



# APRENDIZAJE NO SUPERVISADO

*Modelo de Kohonen*

---

# TABLA DE CONTENIDOS

**01.** INTRODUCCIÓN

**02.** MODELO DE KOHONEN

**03.** MODELO DE HOPFIELD

**04.** COMPONENTES PRINCIPALES

**05.** REGLA DE OJA Y SANGER

**06.** BIBLIOGRAFÍA

# 02.1

---

## MODELO DE KOHONEN

# REDES DE KOHONEN

---

## **Aprendizaje No Supervisado**

No existe información externa que indique si la red neuronal está operando correcta o incorrectamente.

### **Red de Kohonen**

Durante el proceso de aprendizaje descubre por sí misma regularidades (patrones) en los datos de entrada.

SOM: Mapas Auto-Organizados

# REDES DE KOHONEN

---

El autor es un investigador finlandés, Teuvo Kohonen, que publicó su idea por primera vez en 1982 [1] y luego siguió trabajando mucho tiempo [2].

[Published: January 1982](#)

## Self-organized formation of topologically correct feature maps

[Teuvo Kohonen](#)

### Abstract

---

This work contains a theoretical study and computer simulations of a new self-organizing process. The principal discovery is that in a simple network of adaptive physical elements which receives signals from a primary event space, the signal representations are automatically mapped onto a set of output responses in such a way that the responses acquire the same topological order as that of the primary events. In other words, a principle has been discovered which facilitates the automatic formation of

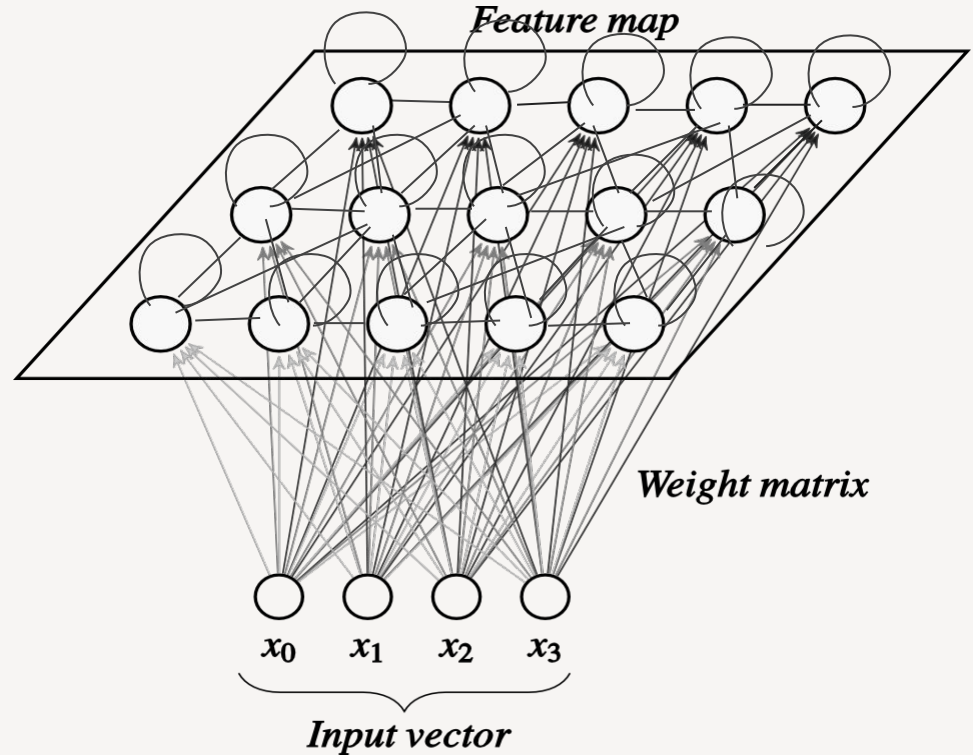
# ARQUITECTURA

Las neuronas están conectadas

- con sí mismas positivamente
- con las neuronas vecinas. ( $R=n$ )

INPUT: elemento del training set

OUTPUT: grilla/mapa (M)



# ARQUITECTURA



Search or jump to...



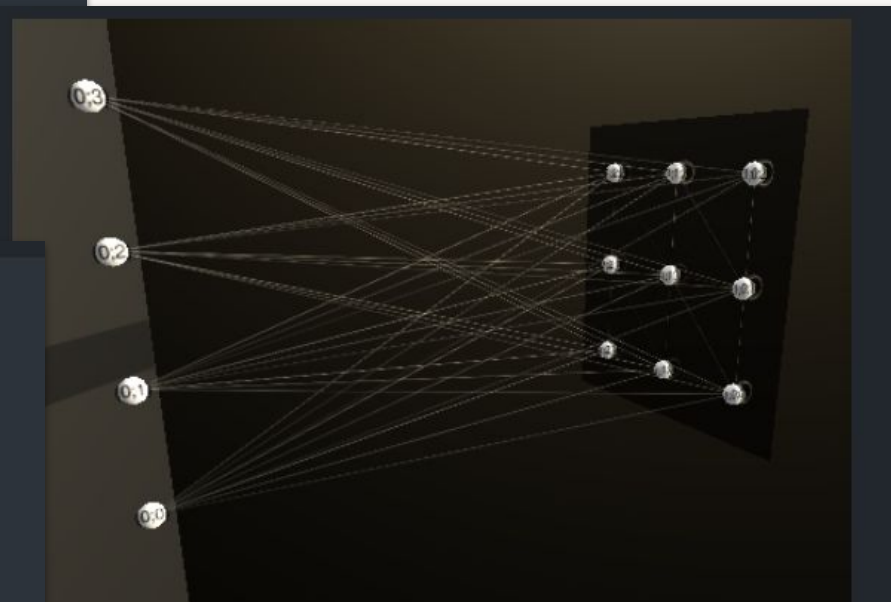
Pull requests



eugepineiro / **neural-network-vr**

Public

```
{
  "nn_type": "KOHONEN",
  "layers": [5, 3, 2],
  "kohonen": {
    "input_dimension": 10,
    "grid_dimension": 3
  },
  "improve_performance": false,
  "show_connections": true
}
```

