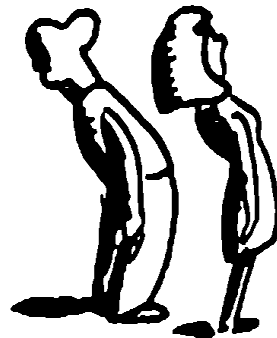


Variables aleatorias

THE KEY IDEA IS THE RANDOM VARIABLE, WHICH WE
WRITE AS A LARGE

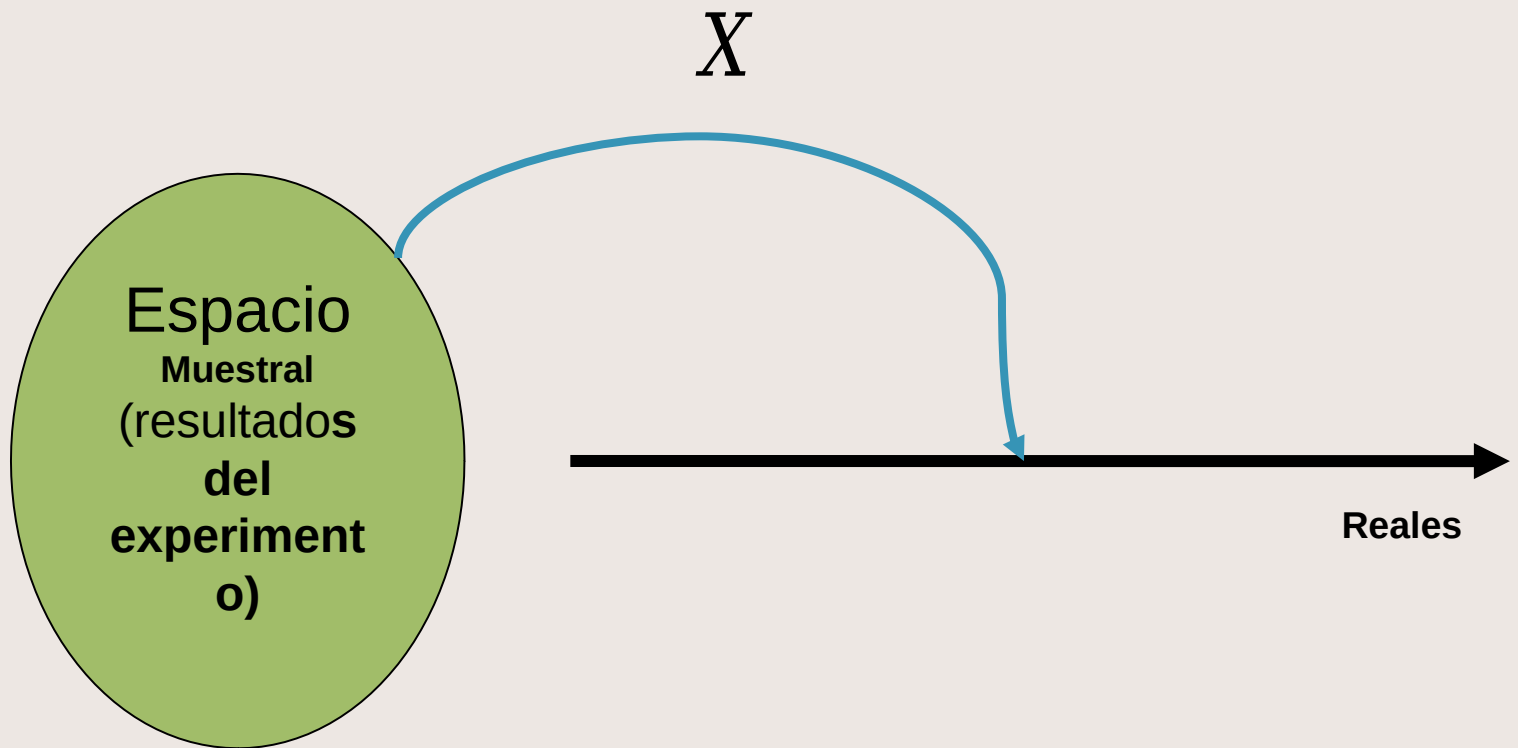


X

Gonick & Smith,
The Cartoon
Guide to
Statistics

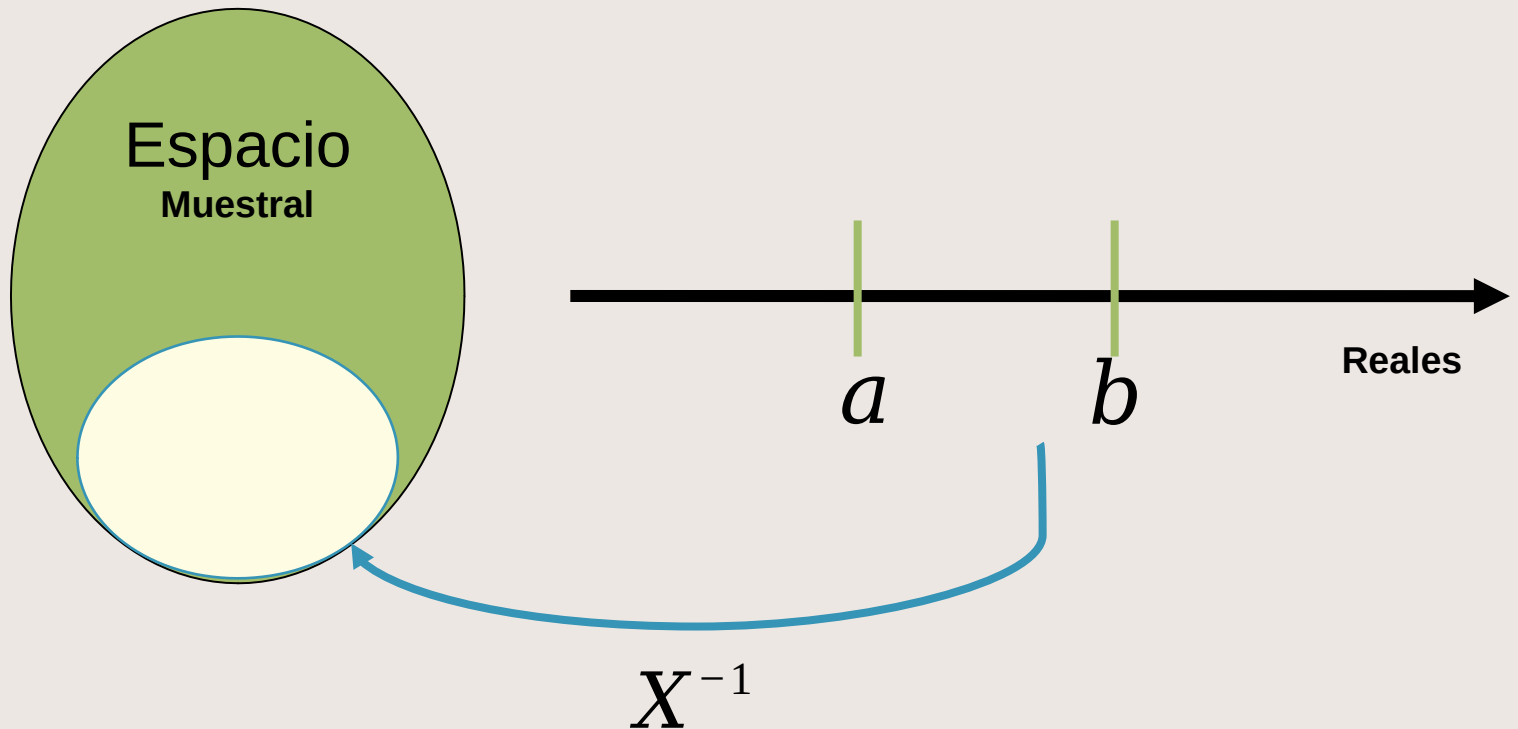
A RANDOM VARIABLE IS DEFINED AS THE NUMERICAL OUTCOME OF A
RANDOM EXPERIMENT.

Variables aleatorias



Variables aleatorias

$$P(X \in (a, b)) = P(X^{-1}((a, b)))$$



Variables aleatorias discretas

WE ILLUSTRATE USING THE RANDOM VARIABLE X AND A MAD COIN TOSSER.



THE TOSSER BEGINS FLIPPING TWO COINS REPEATEDLY, KEEPING TRACK OF THE RESULTS.



