

# 大气辐射学基础

尹宏 编著

气象出版社

定 价：4.60元

ISBN 7-5029-1319-X/P·0578(课)

# 大气辐射学基础

尹 宏 编著

气 象 出 版 社

**(京) 新登字 046 号**

### **内 容 简 介**

大气辐射学是研究大气中辐射传输的规律及地球大气辐射能量收支的学科。本书是根据作者多年来在北京大学对本科学生和研究生讲授大气辐射学教材的基础上整理编写而成的。全书共分六章,在每一章后给出与本章有关的参考文献。

本书适合大学本科高年级及研究生使用,也可供有关科研人员参考使用。

## **大气辐射学基础**

尹 宏 编著

责任编辑:林雨晨 终审:周诗健

封面设计:牛涛 责任技编:席大光 责任校对:吴向东

**气象出版社 出版**

(北京市海淀区白石桥路 46 号 100081)

\* \* \*

新华书店总店科技发行所发行 全国各地新华书店经销

北京昌平环球印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:8.625 字数:223.3 千字

1993 年 10 月第一版 1993 年 10 月第一次印刷

印数 1—2000

ISBN 7 5029 1319 X/P·0578 (课)

定价:4.60 元

# 前 言

太阳不断向地球大气及地面发射电磁波。它的能量 99% 以上处于波长小于  $4\mu\text{m}$  范围内，称为短波辐射。地球大气与地面温度在  $180\sim 330\text{K}$  范围内，它发射的热辐射能量 99% 以上具有波长大于  $4\mu\text{m}$ ，称为长波辐射。短波辐射与长波辐射在大气中传播时与大气及地面互相作用，产生吸收、散射与反射。各处地面与大气的辐射热收支不平衡使地面和空气的温度发生变化，各地温度变化不同，形成热源与冷源，推动了大气的运动和变化。研究气候和天气变化的规律必须研究大气中辐射能量收支的规律。

地面、飞机及卫星上装置的电磁波接收仪器接收地面或大气传来的辐射能，通过大气辐射传输方程的求解，可以推算云、温度廓线、各种吸收辐射气体，如水汽和臭氧的廓线、大气中云和气溶胶的物理和化学性质等气象要素的分布和变化。卫星对地球大气的遥感方法也可以用来遥测其他的行星大气。气象遥感特别是气象卫星的发展也推动了大气辐射学的研究。

大气辐射学是研究大气中辐射传输的规律及地球大气辐射能量收支的学科。本书是作者根据多年来给北京大学本科学生和研究生讲授大气辐射学教材的基础上整理编写而成的。全书共分六章。

本书附录 3.3 球形粒子的散射与吸收的电磁波理论是王书仁同志撰写的；本书在编写过程中还得到石广玉、毛节泰、吴北婴、蔡启铭、杨平等同志的帮助；本书的编写出版得到国家气象局科学基金的支持，书中的一部分内容是基金支持下的研究成果，在此表示感谢。

由于作者知识有限，书中难免有缺点和错误，恳请读者批评指正。

# 目 录

## 前 言

第一章 辐射的物理基础.....	(1)
§ 1.1 表示辐射能量传输的物理量 .....	(1)
§ 1.2 热辐射定律 .....	(3)
§ 1.3 电磁波偏振特性的描述 .....	(7)
参考文献 .....	(13)
第二章 气体吸收辐射的规律 .....	(14)
§ 2.1 气体吸收光谱 .....	(14)
§ 2.2 吸收线的形状 .....	(19)
§ 2.3 吸收线参数汇编 .....	(26)
§ 2.4 吸收带的计算模式 .....	(27)
§ 2.5 透过率的单参量方程, Lowtran 模式 .....	(42)
§ 2.6 逐线积分与指数和模式 .....	(44)
§ 2.7 大气窗区水汽的连续吸收 .....	(48)
§ 2.8 多种气体在同一波段的重叠吸收 .....	(49)
参考文献 .....	(51)
第三章 大气中的散射过程 .....	(53)
§ 3.1 球形粒子对电磁波的散射与吸收 .....	(53)
§ 3.2 散射相函数与散射相矩阵 .....	(59)
§ 3.3 瑞利(Rayleigh)分子散射 .....	(60)
§ 3.4 大粒子散射的性质 .....	(65)
§ 3.5 浑浊大气的散射与吸收 .....	(70)
§ 3.6 散射相函数的简化计算 .....	(85)
参考文献 .....	(90)
附录 3.1 球形粒子散射与吸收的计算程序 .....	(92)

附录 3.2	无限长圆柱散射与吸收的计算程序 .....	(96)
附录 3.3	球形粒子散射与吸收的电磁理论 .....	(101)
<b>第四章</b>	<b>大气对太阳辐射的吸收.....</b>	<b>(122)</b>
§ 4.1	太阳的位置和时间 .....	(122)
§ 4.2	太阳及太阳辐射 .....	(125)
§ 4.3	大气中气体对太阳辐射的吸收 .....	(132)
§ 4.4	大气浑浊度 .....	(142)
§ 4.5	多次散射的辐射传输方程 .....	(145)
§ 4.6	离散纵标法 .....	(149)
§ 4.7	累加法与倍加法 .....	(152)
§ 4.8	两流近似 .....	(162)
§ 4.9	迭代法计算太阳辐射的多次散射 .....	(173)
§ 4.10	地面对太阳辐射的反射率 .....	(176)
§ 4.11	Monte-Carlo 方法计算一次散射辐照度 .....	(180)
§ 4.12	多次散射的后向 Monte Carlo 方法 .....	(185)
	参考文献.....	(194)
附录 4.1	太阳辐射能量的光谱分布 .....	(197)
<b>第五章</b>	<b>地球和大气长波辐射的传输.....</b>	<b>(203)</b>
§ 5.1	地球和大气的辐射光谱和吸收特点 .....	(203)
§ 5.2	漫射透过率和直射透过率 .....	(208)
§ 5.3	大气长波辐射的传输和热量收支 .....	(212)
§ 5.4	云与大气气溶胶对长波辐射的影响 .....	(223)
§ 5.5	热动平衡条件 .....	(230)
	参考文献.....	(232)
<b>第六章</b>	<b>大气辐射与气候.....</b>	<b>(235)</b>
§ 6.1	地面的辐射差额 .....	(235)
§ 6.2	大气的辐射差额 .....	(237)
§ 6.3	地气系统的辐射差额 .....	(239)
§ 6.4	大气环境的变化 .....	(241)

§ 6.5	气温分布的辐射平衡模式 .....	(245)
§ 6.6	辐射强迫 .....	(250)
§ 6.7	太阳和地球轨道变化的辐射强迫 .....	(255)
§ 6.8	温室气体的全球增暖潜力 .....	(259)
§ 6.9	气候变化的反馈过程 .....	(261)
参考文献 .....		(266)



# 第一章 辐射的物理基础

## § 1.1 表示辐射能量传输的物理量

通过一个面积元  $dS$  单位时间由各种波长的电磁波传输的能量称为辐射通量  $\Phi$ ，单位面积的辐射通量称为辐射通量密度或辐照度  $E$ ，当辐射通量密度是由一个发射面射出时，称为辐（射）出（射）度。如图 1.1，根据实验，当辐射能由一个面积元  $dS$  发出，若途中没有削弱，另一个面积元  $dS'$  收到的辐射通量  $d\Phi$  应与  $dS$ ， $dS'$ ， $\cos\theta$ ， $\cos\theta'$  成正比，与  $dS$  及  $dS'$  距离的平方  $r^2$  成反比， $\theta$ ， $\theta'$  是  $dS$  与  $dS'$  中心联线和  $dS$ ， $dS'$  面法线的交角。比例常数为辐亮度  $L$ 。

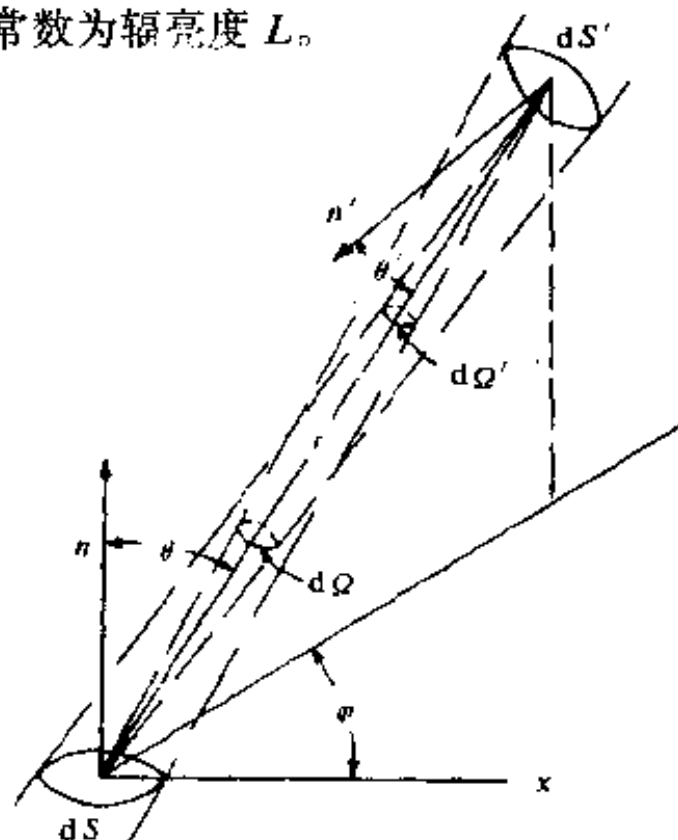


图1.1 辐亮度  $L$  与辐射通量  $\Phi$  的关系

$$d\Phi = \frac{L \cos\theta \cos\theta' dS dS'}{r^2} \quad (1.1)$$

由立体几何， $dS$  面积元在  $dS'$  所张的立体角  $d\Omega' = \frac{\cos\theta dS}{r^2}$ ，若接收辐射能的面积元  $dS'$  是眼睛的瞳孔或其他光学仪器的人射孔，瞳孔正对入射光， $\theta' = 90^\circ$ ， $\cos\theta' = 1$ ，瞳孔处的辐照度  $E$  为

$$E = \frac{d\Phi}{dS'} = L d\Omega' \quad (1.2)$$

由 (1.2)，辐亮度  $L$  是受光面积元（瞳孔或光学仪器的人射孔）正对入射光（ $\cos\theta' = 1$ ），单位立体角接收的辐照度。

辐亮度  $L$  与射出方向  $\theta$  无关的物体称为余弦辐射体，太阳和绝大部分地球表面都是余弦辐射体。在辐亮度为  $L$  的余弦辐射体  $dS$  外面作一个半径为  $r$  的上半球，在上半球天顶角为  $\theta$ ，方位角为  $\varphi$  处， $\cos\theta' = 1$ ，面积元  $dS' = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$ 。由辐亮度为  $L$  的余弦辐射体  $dS$  向  $dS'$  面积元发射的辐射通量为

$$d\Phi = \frac{L \cos\theta \cos\theta' dS dS'}{r^2} = L \sin\theta \cos\theta d\theta d\varphi dS \quad (1.3)$$

把 (1.3) 式对上半球积分

$$d\Phi = dS \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} L \sin\theta \cos\theta d\theta = \pi L dS$$

即余弦辐射体的辐出度  $E = \frac{d\Phi}{dS}$  与辐亮度  $L$  的关系为

$$E = \pi L \quad (1.4)$$

表 1.1 各辐射量的符号单位

符号	辐射量	单 位
$\Phi$	辐射通量	W
$E, F$	辐照度, 辐出度	$\text{W m}^{-2}$
$L$	辐亮度	$\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$

电磁波传输的辐射能以一定的规律分布在某些波长或频率范围内，在大气辐射学中常用波数  $\nu$  代替频率  $f$ ，波数  $\nu$  是波长  $\lambda$  的倒数，与频率  $f$  成正比，若波长为  $\lambda$ ，光速为  $c$ ，则  $\nu = 1/\lambda = f/c$ 。为了表示辐射能随波长  $\lambda$  或波数  $\nu$  的分布，若在  $d\lambda$  波长范围内辐射通量为  $d\Phi$ ，定义  $\Phi_\lambda = d\Phi/d\lambda$  称为谱辐射通量或单色辐射通量。辐照度，辐出度  $E$ ，辐亮度  $L$  对波长  $\lambda$  或波数  $\nu$  的导数如  $E_\lambda = dE/d\lambda$ ， $L_\nu = dL/d\nu$  称为谱（单色）辐照度，谱（单色）辐亮度。凡是加上“单色”“谱”等词头的物理量比不加“单色”“谱”等词头的物理量其单位的分母上多一个波长或波数的单位。

谱辐照度对波数  $\nu$ （或波长  $\lambda$ ）积分就求得所有波数（波长）的总辐照度  $E$

$$E = \int_0^\infty E_\nu d\nu \quad (1.5)$$

当辐射能射到物体表面上，一部分被表面反射，一部分被吸收，一部分透过。这三部分辐射能量与入射辐射能量之比分别称为反射率  $R$ 、吸收率  $A$  及透过率  $\tau$ ，其和为 1。若物体表面能吸收全部入射的辐射能，其吸收率等于 1，这样的物体称为黑体。

## § 1.2 热辐射定律

### 1.2.1 基尔霍夫 (Kirchhoff) 定律

处于热平衡状态下的物体可以用态函数温度  $T$  来表示组成物体分子热运动能量的统计分布。1859 年 Kirchhoff 总结实验的结果，得出这样的规律：在热平衡条件下，如物体吸收波数为  $\nu$  的辐射能，它也将发射同样波数的辐射能。任何物体的辐出度  $E_{\nu T}$  与其吸收率  $A_{\nu T}$  之比等于常数，此常数等于黑体在同一波数

$\nu$ , 温度  $T$  的辐出度  $B_{\nu T}$

$$\frac{E_{\nu T}}{A_{\nu T}} = B_{\nu T} \quad (1.6)$$

设想一个辐出度为  $E_{\nu T}$ , 吸收率为  $A_{\nu T}$  的物体面向一个黑体, 外面用绝热的物体包围起来, 当系统达到热平衡后, 物体发出的  $E_{\nu T}$  全部被黑体吸收, 黑体发出的辐射  $B_{\nu T}$ , 物体只吸收了  $A_{\nu T} B_{\nu T}$ 。按照热力学第二定律, 热平衡系统内, 温度相同的物体之间热量收支应该相等, 所以  $A_{\nu T} B_{\nu T} = E_{\nu T}$

这与 (1.6) 式完全一致。按以上原理, 两个温度相同, 互相面向的黑体, 不论其化学成分如何, 其黑体谱辐出度应该相等, 也就是说黑体谱辐出度  $B_{\nu T}$  只是温度  $T$  和波数  $\nu$  的函数, 与其化学成分无关。

### 1.2.2 普朗克 (Planck) 定律

1901 年, Planck 用量子的概念推导出与实验符合的黑体辐射谱能量分布曲线, 黑体的谱辐出度  $B_{\nu T}$  与波数  $\nu$ 、温度  $T$  的关系为

$$B_{\nu T} = \frac{2\pi h c^2 \nu^3}{\exp\left(\frac{h c \nu}{k T}\right) - 1} \quad (1.7)$$

若以波长  $\lambda$  为自变量, (1.7) 式可改写成

$$\begin{aligned} B_{\lambda T} &= \frac{dB}{d\lambda} = \frac{dB}{d\nu} \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{2\pi h c^2 \nu^3}{\exp\left(\frac{h c \nu}{k T}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\lambda^2} \\ &= \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{h c}{\lambda k T}\right) - 1 \right]} \end{aligned} \quad (1.8)$$

(1.7), (1.8) 式中, 光速  $c = 2.9979 \times 10^8$  (m/s), 普朗克常数  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  (J/s), 波尔兹曼常数  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  (J/K)。不同温度下黑体辐出度光谱能量分布曲线见

图 1.2。

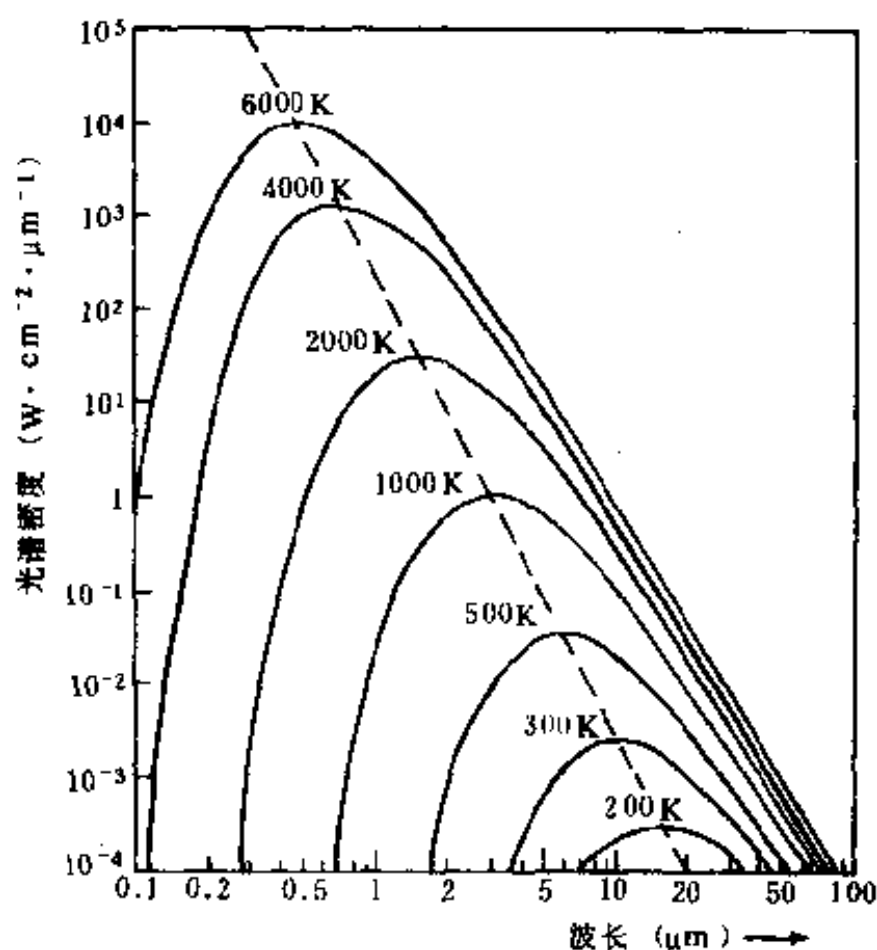


图 1.2 不同温度下黑体辐出度光谱能量分布曲线

把 (1.7) 式对波数  $\nu$  积分, 可得黑体的辐出度  $B_T$ , 引入变量  $x = h\nu / kT$ , 有

$$B_T = \int_0^\infty \frac{2\pi h c^2 \nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu = \frac{2\pi k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (1.9)$$

(1.9) 式中的定积分等于  $\pi^4 / 15$ , 代入 (1.9) 式可得

$$B_T = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \quad (1.10)$$

(1.10) 式中的  $\sigma$  称为 Stefan - Boltzmann 常数,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} (\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4})$ 。在辐射计算中常需计算小于某个波数  $\nu$  的黑体辐出度  $B'_T(\nu)$ , 可由温度  $T$ , 波数  $\nu$  求  $x = h\nu / kT$ , 再用

数值积分的方法求  $B_{\tau}(v)$

表 1.2 黑体辐射能量谱分布函数  $F(x) = \int_0^x \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$  表

$x$	$F(x)$	$x$	$F(x)$	$x$	$F(x)$
0.1	0.000049	3.6	0.519753	7.1	0.929111
0.2	0.000381	3.7	0.539733	7.2	0.933533
0.3	0.001236	3.8	0.559290	7.3	0.937704
0.4	0.002819	3.9	0.578395	7.4	0.941636
0.5	0.005293	4.0	0.597027	7.5	0.945341
0.6	0.008791	4.1	0.615164	7.6	0.948830
0.7	0.013413	4.2	0.632792	7.7	0.952114
0.8	0.019231	4.3	0.649898	7.8	0.955203
0.9	0.0262920	4.4	0.666471	7.9	0.958108
1.0	0.034618	4.5	0.682506	8.0	0.960838
1.1	0.044213	4.6	0.697997	8.2	0.965811
1.2	0.055064	4.7	0.712944	8.4	0.970191
1.3	0.067139	4.8	0.727347	8.6	0.974042
1.4	0.080396	4.9	0.741209	8.8	0.977423
1.5	0.094780	5.0	0.754533	9.0	0.980387
1.6	0.110227	5.1	0.767326	9.3	0.984152
1.7	0.126667	5.2	0.779596	9.6	0.987225
1.8	0.144021	5.3	0.791351	9.9	0.989726
1.9	0.162209	5.4	0.802601	10.2	0.991755
2.0	0.181145	5.5	0.813358	10.5	0.993396
2.1	0.200743	5.6	0.823632	10.8	0.994721
2.2	0.220917	5.7	0.833437	11.1	0.995788
2.3	0.241579	5.8	0.842784	11.4	0.996645
2.4	0.262643	5.9	0.851689	11.7	0.997333
2.5	0.284028	6.0	0.860164	12.0	0.997883
2.6	0.305650	6.1	0.868224	12.5	0.998564
2.7	0.327433	6.2	0.875883	13.0	0.999030
2.8	0.349301	6.3	0.883155	13.5	0.999347
2.9	0.371184	6.4	0.890055	14.0	0.999562
3.0	0.393015	6.5	0.896597	14.5	0.999707
3.1	0.414733	6.6	0.902795	15.0	0.999805
3.2	0.436280	6.7	0.908663	15.5	0.999870
3.3	0.457601	6.8	0.914216	16.0	0.999914
3.4	0.478649	6.9	0.919465	$\infty$	1.000000
3.5	0.499380	7.0	0.924426		

$$B'_T(\nu) = \int_0^\nu \frac{2\pi h c^2 \nu^3}{\exp\left(\frac{h c \nu}{k T}\right) - 1} d\nu = \frac{2\pi k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^x \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

$$= \sigma T^4 F(x) \quad (1.11)$$

$$F(x) = \frac{15}{\pi^4} \int_0^x \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

$F(x)$  是波数小于  $\nu = \frac{x k T}{h c}$  的黑体辐射度占总黑体辐射度的比数。 $F(x)$  的函数关系见表 1.2。由表 1.2 可由温度  $T$  及两个波数  $\nu_1, \nu_2$  求在温度  $T$  这两个波数之间的黑体辐射度  $B'_T$

$$B'_T = \sigma T^4 [F(x_2) - F(x_1)]$$

以波长  $\lambda = 4\mu\text{m}$  为例, 相应的波数  $\nu = 2500\text{cm}^{-1}$ , 太阳和地球表面的温度分别约 5800 及 300K,  $x$  (太阳) = 0.6202,  $F(x) = 0.00973$ ;  $x$  (地球) = 11.99,  $F(x) = 0.99785$ 。这些计算结果表示: 太阳辐射若近似地当作 5800K 的黑体, 波长  $\lambda > 4\mu\text{m}$  的辐射能量不到总辐射能量的 1%; 地球和大气的辐射若近似地当作 300K 的黑体, 波长  $\lambda < 4\mu\text{m}$  的辐射能量不到总辐射能量的 0.3%。因此在大气科学研究中通常以  $4\mu\text{m}$  作为太阳辐射与地球大气辐射的分界, 把波长基本上小于  $4\mu\text{m}$  的太阳辐射称为短波辐射, 把波长基本上大于  $4\mu\text{m}$  的地球大气辐射称为长波辐射。

### § 1.3 电磁波偏振特性的描述

最简单的电磁波是椭圆偏振波, 其周期变化的电矢量端点随时间移动的轨迹是一个椭圆。波长为  $\lambda$ , 周期为  $T$  的椭圆偏振波最直观的表达式是把周期变化的电矢量分解成沿椭圆长轴和短轴的周期性振动 (见图 1.3)

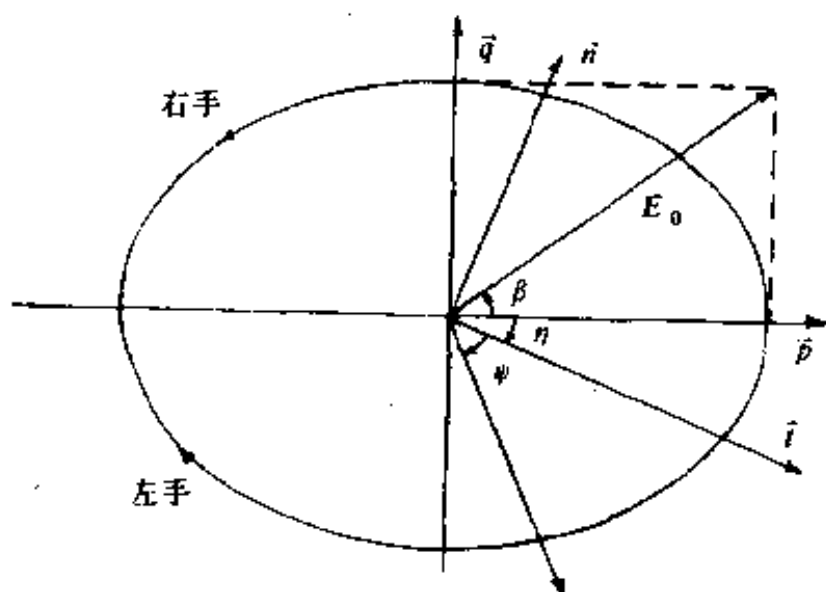


图 1.3 椭圆偏振波

$$\begin{aligned}\vec{E} = E_0 \left\{ \vec{p} \cos \beta \cos \left[ 2\pi \left( \frac{L}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \right. \\ \left. + \vec{q} \sin \beta \sin \left[ 2\pi \left( \frac{L}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \right\}\end{aligned}$$

$$= E_0 [\vec{p} \cos \beta \cos(kL - \omega t) + \vec{q} \sin \beta \sin(kL - \omega t)] \quad (1.12)$$

(1.12) 式中  $L$  是电磁波传播的路程,  $t$  是时间, 传播常数  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , 圆频率  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ,  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  分别是椭圆长轴和短轴方向的单位矢量, 表示椭圆的取向。 $\beta$  的正切是椭圆短轴长度  $b$  与长轴长度  $a$  之比,  $\tan \beta = \pm \frac{b}{a}$ , 用  $\beta$  的绝对值表示椭圆的椭率, 用  $\beta$  的符号表示电矢量的转动方向,  $\beta > 0$  表示右旋偏振,  $\beta < 0$  表示左旋偏振。若  $a = b$  椭圆偏振波成为圆偏振波, 若  $a = 0$ , 或  $b = 0$  椭圆偏振波成为线偏振波, 圆偏振波和线偏振波都是椭圆偏振波的特例。

(1.12) 式用椭圆的长短轴方向作为坐标轴, 数学表达式比较简单。实际光束是由迅速衔接、电振动的振幅为  $E_0$ 、椭圆的椭率  $\beta$  和长轴方向  $\vec{p}$  不同的椭圆偏振波组成, 电振动的振幅, 椭圆的椭率和长轴方向在每秒内有百万次以上的变化。研究光的偏振要选统一的坐标, 如图 1.3 的  $\vec{i}$  及  $\vec{n}$ , 把各个振幅, 椭圆椭率