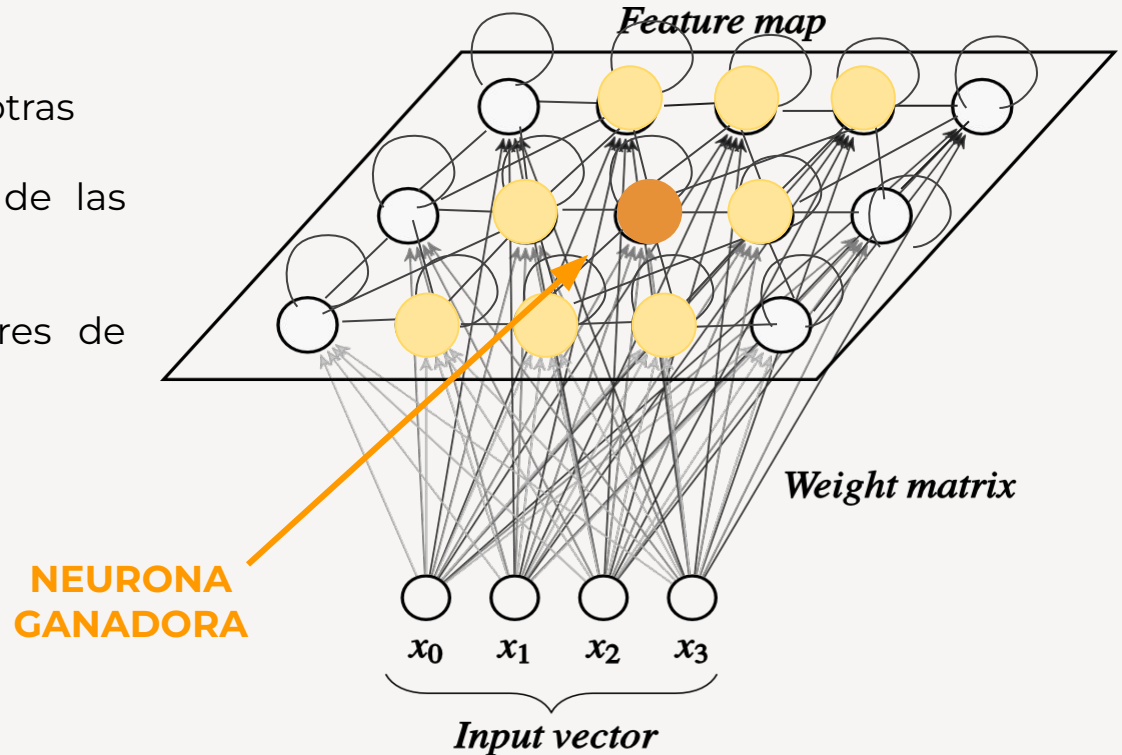


# APRENDIZAJE COMPETITIVO

Las neuronas compiten unas con otras

Objetivo → finalmente sólo una de las neuronas de salida se activa

Las demás son forzadas a valores de respuesta mínimos.





# NEURONA GANADORA

---

A lo largo del tiempo (épocas), algunas unidades toman un nivel de activación mayor mientras que el nivel de las demás se anula.

## NEURONA GANADORA

Dada la unidad de entrada  $x$ , la neurona que tenga vector de pesos  $w$  “*más parecido*” a  $x$  será ganadora.

*Aprendizaje Competitivo*

Esto implica una **clasificación**  
(las entradas parecidas van hacia la misma neurona)

# APRENDIZAJE COMPETITIVO



El objetivo de este aprendizaje es agrupar los datos que se introducen en la red.

El mapa nos mostrará un **agrupamiento**.

Las informaciones **similares** son clasificadas formando parte de la misma categoría o grupo y deben activar la **misma neurona** de salida.

