

Probabilidad y Estadística 93.24

Les damos la bienvenida a este curso en el que nos ocuparemos de intentar cuantificar

**Lo incierto, no determinista,
estocástico, aleatorio ...**

... sí, el azar



Experimento aleatorio

Ejemplos de experimentos no determinísticos o aleatorios

E_1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.

E_2 : Se lanza una moneda y se cuenta el número de caras obtenidas.

E_3 : Se consideran los artículos producidos en una línea de producción y se cuenta el número de defectuosos.

E_4 : Se cuenta el número de accesos a un servidor Web en una hora.

E_5 : Se registran las temperaturas máxima y mínima de un día.

E_6 : Se mide el tiempo de duración de una lámpara LED

¿Qué tienen en común todos estos experimentos?

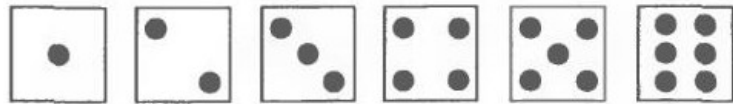
Experimento aleatorio

Características de un experimento aleatorio

1. Es posible repetir el experimento indefinidamente sin cambiar esencialmente las condiciones en que se realiza.
2. Aunque, en general, no podemos identificar un resultado particular del experimento, se puede indicar el conjunto de todos los resultados posibles (este conjunto es el **ESPACIO MUESTRAL** del experimento).
3. A medida que el experimento se repite, los resultados parecen ocurrir en forma caprichosa. Sin embargo, como el experimento se repite un *gran* número de veces, aparece un patrón de regularidad. Este patrón hace posible la construcción de un modelo matemático con el cual analizar el experimento.

