

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

В.В. Бахтизин, Е.П. Фадеева

НАДЕЖНОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
для студентов специальности I-40 01 01
«Программное обеспечение информационных технологий»
дневной формы обучения

В 4-х частях

Часть 1

Минск 2006

УДК 004.41 (075.8)
ББК 32.973-018.2 я 73
Б30

Р е ц е н з е н т:
зав. кафедрой информатики
Минского государственного высшего радиотехнического колледжа,
доц., канд. техн. наук Ю.А. Скудняков

Бахтизин В.В.

Б30 Надежность вычислительных процессов: Лаб. практикум для студ. спец. I-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» дневн. формы обуч.: В 4 ч. Ч. 1/В.В. Бахтизин, Е.П. Фадеева. – Мн.: БГУИР, 2006. – 55 с.: ил.
ISBN 985-444-962-9 (ч. 1)

В первой части практикума приведены материалы для выполнения лабораторных работ №№1 –3. Сформулированы их цели, дана схема выполнения, в приложениях рассмотрены примеры. Приведены описание среды MathCad11 и примеры использования ее возможностей для решения задач надежности.

УДК 004.41 (075.8)
ББК 32.973-018.2 я 73

ISBN 985-444-962-9 (ч. 1)
ISBN 985-444-961-0

© Бахтизин В.В., Фадеева Е.П., 2006
© БГУИР, 2006

Содержание

1. Основные понятия входного языка системы MathCad11	4
1.1. Алфавит MathCad11	4
1.2. Числовые константы и переменные	4
1.3. Операторы	5
1.4. Функции встроенные и задаваемые пользователем	5
1.5. Математические выражения	6
1.6. Присваивание переменным значений	6
1.7. Ранжированные переменные и таблицы вывода	6
1.8. Понятие о массивах и матрицах	7
2. Редактирование	11
2.1. Формульный редактор	11
2.2. Текстовый редактор	12
3. Арифметические и логические операторы	13
3.1. Арифметические операторы	13
3.2. Операторы отношения (логические операторы)	14
3.3. Функция условных выражений if	14
3.4. Задание функций пользователя	15
3.5. Типовые статистические функции	15
4. Решение уравнений	16
4.1. Решение одного уравнения	16
4.2. Решение уравнений с параметром	17
4.3. Системы уравнений	17
4.4. Многократное решение уравнений	19
4.5. Приближенные решения	19
5. Символьная математика	20
6. Файлы данных	24
7. Графики	26
Задание №1	38
Задание №2	38
Задание №3	38
Приложение 1. Основные законы распределения НСВ	39
Приложение 2. Пример выполнения задания №1	41
Приложение 3. Пример выполнения задания №2	44
Приложение 4. Пример выполнения задания №3	47
Приложение 5. Математические функции	52
Приложение 6. Статистические функции	53
Литература	54

1. Основные понятия входного языка системы MathCAD11

Система MathCAD11 позволяет программировать решение многих задач из области математики, теории вероятности и надежности.

1.1. Алфавит MathCAD11

Алфавит системы MathCAD11 содержит:

- строчные и прописные латинские буквы;
- строчные и прописные греческие буквы;
- арабские цифры от 0 до 9;
- системные переменные;
- операторы;
- имена встроенных функций;
- спецзнаки;
- строчные и прописные буквы кириллицы (при работе с русифицированными документами).

К укрупненным элементам языка относятся типы данных, операторы, функции пользователя и управляющие структуры.

К типам данных относятся числовые константы, обычные и системные переменные, массивы (векторы и матрицы), данные файлового типа.

1.2. Числовые константы и переменные

Числовые константы задаются с помощью арабских цифр, десятичной точки (а не запятой) и знака - (минус). Например:

123 — целочисленная десятичная константа;

12.3 — десятичная константа с дробной частью;

$12.3 * 10^{-5}$ — десятичная константа с мантиссой (12.3) и порядком -5.

Знак умножения $*$ при выводе числа на экран меняется на привычную точку, а операция возведения в степень (с применением спецзнака $^$) отображается путем представления порядка в виде надстрочного элемента. Десятичные числа имеют основание 10. Диапазон их возможных значений лежит в пределах от 10^{-7} до 10^{307} (соответственно машинный нуль и машинная бесконечность).

Переменные являются поименованными объектами, имеющими некоторое значение, которое может изменяться по ходу выполнения программы. Тип переменной определяется ее значением; переменные могут быть числовыми, строковыми, символьными.

Идентификаторы в системе MathCAD11 могут иметь практически любую длину, и в них могут входить любые латинские и греческие буквы, а также цифры. Однако начинаться идентификатор может только с буквы. Кроме того, идентификатор не должен содержать пробелов. Некоторые спецсимволы (например, знак объединения $_$) могут входить в состав идентификаторов, другие (например, знаки операторов арифметических действий) — недопустимы. Нельзя использовать для идентификаторов буквы русского языка. Строчные и

прописные буквы в идентификаторах различаются. Идентификаторы должны быть уникальными, т.е. они не могут совпадать с именами встроенных или определенных пользователем функций.

В MathCAD11 содержится группа особых объектов, называемых системными переменными. В табл. 1.1 указаны эти объекты и их предопределенные значения.

Таблица 1.1

Системные переменные

Переменная = значение по умолчанию	Определение и использование
$P = 3.14159 \dots$	Пи. В численных расчетах MathCAD11 использует значение P с учётом 15 значащих цифр. В символьных вычислениях P сохраняет своё точное значение. Чтобы напечатать P , следует нажать [Ctrl]P.
$e = 2.71828 \dots$	Основание натурального логарифма. В численных расчетах MathCAD11 использует значение e с учётом 15 значащих цифр. В символьных вычислениях e сохраняет своё точное значение.
$A = 10^{307}$	Бесконечность. В численных расчетах это заданное большое число. В символьных вычислениях это бесконечность. Чтобы напечатать ∞ , следует нажать [Ctrl]Z.
$\% = 0.01$	Процент. Используется в выражениях подобных $10 * \%$ или как масштабирующий множитель в поле, отводимом для единиц размерности.
$TOL = 10^3$	Допускаемая погрешность для различных алгоритмов аппроксимации (интегрирования, решения уравнений, решения систем уравнений и т.д.).
$ORIGIN = 0$	Начало массива. Определяет индекс первого элемента массива.

1.3. Операторы

Операторы представляют собой элементы языка, с помощью которых создаются математические выражения. К ним, например, относятся символы арифметических операций, знаки вычисления сумм, произведений, производной, интеграла и т.д. После указания операндов (параметров операторов) операторы становятся исполняемыми по программе блоками.

1.4. Функции встроенные и задаваемые пользователем

MathCAD11 имеет множество встроенных функций, которые обладают особым свойством: в ответ на обращение к ним по имени с указанием аргумента (или списка аргументов) они возвращают некоторое значение — символьное, числовое, вектор или матрицу. В систему встроен ряд функций, например функция вычисления синуса $\sin(x)$, логарифма $\ln(x)$ и т.д. (прил. 5). Наряду со

встроенными функциями могут задаваться и функции пользователя, отсутствующие в библиотеке MathCAD11.

1.5. Математические выражения

Функции (наряду с операторами) могут входить в математические выражения. Например, в выражении:

$$Y := 2 * Ln(x) + 1$$

Y — переменная, 1 и 2 — числовые константы, * и + — операторы, $Ln(x)$ — встроенная функция с аргументом x .

При выполнении символьных операций переменные P и e используются только в символьном виде. Это значит, что их числовые значения не вычисляются при выводе результатов вычислений. К примеру, число $2 * P = 6.28...$ вводится как 2π , а не как приближенное численное значение.

1.6. Присваивание переменным значений

Обычные переменные отличаются от системных тем, что они должны быть предварительно определены пользователем, т.е. им необходимо хотя бы однажды присвоить значение. В качестве оператора присваивания используется знак “:=”, тогда как знак “=” отведен для вывода значения константы или переменной. Попытка использовать неопределенную переменную ведет к выводу сообщения об ошибке — переменная окрашивается в ярко-красный цвет. Существует также “жирный” знак равенства, который используется либо как признак неравенства в операциях сравнения, либо как оператор приближенного равенства (пункт меню Вид... /Панели инструментов.../ Математика... /Булевские...).

1.7. Ранжированные переменные и таблицы вывода

Ранжированные переменные — особый класс переменных, который заменяет управляющие структуры, называемые циклами (однако полноценной такая замена не является). Эти переменные имеют ряд фиксированных значений (либо целочисленных, либо в виде чисел), с определенным шагом меняющихся от начального значения до конечного.

Ранжированные переменные характеризуются именем и индексом каждого своего элемента. Для создания ранжированной переменной целочисленного типа используется выражение:

$$Name := Nbegin .. Nend ,$$

где $Name$ — имя переменной, $Nbegin$ — ее начальное значение, $Nend$ — конечное значение, “..” — символ, указывающий на изменение переменной в заданных пределах (он вводится знаком точки с запятой “;”). Если $Nbegin < Nend$, то шаг изменения переменной будет равен + 1, в противном случае -1

Для создания ранжированной переменной общего вида используется выражение:

$$Name := Nbegin, Nbegin + Step .. Nend,$$

где $Step$ — заданный шаг изменения переменной (он может быть положительным, если $Nbegin < Nend$ или отрицательным в противном случае).

Ранжированные переменные широко применяются для представления числовых значений функций в виде таблиц, а также для построения их графиков. Любое выражение с ранжированными переменными после знака равенства инициирует таблицу вывода. Несколько таких таблиц показаны на рис. 1.1.

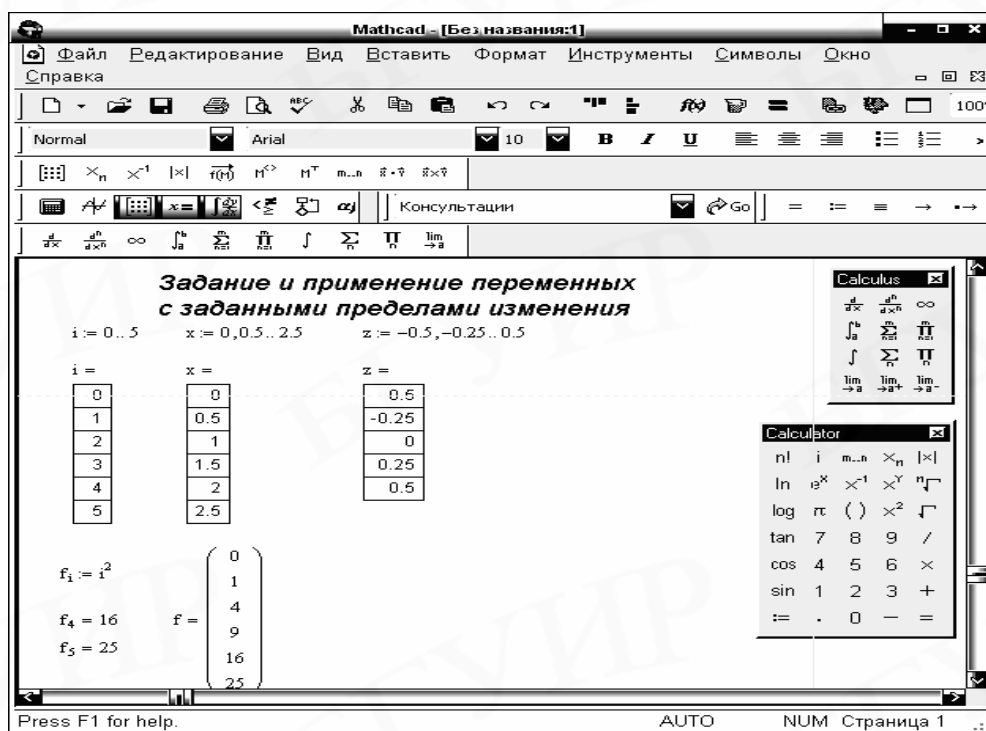


Рис. 1.1. Примеры типового применения ранжированных переменных

1.8. Понятие о массивах и матрицах

В системе MathCAD11 используются массивы двух наиболее распространенных типов: одномерные (векторы) и двумерные (матрицы).

Функции, определяемые пользователем, и массивы

Аргументы в определении функции могут быть скалярными переменными, векторами или матрицами. Функции могут также возвращать значения, которые являются скалярами, векторами или матрицами. Рис. 1.2 показывает некоторые примеры функций, имеющих аргументами массивы, и функций, которые возвращают массивы. Следует обратить внимание, что, если функция ожидает вектор или матрицу в качестве аргумента, она не будет работать для скалярного аргумента. В примере на рис. 1.2 попытка вычислить $extent(3)$ приведёт к сообщению об ошибке “требуется массив”.

Если функция возвращает в результате вектор или матрицу, следует использовать для извлечения отдельного элемента нижний индекс и операторы верхнего индекса. Например, в примере на рис. 1.2 можно найти:

$$\text{rotate}(0)_{1,0} = 0$$

$$\text{rotate}(0) \langle 1 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

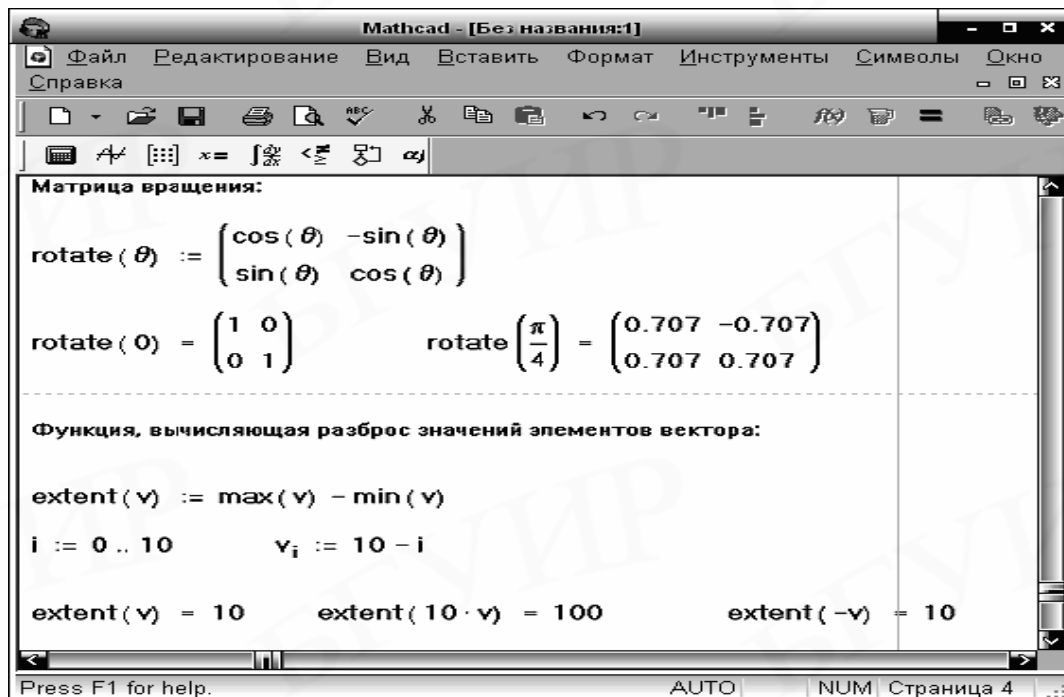


Рис. 1.2. Функции пользователя, связанные с векторами и матрицами

Индексация элементов массивов

Порядковый номер элемента, который является его адресом, называется индексом. Нижняя граница индексации задается значением системной переменной ORIGIN.

Имя массива увязывается с именами индексированных переменных, значениями которых являются элементы массива. Для этого достаточно в виде подстрочного индекса указать индекс элемента. Например: M_j .

Матрицы

Матрица может рассматриваться как совокупность ряда векторов одинаковой длины, например:

$$M := \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & a+b & b \end{pmatrix}$$

Элементы матриц являются индексированными переменными, но в этом случае для каждой индексированной переменной указываются два индекса: один — для номера строки, другой — для номера столбца. Например, для указанной матрицы M средний элемент обозначается как $M_{1,1}$, а последний как $M_{2,2}$ (в случае равенства системной переменной ORIGIN=0).

Для задания векторов и матриц можно воспользоваться операцией Матрицы... в меню Математика... основного меню, введя пиктограмму с изображением шаблона матрицы. Это вызывает вначале появление диалогового окна, в ко-

тором надо указать размерность матрицы, т. е. количество ее строк m и столбцов n . Для векторов один из этих параметров должен быть равен 1. При $m=1$ получим вектор-столбец, а при $n=1$ — вектор-строку. Матрица является двумерным массивом с числом элементов $M \times N$.

Нижние индексы и верхние индексы

Можно обращаться к отдельным элементам массива, используя нижние индексы. Можно также обращаться к отдельному столбцу массива, используя верхний индекс. Чтобы напечатать нижний индекс, следует использовать клавишу левой скобки [и поместить в поле целое число или пару целых чисел. Чтобы вставить оператор верхнего индекса, следует нажать [Ctrl]6 и поместить в поле целое число.

Вектор и элементы матрицы обычно нумеруются, начиная с нулевой строки и нулевого столбца. Чтобы изменить этот порядок, следует изменить как была сказано выше значение встроенной переменной ORIGIN.

Нижние индексы и элементы вектора

Чтобы увидеть нулевой элемент вектора V , следует напечатать $v[0=$

$$v_0 = 2 \blacksquare$$

Можно также определять отдельные элементы вектора, используя нижний индекс, например, чтобы заменить значение на 6, следует напечатать $v[2:6$

$$v_2 := 6$$

Нижние индексы и элементы матрицы

Чтобы просмотреть или определить элемент матрицы, необходимо использовать два нижних индекса, отделяемые запятой. Таким образом, чтобы обратиться к элементу в i -той строке и j -том столбце матрицы M , следует напечатать:

$$M[i,j]$$

Нижние индексы, подобно делению и возведению в степень удерживают ввод. Чтобы ни печаталось после [, всё остается в нижнем индексе, пока не будет нажата клавиша [Space], чтобы выйти оттуда.

Если нужно что-то добавить в выражение, следует нажать клавишу [Space], чтобы заключить все имя элемента матрицы, $M_{i,j}$, в выделяющую рамку.

На рис. 1.3 показаны некоторые примеры того, как определяются отдельные элементы матрицы и как они просматриваются. Можно также определять элементы вектора или матрицы формулой типа $v_i := i$, где i — дискретный аргумент.