和长轴方向不同的椭圆偏振波分解成沿选定坐标轴方向 $\vec{i}$ 及 $\vec{n}$ 的周期振动。

取 $\zeta = kL - \omega t + \varphi_i$ , (1.12)式化为

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_n = \vec{i} E_{i0} \cos \zeta + \vec{n} E_{n0} \cos(\zeta + \varphi) \quad (1.13)$$

(1.13)式中 $\vec{i}$ ,  $\vec{n}$ 是统一坐标方向的单位矢量,  $E_{i0}$ ,  $E_{n0}$ 是统一坐标方向的振幅,  $\varphi_i$ ,  $\varphi_n$ 是这两个方向的初位相,  $\varphi = \varphi_n$

$-\varphi_i$ 是 $\vec{n}$ ,  $\vec{i}$ 两个方向周期振动的位相差。

(1.12), (1.13)两式可用代数方法互相转换, (1.13)式的周期振动可以用复数表示

$$\begin{cases} E_i = E_{i0} \exp(i\zeta) \\ E_n = E_{n0} \exp[i(\zeta + \varphi)] \end{cases} \quad (1.14)$$

(1.14)式的实部就是(1.13)式。取 $\eta$ 为 $\vec{i}$ ,  $\vec{n}$ 的交角。并规定以下四个参量 $I$ ,  $Q$ ,  $U$ ,  $V$ 来表示光束的强度和偏振特性。经过适当的三角运算, 可得以下的关系式

$$\begin{cases} E_{i0}^2 = E_0^2 (\cos^2 \beta \cos^2 \eta + \sin^2 \beta \sin^2 \eta) \\ E_{n0}^2 = E_0^2 (\cos^2 \beta \sin^2 \eta + \sin^2 \beta \cos^2 \eta) \\ I = E_{i0}^2 + E_{n0}^2 = E_i E_i^* + E_n E_n^* \\ Q = E_{i0}^2 - E_{n0}^2 = E_i E_i^* - E_n E_n^* \\ U = 2E_{i0} E_{n0} \cos \varphi = E_i E_n^* + E_n E_i^* = E_0^2 \cos 2\beta \sin 2\eta \\ V = 2E_{i0} E_{n0} \sin \varphi = -i(E_i E_n^* - E_n E_i^*) = E_0^2 \sin 2\beta \end{cases} \quad (1.15)$$

测量电磁波的强度和偏振最完善的仪器是由感应元件, 偏振器和滞后片组成。感应元件用来测电磁波辐照度, 它与 $E_0^2$ 成正比。偏振器的作用是只让某一特定方向的电磁波通过, 可由尼科尔(Nicol)棱镜或其他元件实现。滞后片由各向异性的晶体片构成, 光通过晶片时, 电矢量互相正交的“寻常光”与“非寻常光”在晶片内的速度不同, 穿过滞后片后, 这两种电磁波分量之间就附加了一个位相差, 云母就是具有这种性质的晶体之一。滞后片的厚度与附加位相差成正比。

若入射光的瞬时电振动用 (1.13) 式表示, 把滞后片的寻常光与非寻常光电矢量方向置于统一坐标方向, 即  $\vec{t}$ ,  $\vec{n}$  方向。光通过滞后片后附加了一个位相差  $\delta$ , 电振动变成

$$\vec{E}(\delta) = \vec{t} E_t \cos \zeta + \vec{n} E_n \cos(\zeta + \varphi + \delta) \quad (1.16)$$

然后用偏振器把偏振角  $\psi$  方向的电振动分出,  $\psi$  是电矢量与  $\vec{t}$  轴的交角,  $\psi$  方向电振动为

$$\begin{aligned} \vec{E}(\delta, \psi) &= E_t \cos \zeta \cos \psi + E_n \cos(\zeta + \varphi + \delta) \sin \psi \\ &= [E_t \cos \psi + E_n \cos(\varphi + \delta) \sin \psi] \cos \zeta \\ &\quad - E_n \sin(\varphi + \delta) \sin \psi \sin \zeta \end{aligned} \quad (1.17)$$

$\zeta$  含有随时间变化的项  $\frac{2\pi t}{T}$ , 感应元件上电磁波的瞬时电矢量振幅平方是  $\cos \zeta$  与  $\sin \zeta$  项系数的平方和

$$\begin{aligned} E^2(\delta, \psi) &= 2E_t E_n (\cos \varphi \cos \delta - \sin \varphi \sin \delta) \sin \psi \cos \psi \\ &\quad + E_t^2 \cos^2 \psi + E_n^2 \sin^2 \psi \end{aligned} \quad (1.18)$$

(1.18) 式是瞬时情况, 由于光束的电矢量振幅  $E_t$ ,  $E_n$  及位相差  $\varphi$  在一秒钟内有百万次以上的变化, 附加位相差  $\delta$  与转角  $\psi$  是一致而不变的。感应元件测出的不是瞬时值而是平均值。位相电磁波辐照度与电矢量振幅平方成正比, 略去成正比的常系数, 用电矢量振幅平方的平均值表示电磁波辐照度, 则辐照度为

$$\begin{aligned} I(\delta, \psi) &= \overline{E^2(\delta, \psi)} = \overline{E_t^2} \cos^2 \psi + \overline{E_n^2} \sin^2 \psi \\ &\quad + 2 \left[ \overline{E_t E_n \cos \varphi \cos \delta} - \overline{E_t E_n \sin \varphi \sin \delta} \right] \sin \psi \cos \psi \end{aligned} \quad (1.19)$$

(1.19) 式表示感应元件测出的是光束特性所决定的四个平均值  $\overline{E_t^2}$ ,  $\overline{E_n^2}$ ,  $2\overline{E_t E_n \cos \varphi}$ ,  $2\overline{E_t E_n \sin \varphi}$ 。这四个有相同量纲的数值反映了光束的统计平均特性。斯托克斯 (Stokes) 1852 年提出用以下四个参量  $I$ ,  $Q$ ,  $U$ ,  $V$  来表示光束的强度和偏振特性。

利用 (1.15) 式, 并取

$$\begin{cases} I_t = \overline{E_t^2} = E_0^2 (\cos^2 \beta \cos^2 \eta + \sin^2 \beta \sin^2 \eta) \\ I_n = \overline{E_n^2} = E_0^2 (\cos^2 \beta \sin^2 \eta + \sin^2 \beta \cos^2 \eta) \\ I = I_t + I_n = \overline{E_0^2} \\ Q = I_t - I_n = \overline{E_0^2 \cos 2\beta \cos 2\eta} \\ U = 2\overline{E_t E_n \cos \varphi} = \overline{E_0^2 \cos 2\beta \sin 2\eta} \\ V = 2\overline{E_t E_n \sin \varphi} = \overline{E_0^2 \sin 2\beta} \end{cases} \quad (1.20)$$

利用 (1.20) 式, (1.19) 式可写成

$$I(\delta, \psi) = \frac{1}{2} [I + Q \cos 2\psi + (U \cos \delta - V \sin \delta) \sin 2\psi] \quad (1.21)$$

由 (1.21) 式, 取特定的偏振角  $\psi$  和附加相位差  $\delta$  测量  $I(\delta, \psi)$ , 可得

$$\begin{cases} I = I(0, 0) + I\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \\ Q = I(0, 0) - I\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \\ U = I\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) - I\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right) \\ V = I\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) - I\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (1.22)$$

用滞后片, 偏振器及感应元件按 (1.22) 式组合起来, 可测量光束的四个斯托克斯参量  $I, Q, U, V$ 。组成自然光的一系列椭圆偏振光, 电振动的振幅  $E_0$ , 椭圆的椭率  $\beta$  和长轴方向  $\bar{p}$  方向都互相独立地无规则变化,  $E_t^2$  和  $E_n^2$  的平均值  $\overline{E_t^2}$  和  $\overline{E_n^2}$  应该相等, 位相差  $\varphi$  是随机的,  $\sin \varphi$  和  $\cos \varphi$  为正负值的机会也是相同的, 按 (1.15), (1.20) 式应有:  $I > 0, Q = U = V = 0$ 。从 (1.21) 式看出只有当  $Q = U = V = 0$  时,  $I(\delta, \psi)$  才可能不随  $\delta, \psi$  而变, 也就是说自然光是各向同性的。

与自然光相反的是全偏振光, 全偏振光的特点是: 椭圆的

变化是有规则的，只有大小的变化，其取向，椭率及转动方向等都保持不变，也就是除  $E_0$  变化外， $\beta$ ， $\eta$  都不变，(1.20) 式中的  $\cos 2\beta$ ， $\cos 2\eta$ ， $\sin 2\eta$  作为常数提出平均号以外，就有

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \quad (1.23)$$

对圆偏振光，电矢量端点的轨迹是圆，长短轴长度相等， $a = b$ ， $\beta = 45^\circ$ ， $\cos 2\beta = 0$ ，所以  $Q = U = 0$ ， $I = V$ 。对线偏振光，电矢量端点的轨迹是往复直线， $b = 0$ ， $\beta = 0^\circ$ ，所以  $V = 0$ ， $I^2 = Q^2 + U^2$ 。圆偏振光和线偏振光都是全偏振光的特殊情况，都满足 (1.23) 式。介于自然光 and 全偏振光之间的是部分偏振光。

对瞬时电磁波，取向，椭率及转动方向  $\beta$ ， $\eta$  等都保持不变，应满足 (1.23) 式。可以把瞬时电磁波的  $I$  设想为一个三维空间的矢量，其三个分量为  $Q$ ， $U$ ， $V$ 。光束是由许多取向，椭率及转动方向  $\beta$ ， $\eta$  有变化的瞬时电磁波组成，按 (1.15) 式，合成光束的四个斯托克斯参量应是瞬时电磁波的四个斯托克斯参量的平均值，把平均式的等式两边乘以项数就得出各项的代数之和。由于  $\beta$ ， $\eta$  的变化，三维矢量  $I$  的相加是一个方向变化的折线，折线的总长度必然大于等于连接首尾的直线长度，所以由许多  $\beta$ ， $\eta$  有变化的瞬时电磁波组成的光束必然有

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2 \quad (1.24)$$

(1.24) 式对全偏振光取等号，对自然光和部分偏振光取大于号。太阳发出的光在未经大气散射以前是自然光，自然光散射后通常要变成部分偏振光。光或电磁波偏振度  $P$  的定义为

$$P = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad (1.25)$$

(1.21) 式右边  $I$ ， $Q$ ， $U$ ， $V$  都是线性项，所以两组波合成以后，合成光的斯托克斯参量应为原来两组光相应斯托克斯参量之和

$$\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ Q_1 \\ U_1 \\ V_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_2 \\ Q_2 \\ U_2 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

根据这个原理，部分偏振光可理解为一组自然光与一组全偏振光之和

$$\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} \text{ (全偏振光)} + \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ (自然光)} \quad (1.27)$$

$$I_1 = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$$

$$I_2 = I - \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$$

表 1.3 不同类型光的斯托克斯参量特征

	$I$	$Q$	$U$	$V$	$P$
自然光	$I$	0	0	0	0
圆偏振光	$V$	0	0	$I$	1
部分偏振光	$I$	$Q$	$U$	$V$	$1 > P > 0$
线偏振光	$\sqrt{Q^2 + U^2}$	$Q$	$U$	0	1
全偏振光	$\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$	$Q$	$U$	$V$	1

### 参 考 文 献

- [1] 赵凯华，钟锡华，光学，北京大学出版社，1984。
- [2] Stratton J.A. Electromagnetic Theory, 何国瑜译，电磁理论（第七、九章），北京航空学院出版社，1986 年。
- [3] 刘长盛，刘文保，大气辐射学，南京大学出版社，1990。

## 第二章 气体吸收辐射的规律

### § 2.1 气体吸收光谱

辐射能在气体中传输，一部分辐射能会被气体吸收变为气体的内能，使传输的辐射能削弱，辐射传输路径上吸收气体的数量，称为光学质量  $U$ ，光学质量的单位可以是

(1) 单位截面积柱体内吸收气体的分子数， $U = \int_0^L N dL$ ， $N$  为吸收气体的数密度， $dL$  是路径的微分。

(2) 单位截面积柱体内吸收气体的质量， $U = \int_0^L \rho dL$ ， $\rho$  为吸收气体的密度。

(3) 标准状态下吸收气体的厚度， $U = [\int_0^L \rho dL] / \rho_n$ ， $\rho_n$  为标准状态下吸收气体的密度。

这三种单位可以互相换算。大气中吸收太阳与地球大气辐射能的气体主要是水汽，二氧化碳，臭氧，分子氧等。计算气体的吸收，按习惯，水汽的光学质量多用单位截面积水汽的质量为单位，二氧化碳，臭氧的光学质量多用标准状态下吸收气体的厚度为单位。

在辐射传输的路径上如有吸收气体，传输的辐射通量因气体对辐射的吸收而减弱，辐射传输方程为

$$d\Phi_\nu = -k_\nu \Phi_\nu dU \quad (2.1)$$

(2.1) 式中  $\Phi_\nu$  是传输的单色辐射通量， $U$  是辐射传输路径上的光学质量， $k_\nu$  是波数  $\nu$  处的吸收系数，若吸收系数  $k_\nu$  不随辐射传

输路径而变, 把 (2.1) 式对辐射传输路径积分, 可得

$$\Phi_{vU} = \Phi_{v0} e^{-k_v U} \quad (2.2)$$

$\Phi_{v0}$  是传输路径起点 ( $U = 0$ ) 的谱辐射通量,  $\Phi_{vU}$  是传输路径终点 ( $U = U$ ) 的谱辐射通量, 吸收系数  $k_v$  的量纲 (或单位) 与光学质量  $U$  的量纲 (或单位) 是倒数关系

$$\tau_v = \Phi_{vU} / \Phi_{v0} = e^{-k_v U}$$

称为透过率。 $A_v = 1 - \tau_v$  称为气体的吸收率。

### 2.1.1 吸收带和吸收线

气体对辐射能的吸收系数  $k_v$ , 透过率  $\tau_v$ , 随波数  $v$  变化很快。用分辨率较低的棱镜光谱仪测量气体吸收率  $A_v$  随波数  $v$  变化的图形如图 2.1。

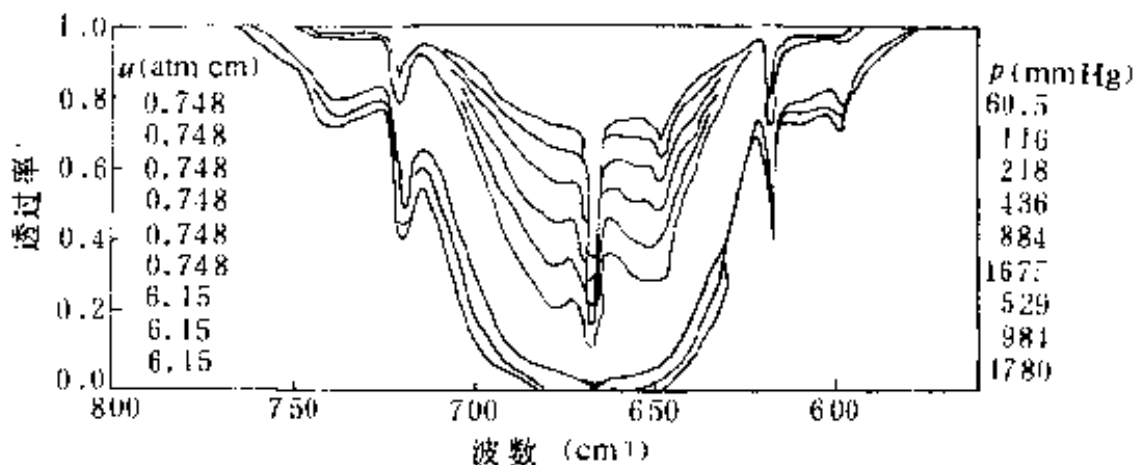


图 2.1  $\text{CO}_2$  的吸收光谱 (引自 Burch, 1960)

图 2.1 不能代表透过率  $\tau_v$  随波数  $v$  变化的精确情况, 光在进入光谱仪的分光系统 (棱镜, 光栅) 前及达到感应元件前要经过两个窄缝, 窄缝要保持一定的宽度, 以保证较好的信噪比。棱镜光谱仪所测的吸收率  $A$  不是单一波数的吸收率  $A_v$ , 而是一个波数段  $\Delta v$  吸收率的平均值。这样的测量, 单一波数吸收率测不准确, 只有一个光谱带的积分吸收率  $A = \int_{v_1}^{v_2} A_v dv$  才是比较准确的。

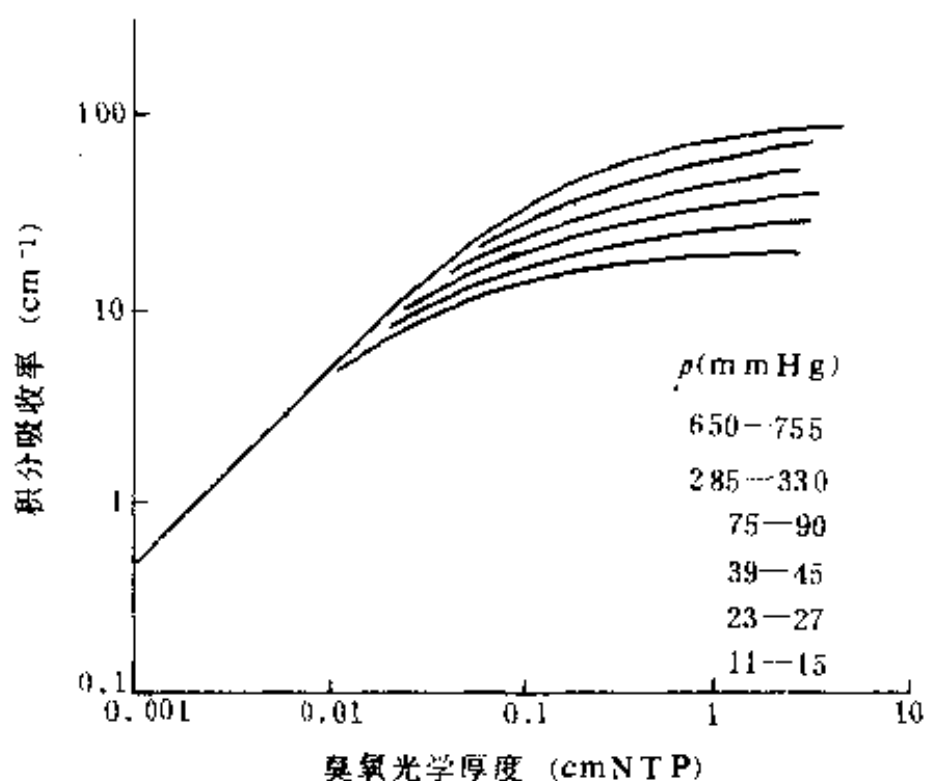


图 2.2 臭氧在  $9.6\mu\text{m}$  吸收带的积分吸收率  $A$   
(引自 Plass, 1960)

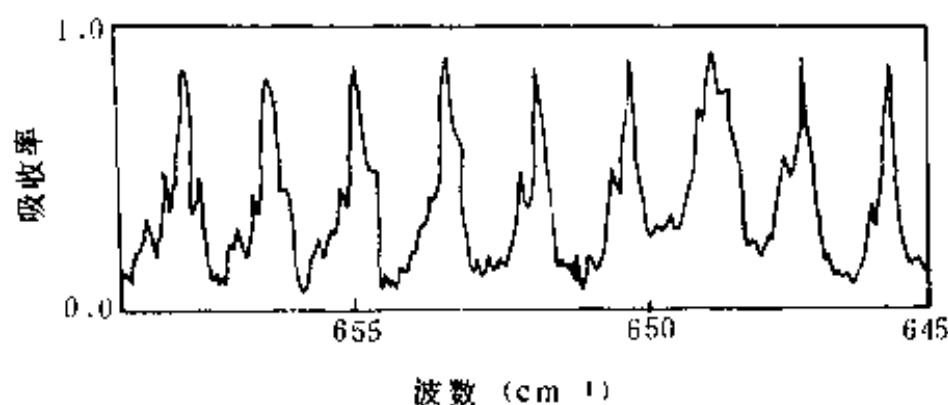


图 2.3 光栅光谱仪所测二氧化碳吸收光谱  
(引自 Goody, 1964)

图 2.2 是  $9.6\mu\text{m}$  臭氧吸收带积分吸收率  $A$  与臭氧光学质量  $U$  及气压  $p$  的实验结果。由图 2.2 可以看出臭氧的积分吸收率  $A$  不但是吸收气体光学质量  $U$  的升函数，而且是气压  $p$  的升函数。

用分辨率较高的光栅光谱仪测量吸收气体吸收率  $A$ 。随波



数  $\nu$  的变化, 如图 2.3, 可以看出: 吸收气体的吸收率  $A_\nu$  随波数  $\nu$  的变化频繁地涨落, 吸收气体的吸收带都是由许多吸收线组成的, 图 2.3 每个吸收率  $A_\nu$  极大处的波数是吸收线中心的位置。

### 2.1.2 气体吸收线的位置

气体吸收线中心的波数  $\nu_0$  的数值与吸收气体分子的运动状态及能量有关, 气体分子动能  $E$  可分为三部分

$$E = E_e + E_v + E_r$$

$E_e$  是原子外层电子绕原子核运动的能量,  $E_v$  是原子在平衡位置上振动的能量,  $E_r$  是分子转动的能量。这三种能量都取一系列不连续的量子数表示能量的级别。三种能量中, 外层电子绕原子核运动的能量的变化  $\Delta E_e$  最大, 原子振动的能量变化  $\Delta E_v$  居中, 分子转动的能量变化  $\Delta E_r$  最小。分子吸收或发射光量子时, 分子能级发生变化, 波数为

$$\nu = \frac{\Delta E}{hc} = \frac{\Delta E_e}{hc} + \frac{\Delta E_v}{hc} + \frac{\Delta E_r}{hc} = \nu_e + \nu_v + \nu_r \quad (2.3)$$

电子伏特(eV)是能量单位,  $1\text{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\text{J}$ 。  $hc = 1.9865 \times 10^{-25}\text{J} \cdot \text{m}$ 。由  $\Delta E_e$ ,  $\Delta E_v$ ,  $\Delta E_r$  的数量级, 可估算  $\nu_e$ ,  $\nu_v$ ,  $\nu_r$  的数值, 见表 2.1。

如果只是转动能级发生变化, 吸收中心的波长在远红外区 ( $> 12.4\mu\text{m}$ ), 如果振动和转动能级同时发生变化, 吸收中心的波长将变短, 如果同时还有电子能级跃迁, 吸收中心的波长将更短。

大气中吸收与发射辐射的主要成分是水汽, 二氧化碳和臭氧, 都是三个原子组成一个分子, 每个原子有三个自由度, 一个分子有九个自由度。水汽与臭氧组成分子的三个原子不在一条直线上, 分子有三个平动自由度, 三个转动自由度, 三个振动自由度。二氧化碳三个原子的平衡位置在一条直线上, 它只有两个转

动自由度，而有四个振动自由度，其中两个自由度具有相同的振动频率。这些分子的三个振动自由度的振动能量都是量子化的，由三个量子数表示它们的振动能级。分子在不同的振动能级之间跃迁，就发射或吸收不同振动波数  $\nu_v$  的光子。

表 2.1 分子的能级跃迁与吸收线中心波数

能级跃迁	电子跃迁 $\Delta E_e$	振动 $\Delta E_v$	转动 $\Delta E_r$
能量差(eV)	1~20	0.05~1	<0.1
吸收线中心波数 $\nu_0(\text{cm}^{-1}) = \frac{\Delta E}{hc}$	8064~16129	403~8064	<806
吸收线中心波长 $\lambda(\mu\text{m}) = \frac{hc}{\Delta E}$	0.06~1.24	1.24~25	>12.4

分子在振动能级跃迁的同时，还可以产生转动能级的跃迁，分子在不同的转动能级之间跃迁，产生不同的转动能级变化  $\Delta E_r$ ，吸收线的中心波数为

$$\nu_0 = \nu_v + \frac{\Delta E_r}{hc} \quad (2.4)$$

$|\Delta E_v| \gg |\Delta E_r|$ ，(2.4) 式第二项的绝对值比第一项小得多。当  $\Delta E_r > 0$  时， $\nu_0 > \nu_v$ ；当  $\Delta E_r < 0$  时， $\nu_0 < \nu_v$ ；不同的  $\Delta E_r$ ，在  $\nu_v$  附近产生一系列的吸收线，组成一个吸收带。

气体分子振动和转动的能级量子数是无限的，不同的量子数组合，就有不同的能级跃迁  $\Delta E$  和不同的吸收线中心波数  $\nu_0$ ，所以气体吸收线的数量也是无限的；但按 Boltzmann 定律，高能级的分子数量较少，它对应的吸收线强度很弱，对气体吸收起的作用较小；低能级的分子数量较多，它对应的吸收线强度很大，对气体吸收起的作用较大。大气长波辐射区的气体吸收线主要是振动加转动，或纯转动形成的许多吸收线组成

的吸收带。

## § 2.2 吸收线的形状

用高分辨率光谱仪测量气体吸收线的精细结构，发现在中心  $\nu_0$  处吸收系数  $k_\nu$  极大，向两侧吸收系数  $k_\nu$  迅速减少。影响吸收线形状的因素有两个

### 2.2.1 Lorentz 压力加宽

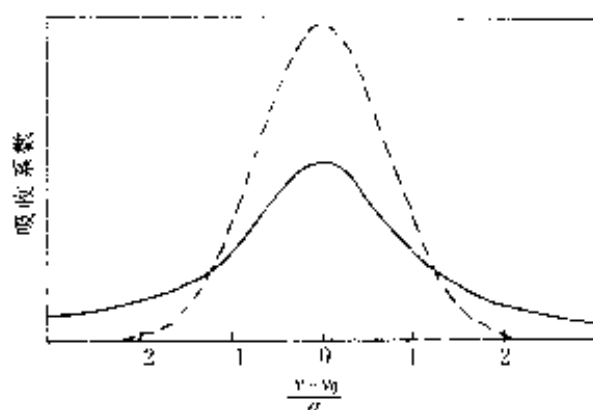


图 2.4 Lorentz 吸收线与 Doppler 吸收线的形状

用电动力学可以证明[参看母国光 (1978 年): 光学 15.4 节]: 一条吸收线, 其吸收系数  $k_\nu$  随波数  $\nu$  的变化为 (其图形如图 2.4)

$$k_\nu = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha_L}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2} \quad (2.5)$$

$S$  为吸收线强度, 代表图 2.4 Lorentz 吸收曲线下的总面积

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} k_\nu d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S}{\pi} \frac{\alpha_L}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2} d\nu$$

$\nu_0 = \frac{E_U - E_L}{hc}$ , 是吸收线中心波数,  $E_L$ ,  $E_U$  是分子吸收光子前后的能量。吸收线强度  $S$  与分子处在低能级  $E_L$  的吸收气体分子数密度  $n(E_L)$  及由  $E_L$  向  $E_U$  的跃迁几率  $A$  成正比。

