Universidad de Guadalajara

Seminario de Solución de Problemas de Métodos Matemáticos II

Maestra : **Gomez Marquez, Carolina Elizabeth**
Seccion : D25

Tarea : Sistemas de ecuaciones lineales.

Alumno : Felipe de Jesus Ruiz Garcia
Codigo : 214522077

1) $Encuentra\,B\,tal\,que\,AB=C\,.\,Si\,A=\begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}\,y\,C=\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

La Matriz C es el resultado de multiplicar una matriz 2x4 por una matriz 4x2 …
Por ende, podemos obtener un sistema de ecuaciones por medio de B tal que :

$B=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \\ g & h \end{bmatrix}$ Siendo asi, AB = $AB=\begin{bmatrix} 5a+0c+3e+4g+5b+0d+3f+4h \\ -a+0c+2e+g-b+0d+2f+h \end{bmatrix}$

Resolvemos la matriz aumentada resultante

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 6 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} R_3=R_3-(-1/5)\,R_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 6 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13/5 & 0 & 9/5 & 0 & 21/5 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$R_4=R_4-(-1/5)\,R_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 0 & 6 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13/5 & 0 & 9/5 & 0 & 21/5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13/5 & 0 & 6/5 & 6 \end{bmatrix}$ Entonces tenemos que

$5a+3e+4g=6$
$5b+3f+4h=5$

$\frac{13}{5}e+\frac{9}{5}g=\frac{21}{5}$ Gracias a estas generamos la soluciones …

$\frac{13}{5}f+\frac{9}{5}h=6$

Respuesta = (Soluciones infinitas)

$a=\frac{3}{13}-\frac{5}{13}g$

$b=\frac{-5}{13}-\frac{5}{13}h$

$c=c$
$d=d$

$e=\frac{21}{13}-\frac{9}{13}g$

$f=\frac{30}{13}-\frac{9}{13}h$

$g=g$
$h=h$

2) $Sea\ A=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 8 & -2\end{bmatrix} y\ B=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 4 & -2\end{bmatrix} pruebe\ que\ A^2+B^2=(A+B)^2$

$A^2 \rightarrow$

$\begin{bmatrix}2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 8\end{bmatrix}=4+16=20$

$\begin{bmatrix}2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ -2\end{bmatrix}=4-4=0$

$\begin{bmatrix}8 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 8\end{bmatrix}=16-16=0$

$\begin{bmatrix}8 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ -2\end{bmatrix}=16+4=20$

$A^2=\begin{bmatrix}20 & 0\\ 0 & 20\end{bmatrix}$

$B^2 \rightarrow$

$\begin{bmatrix}2 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 4\end{bmatrix}=4-8=-4$

$\begin{bmatrix}2 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2\\ -2\end{bmatrix}=-4+4=0$

$\begin{bmatrix}4 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 4\end{bmatrix}=8-8=0$

$\begin{bmatrix}4 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2\\ -2\end{bmatrix}=-8+4=-4$

$A^2=\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 0 & -4\end{bmatrix}$

Entonces $A^2+B^2=\begin{bmatrix}16 & 0\\ 0 & 16\end{bmatrix}$

Ahora continuamos con

$(A+B)^2 \rightarrow$

$A+B=\begin{bmatrix}4 & 0\\ 12 & -4\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}4 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\ 12\end{bmatrix}=16+0=16$

$\begin{bmatrix}4 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ -4\end{bmatrix}=0$

$\begin{bmatrix}12 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\ 12\end{bmatrix}=48-48=0$

$\begin{bmatrix}12 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ -4\end{bmatrix}=0+16=16$

$(A+B)^2=\begin{bmatrix}16 & 0\\ 0 & 16\end{bmatrix}$

Entonces $A^2+B^2=(A+B)^2$

3) $Si\ A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix} y\ B=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ *encuentre las condiciones para* $a, b, c, y\ d$ *tal que* $AB=BA$

Ahora determinamos los valores de AB con BA

$$a+c=a$$
$$b+d=a+b$$
$$c=c$$
$$d=c+d$$

$$AB=\begin{bmatrix}a+b & b+d\\ c & d\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}a & a+b\\ c & c+d\end{bmatrix}$$

$$c=0$$
$$d=a$$
$$c=0$$
$$b=Real\ arbitrario$$

$$\textit{Dada la siguiente matriz pruebe que } A^2 = A:$$

4.)

$$Sea\ A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$A^2 \rightarrow$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = 1+3-5=-1$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} = -3-9+15=3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix} = -5-15+25=5$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = -1-3+5=1$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} = 3+9-15=-3$$

Entonces $A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix} = 5+15-25=-5$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = 1+3-5=-1$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} = -3-9+15=3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix} = -5-15+25=5$$