Верхние индексы и столбцы матрицы

Чтобы обратиться ко всему столбцу массива, следует нажать [Ctrl]6 и поместить номер столбца в появившееся поле. На рис. 1.4 показано, как присвоить вектору V значение третьего столбца матрицы M .

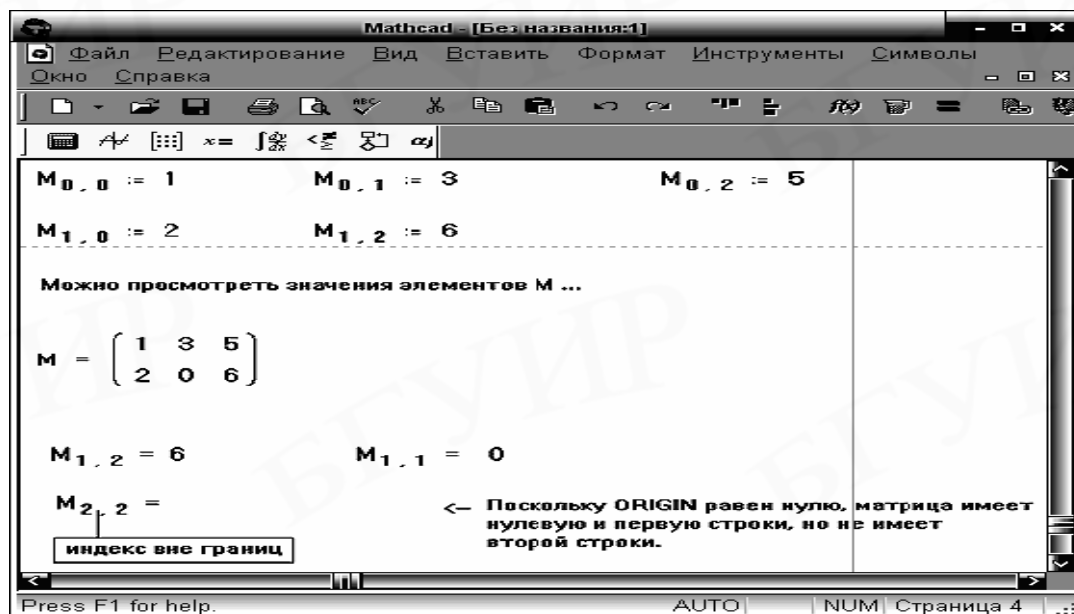


Рис. 1.3. Определение и просмотр элементов матрицы

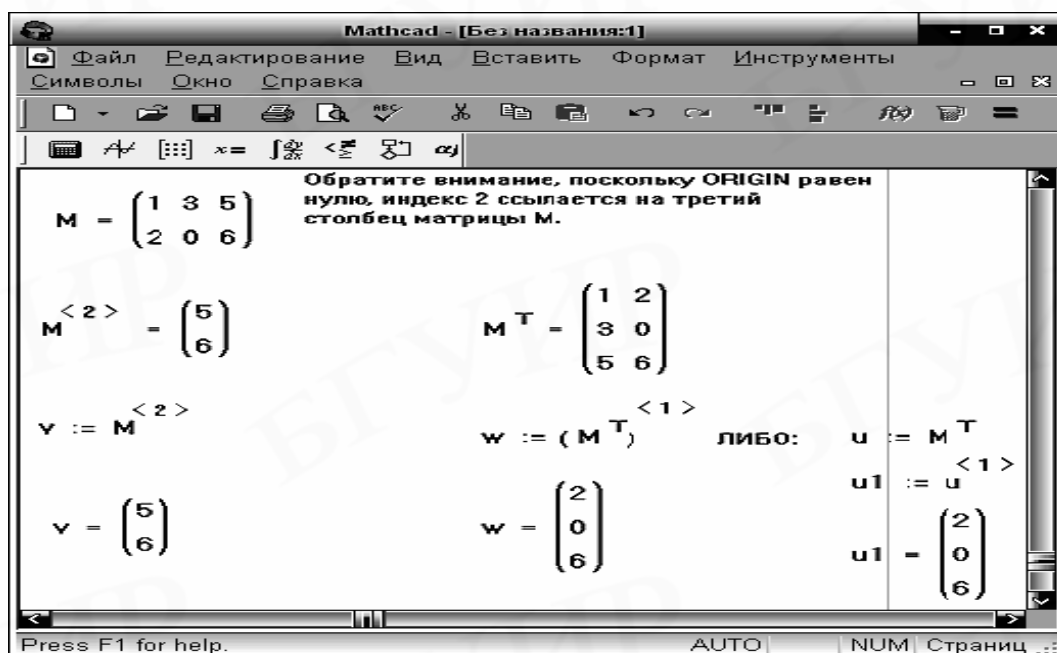


Рис. 1.4. Использование оператора верхнего индекса для извлечения столбца из матрицы

Изменение значения системной переменной ORIGIN

По умолчанию массивы MathCAD11 нумеруются с нулевого элемента. Чтобы изменить этот порядок, следует заменить значение встроенной переменной ORIGIN.

Предположим, что требуется, чтобы все массивы начинались с первого элемента. Заменить значение ORIGIN во всем документе можно двумя способами (рис. 1.5):

- Выбрав команду Встроенные переменные... из меню Математика... и заменив значение ORIGIN.

- Введя глобальное определение для ORIGIN в любом месте рабочего документа. Например, чтобы установить значение ORIGIN равное 1, следует напечатать: ORIGIN ~ 1.

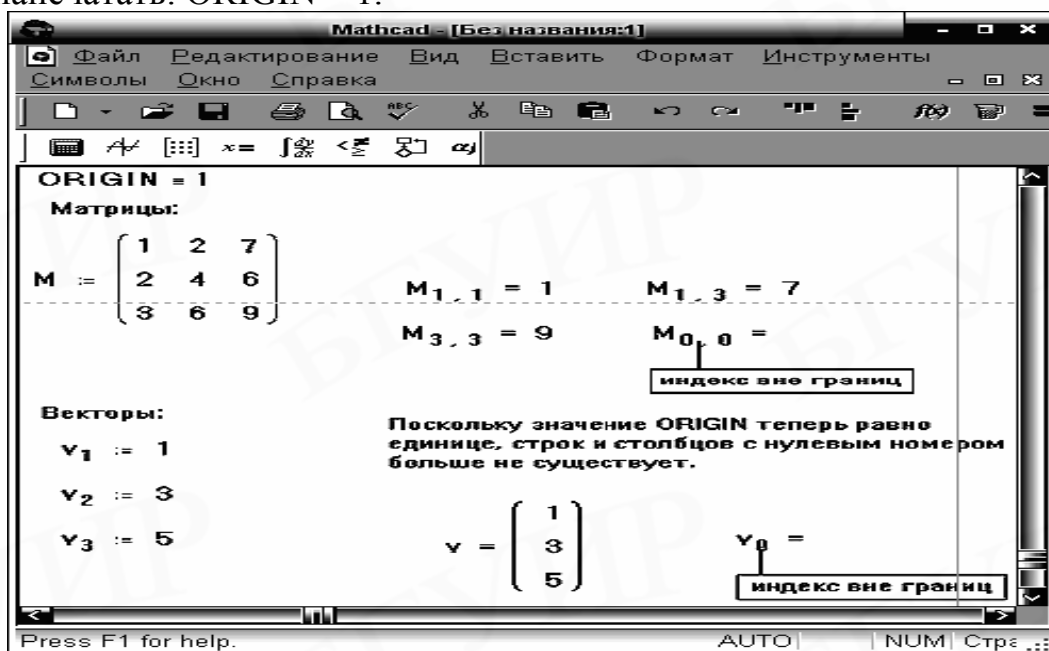


Рис. 1.5. Массивы, нумерующиеся с первого элемента

2. Редактирование

Система MathCAD11 интегрирует три редактора: формульный, текстовый и графический.

2.1. Формульный редактор

Для запуска формульного редактора достаточно установить курсор мыши в любом свободном месте окна редактирования и щелкнуть левой клавишей мыши. Появится курсор в виде маленького крестика. Его можно перемещать клавишами перемещения курсора.

При перемещении по документу курсор может принимать одну из трех приведенных ниже форм:

+ — крестообразный курсор (визир) служит для указания места для новых блоков (текстовых, формульных или графических). Курсор имеет такой вид только вне пространства блоков, т. е. на пустом месте экрана;

| - курсор в виде вертикальной черты (маркер ввода) служит для указания на отдельные элементы блоков, он обычно используется для ввода данных и заполнения шаблонов. В текстовых блоках используется для указания места вставки или удаления отдельных символов;

[или] — курсор в виде синих уголков разного размера, выделяющих отдельные части выражения или выражение целиком Вид курсора зависит от направления ввода Нажатие клавиши Ins или клавиш <— и —> перемещения курсора меняет направление ввода.

Следует заметить, что математические выражения в MachCad11 не столько набираются, сколько конструируются. При этом учитывается определенная структура выражений и иерархия выполняемых операций. Конструирование выражений облегчается средствами выделения отдельных фрагментов выраже-

ний. Полезно помнить, что все, что попадает в ходе выделения в уголки курсора, оказывается операндом для следующего вводимого оператора. Операторы возведения в степень, извлечения корня и деления являются "цепкими" операторами. После их ввода все, что набирается следом, становится показателем степени, подкоренным выражением или знаменателем. Для прекращения этого обычно приходится дважды нажимать клавишу [Space].

Наборные панели и шаблоны

Подготовка вычислительных блоков облегчается благодаря выводу шаблона при задании того или иного оператора.

Например, требуется вычислить определенный интеграл. Для этого вначале надо вывести панель операторов математического анализа; ее пиктограмма в строке инструментов имеет знаки интеграла и производной. Затем следует установить визир в то место экрана, куда выводится шаблон, и на панели сделать активной пиктограмму с изображением знака определенного интеграла:



В составе сложных шаблонов часто встречаются шаблоны для ввода отдельных данных. Они имеют вид небольших черных квадратиков. В шаблоне интеграла их четыре: для ввода верхнего и нижнего пределов интегрирования, для задания подынтегральной функции и для указания имени переменной, по которой идет интегрирование. Для ввода данных можно указать курсором мыши на нужный шаблон данных и, щелкнув левой ее клавишей для фиксации места ввода, ввести данные.

При выполнении сложных вычислений работа системы может быть долгой. Чтобы прервать ее, следует нажать клавишу [Esc]. MathCAD11 выведет надпись о прерывании вычислений и небольшое окно с двумя командами: Ok — подтвердить прерывание и Cancel — отменить прерывание. После прерывания можно возобновить работу, нажав клавишу [F9] или сделав активной пиктограмму с изображением жирного знака равенства.

2.2. Текстовый редактор

Текстовый редактор позволяет задавать текстовые комментарии. Они делают документ с формулами и графиками более понятным. В простейшем случае для открытия текстового редактора достаточно ввести символ " (одиночная кавычка) и в появившемся прямоугольнике начать вводить текст. В текстовом блоке визир имеет вид красной вертикальной черты. Текст редактируется общепринятыми средствами: перемещением места ввода клавишами управления курсором, установкой режимов вставки и замещения символов (клавиша [Insert]), стиранием (клавиши [Del] и [Backspace]), выделением, копированием в буфер обмена, вставкой из буфера и т. д.

3. Арифметические и логические операторы

3.1. Арифметические операторы

Арифметические операторы предназначены для выполнения арифметических действий над численными величинами и конструирования математических выражений. В табл. 3.1 представлены арифметические операторы (приводится их форма ввода, последовательность нажатия клавиш для ввода и условное наименование операндов X и Y).

Таблица 3.1

Арифметические операторы

Оператор	Клавиши	Назначение оператора
$X:=Y$	$X : Y$	Локальное присваивание X значения Y
$X \equiv Y$	$X \sim Y$	Глобальное присваивание X значения Y
$X=$	$X \text{ Ctrl} =$	Вывод значения X
$-X$	$-X$	Смена знака X
$X + Y$	$X + Y$	Суммирование X с Y
$X - Y$	$X - Y$	Вычитание из X значения Y
$X \cdot Y$	$X * Y$	Умножение X на Y
X/Y	X/Y	Деление X на Y
X^Y	X^Y	Возведение X в степень Y
\sqrt{X}	$X \backslash$	Вычисление квадратного корня из X
$X!$	$X!$	Вычисление факториала
$ Z $	$ Z $	Вычисление модуля комплексного Z
(\bullet)	$'$	Ввод пары круглых скобок с шаблоном
$($	$($	Ввод открывающей скобки
$)$	$)$	Ввод закрывающей скобки

Расширенные арифметические операторы

Система MathCAD11 содержит ряд расширенных арифметических операторов:

вычисления суммы (\$) и произведения (#) ряда, вычисление производной (?) и определенного интеграла (&). В скобках даны символы, ввод которых задает вывод шаблона соответствующей операции. Шаблон содержит места, подлежащие заполнению числовыми или символьными значениями. Разумеется, для вызова шаблона можно использовать и соответствующую панель набора математических спецсимволов.

3.2. Операторы отношения (логические операторы)

Ряд операторов предназначен для сравнения двух величин. Они называются операторами отношения или логическими операторами (табл. 3.2).

Логические операторы

Оператор	Клавиши	Наименование операции
$X > Y$	$X > Y$	X больше Y
$X < Y$	$X < Y$	X меньше Y
$X \geq Y$	X Ctrl) Y	X больше или равно Y
$X \leq Y$	X Ctrl (Y	X меньше или равно Y
$X \neq Y$	X Ctrl # Y	X не равно Y
$X = Y$	X Ctrl = Y	X равно Y

Следует различать оператор сравнения (знак равенства) и похожий знак вывода значений переменных. В системе MathCAD11 знак равенства как оператор отношения имеет больший размер и более жирное написание, чем обычный знак равенства — оператор вывода. Все операторы отношения могут вводиться самостоятельно в место расположения курсора. В этом случае по обе стороны от них появляются маленькие темные прямоугольники. Они являются шаблонами для указания подлежащих сравнению выражений. Например, если ввести знак "меньше", то на экране дисплея появится блок вида $\bullet < \bullet$. Знак вывода при этом будет появляться с сообщением об ошибке — *Missing operand* (пропущенный операнд)

Необходимо отметить, что выражения с логическими операторами возвращают логическое значение, соответствующее выполнению или невыполнению условия, заданного оператором. Эти значения в системе MathCAD11 являются логической единицей (1), если условие выполнено, и логическим нулем (0), если оно не выполнено. Математически значения логической единицы и нуля совпадают со значениями числовых констант 1 и 0.

3.3. Функция условных выражений if

Широкие возможности дает функция *if* для создания условных выражений:

if (Условие, Выражение 1, Выражение 2)

Если в этой функции условие выполняется, то будет вычисляться выражение 1, в противном случае — выражение 2.

Пример:

if ($a > b$, ($max := a$), ($max := b$))

Если $a > b$, то переменная *max* получает значение, равное *a*. В противном случае, значение равно *b*.

3.4. Задание функций пользователя

Функции пользователя вводятся с применением следующего выражения:

Имя_функции (Список_параметров) := Выражение

Имя функции задается как любой идентификатор, например имя переменной. В скобках указывается список параметров функции, это перечень исполь-

зуемых в выражении переменных, разделяемых запятыми. Выражение — любое выражение, содержащее доступные системе операторы и функции с операндами и аргументами, указанными в списке параметров.

Примеры задания функций одной и двух переменных:

$$\begin{aligned} fun(x) &:= x-1 \\ fun1(x, y) &:= x+y \end{aligned}$$

3.5. Типовые статистические функции

Существует ряд статистических функций для скалярного аргумента. Некоторые из них представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Типовые статистические функции

Функция	Действие
erf(x)	Функция ошибок (или интеграл вероятности)
rnd(x)	Функция генерации случайных чисел
corr(VX,VY)	Коэффициент корреляции двух векторов — VX и VY
cvar(X,Y)	Коэффициент ковариации X и Y

Функция *rnd(x)* при каждом обращении к ней возвращает случайное число с равномерным распределением на отрезке $[0, x]$.

В табл. 3.4 представлена группа функций для вычисления основных статистических параметров одномерного массива данных — вектора.

Таблица 3.4

Функции для вычисления статистических параметров вектора

Функция	Действие
mean(V)	Возвращает среднее значение элементов вектора V
var(V)	Возвращает дисперсию (вариацию) для элементов вектора V
side(V)	Возвращает среднеквадратичную погрешность, т. е. квадратный корень из дисперсии
stdev(V)	Задаёт стандартное отклонение элементов вектора V
hist(int,V)	Возвращает вектор частот попадания исходных данных V в заданные интервалы Int (служит для построения гистограмм)

В функции *hist(Int,V)* вектор *Int* должен содержать значения границ интервалов, для которых подсчитывается число попаданий данных из вектора *V*. Если строится гистограмма для N интервалов, то вектор *Int* должен содержать N+1 элементов. Функция возвращает вектор из N элементов, числовые значения которых можно использовать для графического построения гистограмм.

Пример: (следует предварительно задать значения массива M)

$$Interval:=1..5$$

$$Stat:=hist(Interval, M)$$

В прил. 6 представлены функции для вычисления плотности вероятности распределения, вероятности распределения и создания m-векторов основных законов распределения непрерывной случайной величины (НСВ), используемых в задачах надежности.

4. Решение уравнений

4.1. Решение одного уравнения

Для решения уравнения с одним неизвестным используется функция *root*. Аргументами этой функции являются выражение, переменная, входящая в выражение, и интервал, в котором ищется корень. Функция возвращает значение переменной, которое обращает выражение в нуль (рис. 4.1):

$$root(f(var1), x, [a, b]),$$

$f(var1)$ – это либо функция, определенная в рабочем документе, или выражение, обращенное в нуль. Выражение должно возвращать скалярное значение;

x – имя переменной, которое используется в выражении. Это та переменная, варьируя которую MathCAD11 будет пытаться обратить выражение в нуль;

$[a, b]$ – интервал поиска корня; a и b должны быть действительными числами, $a < b$. Они являются необязательными параметрами.

Если интервал $[a, b]$ не указан, то необходимо переменной x присвоить некоторое начальное значение до начала использования функции *root*.

MathCAD11 в функции *root* использует для поиска корня метод секущей. Значение a используется как начальное приближение при поиске корня (если иное не указано). Когда значение $f(var1)$ при очередном приближении становится меньше значения встроенной переменной TOL (по умолчанию 0.001), корень считается найденным, и функция возвращает результат. Можно изменить точность, с которой функция *root* ищет корень, изменив значение встроенной переменной TOL. Например, присвоив $TOL:=0.1$.