由 (2.5) 式, 在  $\nu_0$  处吸收系数  $k_{\nu_0} = \frac{S}{\pi\alpha_L}$ , 在  $\nu = \nu_0 \pm \alpha_L$  处吸收系数  $k_\nu = \frac{S}{2\pi\alpha_L}$ , 等于  $\nu_0$  处吸收系数的一半, 所以  $\alpha_L$  称为 Lorentz 半值宽度。用量子理论也可以说明 (2.5) 式。按照测不准原理

$$\Delta x \Delta P_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta P_x \Delta x = [\Delta(mv) \cdot v] \frac{\Delta x}{v} = \Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right) \Delta t = \Delta E \Delta t$$

按量子理论, 分子处在低能态  $E_L$  的分子跃迁几率为  $A_L$ , 则分子处在  $E_L$  的平均寿命  $\tau_L = 1/A_L$ , 平均寿命  $\tau_L$  相当分子处在这个能级时间不确定的概量  $\Delta t$ , 由测不准关系, 它与能量的不确定概量  $\Delta E$  成反比, 即不可能同时精确地测定分子处在  $E_L$  的时间与能量  $E_L$ 。在能级  $E_L$  的分子其能量以  $E_L$  为中心有一个概率分布。正象同一年级学生的知识水平并不相同, 能量在  $E$  与  $E + dE$  之间的概率为

$$W(E)dE = \frac{A_L dE}{h \left[ \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2 (E - E_L)^2 + \left( \frac{A_L}{2} \right)^2 \right]}$$

在能级  $E_U$  的分子其能量以  $E_U$  为中心也有一个概率分布。能量在  $E'$  与  $E' + dE'$  之间的概率为

$$W(E')dE' = \frac{A_U dE'}{h \left[ \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2 (E' - E_U)^2 + \left( \frac{A_U}{2} \right)^2 \right]}$$

分子的能量由  $E$  至  $E + dE$  吸收光子跃迁到  $E'$  至  $E' + dE'$  的

概率为以上两个概率的乘积。光子的波数为:  $\nu = \frac{E' - E}{hc}$ , 对固定的  $E$ ,  $E' = E + h\nu$ ,  $dE' = hc d\nu$ 。代入  $W(E)W(E')dEdE'$ , 对  $dE$  积分, 吸收线波数在  $\nu$  到  $\nu + d\nu$  之间的概率  $J(\nu)d\nu$  为

$$\begin{aligned} J(\nu)d\nu &= \frac{A_L A_U c d\nu}{h} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left[ \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2 (E - E_L)^2 + \left( \frac{A_L}{2} \right)^2 \right] \right. \\ &\quad \times \left. \left[ \left( \frac{2\pi}{h} \right)^2 (E + h\nu - E_U)^2 + \left( \frac{A_U}{2} \right)^2 \right] \right\}^{-1} dE \\ &= \frac{4c(A_U + A_L)d\nu}{(4\pi c)^2(\nu - \nu_0)^2 + (A_U + A_L)^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

吸收系数  $k$  在  $\nu$  到  $\nu + d\nu$  之间的概率为  $\frac{k_\nu d\nu}{S} = J(\nu)d\nu$ , 所以

$$k_\nu d\nu = SJ(\nu)d\nu = \frac{S}{\pi} \frac{\frac{(A_L + A_U)d\nu}{4\pi c}}{(\nu - \nu_0)^2 + \frac{(A_L + A_U)^2}{(4\pi c)^2}} \quad (2.7)$$

与(2.5)式比较

$$\alpha_L = \frac{A_U + A_L}{4\pi c} \quad (2.8)$$

由实验,  $A_U$ ,  $A_L$  数量约  $10s^{-1}$ , 即平均寿命为  $0.1s$ , 由此可计算 Lorentz 半值宽度  $\alpha_L = \frac{20}{4\pi} 3 \times 10^{10} = 5.3 \times 10^{-11} (cm^{-1})$ , 这是气体

非常稀薄, 分子极少碰撞条件下吸收线自然加宽的半值宽度。在对流层和平流层大气中, 气体碰撞频繁, 若  $Z$  为分子碰撞频率, 吸收气体分子(如水汽)与水汽分子碰撞, 则有两个吸收气体分子改变能级, 吸收分子与非吸收气体分子碰撞, 则只有一个分子改变能级。碰撞使吸收气体分子改变能级的频率为  $Z$

$(1+Q)$ ,  $Q$  为吸收气体分子与吸收气体分子碰撞次数占总碰撞次数的比率。同时考虑吸收, 发射与碰撞, 分子改变能级的频率为  $A+Z(1+Q)$ , 半值宽度  $\alpha_L$  应等于

$$\alpha_L = \frac{A_L + A_U + 2Z(1+Q)}{4\pi c} \quad (2.9)$$

在对流层中，气体分子碰撞频率  $Z \geq 10^9 \text{s}^{-1}$ ，比  $A_U + A_L \approx 20 \text{s}^{-1}$  大很多，(2.9) 式中  $A_U$  与  $A_L$  可忽略不计。

$$\alpha_L \approx \frac{2Z(1+Q)}{4\pi c} \quad (2.10)$$

分子碰撞频率  $Z$  与气压  $p$  成正比，与  $\sqrt{T}$  成反比，所以  $\alpha_L$  也与气压  $p$  成正比，与  $\sqrt{T}$  成反比。大气中温度  $T$  在 200K 与 320K 之间变化， $\sqrt{T}$  的变化约 1.25 倍，对  $\alpha_L$  的影响不很大。大气中气压  $p$  的变化从海平面的约 1000hPa 到 65km 高处的 0.1hPa，相差万倍，对  $\alpha_L$  的影响最重要。把 (2.5) 式中的吸收系数  $k_\nu$  对 Lorentz 半值宽度  $\alpha_L$  求偏微商

$$\frac{\partial k_\nu}{\partial \alpha_L} = \frac{S}{\pi} \frac{(v - v_0)^2 - \alpha_L^2}{[(v - v_0)^2 + \alpha_L^2]^2} \quad (2.11)$$

由 (2.11) 式，可以看出：在对流层随着高度的上升，气压下降， $\alpha_L$  也下降，在波数  $\nu$  接近吸收线中心  $\nu_0$  处， $(\nu - \nu_0)^2 < \alpha_L^2$ ，吸收系数  $k_\nu$  是气压  $p$  的降函数。在波数  $\nu$  离吸收线中心  $\nu_0$  较远处， $(\nu - \nu_0)^2 > \alpha_L^2$ ，吸收系数  $k_\nu$  是气压  $p$  的升函数。

(2.9)，(2.10) 式中的  $Q$  与吸收气体的分压强与总压强之比  $e/p$ ，及吸收分子与其他分子碰撞有效直径之比有关。若总压强为  $p$ ，吸收气体的分压强为  $e$ ，实验发现： $\alpha_L$  与  $\frac{p + \beta e}{T^n}$  成正比。 $\beta$  称为自加宽系数， $n$  的数值在 0.5 到 1.0 之间。

以上是 Lorentz 压力加宽的理论解释。实验发现：吸收线的形状与 (2.5) 式有些差别。二氧化碳的吸收线，在离中心  $\nu_0$  较远的两翼， $k_\nu$  比 (2.5) 式表达的小，若  $k_{\nu L}$  为用 (2.5) 式算出

的  $k_v$ ，实际的  $k_v$  应为

$$k_v = \begin{cases} k_{vL} & |v - v_0| \leq v_L \\ k_{vL} \exp(-a(|v - v_0| - v_L)^b) & |v - v_0| > v_L \end{cases} \quad (2.12)$$

对二氧化碳，取  $a = 0.113$ ， $b = 0.7$ ， $v_L = 3.0 \text{ cm}^{-1}$ 。

实验表明，对水汽吸收线中心的  $k_{vL}$  偏大，两翼  $k_{vL}$  偏小，应取

$$k_{vL} = \begin{cases} Ck_{vL} & |v - v_0| \leq 80v_L \\ C(1 + N^2) \frac{k_{vL}}{6401} \left(\frac{80}{N}\right)^{1.15} & |v - v_0| > 80v_L \end{cases} \quad (2.13)$$

$C = 0.95686$ ，是归一化常数， $N = \frac{|v - v_0|}{v_L}$

(2.12)，(2.13) 是实验结果，尚无满意的物理解释。

### 2.2.2 Doppler 加宽

气体分子在静止时，发射的波数为  $v_0$ ，当它以速度  $u$  向观测者运动时，按 Doppler 原理，它发射的波数变为

$$v = v_0 \left(1 + \frac{u}{c}\right) \quad (2.14)$$

按 Maxwell 一维速度分布律， $x$  方向速度在  $u$  至  $u + du$  的概率为

$$P(u)du = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mu^2}{2kT}\right) du$$

$m$  为分子质量， $k$  为 Boltzmann 常数。(2.14) 式微分，可得  $dv = \frac{v_0 du}{c}$ ， $\frac{k_v dv}{S}$  是吸收的波数在  $v$  至  $v + dv$  的概率，应与  $P(u)du$  相等

$$k_v = SP(u) \frac{du}{dv} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} c \exp\left(-\frac{mu^2}{2kT}\right)$$

$$= \frac{S c}{v_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi k T}} \exp \left[ -\frac{m c^2 (v - v_0)^2}{2\pi k T v_0^2} \right] \quad (2.15)$$

当  $v = v_0$  时,  $k_{v_0} = \frac{S c}{v_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi k T}}$

当  $v = v_0 \pm \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$  时,  $k_v = \frac{k_{v_0}}{e}$

取

$$\alpha_D = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2.16)$$

$\alpha_D$  称为 Doppler 宽度, 在  $v = v_0 \pm \alpha_D$  处, 吸收系数  $k_v$  是吸收线中心处吸收系数  $k_{v_0}$  的  $e$  分之一。若取  $\alpha_D' = \alpha_D \ln 2$ , 则在  $v = v_0 \pm \alpha_D'$  处, 吸收系数  $k_v$  是吸收线中心处吸收系数  $k_{v_0}$  的  $1/2$ 。 $\alpha_D'$  称为 Doppler 半值宽度。引入 Doppler 宽度  $\alpha_D$ , 代入 (2.16) 式, 可得

$$k_v = \frac{S}{\alpha_D \sqrt{\pi}} \exp \left[ -\frac{(v - v_0)^2}{\alpha_D^2} \right] \quad (2.17)$$

表 2.2 标准状态下的  $\alpha_L$ ,  $\alpha_D$  及  $\alpha_L = \alpha_D$  的气压  $p_H$

吸收气体	波长( $\mu\text{m}$ )	$\alpha_D(\text{cm}^{-1})$	$\alpha_L(\text{cm}^{-1})$	$p_H(\text{hPa})$
水汽	6.3	0.0022	0.11	20.0
	20	0.0007	0.11	6.4
	40	0.00035	0.11	2.8
二氧化碳	4.3	0.0021	0.15	14.0
	15	0.0006	0.15	4.2
臭氧	4.7	0.002	0.16	12.0
	9.6	0.00087	0.16	5.3
	14.1	0.0006	0.16	4.2

Doppler 宽度  $\alpha_D$  与气压  $p$  无关, 与  $\sqrt{T}$  成正比。大气在竖直方向温度  $T$  的相对变化比气压  $p$  的相对变化小很多,  $\alpha_D$  随高度的变化比  $\alpha_L$  慢很多。在对流层  $\alpha_L \gg \alpha_D$ , 随高度的上



升,  $\alpha_L$  随气压  $p$  的下降而减少,  $\alpha_D$  则变化不大, 在一定高度以上  $\alpha_L$  将小于  $\alpha_D$ 。表 2.2 给出不同波长,  $\alpha_L$ ,  $\alpha_D$  在标准状态下的数值, 并给出  $\alpha_L = \alpha_D$  的高度 (气压)。

由表 2.2 可以看出气压  $p$  至少要小于 20hPa,  $\alpha_L$  才等于  $\alpha_D$ 。在对流层  $\alpha_L \gg \alpha_D$ , 可以忽略 Doppler 加宽作用。用 Lorentz 压力加宽 (2.5) 式计算吸收系数  $k_\nu$  随波数  $\nu$  的变化。在  $\alpha_L < 3.2\alpha_D$  时, 就要考虑 Doppler 加宽作用。

### 2.2.3 混合加宽

数值计算表明: 在  $y = (\alpha_L / \alpha_D) < 3.2$  的条件下, 须同时考虑 Lorentz 与 Doppler 加宽效应。若吸收线中心波数为  $\nu_0$ , 向对运动速度为  $u$  的分子, 由 Doppler 效应, 其波数应移至  $\nu' = \nu_0(1 + \frac{u}{c})$ , 再考虑 Lorentz 效应, 在波数  $\nu$  处产生的吸收系数微分为

$$dk_\nu = \frac{SP(u)du}{\pi} \frac{\alpha_L}{(\nu - \nu')^2 + \alpha_L^2}$$

对速度  $u$  积分可得在波数  $\nu$  处总的吸收系数为

$$k_\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{SP(u)du}{\pi} \frac{\alpha_L}{(\nu - \nu')^2 + \alpha_L^2} \quad (2.18)$$

取  $x = \frac{(\nu - \nu_0)}{\alpha_D}$ ,  $t = u \sqrt{\frac{m}{2kT}} = \frac{\nu' - \nu_0}{\alpha_D}$ ,  $du = \sqrt{\frac{2kT}{m}} dt$ , 代入 (2.18) 式,

$$\begin{aligned} k_\nu &= Sy \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-t^2)dt}{\alpha_D \sqrt{\pi^3 [y^2 + (x - t)^2]}} \\ &= \frac{S}{\alpha_D \sqrt{\pi}} F(x, y) \end{aligned} \quad (2.19)$$

S. R. Diayson, 1976 年在他的论文中 (J. Quan. Spec. Rad. Tran., 16, 611) 介绍计算 (2.19) 式  $F(x, y)$  的数值积分方法, 并

给出计算程序。已知  $\alpha_L$ ,  $\alpha_D$ ,  $\nu_0$  就可以由(2.19)式, 按 R. Diayson 给出的程序计算吸收系数  $k_\nu$  随波数  $\nu$  的变化。总的说来, 一条吸收线在波数  $\nu$  处的吸收系数可写成

$$k_\nu = SF(\nu_0, \nu) \quad (2.20)$$

$S$  是吸收线强度,  $F(\nu_0, \nu)$  是吸收线形状的函数,  $\nu_0$  是中心波数。

## § 2.3 吸收线参数汇编

进行大气辐射计算, 要引用一些吸收线的强度  $S$ , 中心波数  $\nu_0$ , Lorentz 半值宽度  $\alpha_L$  等参量。美国空军地球物理实验室 (Air Force Geophysic Laboratory 简称 AFGL) 光学部出版的“大气吸收线参数汇编”, 给出了各种成分吸收气体吸收线的中心波数  $\nu_0$ , 温度  $T=296\text{K}$  时的线强  $S$ , 气压  $p$  为一个大气压时的半值宽度  $\alpha_L$ , 低态能量  $E_L$  及所给各参量的精度。1973, 1976, 1978, 1980, 1982, 1986, 1991 年各出一个版本。1986 年版本给出 28 种气体从 0 到  $17880\text{cm}^{-1}$  共 342234 条吸收线的参量。汇编所给的吸收线参数是线强  $S$  超过一个较低数量的吸收线, 许多线强小于此指定数量的线强  $S$  很弱的吸收线就不收入汇编而忽略了。吸收线强度  $S$  与温度  $T$  的关系是

$$S(T) = S(296) \frac{Q_\nu(296)Q_r(296)}{Q_\nu(T)Q_r(T)} \times \exp\left[\frac{1.434E_L(T-296)}{296T}\right] \quad (2.21)$$

(2.21) 式中  $E_L$  是分子处于低能态的能量,  $Q_r(T) = \left(\frac{T}{296}\right)^j$ ,  $j$  及  $Q_r(T)$  值见表 2.3。

表 2.3 吸收线强度  $S$  与温度  $T$  关系的参量

成分	$j$	$T$ (温度 K)						
		175	200	225	250	275	296	325
H <sub>2</sub> O	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.001
CO <sub>2</sub>	1.0	1.0095	1.0192	1.0327	1.0502	1.0719	1.0931	1.1269
O <sub>3</sub>	2.5	1.004	1.007	1.013	1.022	1.033	1.045	1.066
N <sub>2</sub> O	1.0	1.017	1.030	1.048	1.072	1.100	1.127	1.170
CO	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
CH <sub>4</sub>	1.5	1.0	1.0	1.001	1.002	1.004	1.007	1.011
O <sub>2</sub>	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.001

## § 2.4 吸收带的计算模式

计算一个波段内的辐射传输，常把气体的透过率  $\tau_v = e^{-k_v U}$  或吸收率  $A_v = 1 - \tau_v$  乘太阳谱辐照度  $S_v$  (太阳表面的辐出度与 5777K 黑体辐出度接近)，或气体温度下的黑体辐出度  $B_v(T)$

$$= \frac{2\pi h c v^3}{\exp\left(\frac{h c v}{k T}\right) - 1},$$

再对波数积分。 $k_v$  为气体的吸收系数， $U$  为

气体的光学厚度， $h$  为 Planck 常数， $c$  为光速， $v$  为波数， $k$  为 Boltzmann 常数， $T$  为温度。在  $50\text{cm}^{-1}$  范围内  $S_v$  或  $B_v(T)$  变化很小，可以当作常量；在  $50\text{cm}^{-1}$  范围内有许多条吸收线，吸收系数  $k_v$  随波数  $v$  涨落很频繁。如果逐线积分，计算所费时间过多。因此人们设计一些简化的计算方法，希望计算速度较快，又保持一定的精度。

实验发现：吸收气体量很小时，积分吸收率  $A$  与光学厚度  $U$  成正比；当  $U$  逐渐增大，吸收率  $A$  逐渐与  $\sqrt{U}$  成正比。图 2.2 是臭氧在  $9.6\mu\text{m}$  吸收带，积分吸收率  $A$  与光学厚度  $U$  的实

验结果。在  $U < 2 \times 10^{-2} \text{cm}$  时, 曲线的斜率为 1,  $A$  与  $U$  成正比, 在  $U$  增大后, 吸收曲线的斜率逐渐变小。在  $U \approx 1 \text{cm}$  时, 曲线的斜率趋近 0.5,  $A$  与  $\sqrt{U}$  成正比。

### 2.4.1 单线吸收与不重叠近似

当吸收气体的光学质量为  $U$ , 一条吸收线与其他吸收线互不重叠时, 这条吸收线的积分吸收率为

$$W_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} A_i \, d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} 1 - e^{-k_i \nu} \, d\nu \quad (2.22)$$

若吸收系数  $k_i$  按 Lorentz 公式 (2.5) 变化, 代入 (2.22) 式, 取  $x = \frac{S u}{2\pi\alpha_L}$ , 积分可得

$$W_1 = 2\pi\alpha_L x e^x [J_0(ix) - iJ_1(ix)] = 2\pi\alpha_L L(x) \quad (2.23)$$

(2.23) 式是 Ladenberg 与 Reiche 在 1913 年得出的。 $J_0$ ,  $J_1$  为零阶和一阶 Bessel 函数。

$L(x) = x e^x [J_0(ix) - iJ_1(ix)]$  称为 Ladenberg 函数,  $L(x)$  与  $x$  的函数关系见图 2.5 及表 2.4。

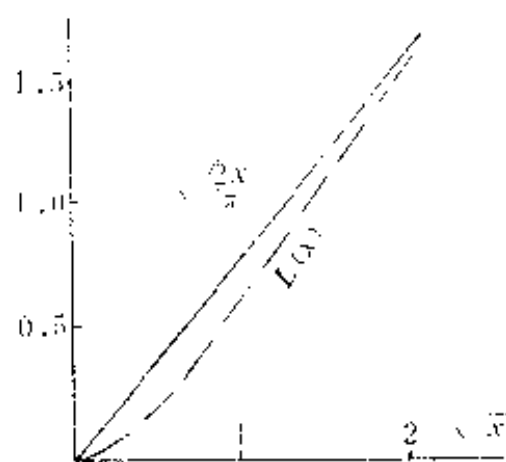


图 2.5 Ladenberg 函数

由表 2.4 可以看出: 在  $x < 0.1$  时,  $L(x)$  与  $x$  的相对误差小于 5%, 可取  $L(x) \approx x$ 。对较小的  $x$  值 ( $x < 0.1$ ), 一条吸收线的

积分吸收率为

$$W_1 = 2\pi\alpha_L L(x) \approx 2\pi\alpha_L x = Su \quad (2.24)$$

表 2.4 Ladenberg 函数  $L(x)$  表

$x$	$L(x)$	$x$	$L(x)$	$x$	$L(x)$	$x$	$L(x)$
0.01	0.0099	0.10	0.0952	0.50	0.401	1.80	0.984
0.02	0.0198	0.12	0.1132	0.60	0.463	2.00	1.048
0.03	0.0295	0.16	0.1480	0.70	0.521	2.50	1.192
0.04	0.0392	0.20	0.1818	0.80	0.575	3.00	1.320
0.05	0.0488	0.24	0.214	0.90	0.626	4.00	1.543
0.06	0.0583	0.28	0.246	1.00	0.674	5.00	1.734
0.07	0.0676	0.32	0.276	1.20	0.762	6.00	1.912
0.08	0.0769	0.36	0.305	1.40	0.842	8.00	2.222
0.09	0.0861	0.40	0.334	1.60	0.916	10.0	2.491

由图 2.5 可看出：在  $x$  较大时， $L(x) \approx \sqrt{\frac{2x}{\pi}}$ ，对较大的  $x$  值，一条吸收线的积分吸收率为

$$W_1 = 2\pi\alpha_L L(x) \approx 2\pi\alpha_L \sqrt{\frac{2x}{\pi}} = 2\sqrt{S\alpha_L U} \quad (2.25)$$

由于  $x = Su / 2\pi\alpha_L$  与线强  $S$  成正比，(2.24) 式称为弱线近似，(2.25) 式称为强线近似。以  $x = 10$  为例，在  $\nu = \nu_0$ ， $\nu = \nu_0 \pm \alpha_L$ ，及远离中心的  $\nu = \nu_0 \pm 4\alpha_L$  处，透过率分别为： $\exp(-Su / \pi\alpha_L) = \exp(-X) = 0.000045$ ， $\exp(-0.5x) = 0.0067$ ，及  $\exp(-0.2x) = 0.135$ 。在离吸收线中心半值宽度以内 ( $|\nu - \nu_0| \leq \alpha_L$ )，与远离中心处 ( $|\nu - \nu_0| \geq 4\alpha_L$ ) 透过率差别很大。当  $x = 0.1$ ，在  $\nu = \nu_0$ ， $\nu = \nu_0 \pm \alpha_L$ ，及远离中心的  $\nu = \nu_0 \pm 4\alpha_L$  处，透过率分别为

$$\begin{aligned} \exp(-X) &= 0.905 \\ \exp(-0.5x) &= 0.951 \\ \exp(-0.2x) &= 0.980 \end{aligned}$$

在离吸收线中心半值宽度以内 ( $|v - v_0| \leq \alpha_L$ ), 与远离中心处 ( $|v - v_0| \geq 4\alpha_L$ ) 透过率差别不大。  $x (= Su / 2\pi\alpha_L)$  是一个综合参量, 在线强  $S$  与吸收气体量  $U$  的乘积比较大, Lorentz 半值宽度  $\alpha_L$  比较小, 使  $x$  值足够小就满足强线近似, 不是线强  $S$  一个量确定是否满足强线或弱线近似。

在吸收气体光学厚度  $U$  和  $\alpha_L$  (正比于气压  $p$ ) 都比较小的情况下 (相当平流层的情况), 各吸收线的互相重叠可以忽略, 在  $\Delta v$  内, 总的积分吸收率为

$$W = \sum W_i = \sum 2\pi\alpha_L L(x) = \sum 2\pi\alpha_{L0} L(x) \frac{p}{p_0}$$

即

$$\frac{W}{p} = \frac{\sum 2\pi\alpha_{L0} L(x)}{p_0} \quad (2.26)$$

由 (2.26) 式, 在  $\Delta v$  内,  $\alpha_{L0}$ ,  $p_0$ ,  $S$  可以当作不随光学质量  $U$ , 气压  $p$  变化的常量, 所以  $W/p$  是  $\Delta v$  内  $x (= Su / 2\pi\alpha_L)$  的函数, 也是  $U/\alpha_L$  即  $U/p$  的函数。

当  $x (= SU / 2\pi\alpha_L)$  比较小, 由弱线近似的 (2.24) 式, 积分吸收率

$$W = \sum W_i \approx \sum SU = U \sum S \quad (2.27)$$

当  $x$  数值较大, 由强线近似 (2.27) 式, 积分吸收率

$$W = \sum W_i \approx 2 \sum \sqrt{S\alpha_L U} \quad (2.28)$$

## 2.4.2 周期模式

1942 年 Elsasser 提出: 若把  $\Delta v$  内的吸收线当作强度  $S$  相同, 吸收线中心的距离  $d$  也相等, 则  $\Delta v$  内吸收系数  $k_v$  可表为

$$k_v = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{S}{\pi} \frac{\alpha_L}{(v - nd)^2 + \alpha_L^2} \quad (2.29)$$

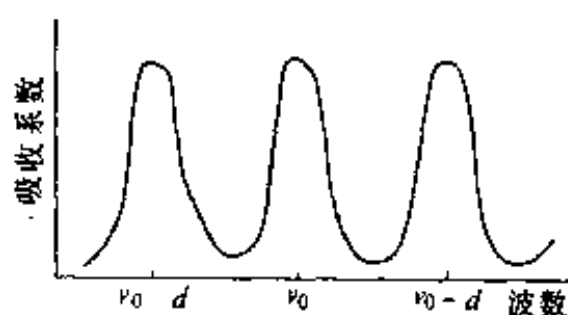


图 2.6 周期模式吸收系数  $k_v$  随波数  $v$  的变化

其图形如图 2.6, 吸收系数  $k_v$  是以  $d$  为周期的周期函数, 取  $\beta = 2\pi\alpha_L / d$ ,  $\beta$  称为无量纲的线宽参数。取  $t = 2\pi v / d$ , 以  $t$  代替  $v$  为自变量, (2.29) 式可化为

$$k_t = \frac{S \sinh \beta}{d(\cosh \beta - \cos t)} \quad (2.30)$$

取  $m = \frac{SU}{d}$ ,  $m$  称为无量纲的光学质量。取  $Y = \frac{m}{\sinh \beta}$ ,  $k_t$  变化的周期是  $2\pi$ , 在一个周期内, 平均透过率  $\tau_t$  为

$$\tau_t = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{-k_t U} dt = 1 - \sinh \beta \int_0^y e^{-y \cosh \beta} J_0(iy) dy \quad (2.31)$$

