

**INDICACIONES:** Indique claramente **apellido, nombre y número de legajo** en cada hoja que entregue. No solicite indicaciones ni aclaraciones. **Indique claramente los planteos de los problemas que resuelva, no serán tenidos en cuenta cálculos dispersos, poco claros o sin comentarios. Defina sucesos, variables aleatorias y comente la solución. Exprese con 3 decimales las probabilidades que se pida calcular.**

SUERTE... DURACION : 2.5 HORAS.

APELLIDO Y NOMBRE : ..... Nro de Legajo : .....

PARA EL CORRECTOR

1	2	3	4	5	

1. (2 puntos) Un chip tiene (*pins*) para conectarlos en los enchufes que vienen en la placa de un circuito. El grosor de las patas es importante para determinar la calidad de la conexión con la placa. Cuando el proceso de producción funciona adecuadamente, el diámetro medio de todas las patas producidas es 1.000 unidades (relativo a las especificaciones de su diseño). Hay cierta variación inevitable en los diámetros; la desviación estándar es de 0.006 unidades. La distribución de los diámetros es normal. Una pata hará una conexión de alta calidad sólo si su diámetro se encuentra entre 0.997 y 1.003 unidades. Como parte del proceso de control de calidad el fabricante de los circuitos integrados toma muestras de 16 patas de cada lote de 20000.

- Suponiendo que el proceso funciona adecuadamente, ¿cuál es la probabilidad de que el diámetro medio de la muestra se encuentre entre 0.997 y 1.003 unidades?
- Si en uno de los controles se obtuvo una diferencia entre la media muestral y la media hipotética de 0.005 unidades, ¿es justificable que se concluya que el proceso no funciona adecuadamente pues presenta una media significativamente diferente de la esperada? Para responder considere una prueba de hipótesis con un nivel de significación del 1%.

2. (2 puntos) El espacio de estados de una cadena de Markov es el conjunto {1 2 3}. Sea  $X(n)$  el estado del proceso en el instante  $n$ . La figura adjunta muestra el diagrama de transiciones de esta cadena.

- Calcule  $p_n = P(X(n) = 2 / X(0) = 2)$  para  $n$  tomando los valores de 2 a 4 si  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 0.3$  y  $\gamma = 0$ . Para responder a esta pregunta realice un diagrama de árbol indicando todas las secuencias de estados que corresponden a esta situación.

- Si  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 0.3$  y  $\gamma = 0.1$  demuestre que la cadena es regular y obtenga

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$$

3. (2 puntos) Cierta componente es crítico para la operación de un sistema eléctrico y debe ser reemplazado en cuanto se produce una falla en el componente. Suponga que el tiempo de vida del componente hasta la falla es una variable aleatoria continua con una media y desvío iguales a 1000 hs.

Al producirse la falla el componente se cambia y se reemplaza por uno nuevo. Puede suponerse que el tiempo de recambio es despreciable y que los tiempos entre fallas son independientes.

- Se dispone de 5 de estos componentes para realizar la reposición del componente que falla. Suponga que los tiempos de vida tienen distribución exponencial. Calcule la probabilidad de que el tiempo de operación exceda 8000 horas.

- Si se desea que la probabilidad de que el sistema no interrumpa su funcionamiento en las próximas 70000 hs. sea como mínimo 0.95, ¿cuántos de estos componentes deben tenerse como mínimo en stock?

4. (2 puntos) D'Alessio Irol/Berenstein realizaron una encuesta online durante mayo, consiguiendo la opinión de 1077 personas mayores a 18 años sobre la situación económica.

- Según el informe, el 50% de los encuestados opinó que el responsable de la situación económica presente es principalmente el gobierno actual. Obtenga un intervalo de confianza del 95% para la proporción de la población adulta del país que opina de la misma manera. ¿Qué se debe asumir para que dicha estimación sea válida?

- El 57% de los encuestados cree que el gobierno no logrará afianzar su programa económico. ¿Existe suficiente evidencia en favor de que más del 50% de los adultos del país opina igual? Plantee una prueba de hipótesis adecuada y suponga un nivel de significación  $\alpha = 0.01$ .

5. (2 puntos) Se sortea una variable aleatoria exponencial  $X$  de media 1. A continuación se sortea una variable aleatoria exponencial  $Y$  de media  $X^{-1}$ .

- Obtenga la función densidad de probabilidad conjunta de  $X$  e  $Y$ .

- Obtenga la función densidad de probabilidad y la función de probabilidad acumulada de  $Y$ .

Recuerdo:

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax} dx = \frac{1}{a^2}$$