Если функция *root* не сходится:

- Уравнение не имеет корней;
- Корни уравнения находятся вне интервала поиска, либо далеко от начального приближения;
- Выражение имеет разрывы между начальным приближением и корнями;
- Выражение имеет локальные максимумы или минимумы между начальным приближением и корнями.

Чтобы установить причину ошибки, следует исследовать график функции $f(x)$. Он поможет выяснить наличие корней уравнения $f(x)=0$ и, если они есть, то определить приблизительно их значения.

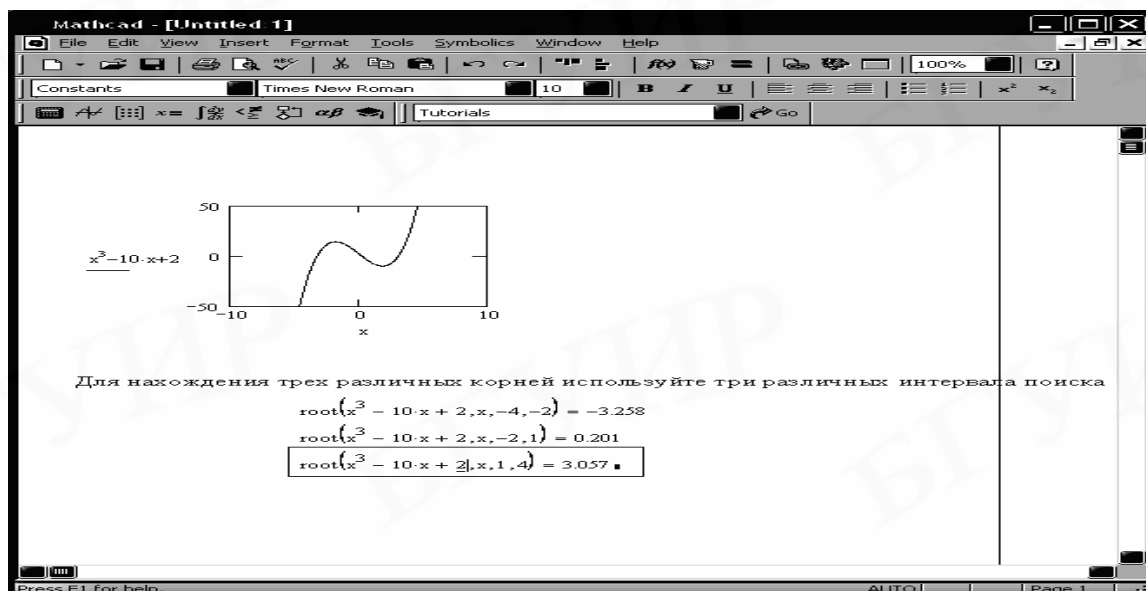


Рис. 4.1. Использование графика и функции *root* для поиска корней уравнения

4.2. Решение уравнений с параметром

Предположим, что нужно решать уравнение многократно при изменении одного из параметров этого уравнения. Например, пусть требуется решить уравнение: $e^x := a \cdot x^2$ для нескольких различных значений параметра a . Самый простой способ состоит в определении функции $f(a, x) := \text{root}(e^x - a \cdot x^2, x)$

Чтобы решить уравнение для конкретного значения параметра a , нужно присвоить значение параметру a и начальное значение переменной x как аргументу этой функции, затем найти искомое значение корня, вводя выражение $f(a, x) =$.

4.3. Системы уравнений

Для решения системы уравнений необходимо выполнить следующее:

- задать начальные приближения для всех неизвестных, входящих в систему уравнений;
- напечатать ключевое слово *Given*. Оно указывает MathCAD11, что далее следует система уравнений. При печатании слова *Given* можно использовать любой шрифт, строчные и прописные буквы;
- ввести уравнения и неравенства в любом порядке ниже ключевого слова *Given*. Удостовериться, что между левыми и правыми частями уравнений стоит символ "=" ("жирный" знак равенства; для его печати необходимо использовать [Ctrl] =). Между левыми и правыми частями неравенств может стоять любой из символов <, >, ≥, ≤;
- ввести любое выражение, которое включает функцию *Find*. При печати слова *Find* можно использовать шрифт любого размера, произвольный стиль, прописные и строчные буквы. $\text{Find}(z1, z2, z3, \dots)$ – возвращает ре-

шение системы уравнений. Число аргументов должно быть равно числу неизвестных (рис. 4.2).

Функция *Find* возвращает найденное решение следующим образом:

- Если функция *Find* имеет только один аргумент, то она возвращает решение уравнения, расположенного между ключевыми словами *Given* и функцией *Find*;
- Если функция *Find* имеет более одного аргумента, то она возвращает ответ в виде вектора. Например, *Find(z1,z2)* возвращает вектор, содержащий значения *z1* и *z2*, являющиеся решением системы уравнений.

Что делать, когда MathCAD11 не может найти решения?

Если в результате решения уравнений на каком-либо шаге итераций не может быть найдено более приемлемое приближение к искомому решению по сравнению с предыдущим шагом, то поиск решения прекращается, а функция *Find* помечается сообщением об ошибке “*решение не найдено*”.

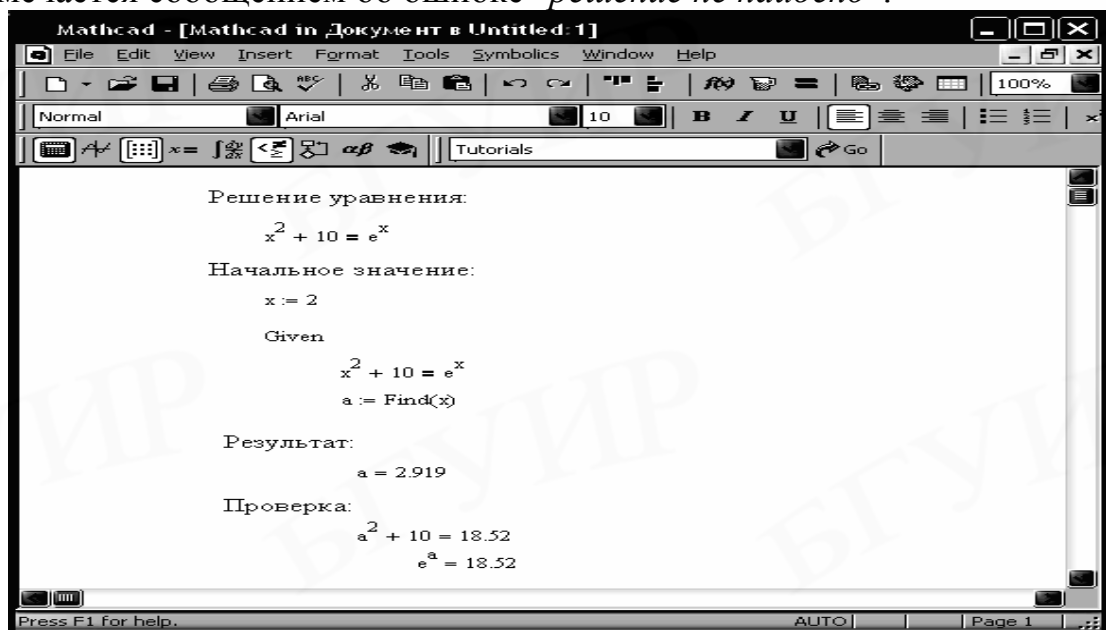


Рис. 4.2. Блок решения уравнений для одного уравнения с одним неизвестным

Причиной появления этого сообщения об ошибке может быть следующее:

- поставленная задача не имеет решения;
- для уравнения, которое не имеет вещественных решений, в качестве начального приближения взято вещественное число;
- в процессе поиска решения последовательность приближений попала в точку локального минимума невязки;
- в процессе поиска решения получена точка, которая не является точкой локального минимума, но из которой метод минимизации не может определить дальнейшее направление движения.

4.4. Многократное решение уравнений

Методы, описанные выше, позволяют решать конкретную систему уравнений. Однако они имеют следующие два ограничения:

Как только используется имя функции *Find*, это означает, что блок решения уравнений завершен. Если употребить эту функцию еще раз, появится сообщение об ошибке “нет соответствующего Given”.

Если в системе уравнений нужно изменить значения некоторых параметров или констант, чтобы изучить их влияние на решение системы, необходимо вернуться обратно в блок решения уравнений, чтобы изменить их.

Оба это ограничения могут быть преодолены, если прибегнуть к возможности MathCAD11 определять функции с использованием блока решения уравнений.

Если определить функцию с использованием функции *Find* в правой части этого определения, то определенная таким образом функция будет решать систему уравнений каждый раз, когда она вызывается. Таким образом, можно преодолеть первое ограничение.

Если эта функция имеет в качестве аргументов те параметры, которые требуется изменять при решении уравнений, можно просто изменять значения аргументов этой функции. Это преодолевает второе ограничение (рис. 4.3).

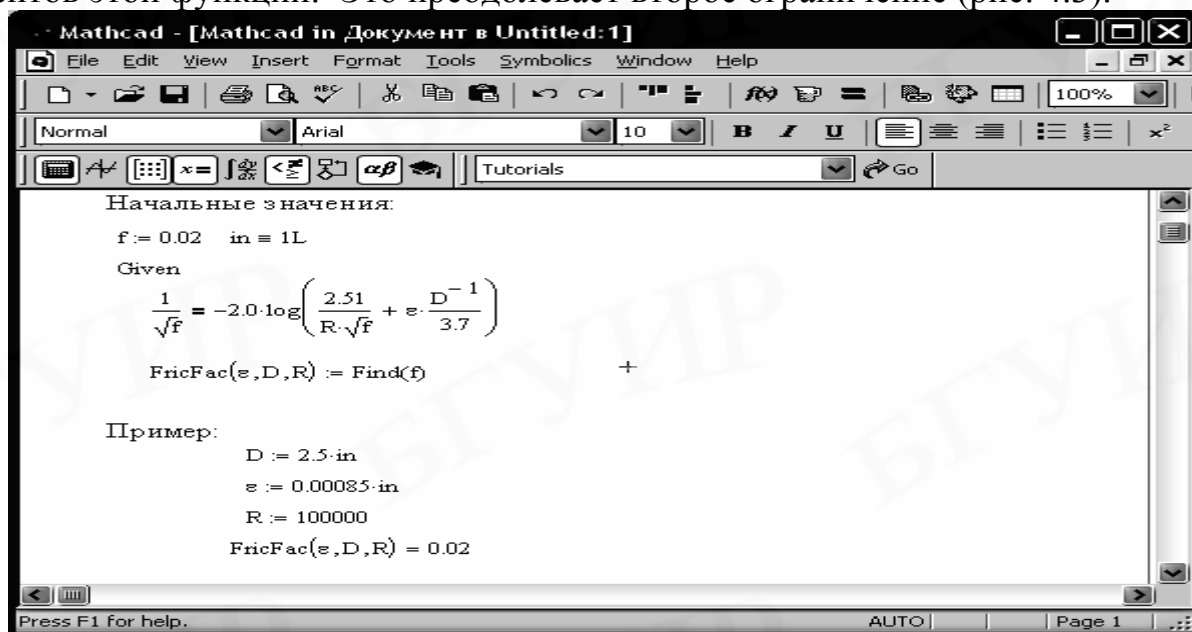


Рис.4.3. Определение функции с использованием блока решения уравнений

4.5. Приближенные решения

MathCAD11 содержит функцию, очень похожую на функцию *Find*. Она называется *Minerr*. Функция *Minerr* использует тот же самый алгоритм, что и функция *Find*. Различие состоит в следующем. Если в результате поиска решения не может быть получено дальнейшее уточнение текущего приближения к решению, *Minerr* возвращает это приближение. Функция *Find*, в отличие от функции *Minerr* возвращает в этом случае сообщение об ошибке “решение не найдено”. Правила использования функции *Minerr* такие же, как и функции *Find*. Однако *Minerr* не может проверить, реализует ли ответ абсолютный минимум для функционала невязки. Если функция *Minerr* используется в блоке

решения уравнений, необходимо всегда включать дополнительную проверку достоверности получаемых результатов.

5. Символьная математика

При численном вычислении MathCAD11 возвращает после знака равенства одно или несколько *чисел*.

При использовании *символьной* математики, результатом вычисления выражения является другое выражение. При этом желаемая форма этого второго выражения может быть задана пользователем. Первоначальное выражение можно разложить на множители, проинтегрировать его, разложить в ряд, и так далее.

Символьный знак равенства позволяет MathCAD11 выйти за рамки численного вычисления выражений. В отличие от обычного знака равенства "=", который всегда возвращает число, символьный знак равенства "→" возвращает выражение.

Символьный знак равенства является оператором, подобным любому оператору MathCAD11. Когда делаются изменения где-либо выше или левее от него, MathCAD11 модифицирует результат. Символ равенства знает предварительно определенные функции и переменные и использует их везде, где необходимо. Можно предписать символу равенства игнорировать предшествующие определения функций и переменных, используя ключевое слово *assume*, как показано на рис. 5.1. Следует обратить внимание, что знак "→" применяется только ко всему выражению. Нельзя, например, применить "→" ни к части выражения, ни к результату предыдущего действия "→".

Настройка символьного знака равенства

Символ "→" берет выражение с левой стороны и помещает его упрощенную версию с правой стороны. Процессом упрощения можно управлять, помещая одно из следующих ключевых слов (табл. 5.1) перед выражением, содержащим "→".

Таблица 5.1

Ключевые слова символьных выражений

Ключевое слово	Функция
1	2
simplify	Упрощает выражение, выполняя арифметические преобразования, сокращая общие множители и используя основные тождества для тригонометрических и обратных функций
expand	Разлагает все степени и произведения сумм в выражении
series	Разлагает выражение от одной или нескольких переменных в окрестности определенной точки. По умолчанию разложение имеет вид полинома шестого порядка
factor	Разлагает на множители выбранное выражение, если всё выражение может быть записано в виде произведения сомножителей

Окончание табл. 5.1

1	2
Assume	Предписывает MathCAD11 рассматривать переменную, которая следует после этой команды, в качестве неопределенной переменной, даже если ей присвоено определенное значение. Кроме этого,

	используется для определения ограничений, используемых для вычисления выражения
float	Предписывает MathCAD11 отображать число в формате с плавающей запятой всякий раз, когда это возможно
literally	Запрещает символьному процессору пытаться оптимизировать любое последующее выражение

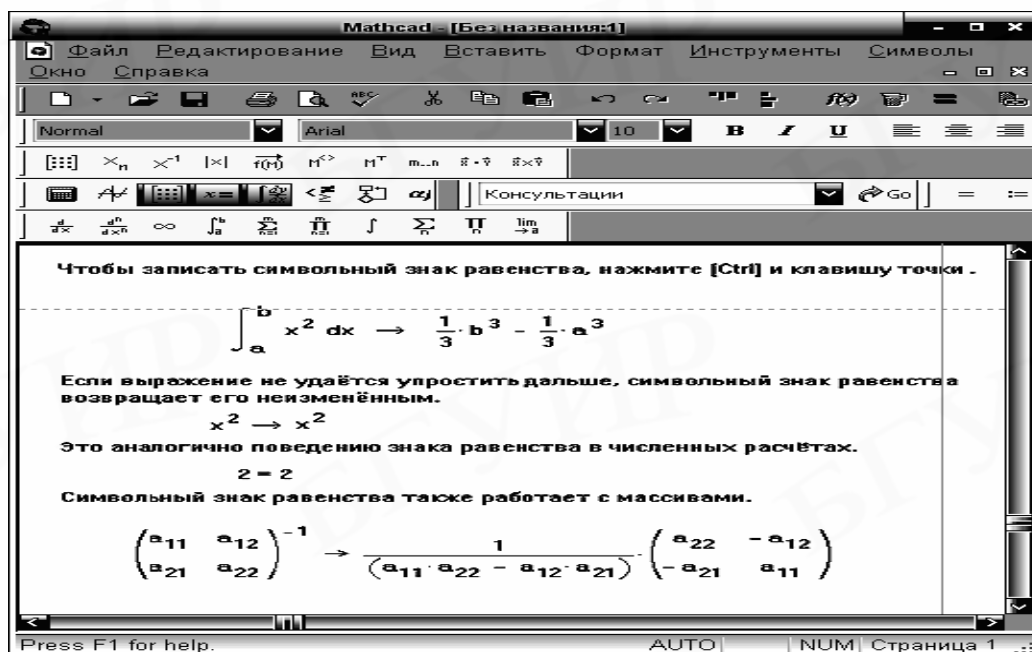


Рис. 5.1. Использование символьного знака равенства

Ключевые слова чувствительны к регистру и поэтому должны печататься точно так, как показано в табл. 5.1. Зато они нечувствительны к шрифту.

Рис. 5.2 показывает некоторые примеры использования этих ключевых слов. Заметим, что ключевое слово действует только до следующего символа “→”. Когда символьный знак равенства используется для преобразования выражения, MathCAD11 просматривает все переменные и функции, проверяя, были ли они ранее определены в рабочем документе. Если MathCAD11 находит определения, он их использует. Любые другие переменные и функции участвуют в преобразовании в виде символов. Есть три исключения из этого правила, иллюстрируемые на рис. 5.3. При преобразовании выражения, использующего ранее определенные переменные и функции, MathCAD11 игнорирует предшествующие определения, если:

- переменная определена как число, содержащее десятичную точку;
- ключевое слово *assume* предшествует определению;
- переменная была определена как дискретный аргумент.

