

# 主纤维丛 × 逻辑压强场 × MDQ (HACA) 的工程—数学统一：从字符级RL到可审计的语义动力学

- 作者：GaoZheng
- 日期：2025-09-28
- 版本：v1.0.0

## 摘要

本文提出一个统一框架：以主纤维丛刻画字符级生成的几何结构，以“逻辑压强场”引导策略在曲率敏感的约束下更新，并以 MDQ 将几何—代数—优化落成可回放、可回滚、可审计的最小执行单元。核心在于：底流形状态流 × 端算子结构群 × 联络/曲率；带权 KAT 与半环耦合焊接程序语义与数值语义；以路径积分“学路径”而非“学文本”。工程上，压缩/扩展双算子、EKB 与 tests 共治，形成质量×成本×治理可度量的产线。文末给出 KPI、SLA、几何一致性可证标准与反模式清单。1)几何化建模：在底流形上以联络/曲率刻画策略门控与非交换性。2)压强场治理：以对易子范数与使用率耦合，抑制顺序冲突。3)语义焊接：KAT (含 tests) × 半环耦合，实现证据化“命中/早停/回退”。4)学路径不学文本：路径积分目标与潜在型塑形保证策略等价类。5)可运维：MDQ-pkg、回放/回滚、KPI/SLA 与几何一致性检验。

- 立论：把字符级生成从“串空间”提升到“端算子么半群上的主纤维丛”视角；把优化从“噪声梯度”转为“逻辑压强场驱动的路径最小化”。
- 核心结构：
  - 底流形  $\mathcal{X}$ ：序列生成过程（时序/段落/问题驱动的状态流）。
  - 结构群/纤维  $G$ ：由左/右乘、投影、tests、闭包等端算子生成，等价于某个李代数  $\mathfrak{g}$  的包络代数  $U(\mathfrak{g})$  的表示像。
  - 联络  $\omega$  与曲率  $\Omega$ ：分别对应策略门控/约束与非交换性；曲率的“能量”以对易子惩罚进入目标函数。
  - 逻辑压强场： $\mathcal{P} \propto \lambda_{\text{comm}} \sum_j \|[G_i, G_j]\|, \pi_j$ ；在高曲率区抑制顺序冲突、稳定学习。
- 方法论：在 KAT (含 tests) × 半环耦合（加权）上做 GRL 路径积分；策略更新以微分动力量子 (MDQ) 为最小可执行单元（可回放、可回滚），落到可观测、可治理的产线。

# 1 | 从“串空间”到“主纤维丛”：对象与态射

## 1.1 底层对象

- 自由幺半群： $(\Sigma^*, \circ, \varepsilon)$  承载文本串连接。
- 端算子幺半群： $(\text{End}(\Sigma^*), \circ_{\text{func}}, \text{id})$  承载操作（左/右乘、投影、tests、闭包等）。

## 1.2 主纤维丛建模

- 底流形  $\mathcal{X}$ ：把每一步生成（或每个段块/窗口）视为流形上的一点；其邻域包含可观测上下文。
- 结构群  $G$ ：由端算子生成的可逆（或可嵌入）子群；其李代数  $\mathfrak{g}$  描述“无穷小算子”。
- 丛映射  $\pi : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{X}$ ：每个状态携带“可用算子”的纤维；规范变换相当于别名归一/词形映射/日志重放下的不变量。

## 1.3 表示同态（合法性）

存在代数同态  $\Phi : U(\mathfrak{g}) \rightarrow \text{End}(\Sigma^*)$ ，使“词法 KAT 作用幺半群”是  $U(\mathfrak{g})$  在文本上的表示像。这保证了把连续几何（联络/曲率）的语义，退化到可计算的离散算子学，并与工程实现对齐。

# 2 | 联络、曲率与“逻辑压强场”

## 2.1 联络 $\omega$ ：门控/并行输运

- 策略门控（温度、Top-p 禁用、mask、tests）抽象为“如何在纤维上移动而仍与底流形对齐”的协变规则。
- 并行输运：把一处的决策基准（MDQ）沿轨迹搬运到后续状态，形成一致的门控约束。

## 2.2 曲率 $\Omega = d\omega + \frac{1}{2}[\omega, \omega]$ ：非交换性量化

- 工程对应：操作次序的重要性（短语顺序、左/右拼接与闭包顺序）。
- 对易子范数  $\| [G_i, G_j] \|$  给出“局部曲率强度”的可计算指标。

## 2.3 逻辑压强场（核心）

定义（工程口径）：

$$\mathcal{P}_i(s) = \lambda_{\text{comm}} \sum_j \|[G_i, G_j]\| \pi(a = G_j | s)$$

在“强非交换”与“高使用率”交汇区，压强大，抑制对抗性更新，逼近“几何一致”的最短路。其作用是把“策略更新”从无约束梯度降噪，转为曲率感知的约束优化；与 tests（硬闸）配合，形成软硬一体的治理。

### 3 | 带权 KAT 与半环耦合：把数值信号和程序语义焊死

- KAT（含 tests）提供程序语义：循环、分支、命中即停。
- 半环耦合提供数值语义：
  - Viterbi/Log-Viterbi ( $\oplus = \max, \otimes = +$ ) 做择优与累积；
  - 概率半环 ( $(+, \times)$ ) 做期望与边缘化；
  - 产品半环  $S_{\text{qual}} \times S_{\text{cost}}$  做质量×成本一体化记账。
- 事件权（典型）： $\log w = \log \mu + \log \text{idf} + \mathbf{1}[\text{sim} > \tau] \cdot 0 + \text{pack\_w}$ 。
- 结果：命中/早停/回退皆有形式化“证据路径”，可回放、可审计。

