ÍNDICE

1. Lista 3

1.1. Exemplo 1

ENADE 2014- Suponha duas balanças para realização da pesagem de caminhões devidamente colocadas em uma rodovia e regidas pelo mesmo modelo matemático definido por

$$\frac{indicação\ da\ balança}{peso\ do\ caminhão} = \frac{16}{s^2 + 4s + 16}$$

No momento da pesagem, o caminhão desloca-se por uma pequena inclinação e acomoda-se para que a medição seja realizada. Um caminhão, passando por estas balanças, foi liberado na 1ª balança e multado na 2ª balança. A empresa, para anular a multa sofrida, solicitou a análise de um perito que concluiu o seguinte:

i) Na primeira balança o peso foi adquirido 3 segundos após a entrada do caminhão.
ii) Na segunda balança o peso foi adquirido 1,2 segundos após a entrada do caminhão.

Considerando que não houve variação de carga no caminhão durante o percurso e desprezando o consumo de combustível e qualquer outra perda, faça o seguinte:

a) Demonstre em qual instante de tempo a medida das balanças é adequada.
b) Apresente seu parecer no caso sobre as medidas realizadas.

Solução:

<table>
<tr><td>

$$\frac{indicação\ da\ balança}{peso\ do\ caminhão} = \frac{16}{S^2 + 4S + 16} \rightarrow F(s) = \frac{k\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2} \therefore \omega_n^2 = 16 \rightarrow \omega_n = 4\ rad/s$$

$$2\xi\omega_n = 4 \rightarrow \xi = 0{,}5 \therefore O\ sistema\ é\ sub\ amortecido$$

</td></tr>
<tr><td>

Item A

Deve-se medir o peso do caminhão após o tempo de acomodação.

O t_{ac} do sistema é:

$$t_{ac} = \frac{4}{\alpha} = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

$$2\xi\omega_n = 4 \rightarrow \xi\omega_n = 2 \therefore t_{ac} = \frac{4}{2} \therefore 2\ segundos$$

A pesagem deve ser adquirida somente após 2 segundos.

</td></tr>
<tr><td>

Item B

A balança 2 mediu erroneamente antes do t_{ac} $\therefore$ Balança 1 mediu corretamente

</td></tr>
</table>

1.2. Exemplo 2

A figura 2 representa a saída de um sistema para uma entrada degrau. Obtenha a função de transferência deste sistema, indicando todos os valores extraídos do gráfico.

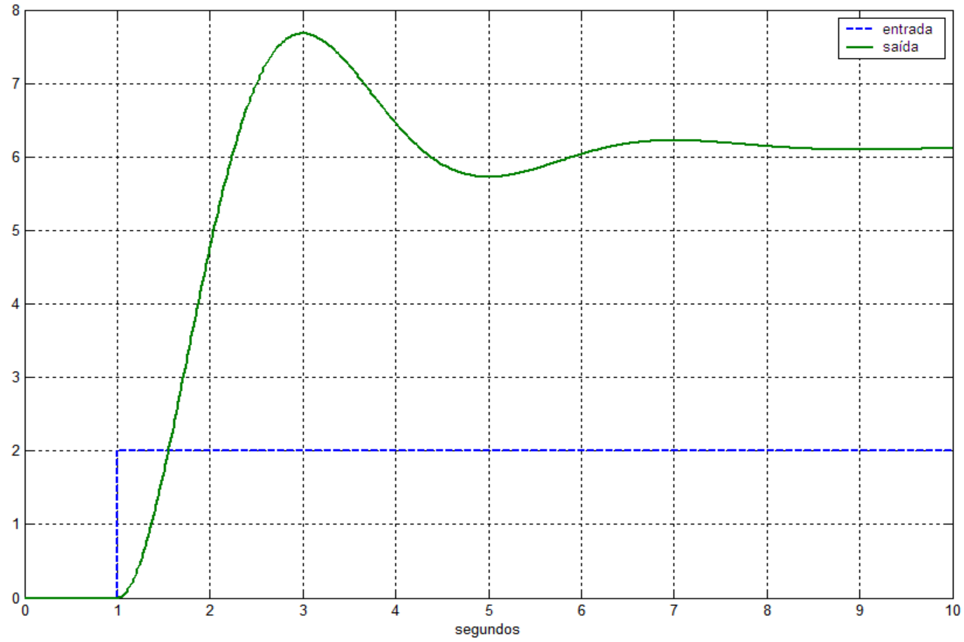


FIGURA 2

Solução:

Equações:

$$F(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

$$k = \frac{valor\ final\ saída}{valor\ da\ entrada}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

Do gráfico:

$$t_p = 2(3 - 1\ tempo\ com\ entrada\ nula) \rightarrow 2 = \frac{\pi}{\omega_d} \rightarrow \omega_d = 1{,}57\ rad/s$$

Mas...