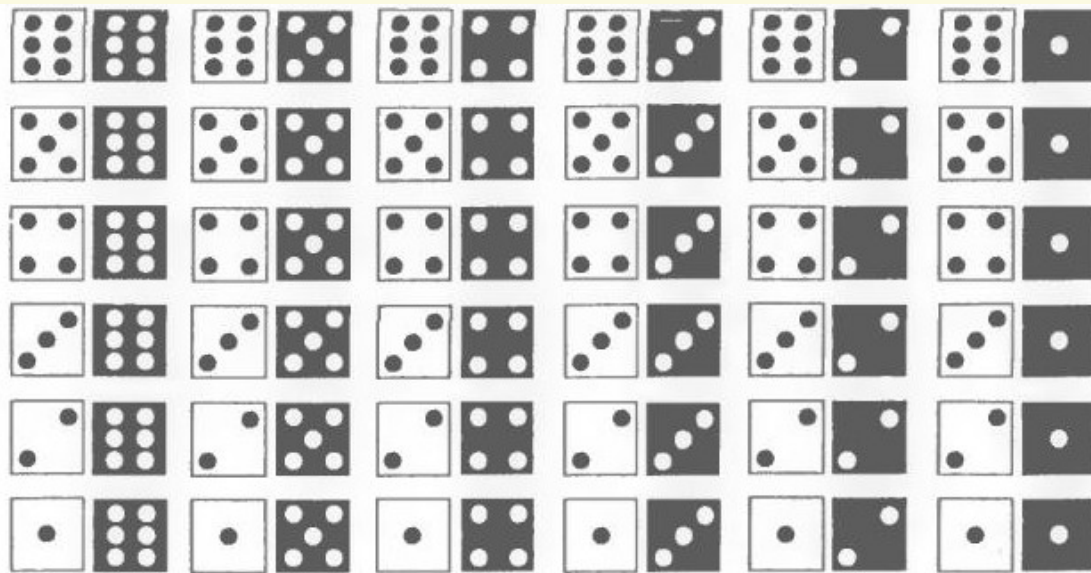
Experimento aleatorio

Espacio muestral

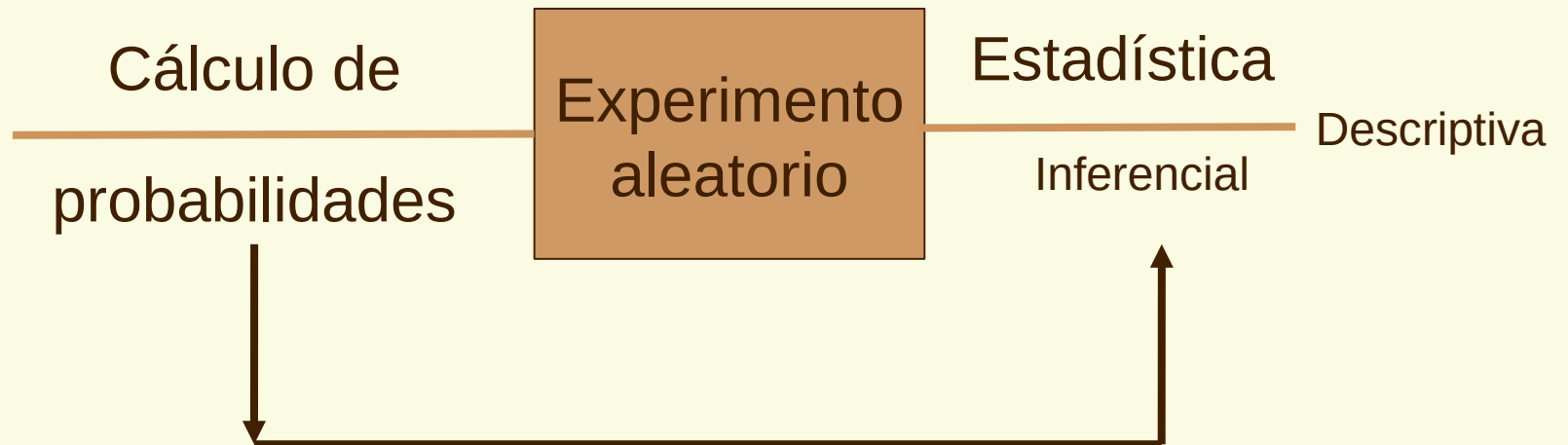
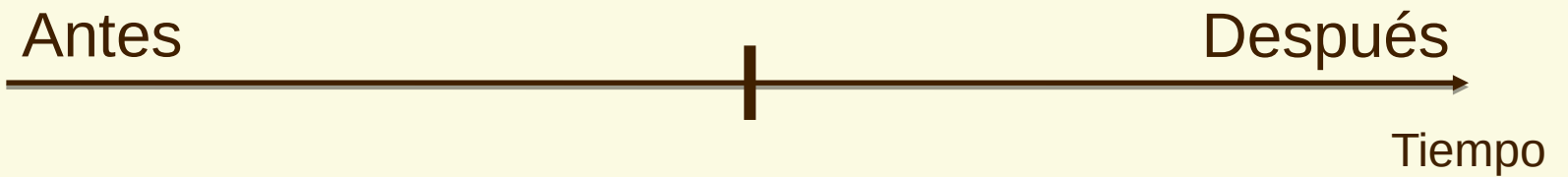


Espacio muestral para el experimento aleatorio en que se arroja un dado y se observa el número que sale

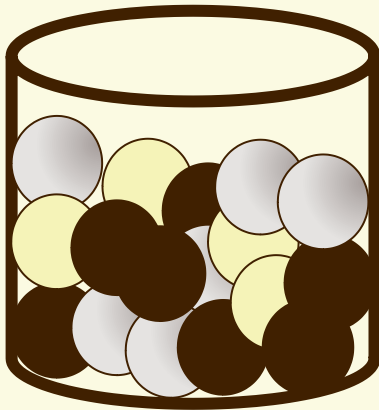
Espacio muestral para el experimento aleatorio en el que se arrojan dos dados y se anotan los dos números que salen. Observe que se consideran dos dados distintos.



