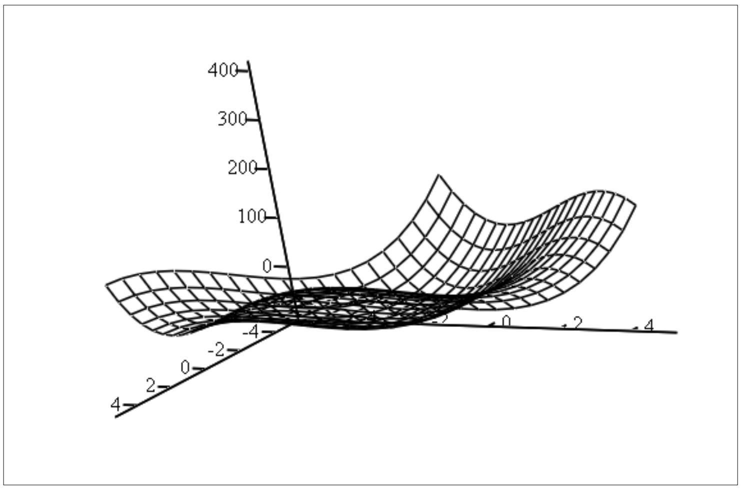
PLANILHA GERADA EM MATHCAD (VERSÃO 14)

DECLARAÇÃO DA FUNÇÃO

$$f(x,y) := x^3 + y^3 + 2x^2 + 4y^2 + 6$$



f

Etapa 1: Determinar $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$

Etapa 2: Determinar $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} e \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$. Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, o procedimento não se aplica.

$$\frac{d}{dx} f(x,y) \rightarrow 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x$$

$$\frac{d}{dy} f(x,y) \rightarrow 3 \cdot y^2 + 8 \cdot y$$

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x,y) \rightarrow 6 \cdot x + 4$$

$$\frac{d^2}{dy^2} f(x,y) \rightarrow 6 \cdot y + 8$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dy} f(x,y)\right) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{d}{dx} f(x,y)\right) \rightarrow 0$$

Etapa 3: Determinar os pontos críticos estacionários de f, resolvendo $\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 0 \end{cases}$

Given

$$\frac{d}{dx}f(x,y) = 0$$

$$\frac{d}{dy}f(x,y) = 0$$

$$\text{Find}(x,y) \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & 0 & -\frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{8}{3} & -\frac{8}{3} \end{pmatrix}$$

$$SOL := \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & 0 & -\frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{8}{3} & -\frac{8}{3} \end{pmatrix}$$

$in := 0$

TAMANHO DA MATRIZ

$fi := 3$

EXISTEM 4 PONTOS CRÍTICOS

Etapa 4: Para cada ponto crítico (x_0,y_0) encontrado na Etapa 3, calcular

$$D(x_0,y_0) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0,y_0).\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x_0,y_0) - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0,y_0)\right)^2$$

$$D(x,y) := \left(\frac{d^2}{dx^2}f(x,y)\right)\cdot\left(\frac{d^2}{dy^2}f(x,y)\right) - \left[\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dy}f(x,y)\right)\right]^2$$

Regra de decisão:

- Se $D(x_0,y_0) > 0$, então (x_0,y_0) é ponto de máximo ou de mínimo de f
    - Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0,y_0) > 0$, então (x_0,y_0) é ponto de mínimo;
    - Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0,y_0) < 0$, então (x_0,y_0) é ponto de máximo;
- Se $D(x_0,y_0) < 0$, então (x_0,y_0) é ponto de sela de f
- Se $D(x_0,y_0) = 0$, então nada se pode afirmar sobre o comportamento de f em (x_0,y_0)

PROCEDIMENTO DE ANÁLISE:

$$
\begin{aligned}
D\_matrix :=\ & \text{for } i \in in..fi \\
& \quad x0 \leftarrow SOL_{0,i} \\
& \quad y0 \leftarrow SOL_{1,i} \\
& \quad RESP_{i,0} \leftarrow x0 \\
& \quad RESP_{i,1} \leftarrow y0 \\
& \quad RESP_{i,2} \leftarrow f(x0,y0) \\
& \quad D \leftarrow \left(\frac{d^2}{dx0^2} f(x0,y0)\right)\cdot\left(\frac{d^2}{dy0^2} f(x0,y0)\right) - \left[\frac{d}{dx0}\left(\frac{d}{dy0} f(x0,y0)\right)\right]^2 \\
& \quad RESP_{i,3} \leftarrow D \\
& \quad d2x \leftarrow \frac{d^2}{dx0^2} f(x0,y0) \\
& \quad \text{if } D > 0 \\
& \quad\quad pt \leftarrow \text{"min"} \quad \text{if } d2x > 0 \\
& \quad\quad pt \leftarrow \text{"max"} \quad \text{if } d2x < 0 \\
& \quad pt \leftarrow \text{"ponto de sela"} \quad \text{if } D < 0 \\
& \quad pt \leftarrow \text{"nada se afirma"} \quad \text{if } D = 0 \\
& \quad RESP_{i,4} \leftarrow d2x \\
& \quad RESP_{i,5} \leftarrow pt \\
& \quad RESP
\end{aligned}
$$

RESULTADOS:

$$
D\_matrix = \begin{array}{cccccc}
X & Y & f & D & \text{derivada} & \\
\multicolumn{6}{c}{\begin{pmatrix}
-1.333 & 0 & 7.185 & -32 & -4 & \text{"ponto de sela"} \\
0 & 0 & 6 & 32 & 4 & \text{"min"} \\
-1.333 & -2.667 & 16.667 & 32 & -4 & \text{"max"} \\
0 & -2.667 & 15.481 & -32 & 4 & \text{"ponto de sela"}
\end{pmatrix}}
\end{array}
$$

