

INDICACIONES: Indique claramente **apellido, nombre y número de legajo** en cada hoja que entregue. No solicite indicaciones ni aclaraciones. Indique claramente los planteos de los problemas que resuelva, no serán tenidos en cuenta cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. Defina sucesos, variables aleatorias y comente la solución. Expresar con 3 decimales las probabilidades que se pida calcular.

SUERTE...

DURACION : 2 HORAS.

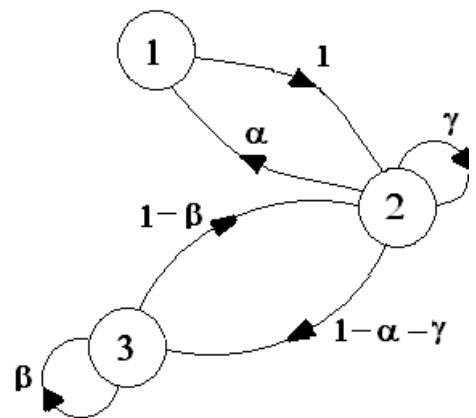
APELLIDO Y NOMBRE : Nro de Legajo :

Escriba la respuesta de cada ítem de este examen en los recuadros indicados. No entregue las hojas en las que realice los cálculos para arribar a esas respuestas.

PARA EL CORRECTOR

1	2	3	4	5	6	7	8	9	

1. (1 punto) La densidad de probabilidad conjunta del par de variables aleatorias continuas X e Y es $f(x,y) = 60x^2y$ en el interior del triángulo de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(0,1)$ del plano xy y nula por fuera de él. Calcule $P(X+Y < 1/2)$. Expresar el resultado como un número racional en el siguiente recuadro.



2. (1 punto) El espacio de estados de una cadena de Markov es el conjunto $\{1, 2, 3\}$. Sea $X(n)$ el estado del proceso en el instante n . La figura adjunta muestra el diagrama de transiciones de esta cadena.

Sea $p_n = P(X(n) = 2 \mid X(0) = 2)$. Si $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.3$ y $\gamma = 0.1$ la cadena es

regular. Obtenga $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$.

Expresar el resultado como un número racional en el siguiente recuadro.

3. (1 punto) Cierta componente es crítica para la operación de un sistema eléctrico y debe ser reemplazada en cuanto se produce una falla en el componente. Suponga que el tiempo de vida del componente hasta la falla es una variable aleatoria continua con distribución exponencial de media 1000 hs. Al producirse la falla el componente se cambia y se reemplaza por uno nuevo. Puede suponerse que el tiempo de recambio es despreciable y que los tiempos entre fallas son independientes. Se dispone de 4 de estos componentes para realizar la reposición del componente que falla. Calcule la probabilidad de que el tiempo de operación exceda 6000 horas. Expresar el resultado redondeando en tres decimales en el siguiente recuadro.

4. (1 punto) Una consultora realizó una encuesta online consiguiendo la opinión de 1060 personas mayores a 18 años sobre la situación económica. Según el informe, el 30% de los encuestados opinó que el responsable de la situación económica presente es principalmente el gobierno actual. Obtenga un intervalo de confianza del 95% para la proporción de la población adulta del país que opina de la misma manera. Expresar el resultado en la forma (extremo izquierdo, extremo derecho), redondeando en tres decimales, en el siguiente recuadro.

5. (1 punto) En cada período de tiempo (cada día por ejemplo) una cierta acción de mercado de valores puede disminuir su precio una unidad con probabilidad 0.3, mantener su precio con probabilidad 0.3 o aumentar una unidad con probabilidad 0.4. Asumiendo que los cambios de precio en períodos de tiempo sucesivos son independientes, calcule la probabilidad de que después de 100 períodos el precio de la acción haya subido más de 15 unidades. Exprese su resultado redondeando en tres decimales en el siguiente recuadro.

6. (1 punto) Se desea estimar la probabilidad p de ocurrencia de cierto suceso **A** a partir de la frecuencia relativa de ocurrencia medida al realizar n repeticiones independientes del experimento en que puede ocurrir **A**. Llamemos E al error en la estimación, esto es, la diferencia en valor absoluto entre p y la frecuencia relativa f . Se pone como condición que la probabilidad de que el error no supere el valor ε , sea mayor que α . Determine el mínimo valor de n si $\varepsilon = 0.01$, $\alpha = 0.99$ y $p = 0.5$. Suponga que se cumple la condición para aproximar usando el teorema central del límite. Exprese su resultado en el siguiente recuadro.

7. (1 punto) Un proveedor de lámparas de bajo consumo asegura que la duración de las mismas puede suponerse una variable aleatoria continua con distribución normal de media de 2000 horas y con una desviación estándar de 400 horas. Un cliente tiene cierta sospecha de que la duración promedio de las lámparas es inferior a lo declarado por el proveedor. Se ponen a prueba 36 lámparas y la suma de sus duraciones da 67200 horas. Calcule el valor P de la prueba de hipótesis con que puede analizarse este resultado muestral. Exprese su resultado redondeando en tres decimales en el siguiente recuadro.

8. (2 puntos) Para estimar la probabilidad p de un suceso **A** se realizan dos series de experimentos independientes y en ambas se mide la frecuencia relativa de ocurrencia de **A**. En la primera se realizaron n repeticiones del experimento **E** donde puede ocurrir **A** y se midieron r_1 ocurrencias; en la segunda se consideraron $2n$ repeticiones del experimento **E** y se midieron r_2 ocurrencias. Se consideran tres estimadores de p :

$$\hat{p}_1 = \frac{r_1}{n} \quad \hat{p}_2 = \frac{r_2}{2n} \quad \hat{p}_3 = \alpha \hat{p}_1 + \beta \hat{p}_2$$

Determine los valores de α y β de manera tal que \hat{p}_3 sea un estimador de p insesgado y de mínima varianza. Escriba su respuesta en los siguientes recuadros como números racionales.

9. (1 punto) Se supone que un procedimiento para producir cemento dará por resultado que tenga una resistencia a la compresión de 5000 Kg/cm² con una desviación standard de 120 Kg/cm². Se sospecha que esa resistencia promedio es menor a lo indicado. Para poner a prueba la hipótesis nula $H_0: \mu = 5000$ frente a la alternativa $H_1: \mu < 5000$ se analiza una muestra de 50 probetas de hormigón a las que se somete a ensayo. Se rechaza la hipótesis nula si la media muestral es menor que 4970 Kg/cm². Calcule la probabilidad de cometer error tipo II si $\mu = 4950$. Escriba su respuesta, redondeando en tres decimales, en el siguiente recuadro.

