­­Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БелорусскиЙ государственный университет

информатики и радиоэлектроники

Факультет Компьютерных Систем и Сетей

Кафедра Программного обеспечения информационных технологий

|  |
| --- |
|  |
|  |

Лабораторная работа №4

по дисциплине «Методы оптимизации»

на тему:

Нелинейная оптимизация

Вариант 26

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Выполнил  Студент гр. 751003 |  | Стубеда В.Д. |
| Проверила: |  | Филатченкова О.А. |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Минск, 2019

**Задание 1**

1. **Определить с помощью метода пассивного поиска минимум функции, , заданной на отрезке [0, 8]:**

а) при N = 16, ε= 0,1;

б) при N = 17.

Решение:

а) при N = 16, ε= 0,1

Определяем пары точек

Результаты вычислений x и f(x) заносим в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| x | 0,84 | 0,94 | 1,73 | 1,83 | 2,62 | 2,72 | 3,51 | 3,61 |
| f(x) | 5,50929 | 5,187068 | 3,346327 | 3,201883 | 2,763611 | 2,796944 | 3,761142 | 3,972253 |
| j | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| x | 4,39 | 4,49 | 5,28 | 5,38 | 6,17 | 6,27 | 7,06 | 7,16 |
| f(x) | 6,33892 | 6,727809 | 10,49694 | 11,06361 | 16,23522 | 16,97966 | 23,55373 | 24,47596 |

Т.к , то полагаем, что отрезком локализации является .

Точка принимается за оценку точки минимума , а значение функции – за оценку .

*;*

**Ответ:**; *;*

б) при N = 17

Определяем

Результаты вычислений x и f(x) заносим в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| x | 0,44 | 0,89 | 1,33 | 1,78 | 2,22 | 2,67 | 3,11 | 3,56 |
| f(x) | 6,975309 | 5,345679 | 4,111111 | 3,271605 | 2,82716 | 2,777778 | 3,123457 | 3,864198 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 4,00 | 4,44 | 4,89 | 5,33 | 5,78 | 6,22 | 6,67 | 7,11 | 7,56 |
| 5 | 6,530864 | 8,45679 | 10,77778 | 13,49383 | 16,60494 | 20,11111 | 24,01235 | 28,30864 |

Т.к. , то полагаем, что отрезком локализации является .

Точка принимается за оценку точки минимума , а значение функции – за оценку .

*;*

**Ответ:**; *;*

1. **Определить методом дихотомии минимум функции,**

**, заданной на отрезке [0, 8], при N = 16, ε= 0,1.**

Решение:

Количество итераций будет равно .

Результаты вычислений занесем в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | x1 | x2 | f1 | <= > | f2 | a | b |
| 0 | - | - | - |  | - | 0 | 8 |
| 1 | 3,95 | 4,05 | 4,8525 | < | 5,1525 | 0 | 4,05 |
| 2 | 1,975 | 2,075 | 3,025625 | > | 2,930625 | 1,975 | 4,05 |
| 3 | 2,9625 | 3,0625 | 2,963906 | < | 3,066406 | 1,975 | 3,0625 |
| 4 | 2,46875 | 2,56875 | 2,750977 | < | 2,754727 | 1,975 | 2,56875 |
| 5 | 2,221875 | 2,321875 | 2,827354 | > | 2,781729 | 2,221875 | 2,56875 |
| 6 | 2,345313 | 2,445313 | 2,773928 | > | 2,752991 | 2,345313 | 2,56875 |
| 7 | 2,407031 | 2,507031 | 2,758643 | > | 2,750049 | 2,407031 | 2,56875 |
| 8 | 2,437891 | 2,537891 | 2,753858 | > | 2,751436 | 2,437891 | 2,56875 |

Точка минимума локализована на отрезке [2,437891; 2,56875].

На данном отрезке исследовано 6 точек:

*;*

**Ответ:***;*

1. **Определить методом Фибоначчи минимум функции,**

**, заданной на отрезке [0, 8], при N = 16, ε= 0,2.**

Решение:

В данном случае необходимо будет выполнить N – 1 = 15 итераций.

Определяем числа Фибоначчи

|  |  |
| --- | --- |
| F17 | 2584 |
| F16 | 1597 |
| F15 | 987 |
| F14 | 610 |
| F13 | 377 |
| F12 | 233 |
| F11 | 144 |
| F10 | 89 |
| F9 | 55 |
| F8 | 34 |
| F7 | 21 |
| F6 | 13 |
| F5 | 8 |
| F4 | 5 |
| F3 | 3 |
| F2 | 2 |
| F1 | 1 |
| F0 | 1 |

Выберем ε равное 0,003.