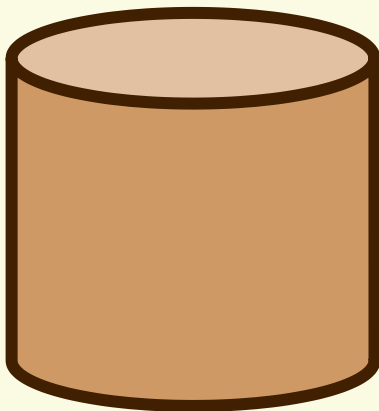
Experimento aleatorio



Estadística vs. Probabilidad



Probabilidad: Sabemos que un balde tiene pelotitas, negras, grises y amarillas. Si saco 5, ¿qué tan probable es sacar 2 negras y 2 grises?



Estadística: Sabemos que un balde tiene pelotitas. Saco 5 al azar y obtengo 2 negras y 2 grises. ¿Qué proporción de cada una cada color hay en el balde?

Experimento aleatorio

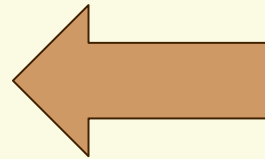
Lanzamiento de una moneda

- Lanzo una moneda y me fijo si sale cara ($= 1$) o ceca ($= 0$).
- Espacio Muestral = $\{0,1\}$.
- **Probabilidad:** Si no es una moneda 'pesada', entonces será igualmente probable que salga cara o ceca.
- **Estadística:** Si no sé si no es una moneda 'justa', puedo lanzarla muchas veces y anotar cuántas veces sale cara. La frecuencia relativa (proporción) de ocurrencia de caras estima la probabilidad de que salga cara en un solo lanzamiento.

Experimento aleatorio

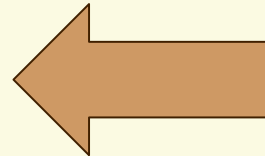
Simulación del lanzamiento de una moneda (Octave)

```
y = rand(1,10000);  
x = (y>0.5);
```



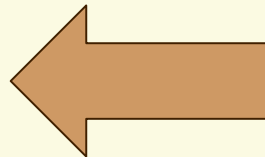
Genero muchos (10000) 1s y 0s, con igual probabilidad.

```
fa = cumsum(x);
```



Frecuencia absoluta de ocurrencia de 1s.

```
f = cumsum(x)./(1:10000);
```



Frecuencia relativa de ocurrencia de 1s.

```
plot(f)
```

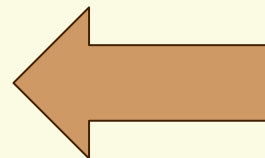


Grafico la frecuencia relativa.