$J_0(iy)$  是虚宗量零阶 Bessel 函数, (2.31) 式表示平均透过率  $\tau_t$  是  $\beta$  和  $y$  的二元函数, 又是  $\beta$  和  $m$  的二元函数,  $\beta$ ,  $y$  和  $m$  都是无量纲的量。通过数值积分可以求出这个函数的数值表, 在 Goody 所写的 “Atmospheric Radiation” 的附录上有  $\tau_t(\beta, y)$  的二元函数表。

计算表明:  $\beta$  的增加会使平均透过率  $\tau_t$  增加, 这是由于气压  $p$  的增加使 Lorentz 半值宽度  $\alpha_L$  增加, 吸收系数  $k_v$  随波数  $v$  变化减少, 吸收更均匀, 吸收也就更多了。

(2.31) 式在特定条件下, 可以简化后得出两种近似解析解

(1) 强线近似。在  $\beta \ll 1$ ,  $y \gg 1$ , 也就是  $x = \frac{SU}{\pi\alpha_L}$

$\gg 1$  的情况下

$$J_0(iy) \approx \frac{e^y}{\sqrt{2\pi y}}, \quad \sinh \beta = \frac{\exp(\beta) - \exp(-\beta)}{2} \approx \beta,$$

$$\cosh \beta = \frac{\exp(\beta) + \exp(-\beta)}{2} \approx 1 + \frac{\beta^2}{2},$$

$$\text{取 } L = \frac{2\pi S \alpha_L}{d^2}$$

$$\begin{aligned} \tau_I &\approx 1 - \beta \int_0^{\frac{m}{\beta}} \exp\left[-y\left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right)\right] \frac{e^y dy}{\sqrt{2\pi y}} \\ &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\frac{m\beta}{2}}} \exp\left(\frac{\beta^2 y}{2}\right) d\left(\beta \sqrt{\frac{y}{2}}\right) = 1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{m\beta}{2}}\right) \\ &= 1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{LU}{2}}\right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$L = \beta \frac{S}{d} = \frac{2\pi \alpha_L S}{d^2} \quad (2.33)$$

$L$  称为广义吸收系数，由 (2.32) 式，参量  $L$  是随吸收线强度  $S$ ，半值宽度  $\alpha_L$ ，及吸收线距离  $d$  而变的综合量，它和光学厚度  $U$  的乘积可确定  $\Delta\nu$  内的平均透过率  $\tau_I$ ， $L$  等于无量纲的线宽参数  $\beta$  乘平均吸收系数  $S/d$ ， $L$  和吸收系数  $k_0$  具有相同的量纲及相似的物理意义，所以称  $L$  为广义吸收系数。宗量  $x$  较小时， $\operatorname{erf}(x)$  可展为级数

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \dots + \dots \right)$$

取上式级数第一项作为级数的近似值， $\tau_I \approx 1 - \sqrt{\frac{2LU}{\pi}}$ ，

平均吸收率  $A_I = 1 - \tau_I \approx \sqrt{\frac{2LU}{\pi}}$ ，这符合实验中吸收气体光学厚度  $U$  较大时，吸收率  $A_I$  与吸收气体光学厚度  $U$  的平方根成正比的规律。



(2) 弱线近似。在  $\beta \gg 1$ ,  $y \ll 1$ , 也就是  $x = \frac{SU}{\pi\alpha_L}$   
 $\ll 1$  的情况下

$$J_0(iy) \approx 1, \quad \cosh\beta \approx \sinh\beta,$$

$$\begin{aligned} \tau_t &\approx 1 - \sinh\beta \int_0^y e^{-y \cosh\beta} dy = 1 + \sinh\beta \frac{\exp(-y \sinh\beta)}{\cosh\beta} \Big|_0^y \\ &= \frac{\exp(-y \cosh\beta) \sinh\beta}{\cosh\beta} \approx \exp(-y \cosh\beta) \\ &= \exp\left(-\frac{SU \cosh\beta}{d \sinh\beta}\right) \approx \exp\left(-\frac{SU}{d}\right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$S/d$  是  $\Delta\nu$  内吸收系数  $k_\nu$  的平均值, 弱线近似实质是 Lorentz 半值宽度  $\alpha_L$  较大时, 吸收系数  $k_\nu$  相对涨落不大, 在  $\Delta\nu$  内可用吸收系数的平均值求平均透过率。

在  $U$  较小时, 吸收率  $A = 1 - \tau_t = 1 - \exp(SU/d) \approx SU/d$ , 这符合实验中吸收气体光学厚度  $U$  较小时, 吸收率  $A$  与  $U$  成正比的规律。

强线近似与弱线近似的物理意义如下: 按 (2.30) 式, 透过率

$$\begin{aligned} \tau &= \exp\left[-\frac{SU \sinh\beta}{d(\cosh\beta - \cos t)}\right] \\ &= \exp\left[-\frac{x\beta \sinh\beta}{2(\cosh\beta - \cos t)}\right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

图 2.7 是透过率  $\tau$  随波数  $\nu$  变化的图形。纵坐标为透过率  $\tau_t = \exp(-k_\nu U)$ , 横坐标为  $t$ , 取一条吸收线中心处  $t=0$ , 在吸收线中心, 离中心一个半值宽度处, 及吸收系数极小处  $\cos t$  分别取值为: 1,  $\cos \pm \beta$ ,  $-1$ 。三条曲线的参量  $x$  和  $\beta$  及透过率  $\tau$  随波数  $\nu$  变化的特点如下:

①  $x=10$ ,  $\beta=0.1$ ; 作为强线近似的例子。在吸收线中心, 半值宽度处, 及吸收系数极小处的透过率分别为: 0.000045, 0.00668, 0.9753, 差别很大。吸收线中心的透过率很小, 在  $\nu_0 \pm \alpha_L$  范围内几乎全部吸收, 若  $U$  继续增加, 只能

吸收  $\nu_0 \pm \alpha_L$  范围外 (称为吸收线翼区) 的辐射。

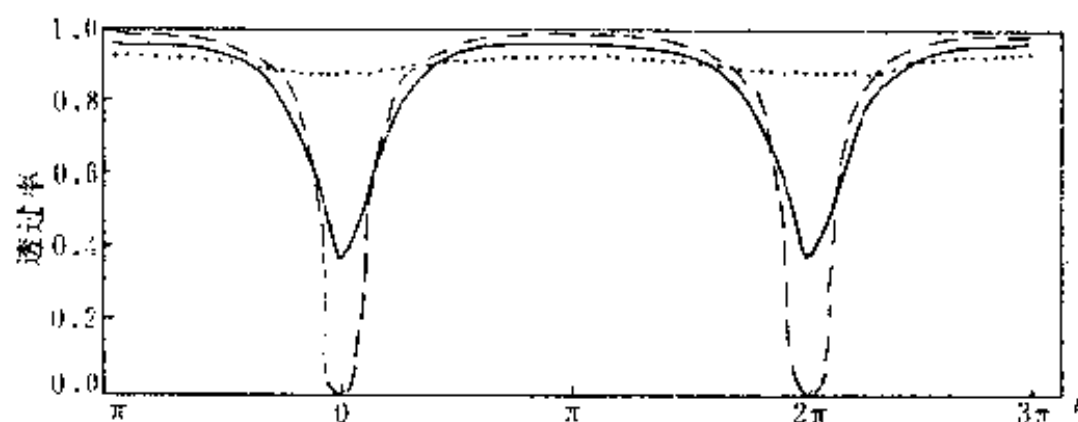


图 2.7 周期模式的透过率与强线、弱线近似

--- 表示  $x=10, \beta=0.1$ ;    ··· 表示  $x=0.1, \beta=2$ ;

—— 表示  $x=1, \beta=0.4$

②  $x=0.1, \beta=2.0$ ; 作为弱线近似的例子, 三处的透过率分别为: 0.927, 0.917, 0.877, 差别不大, 可用平均吸收系数  $\bar{k}_v \approx S/d$  求透过率  $\tau_v \approx \exp(-\bar{k}_v U) = \exp(-SU/d)$  的近似值而误差不大。

③  $x=1.0, \beta=0.4$ ; 三处的透过率分别为: 0.363, 0.598, 0.961; 吸收率随波数的变化是显著的, 但在半值宽度以内, 并没有接近全部吸收, 强线和弱线近似都不适用。

### 2.4.3 统计模式

对二氧化碳的吸收, 周期模式与实验结果比较符合。水汽和臭氧的分子, 三个原子不在一条直线上, 吸收线位置的分布不符合等距离分布的条件。吸收线的强度  $S$  差别很大。1952 年 Goody 提出平均透过率的统计模式。

Goody 假设: 如  $\Delta\nu$  取得足够宽, 在  $\Delta\nu$  内将有足够多的吸收线, 这些吸收线中心的位置是任意的, 即在  $\Delta\nu$  内, 吸收线中

心位置在任何波数都有同样的概率；吸收线强度  $S$  强弱不等，Goody 假设吸收线的强度符合 Poisson 分布，即强度在  $S$  到  $S + dS$  的概率  $P(S)dS$  为

$$P(S) dS = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{S}{\sigma}\right) dS \quad (2.36)$$

$\sigma$  是吸收线强度  $S$  的平均值。在某一波数，吸收率  $A_v = 1 - \tau_v = 1 - \exp(-k_v U)$ 。对不同强度的吸收线， $S$  不同，吸收系数  $k_v$  也不同；要按不同强度  $S$  的概率进行平均，在指定的波数段  $\Delta v$  内对  $v$  求平均值即得一条吸收线的平均吸收率  $A_1$  为

$$A_1 = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} \left[ \int_0^{\infty} P(S) [1 - \exp(-k_v U)] dS \right] dv$$

换变量，取  $v_1 = v - v_0$ ，若  $\Delta v$  内有  $n$  条吸收线，取

$$D = \frac{\Delta v}{n}, \quad m = \frac{\sigma U}{D}, \quad \beta = \frac{2\pi\alpha_L}{D}$$

由(2.5)式，取

$$f = \frac{k_v U}{S} = \frac{\alpha_L U}{\pi(v_1^2 + \alpha_L^2)}$$

$$A_1 = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} \left[ \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{S}{\sigma}\right) \frac{(1 - e^{-fS})}{\sigma} dS \right] dv \quad (2.37)$$

(2.37)式积分后，可得

$$A_1 = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} \frac{\sigma f}{1 + \sigma f} dv = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} \frac{\sigma \alpha_L U dv_1}{\pi(v_1^2 + \alpha_L^2) + \sigma \alpha_L U}$$

因  $\Delta v$  很宽，近似计算中把积分限  $\Delta v$  当作从  $-\infty$  到  $+\infty$ ，即  $\Delta v$  包括了吸收线所占的全部波段。

$$A_1 = \frac{1}{nD} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma \alpha_L U dv_1}{\pi(v_1^2 + \alpha_L^2) + \sigma \alpha_L U} = \frac{\sigma U}{nD} \sqrt{\frac{\pi \alpha_L}{\pi \alpha_L + \sigma U}} \quad (2.38)$$

一条吸收线的平均透过率  $\tau_1$  为

$$\tau_1 = 1 - A_1 = 1 - \frac{\sigma U}{nD} \sqrt{\frac{\pi \alpha_L}{\pi \alpha_L + \sigma U}}$$

对  $n$  条吸收线，因在  $\Delta v$  内，每一条吸收线的中心位于任何波

数  $v$  有相同的机会, 所以  $n$  条吸收线的平均透过率  $\tau_l$  为

$$\tau_l = \tau_l^n = \left(1 - \frac{\sigma U}{nD} \sqrt{\frac{\pi\alpha_L}{\pi\alpha_L + \sigma U}}\right)^n \quad (2.39)$$

在  $n$  足够大,  $n \rightarrow \infty$ ,

$$\begin{aligned} \tau_l &\rightarrow \exp\left(-\frac{\sigma U}{D} \sqrt{\frac{\pi\alpha_L}{\pi\alpha_L + \sigma U}}\right) \\ &= \exp\left(-m \sqrt{\frac{\beta}{\beta + 2m}}\right) \end{aligned} \quad (2.40)$$

只要  $n \geq 10$  (这是经常满足的条件), (2.39), (2.40) 两式差别很小。(2.40) 式表明统计模式的平均透过率  $\tau_l$  也是无量纲光学质量  $m$  及无量纲线宽参数  $\beta$  的函数, 函数的表达式与周期模式的 (2.31) 式不同, 原因是两种模式线强分布不同, 一个是线强相等, 一个是 Poisson 分布; 吸收线中心的关系不同, 一个是等距离分布, 一个是随机分布。

通过实验结果, 可验证统计模式, 并求出 (2.40) 式中的参数。把 (2.40) 式化成

$$\left(\frac{U}{\ln \tau_l}\right)^2 = \left(\frac{D}{\sigma}\right)^2 + \frac{D^2 U}{\sigma \pi \alpha_L}$$

通过实验, 在一个  $\Delta U$  内求出不同光学质量  $U$  的透过率  $\tau_l$ , 以  $(U / \ln \tau_l)^2$  与  $U$  为纵横坐标, 把实验结果点在坐标纸上, 若统计模式符合实际, 所有点应在一条直线上。由直线的截距和斜率可求出  $\frac{D^2}{\sigma \pi \alpha_L}$  及  $\left(\frac{D}{\sigma}\right)^2$ , 因而求出上式中的  $\frac{\sigma}{D}$  及  $\frac{\pi \alpha_L}{D}$ 。

由 (2.40) 式, 平均透过率  $\tau_l$  是  $\beta$ ,  $m$  的函数, 以透过率  $\tau_l$  与  $m$  为纵横坐标, 作图 2.8, 分别表示统计模式和周期模式平均透过率  $\tau_l$  与参量  $m$  及  $\beta$  的关系。

由图 2.8 可以看出, 随着无量纲光学质量  $m (= \frac{SU}{d}$  或  $\frac{\sigma U}{D})$  即吸收气体光学厚度  $U$  或吸收线强度  $\sigma$  或  $S$  的增加, 平均透

率  $\tau_l$  减少。此外线宽参数  $\beta (= \frac{2\pi\alpha_L}{d} \text{ 或 } \frac{2\pi\alpha_L}{D})$  的增加也使吸收增加, Lorentz 半值宽度  $\alpha_L$  与气压  $p$  成正比, 当气压变大,  $\alpha_L$  增加, 吸收系数随波数分布更均匀, 使平均透过率减少。

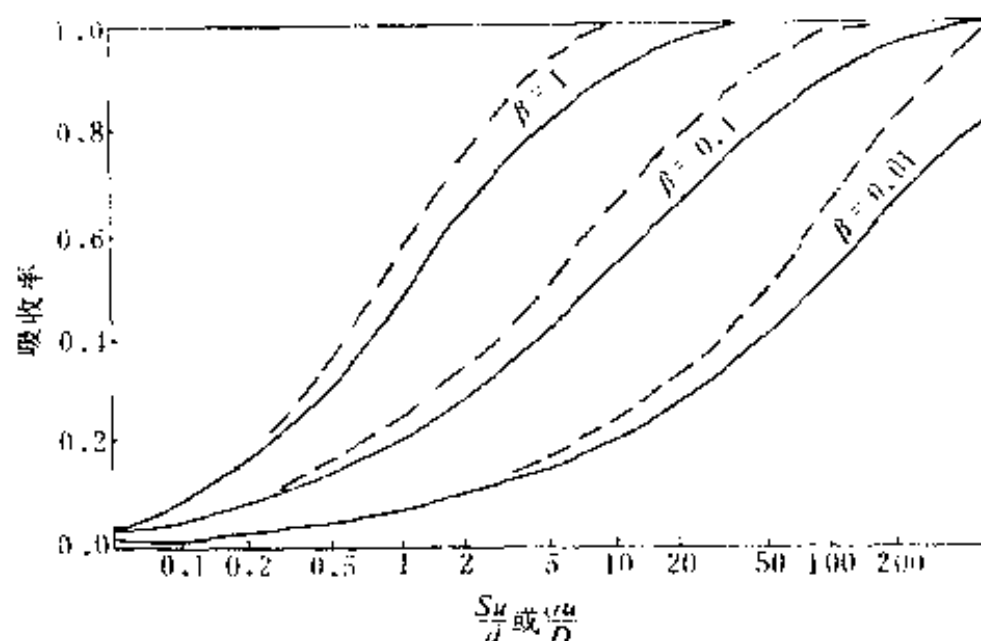


图 2.8 平均透过率  $\tau_l$  与参量  $m$  及  $\beta$  的关系

——表示统计模式      - - - 表示周期模式

统计模式 (2.40) 式, 在一定的条件下可以简化。当  $\beta / 2m \ll 1$  时, (2.40) 式可简化为

$$\begin{aligned} \tau_l &\approx \exp\left(-\sqrt{\frac{\beta m}{2}}\right) = \exp\left(-\sqrt{\frac{\pi\alpha_L\sigma U}{D}}\right) \\ &= \exp\left(-\sqrt{\frac{LU}{2}}\right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

统计模式的广义吸收系数  $L = 2\pi\alpha_L\sigma / D^2$ , 等于线宽参数  $2\pi\alpha_L / D$  乘平均吸收系数  $S / D$ , 与 (2.33) 式周期模式的  $L$  有相同的物理意义。

当  $\frac{\beta}{2m} \gg 1$  时, 可简化为

$$\tau_I \approx e^{-m} = \exp\left(\frac{-\sigma U}{D}\right) \quad (2.42)$$

(2.41) 式称为强线近似公式, (2.42) 式称为弱线近似公式。Goody 统计模式的弱线近似公式 (2.42) 式与周期模式的弱线近似公式 (2.35) 式基本一致, 平均透过率  $\tau_I$  是  $U$  的函数, 与半值宽度  $\alpha_L$  或气压  $p$  无关。

#### 2.4.4 Malkmus 模式

1967 年 Malkmus 提出: Goody 1952 年的统计模式对弱线的数目估计偏低, 为了使弱线数目增加, 吸收线强度的分布应是

$$P(S) = \int_0^M \frac{G}{\sigma} \frac{\exp(-S/\sigma)}{\sigma} d\sigma = \frac{G}{S} \exp\left(\frac{-S}{M}\right) \quad (2.43)$$

$\frac{1}{\sigma} \exp\left(\frac{-S}{\sigma}\right)$  是 Poisson 分布, (2.43) 中的积分表示线强  $S$  是  $\sigma$

由 0 变到  $M$  的一系列 Poisson 分布之和,  $\sigma$  则按  $\frac{G}{\sigma}$  分布。这样  $P(S)$  与  $S$  成反比, 与统计模式相比, 弱线的比例更大,  $G$  是一个归一因子, 使总概率为一。

按单线吸收方程, 一条强度为  $S$  的吸收线, 其积分吸收率为

$$W_1 = 2\pi\alpha_L L(x), \quad x = \frac{SU}{2\pi\alpha_L}$$

对 Goody 模式  $P(S) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(\frac{-S}{\sigma}\right)$  的线强分布, 按 (2.38) 式, 一条吸收线的平均积分吸收率为

$$W_1 = nDA_1 = \sigma U \sqrt{\frac{\pi\alpha_L}{\sigma U + \pi\alpha_L}} \quad (2.44)$$

对 Malkmus 分布, 要用 Malkmus 分布代入 (2.37), (2.38) 式中的 Poisson 分布, 一条吸收线的平均积分吸收率为

$$W_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_0^M \frac{G}{\sigma} \frac{\exp(-S/\sigma)}{\sigma} d\sigma \right] (1 - e^{-fS}) dv$$

改变积分次序

$$\begin{aligned} W_1 &= \int_0^M \frac{G}{\sigma} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(\frac{-S}{\sigma}\right) \frac{(1 - e^{-fS})}{\sigma} dv \right] d\sigma \\ &= \int_0^M \frac{G}{\sigma} \sigma U \sqrt{\frac{\pi\alpha_L}{\sigma U + \pi\alpha_L}} d\sigma \\ &= 2\pi\alpha_L G \left( \sqrt{1 + \frac{MU}{\pi\alpha_L}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

类似 Goody 模式, 取  $\Delta v = nD$ , 当  $n \rightarrow \infty$  时, 由 (2.45) 式

$$\begin{aligned} \tau_I &= \left( 1 - \frac{W_1}{nD} \right)^n = \left[ \frac{1 - 2\pi\alpha_L G \sqrt{\left(1 + \frac{MU}{\pi\alpha_L}\right) - 1}}{nD} \right]^n \\ &\approx \exp \left[ \frac{-2\pi\alpha_L G}{D} \left( \sqrt{1 + \frac{MU}{\pi\alpha_L}} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (2.46)$$

要用 (2.46) 式计算透过率, 需由实验或理论结果确定  $\frac{M}{\alpha_L}$

及  $\frac{\alpha_L G}{D}$  等参量。在 (2.46) 式中取

$$A = \frac{2\pi\alpha_L G}{D}, \quad B = \frac{M}{\pi\alpha_L}, \quad \text{把 (2.46) 式化为}$$

$$\frac{(\ln \tau_I)^2}{U} = 2A \frac{\ln \tau_I}{U} + A^2 B$$

以一个波段实验得出的  $\frac{(\ln \tau_I)^2}{U}$ ,  $\frac{\ln \tau_I}{U}$  为纵横坐标, 若 Malkmus 模式符合实际, 所有点应在一条直线上, 直线的截距和斜率分别为  $A^2 B$  与  $2A$ 。

当  $\frac{MU}{\pi\alpha_L} \gg 1$ , 按强线近似, (2.46) 式可简化为

$$\tau_j \approx \exp\left(-\frac{G}{D}\sqrt{MU\pi\alpha_L}\right) = \exp\left(-\sqrt{\frac{LU}{2}}\right) \quad (2.47)$$

当  $\frac{MU}{\pi\alpha_L} \ll 1$ , 按弱线近似, (2.46)可简化为

$$\tau_j \approx \exp\left(-\frac{GMU}{D}\right) \quad (2.48)$$

(2.47) 式中的广义吸收系数  $L = \frac{2\pi\alpha_L G^2 M}{D^2}$ , 与 (2.33), (2.41)

式的广义吸收系数  $L$  有相同的物理意义。(2.48) 式与 (2.35), (2.42) 式相似。

从理论上分析, 若在  $\Delta\nu$  范围内有  $n$  条吸收线, 在气压低, 吸收气体稀薄的条件下, 按不重叠近似, 其积分吸收率为

$$W = nW_1 = 2n\pi\alpha_L G \left[ \sqrt{1 + \frac{MU}{\pi\alpha_L}} - 1 \right] \quad (2.49)$$

当  $\frac{MU}{\pi\alpha_L} \gg 1$ , 按强线近似, (2.49)式简化为

$$W \approx 2nG\sqrt{MU\pi\alpha_L} = \frac{2G\Delta\nu}{D}\sqrt{MU\pi\alpha_L}$$

与不重叠近似的  $W = 2\sum\sqrt{S_i\alpha_{Li}}U$  相比,

$$\frac{G\Delta\nu}{D}\sqrt{M\pi\alpha_L} = \sum\sqrt{S_i\alpha_{Li}}$$

即

$$\frac{G\sqrt{M}}{D} = \frac{\sum\sqrt{S_i\alpha_{Li}}}{\sqrt{\pi\alpha_L}\Delta\nu} \quad (2.50)$$

当  $\frac{MU}{\pi\alpha_L} \ll 1$ , 按弱线近似, (2.49)式简化为

$$W \approx nGMU = \frac{GMU\Delta\nu}{D}$$

与不重叠近似的  $W \approx U\sum S_i$  相比,



$$\frac{GM\Delta\nu}{D} = \sum S_i, \text{ 即 } \frac{GM}{D} = \frac{\sum S_i}{\Delta\nu} \quad (2.51)$$

(2.46) 式中,  $M$  和  $G/D$  是未知量。“大气吸收线参数汇编”给出各波段  $\Delta\nu$  内每条线  $S$  和  $\alpha_L$ 。由  $S$  和  $\alpha_L$  由 (2.50), (2.51) 式可求出  $M$  和  $G/D$ 。在 J. T. Houghton 的 “The Physics of Atmosphere” 附录上给出  $\sum \sqrt{S_i \alpha_{Li}}$  及  $\sum S_i$  的值。

#### 2.4.5 Ramanathan 模式

1976 年 V. Ramanathan 在经验公式的基础上, 提出一些气体吸收带的积分吸收率  $A(U, \beta)$  公式。由于以前的吸收率公式中, 线强  $S$  和吸收气体光学质量  $u$  总是乘在一起, 所以 Ramanathan 定义无量纲的气体光学质量  $m$  及线宽参数  $\beta_0$

$$m = \int \frac{S}{A_0} p' dz$$

$$\beta_0 = \frac{4\alpha}{mD} \int p dm$$

带强  $S(\text{cm}^{-2} \text{atm}^{-1})$  是吸收带内所有吸收线强度之和,  $A_0(\text{cm}^{-1})$  是吸收带的宽度,  $p'(\text{atm})$  是吸收气体的分压强,  $p' dz$  相当原光学质量  $U$  的微分,  $\alpha$  是标准气压下的吸收线半值宽度,  $D$  是吸收线之间的平均距离,  $p$  是压强。气体吸收带的积分吸收率  $A(U, \beta)$  为

$$A(m, \beta_0) = 2A_0 \ln_e \left[ 1 + \frac{m}{\sqrt{4 + m(1 + 1/\beta_0)}} \right]$$

## § 2.5 透过率的单参量方程

### Lowtran 模式

上一节几种模式都得出平均透过率  $\tau_l$  是两个参量的二元函数, 如 Goody 的统计模式, 平均透过率  $\tau_l$  是  $\beta$  ( $=\frac{2\pi\alpha_{L0}p}{p_0D}$ ) 和  $m$  ( $=\sigma U/D$ ) 的二元函数。在一个波段内,  $\alpha_{L0}$ ,  $p_0$ ,  $\sigma$ ,  $D$  这些量是固定的, 所以  $\tau_l$  是  $p$  和  $U$  的二元函数。实验室进行气体吸收规律的实验, 人工光源通过装有吸收气体的吸收池, 吸收池内气压  $p$  是均匀的。辐射在大气中传输, 路径上气压是变化的。计算气压变化路径的平均透过率  $\tau_l$  有两种方法。

#### 2.5.1 Curtis-Godson 法

1956 年 Curtis 和 Godson 提出: 取路径平均气压  $\bar{p}$  为

$$\bar{p} = \frac{\int p \, dU}{\int dU} \quad (2.52)$$

由 (2.52) 式可求出辐射传输路径的平均气压  $\bar{p}$ , 再由  $\bar{p}$  和  $U$  求平均透过率  $\tau_l$ 。

#### 2.5.2 单参量方程

在强线近似条件下, 几个模式都得出平均透过率  $\tau_l$  是  $\sqrt{\alpha_l U}$  也就是  $\sqrt{pU}$  的函数, 函数中气压  $p$  和光学厚度  $U$  总是乘在一起, 气压增加与吸收物质增加对气体吸收有相同的效果。在弱线近似条件下, 几个模式都得出平均透过率  $\tau_l$  是光学厚度  $U$  的函数, 与半值宽度  $\alpha_l$  或气压  $p$  无关。在一个波段内, 有很多条吸收线, 处在低能级的吸收气体分子数量较多, 能级跃迁产