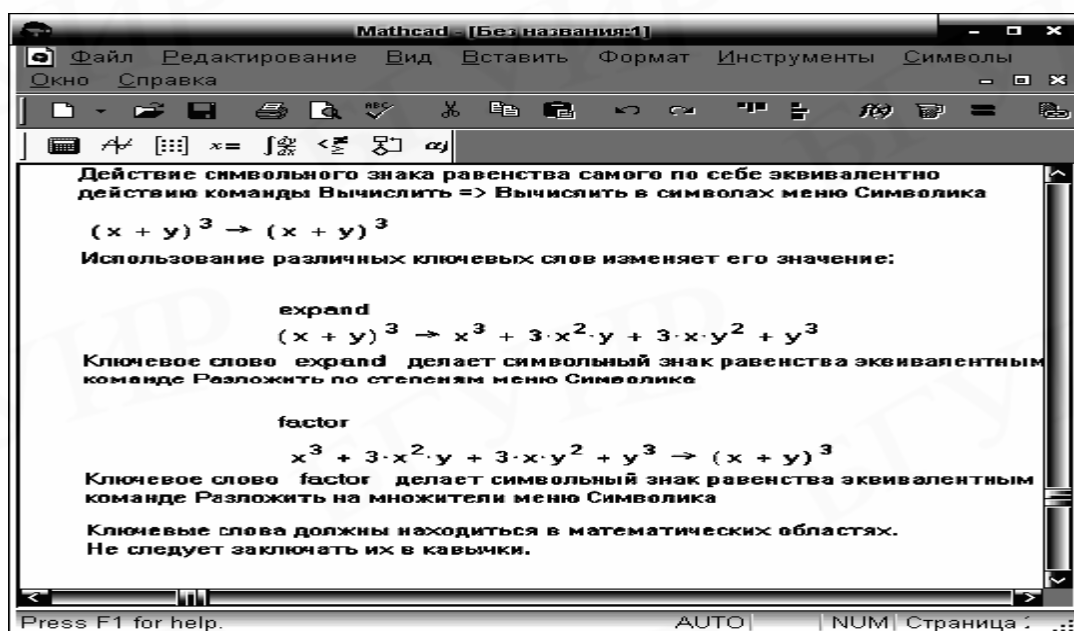


Рис. 5.2. Использование ключевых слов с символьным знаком равенства

Можно также использовать ключевое слово *assume*, чтобы наложить ограничения на переменные в выражении. Пример на рис. 5.3 показывает, как заданием ограничений на параметр, интеграл может быть сделан сходящимся. Чтобы определить несколько условий, достаточно отделить их запятыми. Ключевое слово *assume* должно предшествовать любому другому ключевому слову, обращенному к выражению, поскольку ключевое слово будет применяться только к выражению, расположенному сразу после него.

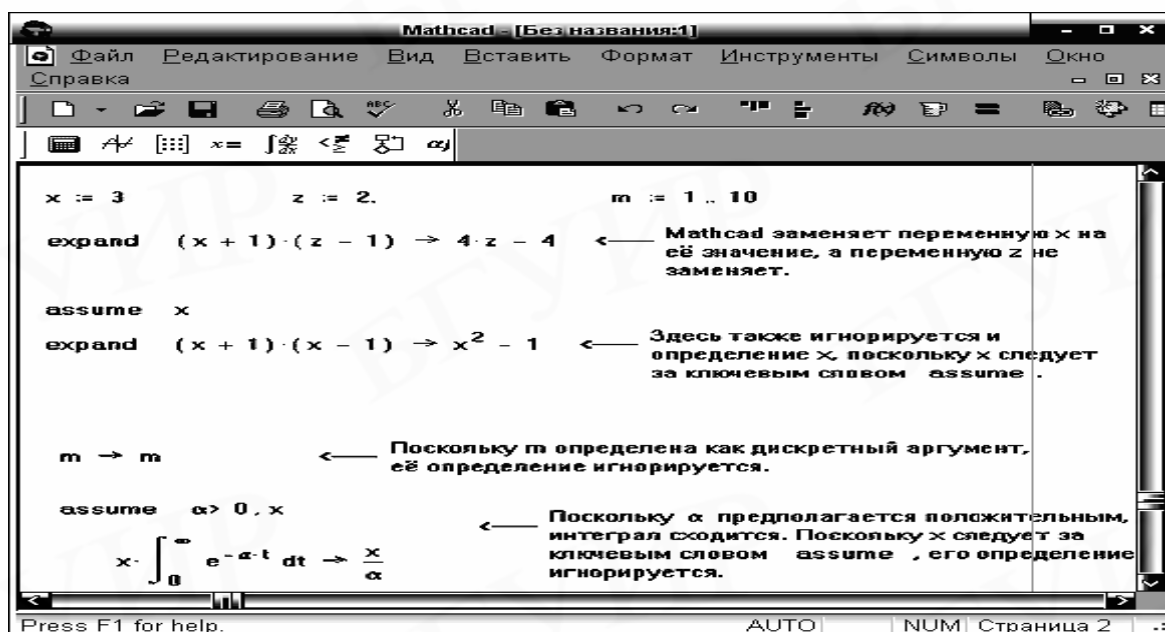


Рис. 5.3. Ключевое слово *assume* определяет, заменит или нет MathCAD11 значения переменной и имена функций в выражении

Ключевое слово *float* обеспечивают дополнительный контроль над формой, в которой MathCAD11 отображает результаты символьных преобразований. Ключевое слово *float* предписывает отображать всякий раз, когда возможно, последующие символьные результаты в виде чисел с плавающей запятой. Можно управлять точностью этого числа, сопровождая *float* соответствующим целым числом.

Ключевое слово *series* используется, чтобы сопоставить выражению отрезок его ряда Тэйлора по определенной комбинации переменных. По умолчанию MathCAD11 разлагает в ряд относительно точки 0 и использует все члены ряда, у которых сумма показателей степени меньше шести. Можно, впрочем, определять точки, в которых необходимо получить разложение в ряд, как показано на рис. 5.4. Это особенно полезно, когда выражение имеет особенность в 0. Можно также определять порядок разложения, как показано в последнем примере на рис. 5.4.

Символьный процессор обрабатывает числа, содержащие десятичную точку, иначе, чем числа без десятичной точки. Общее правило следующее:

- когда символьный процессор получает числа, содержащие десятичную точку, любые возвращаемые численные результаты будут десятичными аппроксимациями точного значения;
- когда символьный процессор получает числа без десятичных точек, любые возвращаемые численные результаты будут выражены без десятичных точек всякий раз, когда это возможно.

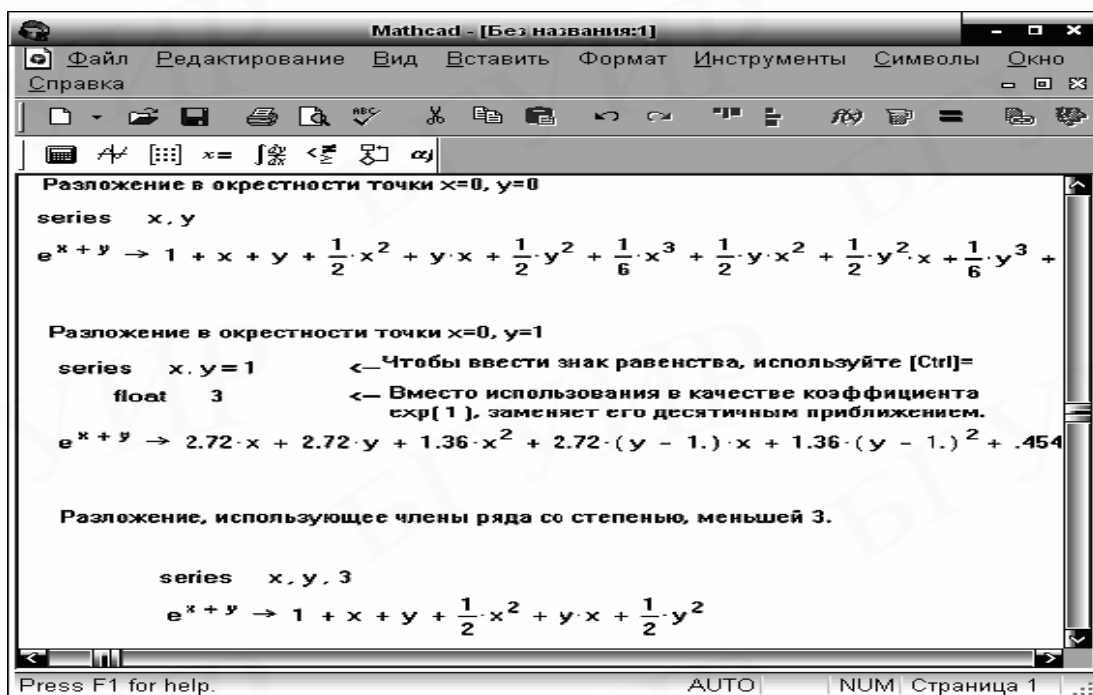


Рис. 5.4. Использование ключевого слова *series* для разложения выражения в окрестности выбранной точки

Рис. 5.5 показывает некоторые примеры того, как наличие десятичной точки влияет на ответы, получаемые от символьного процессора. В первом случае, число $\sqrt{17}$ возвращается неизменённым, так как это число не является рацио-

нальным. Но число $\sqrt{17.0}$ возвращается как десятичная аппроксимация к иррациональному числу $\sqrt{17}$.

Когда символьная операция дает приближенный ответ в виде десятичной дроби, этот ответ всегда отображается с 20 значащими цифрами. На это отображение не воздействует ни локальный, ни глобальный числовой формат MathCAD11.

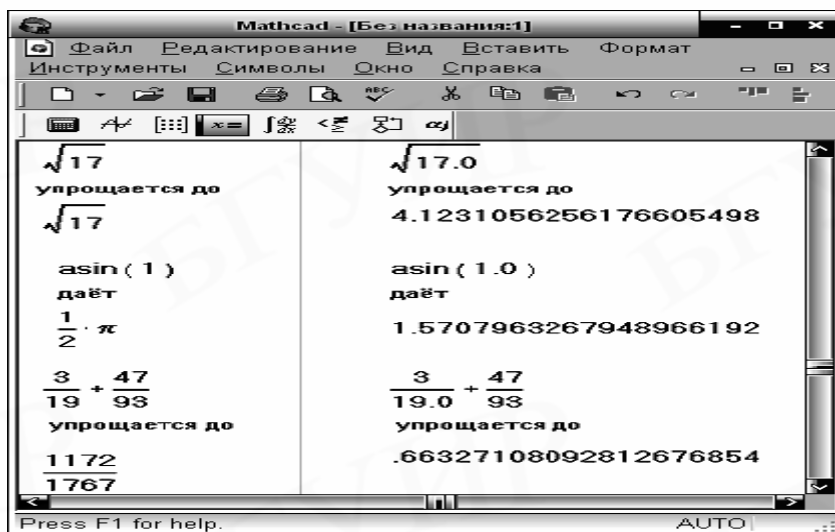


Рис. 5.5. Численные ответы в символьных вычислениях

6. Файлы данных

Файл данных MathCAD11 должен быть просто файлом в ASCII-формате. MathCAD11 читает файлы, которые состоят из чисел, отделяемых запятыми, пробелами или возвратами каретки. Ниже описаны примеры некоторых файлов, читаемых в MathCAD11, в предположении, что они записаны в ASCII-формате:

- файл, содержащий экспериментальные данные, фиксируемые аппаратными средствами и программным обеспечением сбора данных;
- файл, созданный выводом данных из электронной таблицы на диск;
- столбец чисел, набитых в текстовом процессоре и сохраненных в ASCII-формате;
- результат работы программы, написанной на языке высокого уровня;
- данные, экспортированные из базы данных.

Числа в файлах данных могут быть целыми числами, подобными 3 или -1, числами с плавающей запятой, подобными 2.54, или иметь экспоненциальную запись, как 4.51E -4 (для $4.5 \cdot 10^{-4}$). Например, следующий список чисел был бы допустимой строкой в файле данных MathCAD11:

200, 50 25.1256, 16E - 2, - 16.125E15

MathCAD11 также сохраняет данные в ASCII-файлы. Файлы данных, сохранённые MathCAD11, содержат числа, отделяемые пробелами и возвратами каретки. Документы MathCAD11 сами по себе не являются файлами данных в указанном понимании. Единственный способ создать файл данных из MathCAD11 — использование функций доступа к файлам.

Функции доступа к файлам

В MathCAD11 есть шесть функций доступа к файлам *READ*, *WRITE*, *APPEND*, *READPRN*, *WRITEPRN*, *APPENDPRN*. Их свойства:

- Имя функции должно печататься заглавными буквами;
- Если MathCAD11 не может найти файл данных, он отмечает соответствующую функцию сообщением об ошибке “*файл не найден*”. Если MathCAD11 пытается прочитать файл неподходящего формата, он отмечает функцию сообщением “*ошибка файла*”;
- Левая часть оператора присваивания, использующего одну из функций *WRITE*, *APPEND*, *WRITEPRN*, *APPENDPRN*, не должна больше ничего содержать;
- Каждое новое равенство с использованием функций доступа заново открывает файл данных. При считывании данных, например, каждое новое равенство начинает читать в начале файла;
- В одном равенстве файл может быть открыт только единожды. Это означает, что, если функция *READ* используется с одним аргументом-именем файла дважды в одном уравнении (это возможно при использовании дискретного аргумента), во второй раз *READ* начнет читать с того места, где закончилось чтение в первый раз. Поскольку *READPRN* читает весь файл целиком, это означает, что *READPRN* нельзя использовать с одним аргументом дважды в одном равенстве — во второй раз *READPRN* не останется ничего читать;
- Если два равенства в рабочем документе используют *WRITE* или *WRITEPRN* с одним аргументом, данные из второго равенства запишутся поверх данных из первого. Следует использовать *APPEND* или *APPENDPRN*, если нужно сохранить первую порцию данных. Эти функции дописывают новые данные к существующему файлу.

В табл. 6.1 описаны эти шесть функций.

Таблица 6.1

Функции доступа к файлам

Функция	Значение
1	2
<i>READ(file)</i>	Считывает значение из файла данных. Возвращает скаляр. Обычно используется следующим образом: $v_i := \text{READ}(\text{"file"})$
<i>WRITE(file)</i>	Записывает значение в файл данных. Если файл уже существует, заменяет его на новый файл. Используется в определениях следующего вида: $\text{WRITE}(\text{file}) := v_i$
<i>APPEND(file)</i>	Дописывает значение к существующему файлу. Используется в определениях следующего вида: $\text{APPEND}(\text{file}) := v_i$
<i>READPRN(file)</i>	Читает структурированный файл данных. Возвращает матрицу. Каждая строка в файле данных становится строкой в матрице. Число элементов в каждой строке должно быть одинаковым. Обычно используется следующим образом: $A := \text{READPRN}(\text{file})$

Окончание табл.6.1

1	2
WRITEPRN(<i>file</i>)	Записывает матрицу в файл данных. Каждая строка матрицы становится строкой в файле. Используется в определениях следующего вида: WRITEPRN(<i>file</i>) := A
APPENDPRN(<i>file</i>)	Дописывает матрицу к существующему файлу. Каждая строка в матрице становится новой строкой в файле данных. Используется в определениях следующего вида: APPENDPRN(<i>file</i>) := A. Существующий файл должен иметь столько же столбцов, что и матрица A

Аргументы функций доступа к файлам

Аргументы всех функций в предыдущей таблице называются файловыми переменными (*file variable*). За исключением случаев, когда данные импортируются из других каталогов, имя файла, соответствующего файловой переменной, есть просто имя этой переменной с расширением .dat или .prn.

Выбор расширения зависит от функции, используемой с файловой переменной. Например, если имя файловой переменной — gen, и используется READPRN или WRITEPRN, то MathCAD11 будет работать с файлом, называемым gen.prn и находящемся в текущем каталоге. Если же использовать READ или WRITE, MathCAD11 будет работать с файлом, называемым gen.dat и находящемся в текущем каталоге.

Можно отменять расширения по умолчанию .dat и .prn, используя в качестве файловой переменной имя файла с расширением.

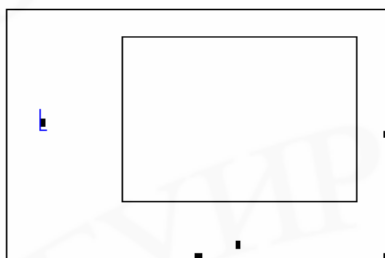
Если файл, с которым нужно работать, размещен в каталоге ином, нежели каталог по умолчанию, необходимо указать полный путь доступа к файлу.

7. Графики

Создание графика

В MathCAD11 допустимо в одной графической области, используя одни и те же координатные оси, создавать несколько графиков, отображающих различные зависимости. Для создания графика:

- Необходимо щёлкнуть мышью там, где нужно создать график;
- Выбрать Декартов график из меню Графика... или нажать @. MathCAD11 создает пустой график с двумя полями ввода, по три поля на каждой оси.



Чтобы увидеть график, необходимо заполнить пустые поля:

- пустое поле в середине горизонтальной оси предназначено для независимой переменной графика; в это пустое поле вводится дискретная переменная, переменная с индексом или любое выражение, содержащее дискретную переменную;

- пустое поле в середине вертикальной оси содержит выражение, график которого нужно построить; в это пустое поле вводится дискретная переменная, переменная с индексом или любое выражение, содержащее дискретную переменную, находящуюся на горизонтальной оси;
- четыре оставшихся пустых поля используются, чтобы отменить автоматический выбор границ на осях координат.

Графики обычно используют на каждой оси одно или несколько выражений, содержащих дискретные переменные. MathCAD11 рисует одну точку для каждого значения дискретной переменной.

Ошибочным является использование двух различных дискретных переменных на графике для одной и той же кривой или траектории. Если две дискретные переменные используются для одной и той же траектории, MathCAD11 будет пытаться отобразить одну точку для каждого значения каждой дискретной переменной. Например, если i принимает 20 значений, а j — 30, то при попытке отобразить зависимость y_i от x_j MathCAD11 построит все 600 точек. Допустимо, однако, использовать различные дискретные переменные в различных графиках на одном и том же чертеже.

Когда MathCAD11 строит график, он выводит одну точку для каждого значения каждой дискретной переменной в выражениях для абсцисс или ординат и, если не определено иначе, соединяет их прямыми линиями.

Как и в случае с выражением, MathCAD11 не обрабатывает график, пока не будет нажата клавиша [F9] или, в автоматическом режиме, не будет щелчка мышью вне области графика.

Рис. 7.1 показывает типичный график с заполненными полями. Следует обратить внимание на линию, которая появляется под y_i . Она указывает тип траектории и цвет, используемый для отображения кривой.

