

# 价值偏基准量（微分动力量子）的构造： PFB-GNLA 退化下的词法KAT作用么半群 × GRL路径积分

- 作者：GaoZheng
- 日期：2025-09-26
- 版本：v1.0.0

注：“O3理论/O3元数学理论/主纤维丛版广义非交换李代数(PFB-GNLA)”相关理论参见：[作者 \(GaoZheng\) 网盘分享](#) 或 [作者 \(GaoZheng\) 开源项目](#) 或 [作者 \(GaoZheng\) 主页](#)，欢迎访问！

## 摘要

介绍 Kleene Algebra with Tests (KAT) 与相关闭包/半环结构在本项目中的角色：用以建模可验证控制流、停机点与合规模式。提供从数学结构到工程接口的映射规范，支撑规则检查、代价累积与策略约束的统一表达。

## 一、三层映射（从几何到算子到路径积分）

- 几何层 (PFB-GNLA)**：主纤维丛  $\pi: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{X}$ ，基底  $\mathcal{X}$  表示语义/业务情境（域、任务、合规约束），纤维群  $G$  由广义非交换李代数  $\mathfrak{g}$  指数化而成；联络  $\omega$  给出在情境移动时的并行输运与曲率成本。
- 退化层 (Lex-KAT 作用么半群)**：在“词法可计算”极限下，将  $\mathfrak{g}$  退化到端算子么半群  $\text{End}(\Sigma^*)$  的生成集：  
 $\mathcal{G} = \{\mathbf{L}_h, \mathbf{R}_h, \mathbf{\Pi}_L, \mathbf{Head}_L, \mathbf{T}_\bullet, \mathbf{CI}^{\text{Pref}}, \mathbf{CI}^{\text{Suf}}, \mathbf{D}_{\text{head}}, \mathbf{CJK}\}$ 。  
对应的幂子么半群谱系见你前述定义（投影带、测试核、乘-闭包核、管线核等）。
- 动力层 (GRL 路径积分)**：策略  $\pi$  在算子序列空间上诱导路径 measure；性能泛函

$$\mathcal{J}(\pi) = \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t \left( \underbrace{\text{语义收益}}_{S_t} + \underbrace{\text{词法增益}}_{\delta_t} - \underbrace{\text{长度/合规成本}}_{C_t} \right) \right],$$

其中  $S_t = Q_t + L_t - P_t$ ,  $\delta_t$  由  $U$  上“命中即停”与语义门控 ( $\text{sim} > \tau$ ) 决定,  $C_t$  含  $L_h, L_p$  的长度正则与预算约束。

## 二、算子基与占用测度（可微“结构坐标”）

令  $\{G_i\}_{i=1}^m \subset \mathcal{G}$  为选定的**最小生成基**（建议： $\mathbf{L} \times \mathbf{R} \times \text{投影} \times \text{tests} \times \text{闭包的规范形}$ ）。

定义**占用测度与耦合权**：

$$\mu_i = \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t \phi_i(t) \right], \quad \phi_i(t) = \mathbf{1}[\text{第 } t \text{ 步应用 } G_i], \quad \alpha_i = \text{策略门控/权重参数}.$$

若  $L_h, L_p$  纳入决策, 定义  $\mu_{L_h}, \mu_{L_p}$  为其取值的分布时刻占用（或期望长度）。

## 三、GRL 路径积分下的“价值基准向量”定义

**目标**：给出一个落在  $\mathbf{g}^*$  或其退化坐标的**向量**, 衡量“增/减某类算子与长度”的**边际价值**。

### 1. 策略域梯度视角（可训练）

$$v_i := \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \alpha_i} \approx \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t A_t \partial_{\alpha_i} \log \pi(G_t | s_t) \right]$$

这里  $A_t$  为优势；若  $\pi$  对  $G_i$  采用 softmax 门控, 则

$\partial_{\alpha_i} \log \pi_i = 1 - \pi_i$ , 得到  $v_i \approx \mathbb{E}[A_t(1 - \pi_i)\phi_i]$ 。

### 2. 占用-函数视角（可审计/可回放）

$$v_i := \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_i} \approx \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t (S_t + \delta_t - C_t) \phi_i(t) \right]$$

直接把“该算子出现一次”的边际收益计入。

### 3. 长度分量（Flex-Attn）

$$v_{L_h} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_{L_h}}, \quad v_{L_p} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_{L_p}},$$

用于调**历史窗口/预测上限**的最优资源点（术语处放宽、功能词处收紧）。

**定义：**  $\mathbf{v} := (v_1, \dots, v_m, v_{L_h}, v_{L_p})^\top$  即为语义空间的**价值基准向量**；在 PFB-GNLA 中，它对应  $\xi \in \mathfrak{g}^*$  的一个**瞬时共轭元**（见下）。

## 四、从非交换到“微分动力量子”（量子化规则）

为使  $\mathbf{v}$  具备“最小动作”的可执行性，引入量子化映射  $Q : \mathbb{R} \rightarrow \Delta$ ：

$$\Delta_i = Q(v_i) = \text{sgn}(v_i) \cdot |v_i|^\beta \cdot \min\left\{\eta, \frac{|v_i|}{\sigma_i + \epsilon}\right\}, \quad 0 < \beta \leq 1$$