生的吸收线强度  $S$  较强, 处在高能级的吸收气体分子数量较少, 能级跃迁产生的吸收线强度  $S$  较弱, 吸收线强度分布情况与各种模式设想的情况不完全一致。美国空军地球物理实验室提出的 Lowtran 模式 (Low 表示低分辨率, 它的分辨率为  $\Delta\nu = 20\text{cm}^{-1}$ , tran 是透过率的字头) 提出气压订正既不是强线近似的  $p$  的一次方订正, 也不是弱线近似的  $p$  的零次方订正, 而是取

$$U' = \int_0^U \left( \frac{p}{p_0} \right)^n dU \quad (2.53)$$

$1 \geq n \geq 0$ , 如果波段内强线多,  $n$  的数值大; 弱线多,  $n$  的数值小。 $n$  的最佳数值由实验确定。Lowtran 模式取水汽的  $n = 0.9$ , 二氧化碳的  $n = 0.75$ , 臭氧的  $n = 0.4$ 。

Lowtran 模式给出不同吸收气体在各波段的广义吸收系数  $L_0$  值, 平均透过率  $\tau_l$  是广义吸收系数  $L_0$  和订正光学质量  $U'$  乘积的函数

$$\tau_l = F(L_0 U') \quad (2.54)$$

不同的吸收气体, 吸收线强度的分布不同, 吸收线相互的位置关系也不同, (2.54) 式的函数  $F(L_0 U')$  也就不同。函数  $F(L_0 U')$  由实验确定。周期模式的强线近似 (2.32) 式与统计模式的强线近似 (2.41) 式是函数  $F(L_0 U')$  在一定条件下的特例。

理论和实验都表明, 平均透过率  $\tau_l$  是气压  $p$  和吸收气体数量  $U$  的二元函数, Lowtran 模式把  $U$  和  $p$  综合成  $U'$  一个变量, 必然引起误差。根据观测实验 Lowtran 模式求平均透过率的误差为 10%。

## § 2.6 逐线积分与指数和模式

气体的吸收带由几百到近万条吸收线组成，在吸收带内吸收系数  $k_\nu$  的变化涨落很大。在吸收线中心附近，波数改变  $0.001\text{cm}^{-1}$ ， $k_\nu$  就有量级的变化。在吸收线的翼区  $k_\nu$  的变化缓慢得多。为了精确计算一个波段  $\Delta\nu$  内的平均透过率，可用数值积分的方法进行逐线积分

$$\tau_\nu(\Delta\nu) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp(-k_\nu U) d\nu$$

上式中  $k_\nu$  是许多吸收线叠加的结果，数值积分时，吸收线中心附近的积分步长要小于  $10^{-3}\text{cm}^{-1}$ ，在翼区积分步长可大到  $0.1\text{cm}^{-1}$ 。以臭氧的  $9.6\mu\text{m}$  吸收带为例，在  $940 \sim 1200\text{cm}^{-1}$  范围内，约有一万五千条吸收线，需选约  $8 \times 10^5$  个波数点计算  $k_\nu$  的变化。这是很大的计算量。用逐线积分的方法计算大气的辐射热收支，计算机需要较大的内存和运算速度。逐线积分的计算结果与实验室测量结果相比，差别为  $5 \sim 10\%$  (Kunde, Maquire, 1974)。

1981 年石广玉在固定的压强和温度下，在不同波段  $\Delta\nu$  内计算许多频率的  $k_\nu$  值，按大小在  $\Delta\nu$  内从大到小重新排列，使  $k_\nu$  成为单调下降的函数，再按 Gauss 数值积分法，分段以  $k_\nu$  的梯形变化来代表  $k_\nu$  的真实变化 (见图 2.9)。

图 2.10 五条曲线从上至下，气压分别为：1000, 333.3, 50, 5, 0.1hPa。在气压  $p = 50\text{hPa}$  处，吸收系数  $k_\nu$  按降函数重排，是一条光滑曲线，其他气压按  $p = 50\text{hPa}$  对应的次序排列，是有毛刺的曲线，但大趋势是降函数。图 2.10 左边的一小部分吸收系数  $k_\nu$  较大而变化较快，是  $p$  的降函数，代表吸收线的中心部分。其他大部分波段吸收系数是气压  $p$  的升函数，代表远离

吸收线中心的翼区。

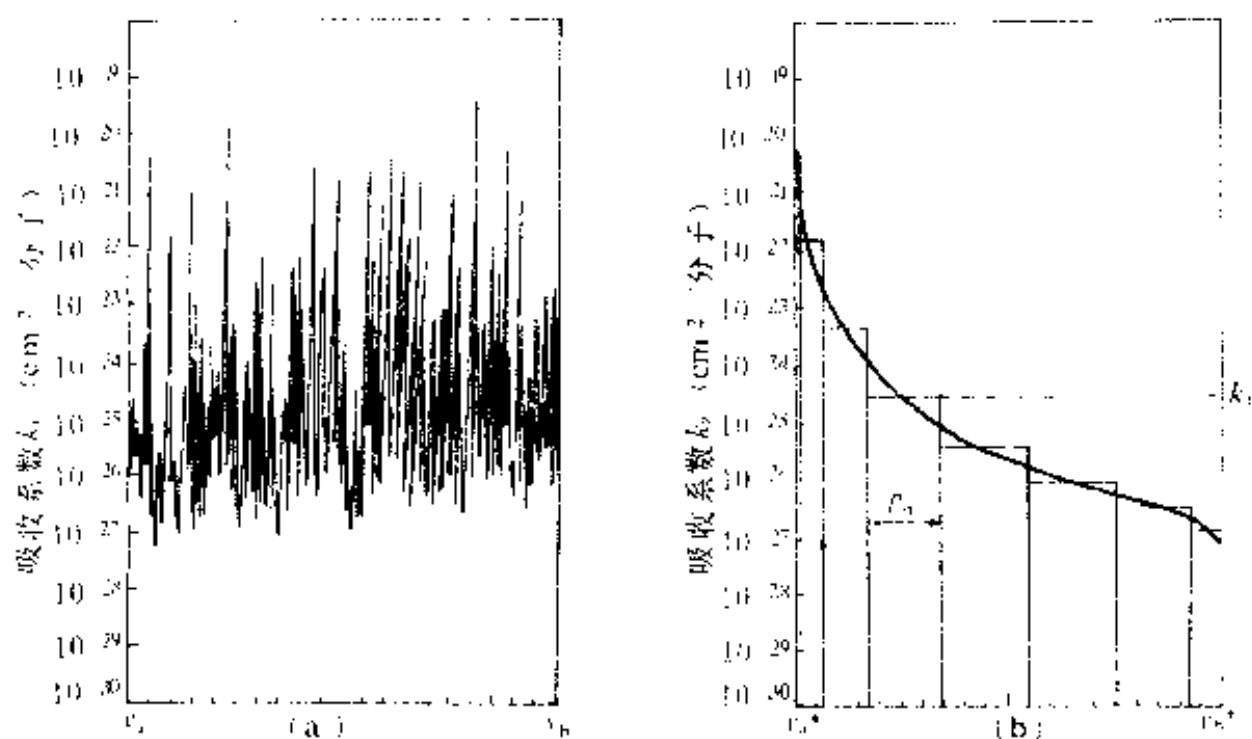


图 2.9 重排后吸收系数分布 (引自石广玉, 1981)

(a) 吸收系数的原始分布

(b) 重排后的分布

重排后分段求出  $n$  个代表点的  $k_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )。这样波段  $\Delta \nu$  内平均透过率  $\tau_I$  为

$$\tau_I = \sum_{i=1}^n p_i \exp(-k_i U) \quad (2.55)$$

$p_i$  是第  $i$  段的权重, 表示  $k_i$  所代表的波段范围占  $\Delta \nu$  的百分比, 相当表 2.5 第四列的  $\Delta x_i$ 。

为了提高计算的精度, 在  $k_v$  变化快的波段, 也就是吸收系数  $k_v$  大的频率, 选取的样本应密一些。改变 Gauss 数值积分的变量, 取

$$z = \frac{(1+x)^2}{4}, \quad dz = \frac{(1+x)dx}{2}$$

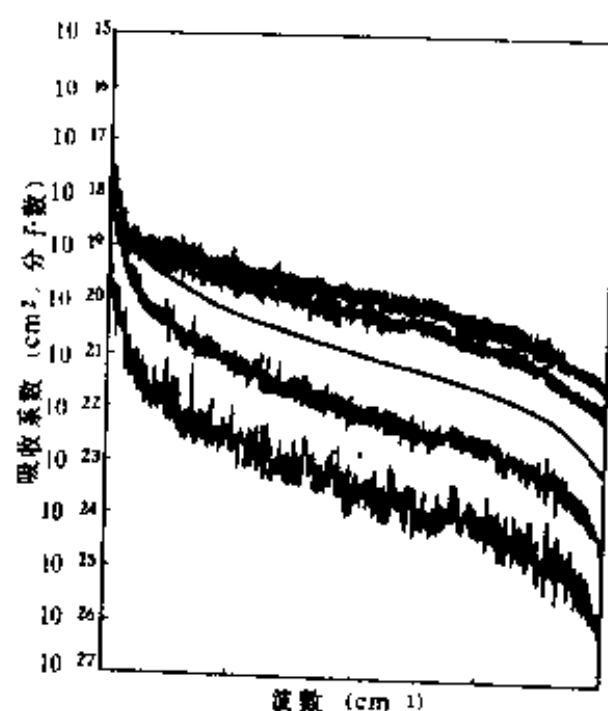


图 2.10 按  $p = 50\text{hPa}$  重排, 吸收系数的分布  
(引自石广玉, 1981)

表 2.5 指数和模式的分段

$i$	$x_i$	$z_i$	$\Delta x_i$	$p_i = \Delta z_i$
1	-.9681602	.0002534	.0812744	.0012939
2	-.8360311	.0067214	.1806482	.0148103
3	-.6133714	.0373704	.2606107	.0503798
4	-.3242534	.1141585	.3123471	.1055337
5	.0000	.2500	.3302394	.1651197
6	.3242534	.4384118	.3123471	.2068133
7	.6122714	.6507418	.2606107	.2102311
8	.8360311	.8427526	.1806482	.1658378
9	.9681602	.9684137	.0812744	.0799805

Gauss数值积分公式为

$$\int_{-1}^{+1} f(x)dx = \sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x_i = \sum_{i=1}^n F(z_i)\Delta z_i$$

变换前的权重函数为 $\Delta x$ , 变换后的权重函数为

$$\Delta z = \frac{(1+x)\Delta x}{2}$$

以  $n = 9$  为例,  $x_i, \Delta x_i$  取自 Gauss 数值积分表,  $x_i, z_i, \Delta x_i, p_i = \Delta z_i$  如表 2.5。

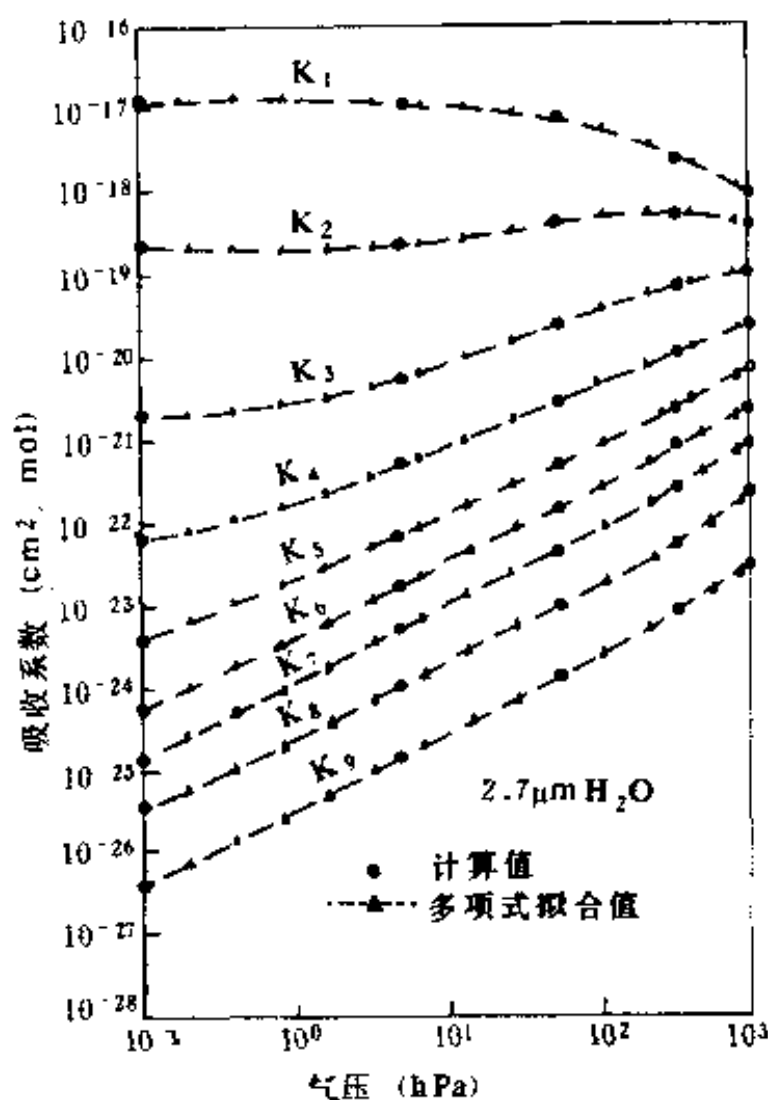


图 2.11 水汽  $2.7\mu\text{m}$  带, 九段吸收系数  $k_i$  随气压的变化  
(引自石广玉, 1981)

分成  $n$  段后, 每段的吸收系数  $k_i(p, T)$  是气压  $p$  和温度  $T$  的二元函数, 为了使计算简化, 把  $p$  与  $T$  分离, 写成

$$k_i(p, T) = k_i(50\text{hPa}, 296\text{K})f(p)R(T) \quad (2.56)$$

在  $296\text{K}$  温度下, 分段算出不同压强下的  $k_i$  值, 取  $t = \ln(p / 50\text{hPa})$ , 用数理统计方法确定  $f(p)$  为

$$f(p) = \exp(A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3 + D_1 t^4 + E_1 t^5)$$

以水汽的  $2.7\mu\text{m}$  带为例，九段代表点的吸收系数  $k_i(p, 296\text{K})$  随气压的变化见图 2.11，由图 2.11 可以看出：在吸收系数最大的  $k_1$ ，代表吸收线的中心，吸收系数  $k_1$  是气压的降函数，由  $k_3$  到  $k_9$ ，吸收系数  $k$  是气压的升函数，升函数占  $\Delta\nu$  的绝大部分，降函数只占极小部分。

在一个大气压下，分段算出不同温度下的  $k_i$  值，用数理统计方法确定  $R(T)$  为

$$R(T) = \left( \frac{T}{296\text{K}} \right)^{(G_i T - H_i)}$$

$i$  为分段的下标。指数和模式在计算浑浊大气即既需考虑吸收又需考虑散射的有云或沙尘暴大气的辐射传输是有利的。

## § 2.7 大气窗区水汽的连续吸收

在  $8 \sim 12\mu\text{m}$  ( $800 \sim 1250\text{cm}^{-1}$ ) 之间，水汽的吸收有以下几个特点

(1) 水汽、 $\text{CO}_2$  吸收较弱，是大气对红外辐射比较透明的波段，称为大气窗区。

(2) 水汽的吸收系数  $k_\nu$  随波数  $\nu$  变化很慢，不象在其他波段  $k_\nu$  随波数剧烈涨落。因此称为水汽的连续吸收区。

(3) 水汽吸收的气压订正中，水汽的自加宽效应很强烈，气压订正应取： $(0.998e + 0.002p) / p_0$ 。

(4) 水汽的吸收系数  $k_\nu$  是温度的降函数。

根据 Roberts 等人对实验结果的整理，大气窗区水汽的吸收系数  $k_\nu$  的解析表达式为

$$k_\nu = [4.18 + 5578 \exp(-7.87 \times 10^{-3} \nu)] \times \frac{(0.998e + 0.002p)}{p_0} \exp \left[ 6.08 \left( \frac{296}{T} - 1 \right) \right] \quad (2.57)$$



大气窗区在水汽吸收较弱的条件下，吸收系数测定的精度不高。对大气窗区水汽的连续吸收，目前有两种解释：一种解释认为大气中水汽分子有一小部分（万分之几）是由两个水分子组成的缔合双水分子，水汽压  $e$  大，缔合的比例增加，使双水分子增多；温度高，分子热运动使缔合的比例减少。这可以解释上述（3）、（4）两个特点。第二种解释认为大气窗区水汽的连续吸收是由水汽在转动带（波长  $\lambda > 18\mu\text{m}$ ）与  $6.3\mu\text{m}$  振转带吸收线的两翼叠加形成的。这可以解释上述第二个特点。

## § 2.8 多种气体在同一波段的重叠吸收

有些波段吸收气体不止一种，如  $9.6\mu\text{m}$  附近  $940\sim 1110\text{cm}^{-1}$ ，水汽和臭氧都有吸收， $530\sim 1110\text{cm}^{-1}$  水汽和  $\text{CO}_2$  都有吸收，在这种情况下波段的平均吸收率如何计算呢？早期的计算是分别计算各个气体的平均透过率  $\tau_{\text{水汽}}$ ， $\tau_{\text{二氧化碳}}$ ，相乘就得出总透过率  $\tau$

$$\tau = \tau_{\text{水汽}} \tau_{\text{二氧化碳}} \quad (2.58)$$

(2.58) 式对单色光是正确的，对一个波段就不一定完全正确了，对一个波段，两种气体总平均透过率为

$$\tau = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp(-k_1 U_1 - k_2 U_2) d\nu \quad (2.59)$$

(2.59) 式中  $k_1$ ， $k_2$  分别是两种气体的吸收系数， $U_1$ ， $U_2$  分别是两种气体的光学质量。

(2.58) 式在两种条件下是正确的。① 一种气体的吸收系数  $k_1$  在  $\Delta\nu$  内是不随波数  $\nu$  变化的常数，其透过率  $\exp(-k_1 U_1)$  作为常数可提出积分号外，(2.58) 式是完全正确的。在  $8\sim 12\mu\text{m}$  的大气窗区，水汽的吸收系数就变化很小，基本上

满足这个条件。当一种气体的吸收满足弱线近似，其透过率  $\exp(-k_1 U_1)$  随波数变化不大，(2.58) 式和实际透过率的偏差也不大。② 如果两种气体的吸收系数之比在这个波段内是常数，即  $k_2 = Ck_1$ ，也可以证明 (2.58) 式是正确的。

当两种气体的吸收系数  $k_i$  都是由许多吸收线组成，随波数剧烈振荡时，这两种条件都不成立。另一个极端是：两种气体吸收线互不重叠，两种气体的积分吸收率  $A$  是各自积分吸收率之和。则有

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\Delta\nu} \left\{ \int_{\Delta\nu} [1 - \exp(-k_1 U_1)] d\nu \right. \\ &\quad \left. + \int_{\Delta\nu} [1 - \exp(-k_2 U_2)] d\nu \right\} \\ &= A_1 + A_2 = (1 - \tau_1) + (1 - \tau_2) \end{aligned}$$

总透过率为

$$\tau = 1 - A = 1 - (1 - \tau_1) - (1 - \tau_2) = \tau_1 + \tau_2 - 1$$

显然不满足(2.58)式。

石广玉(1981年)提出在两种气体的吸收带在一个波段重叠，都是由许多吸收线组成，随波数剧烈振荡时，较好的近似计算应按(2.60)式。选吸收较强气体的吸收系数  $k_{1i}$  按大小重排，分段求代表点的吸收系数  $k_{1i}$ 。在每一段内第二种气体的吸收系数  $k_{2j}$  都是随波数剧烈振荡的，在每一段内把  $k_{2j}$  按大小重排，再分次小段求代表点的吸收系数  $k_{2ij}$ 。两种气体的平均透过率  $\tau(U_1, U_2)$  为

$$\tau(U_1; U_2) \approx \sum_{i=1}^{N_1} \left[ p_i \exp(-k_{1i} U_1) \sum_{j=1}^{N_{2i}} p_j \exp(-k_{2ij} U_2) \right] \quad (2.60)$$

## 参 考 文 献

- [1] Bignell K.J., The water vapour infrared continuum. *Quar. J. Roy. Meteor. Soc.*, 96, 390—403, 1970.
- [2] Burch D.E., D.Gryvnak, and D.Williams, Infrared absorption by carbon dioxide. AD 253435, 1960.
- [3] Elsasser W.M., Heat transfer by infrared radiation in the atmosphere, *Harvard Meteor. Studies*, No.6, 1942.
- [4] Goody R.M., Atmospheric radiation, Oxford Uni. Press, 1964.
- [5] Howard J.N., D.E.Burch, D. Williams, Near infrared transmission through synthetic atmosphere, *Geophys. Res. Pap.* No.40, AFCRL-TR-55-213, 1955.
- [6] Houghton J.T., The physics of atmosphere, Oxford Uni. Press, 1977.  
大气物理研究所译, 大气物理学, 科学出版社, 1981.
- [7] Kunde V.G., W.C.Maquire, Direct integration transmittance model. *J. Quant. Spec. Radiat. Tran.*, 14, 803—814, 1974.
- [8] LaRocca A.J., The infrared handbook, Chap. 5, Atmospheric absorption. The Infrared Information and Analysis Center, Environment Research Institute of Michigan, 1978.
- [9] McClatchey R.A., et al., Optical properties of the atmosphere, Handbook of Optics, Section 14, McGraw-Hill, 1978.
- [10] Penner S.S., Quantitative molecular spectroscopy and gas emissivities. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1959.
- [11] Plass G.N., Useful representations for measurements of spectral band absorption, *J. Opt. Soc. Amer.* 50, 868—875, 1960.
- [12] Roberts R.E., J.E.A.Selby, L.M.Biberman, Infrared continuum absorption by atmospheric water vapor in the 8—12 $\mu$ m window. *Appl. Opt.*, 15, 2085—2090, 1976.
- [13] Ramanathan V., Radiative transfer within the earth's troposphere and stratosphere, A simplified radiative-convective model. *J. Atm.*

*Sci.*, 33, 1330—1346, 1976.

- [14] Shi G.Y.(石广玉), An accurate calculation and representation of the infrared transmission functions of atmospheric gas constituents. D. thesis, Dept. of Science, Tohoko Uni. of Japan, 1981, p191, 1981.
- [15] 石广玉, 计算9.6微米臭氧带冷却率的一种新方法, 中国科学 B, No.4, 378—385, 1984.
- [16] Tiwari S.N., Models for infrared atmospheric radiation. *Adv. Geophys.*, 20,1- 80, 1978.
- [17] Walshaw C., Integrated absorption by the 9.6 $\mu$ m band of ozone. *Quar. J. Roy. Meteor. Soc.* 83, 315 -321, 1957.
- [18] Wiscombe W.J., J.W. Evans, Exponential sum fitting of radiative transmission functions, *J. Comput. Phys.* 24,416—444, 1977.
- [19] 山本义一, 气象辐射学, 日本, 地人书馆, 1956.

