ECUACION DIFERENCIAL

Se dice que una **ecuación diferencial** (ED) es cualquier ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes.

CLASIFICACION DE LAS ECUACIONES

Con el objetivo de referirnos a ellas, debemos clasificar las ecuaciones por **tipo,orden y linealidad**

CLASIFICACION POR TIPO

Clasificación por tipo

Si una ecuación diferencial contiene únicamente derivadas ordinarias de una o mas variables dependientes con respecto a una variable independiente, se dice que es una ecuación diferencial ordinaria (EDO). Por ejemplo:

$$\frac{dy}{dx} + 5y = e^x, \quad \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 6y = 0, \quad \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = 2y + x$$

CLASIFICACION POR ORDEN

Clasificación por orden

El orden de una ecuación diferencial (EDO) representa el orden de la derivada más alta presente en la ecuación.
Por ejemplo:

$$\frac{d^3y}{dx^3} + 5\left(\frac{dy}{dx}\right)^{30} - 4y = e^x$$

CLASIFICACION POR LINEALIDAD

Clasificación por linealidad

Se dice que una ecuación diferencial ordinaria de n-ésimo orden

$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = \mathrm{f(x, y)}$ y $\frac{\mathrm{d^2y}}{\mathrm{dx^2}} = \mathrm{f(x, y, y')}$ es lineal si $F(x, y, y', ..., y^n) = 0$; en $y, y', ...y^n$.
donde F es una función con valores reales de $n+2$ variables: $x, y, y', ..., y^n$.
Esto significa que una ecuación es lineal cuando:

$$\mathrm{a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)}, \qquad \mathrm{a_2(x)\frac{d^2y}{dx^2} + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)}$$

NOTACION DE LAS ECUACIONES

NOTACION

- La notación de **Leibniz** $dy/dx, d^2y/dx^2, d^3y/dx^3$
- La notación **prima** y', y'', y'''
- La notación **Newtoniana o de punto** $\dot{s}, \ddot{s}, \dddot{s}$

TIPOS DE ECUACIONES

TIPOS DE ECUACIONES

- Variables separables
- Ecuaciones lineales
- Ecuaciones exactas
- Ecuaciones NO exactas
- Ecuaciones de orden superior

ED con coeficientes constantes

Ecuaciones lineales con coeficientes constantes

$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + ... + a_1 y' + a_0 y = 0$
donde los coeficientes $a_i = 0, 1, ..., n$ son constantes reales y $a_n \neq 0$

Casos de las soluciones

- Caso I: **Raíces reales distintas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$

Casos de las soluciones

- Caso I: **Raíces reales distintas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$
- Caso II: **Raíces reales repetidas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 X e^{m_2 x}$

Casos de las soluciones

- Caso I: **Raíces reales distintas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$
- Caso II: **Raíces reales repetidas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 X e^{m_2 x}$
- Caso III: **Raíces complejas conjugadas**
  $y = C_1 e^{(\alpha+\beta i)x} + C_2 e^{(\alpha-\beta i)x}$

Casos de las soluciones

- Caso I: **Raíces reales distintas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$
- Caso II: **Raíces reales repetidas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 X e^{m_2 x}$
- Caso III: **Raíces complejas conjugadas**
  $y = C_1 e^{(\alpha+\beta i)x} + C_2 e^{(\alpha-\beta i)x}$

Casos de las soluciones

- Caso I: **Raíces reales distintas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$
- Caso II: **Raíces reales repetidas**
  $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 X e^{m_2 x}$
- Caso III: **Raíces complejas conjugadas**
  $y = C_1 e^{(\alpha+\beta i)x} + C_2 e^{(\alpha-\beta i)x}$
  utilizando la identidad de Euler $e^{(i\theta)} = cos(\beta)x + isen(\beta)x$
  $y = e^{\alpha x}(C_1 cos(\beta x) + C_2 sen(\beta x))$

RESOLUCION DE ESTA CLASE DE ECUACIONES

METODOLOGIA DUMMIE

RESOLUCION DE ESTA CLASE DE ECUACIONES

METODOLOGIA DUMMIE

1. Cambiar ecuación a su forma estandar.

RESOLUCION DE ESTA CLASE DE ECUACIONES

METODOLOGIA DUMMIE

1. Cambiar ecuación a su forma estandar.
2. Obtener la ecuación auxiliar.

RESOLUCION DE ESTA CLASE DE ECUACIONES

METODOLOGIA DUMMIE

1. Cambiar ecuación a su forma estandar.
2. Obtener la ecuación auxiliar.
3. Resolver la ecuación mediante métodos ya conocidos.

RESOLUCION DE ESTA CLASE DE ECUACIONES

METODOLOGIA DUMMIE

1. Cambiar ecuación a su forma estandar.
2. Obtener la ecuación auxiliar.
3. Resolver la ecuación mediante métodos ya conocidos.
4. Proponer la solución general de acuerdo a las raíces.

RESOLUCION DE ESTA CLASE DE ECUACIONES

METODOLOGIA DUMMIE

1. Cambiar ecuación a su forma estandar.
2. Obtener la ecuación auxiliar.
3. Resolver la ecuación mediante métodos ya conocidos.
4. Proponer la solución general de acuerdo a las raíces.
5. Evaluar condiciones iniciales.

RESOLUCION DE ESTA CLASE DE ECUACIONES

METODOLOGIA DUMMIE

1. Cambiar ecuación a su forma estandar.
2. Obtener la ecuación auxiliar.
3. Resolver la ecuación mediante métodos ya conocidos.
4. Proponer la solución general de acuerdo a las raíces.
5. Evaluar condiciones iniciales.

EJEMPLOS

1. $y^{''} - y^{'} - 12y = 0 \qquad y(0) = 0 \qquad y^{'}(0) = 7.$
2. $y^{''} = 4y \qquad y(0) = 1 \qquad y^{'}(0) = 0$
3. $y^{''} + 5y = 2y^{'} \qquad y(0) = 1 \qquad y^{'}(0) = 5$

Ejemplos

1. $y'' - 4y' + 4y = 0;$
2. $y'' + 2y' + y = 0;$
3. $y'' + 16y = 0;$
4. $y'' + 9y = 0;$
5. $y'' - y = 0;$
6. $y'' - 25y = 0;$
7. $9y'' - 12y' + 4y = 0;$
8. $6y'' + y' - y = 0;$

$$y(0) = 1$$
$$y'(0) = 1$$