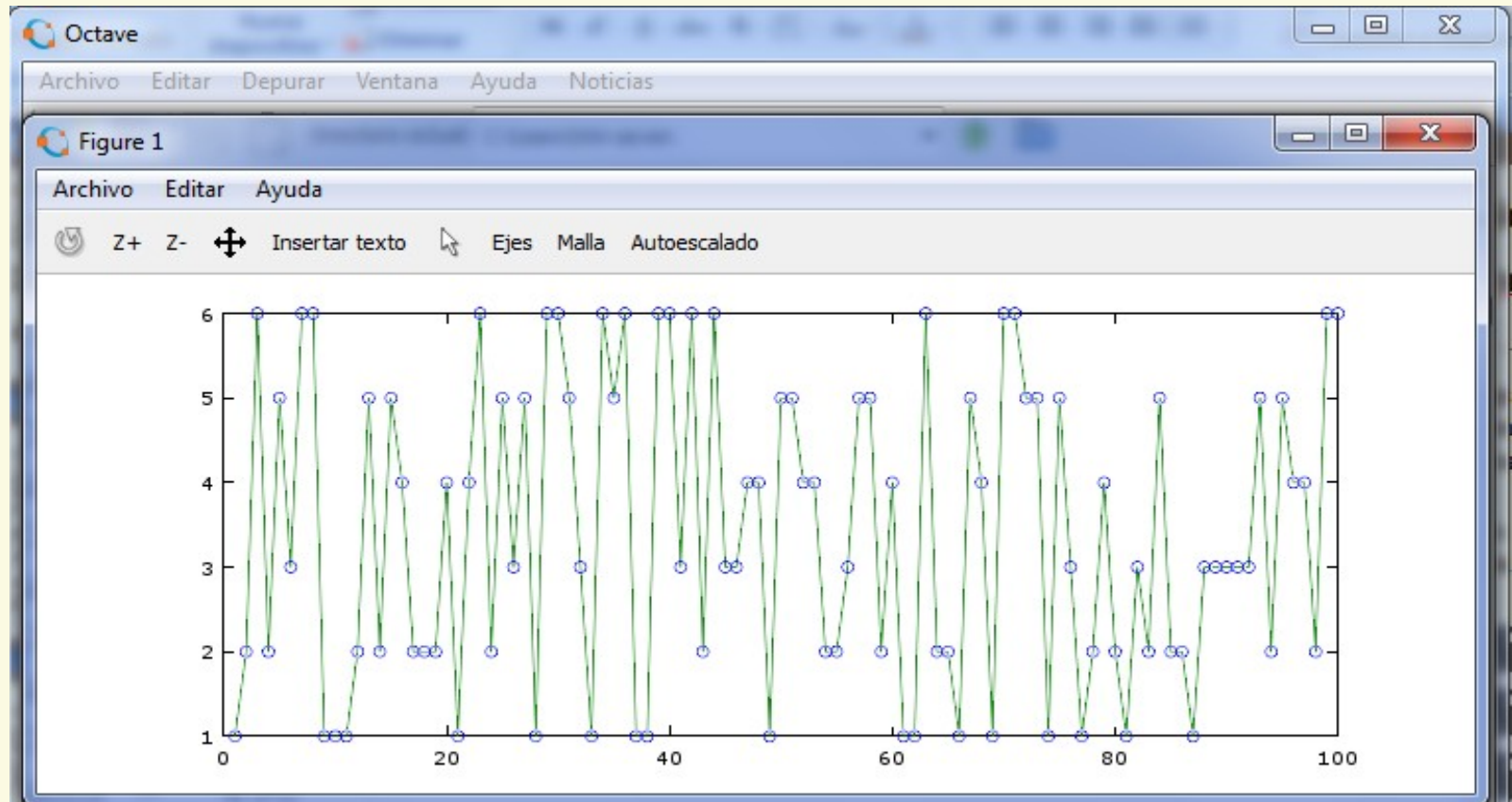
Experimento aleatorio

Simulación del lanzamiento de una moneda

Frecuencia relativa (proporción muestral) de ocurrencia de cara para el número de repeticiones del experimento creciente.