# RED DE KOHONEN



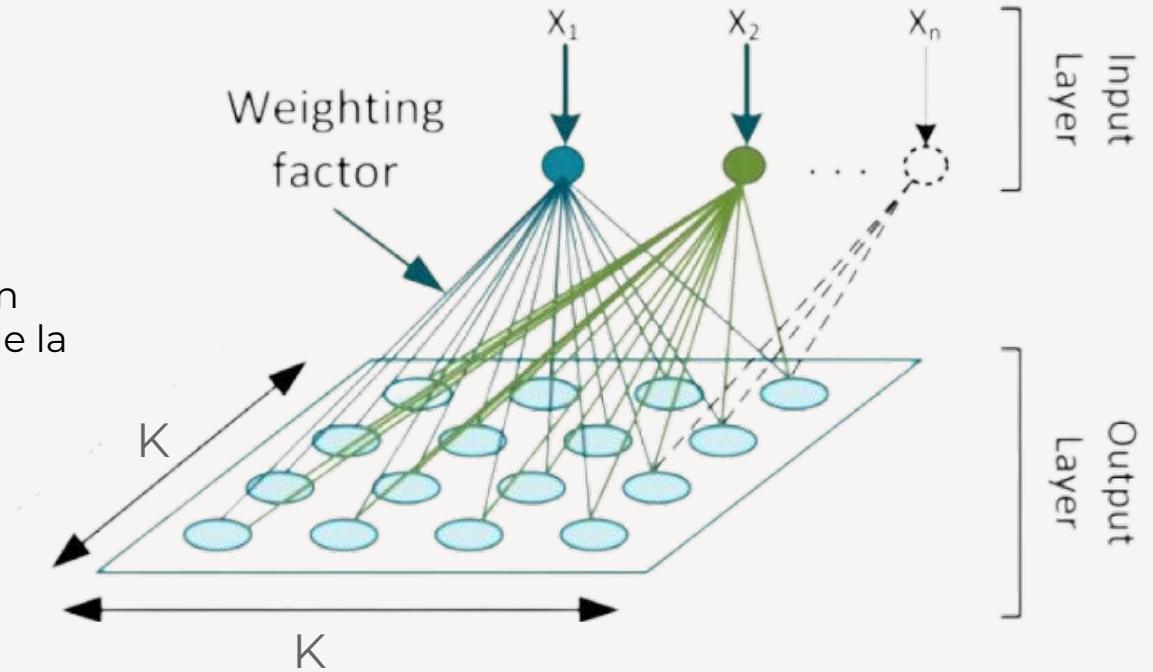
*Red de una sola capa, en forma de grilla bidimensional ( $k \times k$ ) y en la que cada neurona está conectada a todas las componentes de un vector de entrada  $n$ -dimensional.*

Entonces pasa de un espacio multidimensional a un espacio bidimensional.

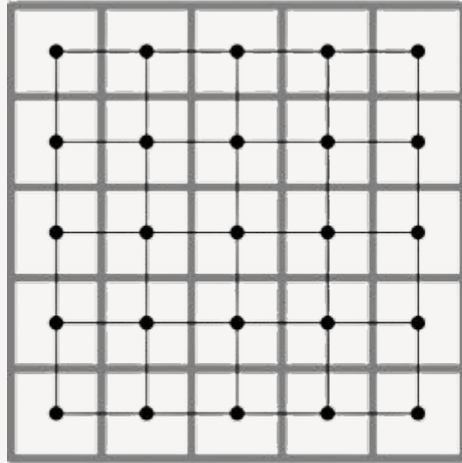
# GRILLA

Dimensión  $K \times K$

Si los datos de entrada tienen dimensión  $N \rightarrow$  cada neurona de la grilla tiene  $N$  conexiones.



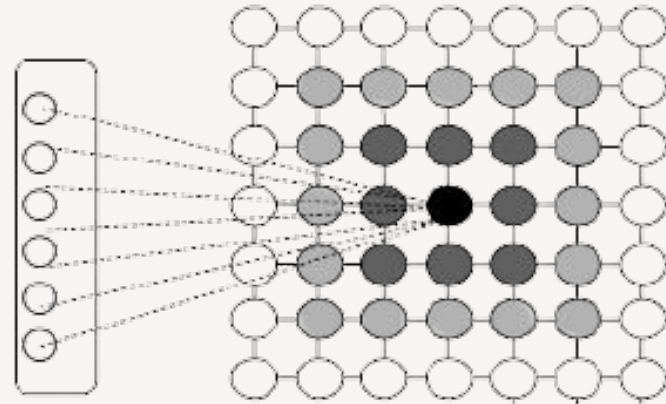
# GRILLA RECTANGULAR



quadratic grid

*Input space*

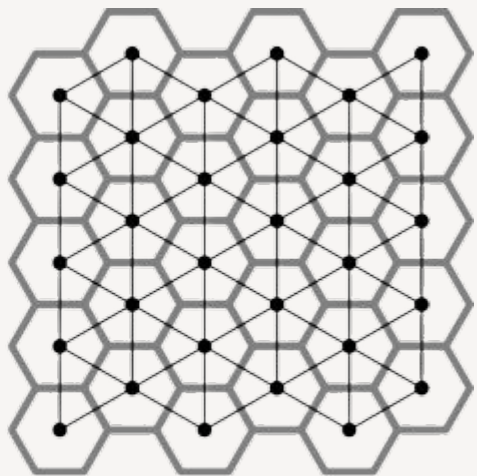
*Output space (SOM)*



(c)

# GRILLA HEXAGONAL

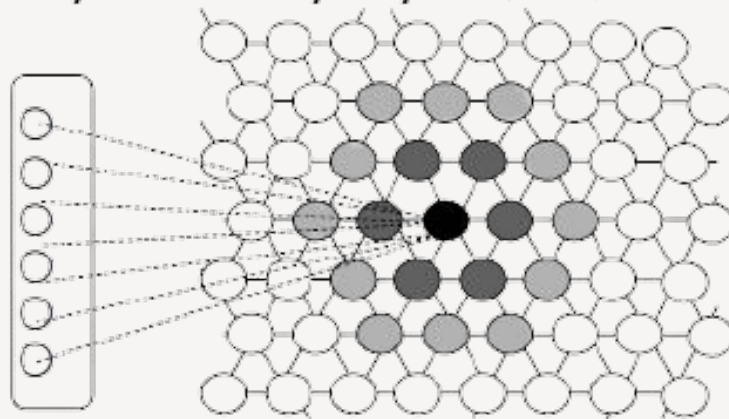
---



hexagonal grid

*Input space*

*Output space (SOM)*



(b)