## 第三章 大气中的散射过程

大气中气体分子，气溶胶，云雾水滴，冰晶等粒子含有许多分立带电的电子和质子，这些电荷在粒子中分布不均匀，当电磁波照射到粒子上，电荷在电磁波激发下作受迫振动，从而向各方向发射次生电磁波，这样产生的次生电磁波称为散射。粒子中电荷被电磁波激发的能量并不全部变为次生电磁波向外散射，一部分电磁能转化为热能，这种过程称为吸收。电磁波在大气中被气体分子，气溶胶，云滴和雨滴散射后，散射电磁波的强度和偏振特性与散射物质的特性是有关的，测量电磁波的强度和偏振特性可以从这些信息中分析大气中散射粒子的情况。

### § 3.1 球形粒子对电磁波的散射与吸收

入射光照射一个散射粒子，粒子把入射光能量的一部分向各方向散射，散射光方向与入射光方向的交角  $\theta$  称为散射角，散射光与入射光组成的平面称为散射平面。把入射光和散射光的电振动分解成两个分量，一个与散射平面平行，这个方向的单位矢量为  $\vec{r}$ ；一个与散射平面垂直，这个方向的单位矢量为  $\vec{n}$ 。

对散射过程的完整描述是把散射光的斯托克斯参量与入射光的斯托克斯参量之间的关系表达出来。若入射光的斯托克斯参量为  $I_0, Q_0, U_0, V_0$ 。它在  $\vec{r}, \vec{n}$  方向的光强分别为： $I_{0r}$  和  $I_{0n}$ 。

$$I_{0t} = (I_0 + Q_0)/2, \quad I_{0n} = (I_0 - Q_0)/2$$

在离散射粒子中心  $r$  处，散射光的斯托克斯参量为  $I_s, Q_s, U_s, V_s$ 。它在  $\vec{i}, \vec{n}$  方向的光强分别为:  $I_{st}$  和  $I_{sn}$

$$I_{st} = (I_s + Q_s)/2, \quad I_{sn} = (I_s - Q_s)/2$$

按 (1.13) 式，取  $\zeta = kL - \omega t + \varphi_0$ ，传播常数  $k = 2\pi/\lambda$ ，圆频率  $\omega = 2\pi/T$ ， $\lambda$  为波长， $T$  为周期， $L$  为电磁波传播的距离， $t$  为时间，入射光的电振动为

$$\vec{E}_0 = \vec{i}E_{0t}\cos\zeta + \vec{n}E_{0n}\cos(\zeta + \varphi_0) \quad (1.13)$$

离散射粒子中心  $r$  处，散射光的电振动为

$$\vec{E}_s = \vec{i}A_tE_{0t}\cos(\zeta + \delta_t) + \vec{n}A_nE_{0n}\cos(\zeta + \varphi_0 + \delta_n) \quad (3.1)$$

(3.1) 式中的  $A_t, A_n$  代表散射后电磁波振幅的变化，它们和散射粒子的物理性质，散射角  $\theta$ ，入射光波长等因素有关。 $\delta_t, \delta_n$  代表散射过程给电磁波分量产生的位相差，这两项不一定相等，取  $\delta_s = \delta_n - \delta_t$ ， $\zeta_1 = \zeta + \delta_t$ ，(3.1) 式可改写成

$$\vec{E}_s = \vec{i}A_tA_{0t}\cos\zeta_1 + \vec{n}A_nE_{0n}\cos(\zeta_1 + \varphi_0 + \delta_s) \quad (3.2)$$

按(1.20)式

$$\left\{ \begin{aligned} I_{st} &= A_t^2 \vec{E}_{0t}^2 = A_t^2 I_{0t} = \frac{A_t^2}{2} (I_0 + Q_0) \\ I_{sn} &= A_n^2 \vec{E}_{0n}^2 = A_n^2 I_{0n} = \frac{A_n^2}{2} (I_0 - Q_0) \\ U_s &= 2A_tA_n \overline{E_{0t}E_{0n}\cos(\varphi_0 + \delta_s)} \\ &= A_tA_n[2\overline{E_{0t}E_{0n}\cos\varphi_0\cos\delta_s} \\ &\quad - 2\overline{E_{0t}E_{0n}\sin\varphi_0\sin\delta_s}] \\ &= A_tA_n(U_0\cos\delta_s - V_0\sin\delta_s) \\ V_s &= 2A_tA_n \overline{E_{0t}E_{0n}\sin(\varphi_0 + \delta_s)} \\ &= A_tA_n[2\overline{E_{0t}E_{0n}\cos\varphi_0\sin\delta_s} + 2\overline{E_{0t}E_{0n}\sin\varphi_0\cos\delta_s}] \\ &= A_tA_n(U_0\sin\delta_s + V_0\cos\delta_s) \end{aligned} \right. \quad (3.3)$$

用斯托克斯参量  $\vec{I}_0 = \begin{bmatrix} I_0 \\ Q_0 \\ U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}$  及  $\vec{I}_s = \begin{bmatrix} I_s \\ Q_s \\ U_s \\ V_s \end{bmatrix}$  分别表示入射光和散

射光的强度和偏振状态，则散射过程可用矢量方程表示如下

$$\vec{I}_s = B \vec{I}_0 \quad (3.4)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & B_{34} \\ 0 & 0 & B_{43} & B_{44} \end{bmatrix}$$

(3.4)式中 $B$ 代表散射光与入射光的关系，由(3.3)式

$$B_{11} = B_{22} = \frac{1}{2}(A_i^2 + A_n^2), \quad B_{12} = B_{21} = \frac{1}{2}(A_i^2 - A_n^2)$$

$$B_{33} = B_{44} = A_i A_n \cos \delta_s, \quad B_{43} = -B_{34} = A_i A_n \sin \delta_s$$

1908年 G.Mie 对电磁波通过球形粒子的麦克斯韦方程组求解，得出球形粒子散射与吸收的表达式。本节只写出推导得出的表达式，详细的推导见附录 3.3。

若球形粒子的半径为  $a$ ，入射光波长为  $\lambda$ ，定义尺度参数  $x = 2\pi a / \lambda$ ，粒子的复折射率为  $m = m_r - i m_i$ ，取球形粒子中心处光程  $L = 0$ ，与光线垂直并与散射平面平行的方向为  $\vec{l}$ ，与光线及散射平面垂直的方向为  $\vec{n}$ 。在  $\vec{l}$  和  $\vec{n}$  方向，入射光的电矢量分别为

$$\begin{cases} E_l = E_{0l} \cos(\varphi_l - \omega t) \\ E_n = E_{0n} \cos(\varphi_l + \varphi_0 - \omega t) \end{cases} \quad (3.5)$$

为了波动方程求解的方便，把电场的周期振动用复数表示

$$\begin{cases} E_l = E_{0l} \exp[i(\varphi_l - \omega t)] \\ E_n = E_{0n} \exp[i(\varphi_l + \varphi_0 - \omega t)] \end{cases} \quad (3.6)$$

(3.6) 式的实部就是 (3.5) 式。在散射角为  $\theta$ ，离球形粒子中心  $r$  ( $r \gg a$ ) 处，散射电磁波的电场分量为

$$\begin{cases} E_{st} = E_{0t} \frac{i \exp[i(\varphi_t + kr - \omega t)]}{kr} S_2(\theta) \\ E_{sn} = E_{0n} \frac{i \exp[i(\varphi_t + \varphi_0 + kr - \omega t)]}{kr} S_1(\theta) \end{cases} \quad (3.7)$$

(3.7) 式中  $kr$  是电磁波传播  $r$  距离后，对位相的影响， $S_1(\theta)$  及  $S_2(\theta)$  是复数，分别称为“复振幅函数”的垂直分量及平行分量。若把复振幅函数写成复数的模及幅角的形式，取

$$iS_1(\theta) = |S_1(\theta)| \exp(i\delta_1), \quad iS_2(\theta) = |S_2(\theta)| \exp(i\delta_2)$$

(3.7) 式的实部为

$$\begin{cases} E_{st} = E_{0t} \frac{|S_2(\theta)|}{kr} \cos(\varphi_t + kr + \delta_2 - \omega t) \\ E_{sn} = E_{0n} \frac{|S_1(\theta)|}{kr} \cos(\varphi_t + kr + \varphi_0 + \delta_1 - \omega t) \end{cases} \quad (3.8)$$

与 (3.4) 式比较，可得

$$\begin{cases} A_t = \frac{|S_1(\theta)|}{kr}, \quad A_n = \frac{|S_2(\theta)|}{kr}, \quad \delta_s = \delta_2 - \delta_1 \\ B_{11} = B_{22} = \frac{1}{2}(A_t^2 + A_n^2) = \frac{1}{2k^2 r^2} (S_1 S_1^* + S_2 S_2^*) \\ B_{12} = B_{21} = \frac{1}{2}(A_t^2 - A_n^2) = \frac{1}{2k^2 r^2} (S_1 S_1^* - S_2 S_2^*) \\ B_{33} = B_{44} = A_t A_n \cos \delta_s = \frac{1}{2k^2 r^2} (S_1 S_2^* + S_2 S_1^*) \\ B_{43} = -B_{34} = A_t A_n \sin \delta_s = \frac{i}{2k^2 r^2} (S_1 S_2^* - S_2 S_1^*) \end{cases} \quad (3.9)$$

$S_1^*$ ， $S_2^*$  分别是复振幅函数  $S_1$ ， $S_2$  的共轭复数。复振幅函数



的垂直分量及平行分量计算公式如下

$$\begin{cases} S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \pi_n(u) + a_n \tau_n(u)] \\ S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(u) + b_n \tau_n(u)] \end{cases} \quad (3.10)$$

这里  $\theta$  是散射角,  $u = \cos\theta$ , 复数  $a_n, b_n$  称为米 (Mie) 氏系数, 都是粒子复折射率  $m = m_r - im_i$  及尺度参数  $x (= 2\pi a / \lambda)$  的函数。无穷级数表示在入射电磁波作用下, 散射粒子内电荷随入射波同步作强迫振荡产生的多种散射电磁波的和。复数  $a_n$  代表电场振荡对散射的影响,  $a_1$  代表电偶极子的影响,  $a_2$  代表电四极子的影响,  $a_n (n > 2)$  代表电多极子的影响。复数  $b_n$  代表磁场振荡对散射的影响,  $b_1$  代表磁偶极子的影响,  $b_2$  代表磁四极子的影响,  $b_n (n > 2)$  代表磁多极子的影响。折射率虚部  $m_i = \alpha\lambda / 4\pi$ ,  $\alpha$  为距离吸收系数。 $a_n, b_n$  计算公式如下

$$\begin{cases} a_n = \frac{\psi'_n(mx)\psi_n(x) - m\psi_n(mx)\psi'_n(x)}{\psi'_n(mx)\xi_n(x) - m\psi_n(mx)\xi'_n(x)} \\ b_n = \frac{m\psi'_n(mx)\psi_n(x) - \psi_n(mx)\psi'_n(x)}{m\psi_n'(mx)\xi_n(x) - \psi_n(mx)\xi'_n(x)} \end{cases} \quad (3.11)$$

(3.11) 式中,  $\psi_n(x) = x j_n(x)$ ,  $\xi_n(x) = x h_n^{(1)}(x)$ 。  $j_n(x)$ ,  $h_n^{(1)}(x)$  分别是球贝塞耳函数和第一类球汉克尔函数, ' 号表示函数的微商。

若入射光的辐照度为  $F_0 = F_{0r} + F_{0n}$ , 在散射角为  $\theta$ , 距离为  $r$  处产生的散射辐照度为  $F_s = F_{sr} + F_{sn}$ , 散射辐照度  $F_s$  与入射光辐照度  $F_0$  的关系是

$$F_s = \left(\frac{1}{kr}\right)^2 [F_{0r}|S_2(\theta)|^2 + F_{0n}|S_1(\theta)|^2] \quad (3.12)$$

以散射粒子为顶点, 取一个微立体角  $d\Omega$ , 在距离  $r$  处微立体角  $d\Omega$  所张的截面为  $r^2 d\Omega$ , 射出的散射辐射通量为  $d\Phi = F_s r^2 d\Omega$ , 定义“角散射截面”  $\alpha(\theta)$  为

$$\alpha(\theta) = \frac{d\Phi}{F_0 d\Omega} \quad (3.13)$$

角散射截面  $\alpha(\theta)$  的量纲为 (面积 / 球面度)。由 (3.4)(3.9) 式, 可得对辐射的垂直及平行分量, 角散射截面分别是

$$\begin{cases} \alpha_n(\theta) = \left[ \frac{\lambda}{2\pi} |S_1(\theta)| \right]^2 \\ \alpha_t(\theta) = \left[ \frac{\lambda}{2\pi} |S_2(\theta)| \right]^2 \end{cases} \quad (3.14)$$

当入射光为无偏振的自然光时, 角散射截面为

$$\alpha(\theta) = \frac{1}{2} [\alpha_t(\theta) + \alpha_n(\theta)] = \frac{\lambda^2}{8\pi^2} [|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2] \quad (3.15)$$

把 (3.13) 式的角散射截面  $\alpha(\theta)$  对  $4\pi$  立体角积分, 可得自然光散射截面为

$$\sigma_s = \int_0^{\pi/2} \alpha(\theta) 2\pi \sin\theta d\theta = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) [|a_n|^2 + |b_n|^2] \quad (3.16)$$

$\sigma_s$  称为散射截面, 它的量纲是面积。球形粒子的折射率存在虚部时, 粒子除了散射外还有吸收, 吸收截面  $\sigma_a$  是单位辐照度入射时, 一个粒子吸收的总能量。吸收截面  $\sigma_a$  与散射截面  $\sigma_s$  之和称为消光截面  $\sigma_e$ 。根据 G.Mie 的散射理论

$$\sigma_e = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n) \quad (3.17)$$

$$\sigma_a = \sigma_e - \sigma_s \quad (3.18)$$

散射截面  $\sigma_s$ , 消光截面  $\sigma_e$ , 吸收截面  $\sigma_a$  与粒子几何截面  $\pi a^2$  之比, 分别称为散射效率  $Q_s$ , 消光效率  $Q_e$  和吸收效率  $Q_a$

$$Q_s = \frac{\sigma_s}{\pi a^2}, \quad Q_e = \frac{\sigma_e}{\pi a^2}, \quad Q_a = \frac{\sigma_a}{\pi a^2} \quad (3.19)$$

## § 3.2 散射相函数与散射相矩阵

为了表示散射光亮度随散射角  $\theta$  的相对变化, 定义  $\theta$  方向的角散射截面  $\alpha(\theta)$  与所有方向角散射截面平均值  $\sigma_s / 4\pi$  之比为相函数  $P(\theta)$

$$P(\theta) = \frac{4\pi\alpha(\theta)}{\sigma_s} \quad (3.20)$$

相函数  $P(\theta)$  是一个无量纲量, 满足归一化条件

$$\int_{4\pi} \frac{P(\theta)d\Omega}{4\pi} = \int_{4\pi} \frac{\alpha(\theta)}{\sigma_s} d\Omega = \frac{\int_{4\pi} \alpha(\theta)d\Omega}{\sigma_s} = 1 \quad (3.21)$$

(3.4) 式用矩阵  $B$  表示散射光与入射光的关系, 由于距离  $r$  在具体应用中是变化的, 为了方便, 把矩阵  $B$  的每一项都乘  $4\pi r^2 / \sigma_s$ , 所得的新矩阵  $P$  称为散射相矩阵

$$P = \frac{4\pi r^2}{\sigma_s} B = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 & 0 \\ P_{21} & P_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & P_{34} \\ 0 & 0 & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} P_{11} = P_{22} = B_{11} \frac{4\pi r^2}{\sigma_s} = \frac{\lambda^2}{2\pi\sigma_s} (S_1 S_1^* + S_2 S_2^*) \\ P_{12} = P_{21} = \frac{\lambda^2}{2\pi\sigma_s} (S_1 S_1^* - S_2 S_2^*) \\ P_{33} = P_{44} = \frac{\lambda^2}{2\pi\sigma_s} (S_1 S_2^* + S_2 S_1^*) \\ P_{43} = -P_{34} = \frac{\lambda^2 i}{2\pi\sigma_s} (S_1 S_2^* - S_2 S_1^*) \end{cases} \quad (3.22)$$

$P_{11}(\theta)$  就是相函数。利用以上公式, 可编出计算球形粒子散射与吸收参量的程序。附录一 SM.FOR 是计算球形粒子散射与吸收

参量的程序。

### § 3.3 瑞利(Rayleigh)分子散射

若球形粒子的半径  $a$  远小于入射光波长  $\lambda$ , 复折射率  $m$  的绝对值又不大时, 即尺度参数  $x = 2\pi a / \lambda$  小于 0.1,  $|xm| \ll 1$  的条件下, 质点散射的规律满足 1871 年瑞利(Rayleigh)提出的散射规律。

当  $x \ll 1$ , 与  $|mx| \ll 1$  同时成立, (3.11) 式  $a_n, b_n$  中的  $\psi_n(x), \xi_n(x)$  可按  $x$  或  $mx$  展成幂级数

$$\begin{aligned} j_n(x) &\approx \frac{x^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)} \left[ 1 - \frac{x^2}{2 \cdot 1!(2n+3)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(x^2)^2}{2^2 \cdot 2!(2n+3)(2n+5)} - \cdots \right] \\ h_n^{(1)}(x) &\approx i \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{x^{n+1}} \left[ 1 - \frac{x^2}{2 \cdot 1!(1-2n)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(x^2)^2}{2^2 \cdot 2!(1-2n)(3-2n)} - \cdots \right] \end{aligned}$$

由以上级数, 可得

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= \frac{x^2}{3} - \frac{x^4}{30} + \cdots, & \xi_1(x) &= -\frac{i}{x} - \frac{ix}{2} + \frac{x^2}{3} - \cdots, \\ \psi_1'(x) &= \frac{2x}{3} - \frac{2x^3}{15} + \cdots, & \xi_1'(x) &= \frac{i}{x^2} - \frac{i}{2} + \frac{2x}{3} + \cdots, \\ \psi_2(x) &= \frac{x^3}{15} - \cdots + \cdots, & \xi_2(x) &= -\frac{3i}{x^2} + \cdots - \cdots, \\ \psi_2'(x) &= \frac{x^2}{5} - \cdots + \cdots, & \xi_2'(x) &= \frac{6i}{x^3} - \cdots + \cdots, \end{aligned}$$

代入(3.11)式,

$$\begin{aligned}
a_1 &= -\frac{i2x^3}{3} \frac{m^2-1}{m^2+2} - \frac{i2x^5}{5} \frac{(m^2-2)(m^2-1)}{(m^2+2)^2} \\
&\quad + \frac{4x^6}{9} \left( \frac{m^2-1}{m^2+2} \right)^2 + O(x^7) \\
b_1 &= -\frac{ix^5}{45} (m^2-1) + O(x^7) \\
a_2 &= -\frac{ix^5}{15} \frac{m^2-1}{m^2+2} + O(x^7), \quad b_2 = O(x^7)
\end{aligned}$$

对半径  $a$  比波长  $\lambda$  小很多的粒子,  $x \ll 1$ ;  $x$  的高次项比  $x$  的低次项小得多, 可以忽略。Mie 系数  $a_n, b_n \cdots$  中,  $a_1$  包含  $x^3$  项,  $b_1$  只包含  $x^5$  项,  $a_n, b_n (n \geq 2)$  只包含不大于  $x^5$  的项, 这表示对尺度很小的球形粒子, 电偶极子振荡对散射最重要。略去  $x$  或  $mx$  的 5 次方以上的项。  $b_1$ , 及  $a_n, b_n$  中,  $n > 2$  的项都可以略去

$$\begin{aligned}
a_n (n \geq 2) &\approx 0, \quad b_n (n \geq 1) \approx 0, \\
a_1 &\approx -\frac{i2x^3}{3} \frac{m^2-1}{m^2+2} \quad (3.23)
\end{aligned}$$

把 (3.23) 式代入 (3.16) 至 (3.19) 式, 可得小粒子的消光、散射效率为

$$\begin{aligned}
Q_e &= 4x \operatorname{Im} \left\{ \frac{m^2-1}{m^2+2} \left[ 1 + \frac{x^2}{15} \left( \frac{m^2-1}{m^2+2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{m^4+27m^2+38}{2m^2+3} \right] \right\} + \frac{8}{3} x^4 \operatorname{Re} \left[ \left( \frac{m^2-1}{m^2+2} \right)^2 \right] \quad (3.24)
\end{aligned}$$

$$Q_s = \frac{8}{3} x^4 \left| \frac{m^2-1}{m^2+2} \right|^2 \quad (3.25)$$

$$Q_a = 4x \operatorname{Im} \left( \frac{m^2-1}{m^2+2} \right) \left[ 1 + \frac{4x^3}{3} \operatorname{Im} \left( \frac{m^2-1}{m^2+2} \right) \right]$$

对  $x \ll 1$ , 与  $|mx| \ll 1$  同时成立的小粒子

$$\frac{4x^3}{3} \operatorname{Im} \left( \frac{m^2-1}{m^2+2} \right) \ll 1$$

可以忽略, 即

$$Q_a = 4x \operatorname{Im} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)$$

小粒子的吸收截面为

$$\begin{aligned} \sigma_a &= Q_a \pi a^2 = 4x \pi a^2 \operatorname{Im} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \\ &= \frac{8\pi^2 a^3}{\lambda} \operatorname{Im} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \end{aligned} \quad (3.26)$$

(3.26) 式表示小粒子的吸收截面  $\sigma_a$  与粒子的容积成正比, 如果粒子折射率的虚部为零, 吸收截面为零。由 (3.10) 式, 小粒子的复振幅函数为

$$\begin{cases} S_2(\theta) \approx \frac{3}{2} a_1 \frac{dP_1(\cos \theta)}{d\theta} = \frac{3}{2} a_1 \cos \theta \\ S_1(\theta) \approx \frac{3}{2} a_1 \frac{P_1(\cos \theta)}{\sin \theta} = \frac{3}{2} a_1 \end{cases} \quad (3.27)$$

把空气分子当作球形粒子, 假设分子之间无空隙, 即  $\frac{4}{3} N \pi a^3 = 1$ ,  $N$  是空气分子的数密度,  $a$  是空气分子的半径, 若空气对辐射不吸收, 折射率  $m$  是实数, 代入  $a_1$  的表达式, 可得

$$a_1 \approx \frac{2}{3} \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} x^3 = \frac{4\pi^2(m^2 - 1)}{N\lambda^3(m^2 + 2)}$$

把 (3.27) 式代入 (3.16)、(3.22) 式, 可得空气分子的散射截面及散射相矩阵的元素为

$$\sigma_s = \frac{3\lambda^2 a_1^2}{2\pi} = \frac{128\pi^5 a^6}{3\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$$

$$= \frac{24\pi^3}{N^2 \lambda^4} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 \quad (3.28)$$

$$\begin{cases} P_{11} = P_{22} = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \theta) \\ P_{12} = P_{21} = \frac{3}{4}(1 - \cos^2 \theta) \\ P_{33} = P_{44} = \frac{3}{2} \cos \theta \\ P_{43} = -P_{34} = 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

由 (3.28)(3.29) 式, 可以看出空气分子的散射截面与波长的四次方成反比, 与粒子半径  $a$  的六次方成正比。分子散射相函数  $P_{11}(\theta)$  前后对称, 在  $\theta = 0^\circ$  和  $\theta = 180^\circ$  处最大, 是  $\theta = 90^\circ$  处最小值的两倍。

推导上述结果时, 只保留了代表电偶极子作用的  $a_1$  项, 忽略了其他电多极子与磁场振荡的影响。更符合实际情况的分子散射公式, 相函数要改为:  $P_{11}(\theta) = 0.7629(1 + 0.9324 \cos^2 \theta)$ , 散射截面  $\sigma_s$  要乘以  $d = 1.061$ 。

空气分子及其他粒子都对入射光产生散射, 由于大气中的不规则湍流, 大气中散射粒子的相对位置随时间不断变化, 散射光的互相干涉可以忽略不计。所有粒子的散射是各粒子散射的代数和。取容积散射系数  $\beta$  为单位容积内所有粒子散射截面之和, 可得空气的容积散射系数  $\beta_M$  为

$$\beta_M = \sigma_s N$$

在路径  $dL$  内, 单位截面积的容积为  $1dL$ , 容积内有  $NdL$  个分子, 造成辐射通量密度  $E$  的变化为

$$dE = -E\sigma_s NdL = -E\beta_M dL \quad (3.30)$$

经过  $L$  路径后, 辐射通量密度为  $E_L$ , 光的透过率  $\tau$  为

$$\tau = \frac{E_s}{E_0} = \exp\left(-\int_0^L \beta_s dL\right) = \exp(-h) \quad (3.31)$$

$$h = \int_0^L \beta_s dL$$

$h$  是一个无量纲的数量, 称为光学厚度。根据实验, 空气的折射率  $m$  是一个比 1 略大的数,  $m - 1$  与空气数密度  $N$  成正比, 又与波长  $\lambda$  有关。例如标准状态下空气在波长  $\lambda = 0.55\mu\text{m}$  处, 折射率  $m = 1.000293$

$$m - 1 = f(\lambda) \frac{p 288.15}{p_0 T}$$

$$f(\lambda) = \left( 6.4328 + \frac{2949.81}{146.0 - \lambda^{-2}} + \frac{25.54}{41.0 - \lambda^{-2}} \right) \times 10^{-6} \quad (3.32)$$

(3.32) 式中  $\lambda$  的单位为  $\mu\text{m}$ , 当  $\lambda$  为 0.2, 4.0 及  $120.0\mu\text{m}$  时,  $f(\lambda)$  分别为  $3.241 \times 10^{-4}$ ,  $2.727 \times 10^{-4}$  及  $2.726 \times 10^{-4}$ 。可以看出, 在波长  $4 \sim 120\mu\text{m}$  的长波区,  $f(\lambda)$  随  $\lambda$  的变化很小, 在  $0.2 \sim 4\mu\text{m}$  的太阳辐射短波区,  $f(\lambda)$  随  $\lambda$  变化也不大。

若阳光以天顶角  $A$  从大气上界沿斜路径到达气压  $p$  处, 取大气上界路径起点处为  $H$ , 阳光从大气上界到气压  $p$  处光学厚度为

$$h = \int_0^H \beta_s dL \quad (3.33)$$

$$dL = -\sec A dz = \frac{\sec A dp}{\rho g}$$

$$\beta_s = \frac{24\pi^3 d}{N\lambda^4} \left[ \frac{m+1}{m^2+2} \frac{288.15 p f(\lambda)}{p_0 T} \right]^2$$

空气密度  $\rho = \mu p / RT$ , 数密度  $N = p / kT$ ,  $g$  为重力加速度,  $p_0$  为标准气压,  $\mu$  为干空气的摩尔质量,  $m \approx 1$ , 所

以  $\frac{m+1}{m^2+2} \approx \frac{2}{3}$ , 代入 (3.33) 式化简后可得

$$h = 114.763 p \sec A \frac{[f(\lambda)]^2}{\lambda^4}$$

上式中气压  $p$  的单位为 hPa, 波长  $\lambda$  的单位为  $\mu\text{m}$ , 当气压  $p$  等



于标准气压  $p_0$  时, 阳光通过的光学厚度  $h$  为

$$h = 1.16284 \sec A \frac{[f(\lambda)]^2}{\lambda^4}$$

入射光照射到分子上, 光子与分子碰撞而产生散射, 若碰撞时光子与分子没有能量交换, 散射光频率不变, 这就是瑞利散射。若光子与分子碰撞时有能量交换, 散射光频率发生变化, 这种散射称为拉曼(Raman)散射。拉曼散射的角散射截面比瑞利散射小两个量级以上, 在大气辐射能收支的计算中, 拉曼散射可以忽略不计。用高功率的激光向上发射时, 可以接收到拉曼散射的回波, 可以遥测大气中一些气体的成分, 浓度。

## § 3.4 大粒子散射的性质

### 3.4.1 球形大粒子散射的性质

为了比较不同尺度球形粒子的散射特点, 表 3.1 给出大气中四种粒子的常见半径及波长  $\lambda = 0.55\mu\text{m}$  的折射率。图 3.1 是这四种粒子在波长  $\lambda = 0.55\mu\text{m}$  的角散射截面随散射角变化的图形。

表 3.1 不同成分, 折射率, 半径的球形散射粒子

成分	半径( $\mu\text{m}$ )	尺度参数	折射率
煤烟	0.01	0.1142	$1.74 - 0.44 i$
火山灰	0.1	1.1424	$1.5 - 0.008 i$
沙粒	1	11.424	$1.53 - 0.008 i$
云滴	10	114.24	$1.333 - 1.96 \times 10^{-9} i$

对  $x = 0.1142$  的煤烟粒子, 因为  $x$  接近 0.1, 角散射截面  $\sigma_{st}(\theta)$ ,  $\sigma_{sn}(\theta)$  随散射角余弦  $u = \cos\theta$  变化的图形与 Rayleigh 分子散射的图形没有显著的差别。对  $x = 1.1424$  的火山灰, 因为  $x$  较大, 角散射截面随散射角余弦  $u = \cos\theta$  变化的图形与 Rayleigh

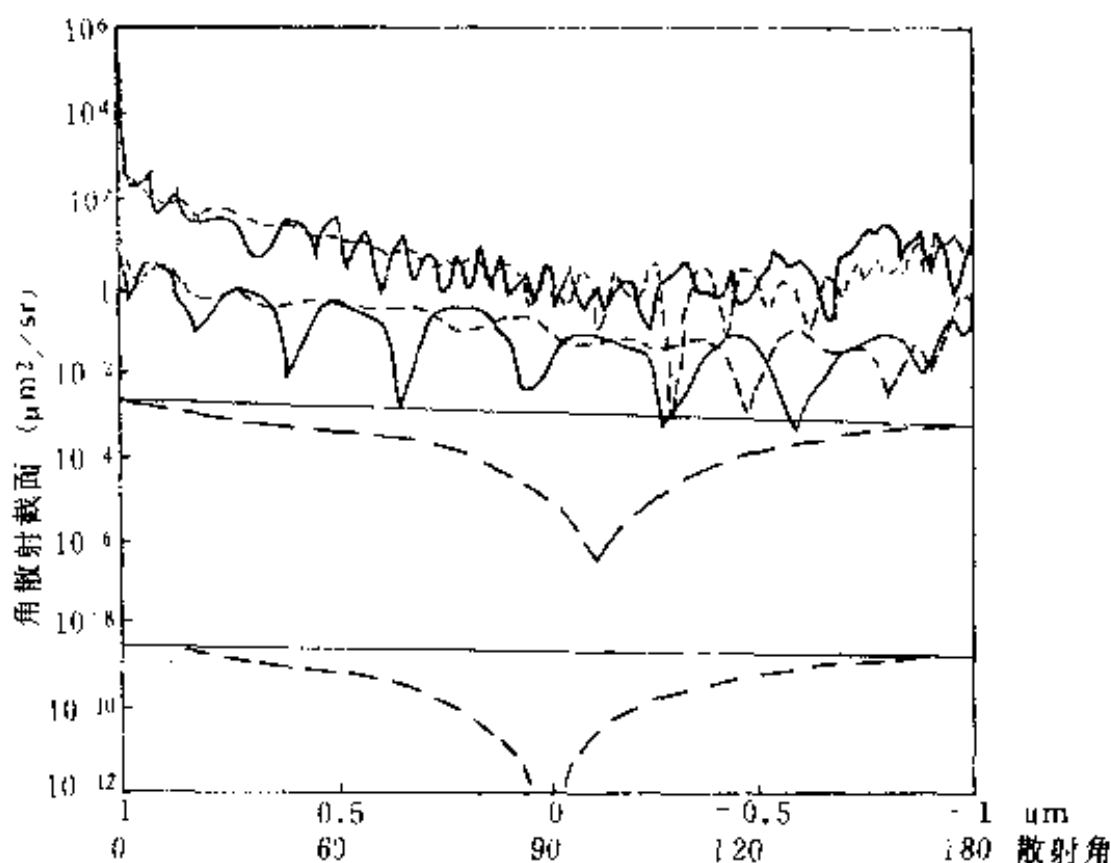


图 3.1 球形粒子角散射截面随  $u = \cos\theta$  变化的图形

$$- - - \sigma_{st}(\theta) \quad \text{——} \sigma_{sn}(\theta) (\mu\text{m}^2/\text{sr})$$