Результаты вычислений для каждой итерации занесём в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | x1 | x2 | f1 | <= > | f2 | a | b |
| 0 | - | - | - |  | - | 0 | 8 |
| 1 | 3,055728 | 4,944272 | 3,058833 | < | 8,724467 | 0 | 4,944272 |
| 2 | 1,888545 | 3,055728 | 3,123877 | > | 3,058833 | 1,888545 | 4,944272 |
| 3 | 3,055728 | 3,77709 | 3,058833 | < | 4,380958 | 1,888545 | 3,77709 |
| 4 | 2,609907 | 3,055728 | 2,762079 | < | 3,058833 | 1,888545 | 3,055728 |
| 5 | 2,334366 | 2,609907 | 2,777435 | > | 2,762079 | 2,334366 | 3,055728 |
| 6 | 2,609907 | 2,780187 | 2,762079 | < | 2,828505 | 2,334366 | 2,780187 |
| 7 | 2,504646 | 2,609907 | 2,750022 | < | 2,762079 | 2,334366 | 2,609907 |
| 8 | 2,439627 | 2,504646 | 2,753645 | > | 2,750022 | 2,439627 | 2,609907 |
| 9 | 2,504646 | 2,544888 | 2,750022 | < | 2,752015 | 2,439627 | 2,544888 |
| 10 | 2,479869 | 2,504646 | 2,750405 | > | 2,750022 | 2,479869 | 2,544888 |
| 11 | 2,504646 | 2,520111 | 2,750022 | < | 2,750404 | 2,479869 | 2,520111 |
| 12 | 2,495335 | 2,504646 | 2,750022 | > | 2,750022 | 2,495335 | 2,520111 |
| 13 | 2,504646 | 2,510801 | 2,750022 | < | 2,750117 | 2,495335 | 2,510801 |
| 14 | 2,50149 | 2,504646 | 2,750002 | < | 2,750022 | 2,495335 | 2,504646 |
| 15 | 2,49849 | 2,50149 | 2,750002 | > | 2,750002 | 2,49849 | 2,504646 |

Серым цветом выделены те точки, которые вычисляются на каждой итерации.

Точка минимума локализована на отрезке [2,49849; 2,504646].

*;*

**Ответ:***;*

1. **Определить методом золотого сечения минимум функции,**

**, заданной на отрезке [0, 8], при N = 16.**

Решение:

Для нахождения решения необходимо выполнить N – 1 = 15 итераций. Результаты вычислений занесём в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации | x1 | x2 | f1 | <= > | f2 | a | b |
| 0 | - | - | - |  | - | 0 | 8 |
| 1 | 3,055728 | 4,944272 | 3,058834 | <= | 8,724465 | 0 | 4,944272 |
| 2 | 1,888544 | 3,055728 | 3,123879 | > | 3,058834 | 1,888544 | 4,944272 |
| 3 | 3,055728 | 3,777088 | 3,058834 | <= | 4,380953 | 1,888544 | 3,777088 |
| 4 | 2,609903 | 3,055728 | 2,762079 | <= | 3,058834 | 1,888544 | 3,055728 |
| 5 | 2,334369 | 2,609903 | 2,777434 | > | 2,762079 | 2,334369 | 3,055728 |
| 6 | 2,609903 | 2,780193 | 2,762079 | <= | 2,828508 | 2,334369 | 2,780193 |
| 7 | 2,504658 | 2,609903 | 2,750022 | <= | 2,762079 | 2,334369 | 2,609903 |
| 8 | 2,439613 | 2,504658 | 2,753647 | > | 2,750022 | 2,439613 | 2,609903 |
| 9 | 2,504658 | 2,544858 | 2,750022 | <= | 2,752012 | 2,439613 | 2,544858 |
| 10 | 2,479813 | 2,504658 | 2,750407 | > | 2,750022 | 2,479813 | 2,544858 |
| 11 | 2,504658 | 2,520013 | 2,750022 | <= | 2,750401 | 2,479813 | 2,520013 |
| 12 | 2,495168 | 2,504658 | 2,750023 | > | 2,750022 | 2,495168 | 2,520013 |
| 13 | 2,504658 | 2,510524 | 2,750022 | <= | 2,750111 | 2,495168 | 2,510524 |
| 14 | 2,501034 | 2,504658 | 2,750001 | <= | 2,750022 | 2,495168 | 2,504658 |
| 15 | 2,498793 | 2,501034 | 2,750001 | > | 2,750001 | 2,498793 | 2,504658 |

Красным цветом выделены те точки, которые вычисляются на каждой итерации.

Точка минимума локализована на отрезке [2,498793; 2,504658].

*;*

**Задание 2**

1. **Улучшить начальный план методом наискорейшего спуска (2-й итерации), а затем применить метод Ньютона к задаче**

**Сравнить полученный план по целевой функции.**

Решение.

Вычисляем градиент и матрицу вторых производных целевой функции:

,

Улучшаем план x1 методом наискорейшего спуска.

1-я итерация.

1. Проверяем для начального плана условие (6)
2. Вычисляем
3. Строим x2:
4. Подсчитываем

2-я итерация.

1. Проверяем для x2 условие (6):
2. Вычисляем
3. Строим x3:
4. Подсчитываем

то есть план x3 лучше на

Применим к задаче метод Ньютона.

1-я итерация.

Строим x2 по формуле (2). Считаем 1, имеем

2-я итерация.

Проверяем для x2 условие (6):

x2 – стационарная точка целевой функции.

Анализ решения.

Так как целевая функция задачи строго выпукла, то x0= оптимальный план, .

План x3 , построенный по МНС, является ξ –оптимальным с