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2}$$

Do gráfico:

$$\%SobreSinal = \frac{C(t_p) - C(\infty)}{C(\infty)} \cdot 100\% \rightarrow \%SP = \frac{7{,}5 - 6}{6} \cdot 100\% = 25\%$$

Sabe-se que:

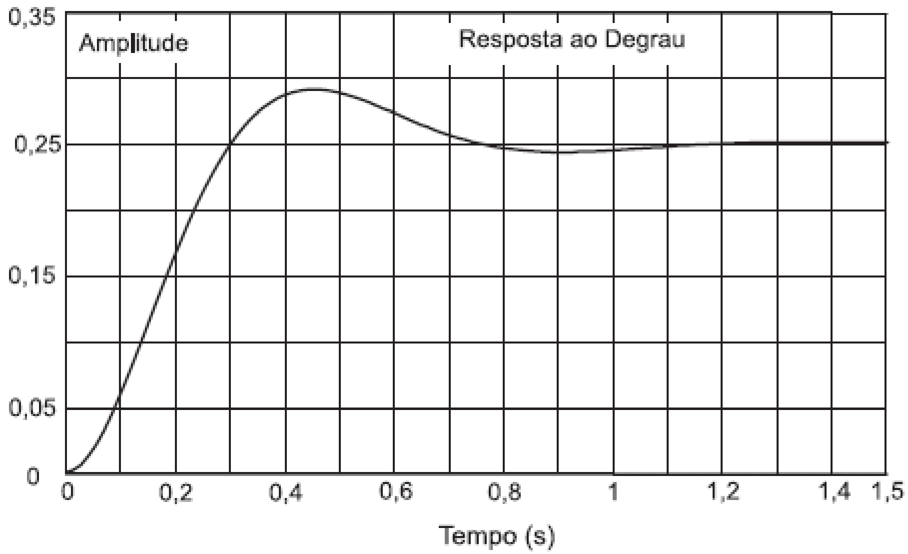
$$\xi = \frac{-\ln\left(\frac{\%SP}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{\%SP}{100}\right)}} \rightarrow \xi = \frac{-\ln\left(\frac{25}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{25}{100}\right)}} \rightarrow \xi = 0{,}4$$

Então:

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \rightarrow 1{,}57 = \omega_n\sqrt{1 - (0{,}4)^2} \rightarrow \omega_n = 1{,}7\ rad/s$$

1.3. Exemplo 3

[*PETROBRAS 2010*] A figura 3 representa a resposta a um degrau unitário de um sistema de 2ª ordem, cuja função de transferência é $G(s) = \frac{16}{s^2 + 8s + b}$. Com base nestas informações, calcule os polos deste sistema.



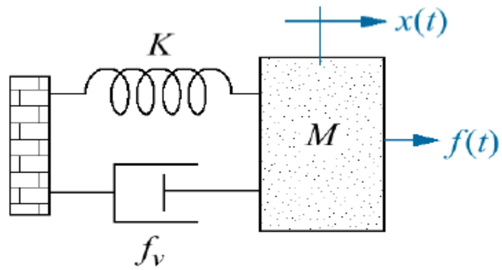
Solução:

Função: $G(s) = \frac{16}{S^2 + 8S + b}$
Polos do sistema? Por ser um sinal oscilante os polos do sistema é complexo conjugado Portanto o sistema é sub-amortecido e por isso os polos são complexos conjugados. $S_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$
Do gráfico: $t_p = 0{,}45$
Más: $t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \rightarrow 0{,}45 = \frac{\pi}{\omega_d} \rightarrow \omega_d \cong 7\, rad/s$
Então temos a relação: $G(s) = \frac{16}{S^2 + 8S + b} = \frac{k\omega_n^2}{S^2 + \alpha S + \omega_n^2} \therefore 2\alpha = \frac{8}{2} \rightarrow \alpha = 2$

1.4. Exemplo 4

Para o sistema mecânico mostrado na figura abaixo, determine a expressão O VALOR DO COEFICIENTE DE ATRITO VISCOSO de maneira que o tempo de acomodação do sistema seja igual a 1,0 segundo.

DADOS : K = 2 N/m ; M = 2kg.



Solução:

Informações:
F_v : Coeficiente de atrito viscoso (representado por μ)
k : constante da mola
F_v : para $t_{ac} = 1.0$

Dados:

$$k = 2\ N/m$$
$$M = 2\ kg$$

Pela segunda lei de Newton

$$\sum F = m \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} \rightarrow F(t) - F_v \cdot \frac{dx(t)}{dt} - kx(t) = m \cdot \frac{d^2x(t)}{dt}$$

Aplicando Laplace com c.i = 0

$$F(s) - sF_v \cdot X(s) - kX(s) = s^2mX(s) \rightarrow X(s)[s^2m + sF_v + k] = F(s) \rightarrow \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2m + sF_v + k} \therefore$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{2s^2 + sF_v + 2} \rightarrow \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{0,5}{s^2 + \frac{sF_v}{2} + 1} \Rightarrow F(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + \xi\omega_n S + \omega_n^2} \therefore \frac{F_v}{2} = \xi\omega_n$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2}$$

$$t_{ac} = \frac{4}{\alpha} \rightarrow 1 = \frac{4}{\alpha} \rightarrow \alpha = 4$$

$$\xi\omega_n = \frac{F_v}{2} \rightarrow 2 \cdot 4 = \frac{F_v}{2} \rightarrow F_v = 16$$