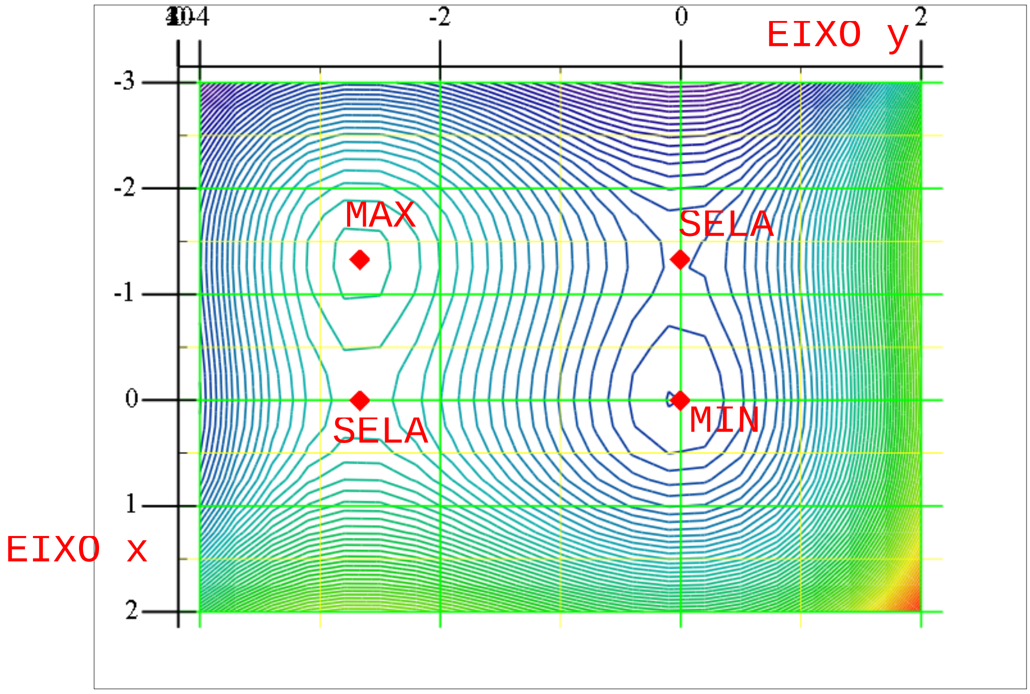
$$SOL := SOL^{T}$$

$$SOL = \begin{pmatrix} -1.333 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1.333 & -2.667 \\ 0 & -2.667 \end{pmatrix}$$

$$X := SOL^{\langle 0 \rangle} \qquad Y := SOL^{\langle 1 \rangle}$$

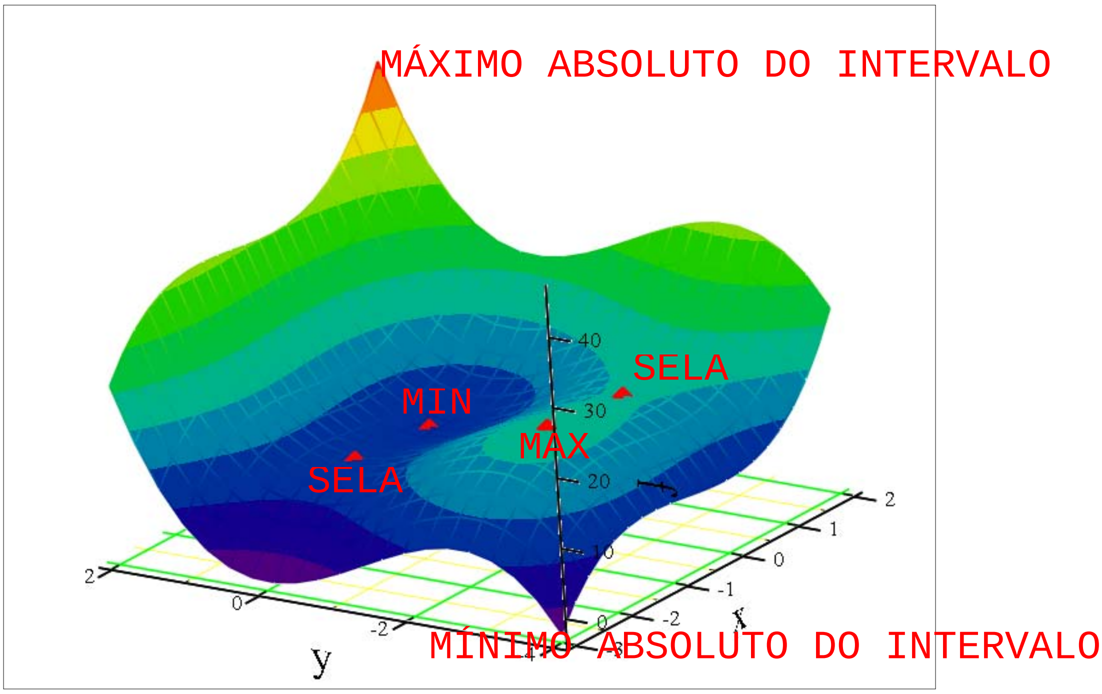
$$Z := f(X,Y)$$

GRÁFICO DE CONTORNOS



f,(X,Y,Z)

GRÁFICO DE SUPERFÍCIE



f,(X,Y,Z)