### 4 | 路径积分与目标函数：从“学文本”到“学路径”

目标：

$$\mathcal{J}(\pi) = \mathbb{E}_{\pi} \left[ \sum_t \gamma^t (S_t + \delta_t - C_t) \right]$$

其中  $S_t$  为语义软信号， $\delta_t$  为词法/词包命中（带权 KAT）， $C_t$  为长度/算力/约束成本（含  $L_h, L_p, K_{\text{max}}$ ）。

潜在型塑形： $r' = r + \gamma \Phi(s') - \Phi(s)$  保全最优策略等价类，同时密化中间信号。

Option 宏动作：多字符迭代与压缩/扩展算子在外步计费与奖励，子步仅入日志，保持 MDP 闭合。

### 5 | MDQ：把“几何—代数—优化”落成最小可执行增量

定义：

$$\Delta_i = Q\left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \alpha_i}\right) - \underbrace{\lambda_{\text{comm}} \sum_j \|[G_i, G_j]\| \pi_j}_{\text{逻辑压强场}}$$

其中  $Q$  为步长量化（次线性 + 上限裁剪）， $\alpha_i$  为可学门控（阈值/权重/窗口/TopM 等）。

特性：

- 可回放：每个 MDQ 作为 MDQ-pkg 原子落地；
- 可回滚：双缓冲 + 金丝雀 + KPI 守门；
- 可审计：JSONL 事件携带“对易子、命中、成本、门控”证据链。

## 6 | 与 v3.x/v4.0.0 的结构对位（落地蓝图）

- v3.0.1：前/后缀“词包可命中”即  $Cl_{\text{pref/suf}}$  的词包化 tests；非交换短语命中匹配“曲率敏感”。
- v4.0.0（压缩↔扩展）：
  - 压缩算子  $\mathcal{C}$ ：类似尺度粗化/重整化（TopM+权重融合），把长文本压至“摘要纤维”。
  - 扩展算子  $\mathcal{E}$ ：从摘要纤维并行输运回正文（先检索 EKB，后小解码），并受  $\omega$  与 tests 约束。
  - 逻辑压强场在压缩阶段抑制“高曲率冲突的词包合并”，在扩展阶段抑制“次序违例的重建”。

## 7 | 工程落地：模块、数据面与治理面

1. 算子引擎（Endo-Engine）：左/右乘、投影、tests、闭包（词包/词典）→ 以 AC/Trie 加速，状态缓存步级复用。
2. 半环核（Semiring Core）：Log-Viterbi/产品半环；事件权计算与路径聚合。
3. MDQ 控制器：估计  $\partial \mathcal{J} / \partial \alpha \rightarrow$  量化  $Q \rightarrow$  压强修正  $\rightarrow$  生成 MDQ-pkg。
4. EKB（内存库）：别名/同义/OOV/专有短语；与算子 tests 共治。
5. Observability：
  - 曲率热力图： $\|[G_i, G_j]\| \times$  使用率；
  - 压强剖面：按域/阶段监控  $\mathcal{P}$ ；
  - KPI 面板：word\_noncompliance、覆盖、收敛步数/方差、P95/QPS、回放/回滚率。

## 8 | KPI、SLA 与可证性（上生产的门槛）

- 质量：术语/短语覆盖 +8–15pp, `word_noncompliance` ↓≥30%;
  - 稳定：收敛步数 ↓≥15%、训练方差 ↓≥20%;
  - 产线：P95/QPS 达标, CPU（词包匹配）占比 <10%;
  - 治理：回放/回滚 =100%; Eval-w/o-Top-p 与线上偏差在阈;
  - 几何一致性检验（可操作）：两条算子环路  $(G_i G_j)$  与  $(G_j G_i)$  的产出差异与  $\| [G_i, G_j] \|$  呈正相关（“holonomy”效应）。
- 

## 9 | 风控与反模式

- MDP 破坏：把多字符迭代当多步写入 → 一律按 Option 建模；外步计账、子步入日志。
  - 奖励投机：短词刷分/频繁重复 → 单字禁奖、二字降权、冷却窗、语义门控。
  - 半环混搭：同一通道混用 max 与 + → 采用双通道/产品半环，严禁混用。
  - 词包污染：上线前静态审计 + 黑白名单 + kill-switch；日志里追踪 top-K 误命中。
- 

## 10 | 开放问题（研发议程）

- 规范不变性：更强的“规范等价类”刻画（不同别名映射下的路径等价证明）。
  - Bianchi 身份的离散类比：多环路一致性与曲率守恒的可计算判据。
  - 跨尺度一致性：压缩—扩展在不同 TopM 下的双向一致（类 RG 固定点）。
  - 自适应半环：按域/阶段动态选择 Viterbi vs 概率半环的切换策略。
- 

## 11 | 一句话结论

主纤维丛 × 逻辑压强场 × MDQ 不是修辞，而是把几何—代数—优化—工程治理焊接在一起的工作系统：在带权 KAT 的程序语义里行走，在曲率感知的压强场里更新，用 MDQ 作最小可执行变更，用回放/回滚守住 SLA。它把字符级 RL 的“奖励稀疏”问题，落成了可计算、可审计、可扩展的语义动力学。

---

