量组成的集合为$\mathbb{V}$。

三.矢量

1.矢量

有大小有方向且符合矢量运算的均为矢量如

$$\vec{x},\vec{v},\vec{a},\vec{F}_n,\vec{f}\quad(\vec{\omega}\text{忽略方向，因为是三维的，一般做}|\vec{\omega}|\text{用})$$

一般采用坐标表示而非三角表示。

2.矢量函数

有时随着时间的变化，物理量会发生变化，所以不妨设函数$\vec{f}$来表示某一物理量随时间变换的函数，称为矢量函数即

$$\vec{f}(t):\mathbb{R}\to\mathbb{V}$$

这样我们就知道某一物理量随时间的变化是怎么变化的了，所有矢量都可以这么做例如$\vec{x}(t),\vec{a}(t),\vec{F}(t)$等。
对于矢量函数，我们可以采用参数方程和坐标表示两种方法，但很明显参数方程形式更方便运算

$$\boxed{\vec{f}(t)=\begin{cases}x=f_x(t)\\y=f_y(t)\end{cases}=(f_1(t),f_2(t))}$$

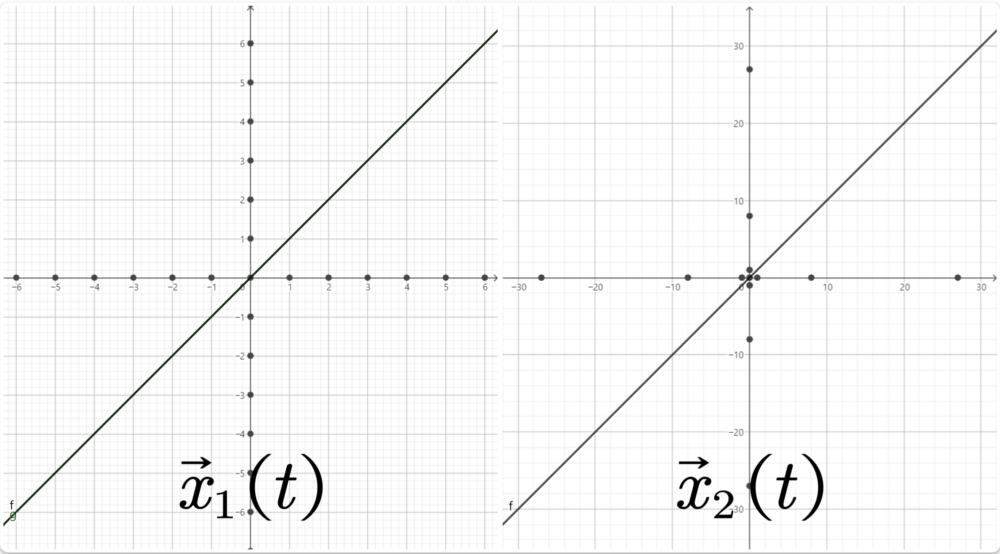
特殊的有把参数方程转换为二位解析式以方便几何直观：

$$\vec{f}(t)=\begin{cases}x=f_x(t)\\y=f_y(t)\end{cases}\rightarrow\ \vec{f}(x)=\begin{cases}x=x\\y=f_y(f_x^{-1}(x))\end{cases}$$

在这里，我们用分开表示x和y的参数方程有一个额外的好处，即在解析始终保留了运动的信息，而不仅仅是图像，例如以下两个$\vec{x}(t)$的解析式，虽图像一样，均是过原点的斜右上45°直线，但速度必然是不相同的，这是普通函数所不具有的

$$\vec{x}_1(t)=\begin{cases}x=t\\y=t\end{cases}\qquad\vec{x}_2(t)=\begin{cases}x=t^3\\y=t^3\end{cases}$$

为了体现这个特点，我们可以用$f_x(t)$与$f_y(t)$在x轴与y轴上对应点的变换描点来可视化，比如这两个便分别是：



可以看到速度确实隐含在了位移函数中了

3.求导与积分

对于矢量函数，类比函数求导与积分我们可以知道，将矢量函数求导与积分后的新函数应该是原函数参数方程形式的x与y的子方程f_x和f_y分别求导与积分组合而得的，所以便有

求导：

$$\boxed{\vec{f}'(t)=\begin{cases}x=f_x'(t)\\y=f_y'(t)\end{cases}}$$

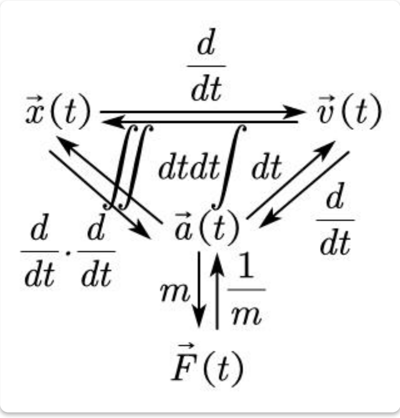
积分：

$$\boxed{\int\vec{f}'(t)\,dt=\begin{cases}x=\int f_x(t)\ \mathrm{d}t\\y=\int f_y(t)\ \mathrm{d}t\end{cases}}$$

四.力学关系

1.总关系

根据牛顿力学，我们有以下的关系图：



2.摩擦力

对于运动的摩擦力有$\vec{F}_f(t)$与$\vec{v}(t)$的关系如下（动摩擦因数为μ，且$\vec{F}_{静fmax}=\vec{F}_{滑f}$）

$$\vec{F}_f(t)=\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_n\ ,\ |\vec{v}|=0\\ -\frac{|\vec{F}_{滑f}|}{|\vec{v}|}\vec{v}=-\frac{\mu|\vec{F}_N|}{|\vec{v}|}\vec{v}\ ,\ |\vec{v}|=0\end{cases}$$

> ⚠ **警告** >
>
> 涉及速度的方程形式可能会导致较复杂的微分方程

[注]：这里的求和为矢量加法求和，求和的对象是除摩擦力本身外物体受到的所有力