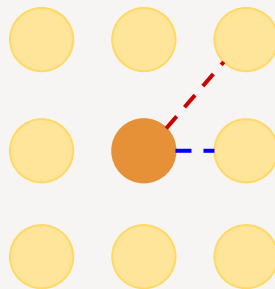
# VECINDARIO

---

Se define un radio  $R$ , donde, para una grilla rectangular:

4-vecinos  $\rightarrow R = 1$

8-vecinos  $\rightarrow R = \text{sqrt}(2)$



## Entradas similares

En cada neurona se concentran datos similares,  
Neuronas vecinas contienen datos con algún grado de similitud entre sí.

# CARACTERÍSTICAS

---

- Elegir la cantidad de neuronas de la grilla  $k \times k$ .
- Cada neurona de salida  $j \in \{1, \dots, k^2\}$  tiene asociado un vector de pesos  $W_j = (w_{j1}, \dots, w_{jn})$  (el representante de esa neurona).
- $W_j$  de cada neurona de salida tiene la misma dimensión que los datos de entrada.



# 02.2

## ESTANDARIZACIÓN

# FEATURE SCALING

---

Se utiliza para escalar los datos dentro un intervalo [a; b]

## MIN-MAX FEATURE SCALING

$$X' = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}(b - a) + a$$

Entre [0; 1] sería:

$$X' = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}$$

# ESTANDARIZACIÓN

Tomamos las variables del conjunto  $P=\{X_1, ..., X_p\}$ . Cada  $X_i$  tiene  $n$  registros.  
Se calculan los siguientes estadísticos unidimensionales:

## MEDIA

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_i^j$$

## DESVÍO ESTÁNDAR

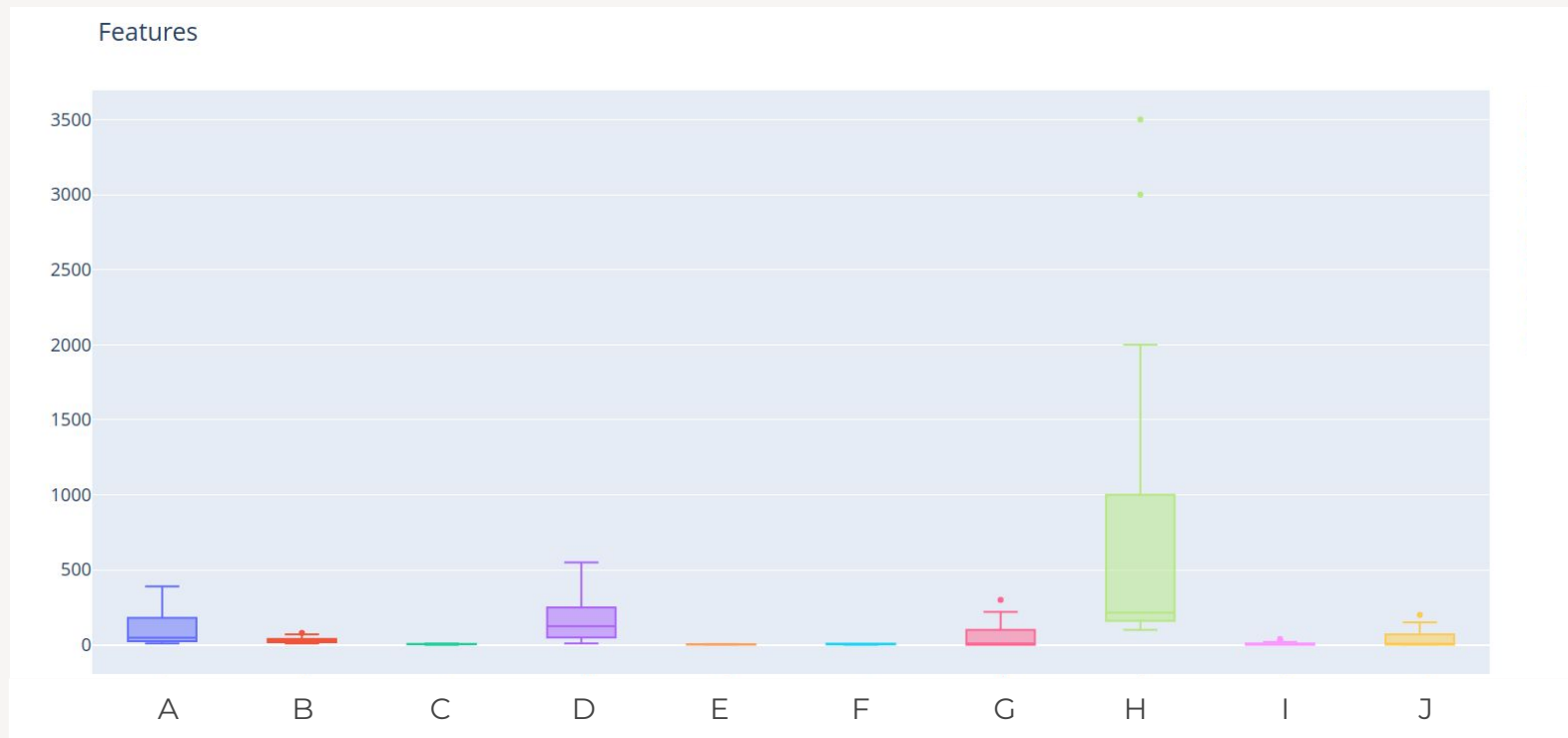
$$s_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_i^j - \bar{X}_i)$$

