

价值偏基准量（微分动力量子）的构造：PFB-GNLA 退化下的词法KAT作用么半群 \times GRL路径积分

- 作者：GaoZheng
- 日期：2025-09-26
- 版本：v1.0.0

注：“O3理论/O3元数学理论/主纤维丛版广义非交换李代数(PFB-GNLA)”相关理论参见：作者 (GaoZheng) 网盘分享 或 作者 (GaoZheng) 开源项目 或 作者 (GaoZheng) 主页，欢迎访问！

摘要

介绍 Kleene Algebra with Tests (KAT) 与相关闭包/半环结构在本项目中的角色：用以建模可验证控制流、停机点与合规模式。提供从数学结构到工程接口的映射规范，支撑规则检查、代价累积与策略约束的统一表达。

一、三层映射（从几何到算子到路径积分）

- 几何层 (PFB-GNLA)**：主纤维丛 $\pi: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{X}$ ，基底 \mathcal{X} 表示语义/业务情境（域、任务、合规约束），纤维群 G 由**广义非交换李代数** \mathfrak{g} 指数化而成；联络 ω 给出在情境移动时的并行输运与曲率成本。
- 退化层 (Lex-KAT 作用么半群)**：在“词法可计算”极限下，将 \mathfrak{g} 退化到**端算子么半群** $\text{End}(\Sigma^*)$ 的生成集：
 $\mathcal{G} = \{\mathbf{L}_h, \mathbf{R}_h, \mathbf{\Pi}_L, \mathbf{Head}_L, \mathbf{T}_\bullet, \mathbf{CI}^{\text{Pref}}, \mathbf{CI}^{\text{Suf}}, \mathbf{D}_{\text{head}}, \mathbf{CJK}\}$ 。
对应的**幂子么半群谱系**见你前述定义（投影带、测试核、乘-闭包核、管线核等）。
- 动力层 (GRL 路径积分)**：策略 π 在算子序列空间上诱导路径 measure；性能泛函

$$\mathcal{J}(\pi) = \mathbb{E}_\pi \left[\sum_t \left(\underbrace{\text{语义收益}}_{S_t} + \underbrace{\text{词法增益}}_{\delta_t} - \underbrace{\text{长度/合规成本}}_{C_t} \right) \right],$$

其中 $S_t = Q_t + L_t - P_t$ ， δ_t 由 U 上“命中即停”与**语义门控** ($\text{sim} > \tau$) 决定， C_t 含 L_h, L_p 的长度正则与预算约束。

二、算子基与占用测度（可微“结构坐标”）

令 $\{G_i\}_{i=1}^m \subset \mathcal{G}$ 为选定的**最小生成基**（建议： $\mathbf{L} \times \mathbf{R} \times \text{投影} \times \text{tests} \times \text{闭包的规范形}$ ）。

定义**占用测度与耦合权**：

$$\mu_i = \mathbb{E}_\pi \left[\sum_t \phi_i(t) \right], \quad \phi_i(t) = \mathbf{1}[\text{第 } t \text{ 步应用 } G_i], \quad \alpha_i = \text{策略门控/权重参数}.$$

若 L_h, L_p 纳入决策，定义 μ_{L_h}, μ_{L_p} 为其取值的分布时刻占用（或期望长度）。

三、GRL 路径积分下的“价值基准向量”定义

目标：给出一个落在 \mathfrak{g}^* 或其退化坐标的**向量**，衡量“增/减某类算子与长度”的**边际价值**。

1. 策略域梯度视角（可训练）

$$v_i := \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \alpha_i} \approx \mathbb{E}_\pi \left[\sum_t A_t \partial_{\alpha_i} \log \pi(G_t | s_t) \right]$$

这里 A_t 为优势；若 π 对 G_i 采用 softmax 门控，则

$\partial_{\alpha_i} \log \pi_i = 1 - \pi_i$ ，得到 $v_i \approx \mathbb{E}[A_t(1 - \pi_i)\phi_i]$ 。

2. 占用-函数视角（可审计/可回放）

$$v_i := \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_i} \approx \mathbb{E}_\pi \left[\sum_t (S_t + \delta_t - C_t) \phi_i(t) \right]$$

直接把“该算子出现一次”的边际收益计入。

3. 长度分量（Flex-Attn）

$$v_{L_h} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_{L_h}}, \quad v_{L_p} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_{L_p}},$$

用于调**历史窗口/预测上限**的最优资源点（术语处放宽、功能词处收紧）。

定义： $\mathbf{v} := (v_1, \dots, v_m, v_{L_h}, v_{L_p})^\top$ 即为语义空间的**价值基准向量**；在 PFB-GNLA 中，它对应 $\xi \in \mathfrak{g}^*$ 的一个**瞬时共轭元**（见下）。

四、从非交换到“微分动力量子”（量子化规则）

为使 \mathbf{v} 具备“最小动作”的可执行性，引入量子化映射 $Q : \mathbb{R} \rightarrow \Delta$ ：

$$\Delta_i = Q(v_i) = \text{sgn}(v_i) \cdot |v_i|^\beta \cdot \min\left\{\eta, \frac{|v_i|}{\sigma_i + \epsilon}\right\}, \quad 0 < \beta \leq 1$$