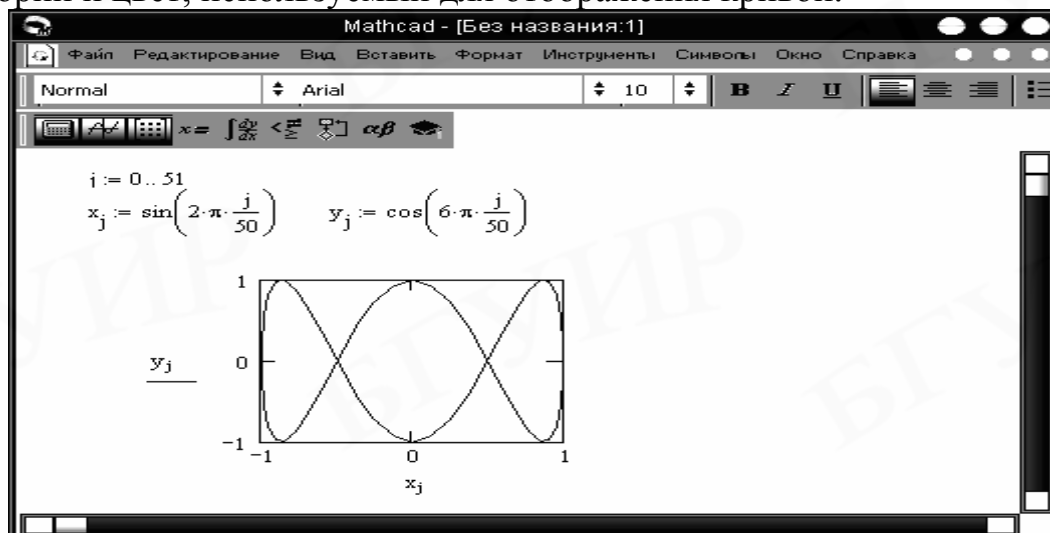


Рис. 7.1. Графики фигур Лиссажу в MathCAD11

Вывод функции на график

Каждый график на чертеже зависит от дискретной переменной. Эта дискретная переменная должна появиться и в выражении для абсцисс, и в выражении для ординат.

MathCAD11 отображает одну точку для каждого значения дискретной переменной.

Построение декартова графика

Самый простой график показывает значения функции на интервале. Первый график на рис. 7.2 ниже иллюстрирует этот тип графика. Для его создания необходимо сделать следующее:

- определить дискретную переменную x , которая принимает значения в желаемом диапазоне значений аргумента;
- напечатать выражение, график которого нужно получить, в среднем поле на оси ординат и напечатать x в среднем поле на оси абсцисс;
- нажать [F9], чтобы увидеть график.

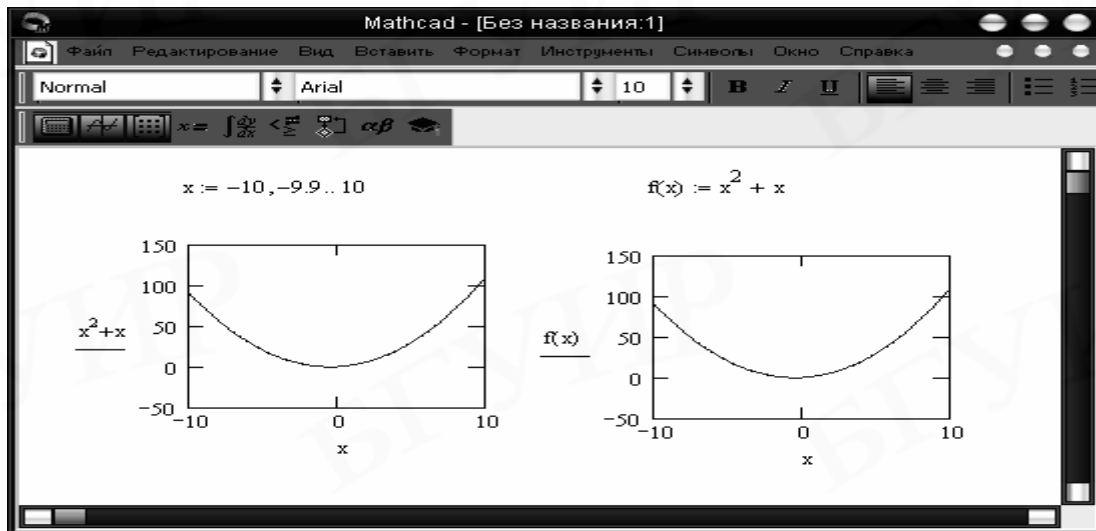


Рис. 7.2. Построение графика выражения, зависящего от дискретной переменной

Чтобы удалить график из рабочего документа необходимо:

- нажать и держать кнопку мыши где-нибудь вне графика;
- при нажатой кнопке переместить курсор мыши, чтобы включить графическую область в пунктирный выделяющий прямоугольник;
- нажать [Ctrl]X, чтобы удалить график или выбрать *Вырезать...* из меню *Правка...*

Пример на рис. 7.3 иллюстрирует, как преобразовать полярные координаты и создать график в полярных координатах.

Графическое представление вектора

На рис. 7.4 дано графическое представление элементов вектора. Для создания такого графика следует сделать следующее:

- определить дискретную переменную i , являющуюся нижним индексом элементов, которые нужно начертить;
- определить вектор u_i ;
- нажать @ для создания шаблона графика;
- разместить в среднем поле вертикальной оси u_i и i в среднем поле горизонтальной оси;
- нажать [F9], чтобы увидеть график.

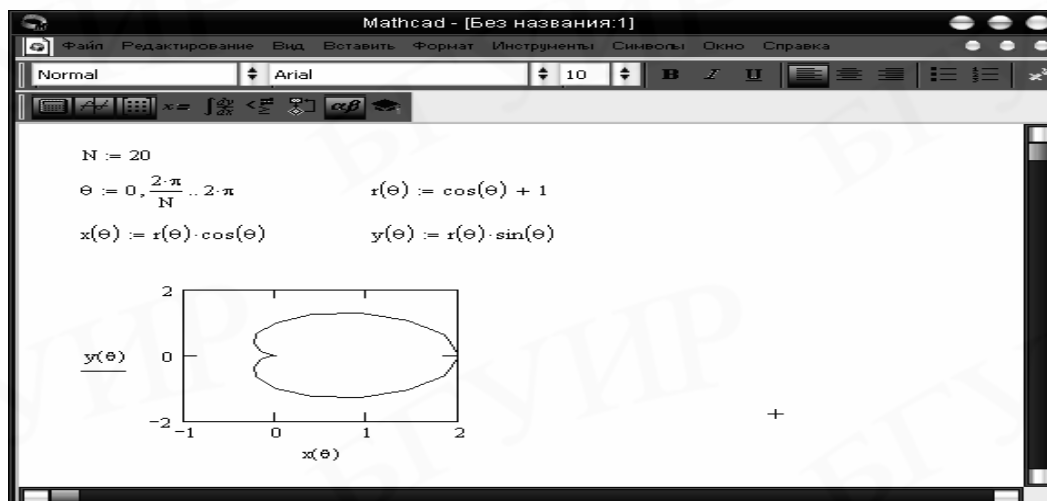


Рис. 7.3. Две функции, вычисленные независимо

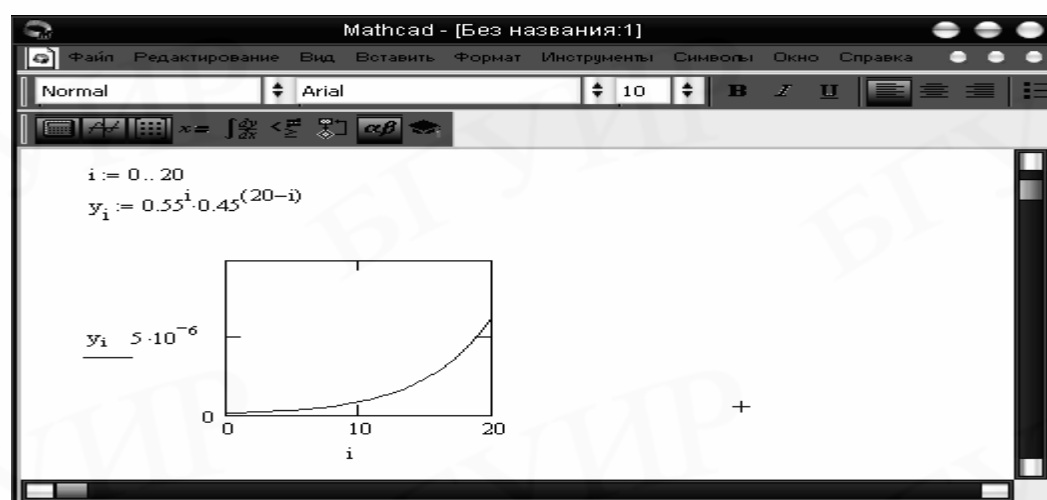


Рис. 7.4. Графическое представление вектора

На рис. 7.5 дан график представления одного вектора относительно другого.

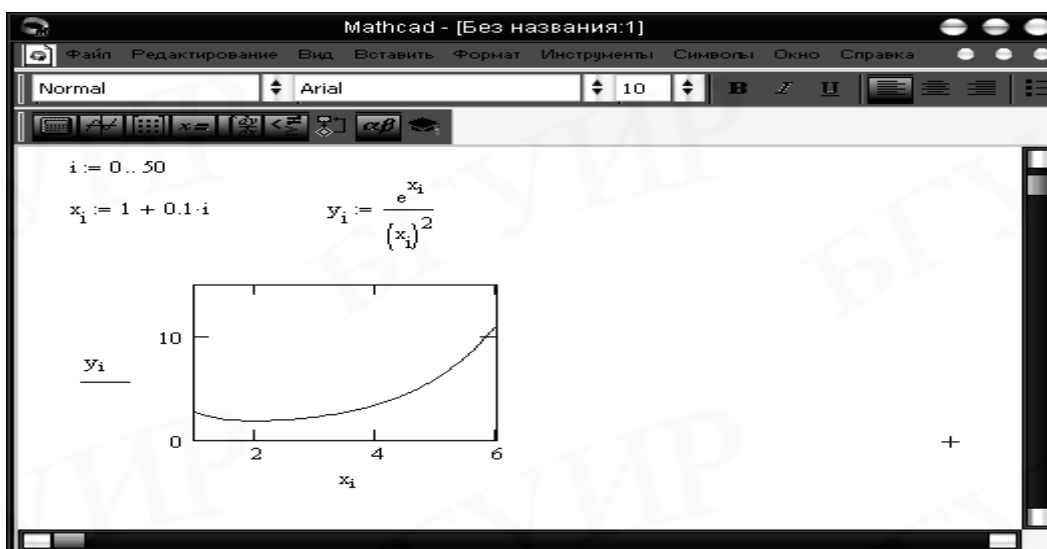


Рис. 7.5. Совместное графическое представление двух векторов

Хотя вектор x на рис. 7.5 представляет набор равномерно располагаемых значений, это не является необходимым. Требуется только, чтобы индекс i представлял собой равномерно расположенные целые числа. Подобного ограничения не существует для x_i . Это позволяет использовать на оси абсцисс не только целые числа и при этом удовлетворить требованию целочисленности нижних индексов. На рис. 7.5 y_i вычисляется непосредственно через x_i . Можно было бы вычислять x и y независимо из третьей переменной. Иначе, если два вектора используют одну и ту же дискретную переменную, можно отобразить их на одном графике.

Графическое представление файлов данных

Можно использовать функции *READ* и *READPRN*, чтобы импортировать данные из текстовых файлов в ASCII-формате из любой электронной таблицы, базы данных или текстового редактора, способных к экспорту данных в текстовом формате. После импорта данных MathCAD11 отображает их так же, как если бы это были данные, созданные в MathCAD11.

Например, вот как можно отобразить данные из электронной таблицы:

- следует сохранить электронную таблицу как текстовый ASCII-файл с расширением .prn;
- используя функцию *READPRN*, импортировать .prn файл в MathCAD11 как матрицу.

Рис. 7.6 показывает процесс графического представления векторов из данных, импортируемых из .prn файла.

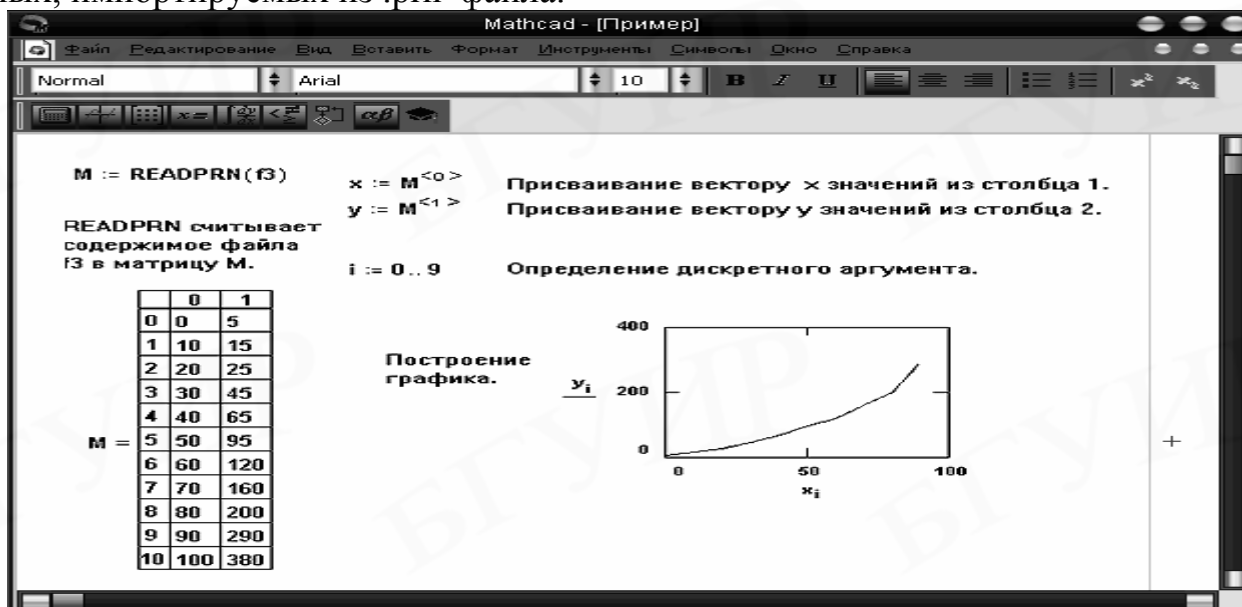


Рис. 7.6. Графическое представление импортированных векторов
Размещение нескольких графиков на чертеже

График может содержать несколько выражений по оси ординат в зависимости от одного выражения по оси абсцисс или несколько выражений по оси ординат, согласованных с соответствующими выражениями по оси абсцисс. Чтобы представить графически несколько выражений по оси ординат относительно одного выражения по оси абсцисс, необходимо ввести первое выражение для оси ординат, сопровождаемое запятой. Непосредственно под первым выражением появится пустое поле. Введя туда второе выражение, сопровож-

даемое другой запятой, можно получить следующее пустое поле и т.д. Все выражения должны использовать одну и ту же дискретную переменную (рис. 7.7).

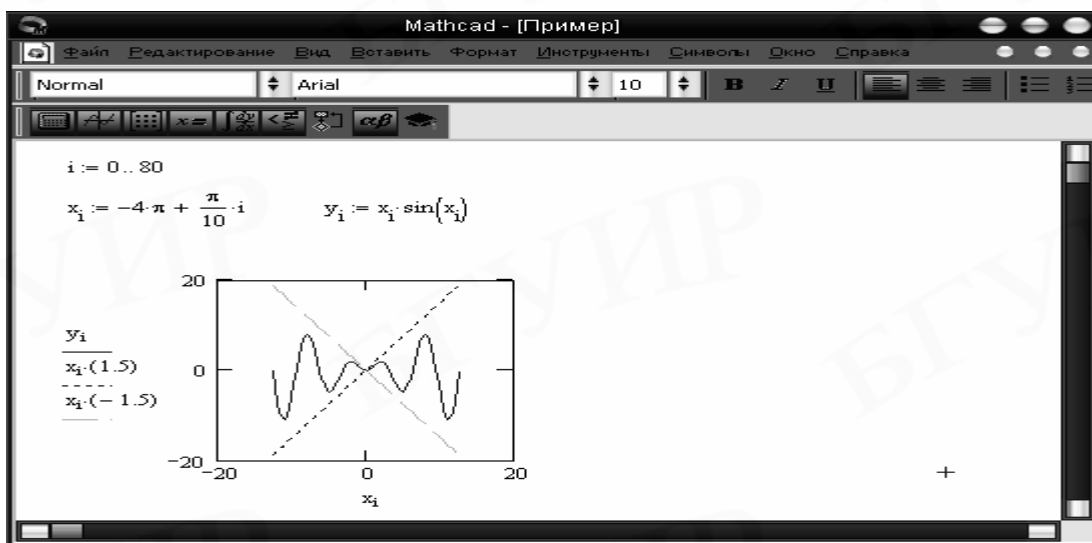


Рис. 7.7. График с несколькими выражениями по оси ординат

Чтобы построить несколько независимых кривых на одном чертеже, необходимо ввести два или более выражения, отделяемых запятыми на оси абсцисс, и то же самое число выражений на оси ординат. MathCAD11 согласует выражения попарно — первое выражение оси абсцисс с первым выражением оси ординат, второе со вторым и так далее. Затем рисуется график каждой пары. Каждая согласованная пара выражений должна использовать одну дискретную переменную. Дискретная переменная для одной согласованной пары не должна быть дискретной переменной для других пар.

Можно построить до 16 функций на оси ординат в зависимости от одного аргумента на оси абсцисс. Однако если для каждой кривой используется свой аргумент, то можно отобразить только до 10 графиков.