**Gonick &
Smith, The
Cartoon
Guide to**

Variables aleatorias discretas

PROBABILITY MODEL

$p(x)$

x

OBSERVED DATA

n_x = NUMBER OF
OCCURRENCES

$\frac{n_x}{n}$ = RELATIVE
FREQUENCY

.25

0

260

.260

.5

1

517

.517

.25

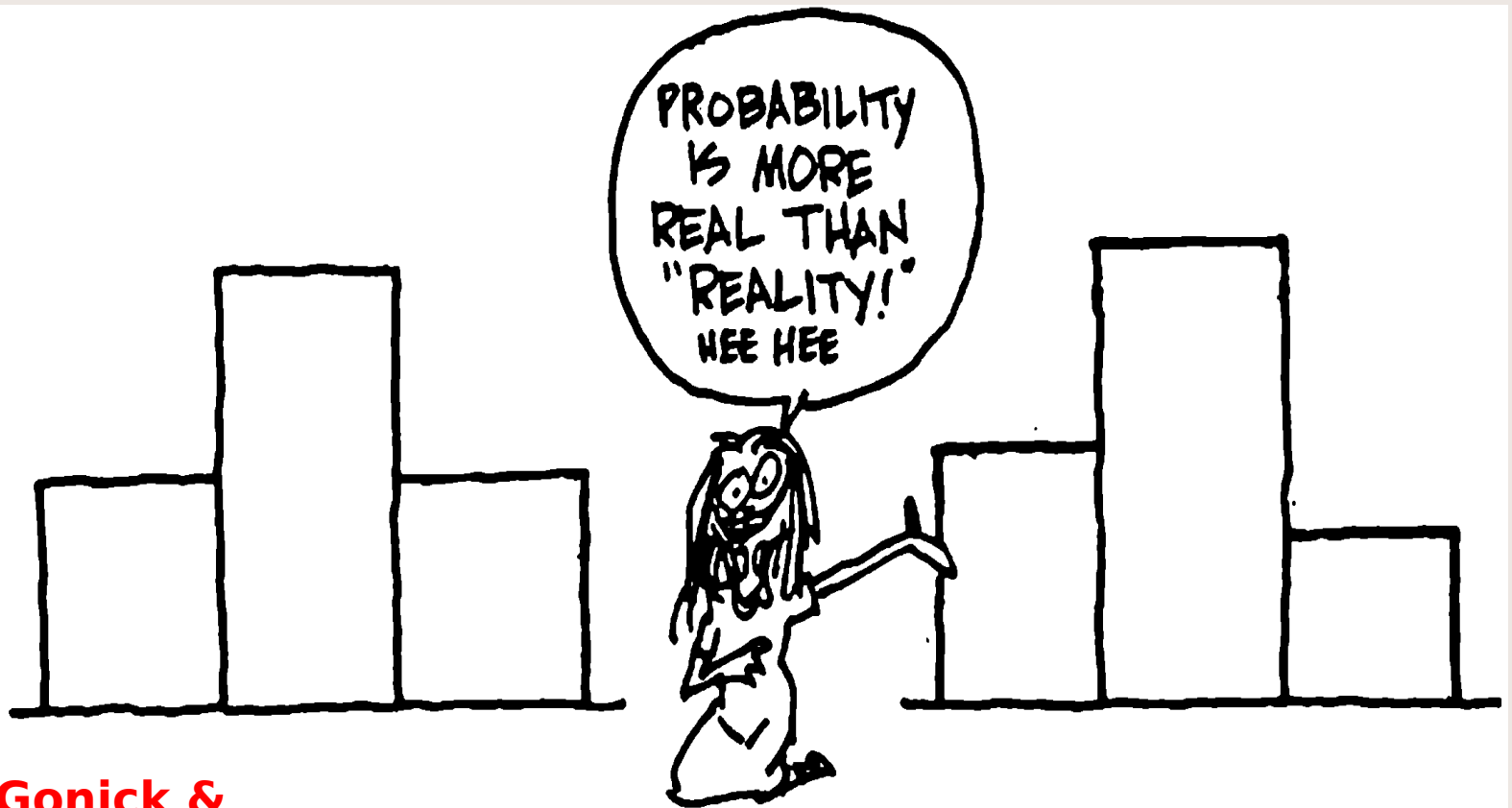
2

223

.223

Gonick &
Smith, The
Cartoon
Guide to
Statistics

Variables aleatorias discretas



**Gonick &
Smith, The
Cartoon
Guide to**

Variables aleatorias discretas

THE SAMPLE MEAN WAS DEFINED
BY THE EQUATION

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



**Gonick &
Smith, The
Cartoon
Guide to
Statistics**

Variables aleatorias discretas

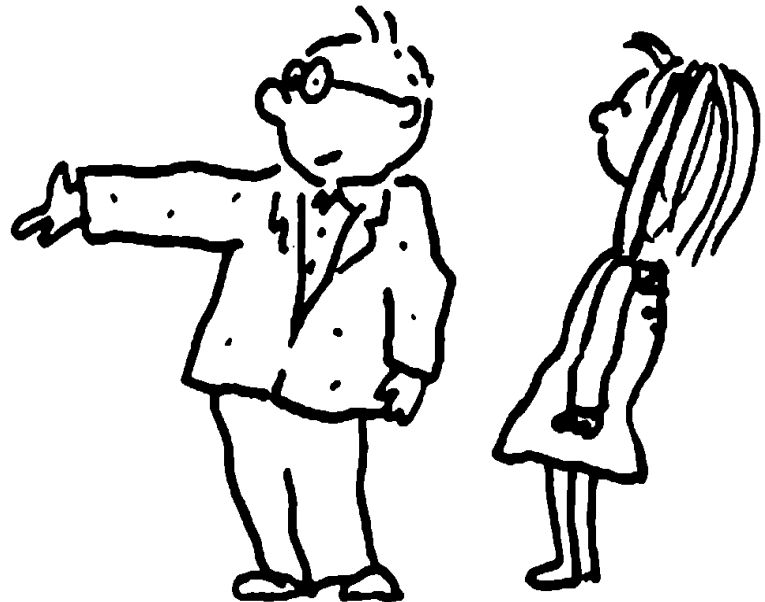
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

BECAUSE EACH
 x IS COUNTED
 n_x TIMES...

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{\text{all } x} n_x x$$

OR

$$\bar{x} = \sum_{\text{all } x} x \frac{n_x}{n}$$

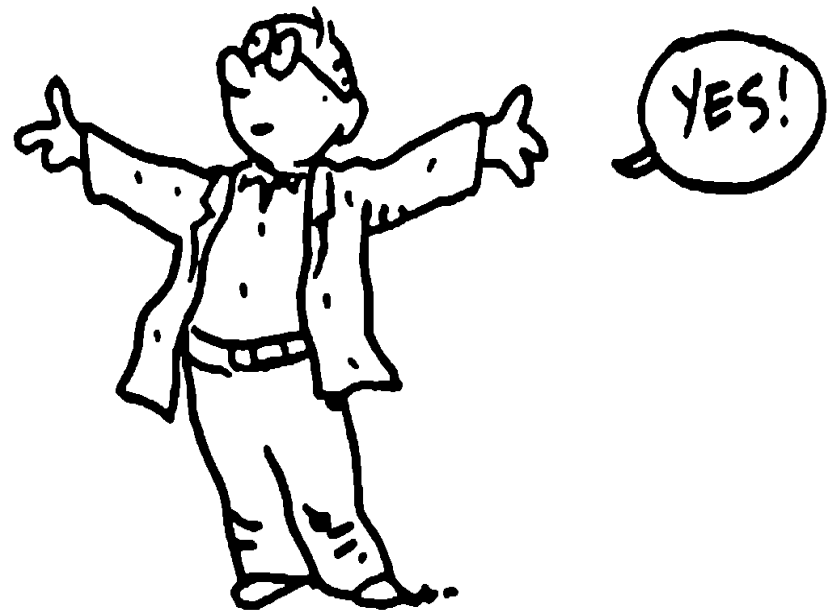


Variables aleatorias discretas

$$\bar{x} = \sum_{\text{all } x} x \frac{n_x}{n}$$

$$\sum_{\text{all } x} x p(x)$$

AND DEFINE THAT AS THE
MEAN OF THE PROBABILITY
DISTRIBUTION.