$\lambda = 0.55\mu\text{m}$ , 由下而上曲线分别是: 煤烟, 火山灰, 沙粒, 云滴

分子散射的图形差别较显著,  $u > 0$  的前向散射量明显地大于  $u < 0$  的后向散射。但  $\sigma_{st}(\theta)$  仍处处小于  $\sigma_{sn}(\theta)$ , 这是 Rayleigh 分子散射的性质。对  $x = 11.424$  的沙尘粒子,  $x$  更大, 角散射截面随散射角余弦  $u = \cos\theta$  变化的图形与 Rayleigh 分子散射的图形差别更大, 前向散射与后向散射的差别更明显。在散射角  $\theta = 0^\circ$  处, 角散射截面是  $\theta = 180^\circ$  处的一百多倍,  $\sigma_{st}(\theta)$  在一些散射角小于  $\sigma_{sn}(\theta)$ , 在另一些散射角则大于  $\sigma_{st}(\theta)$ 。对  $x = 114.24$  的云滴, 前向散射与后向散射的差别更大, 在散射角  $\theta = 0^\circ$  处, 角散射截面是  $\theta = 180^\circ$  处的一万多倍, 散射的辐射能集中在散射角  $\theta = 0^\circ$  附近, 角散射截面随散射角余弦  $u = \cos\theta$  变化的图形出现许多极大值与极小值, 计算中  $u = \cos\theta$  每隔 0.02 计算一次角散射截面  $\sigma_{st}(\theta)$  与  $\sigma_{sn}(\theta)$ , 由

于在尺度参数  $x$  较大时, 散射截面随  $u$  变化较快, 图 2.2 不一定能把角散射截面  $\sigma_{st}(\theta)$  与  $\sigma_{sn}(\theta)$  的所有随  $u$  变化的特征及所有极大极小值都反映出来,  $\sigma_{st}(\theta)$  在一些散射角小于  $\sigma_{sn}(\theta)$ , 在另一些散射角则大于  $\sigma_{st}(\theta)$ 。由图 3.1 可以看出: 半径  $a$  愈大, 角散射截面就愈大。

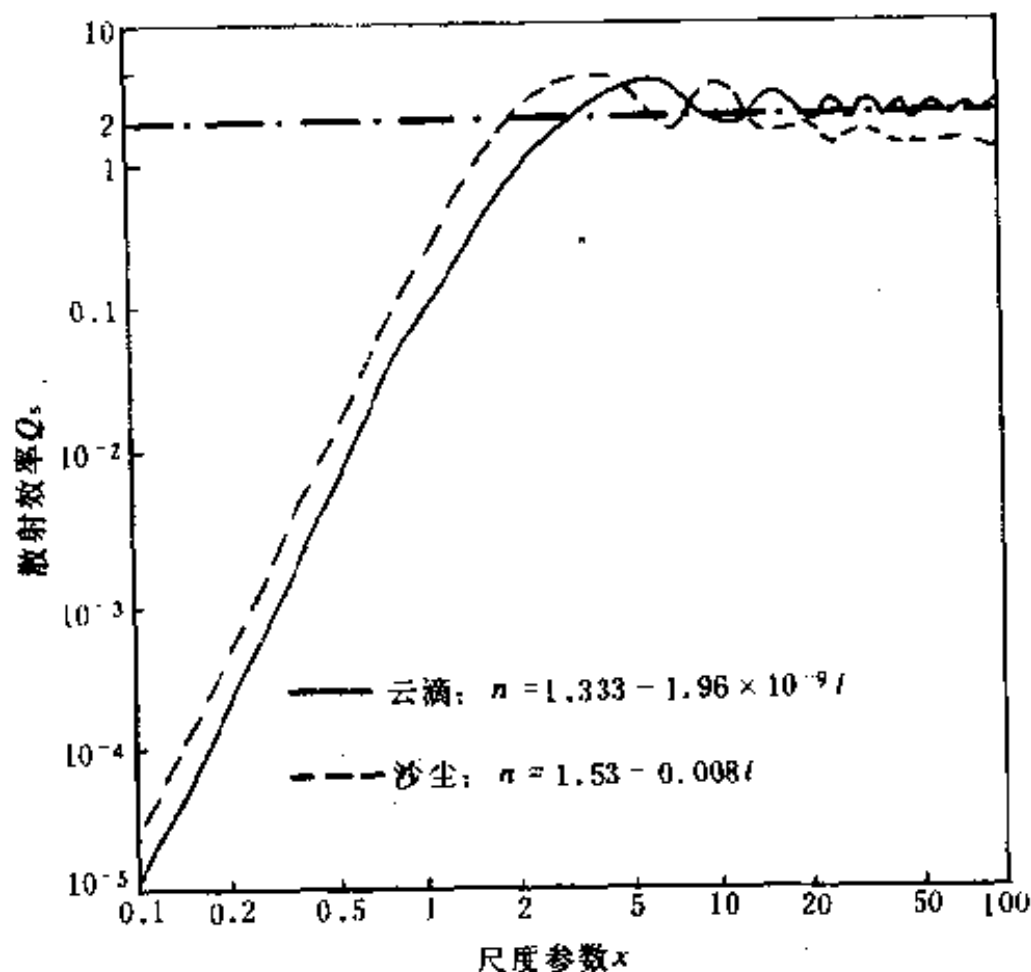


图 3.2 散射效率  $Q_s$  随尺度参数  $x$  的变化

图 3.2 是两种不同折射率的粒子散射效率  $Q_s$  随尺度参数  $x$  的变化图。在尺度参数  $x < 1$  的条件下, 由图 3.2 曲线的斜率可以算出  $Q_s$  与  $x^4$  成正比, 粒子的散射截面  $\sigma_s$  为

$$\sigma_s = Q_s \pi r^2 = A x^4 \pi r^2 = A \left( \frac{2\pi r}{\lambda} \right)^4 \pi r^2 = 16A \pi^5 r^6 \lambda^{-4} \quad (3.34)$$

(3.34) 式表示: 在尺度参数  $x < 1$  的条件下, 粒子的散射截面  $\sigma_s$

与波长  $\lambda$  的四次方成反比，与粒子半径的六次方成正比。由图 3.1 也可以看出：角散射截面随着半径的增加而增加。

由图 3.2 可以看出，在  $x > 1$  以后粒子的散射效率  $Q_s$  随尺度参数  $x$  的增加而上下摆动，对折射率  $n = 1.333 - 1.96 \times 10^{-9}i$  的云滴，散射效率  $Q_s$  的数值在  $x = 6$  附近上升到极大值 3.8 以上，然后以 2 为中心上下摆动。对折射率  $n = 1.53 - 8 \times 10^{-3}i$  的沙尘，散射效率  $Q_s$  的数值在  $x = 4$  附近上升到极大值 3.8 以上，然后上下摆动，由于沙尘折射率虚部即吸收率比水大，其散射效率  $Q_s$  随  $x$  的下降趋势比云滴快，在  $x > 15$  以后沙尘的散射效率  $Q_s$  总是比云滴小。由于尺度参数  $x$  较大时散射效率  $Q_s$  变化不大，趋于一个常数，粒子的散射截面  $\sigma_s$  为

$$\sigma_s = Q_s \pi r^2$$

由上式， $r$  (半径)  $\gg \lambda$  (波长) 的大粒子，由于散射效率  $Q_s$  趋于一个常数，所以其散射截面  $\sigma_s$  大致与半径  $r$  的平方成正比，与波长  $\lambda$  无关。

### 3.4.2 冰晶的大粒子散射

高云（卷云，卷层云，卷积云）是由冰晶组成的，根据飞机对卷云的取样观测，高云中的冰晶不是球形，而是六角柱体，一头尖的六角柱体（子弹形 Bullet），针状，六角板状和这些形状的复合体。根据地面观测，高云经常出现  $22^\circ$  晕， $46^\circ$  晕出现的次数比  $22^\circ$  晕少，幻日，近幻日环，日柱，外切晕等出现次数更少。这些观测事实及飞机取样的直接观测，得出高云中冰晶形状以六角柱体最多，六角板状次之，其他形状的冰晶更少的结论。

C. E. Hunt 把高云的冰晶折合成等含水量的冰球来计算高云的辐射参量（散射截面，吸收截面，散射相函数等）。D. Atlas 等计算旋转椭球体的散射参量，以模拟冰晶的散射。廖国男先是把卷云粒子折合为圆柱体（圆柱长度远大于圆柱半径，圆柱

轴在水平方向随机取向), 数值模拟卷云的辐射参量。附录 3.2 给出入射光与圆柱轴心垂直时, 计算无限长圆柱形粒子散射与吸收参量的计算程序。

1982 年蔡启铭和廖国男把卷云当作许多六角柱状冰晶柱体, 轴的方向在三维空间随机取向, 计算卷云的散射参量。随冰晶取向的变化, 入射光以不同的入射角射到六角柱体的不同部位, 射出的反射、透射、衍射电磁波累加后得出高云对入射光的散射参量。

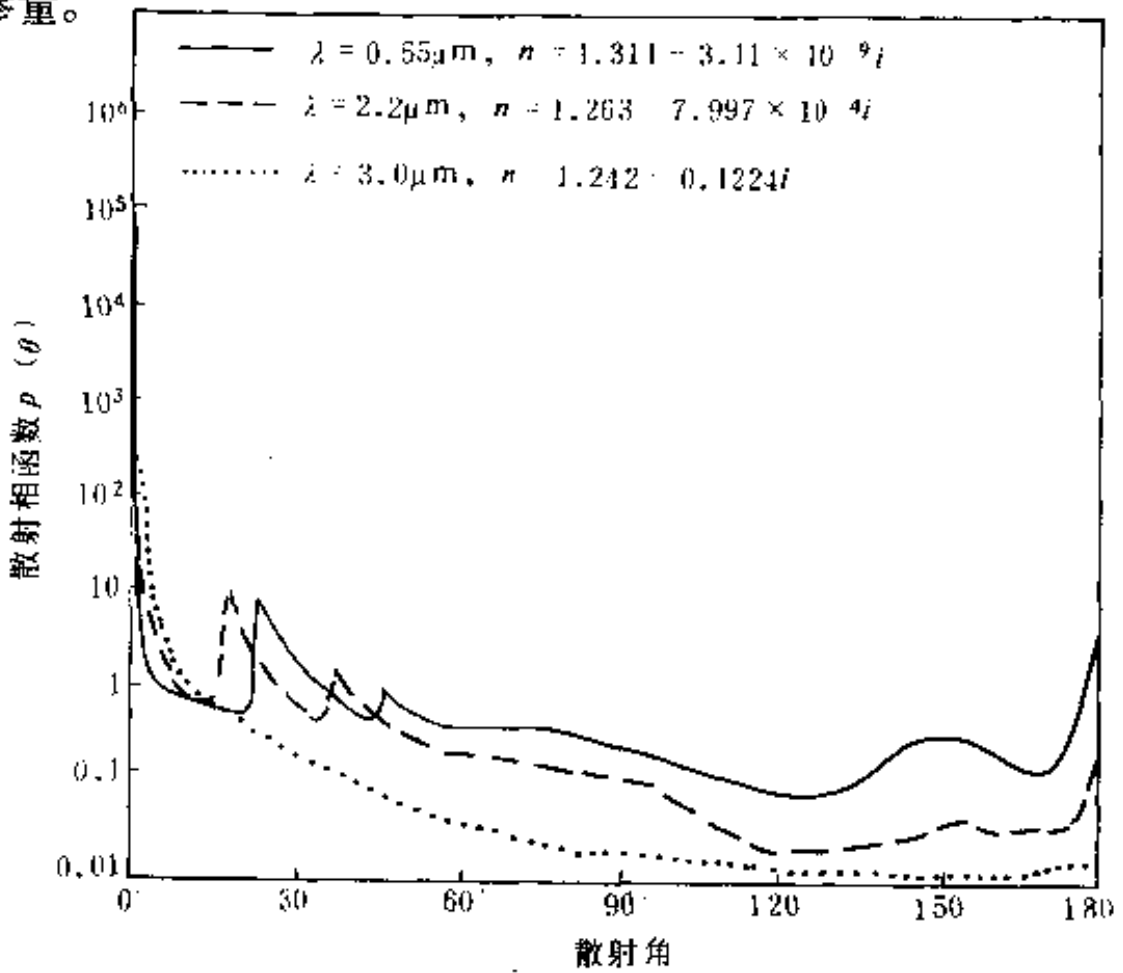


图 3.3 长度  $L = 350 \mu\text{m}$ , 宽度  $D = 80 \mu\text{m}$  六棱柱冰晶的散射相函数  
(引自蔡启铭, 杨平, 1990)。

1990 年蔡启铭和杨平用矢量射线追踪及随机取样的统计方法对卷云中随机取向的六棱柱及正三棱锥冰晶的散射参量进行数值模拟。这种方法的计算量比 1982 年蔡启铭和廖国男所用方法少得多, 计算时间是原方法的百分之一。图 3.3 是蔡启铭和杨平

计算得出六棱柱在三个波长的散射相函数。对  $\lambda = 0.55\mu\text{m}$ ，在散射角  $0^\circ$  处，相函数  $P(\theta) = 1.25 \times 10^6$ ，随散射角的增加，相函数迅速下降，在  $0.5^\circ$  相函数  $P(\theta) = 1.23 \times 10^3$ ，是  $0^\circ$  处的千分之一，在  $2^\circ$  相函数  $P(\theta) = 7.93$ ，是  $0^\circ$  处的十五万分之一，相函数除了在  $0^\circ$  有最大值外，在  $23^\circ$ ， $47^\circ$ ， $155^\circ$  和  $180^\circ$  都有极大值出现。对  $\lambda = 2.2\mu\text{m}$ ，在散射角  $0^\circ$  处，相函数  $P(\theta) = 9.78 \times 10^4$ ，在  $0.5^\circ$  相函数  $P(\theta) = 7.53 \times 10^3$ ，在  $2^\circ$  相函数  $P(\theta) = 96.6$ ，相函数除了在  $0^\circ$  有最大值外，在  $21^\circ$ ， $38^\circ$ ， $156^\circ$  和  $180^\circ$  都有极大值出现，由于折射率实部不同，相函数极大值出现的角度也有差别。对  $\lambda = 3.0\mu\text{m}$ ，在散射角  $0^\circ$  处，相函数  $P(\theta) = 6.8 \times 10^4$ ，在  $0.5^\circ$  相函数  $P(\theta) = 1.22 \times 10^4$ ，在  $2^\circ$  相函数  $P(\theta) = 1146$ ，由于折射率虚部  $n_i = 0.1224$  比较大，相函数在  $22^\circ$ ， $46^\circ$  的极大值不再出现， $155^\circ$  处的极大值也不明显。

## § 3.5 浑浊大气的散射与吸收

### 3.5.1 浑浊大气的散射与吸收参量

在含有尘埃或云雾的空气中，既有空气分子，又有尘埃或云雾等大颗粒。计算大气的辐射传输时，要计算单位容积内各种粒子包括气体分子的吸收，散射与消光。

若空气分子的数密度为  $N$ ，空气内第  $i$  种吸收气体（如水汽，二氧化碳或其他吸收气体）的密度为  $\rho_i'$ ，质量吸收系数为  $k_i$ ，则含云与气溶胶粒子单位容积空气的容积散射系数  $\beta_s$ ，容积吸收系数  $\beta_a$  与容积消光系数  $\beta_e$  为

$$\text{容积散射系数 } \beta_s = N\sigma_{sm} + \sum \sigma_s \quad (3.35)$$

$$\text{容积吸收系数 } \beta_a = \sum \rho_i' k_i + \sum \sigma_a \quad (3.36)$$

$$\text{容积消光系数 } \beta_e = \beta_s + \beta_a \quad (3.37)$$

$\sigma_{sm}$  为空气分子的散射截面,  $\sigma_s$  与  $\sigma_a$  分别为大气中各种不同尺度的云与气溶胶粒子的散射与吸收截面。空气的容积角散射系数为

$$\beta_s(\theta) = N\sigma_{sm}(\theta) + \sum \sigma_s(\theta)$$

$\sigma_{sm}(\theta)$  为空气分子在散射角  $\theta$  方向的角散射截面,  $\sigma_s(\theta)$  是云或气溶胶粒子在  $\theta$  方向的角散射截面。

空气的(容积)散射相函数为

$$P(\theta) = \frac{4\pi\beta_s(\theta)}{\beta_s} \quad (3.38)$$

为了定量表示前后向散射不对称的程度, 定义不对称因子  $g$  是  $u = \cos\theta$  以角散射函数  $\beta_s(u)$  或相函数  $P(u)$  为权重的平均值

$$\begin{aligned} g &= \frac{\int_{-1}^{+1} u\beta_s(u)du}{\int_{-1}^{+1} \beta_s(u)du} = \frac{\int_{-1}^{+1} uP(u)du}{\int_{-1}^{+1} P(u)du} \\ &= \frac{\int_{-1}^{+1} uP(u)du}{2} \end{aligned} \quad (3.39)$$

由于  $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ , 所以  $|g| \leq 1$ 。一般情况下前向散射不小于后向散射,  $g$  不会小于零, 所以  $1 \geq g \geq 0$ 。

分子散射的相函数  $P(u) = \frac{3}{4}(1 + u^2)$ , 前后向散射对称,  $g = 0$ 。大气中总是存在一些气溶胶, 所以大气中  $g > 0$ , 沙尘暴中气溶胶粒子平均半径在  $0.5\mu\text{m}$  左右, 沙尘暴中气溶胶粒子在波长  $\lambda = 0.55\mu\text{m}$  处, 总的不对称因子  $g > 0.8$ , 大气中气溶胶粒子尺度最大的是云滴和雨滴,  $g$  的数值更大。不对称因子  $g$  愈大表示大气中大粒子较多。

空气的(容积)散射相函数  $P(\theta)$  及不对称因子  $g$  与空气中粒子的尺度分布有关, 粒子愈大, 大粒子占的比例愈大, 空气

的(容积)散射相函数  $P(\theta)$  就愈具有大粒子 Mie 散射的特点: 前后向散射不对称愈明显, 前向散射能量集中在散射角零度附近, 前向散射比后向散射大, 不对称因子  $g$  就愈大。

空气容积散射系数  $\beta_s$  与容积消光系数  $\beta_e$  之比称为散射比  $\omega$  (single scattering albedo 有些书刊上直译为单次散射反照率, 其实并没有“单次”及“反照率”的意思)

$$\omega = \frac{\beta_s}{\beta_e} \quad (3.40)$$

散射比  $\omega$  决定于散射系数  $\beta_s$  与吸收系数  $\beta_a$  之比, 散射粒子折射率的虚部愈大, 吸收系数就大, 散射比  $\omega$  就小。碳的折射率虚部较大, 城市工业生产和生活燃烧煤和石油向大气排放许多吸收截面较大的煤烟粒子, 使空气的散射比  $\omega$  变小。在气体的吸收带, 气体的吸收系数随波长迅速涨落, 散射比  $\omega$  也随波长迅速涨落。

### 3.5.2 大气气溶胶吸收和散射的数值模拟

为了研究大气气溶胶对大气辐射传输的影响, 在各种天气条件下测量大气气溶胶的尺度谱, 化学成分及折射率, 并用数学解析式来拟合大气气溶胶的尺度谱。其中常见的解析式为

$$\frac{dN(r)}{d(\ln r)} = Cr^{-v} \quad (3.41)$$

$$\frac{dN(r)}{d(\ln r)} = Ar^\alpha \exp(-br^\beta) \quad (3.42)$$

(3.41), (3.42) 式中,  $r$  为半径,  $N(r)$  为半径小于等于  $r$  气溶胶的数密度,  $C, A, b, v, \alpha, \beta$  为解析式中的常数。按照提出者的名字分别称为 Junge 谱和 Diermendjian 谱。

大气气溶胶化学成分差别很大, 人们对大气气溶胶的观测和研究也逐步深入。在七十年代美国空军地球物理实验室的 LOWTRAN II 模型, 把大气气溶胶分为溶于水的“水溶性粒子”



与不溶于水的“沙尘性粒子(dust like)”两种，并认为其尺度谱没有差别。1983 年 IAMAP(International Association of Meteorology and Atmospheric Physics 国际气象与大气物理协会)的辐射委员会为计算大气辐射传输与热收支，提出无云大气的气溶胶——标准辐射大气(Standard Radiation Atmosphere 简称 SRA)模型，把大气气溶胶按成份分为六种：①水溶性粒子；②沙尘性(dust like)粒子，这两种粒子是陆地近地面空气中气溶胶的主要成分，分别溶于或不溶于水，沙尘性粒子尺度较大，沙尘暴粒子中沙尘性粒子较多，由风从干旱地区地面吹到天空；③海洋性粒子，是海浪溅沫形成的，含有 30% 的海盐和 70% 的水；④煤烟；⑤火山灰；⑥75% 硫酸水溶液滴，火山平静时期平流层气溶胶是由 75% 硫酸水溶液滴组成的。前四种成分在对流层不同地点按一定容积百分比(表 3.2 括号内为数密度百分比)组成表 3.2 中“大陆”，“城市工厂”及“海洋”三种气溶胶模型。

表 3.2 “标准辐射大气”对流层气溶胶模型

成份	水溶性	沙尘性	海洋性	煤烟
大陆	29(93.876)	70( $2.27 \times 10^{-4}$ )		1(6.123)
城市工厂	61(59.45)	17( $1.66 \times 10^{-5}$ )		22(40.55)
海洋	5(99.958)		95(0.042)	

在平流层，正常情况下气溶胶成份为 75% 的硫酸与 25% 的水混合组成的液滴，火山爆发后火山灰的比例增加。表上给的是典型情况，大气气溶胶的成份和比例是随时间地点而变的，如北京上空采暖季节煤烟的比例就比非采暖季节大得多。标准辐射大气(SRA)气溶胶模型分别用对数正态分布(3.43)和修正的  $\Gamma$  分布(3.44)来数值模拟各种大气气溶胶的尺度谱

$$\frac{dN(r)}{d(\ln r)} = \frac{N}{\sqrt{2\pi} \ln \sigma} \exp \left[ -\frac{(\ln r - \ln R)^2}{2(\ln \sigma)^2} \right] \quad (3.43)$$

$$\frac{dN(r)}{dr} = Ar \exp(-br^i) \quad (3.44)$$

(3.43),(3.44) 式中的参数见表 3.3 和表 3.4。图 3.4 为不同成份气溶胶的尺度谱。

表 3.3 标准辐射大气(SRA)气溶胶模型对数正态分布的参数

成份	水溶性	沙尘性	海洋性	煤烟
$R(\mu\text{m})$	0.005	0.50	0.30	0.0118
$\sigma$	2.99	2.99	2.51	2.00

表 3.4 标准辐射大气(SRA)气溶胶模型修正  $\Gamma$  分布的参数

成份	$A$	$t$	$b$
75%硫酸溶液	324	1.0	18
火山灰	5641.33	0.5	16

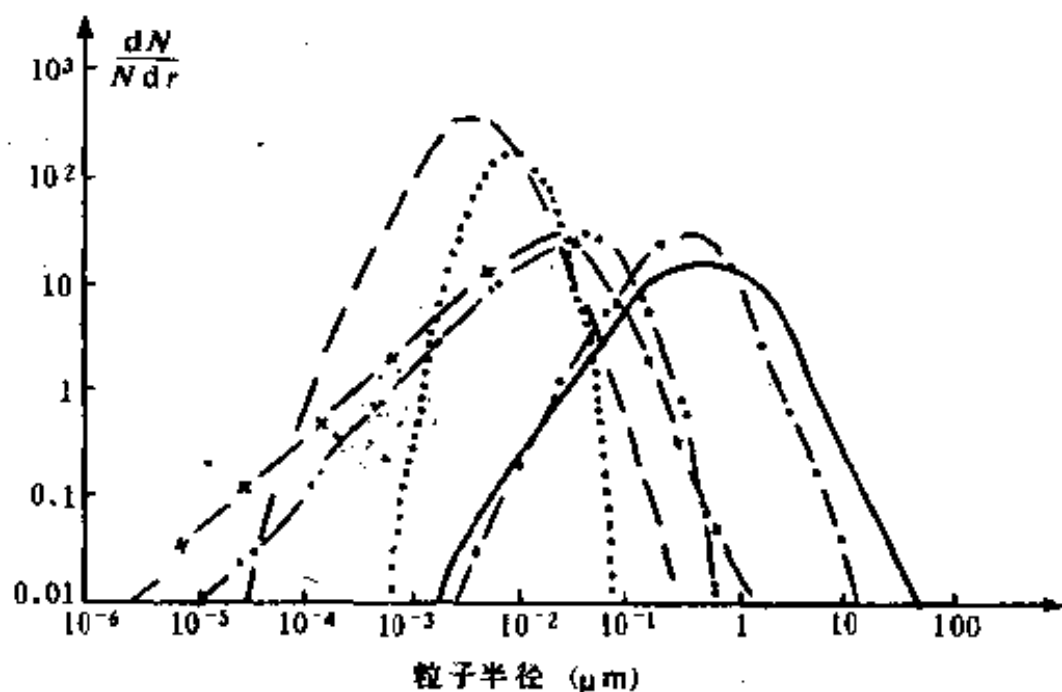


图 3.4 标准辐射大气气溶胶各种成分的尺度谱

—— 沙尘性    - - - - 可溶性    - · - - 海洋性  
 · · · 煤烟    - · · - 硫酸溶液    - × - 火山灰

表 3.5, 3.6 是不同成份气溶胶、水及冰的折射率随波长的变化。煤烟的折射率虚部  $m_i$  比较大( $> 0.1$ ), 表示它的吸收效率比其他气溶胶粒子大。