- η ：步长上限； σ_i ：该算子方差或 Fisher 预条件； β ：次线性量化（抗震荡）。
- 非交换耦合修正**（抑制“互相干扰”的更新）：

$$\Delta_i \leftarrow \Delta_i - \lambda_{\text{comm}} \sum_j \|[G_i, G_j]\| \pi_j,$$

其中 $[G_i, G_j] = G_i G_j - G_j G_i$ 以算子范数近似，不可交换越强，越抑制同时上调。

解释： Δ_i 就是**微分动力量子**——“对第 i 类算子/长度的最小价值倾向增量”。

五、几何配平：共轭动量与矩映射

在 PFB-GNLA 上引入 G -不变度量，定义**价值矩映射** $\mu : \mathcal{P} \rightarrow \mathfrak{g}^*$ ：

$$\langle \mu(p), X \rangle = \mathbb{E}_\pi \left[\sum_t R_t \langle \rho(X) | s_t \rangle, | s_t \rangle \right], \quad X \in \mathfrak{g},$$

ρ 为 \mathfrak{g} 在字符串希尔伯特空间的表示（左/右乘、投影、闭包的线性扩展）。

在此框架下， \mathbf{v} 可视为 $\xi := \mu(p)$ 的**坐标化切向**；沿策略演化的平均动力为

$$\dot{\xi} = \text{ad}_{\nabla H(\xi)}^* \xi - \Gamma \xi + \sum_i \Delta_i e_i^*,$$

其中 H 为“收益-成本”哈密顿量， Γ 为耗散项， e_i^* 是基 G_i 的对偶。

六、最小可落地算法（可审计实现）

输入：么半群基 $\{G_i\}$ ，长度集 U ，门控阈 τ ，IDF/隶属度，日志回放流。

输出： \mathbf{v} 与量子化增量 Δ ，热更 L_h, L_p 与算子门控。

- 统计占用与回报**：在线/离线回放得到 $\mu_i, \mu_{L_h}, \mu_{L_p}$ ，以及每步 S_t, δ_t, C_t 。

- 2. **计算 v** : 用“占用-函数”公式; 需要训练时改用策略域梯度公式。
- 3. **量子化**: 按上式得 Δ_i , 加入非交换耦合修正。
- 4. **资源调度**:

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \Delta_i, \quad L_h \leftarrow \text{clip}(L_h + \Delta_{L_h}), \quad L_p \leftarrow \text{clip}(L_p + \Delta_{L_p})$$

- 5. **合规模块**: tests (预算/黑词/合规) 为硬闸; 不通过则置零增量。
- 6. **监控**: 收敛性 ($\|\Delta\|$ 下降)、词法不合规 \downarrow 、语义指标 \uparrow 、吞吐稳定; 日志100%可回放。

七、与幂子么半群谱系的对位 (选核)

- **E-核 (幂等生成)**: $\langle \Pi, \text{Head}, T, \text{Cl}, D, \text{CJK} \rangle$ ——优先用于**审计与回放**, \mathbf{v} 的主要分量来自 T, Cl 与 Π 。
- **Act-Cl 核 (乘 \times 闭包)**: $\langle L, R, \text{Cl}^{\text{Pref}}, \text{Cl}^{\text{Suf}} \rangle$ ——优先用于**在线吞吐与术语捕获**, \mathbf{v} 中 v_{L_p} 往往对吞吐/质量最敏感。
- **Pipeline 核 (tests \rightarrow 闭包 \rightarrow tests \rightarrow 闭包 \rightarrow 清洗)**: 用于**强合规域** (医疗/司法/政务); \mathbf{v} 的合规模块分量必须为非负锥内投影。

八、KPI 与风控 (验收口径)

- 词法不合规 (`word_noncompliance`) $\downarrow \geq 30$; 术语覆盖/要点召回 \uparrow ($\geq 8-15pp$);
- 训练/推理一致性: 训练禁 Top-p, Eval-w/o-Top-p 偏差 $<$ 阈;
- 资源: tok/s \geq 基线90%, L_p 平均值处于可控区间;
- 审计: 事件日志可 100% 回放; \mathbf{v} 与 Δ 可追溯到算子级证据。

九、一句话结论

把 PFB-GNLA 的几何“力学”退化到 Lex-KAT 的可计算“算子学”, 再用 GRL 路径积分把**收益-成本**记满账本; **价值基准向量 \mathbf{v}** 是“哪类算子/长度最该加码或减码”的**共轭动量**, 其**微分动力量子 Δ** 则是**最小可执行**的结构增量。按上述构造落地, 你就同时拿到: 可解释 (算子级)、可控 (长度与门控)、可审计 (KAT-tests)、可优化 (几何共轭) 的闭环系统。

许可声明 (License)

Copyright (C) 2025 GaoZheng

本文档采用[知识共享-署名-非商业性使用-禁止演绎 4.0 国际许可协议 \(CC BY-NC-ND 4.0\)](#)进行许可。