APRENDIZAJE NO SUPERVISADO

Regla de Oja y Sanger

Sistemas de Inteligencia Artificial - 2024

TABLA DE CONTENIDOS

06.1

COMPONENTES PRINCIPALES

Repaso

COMPONENTES PRINCIPALES

Repaso:

Componentes principales

Utilizadas para extraer características destacadas o importantes de un conjunto de datos bajando la dimensión.

COMPONENTES PRINCIPALES

Algunos modelos de redes neuronales permiten calcular las componentes principales en forma iterativa:

- **Ventaja:** reduce costo computacional (cantidad de registros muy grande, o muchas variables)

- **Desventaja:** Si el dataset tiene muchas variables, interpretarlo en una sola se puede perder información, al reducir tan drásticamente la dimensión.

06

REGLA DE OJA Y SANGER

PERCEPTRON LINEAL SIMPLE

Dados n datos de entrada, $x_1, \ldots, x_n$, una red neuronal calcula la salida

$$O^{\mu} = \theta(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\mu} w_i^{\mu})$$

Actualizar los pesos,

$$\Delta w = \eta(\zeta^{\mu} - O^{\mu})x^{\mu}$$

$$w(n+1) = w(n) + \Delta w$$

APRENDIZAJE HEBBIANO

Regla de Aprendizaje Hebbiano para **Aprendizaje No supervisado**

Dados m datos de entrada, x 1 , . . . , x m , una red neuronal calcula la salida

$$O^{\mu} = \theta(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\mu} w_i^{\mu})$$

No se conoce el valor de verdad, entonces:

$$\Delta w = \eta O^{\mu} x^{\mu}$$

CONVERGENCIA

Oja demostró que:

Si la red anterior converge, el vector de pesos resultante w^{final} sería un punto sobre la dirección de máxima variación de los datos **(la primer componente principal.)**

Pero...
El problema es que **no converge** porque el Δw va aumentando en cada paso y se hace tan grande que produce que el algoritmo sea inestable.

REGLA DE OJA

Dr. Erkki Oja, Helsinki University of Technology, Finland

$$\Delta w = \eta O^\mu x^\mu$$

$$w_j^{n+1} = \frac{w_j^n + \Delta w}{(\sum_{j=1}^{N}(w_j^n + \Delta w \quad)^2)^{0.5}}$$

REGLA DE OJA

Utilizando el polinomio de Taylor

$$w_j^{n+1} = w_j^n + \eta(\frac{Ox^n x_j^n}{||w||} - \frac{w_j \sum_{j=1}^{N}(Ox^n x_j^n w_j)}{||w||^3}$$

$$= w_j^n + \eta(\frac{Ox^n x_j^n}{||w||} - \frac{w_j^n On^n \sum_{j=1}^{N}(x_j^n w_j^n)}{||w||^3}$$

CONVERGENCIA

$|w|$ se mantiene acotado. Tiende a 1

Luego de varias iteraciones el método converge al **autovector** correspondiente al **mayor autovalor** de la matriz de correlaciones de los datos de entrada.