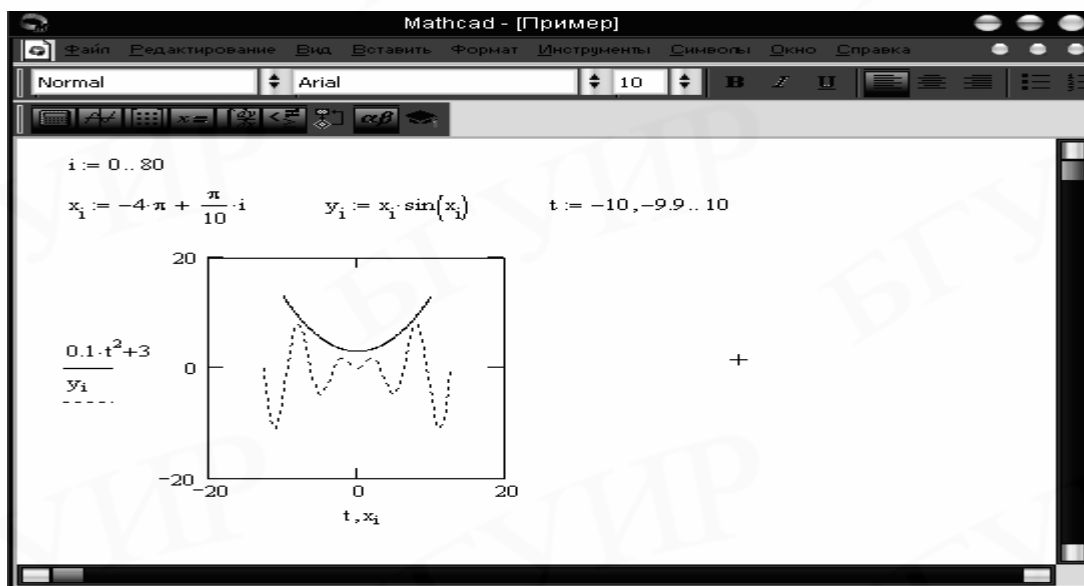


Рис. 7.8. График с несколькими выражениями на обеих осях

Форматирование осей

Можно переформатировать оси графика, используя закладку “Оси X-Y” диалогового окна “Форматирование текущего X-Y графика” (рис. 7.9).

Чтобы изменить формат графика, необходимо дважды щёлкнуть мышью в области графика, изменить соответствующие установки и нажать “ОК”, чтобы принять изменения и закрыть диалоговое окно.

MathCAD11 перерисует график в соответствии с новыми установками.

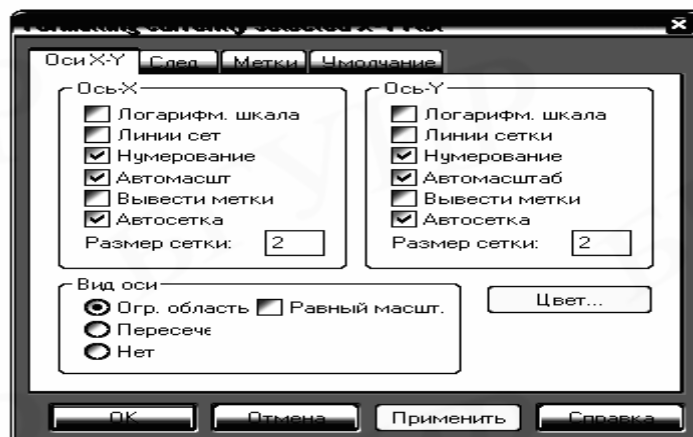


Рис. 7.9. Форматирование графика

Каждая ось имеет следующие связанные с ней установки (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Установки для осей ординат

Лог масштаб	Выбранная ось имеет логарифмический масштаб, и границы по оси должны быть положительными числами
Линии сетки	Деления на выбранной оси заменяются линиями сетки
Пронумеровать	На выбранной оси у делений проставляются числовые значения
Авто масштаб	MathCAD11 устанавливает границы на оси по соответствующему предельному значению данных
Нанести риски	Можно добавлять к графику фоновые линии
Авто сетка	Автоматически выбирается число интервалов сетки, созданных делениями или линиями сетки на осях. Если квадратик не отмечен, можно установить число интервалов сетки, печатая в поле “Число интервалов” число от 2 до 99. Можно определять число интервалов сетки только в том случае, если не установлен режим Лог масштаб
Число интервалов	Указывает число интервалов сетки на соответствующей оси. В него можно вводить число между 2 и 99 включительно. Это поле доступно только тогда, когда режимы Авто сетка и Лог масштаб выключены
Стиль осей	Кнопки определяют стиль, в котором график будет показывать оси. Кнопка “Рамка” окружает график координатной рамкой, кнопка “Репер” показывает оси, пересекающиеся в центре графика. Если выбрать “Ничего”, оси не будут отображаться на графике

MathCAD11 обеспечивает следующие возможности устанавливать границы на осях координат:

- автоматически, с включенным режимом Авто масштаб;
- автоматически, с выключенным режимом Авто масштаб;
- вручную, вводя границы непосредственно на графике;
- вручную, вводя границы в диалоговом окне форматирования оси.

По умолчанию режим Авто масштаб включён. При включенном режиме Авто масштаб MathCAD11 устанавливает границу на каждой оси соответствующей первому главному делению, выходящему за пределы значений данных. Это будет приемлемо круглое число, достаточно большое, чтобы показать каждую точку графика. При выключенном режиме Авто масштаб MathCAD11 устанавливает границы на осях точно равными пределам данных. Рис. 7.10 показывает, как включение и выключение режима Авто масштаб изменяет внешний вид графика.

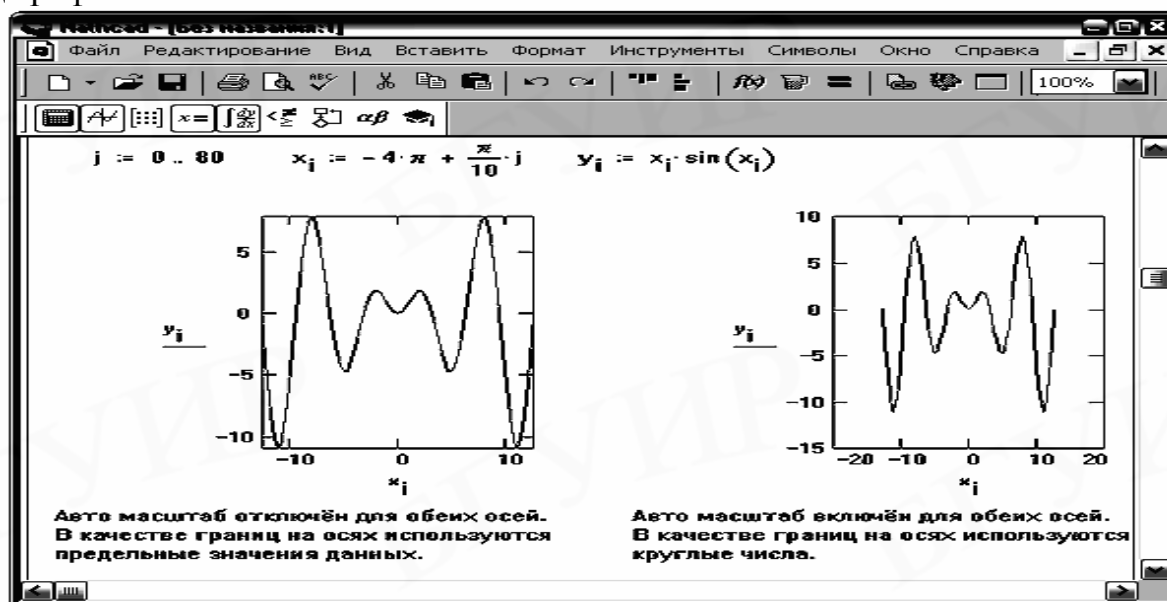


Рис. 7.10. Влияние включения и выключения режима Авто масштаб

Свойства графиков

На чертеже может располагаться до шестнадцати разных графиков. Каждому графику соответствует строка в прокручивающемся списке. Каждая строка имеет шесть полей, описанных в табл.7.2.

Таблица 7.2

Свойства графиков

Имя кри- вой	Это название графика, появляющееся под чертежом вместе с образцом линии графика
Маркер	Это поле указывает, отмечать или нет каждую точку на кривой символом. Можно отмечать каждую точку квадратиком, ромбиком, кружочком и т.д. или не отмечать вообще. Если точки расположены близко друг к другу, скорее всего, следует выбрать “ничего”
Линия	Это поле указывает, является ли линия сплошной, пунктирной, штриховой или штрихпунктирной. Модифицируя тип линии, легко отличить немаркированные кривые в черно-белых распечатках

Цвет	Это поле указывает, является ли выбранная кривая красной, синей, зеленой, сиреневой, голубой, коричневой, черной или белой
Тип	Это поле управляет типом графика. MathCAD11 может создавать следующие типы графиков: в виде кривой, столбчатой диаграммы, ступенчатой кривой, интервалов ошибок (этот вид графика строится с использованием двух функций) и точек
Толщина	Это поле управляет насыщенностью или толщиной графика путем выбора значения от 1 до 9 (от самого тонкого к самому толстому)

Оформление графика

В MathCAD11 можно делать следующие поясняющие надписи на чертеже:

- *Заголовок* выше или ниже графика.
- *Названия осей*, чтобы описать, что отложено по каждой оси.
- *Имена кривых*, идентифицирующие отдельные графики.
- *Переменные* — выражения, определяющие координаты.

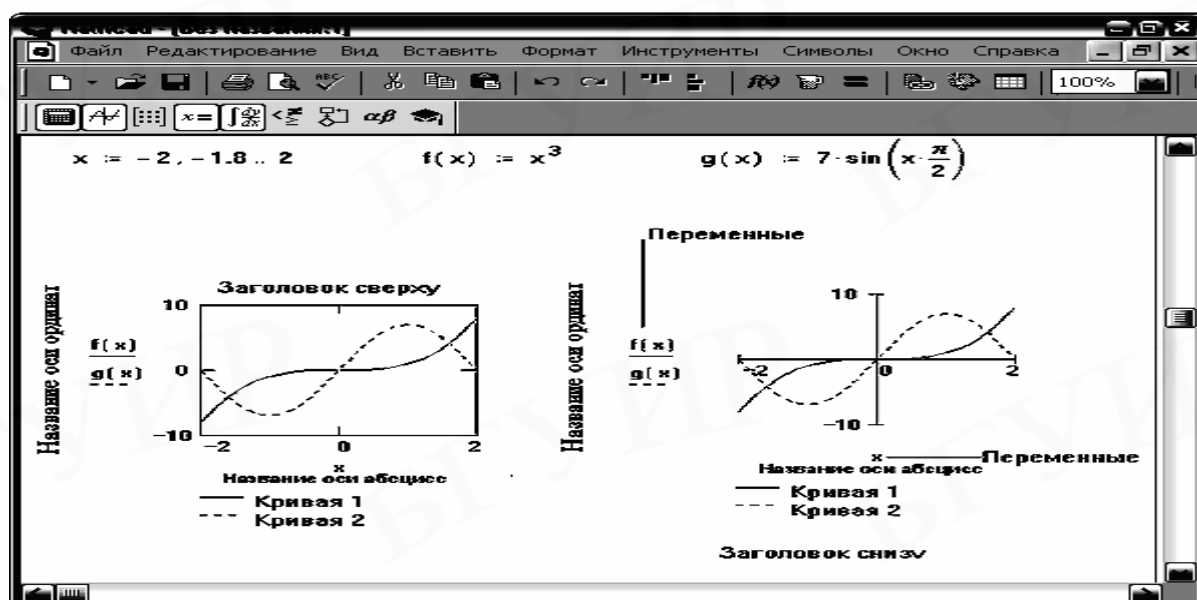


Рис. 7.11. Графики с различными надписями
Заголовки графиков

Чтобы добавить заголовок к графику, следует выполнить следующее:

- дважды щёлкнуть мышью на выбранном графике;
- напечатать заголовок графика в поле “Заголовок”;
- щёлкнуть на кнопке “Вверху” или “Внизу”, в зависимости от того, где нужно поместить заголовок.
- удостовериться, что квадратик “Показать заголовок” отмечен. Если это не так, MathCAD11 запомнит заголовок, но не будет его отображать;
- нажать “ОК”, чтобы принять изменения.

Аналогично тому, как делается заголовок к графику, подписываются и названия осей. Название *Оси абсцисс* появляется непосредственно ниже оси абсцисс, и название *оси ординат* появляется слева от оси ординат (рис.7.12).

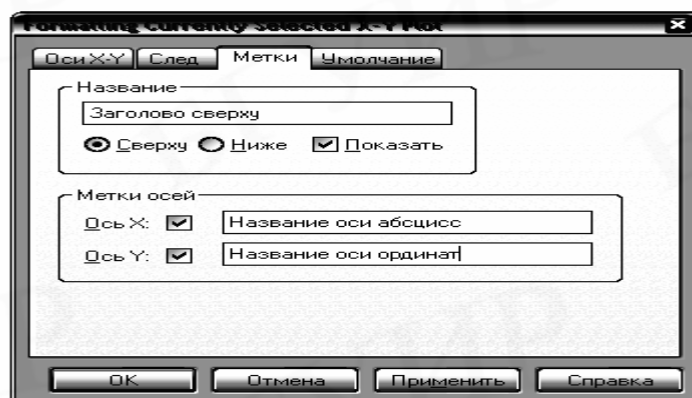


Рис.7.12. Формирование заголовка графика

Изменение представления графика

В MathCAD11 можно следующим образом видоизменить график:

- можно изменить размеры графика, делая его пропорционально больше или меньше, либо растягивая ось абсцисс или ось ординат для изменения масштаба;
- можно увеличить часть графика;
- можно получить координаты любой точки графика.

Изменение масштаба на графике

MathCAD11 позволяет увеличить элемент графика. Чтобы изменить масштаб изображения части графика, необходимо выполнить следующее:

- поместить курсор в область графика и заключить график в выделяющий прямоугольник;
- выбрать Лупа... из меню X-Y-График. Появится диалоговое окно “X-Y-Лупа”;
- в случае необходимости переместить диалогового окна “X-Y Лупа” так, чтобы была видна область графика, где нужно изменить масштаб изображения;
- удерживая левую кнопку мыши, переместить мышь и пунктирным прямоугольником выделения указать всю область графика для увеличения;
- координаты выбранной области отображаются в полях Min и Max диалогового окна “X-Y Лупа”;
- нажать кнопку “Увеличить”, чтобы перерисовать график;
- границы на осях временно установятся по координатам, определенным в диалоговом окне “X-Y Лупа”; чтобы сделать эти границы на осях постоянными, следует нажать “Принять”.

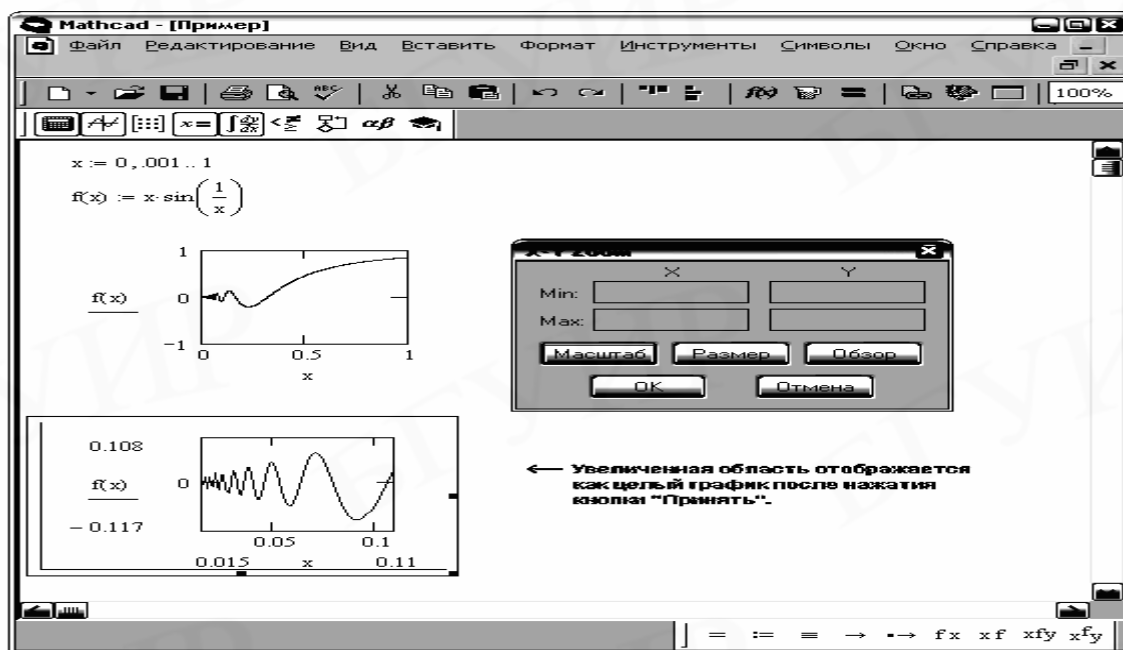


Рис. 7.13. Изменение масштаба элемента графика

Прежде чем сделать эти границы на осях постоянными, можно выделить другую область для изменения масштаба изображения, заключив её в выделяющий прямоугольник. Нажать “Убрать”, чтобы отменить только что сделанное изменение масштаба изображения. Если работы выполняются с графиком, у которого уже был изменен масштаб, можно просмотреть первоначальный график до изменения масштаба, нажав “Восстановить”.

Рис. 7.13 показывает эффект изменения масштаба для части графика.

Считывание координат точек графика

Чтобы увидеть координаты некоторой точки графика (точки, лежащей на кривой), необходимо выполнить следующее (рис.7.14):

- щёлкнуть мышью на графике, чтобы выделить его;
- выбрать Графики из меню X-Y-График, чтобы показать диалоговое окно “Графики”;

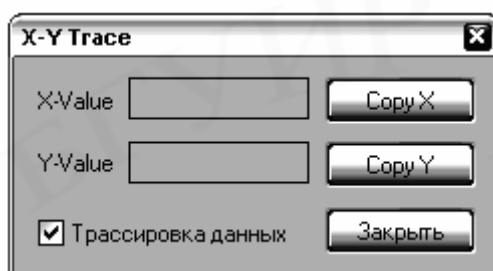


Рис.7.14. Считывание координат точек на графике

- в случае необходимости переместить диалоговое окно “Графики” так, чтобы была видна вся область графика (рис.7.15);
- внутри чертежа нажать кнопку мыши и переместить мышь по той кривой, координаты точек которой следует получить;
- пунктирное перекрестье будет перескакивать от одной точки к другой во время перемещения указателя по траектории.