Variables aleatorias discretas

R_X = Recorrido de la variable aleatoria

R_X = Valores que puede tomar

Función de distribución de masa de probabilidad

$$p_X(x) = P(X = x) \quad \forall x \in R_X$$

$$p_X(x) \geq 0 \quad \forall x \in R_X$$

$$P(X \in R_X) = \sum_{x \in R_X} p_X(x) = 1$$

Variables aleatorias discretas

Media

$$\mu = E[X] = \sum_{x \in R_x} x p_X(x)$$

Varianza

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum_{x \in R_x} (x - \mu)^2 p_X(x) = E[X^2] - (E[X])^2$$

Desvío estándar

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Variables aleatorias discretas

Momentos

$$\mu_k = E[X^k] = \sum_{x \in R_x} x^k P(X = x)$$

Momentos centrales

$$m_k = E[(X - \mu)^k] = \sum_{x \in R_x} (x - \mu)^k P(X = x)$$

Variables aleatorias discretas

Coeficiente de asimetría

$$\gamma = E \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^3 \right]$$

Coeficiente de curtosis

$$\kappa = E \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^4 \right] - 3$$

Una urna contiene 10 bolillas de las cuales hay 4 negras y 6 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 3 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo sin reemplazo

X = número de bolillas negras

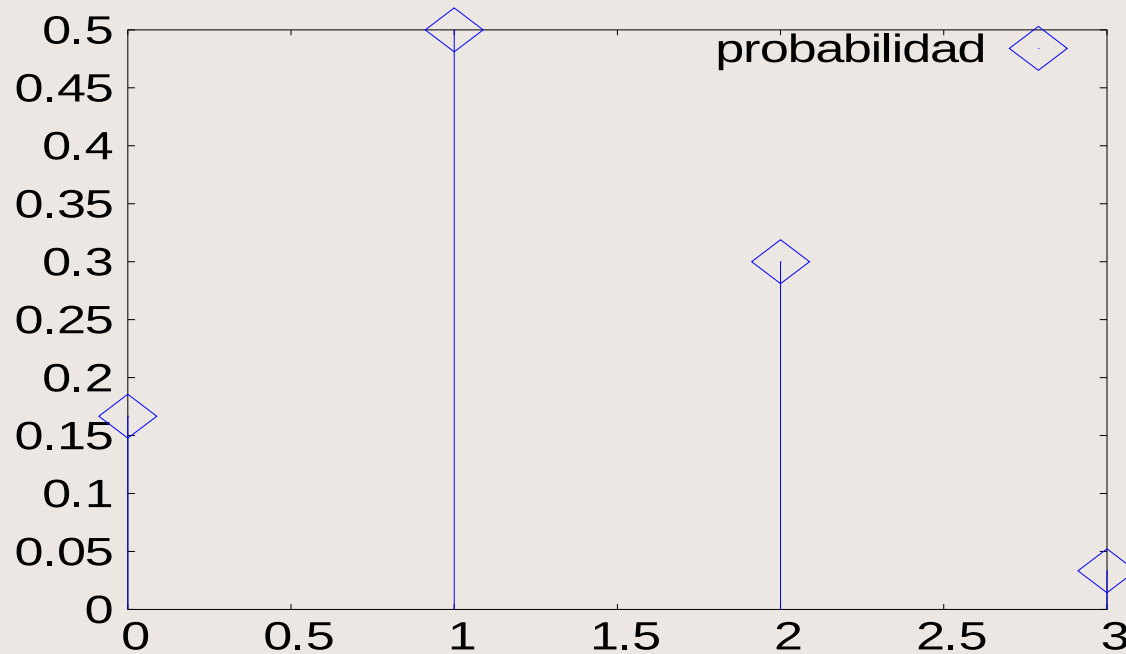
$$R_x = \{0, 1, 2, 3\}$$

Recuerde que urnas y bolillas son un **MODELO** útil para resolver problemas con tal de traducir los términos al contexto del problema

Caso	X	
BBB	0	$(6/10)(5/9)(4/8) = 120/720 = 1/6$
NBB	1	$(4/10)(6/9)(5/8) = 120/720 = 1/6$
BNB	1	$(6/10)(4/9)(5/8) = 120/720 = 1/6$
BBN	1	$(6/10)(5/9)(4/8) = 120/720 = 1/6$
BNN	2	$(6/10)(4/9)(3/8) = 72/720 = 1/10$
NBN	2	$(4/10)(6/9)(3/8) = 72/720 = 1/10$
NNB	2	$(4/10)(3/9)(6/8) = 72/720 = 1/10$
NNN	3	$(4/10)(3/9)(2/8) = 24/720 = 1/30$

Una urna contiene 10 bolillas de las cuales hay 4 negras y 6 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 3 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo sin reemplazo