## VARIABLE ESTANDARIZADA

$$\tilde{X}_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{s_i}$$

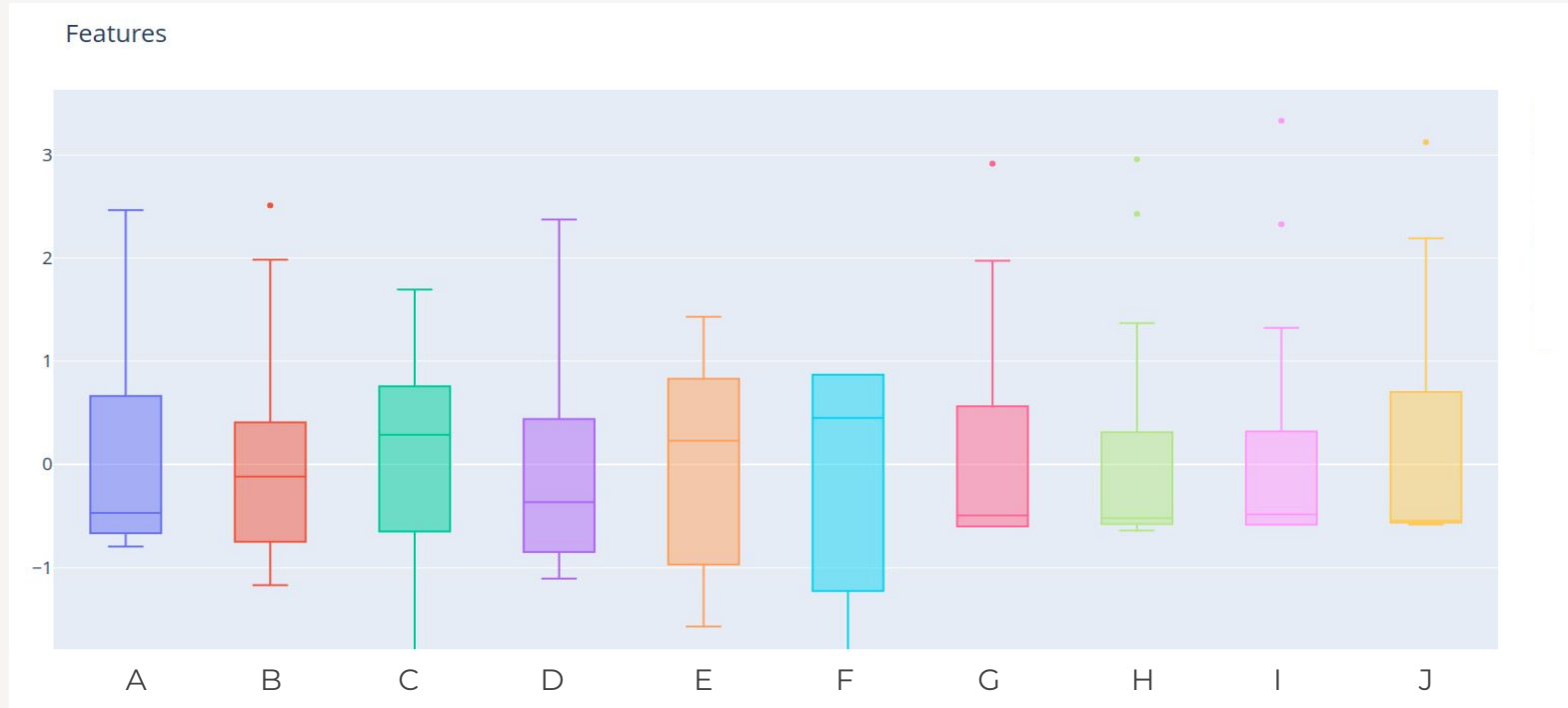
*Nota: También llamada Z-Score*

# EJEMPLO



# EJEMPLO

Si estandarizamos las variables



# UNIT LENGTH SCALING

---

Si bien todas las anteriores son formas de normalización de datos, se le suele llamar “normalizar” o unit length scaling a dividir por la norma 2:

## UNIT LENGTH SCALING

$$X' = \frac{X}{||X||}$$

02.3

ALGORITMO

# ALGORITMO

---

## INICIALIZACIÓN

1.  $X^p = \{x_1^p, \dots, x_n^p\}$ ,  $p = 1, \dots, P$  son los registros de entrada con dimensión  $n$ .
2. Definir la cantidad de neuronas de salida:  $k \times k$ .
3. Inicializar los pesos  $W_j$ ,  $j = 1, \dots, k^2$ , cada  $W_j = (w_{j1}, \dots, w_{jn})$ :
  - Con valores aleatorios con distribución uniforme.
  - Con ejemplos al azar del conjunto de entrenamiento.
4. Seleccionar un tamaño de entorno inicial con radio  $R(0)$ .
5. Seleccionar la tasa de aprendizaje inicial  $\eta(0) < 1$ .