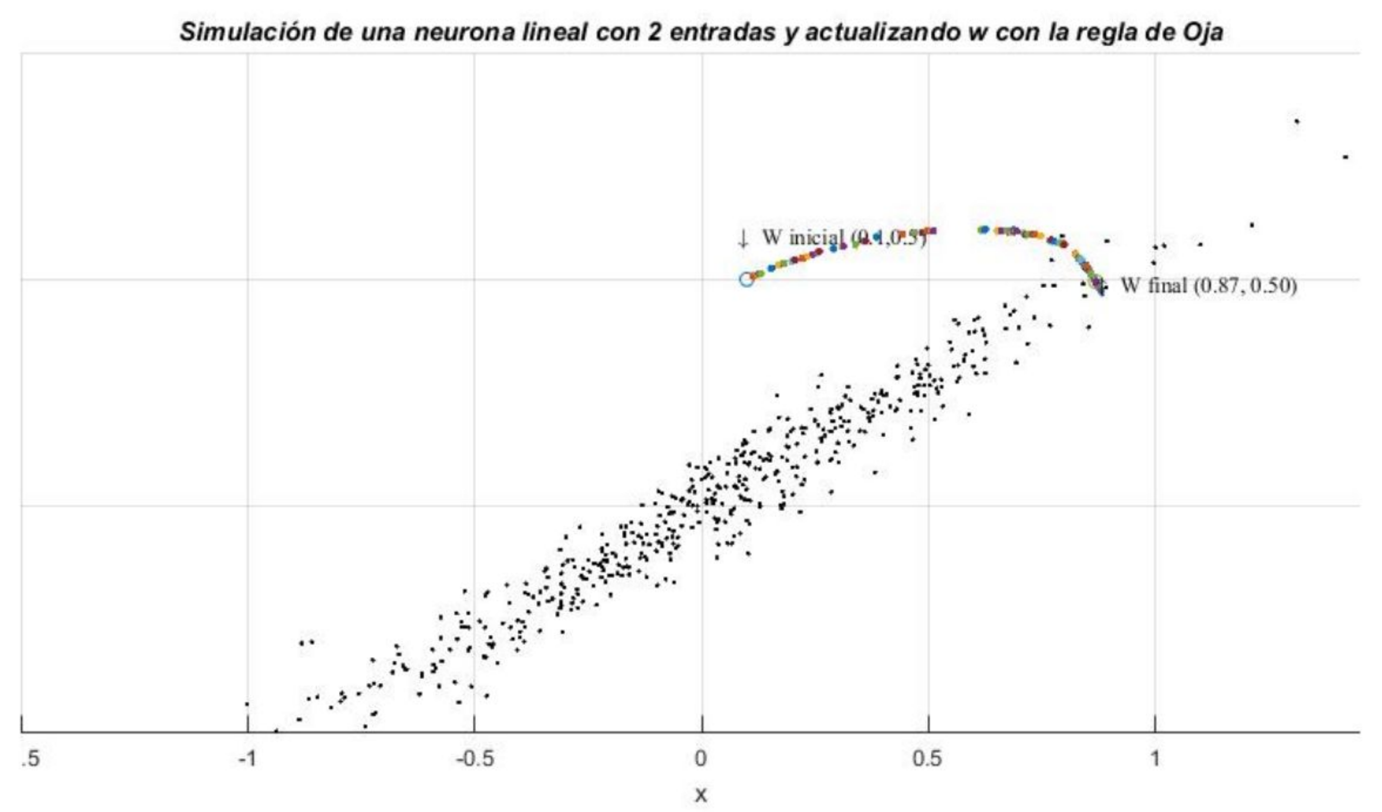
Con este vector **w final** se construye la primera componente principal.

$$y_1 = a_1x_1 + \ldots + a_nx_n$$

Los a_i forman el primer autovector que sería el w^{final}

$$\Delta w = \eta(O x_i^n - O^2 w_i^n)$$

CONVERGENCIA



TASA DE APRENDIZAJE

Para asegurar la convergencia

$$\eta_0 = \frac{1}{1.2\lambda_1}$$

Como no conocemos el autovalor es mejor estandarizar todas las variables de entradas y comenzar con

$$\eta_0 <= 0.5$$

IMPLEMENTACIÓN

Arquitectura
Es un perceptrón simple con una capa de salida

Actualización de Pesos
Según la Regla de Oja

Inicialización de Pesos
Distribución uniforme entre 0 y 1

Tasa de Aprendizaje
eta(0) = 0.5 y disminuye
o eta = 10^{-3}

ALGORITMO

```
input: X datos de dimensión N con media 0; η, w inicial con distribución uniforme entre 0 y 1

for epoch in #epochs
        for i=1 to N
                y = inner(x_i, w )                 #calcular el output
                w += η * y * (x_i − y * w )        #actualizar según regla de oja
return(w)
```

$\Delta w = \eta(Ox_i^n - O^2 w_i^n)$

REGLA DE SANGER

Extensión de la regla de Oja

- Converge a la matriz de autovectores de la matriz de covarianzas de los datos.
- Permite encontrar todas las componentes principales (k autovectores)