Una urna contiene 10 bolillas de las cuales hay 4 negras y 6 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 3 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo sin reemplazo

$$= 1.2$$

$$= 0.56$$

$$= 0.056$$

$$\gamma = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} = 0.1336$$

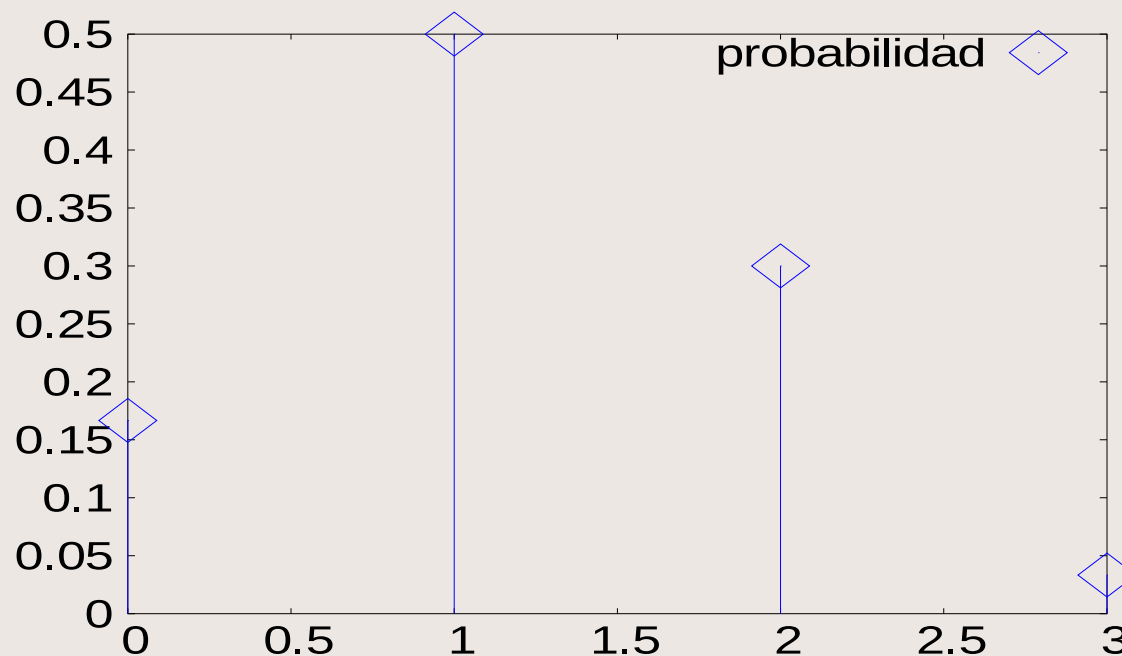
$$= 0.8192$$

$$\kappa = \frac{E[(X - \mu)^4]}{\sigma^4} - 3 = -0.3878$$

Una urna contiene 10 bolillas de las cuales hay 4 negras y 6 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 3 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo sin reemplazo

$$\mu = 1.2, \sigma = 0.7483, \gamma = 0.1336, \kappa = -0.3878$$



Una urna contiene 10 bolillas de las cuales hay 4 negras y 6 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 3 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo con reemplazo

X = número de bolillas negras

$$R_x = \{0, 1, 2, 3\}$$

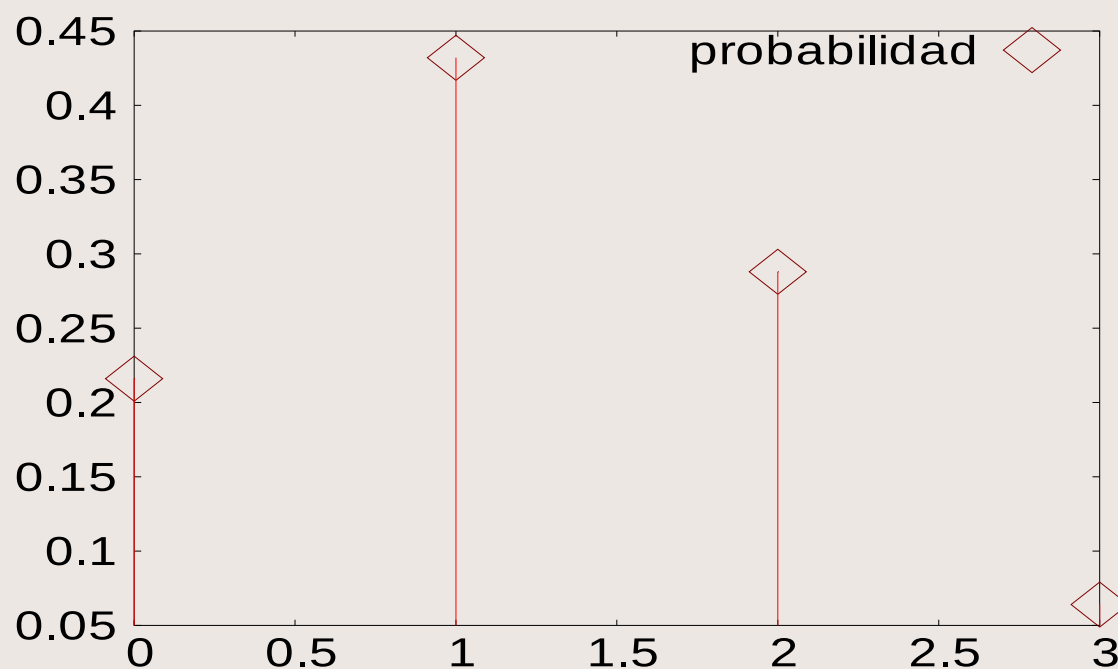
Recuerde que urnas y bolillas son un **MODELO** útil para resolver problemas con tal de traducir los términos al contexto del problema

Caso	X	
BBB	0	$(6/10)(6/10)(6/10) = 216/1000$
NBB	1	$(4/10)(6/10)(6/10) = 144/1000$
BNB	1	$(6/10)(4/10)(6/10) = 144/1000$
BBN	1	$(6/10)(6/10)(4/10) = 144/1000$
BNN	2	$(6/10)(4/10)(4/10) = 96/1000$
NBN	2	$(4/10)(6/10)(4/10) = 96/1000$
NNB	2	$(4/10)(4/10)(6/10) = 96/1000$
NNN	3	$(4/10)(4/10)(4/10) = 64/1000$

