

# 价值偏基准量（微分动力量子）的构造： PFB-GNLA 退化下的词法KAT作用幺半群 × GRL路径积分

- 作者: GaoZheng
- 日期: 2025-09-26
- 版本: v1.0.0

注: “O3理论/O3元数学理论/主纤维丛版广义非交换李代数(PFB-GNLA)”相关理论参见: 作者 (GaoZheng) 网盘分享 或 作者 (GaoZheng) 开源项目 或 作者 (GaoZheng) 主页, 欢迎访问!

## 摘要

介绍 Kleene Algebra with Tests (KAT) 与相关闭包/半环结构在本项目中的角色: 用以建模可验证控制流、停机点与合规模式。提供从数学结构到工程接口的映射规范, 支撑规则检查、代价累积与策略约束的统一表达。

## 一、三层映射（从几何到算子到路径积分）

- 几何层 (PFB-GNLA)** : 主纤维丛  $\pi: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{X}$ , 基底  $\mathcal{X}$  表示语义/业务情境 (域、任务、合规约束), 纤维群  $G$  由广义非交换李代数  $\mathfrak{g}$  指数化而成; 联络  $\omega$  给出在情境移动时的并行输运与曲率成本。
- 退化层 (Lex-KAT 作用幺半群)** : 在“词法可计算”极限下, 将  $\mathfrak{g}$  退化到端算子幺半群  $\text{End}(\Sigma^*)$  的生成集:  
$$\mathcal{G} = \{\mathbf{L}_h, \mathbf{R}_h, \Pi_L, \mathbf{Head}_L, \mathbf{T}_{\bullet}, \mathbf{Cl}^{\text{Pref}}, \mathbf{Cl}^{\text{Suf}}, \mathbf{D}_{\text{head}}, \mathbf{CJK}\}.$$
对应的幂子幺半群谱系见你前述定义 (投影带、测试核、乘-闭包核、管线核等)。
- 动力层 (GRL 路径积分)** : 策略  $\pi$  在算子序列空间上诱导路径 measure; 性能泛函

$$\mathcal{J}(\pi) = \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t \left( \underbrace{\text{语义收益}}_{S_t} + \underbrace{\text{词法增益}}_{\delta_t} - \underbrace{\text{长度/合规成本}}_{C_t} \right) \right],$$

其中  $S_t = Q_t + L_t - P_t$ ,  $\delta_t$  由  $U$  上“命中即停”与语义门控 ( $\text{sim} > \tau$ ) 决定,  $C_t$  含  $L_h, L_p$  的长度正则与预算约束。

---

## 二、算子基与占用测度（可微“结构坐标”）

令  $\{G_i\}_{i=1}^m \subset \mathcal{G}$  为选定的**最小生成基** (建议:  $\mathbf{L} \times \mathbf{R} \times \text{投影} \times \text{tests} \times \text{闭包}$  的规范形)。

定义**占用测度与耦合权**:

$$\mu_i = \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t \phi_i(t) \right], \quad \phi_i(t) = \mathbf{1}[\text{第 } t \text{ 步应用 } G_i], \quad \alpha_i = \text{策略门控/权重参数.}$$

若  $L_h, L_p$  纳入决策, 定义  $\mu_{L_h}, \mu_{L_p}$  为其取值的分布时刻占用 (或期望长度)。

---

## 三、GRL 路径积分下的“价值基准向量”定义

**目标:** 给出一个落在  $\mathfrak{g}^*$  或其退化坐标的**向量**, 衡量“增/减某类算子与长度”的**边际价值**。

### 1. 策略域梯度视角 (可训练)

$$v_i := \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \alpha_i} \approx \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t A_t \partial_{\alpha_i} \log \pi(G_t | s_t) \right]$$

这里  $A_t$  为优势; 若  $\pi$  对  $G_i$  采用 softmax 门控, 则

$\partial_{\alpha_i} \log \pi_i = 1 - \pi_i$ , 得到  $v_i \approx \mathbb{E}[A_t(1 - \pi_i)\phi_i]$ 。

### 2. 占用-函数视角 (可审计/可回放)

$$v_i := \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_i} \approx \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t (S_t + \delta_t - C_t) \phi_i(t) \right]$$

直接把“该算子出现一次”的边际收益计入。

### 3. 长度分量 (Flex-Attn)

$$v_{L_h} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_{L_h}}, \quad v_{L_p} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mu_{L_p}},$$

用于调**历史窗口/预测上限**的最优资源点 (术语处放宽、功能词处收紧)。

**定义**:  $\mathbf{v} := (v_1, \dots, v_m, v_{L_h}, v_{L_p})^\top$  即为语义空间的**价值基准向量**; 在 PFB-GNLA 中, 它对应  $\xi \in \mathfrak{g}^*$  的一个**瞬时共轭元** (见下)。

## 四、从非交换到“微分动力量子”（量子化规则）

为使  $\mathbf{v}$  具备“最小动作”的可执行性, 引入量子化映射  $Q : \mathbb{R} \rightarrow \Delta$ :

$$\Delta_i = Q(v_i) = \operatorname{sgn}(v_i) \cdot |v_i|^\beta \cdot \min\left\{\eta, \frac{|v_i|}{\sigma_i + \epsilon}\right\}, \quad 0 < \beta \leq 1$$