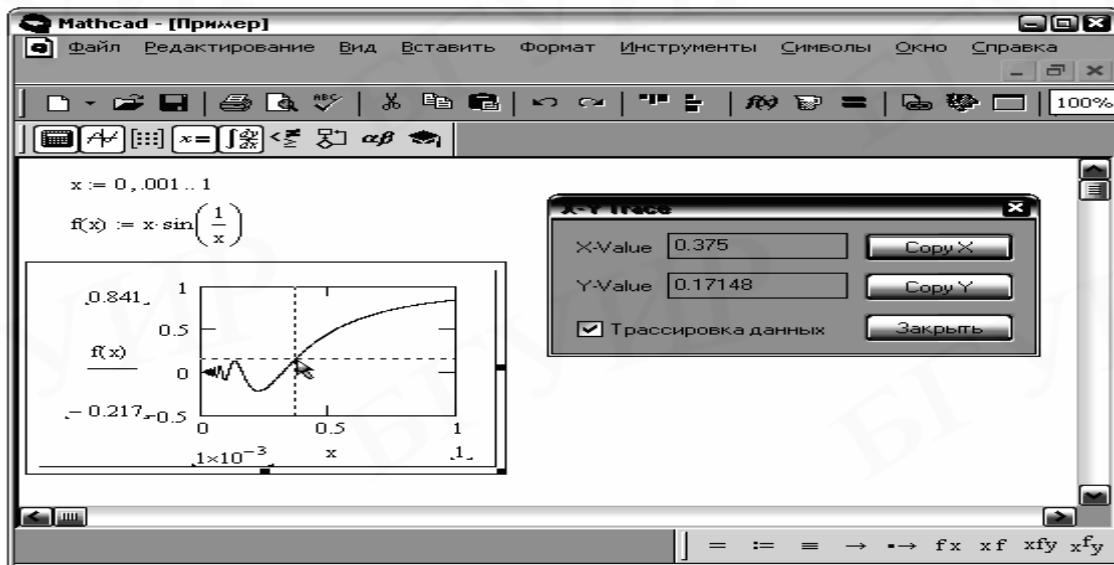


Рис. 7.15. Считывание координат с графика

ЗАДАНИЕ №1

Тема: исследование закона распределения непрерывной случайной величины наработки объектов до отказа.

Схема выполнения задания:

- построить зависимости функции плотности распределения от параметров закона;
- построить зависимости функции распределения вероятностей от параметров закона;
- построить зависимости характеристик положения от параметров закона:
 - математического ожидания;
 - наиболее вероятного значения (моды);
 - 50% процентного квантиля (медианы);
- построить зависимости характеристики рассеяния в виде дисперсии (или среднеквадратичного отклонения) случайной величины от параметров закона;
- построить зависимости характеристики асимметрии в виде коэффициента асимметрии случайной величины от параметров закона.

Основные законы распределения непрерывной случайной величины, используемые в теории надежности представлены в прил. 1.

Пример выполнения задания для распределения Релея в среде MathCAD11 приведен в прил. 2.

ЗАДАНИЕ №2

Тема: моделирование и обработка результатов испытаний объектов на долговечность.

Схема выполнения задания:

- построить генератор случайных величин наработок до отказа объектов, распределенных по заданному закону;
- построить гистограмму распределения случайных величин;
- получить числовые оценки случайной величины в виде математического ожидания и дисперсии.

Пример выполнения задания для распределения Релея в среде MathCAD11 приведен в прил. 3.

ЗАДАНИЕ №3

Тема: изучение показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых объектов. Построение функций надежности, ненадежности, частоты и интенсивности отказов объектов по теоретическому описанию случайной величины и статистической выборке наработок объекта до отказа.

Схема выполнения задания:

- построить теоретическую и статистическую функции надежности;
- построить теоретическую и статистическую функции ненадежности;
- построить теоретическую и статистическую функции частоты отказов;
- построить теоретическую и статистическую функции интенсивности отказов.

Пример выполнения задания для распределения Релея в среде MathCAD11 приведен в прил. 4.

Приложение 1

Основные законы распределения НСВ

<i>Экспоненциальное (показательное) распределение (область определения $0, +\infty$)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$
Функция распределения	$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$
Средняя наработка	$m_t = \frac{1}{\lambda}$
Дисперсия наработки	$D_t = \frac{1}{\lambda^2}$
<i>Нормальное распределение (распределение Гаусса) (область определения $-\infty, +\infty$)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-\left(\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right)}$
Функция распределения	$F(t) = \int_0^t f(t) dt$
<i>Распределение Вейбулла (область определения $0, +\infty$)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \frac{b}{c} \left(\frac{t}{c}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{c}\right)^b}$
Функция распределения	$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{c}\right)^b}$
Средняя наработка	$m_t = c \Gamma(1 + 1/b)$

Дисперсия наработки	$D_t = c^2 (\Gamma(1 + 2/b) - \Gamma^2(1 + 1/b))$
<i>Гамма-распределение (область определения $0, +\infty$)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t}$
Функция распределения	$F(t) = \int_0^t f(t) dt$
Средняя наработка	$m_t = \frac{\alpha}{\beta}$
Дисперсия наработки	$D_t = \frac{\alpha}{\beta^2}$

Окончание прил. 1

<i>Альфа-распределение (область определения $0, +\infty$)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \frac{\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\beta}{t} - \alpha)^2}$
Функция распределения	$F(t) = \int_0^t f(t) dt$
Средняя наработка	$m_t = \frac{\beta}{\alpha} (1 + \frac{1}{\alpha^2})$
Дисперсия наработки	$D_t = \frac{\beta^2}{\alpha^4} (1 + \frac{8}{\alpha^2})$
<i>Распределение Релея (область определения $0, +\infty$)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \frac{t}{\delta^2} e^{-\frac{t^2}{2\delta^2}}$
Функция распределения	$F(t) = 1 - e^{-\frac{t^2}{2\delta^2}}$
Средняя наработка	$m_t = 1.253 \delta$
Дисперсия наработки	$D_t = 0.429 \delta^2$
<i>Логарифмически-нормальное распределение (область определения $0, +\infty$)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\ln t - \mu}{\sigma})^2}$
Функция распределения	$F(t) = \int_0^t f(t) dt$

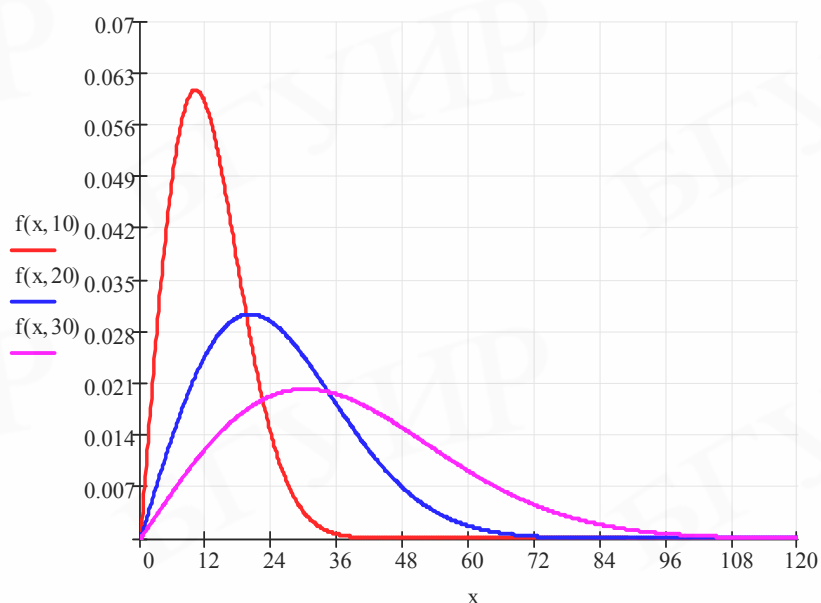
Средняя наработка	$m_t = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$
Дисперсия наработки	$D_t = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$
<i>Бета-распределение (область определения 0,1)</i>	
Плотность распределения	$f(t) = \frac{\Gamma(a+b) t^{a-1} (1-t)^{b-1}}{\Gamma(a) \Gamma(b)}$
Функция распределения	$F(t) = \int_0^t f(t) dt$
Средняя наработка	$m_t = \frac{a}{a+b}$
Дисперсия наработки	$D_t = \frac{ab}{(a+b)^2 (a+b+1)}$

Приложение 2

Пример выполнения задания №1

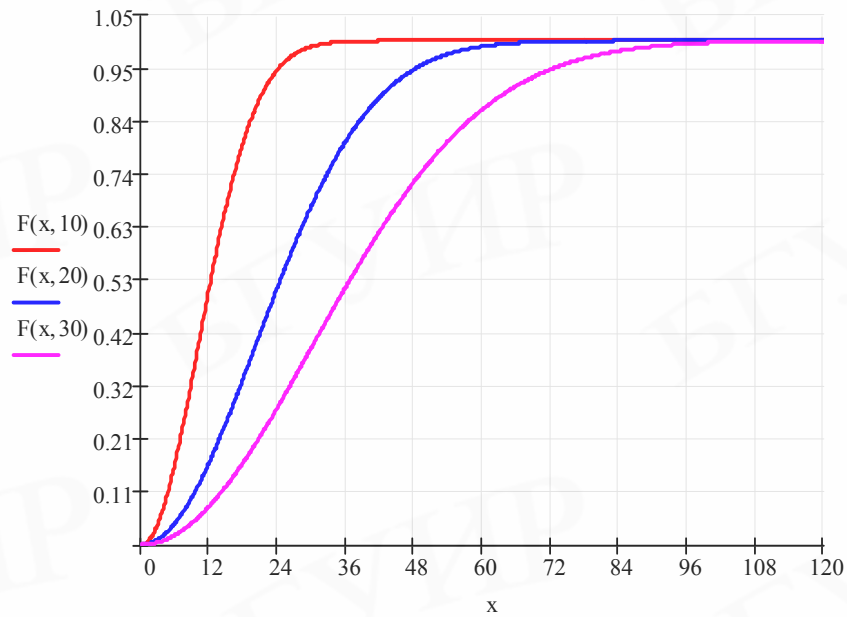
1. Функция плотности распределения Релея.

$$f(x, \delta) := \frac{x}{\delta^2} \cdot e^{-\left(\frac{x^2}{2\delta^2}\right)}$$



2. Функция распределения Релея.

$$F(x, \delta) := 1 - e^{-\left(\frac{x^2}{2\delta^2}\right)}$$



Продолжение прил. 2

3. Начальные моменты.

$$\alpha_1(\delta) := \int_0^{100} x \cdot f(x, \delta) dx$$

(1-ый начальный момент)

$$\alpha_2(\delta) := \int_0^{100} x^2 \cdot f(x, \delta) dx$$

(2-ой начальный момент)

$$\alpha_3(\delta) := \int_0^{100} x^3 \cdot f(x, \delta) dx$$

(3-ий начальный момент)

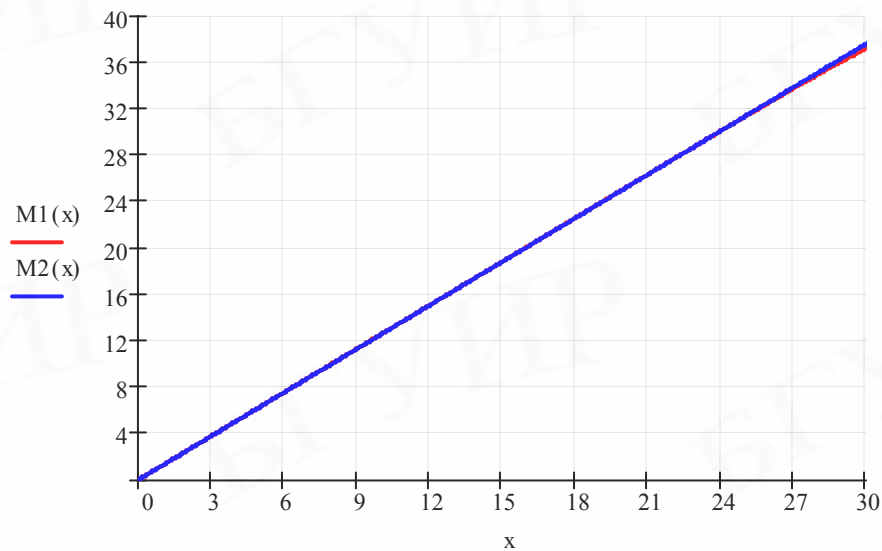
4. Математическое ожидание (1-ый начальный момент).

$$M_1(\delta) := \alpha_1(\delta)$$

$$M_1(10) = 12.533$$

$$M_2(\delta) := 1.253 \cdot \delta$$

$$M_2(10) = 12.53$$



5. Мода (наиболее вероятное значение).

$$\frac{d}{dx}f(x, \delta) = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} \delta \\ -\delta \end{pmatrix} \quad \text{root}\left(\frac{d}{dx}f(x, 10), x, 0, 50\right) = 10$$

6. Медиана (50%-квантиль).

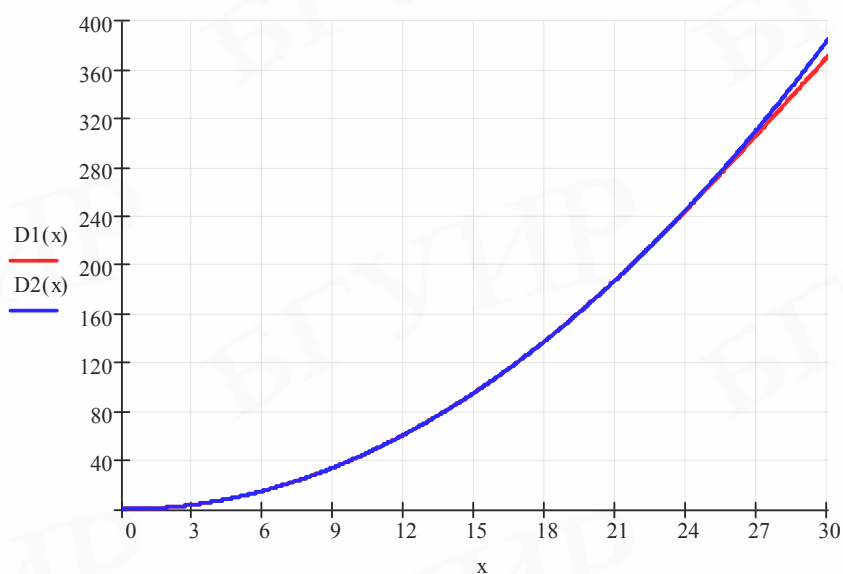
$$F(x, \delta) = \frac{1}{2} \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2^2} \cdot \ln(2)^2 \cdot \delta \\ \frac{1}{-2^2} \cdot \ln(2)^2 \cdot \delta \end{pmatrix}$$

$$\text{root}\left(F(x, 10) - \frac{1}{2}, x, 0, 50\right) = 11.774$$

7. Дисперсия (второй центральный момент).

$$D1(\delta) := \alpha_2(\delta) - \alpha_1(\delta)^2 \quad D1(10) = 42.92$$

$$D2(\delta) := 0.429 \cdot \delta^2 \quad D2(10) = 42.9$$



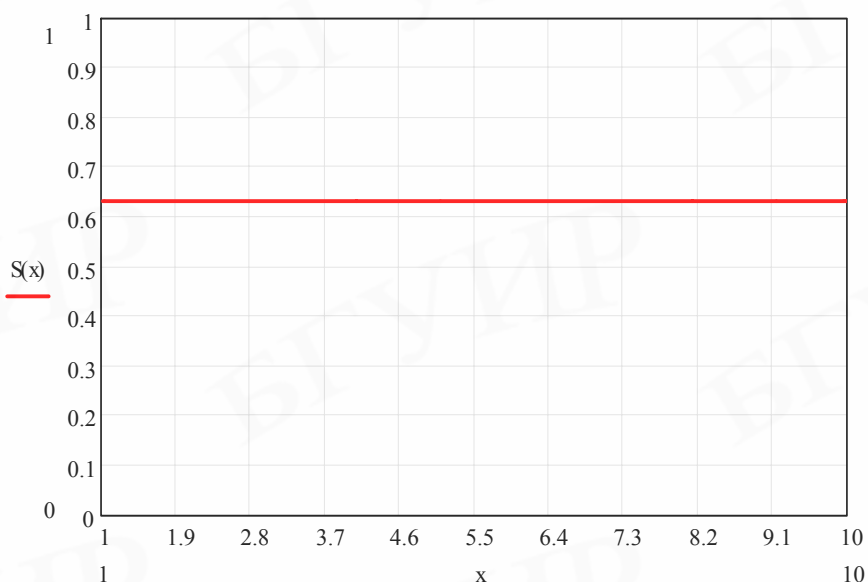
8. Среднеквадратическое отклонение.

$$\sigma(\delta) := \sqrt{D1(\delta)} \quad \sigma(10) = 6.551$$

9. Коэффициент асимметрии.

$$\mu_3(\delta) := 2\alpha_1(\delta)^3 - 3 \cdot \alpha_1(\delta) \cdot \alpha_2(\delta) + \alpha_3(\delta) \quad (\text{третий центральный момент})$$

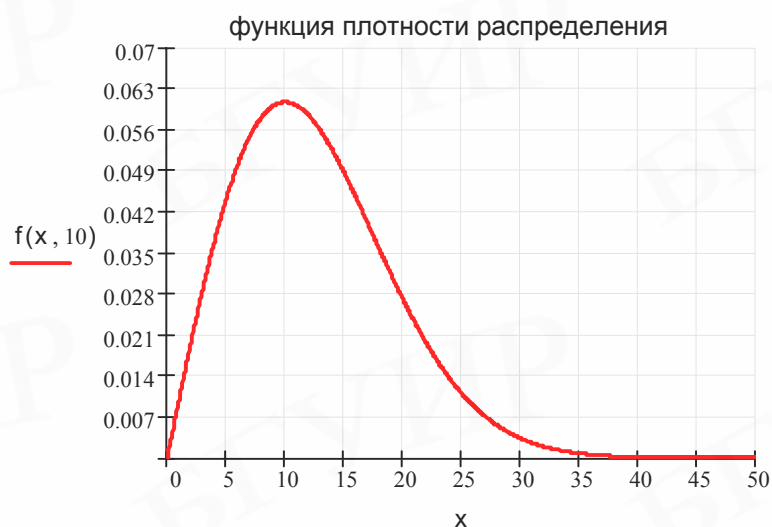
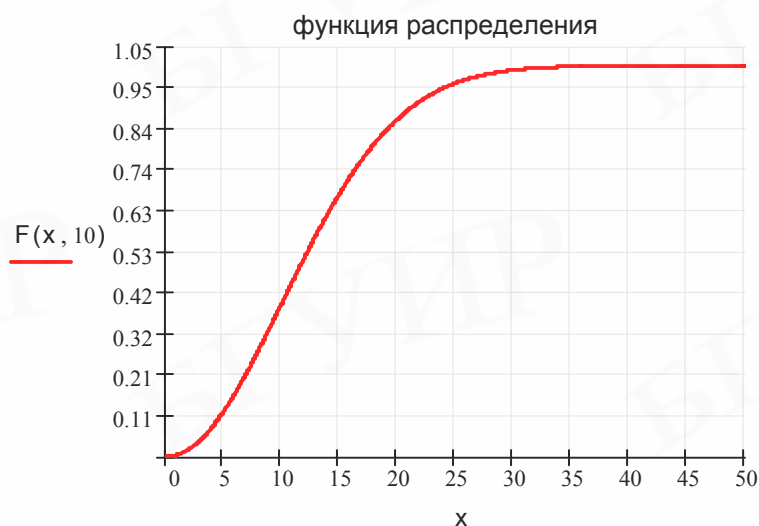
$$S(\delta) := \frac{\mu_3(\delta)}{\sigma(\delta)^3}$$