Una urna contiene 10 bolillas de las cuales hay 4 negras y 6 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 3 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo sin reemplazo

$$\mu = 1.2, \sigma = 0.8485, \gamma = 0.2357, \kappa = -0.6111$$



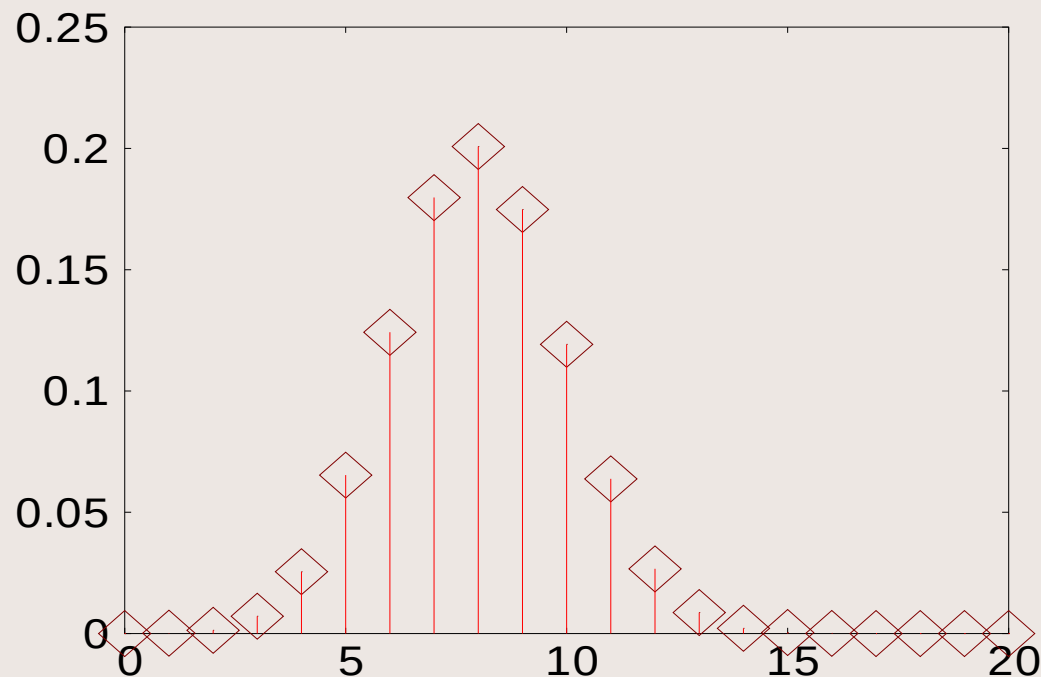
Una urna contiene 100 bolillas de las cuales hay 40 negras y 60 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 20 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo sin reemplazo

$x=0:20;$

$p=\text{hygepdf}(x,100,40,20);$

$$\mu = 8, \sigma = 1.9695, \gamma = 0.0622, \kappa = -0.0652$$



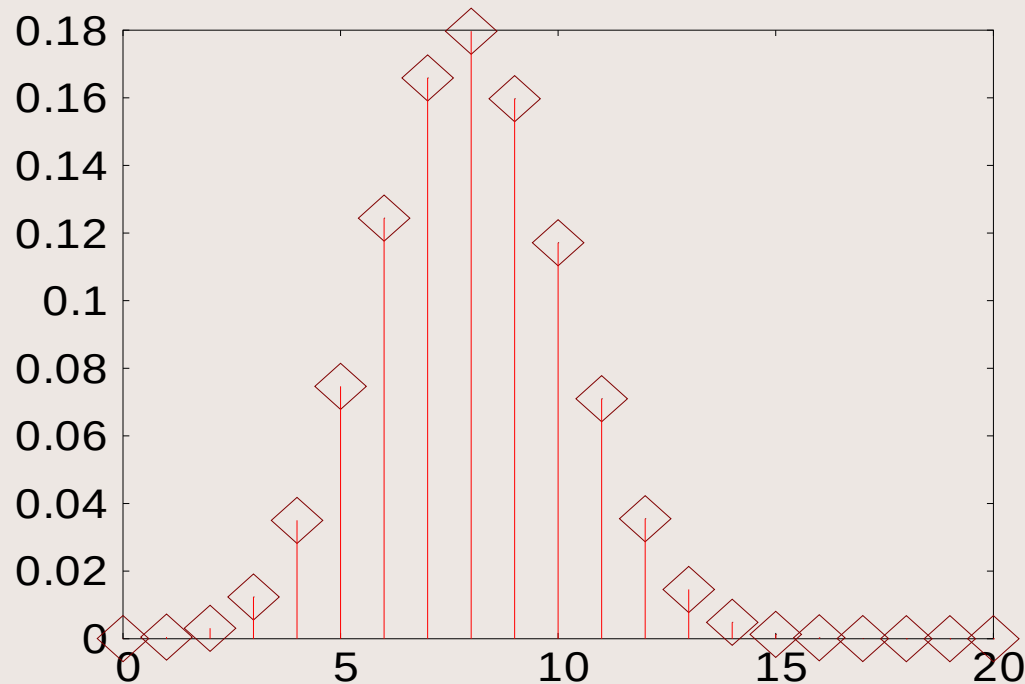
Una urna contiene 100 bolillas de las cuales hay 40 negras y 60 blancas. Se extrae una muestra aleatoria de 20 ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra tenga k bolillas negras?