- $\eta$ ：步长上限； $\sigma_i$ ：该算子方差或 Fisher 预条件； $\beta$ ：次线性量化（抗震荡）。
- **非交换耦合修正**（抑制“互相干扰”的更新）：

$$\Delta_i \leftarrow \Delta_i - \lambda_{\text{comm}} \sum_j \|[G_i, G_j]\| \pi_j,$$

其中  $[G_i, G_j] = G_i G_j - G_j G_i$  以算子范数近似，不可交换越强，越抑制同时上调。

解释： $\Delta_i$  就是**微分动力量子**——“对第  $i$  类算子/长度的最小价值倾向增量”。

## 五、几何配平：共轭动量与矩映射

在 PFB-GNLA 上引入  $G$ -不变度量，定义**价值矩映射**  $\mu : \mathcal{P} \rightarrow \mathfrak{g}^*$ ：

$$\langle \mu(p), X \rangle = \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t R_t \langle \rho(X) | s_t \rangle, | s_t \rangle \right], \quad X \in \mathfrak{g},$$

$\rho$  为  $\mathfrak{g}$  在字符串希尔伯特空间的表示（左/右乘、投影、闭包的线性扩展）。

在此框架下， $\mathbf{v}$  可视为  $\xi := \mu(p)$  的**坐标化切向**；沿策略演化的平均动力为

$$\dot{\xi} = \text{ad}_{\nabla H(\xi)}^* \xi - \Gamma \xi + \sum_i \Delta_i e_i^*,$$

其中  $H$  为“收益-成本”哈密顿量， $\Gamma$  为耗散项， $e_i^*$  是基  $G_i$  的对偶。

## 六、最小可落地算法（可审计实现）

输入：幺半群基  $\{G_i\}$ ，长度集  $U$ ，门控阈  $\tau$ ，IDF/隶属度，日志回放流。

输出： $\mathbf{v}$  与量子化增量  $\Delta$ ，热更  $L_h, L_p$  与算子门控。

1. **统计占用与回报**：在线/离线回放得到  $\mu_i, \mu_{L_h}, \mu_{L_p}$ ，以及每步  $S_t, \delta_t, C_t$ 。
2. **计算  $v$** ：用“占用-函数”公式；需要训练时改用策略域梯度公式。
3. **量子化**：按上式得  $\Delta_i$ ，加入非交换耦合修正。
4. **资源调度**：

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \Delta_i, \quad L_h \leftarrow \text{clip}(L_h + \Delta_{L_h}), \quad L_p \leftarrow \text{clip}(L_p + \Delta_{L_p})$$

5. **合规模块**：tests（预算/黑词/合规）为硬闸；不通过则置零增量。
6. **监控**：收敛性（ $\|\Delta\|$ 下降）、词法不合规  $\downarrow$ 、语义指标  $\uparrow$ 、吞吐稳定；日志100%可回放。

## 七、与幂子幺半群谱系的对位（选核）

- **E-核（幂等生成）**： $\langle \Pi, \text{Head}, T, \text{Cl}, D, \text{CJK} \rangle$  ——优先用于**审计与回放**， $\mathbf{v}$  的主要分量来自  $T, \text{Cl}$  与  $\Pi$ 。
- **Act-Cl 核（乘×闭包）**： $\langle L, R, \text{Cl}^{\text{Pref}}, \text{Cl}^{\text{Suf}} \rangle$  ——优先用于**在线吞吐与术语捕获**， $\mathbf{v}$  中  $v_{L_p}$  往往对吞吐/质量最敏感。
- **Pipeline 核（tests→闭包→tests→闭包→清洗）**：用于**强合规域**（医疗/司法/政务）； $\mathbf{v}$  的合规模块分量必须为非负锥内投影。

## 八、KPI 与风控（验收口径）

- 词法不合规（word\_noncompliance） $\downarrow \geq 30$ ；术语覆盖/要点召回  $\uparrow$ （ $\geq 8-15pp$ ）；
- 训练/推理一致性：训练禁 Top-p，Eval-w/o-Top-p 偏差  $<$  阈；
- 资源：tok/s  $\geq$  基线90%， $L_p$  平均值处于可控区间；
- 审计：事件日志可 100% 回放； $\mathbf{v}$  与  $\Delta$  可追溯到算子级证据。

## 九、一句话结论

把 PFB-GNLA 的几何“力学”退化到 Lex-KAT 的可计算“算子学”，再用 GRL 路径积分把**收益-成本**记满账本；**价值基准向量  $\mathbf{v}$**  是“哪类算子/长度最该加码或减码”的**共轭动量**，其**微分动力量子  $\Delta$**  则是**最小可执行**的结构增量。按上述构造落地，你就同时拿到：可解释（算子级）、可控（长度与门控）、可审计（KAT-tests）、可优化（几何共轭）的闭环系统。

---

### 许可声明 (License)

Copyright (C) 2025 GaoZheng

本文档采用[知识共享-署名-非商业性使用-禁止演绎 4.0 国际许可协议 \(CC BY-NC-ND 4.0\)](#)进行许可。