

Probabilidad y Estadística (93.24)
Trabajo Práctico N° 9: Respuestas
Pruebas de hipótesis

1. El estadístico de prueba Z de este test toma el valor -1 para esta muestra. Como el valor crítico es -1.645 (para el 5 % de cola izquierda) entonces no se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la evidencia muestral no apoya que el peso medio de los tubos haya disminuido.
2. a) 0.039 (3.9 %) b) 0.278 y 0.119.
3. a) El valor crítico de la media muestral es 496.71. La probabilidad de cometer error de tipo II es 0.196 si $\mu = 495$.
b) El valor crítico de la media muestral es 503.29.
c) Si en una muestra de 37 encuestados la media muestral es menor que 483.69 entonces no se lanza la campaña.
4. a) $n = 29$, $\bar{X}_{crit} = 286.11$ b) 0.383.
5. a) $n = 11$, los extremos del intervalo de valores de la media muestral para el que no se rechaza la hipótesis nula son 11.45 y 11.55. b) 0.371.
6. a) La partida se rechaza si la media de una muestra de tamaño 13 es inferior a 1167.9. b) 0.26.
7. Las condiciones impuestas sobre los errores de tipo I y II se pueden lograr con un tamaño de muestra $n = 10$ (o mayor) y el valor crítico de la media muestral es 344.40 g. Si la media muestral observada en la muestra es menor que 344.40 g entonces se rechaza la hipótesis nula de que el contenido promedio del paquete de cereal poblacional es mayor o igual que 360 g.
8. Considerando un test de dos colas se tiene que la zona crítica para el nivel de significación del 5 % considerando el estadístico T con distribución de Student con 34 grados de libertad es $|t| > 2.032$. Como el valor muestral es 12.889 entonces se rechaza la hipótesis nula.
9. Considerando un test de dos colas se tiene que la zona crítica para el nivel de significación del 10 % considerando el estadístico T con distribución de Student con 10 grados de libertad es $|t| > 1.812$. Como el valor muestral es -0.635 entonces no se rechaza la hipótesis nula..
10. Considerando un test de cola derecha se tiene que la zona crítica para el nivel de significación el 5 % considerando el estadístico T con distribución

de Student con 9 grados de libertad es $t > 1.833$. Como el valor muestral del estadístico es 4.087 entonces se rechaza la hipótesis nula. La evidencia muestral apoya que la eficiencia ha aumentado.

11. Considerando un test de cola derecha se tiene que la zona crítica para el nivel de significación el 5 % considerando el estadístico T con distribución de Student con 14 grados de libertad es $t > 1.7613$ Como el valor muestral del estadístico es 0.399 entonces no se rechaza la hipótesis nula. La evidencia muestral no apoya que el tiempo promedio de realización de la tarea supera 5 minutos.

12. La probabilidad de que la media muestral sea inferior a 0.08 (80/1000) bajo la hipótesis nula cierta ($p = 0.15$) es del orden de 10^{-10} . La evidencia muestral determina que se rechace la hipótesis nula de que el porcentaje poblacional de Corvette sea de al menos el 15 %.

13. La probabilidad de no rechazar la hipótesis nula si hay k defectuosas en la caja es $\frac{12-k}{12}$ para k tomando los valores de 0 a 12.

14. $\alpha = 0.0126$ (1.26 %) $\beta = 0.0146$ (1.46 %).

15. Se puede concluir, de acuerdo a esta evidencia muestral, que la campaña fue exitosa ya que produjo una disminución significativa del porcentaje de automovilistas que cruzan semáforos en rojo. La proporción muestral es 0.023 y así el valor observado del estadístico muestral con distribución normal estándar es -3.055 menor que el valor crítico -1.645 (para la prueba de cola izquierda correspondiente a $H_0: p \geq 0.30$ y el nivel de significación 0.05).

16. b) La muestra debe tener tamaño 91 y el valor de c es 4.

17. a) El estadístico de prueba (Z) toma el valor 1.959 para esta muestra. Como excede el valor crítico 1.645 entonces se concluye que hay que ajustar la máquina dosificadora. El valor P de la prueba es 0.025 (menor que el nivel de significación fijado del 5 %). b) 0.32.

18. Valor- $p = \Phi(-18.71) \approx 0$.

19. a) La hipótesis nula es $H_0: \mu \geq 0.70$ frente a $H_1: \mu < 0.70$. Si la evidencia muestral apoya el rechazo de H_0 entonces se acota en α la probabilidad de cometer el error de rechazar H_0 a pesar de ser cierta. En este caso el valor observado del estadístico muestral con distribución t de Student con 9 grados de libertad es -1.677 y esto apoya no rechazar la hipótesis nula ya que el valor crítico al nivel de significación 0.05 es -1.833. Otra manera de presentar el resultado de la prueba es calculando la probabilidad de que el

estadístico t con 9 grados de libertad tome valores menores que el observado. Esa probabilidad, denominada *valor p* , es 0.064. A niveles de significación mayores que este valor se rechaza H_0 .

20. a) Para esta muestra de tamaño 5 se midieron una media muestral de 787 ton y un desvío estándar muestral de 13.04 ton. El valor observado del estadístico muestral con distribución t de Student con 4 grados de libertad es -2.23 y esto apoya rechazar la hipótesis nula ya que el valor crítico, al nivel de significación 0.05 de esta prueba de cola izquierda, es -2.132. Se concluye que algo anda mal en el proceso por una disminución significativa de la media diaria de de la producción.

b) El intervalo de confianza para la varianza de la producción diaria es (71.67, 956.77) para el nivel de confianza 0.9 (90 %).

c) Se debe suponer que la producción diaria es una variable aleatoria con distribución normal.