Muestreo con reemplazo

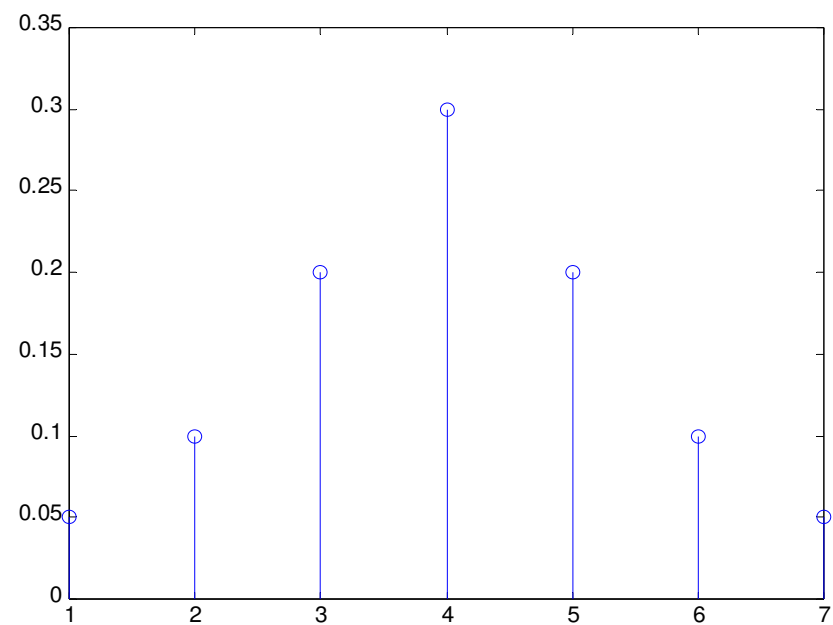
$x=0:20$;

$p=\text{binopdf}(x,20,0.4)$;

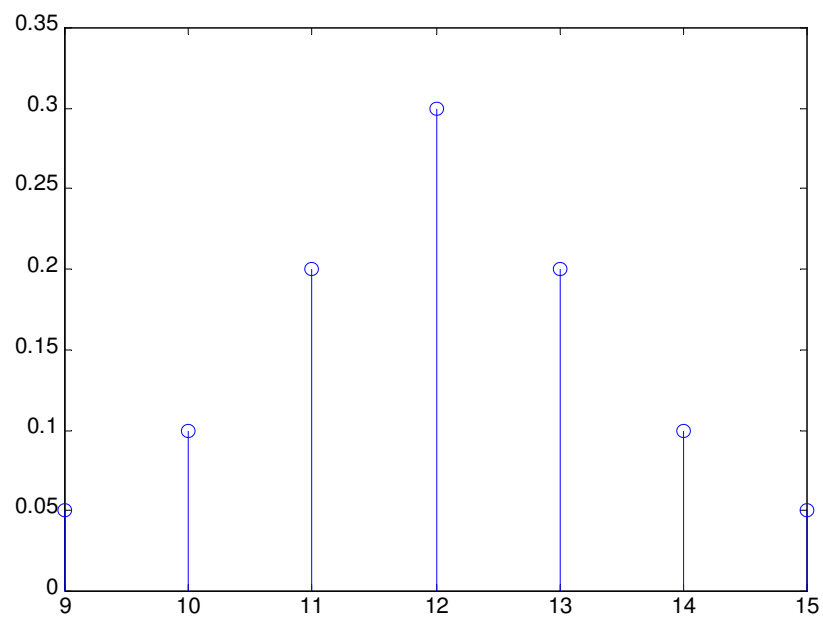
$$\mu = 8, \sigma = 2.1909, \gamma = 0.0913, \kappa = -0.0917$$



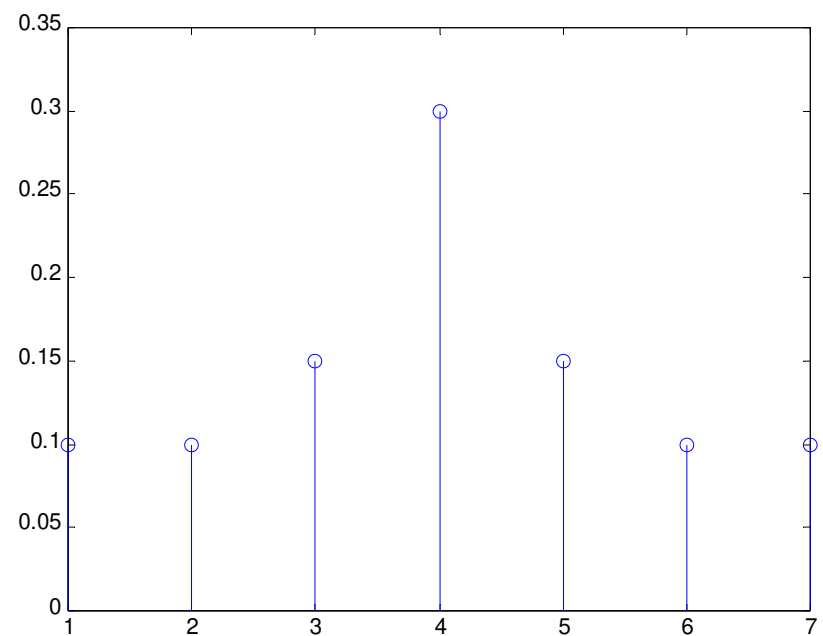
VALOR ESPERADO, VARIANZA, SESGO Y KURTOSIS



