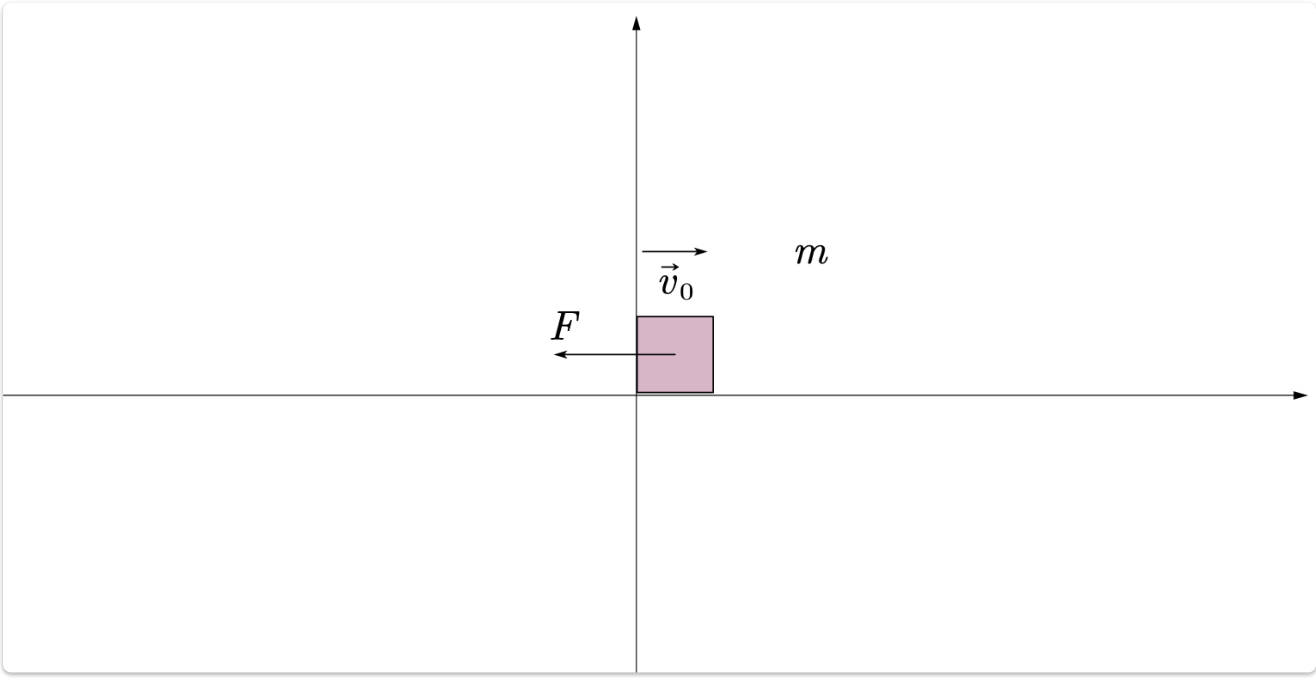
贰-实践

#施工中

前景知识详见上篇[壹-定义]
既然看起来很不错，那就不妨上手分析一下在宏观低速的牛顿世界里的表现如何吧

> ⚠ WARNING >
>
> 可能涉及到微分方程，目前能力不够，待我看完普林斯顿微积分的（

一.直线匀变速运动



现在我们分析如图所示情景，一小木块在水平向左的恒力$\vec{F}$作用下以水平向右的初速度$\vec{v}_0$做匀变速直线运动，质量为m。
让我们假设恒力$\vec{F}$大小为F，初速度$\vec{v}_0$大小为v_0，很容易就能得到$\vec{F}$与$\vec{v}_0$的坐标

$$\vec{F} = (-F, 0) \qquad \vec{v}_0 = (v_0, 0)$$

根据牛顿定律有$F = ma$，于是我们得到了加速度的矢量函数$\vec{a}(t)$表达式

$$\vec{a}(t) = \frac{F}{m} = \begin{cases} x = -F \\ y = 0 \end{cases}$$

根据速度与加速度的关系，我们很快就能得到速度的矢量函数了

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t)\ \mathrm{d}t = \int \begin{cases} x = -F \\ y = 0 \end{cases} \mathrm{d}t = \begin{cases} x = -Ft + C_{vx} \\ y = C_{vy} \end{cases}$$