Experimento aleatorio

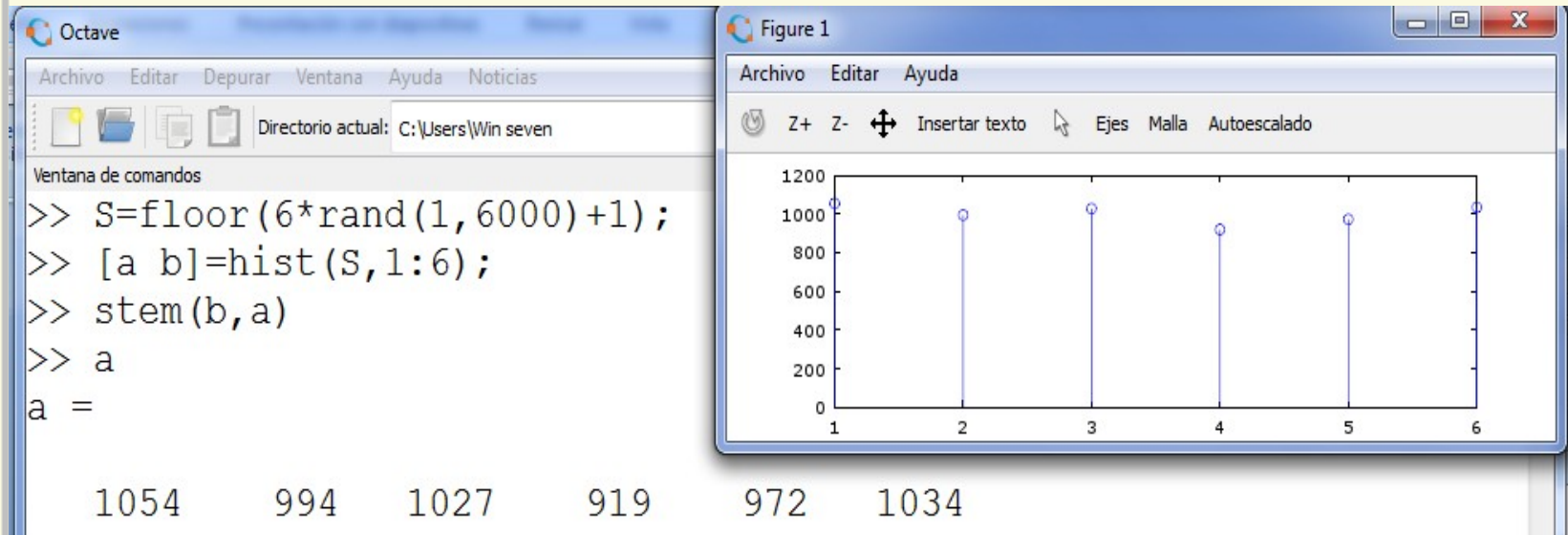
Simulación del lanzamiento de un dado



```
>> S=floor(6*rand(1,6000))+1);  
>> plot(1:100,S(1:100),'o',1:100,S(1:100))
```