- $\eta$ : 步长上限;  $\sigma_i$ : 该算子方差或 Fisher 预条件;  $\beta$ : 次线性量化 (抗震荡)。
- **非交换耦合修正** (抑制“互相干扰”的更新) :

$$\Delta_i \leftarrow \Delta_i - \lambda_{\text{comm}} \sum_j \| [G_i, G_j] \| \pi_j,$$

其中  $[G_i, G_j] = G_i G_j - G_j G_i$  以算子范数近似, 不可交换越强, 越抑制同时上调。

解释:  $\Delta_i$  就是**微分动力量子**——“对第  $i$  类算子/长度的最小价值倾向增量”。

## 五、几何配平: 共轭动量与矩映射

在 PFB-GNLA 上引入  $G$ -不变度量, 定义**价值矩映射**  $\mu : \mathcal{P} \rightarrow \mathfrak{g}^*$ :

$$\langle \mu(p), X \rangle = \mathbb{E}_\pi \left[ \sum_t R_t \langle \rho(X) | s_t \rangle, | s_t \rangle \right], \quad X \in \mathfrak{g},$$

$\rho$  为  $\mathfrak{g}$  在字符串希尔伯特空间的表示 (左/右乘、投影、闭包的线性扩展)。

在此框架下,  $\mathbf{v}$  可视为  $\xi := \mu(p)$  的**坐标化切向**; 沿策略演化的平均动力为

$$\dot{\xi} = \operatorname{ad}_{\nabla H(\xi)}^* \xi - \Gamma \xi + \sum_i \Delta_i e_i^*,$$

其中  $H$  为“收益-成本”哈密顿量,  $\Gamma$  为耗散项,  $e_i^*$  是基  $G_i$  的对偶。

## 六、最小可落地算法（可审计实现）

**输入：**幺半群基  $\{G_i\}$ , 长度集  $U$ , 门控阈  $\tau$ , IDF/隶属度, 日志回放流。

**输出：** $v$  与量子化增量  $\Delta$ , 热更  $L_h, L_p$  与算子门控。

1. **统计占用与回报**: 在线/离线回放得到  $\mu_i, \mu_{L_h}, \mu_{L_p}$ , 以及每步  $S_t, \delta_t, C_t$ 。
2. **计算  $v$** : 用“占用-函数”公式; 需要训练时改用策略域梯度公式。
3. **量子化**: 按上式得  $\Delta_i$ , 加入非交换耦合修正。
4. **资源调度**:

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \Delta_i, \quad L_h \leftarrow \text{clip}(L_h + \Delta_{L_h}), \quad L_p \leftarrow \text{clip}(L_p + \Delta_{L_p})$$

5. **合规模块**: tests (预算/黑词/合规) 为硬闸; 不通过则置零增量。
  6. **监控**: 收敛性 ( $\|\Delta\|$ 下降)、词法不合规  $\downarrow$ 、语义指标  $\uparrow$ 、吞吐稳定; 日志100%可回放。
- 

## 七、与幂子幺半群谱系的对位（选核）

- **E-核（幂等生成）** :  $\langle \Pi, \text{Head}, \mathbf{T}, \mathbf{Cl}, \mathbf{D}, \mathbf{CJK} \rangle$  ——优先用于**审计与回放**,  $v$  的主要分量来自  $\mathbf{T}, \mathbf{Cl}$  与  $\Pi$ 。
  - **Act-Cl 核（乘×闭包）** :  $\langle \mathbf{L}, \mathbf{R}, \mathbf{Cl}^{\text{Pref}}, \mathbf{Cl}^{\text{Suf}} \rangle$  ——优先用于**在线吞吐与术语捕获**,  $v$  中  $v_{L_p}$  往往对吞吐/质量最敏感。
  - **Pipeline 核 (tests → 闭包 → tests → 闭包 → 清洗)** : 用于**强合规域** (医疗/司法/政务);  $v$  的合规模块分量必须为非负锥内投影。
- 

## 八、KPI 与风控（验收口径）

- 词法不合规 (`word_noncompliance`)  $\downarrow \geq 30$ ; 术语覆盖/要点召回  $\uparrow$  ( $\geq 8-15pp$ ) ;
  - 训练/推理一致性: 训练禁 Top-p, Eval-w/o-Top-p 偏差  $<$  阈;
  - 资源: `tok/s`  $\geq$  基线90%,  $L_p$  平均值处于可控区间;
  - 审计: 事件日志可 100% 回放;  $v$  与  $\Delta$  可追溯到算子级证据。
-

## 九、一句话结论

把 PFB-GNLA 的几何“力学”退化到 Lex-KAT 的可计算“算子学”，再用 GRL 路径积分把**收益-成本**记满账本；**价值基准向量  $v$**  是“哪类算子/长度最该加码或减码”的**共轭动量**，其**微分动力量子  $\Delta$**  则是**最小可执行**的结构增量。按上述构造落地，你就同时拿到：可解释（算子级）、可控（长度与门控）、可审计（KAT-tests）、可优化（几何共轭）的闭环系统。

---

### 许可声明 (License)

Copyright (C) 2025 GaoZheng

本文档采用[知识共享-署名-非商业性使用-禁止演绎 4.0 国际许可协议 \(CC BY-NC-ND 4.0\)](#)进行许可。