接下来便要求出C_{vx}与C_{vy}的值了，将$\vec{v}(0)$即$\vec{v}_0$带入，很轻松就得到了$\vec{v}(t)$的解析式

$$C_{vx}=v_0, C_{vy}=0$$

$$\vec{v}(t)=\begin{cases}x=-Ft+v_0\\ y=0\end{cases}$$

同理，我们可以得到位移的矢量函数$\vec{x}(t)$解析式：

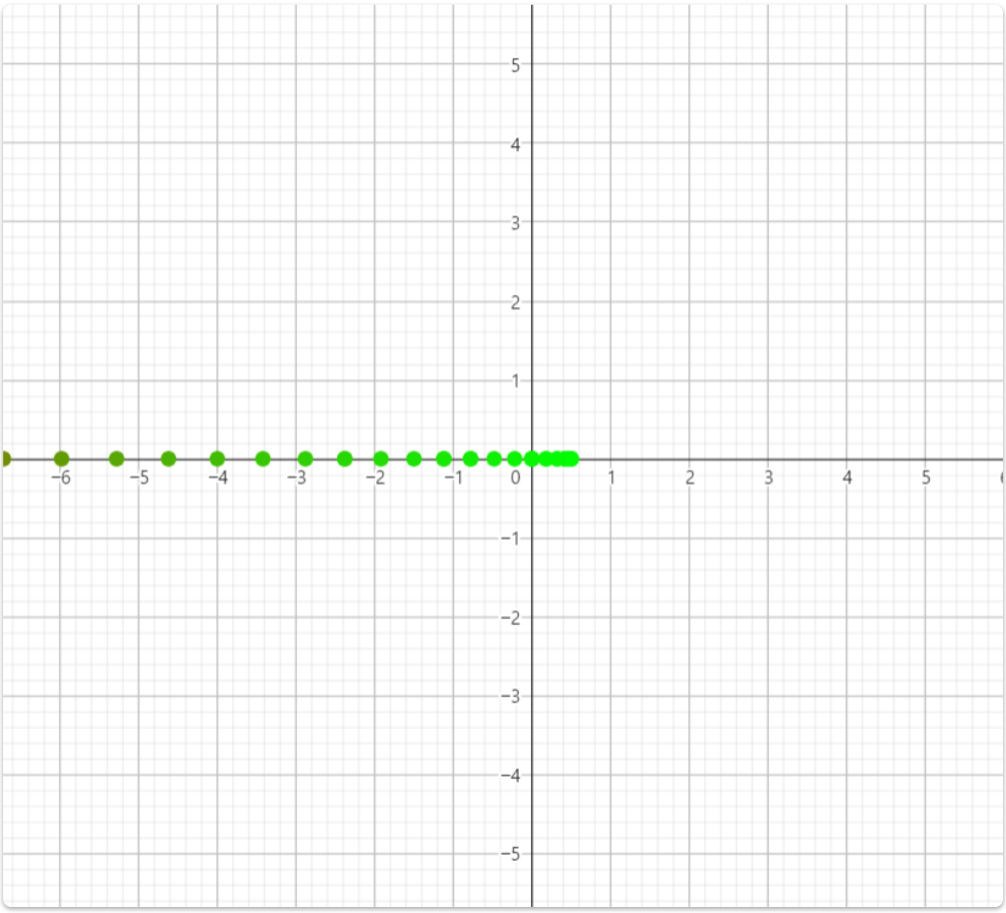
$$\vec{x}(t)=\int\vec{v}(t)\,\mathrm{d}t=\int\begin{cases}x=-Ft+v_0\\ y=0\end{cases}\mathrm{d}t=\begin{cases}x=-\dfrac{F}{2}t^2+v_0t+C_{xx}\\ y=C_{xy}\end{cases}$$

带入$\vec{x}_0=(0,0)$即得到$\vec{x}(t)$的表达式

$$C_{xx}=0, C_{xy}=0$$

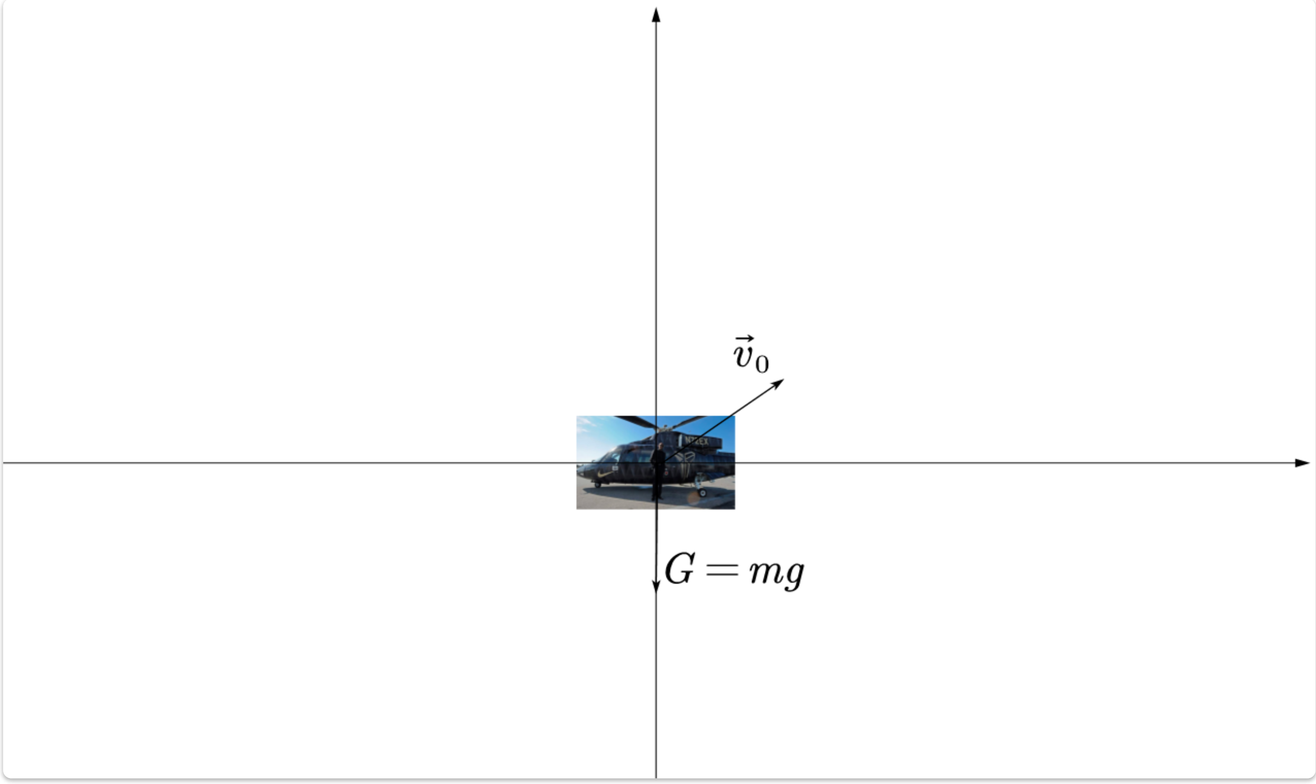
$$\vec{x}(t)=\begin{cases}x=-\dfrac{F}{2}t^2+v_0t\\ y=0\end{cases}$$