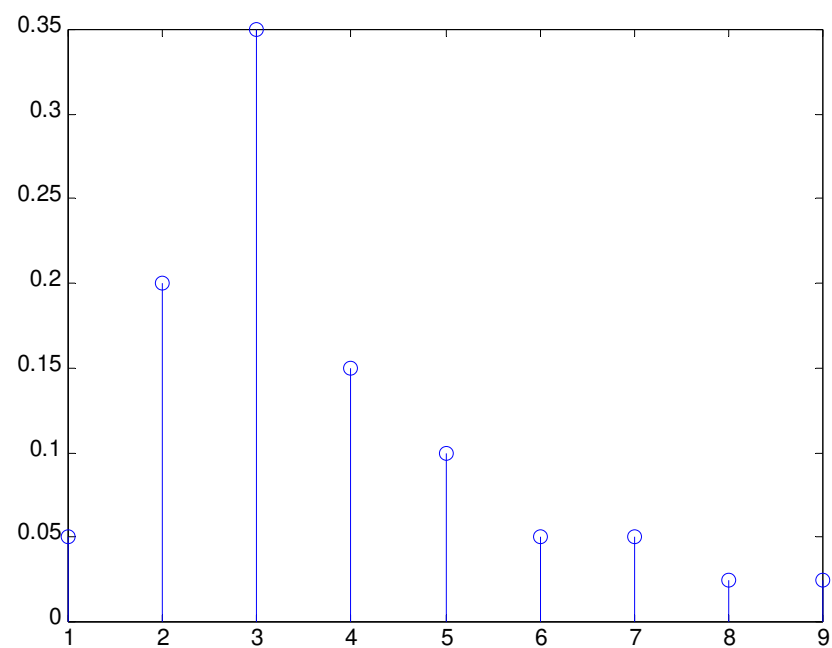
VALOR ESPERADO, VARIANZA, SESGO Y KURTOSIS



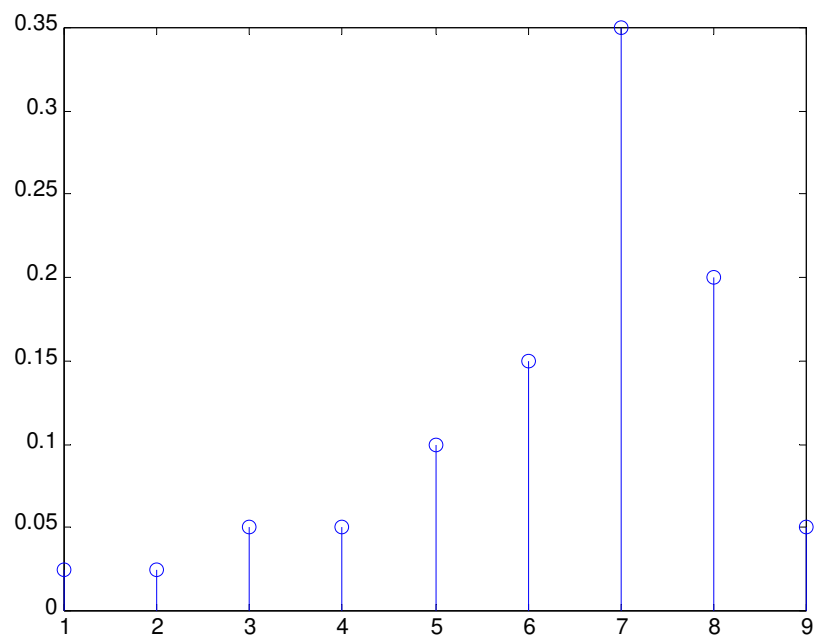
VALOR ESPERADO, VARIANZA, SESGO Y KURTOSIS



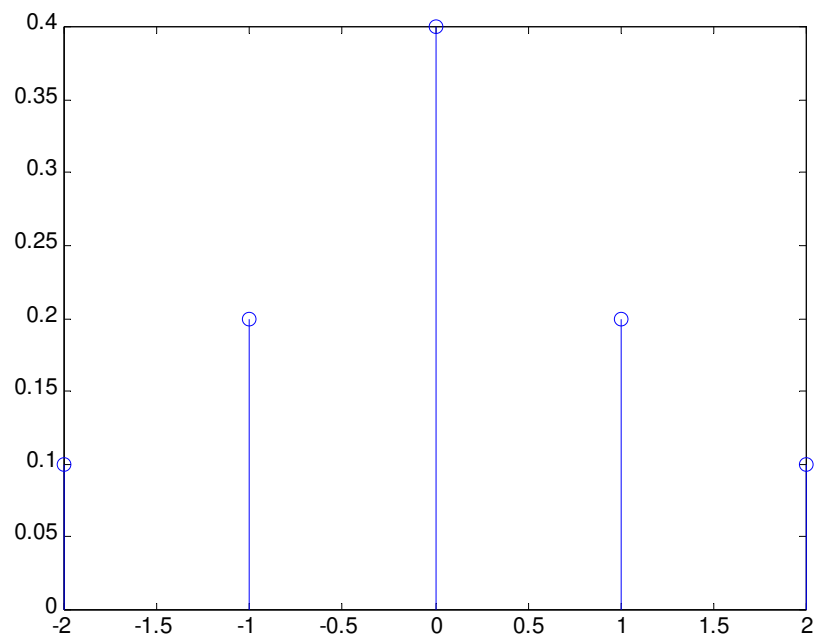
VALOR ESPERADO, VARIANZA, SESGO Y KURTOSIS



VALOR ESPERADO, VARIANZA, SESGO Y KURTOSIS



VALOR ESPERADO, VARIANZA, SESGO Y KURTOSIS



VALOR ESPERADO, VARIANZA, SESGO Y KURTOSIS