# ALGORITMO

---

## ITERACIÓN $i$

1. Seleccionar un registro de entrada  $X^p$ .
2. Encontrar la neurona ganadora  $\hat{k}$  que tenga el vector de pesos  $W_{\hat{k}}$  más cercano a  $X^p$ .  
Se define una medida de similitud  $d$

$$W_{\hat{k}} = \arg \min_{1 \leq j \leq N} \{d(X^p - W_j)\}$$

3. Actualizar los pesos de las neuronas vecinas según la **regla de Kohonen**.

Se activa la neurona  $\hat{k}$  ( $n_{\hat{k}}$ ), que es la neurona ganadora.

# ALGORITMO

---

## **REGLA DE KOHONEN** (ITERACIÓN $i$ , paso 3)

Está definido por el radio en la iteración,  $R(i)$ , se actualiza el vecindario:

$$N_k(i) = \{n / \|n - n_k\| < R(i)\}$$

Donde:

- $n_k$  es la neurona ganadora
- $n$  es una neurona
- $N_k(i)$  es el vecindario

$R(0)$  es un dato de entrada

$R(i) \rightarrow 1$  cuando  $i \rightarrow \infty$ ,

aunque también puede permanecer constante durante todo el proceso.

# ACTUALIZACIÓN DE PESOS

---

Actualización de los pesos del vecindario de  $n_k$  utilizando la Regla de Kohonen:

- Si  $j \in N_k(i) \rightarrow W_j^{i+1} = W_j^i + \eta(i) * (X^p - W_j^i)$
- Si  $j \notin N_k(i) \rightarrow W_j^{i+1} = W_j^i$

Donde  $\eta(i) \rightarrow 0$ . Por ejemplo  $\eta(i) = 1/i$

# CONVERGENCIA

Regla de Kohonen

$$W_j^{i+1} = W_j^i + \eta(i) * (X^p - W_j^i)$$

*¿Por qué converge?*

$$\begin{aligned} W_k^{i+1} - X^p &= W_k^i + \eta(i)(X^p - W_k^i) - X^p \\ &= (1 - \eta(i))(W_k^i - X^p) \end{aligned}$$

**Entonces**

$$\| W_k^{i+1} - X^p \| \leq \| W_k^i - X^p \|^2$$

Los pesos se parecen a los datos de entrada

# SIMILITUD

---

Medidas de similitud (o funciones de propagación)

## **Distancia Euclídea:**

$$W_k = \arg \min_{1 \leq j \leq N} \{ \| X^p - W_j \| \}$$

## **Exponencial**

$$W_k = \arg \min_{1 \leq j \leq N} \{ e^{- \| X^p - W_j \|^2} \}$$

*Importante: estandarizar todos los vectores*

# INICIALIZACIÓN



## Valores iniciales de los pesos

- Se pueden inicializar con valores aleatorios  
*Problema:* algunas unidades quedan lejos de los valores iniciales y entonces nunca ganan.  
Se dice que son unidades muertas.
- Para evitar eso es mejor inicializar los pesos con muestras de los datos de entrada

# INICIALIZACIÓN



## Cantidad total de iteraciones

En función de la cantidad de neuronas de entrada (N)

Por ejemplo:  $500 * N$ .

## Radio del vecindario

- $R(0)$  puede ser el tamaño total de la grilla y va decreciendo hasta llegar a  $R = 1$ , donde solamente se actualizan las neuronas vecinas pegadas.
- Constante