呼，终于整理完了，让我们来看一下图像怎么样吧



不错，干得漂亮，接下来让我们升级难度。

二.抛体运动



如果所示，~~牢大和他的直升机~~从原点出发，以初速度$\vec{v}_0$运动，全过程中收且仅受重力，那么牢大的~~坠机~~位移图像究竟是什么样的呢？
由于是抛体运动，为了确保我们研究的普适性，不妨设$\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$，由于其加速度明显等于重力加速度，于是很快列出加速度的矢量函数$\vec{a}(t)$

$$\vec{a}(t) = \begin{cases} x = 0 \\ y = -g \end{cases}$$

接着让我们一步步求出位移矢量函数$\vec{x}(t)$，先从速度矢量函数$\vec{v}(t)$开始

附件：

1.Kimichat给出的微分方程求解思路

> 微分方程求解思路-By KimiChat
>
> #微分方程 #KimiChat
> 求解最简单的微分方程通常指的是求解一阶微分方程，即方程中只包含一个变量的函数及其导数。这类微分方程的一般形式是：
>
> $$P(x)\frac{dy}{dx} + Q(x)y = G(x)$$
>
> 其中$P(x)$,$Q(x)$, 和$G(x)$是关于x的已知函数。根据$P(x)$和$Q(x)$是否为零，可以将这类方程分为可分离变量的微分方程和一阶线性微分方程。
>
> ## 可分离变量的微分方程

如果$P(x)$恒不为零，且$Q(x)$可以写成y的函数，即$Q(x)=f(x)y$，那么方程可以重写为：

$$\frac{1}{P(x)}dy+f(x)dx=G(x)dx$$

这时，可以通过分离变量的方法来求解。具体步骤如下：

1. 将所有包含y的项移到等式左边，所有包含x的项移到等式右边：

$$\frac{1}{P(x)}dy-G(x)dx=f(x)dx$$

2. 对两边积分：

$$\int\frac{1}{P(x)}dy=\int f(x)dx+\int G(x)dx$$

3. 解出y得到微分方程的通解：

$$\ln|y|=F(x)+C$$

其中$F(x)$是$\int f(x)dx$的积分，C是积分常数。然后通过对两边取指数得到y关于x的显式解。

一阶线性微分方程

如果$Q(x)$不是y的函数，而是常数或者x的函数，那么方程可以写成：

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)G(x)$$

这类方程可以通过求解积分因子来解决。具体步骤如下：

1. 求解积分因子$\mu(x)$：

$$\mu(x)=e^{\int P(x)dx}$$

2. 两边乘以积分因子：

$$\mu(x)\frac{dy}{dx}+\mu(x)P(x)y=\mu(x)Q(x)G(x)$$

3. 左边的表达式是$(\mu(x)y)'$，即$d(\mu(x)y)$，所以可以写成：

$$d(\mu(x)y)=\mu(x)Q(x)G(x)dx$$

4. 对两边积分：

$$\mu(x)y=\int\mu(x)Q(x)G(x)dx+C$$

其中C是积分常数。

5. 解出y得到微分方程的通解：

$$y = \frac{1}{\mu(x)}\left(\int \mu(x)Q(x)G(x)dx + C\right)$$

以上是求解一阶微分方程的基本思路和步骤。对于更高阶或者更复杂的微分方程，可能需要使用其他方法，如特征方程法、常系数法、变量变换法等。在实际问题中，根据微分方程的具体形式选择合适的方法是非常重要的。