Experimento aleatorio

Simulación del lanzamiento de un dado

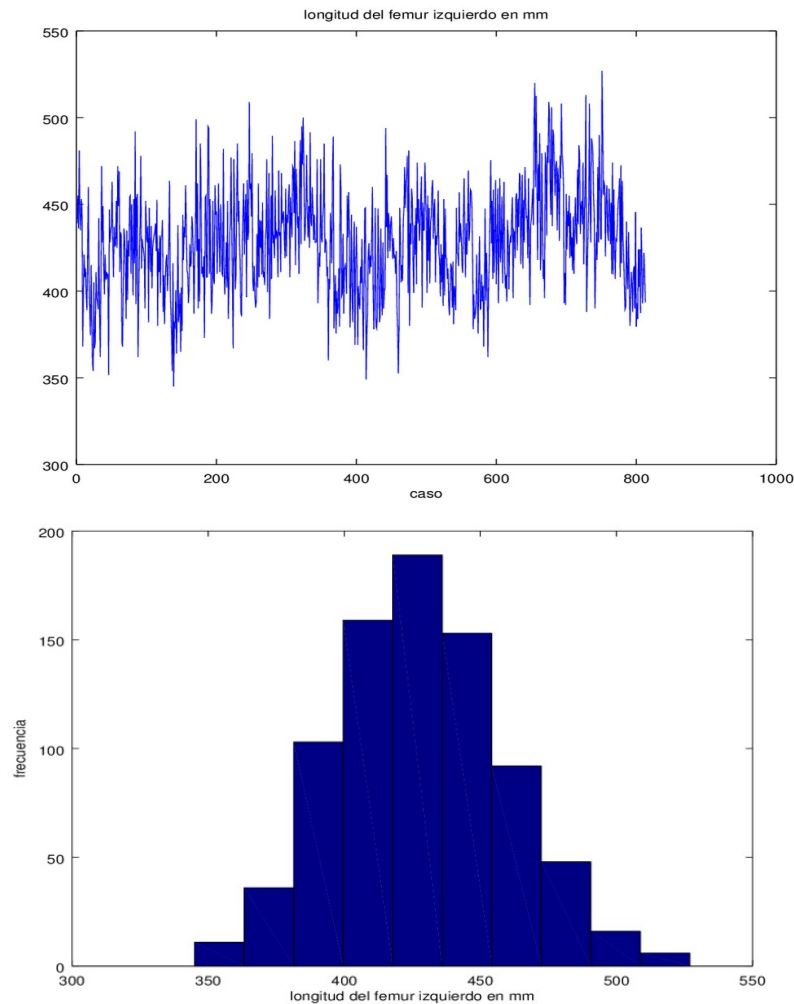


- El gráfico de la derecha se denomina histograma: muestra la frecuencia de ocurrencia de cada valor. Es una herramienta de la estadística descriptiva (i.e., describe resultados).
- El histograma me permite, de un vistazo, ver qué tan frecuentemente aparece cada valor, es decir, su **distribución**.

Un dato biométrico

- **Experimento aleatorio:** se mide la longitud (en mm) del fémur izquierdo de una persona tomada al azar.
- **Espacio muestral:** \mathbb{R}^+ (no discriminamos ni altos ni bajos).
- **Probabilidad:** basados en algún modelo, podemos predecir qué tan probable es que la longitud se encuentre en un intervalo $(a, b]$ (por ej., $(300, 330]$).
- **Estadística:** medimos a muchas personas para conocer la distribución de los valores: cuántas personas tienen el fémur en el intervalo $(a, b]$. El histograma muestra visualmente estos resultados.