Пример выполнения задания №2

1. Распределение Релея (функция плотности, функция распределения вероятностей).

$$f(x, \delta) := \frac{x}{\delta^2} \cdot e^{-\left(\frac{x^2}{2\delta^2}\right)} \quad F(x, \delta) := 1 - e^{-\left(\frac{x^2}{2\delta^2}\right)}$$



$$M := \int_0^{60} x \cdot f(x, 10) dx$$

Математическое_ожидание

$$D := \int_0^{60} x^2 \cdot f(x, 10) dx - \left(\int_0^{60} x \cdot f(x, 10) dx \right)^2$$

Дисперсия

$$\sigma := \sqrt{D}$$

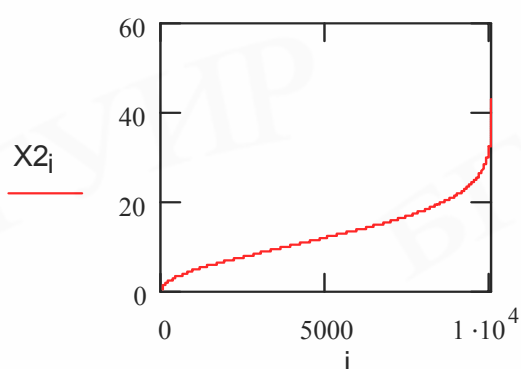
СКО

2. Функциональные зависимости и параметры, полученные с помощью имитации распределения Релея методом обратных функций.

```

n := 10000
i := 1.. n
a := 0
b := 1
Y1 := runif(n, a, b)
X1 := 10 · √(-2 · ln(1 - Y1))
X2 := sort(X1)

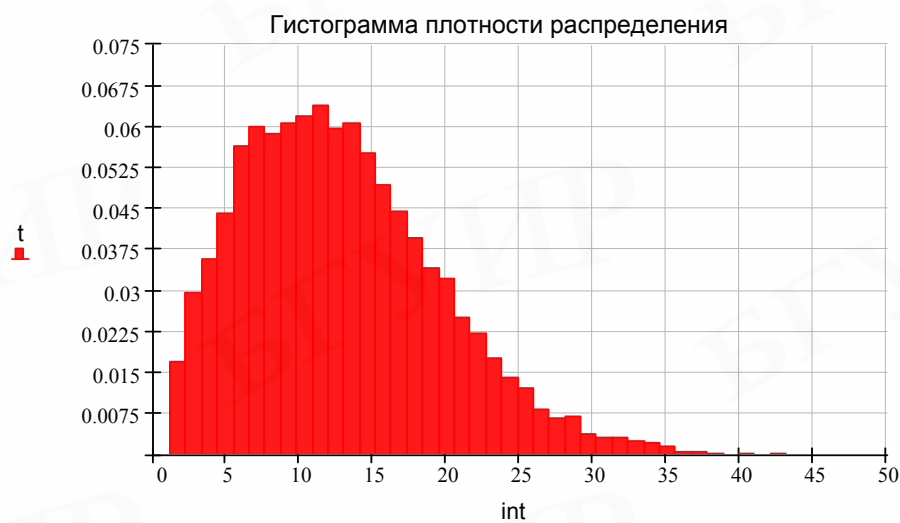
```



```

bin := 40
lower := floor(min(X1))
upper := ceil(max(X1))
h := (upper - lower) / bin
j := 1.. bin + 1
int_j := lower + h · j
t := hist(int_j, X1) / n
int := int + h / 2

```



$$m1 := \frac{\sum_{i=1}^n x1_i}{n}$$

Математическое_ожидание

$$d1 := \frac{\sum_{i=1}^n (x1_i)^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x1_i}{n} \right)^2$$

Дисперсия

3. Сравнение результатов.

$$M = 12.533$$

$$D = 42.92$$

$$m1 = 12.664$$

$$d1 = 44.736$$

Приложение 4

Пример выполнения задания №3

1. Исходные данные для статистического анализа.

$N0 := 1000$ (количество объектов, поставленных на испытание)

$a := 0$

$b := 1$

$Y := \text{runif}(N0, a, b)$

$X := 10 \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(1 - Y)}$

$X := \text{sort}(X)$

```
N(t) :=
  i ← 0
  while t > Xi
    i ← i + 1
  N0 - i
```

$h := 0.5$

$T_{\max} := \text{round}\left(\frac{\max(X)}{h}, 0\right)$

$i := 0..T_{\max}$

$T_i := i \cdot h$

$i := 0..T_{\max} - 1$

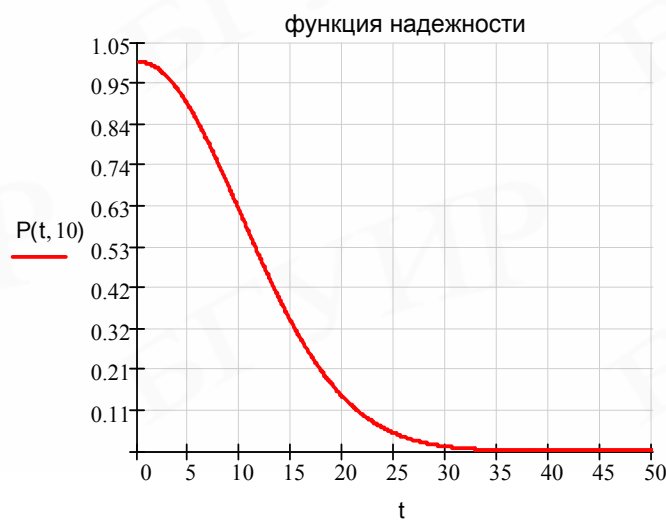
2. Функция надежности.

$$P1_i := \frac{N(T_i)}{N0}$$

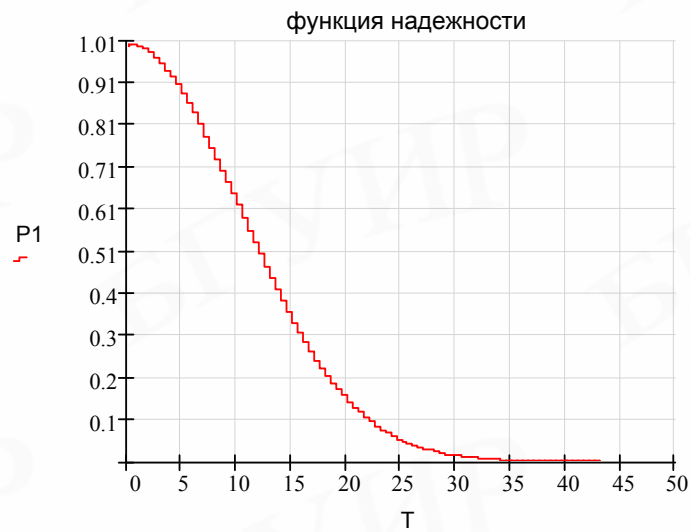
$$P1_{T_{\max}} := 0$$

$$P(t, \delta) := e^{-\left(\frac{t^2}{2 \cdot \delta^2}\right)}$$

Теоретический вид



Статистический вид

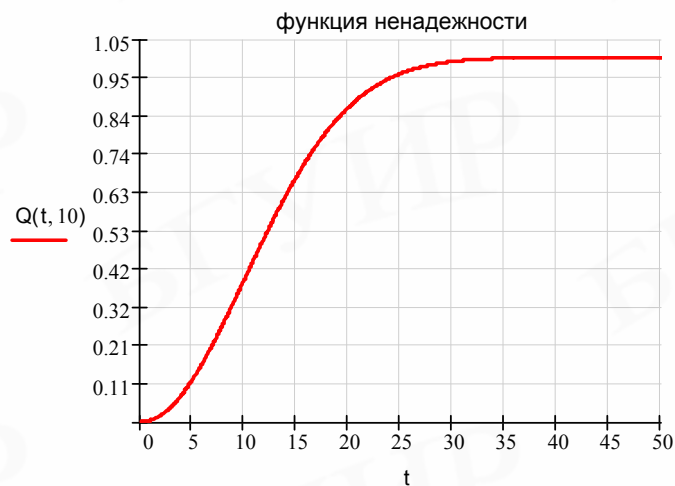


3. Функция ненадежности.

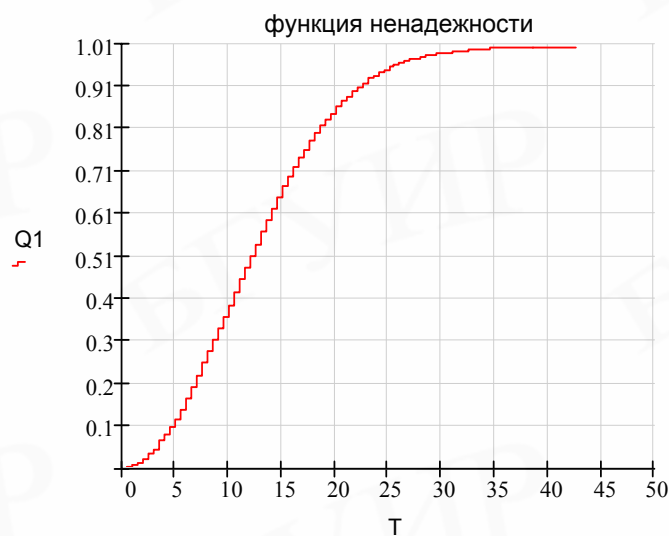
$$Q1_i := \frac{N0 - N(T_i)}{N0}$$

$$Q(t, \delta) := 1 - e^{-\left(\frac{t^2}{2 \cdot \delta^2}\right)}$$

Теоретический вид



Статистический вид



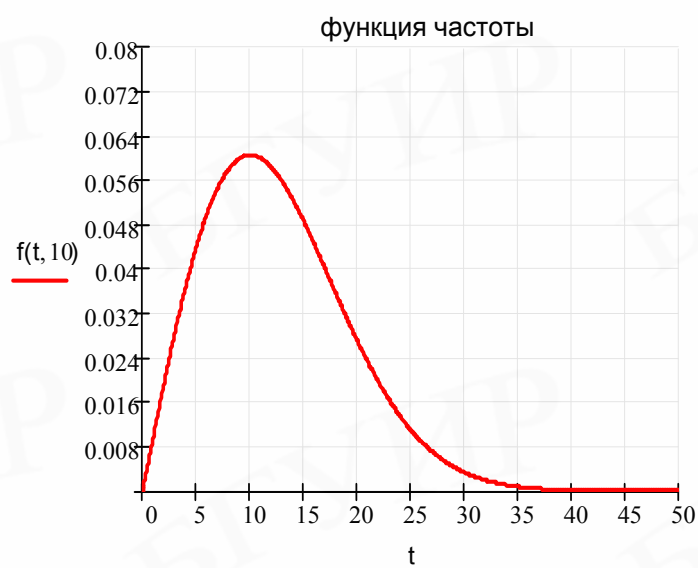
4. Функция частоты.

$$i := 0.. T_{\max} - 2$$

$$f(t, \delta) := \frac{t}{\delta^2} \cdot e^{-\left(\frac{t^2}{2 \cdot \delta^2}\right)}$$

$$f1_i := \frac{N(T_i) - N(T_i + h)}{N0 \cdot h}$$

Теоретический вид



Статистический вид



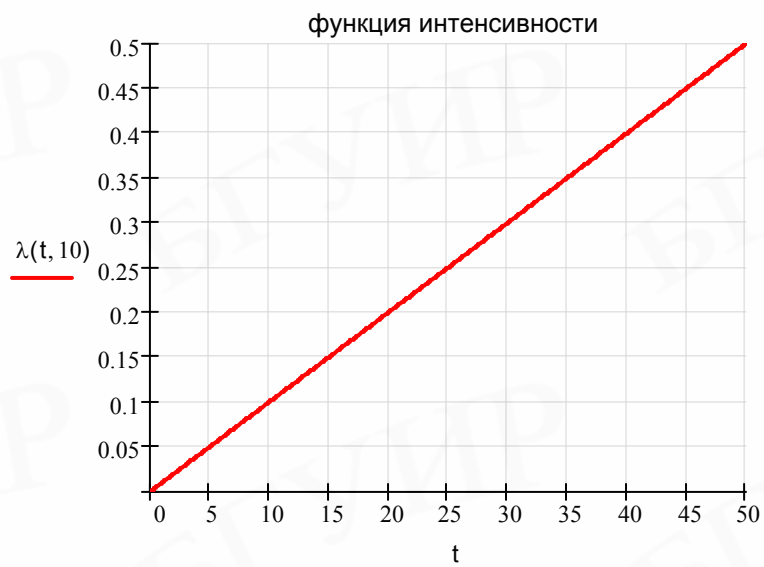
5. Функция интенсивности.

$$i := 0..T_{\max} - 2$$

$$\lambda(t, \delta) := \frac{f(t, \delta)}{P(t, \delta)}$$

$$\lambda_{1i} := \frac{N(T_i) - N(T_i + h)}{N(T_i) \cdot h}$$

Теоретический вид



Статистический вид



Математические функции

Наименование функции	Обозначение функции
<i>Тригонометрические функции</i>	
Синус	$\sin(x)$
Косинус	$\cos(x)$
Тангенс	$\tan(x)$
Секанс	$\sec(x)$
Косеканс	$\csc(x)$
Котангенс	$\cot(x)$
<i>Показательные и логарифмические функции</i>	
Экспоненциальная функция	$\exp(x)$
Натуральный логарифм (по основанию e)	$\ln(x)$
Десятичный логарифм (по основанию 10)	$\log(x)$
<i>Матричные функции</i>	
Объединяет в одну матрицы M1 и M2, имеющие одинаковое число строк (объединение идет "бок о бок")	$\text{augment}(M1, M2)$
Создает диагональную матрицу, элемент главной диагонали которой — вектор V	$\text{diag}(V)$
Возвращает число столбцов матрицы M	$\text{cols}(M)$
Возвращает число строк матрицы M	$\text{rows}(M)$
Возвращает среднее значение элементов массива M	$\text{mean}(M)$
Возвращает медиану элементов массива M	$\text{median}(M)$

Статистические функции

Функция	Назначение
<i>Функции вычисления плотности вероятности распределения</i>	
dbeta($x, s1, s2$)	Бета-распределение ($s1, s2 > 0$ — параметры формы, $0 < x < 1$)
dchisq(x, d)	Хи-квадрат-распределение ($x, d > 0$, причем d — число степеней свободы)
dexp(x, r)	Экспоненциальное распределение ($r, x > 0$)
dgamma(x, s)	Гамма-распределение ($s > 0$ — параметр формы, $x \geq 0$)
dlnorm(x, μ, σ)	Логарифмически-нормальное распределение (μ — натуральный логарифм среднего значения, $\sigma > 0$ — натуральный логарифм среднеквадратичного отклонения, $x > 0$)
dnorm(x, μ, σ)	Нормальное распределение (μ — среднее значение, $\sigma > 0$ — среднеквадратичное отклонение)
dunif(x, a, b)	Равномерное распределение (a и b — граничные точки интервала, причем $a < b$ и $a \leq x \leq b$)
dweibull(x, s)	Распределение Вейбулла ($s > 0$ — параметр формы)
<i>Функции распределения</i>	
pbeta($x, s1, s2$)	Значение в точке x функции стандартного нормального распределения
pchisq(x, d)	Значение в точке x кумулятивного {Хи-квадрат-распределения, в котором d - степень свободы
pexp(x, r)	Значение в точке x функции экспоненциального распределения
pgamma(x, s)	Значение в точке x функции гамма-распределения
plnorm(x, μ, σ)	Значение в точке x функции логнормального распределения
plnormn(x, μ, σ)	Значение в точке x функции нормального распределения
punif(x, a, b)	Значение в точке x функции равномерного распределения
pweibull(x, s)	Значение в точке x функции распределения Вейбулла
<i>Функции создания m - векторов различными законами распределения</i>	
rbeta($m, s1, s2$)	Бета-распределение
rchisq(m, d)	Хи-квадрат-распределение
rexp(m, r)	Экспоненциальное распределение
rgamma(m, s)	Гамма-распределение
rlnorm(m, μ, σ)	Логарифмически-нормальное распределение
rnorm(m, μ, σ)	Нормальное распределение
runif(m, a, b)	Равномерное распределение
rweibull(m, s)	Распределение Вейбулла

ЛИТЕРАТУРА

1. MathCad 6.0 Plus. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows. Изд. 2. – М.: Информационно-издательский дом «Филинь», 1997.
2. Теория надежности радиоэлектронных систем в примерах и задачах / Под ред. Г.В. Дружинина. – М.: Энергия, 1976.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш. шк., 1978.
4. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных систем. – М.: Энергия, 1977.
5. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности. – М.: Сов. радио, 1966.
6. Барлоу Р., Прошин Ф. Математическая теория надежности. – М.: Сов. радио, 1969.
7. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965.
8. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности: Учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 1985.
9. Надежность технических систем: Справочник / Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985.
10. ГОСТ 17.002-89. Надежность в технике. Термины и определения.
11. ГОСТ 24.701.-86. ЕСС АСУ. Надежность автоматизированных систем управления. Основные положения.
12. ГОСТ 27310-95 (МЭК 812-85). Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения.

Учебное издание

**Бахтизин Вячеслав Вениаминович,
Фадеева Елена Павловна**

НАДЕЖНОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

для студентов специальности I-40 01 01

«Программное обеспечение информационных технологий»
дневной формы обучения

В 4-х частях

Часть 1

Ответственный за выпуск Е.П. Фадеева

Подписано в печать 04.07.2006.
Гарнитура «Таймс».
Уч.-изд.л. 2,6.

Формат 60х84 1/16.
Печать ризографическая.
Тираж 100 экз.

Бумага офсетная.
Усл печ.л. 3,37.
Заказ 192.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6