# 02.4

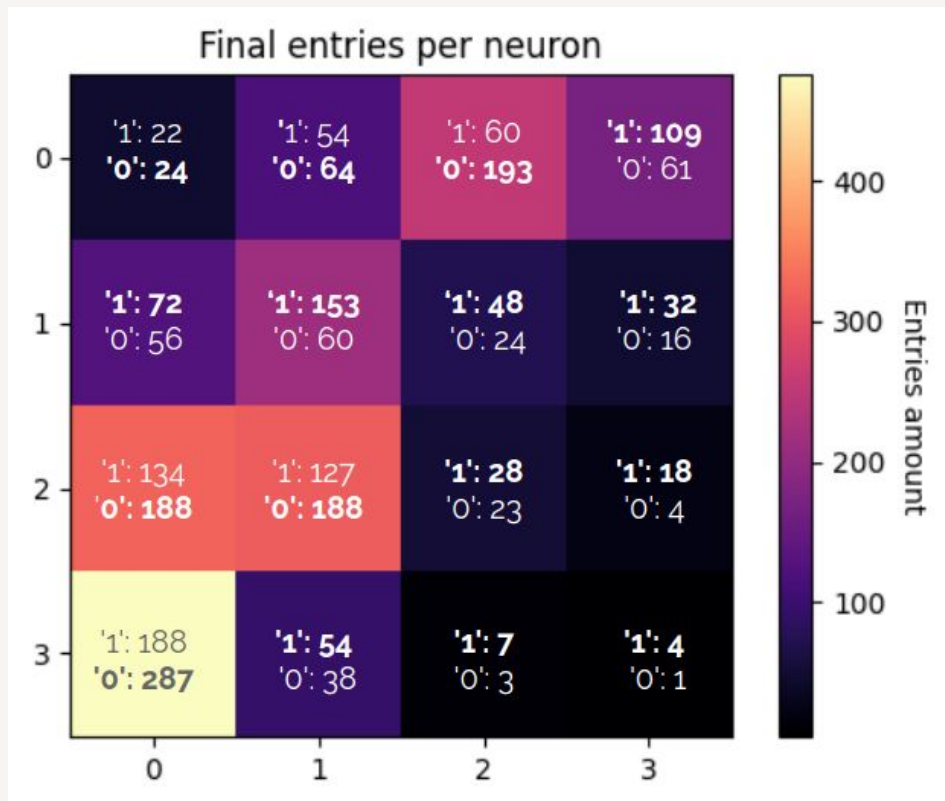
## RESULTADOS



# VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

Las neuronas de salida forman una matriz

Se puede ver en qué coordenadas se encuentra la neurona asociada a cada ejemplo de entrenamiento.



# VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS



Ejemplo: Se desea hacer un censo de la población teniendo en cuenta.

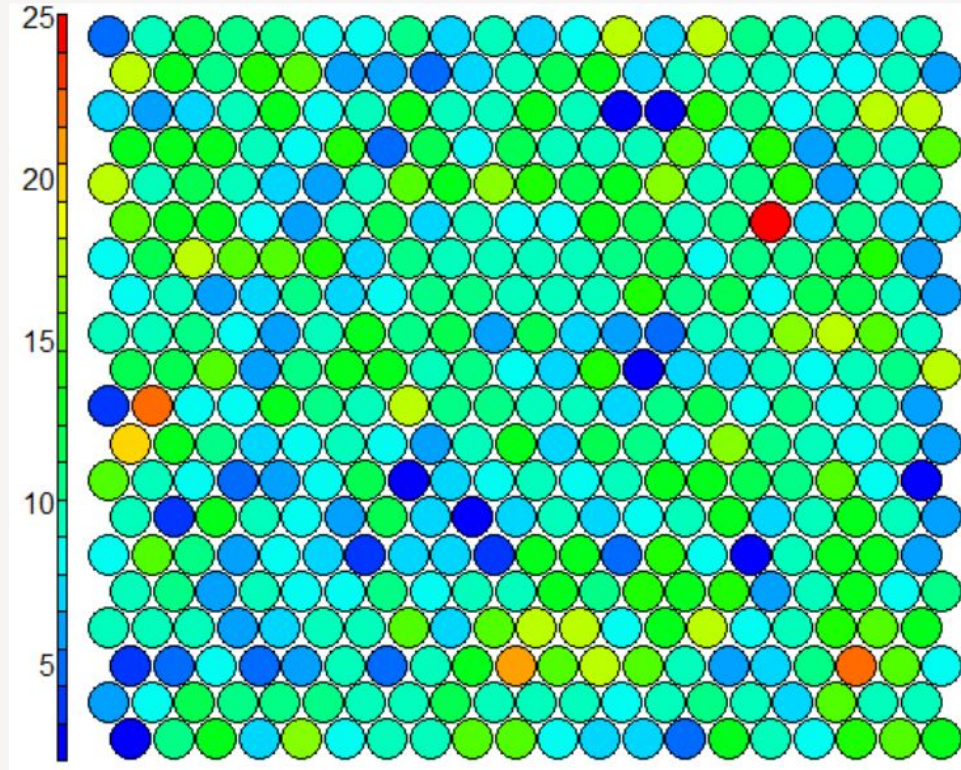
- Cantidad de habitantes
- Promedio de edad
- Promedio de nivel de educación
- Número de autos registrados
- Número de personas desempleadas
- Número de personas subempleadas

¿Qué ciudades son parecidas?

Se utiliza una Red de Kohonen de 20x20

# VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

Contar la cantidad de registros que van a cada neurona.



# VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

## MATRIZ

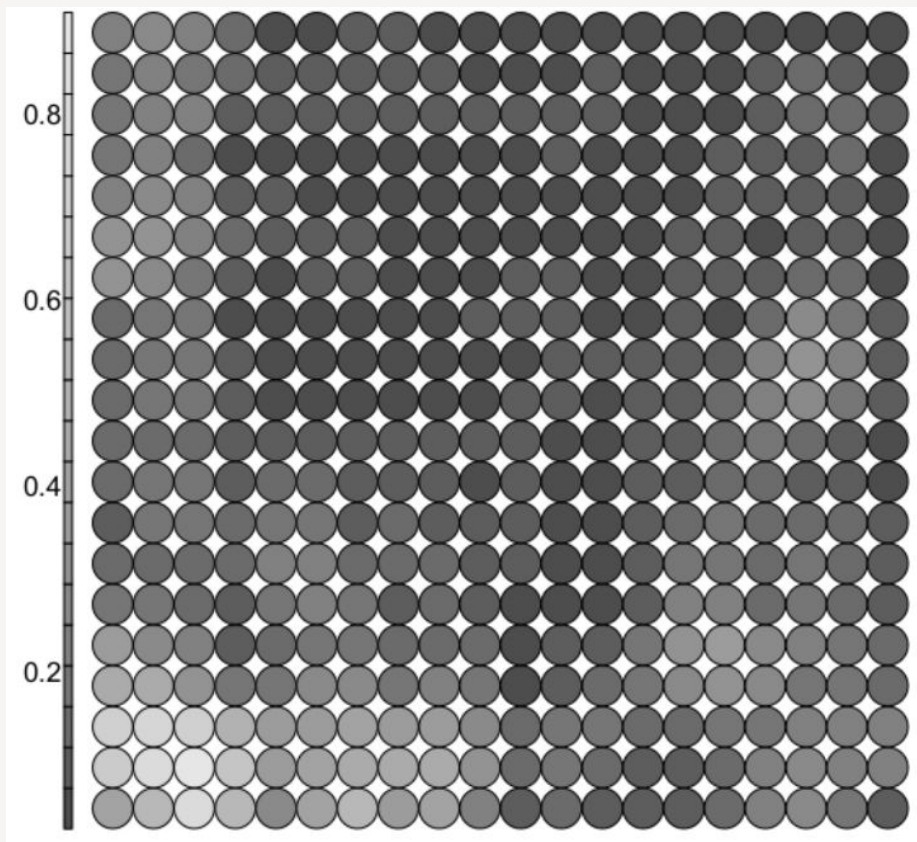
### *(Unified Distance Matrix)*

Para cada neurona el promedio la distancia euclídea entre:

- el vector de pesos de la neurona
- el vector de pesos de las neuronas vecinas.

Si el método funciona entonces deberían observarse distancias pequeñas

U

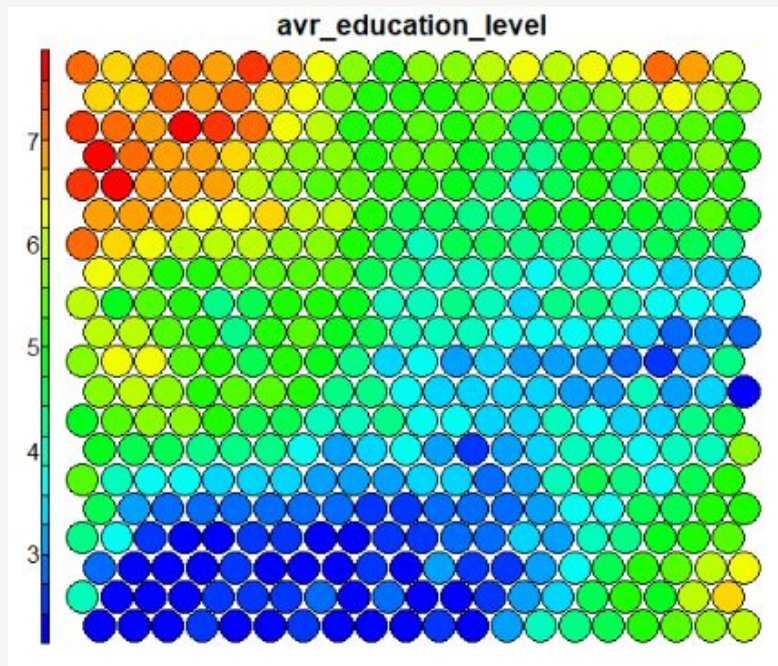
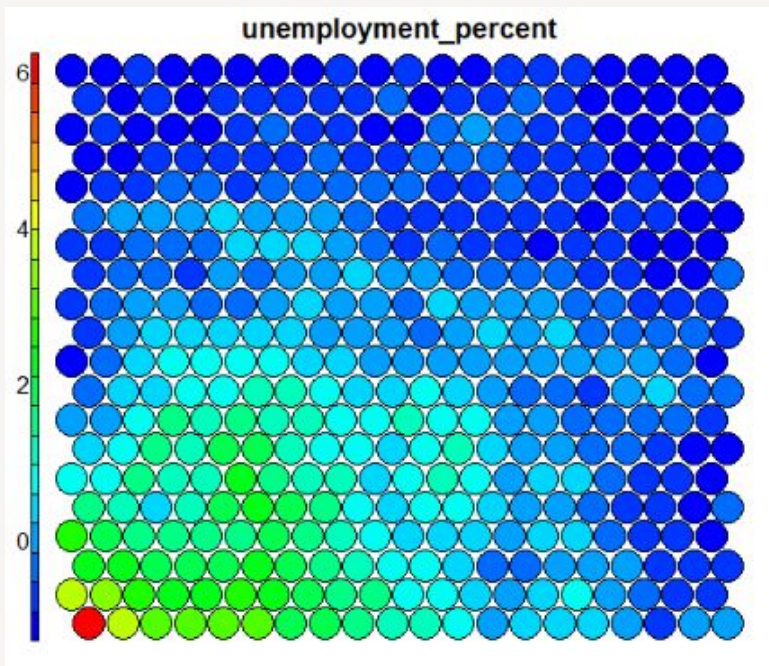




# VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

## OBSERVAR UNA SOLA VARIABLE

Se observa el valor promedio de una sola variable en cada neurona



# RED DE KOHONEN

## VENTAJAS

- Puede ser más rápida que el perceptrón multicapa.
- Aplicarse en casos donde el conjunto de datos no está etiquetado.
- Espacio multidimensional a bidimensional

## DESVENTAJAS

- Si el conjunto de variables es muy grande puede ser difícil asociarlo con un conjunto bidimensional.
- Solo puede realizarse con variables numéricas.
- No hay un criterio demostrado para definir el tamaño de la grilla.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] T. Kohonen. *Self-organized formation of topologically correct feature maps*. Biological Cybernetics, 1(43):59–69, 1982.
- [2] T. Kohonen. *The self-organizing map*. Neurocomputing, pages 1–6, 1998.