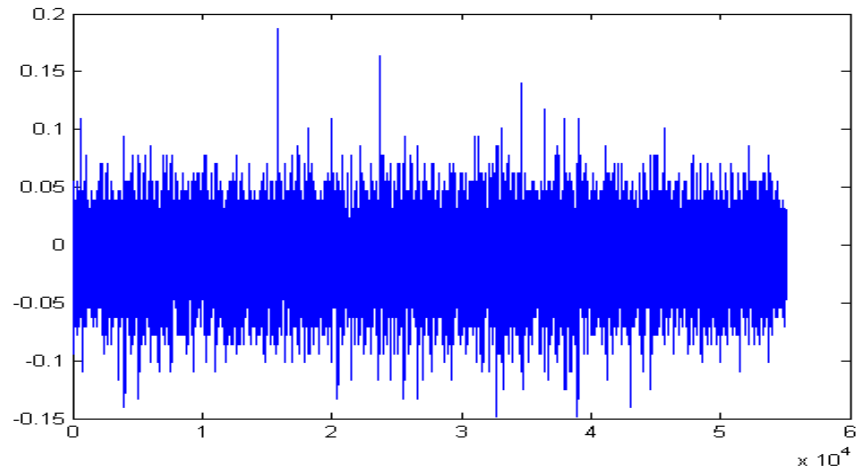
Un dato biométrico



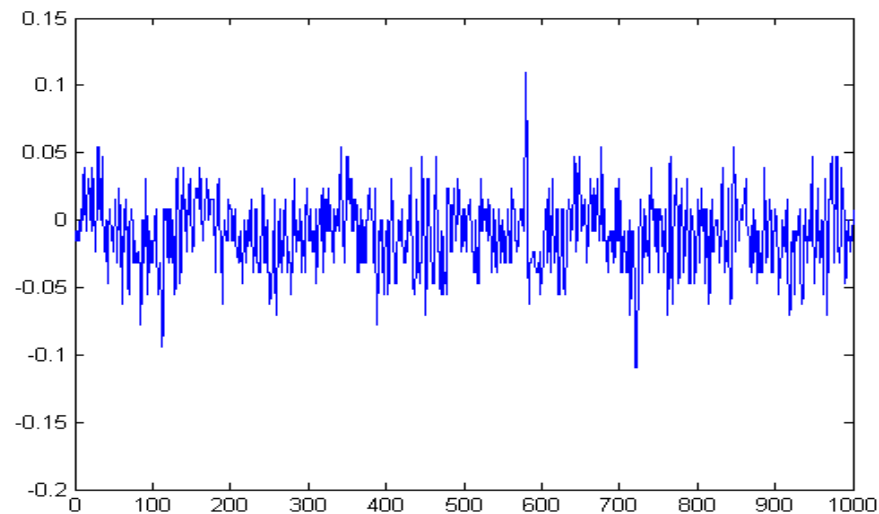
Longitud del fémur izquierdo en mm en 813 personas (The Goldman Osteometric Data Set)

Como ocurre en muchas situaciones, se presenta este tipo de distribución de los valores de una variable ('muchos valores en torno del promedio y pocos alejados a un lado y otro del promedio')

Ruido Gaussiano

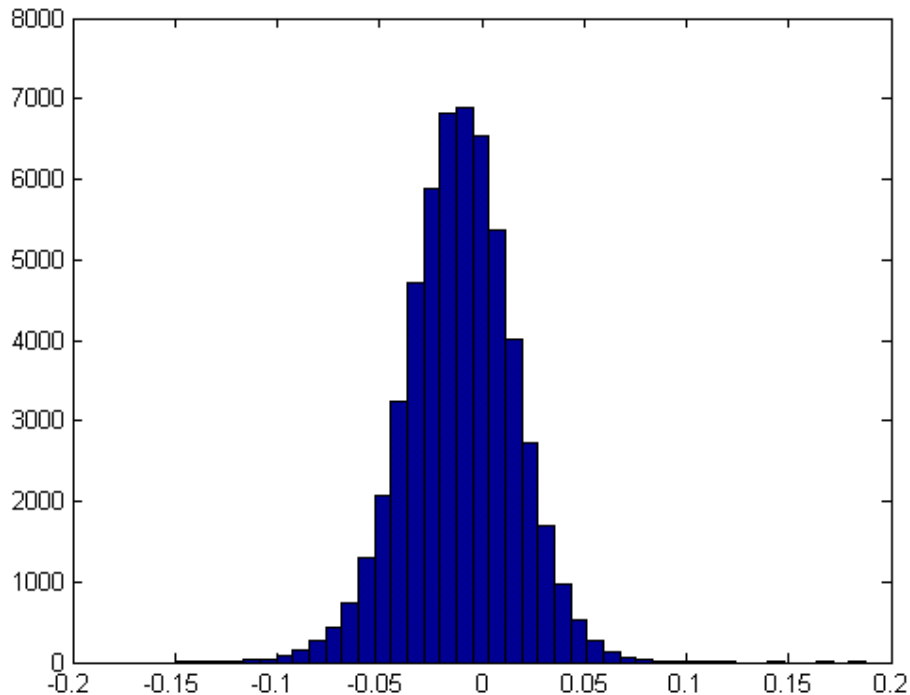


**Dos segundos de ruido
entre estaciones de
radios FM en formato
digital a 22500 muestras
por segundo**



**Mil muestras del
registro anterior**

Ruido Gaussiano



Las 50000 muestras agrupadas en este gráfico especial (un histograma). Se parte en intervalos el rango de amplitudes y se cuenta la cantidad de muestras en cada intervalo.

Otra vez la **forma de 'campana'**. Es tan importante, que estará relacionado con el famoso *Teorema **Central** del Límite*.

El aparato de Galton (Quincux)



Index Funds Advisors
matching people with portfolios