表 3.5 对流层大气气溶胶的折射率

波长 ( $\mu\text{m}$ )	沙尘性	可溶性	海洋性	煤烟
0.20	$1.53-0.07i$	$1.53-0.07i$	$1.429-2.87 \times 10^{-5}i$	$1.50-0.35i$
0.25	$1.53-0.03i$	$1.53-0.03i$	$1.404-1.45 \times 10^{-6}i$	$1.62-0.45i$
0.30	$1.53-0.008i$	$1.53-0.008i$	$1.395-5.83 \times 10^{-7}i$	$1.74-0.47i$
0.337	$1.53-0.008i$	$1.53-0.005i$	$1.392-1.20 \times 10^{-7}i$	$1.75-0.47i$
0.40	$1.53-0.008i$	$1.53-0.005i$	$1.385-9.90 \times 10^{-9}i$	$1.75-0.46i$
0.488	$1.53-0.008i$	$1.53-0.005i$	$1.382-6.41 \times 10^{-9}i$	$1.75-0.45i$
0.515	$1.53-0.008i$	$1.53-0.005i$	$1.381-3.70 \times 10^{-9}i$	$1.75-0.45i$
0.55	$1.53-0.008i$	$1.53-0.006i$	$1.381-4.26 \times 10^{-9}i$	$1.75-0.44i$
0.633	$1.53-0.008i$	$1.53-0.006i$	$1.377-1.62 \times 10^{-8}i$	$1.75-0.43i$
0.694	$1.53-0.008i$	$1.53-0.007i$	$1.376-5.04 \times 10^{-8}i$	$1.75-0.43i$
0.86	$1.52-0.008i$	$1.52-0.012i$	$1.372-1.09 \times 10^{-6}i$	$1.75-0.43i$
1.06	$1.52-0.008i$	$1.52-0.017i$	$1.367-6.01 \times 10^{-5}i$	$1.75-0.44i$
1.30	$1.46-0.008i$	$1.51-0.02i$	$1.365-1.41 \times 10^{-4}i$	$1.76-0.45i$
1.536	$1.40-0.008i$	$1.51-0.023i$	$1.359-2.43 \times 10^{-4}i$	$1.77-0.46i$
1.80	$1.33-0.008i$	$1.46-0.017i$	$1.351-3.11 \times 10^{-4}i$	$1.79-0.48i$
2.00	$1.26-0.008i$	$1.42-0.008i$	$1.347-0.00107i$	$1.80-0.49i$
2.25	$1.22-0.009i$	$1.42-0.01i$	$1.334-8.50 \times 10^{-4}i$	$1.81-0.50i$
2.50	$1.18-0.009i$	$1.42-0.012i$	$1.309-0.00239i$	$1.82-0.51i$
2.70	$1.18-0.013i$	$1.40-0.055i$	$1.249-0.0156i$	$1.83-0.52i$
3.00	$1.16-0.012i$	$1.42-0.022i$	$1.439-0.197i$	$1.84-0.54i$
3.20	$1.22-0.01i$	$1.43-0.008i$	$1.481-0.0669i$	$1.86-0.54i$
3.392	$1.26-0.013i$	$1.43-0.007i$	$1.439-0.0151i$	$1.87-0.55i$
3.50	$1.28-0.011i$	$1.45-0.005i$	$1.423-0.00717i$	$1.88-0.56i$
3.75	$1.27-0.011i$	$1.452-0.004i$	$1.398-0.0029i$	$1.90-0.57i$
4.00	$1.26-0.012i$	$1.455-0.005i$	$1.388-0.00369i$	$1.92-0.58i$
4.50	$1.26-0.014i$	$1.46-0.013i$	$1.377-0.00997i$	$1.94-0.59i$
5.00	$1.25-0.016i$	$1.45-0.012i$	$1.366-0.00957i$	$1.97-0.60i$
5.50	$1.22-0.021i$	$1.44-0.018i$	$1.333-0.00931i$	$1.99-0.61i$
6.00	$1.15-0.037i$	$1.41-0.023i$	$1.306-0.0796i$	$2.02-0.62i$
6.20	$1.14-0.039i$	$1.43-0.027i$	$1.431-0.0691i$	$2.03-0.625i$
6.50	$1.13-0.042i$	$1.46-0.033i$	$1.374-0.0294i$	$2.04-0.63i$

续表 3.5

波长 ( $\mu\text{m}$ )	沙尘性	可溶性	海洋性	煤烟
7.2	1.40-0.055i	1.40-0.07i	1.343-0.0249i	2.06-0.65i
7.9	1.15-0.04i	1.20-0.065i	1.324-0.0279i	2.12-0.67i
8.2	1.13-0.074i	1.01-0.10i	1.324-0.0308i	2.13-0.68i
8.5	1.30-0.09i	1.30-0.215i	1.336-0.0336i	2.15-0.69i
8.7	1.40-0.10i	2.40-0.29i	1.366-0.0356i	2.16-0.69i
9.0	1.70-0.14i	2.56-0.37i	1.373-0.0365i	2.17-0.70i
9.2	1.72-0.15i	2.20-0.42i	1.356-0.0371i	2.18-0.70i
9.5	1.73-0.162i	1.95-0.16i	1.339-0.0368i	2.19-0.71i
9.8	1.74-0.162i	1.87-0.095i	1.324-0.0388i	2.20-0.715i
10.0	1.75-0.162i	1.82-0.09i	1.310-0.0406i	2.21-0.72i
10.591	1.62-0.12i	1.76-0.07i	1.271-0.0522i	2.22-0.73i
11.0	1.62-0.105i	1.72-0.05i	1.246-0.0731i	2.23-0.735i
11.5	1.59-0.10i	1.67-0.047i	1.227-0.105i	2.24-0.74i
12.5	1.51-0.09i	1.62-0.053i	1.208-0.19i	2.27-0.75i
13.0	1.47-0.10i	1.62-0.055i	1.221-0.223i	2.28-0.76i
14.0	1.52-0.085i	1.56-0.073i	1.267-0.271i	2.31-0.775i
14.8	1.57-0.10i	1.44-0.10i	1.307-0.292i	2.33-0.79i
15.0	1.57-0.10i	1.42-0.20i	1.321-0.297i	2.33-0.79i
16.4	1.60-0.10i	1.75-0.16i	1.407-0.331i	2.36-0.81i
17.2	1.63-0.10i	2.08-0.24i	1.487-0.341i	2.38-0.82i
18.0	1.64-0.115i	1.98-0.18i	1.525-0.341i	2.40-0.825i
18.5	1.64-0.12i	1.85-0.17i	1.536-0.339i	2.41-0.83i
20.0	1.68-0.22i	2.12-0.22i	1.560-0.324i	2.45-0.85i
21.3	1.77-0.28i	2.06-0.23i	1.568-0.318i	2.46-0.86i
22.5	1.90-0.28i	2.00-0.24i	1.579-0.316i	2.48-0.87i
25.0	1.97-0.24i	1.88-0.28i	1.596-0.313i	2.51-0.89i
27.9	1.89-0.32i	1.84-0.29i	1.612-0.32i	2.54-0.91i
30.0	1.80-0.42i	1.82-0.30i	1.614-0.32i	2.57-0.93i
35.0	1.90-0.50i	1.92-0.40i	1.597-0.383i	2.63-0.97i
40.0	2.10-0.60i	1.86-0.50i	1.582-0.561i	2.69-1.00i

表 3.6 平流层大气气溶胶、水和冰的折射率

波长 ( $\mu\text{m}$ )	火山灰	75%硫酸液滴	水	冰
0.20	$1.50-0.07i$	$1.498-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.396-1.0 \times 10^{-7}i$	$1.394-1.5 \times 10^{-8}i$
0.25	$1.50-0.03i$	$1.484-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.362-3.35 \times 10^{-8}i$	$1.351-8.62 \times 10^{-9}i$
0.30	$1.50-0.01i$	$1.469-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.349-1.6 \times 10^{-8}i$	$1.334-5.50 \times 10^{-9}i$
0.337	$1.50-0.008i$	$1.459-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.345-8.65 \times 10^{-9}i$	$1.327-4.22 \times 10^{-9}i$
0.40	$1.50-0.008i$	$1.440-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.339-1.86 \times 10^{-9}i$	$1.319-2.71 \times 10^{-9}i$
0.488	$1.50-0.008i$	$1.432-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.336-0.967 \times 10^{-9}i$	$1.314-1.75 \times 10^{-9}i$
0.515	$1.50-0.008i$	$1.431-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.334-1.19 \times 10^{-9}i$	$1.312-2.2 \times 10^{-9}i$
0.55	$1.50-0.008i$	$1.430-1.0 \times 10^{-8}i$	$1.333-1.96 \times 10^{-9}i$	$1.311-3.11 \times 10^{-9}i$
0.633	$1.50-0.008i$	$1.429-1.47 \times 10^{-8}i$	$1.332-1.47 \times 10^{-8}i$	$1.308-1.09 \times 10^{-8}i$
0.694	$1.50-0.008i$	$1.428-1.99 \times 10^{-8}i$	$1.331-3.08 \times 10^{-8}i$	$1.307-2.60 \times 10^{-8}i$
0.86	$1.50-0.008i$	$1.425-1.79 \times 10^{-7}i$	$1.329-3.32 \times 10^{-7}i$	$1.304-2.15 \times 10^{-7}i$
1.06	$1.50-0.008i$	$1.420-1.5 \times 10^{-6}i$	$1.326-4.99 \times 10^{-6}i$	$1.301-1.96 \times 10^{-6}i$
1.3	$1.50-0.008i$	$1.410-1.0 \times 10^{-5}i$	$1.322-3.69 \times 10^{-5}i$	$1.296-1.32 \times 10^{-5}i$
1.536	$1.49-0.008i$	$1.403-1.37 \times 10^{-4}i$	$1.318-1.02 \times 10^{-4}i$	$1.291-5.29 \times 10^{-4}i$
1.80	$1.48-0.008i$	$1.390-5.5 \times 10^{-4}i$	$1.312-1.15 \times 10^{-4}i$	$1.283-1.03 \times 10^{-4}i$
2.0	$1.46-0.008i$	$1.384-0.00126i$	$1.306-0.0011i$	$1.274-0.00159i$
2.25	$1.46-0.008i$	$1.370-0.0018i$	$1.294-3.72 \times 10^{-4}i$	$1.258-2.03 \times 10^{-4}i$
2.5	$1.46-0.009i$	$1.344-0.00376i$	$1.260-0.00206i$	$1.226-9.25 \times 10^{-4}i$
2.70	$1.46-0.01i$	$1.303-0.0057i$	$1.188-0.019i$	$1.161-0.00567i$
3.00	$1.48-0.013i$	$1.293-0.0955i$	$1.371-0.272i$	$1.043-0.429i$
3.20	$1.48-0.014i$	$1.311-0.135i$	$1.478-0.0924i$	$1.646-0.269i$
3.392	$1.49-0.012i$	$1.352-0.159i$	$1.420-0.196i$	$1.510-0.0415i$
3.5	$1.49-0.011i$	$1.376-0.158i$	$1.400-0.0094i$	$1.455-0.0164i$
3.75	$1.50-0.009i$	$1.396-0.131i$	$1.369-0.0035i$	$1.391-0.0064i$
4.0	$1.50-0.007i$	$1.398-0.126i$	$1.351-0.0046i$	$1.362-0.0096i$
4.5	$1.52-0.008i$	$1.385-0.12i$	$1.332-0.0134i$	$1.340-0.029i$
5.0	$1.51-0.009i$	$1.360-0.121i$	$1.325-0.0124i$	$1.329-0.012i$
5.5	$1.51-0.012i$	$1.337-0.183i$	$1.298-0.0116i$	$1.301-0.022i$
6.0	$1.48-0.015i$	$1.425-0.195i$	$1.265-0.107i$	$1.297-0.065i$
6.2	$1.46-0.018i$	$1.424-0.165i$	$1.363-0.088i$	$1.314-0.068i$
6.5	$1.45-0.024i$	$1.370-0.128i$	$1.339-0.0392i$	$1.32-0.056i$

续表 3.6

波长 ( $\mu\text{m}$ )	火山灰	75% 硫酸液滴	水	冰
7.2	1.44-0.045i	1.21-0.176i	1.312-0.0321i	1.319-0.0545i
7.9	1.38-0.072i	1.14-0.488i	1.294-0.0339i	1.315-0.048i
8.2	1.34-0.097i	1.20-0.645i	1.286-0.0351i	1.307-0.039i
8.5	1.62-0.121i	1.37-0.755i	1.278-0.0367i	1.292-0.039i
8.7	1.95-0.17i	1.53-0.772i	1.272-0.0379i	1.284-0.04i
9.0	2.20-0.215i	1.65-0.633i	1.262-0.0399i	1.270-0.043i
9.2	2.23-0.24i	1.60-0.586i	1.255-0.0415i	1.263-0.045i
9.5	2.25-0.275i	1.67-0.75i	1.243-0.0443i	1.246-0.046i
9.8	2.28-0.304i	1.91-0.68i	1.229-0.0479i	1.222-0.047i
10.0	2.30-0.32i	1.89-0.455i	1.218-0.0508i	1.199-0.051i
10.591	2.20-0.305i	1.72-0.34i	1.179-0.0718i	1.109-0.122i
11.0	2.15-0.27i	1.67-0.485i	1.153-0.0968i	1.093-0.248i
11.5	2.05-0.24i	1.89-0.374i	1.126-0.142i	1.175-0.36i
12.5	1.80-0.155i	1.74-0.198i	1.123-0.259i	1.386-0.422i
13.0	1.76-0.148i	1.69-0.195i	1.146-0.305i	1.473-0.388i
14.0	1.70-0.145i	1.64-0.195i	1.210-0.37i	1.569-0.281i
14.8	1.65-0.157i	1.61-0.205i	1.258-0.394i	1.577-0.191i
15.0	1.65-0.17i	1.59-0.211i	1.270-0.402i	1.571-0.176i
16.4	1.75-0.20i	1.52-0.414i	1.346-0.427i	1.533-0.125i
17.2	1.85-0.24i	1.724-0.59i	1.386-0.429i	1.533-0.108i
18.0	2.00-0.305i	1.95-0.41i	1.423-0.426i	1.530-0.084i
18.5	2.10-0.325i	1.927-0.302i	1.443-0.421i	1.510-0.076i
20.0	2.25-0.318i	1.823-0.235i	1.480-0.393i	1.502-0.067i
21.3	2.40-0.29i	1.78-0.292i	1.491-0.379i	1.480-0.04i
22.5	2.50-0.35i	1.87-0.315i	1.506-0.37i	1.456-0.028i
25.0	2.60-0.40i	1.93-0.20i	1.531-0.356i	1.407-0.03i
27.9	2.50-0.43i	1.92-0.18i	1.549-0.339i	1.360-0.041i
30.0	2.40-0.45i	1.92-0.18i	1.551-0.328i	1.326-0.066i
35.0	2.30-0.52i	1.90-0.19i	1.532-0.336i	1.227-0.155i
40.0	2.25-0.65i	1.89-0.22i	1.519-0.385i	1.205-0.344i

由图 3.2, 大粒子在尺度参数  $x > 2$  的条件下, 散射效率  $Q_s$

变化不大。大粒子的容积和截面积比小粒子大，就散射而言，粒子半径越大其散射截面也越大，以对数正态分布为例，占 2% 数密度的大粒子约占有总截面积的 53%，总体积或质量的 87%；占数密度 5% 的大粒子约占有总截面积的 70%，总体积或质量的 95%。研究大气气溶胶或云的散射，大粒子起重要作用，所以从辐射传输的角度研究大气气溶胶或云的尺度谱，更重视大粒子的尺度分布，小粒子对散射的影响比大粒子小得多。例如 Junge 谱(3.41)式就只描述了尺度较大一侧的粒子分布情况。

由于沉降、扩散、破碎、蒸发、输送及化学变化等原因，气溶胶的成分、折射率和尺度谱是不断变化的。表 3.3，表 3.4，表 3.5，表 3.6 及图 3.4 所给的尺度谱和折射率是对不同天气条件下大气气溶胶典型情况的模拟，实际情况经常变化，与模型是有差别的。

表 3.7 对流层大气气溶胶廓线的典型情况

类型	高度(km)	成分	光学厚度
I 城市	0~2	城市工厂	1.0
	2~12	大陆	0.025
II 大陆 I	0~2	大陆	0.2
	2~12	大陆	0.025
III 海洋 I	0~2	海洋	0.05
	2~12	大陆	0.025
IV 大陆 II	0~6	大陆	3.3
	6~12	大陆	0.015
V 海洋 II	0~2	海洋	0.05
	2~6	大陆	3.0
	6~12	● 大陆	0.015
VI 对流型	0~4.382	大陆	0.217
	4.382~12	大陆	0.019

气溶胶的数密度是随高度变化的。测量气溶胶数密度，小粒子不易全部捕获和测准，大气气溶胶的数密度也不易测准；能见

度则较易测量和比较，所以常用波长  $\lambda=0.55\mu\text{m}$  处的消光系数  $\beta_e$  来表示大气中气溶胶的数量。国际气象与大气物理学会的辐射委员会总结各地观测的数据，归纳成以下一些典型的大气气溶胶廓线见表 3.7，表 3.8 及图 3.5。

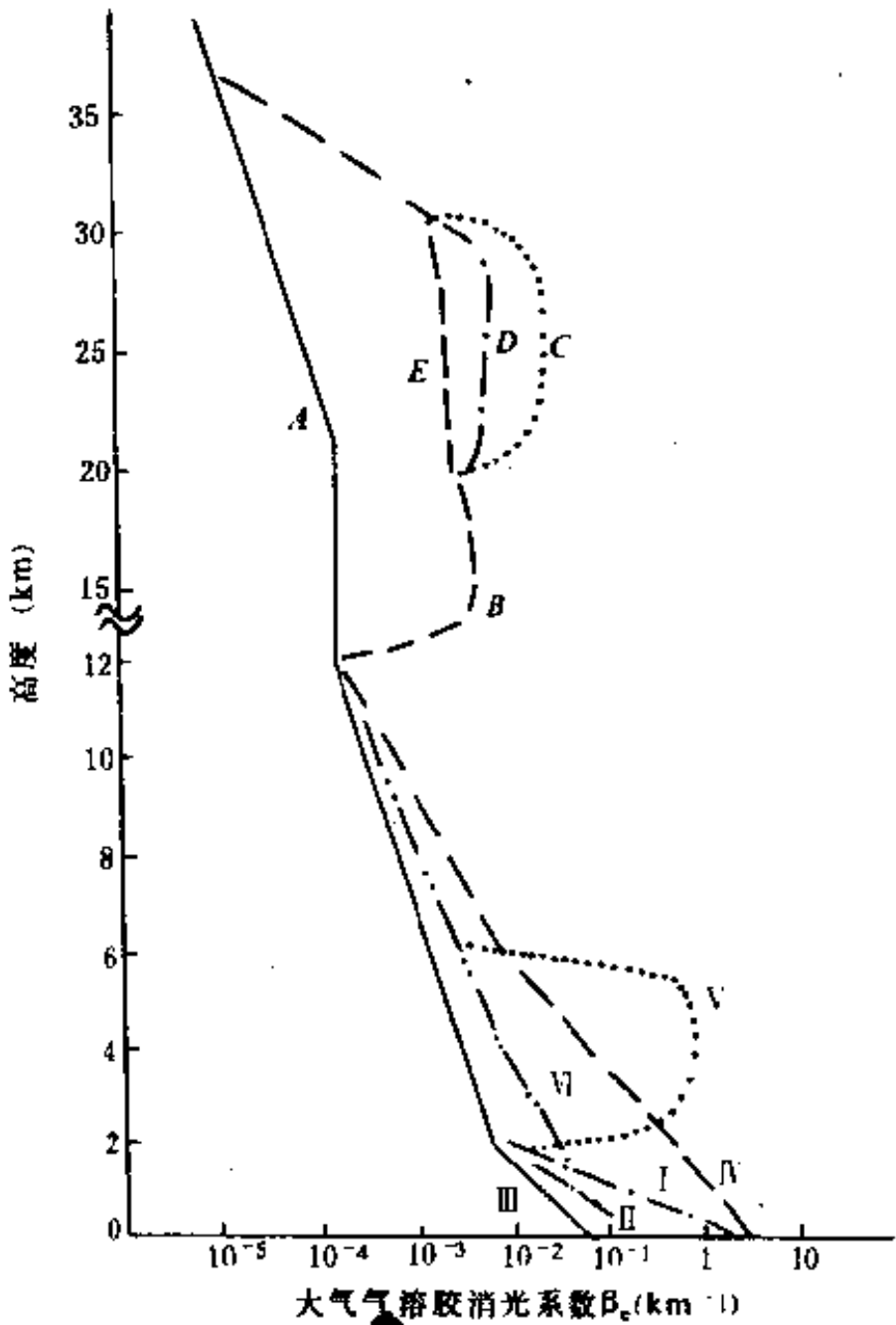


图 3.5 不同类型大气气溶胶消光系数  $\beta_e$  的廓线

表 3.7 中，“I 城市”，2km 以下是城市工厂排放的含煤烟较多的城市型气溶胶，2km 以上是来自远处的大陆型气溶胶。“II



大陆 I”型代表一般的山野乡村。“III 海洋 I”型代表一般海洋上空。“IV 大陆 II”型代表大陆区域的沙尘暴天气，沙尘暴出现在 6km 以下，所以 6km 以下消光系数较大。“V 海洋 II”型代表沙尘暴由大陆吹到海上，2~6km 高处是大陆吹来的沙尘，消光系数较大。“VI 对流型”代表大气下层强烈对流的气溶胶廓线。

图 3.5 是不同类型大气气溶胶消光系数  $\beta_e$  的廓线，在火山爆发后，平流层气溶胶增多，沙尘暴时，对流层下部气溶胶增多。大气中气溶胶无处不有，成份，数量和粒子谱和温度湿度廓线一样，随时间地点不断变化，由于大气气溶胶除数量外，还有成份和粒子谱的变化，比湿度廓线的变化更复杂。图 3.5 只代表一些典型情况。当前对大气气溶胶的探测与了解还不细致，随着观测技术的进步，对大气气溶胶的探测与了解将日益深入。

35km 以上，高层大气中的大气气溶胶，成分为 75% 的硫酸水溶液，其消光系数  $\sigma_e(\text{km}^{-1})$  随高度的变化见表 3.9。

表 3.8 平流层大气气溶胶廓线的典型情况

类型	高度 (km)	火山爆发后时间 $t$	成分	光学厚度
A 平流层 本底	12~20		硫酸液滴	0.001744
	20~30			0.003
平流层 火山爆发后	12~20	$t < 1$ 月	火山灰	B 0.0306
		$t > 1$ 月	硫酸液滴	
	20~30	$t < 1$ 年	火山灰	C 0.3
		$1 < t < 5$ 年	硫酸液滴	D 0.1
		$5 < t < 30$ 年		E 0.05

表 3.9 高层大气气溶胶消光系数(1/km)廓线

高度(km)	消光系数	高度(km)	消光系数
35	$2.45 \times 10^{-5}$	50	$2.1 \times 10^{-6}$
40	$8 \times 10^{-6}$	70	$1.6 \times 10^{-7}$
45	$4.02 \times 10^{-6}$	100	$9.3 \times 10^{-10}$

### 3.5.3 云的吸收与散射参量的数值模拟

数值模拟云的吸收与散射参量，应对云的尺度谱及云的含水量有合理的估计。液体水组成的低云和中云，其滴谱有较多的观测纪录。图 3.6 是六种云的滴谱图形。云的滴谱常用赫尔吉安和马蔡(Фрган-Мазин)的经验公式(3.45)来模拟

$$\frac{dn}{n dr} = ar^2 \exp(-br) \quad (3.45)$$

$n$  是云的数密度。 $a$  和  $b$  是由观测资料确定的经验系数，取  $\rho$  为水的密度，由 (3.45) 式可推出：云滴谱的众数半径  $r_M$  (图 3.6 滴谱曲线最高点的半径) 及云的含水量  $W$  为

$$r_M = \frac{2}{b}, \quad W = 10\rho\pi n r_M^3$$

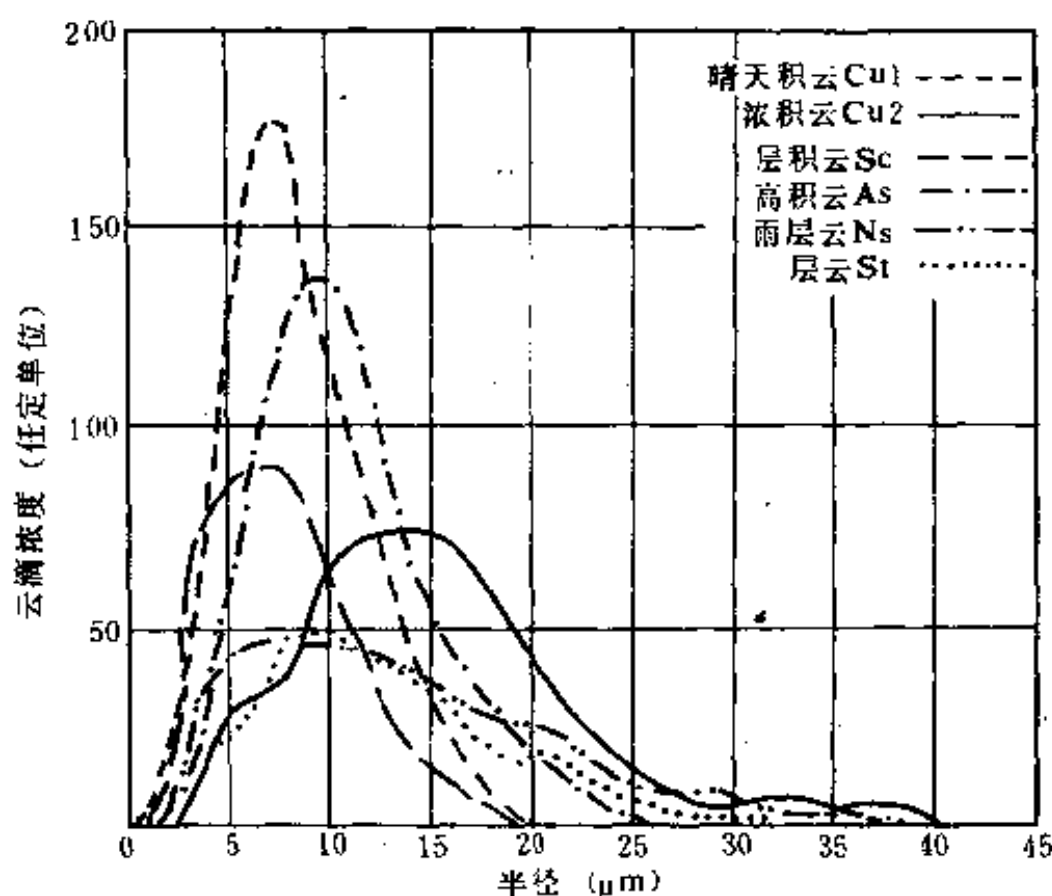


图 3.6 各种水云的平均滴谱(引自 Diem, 1948)

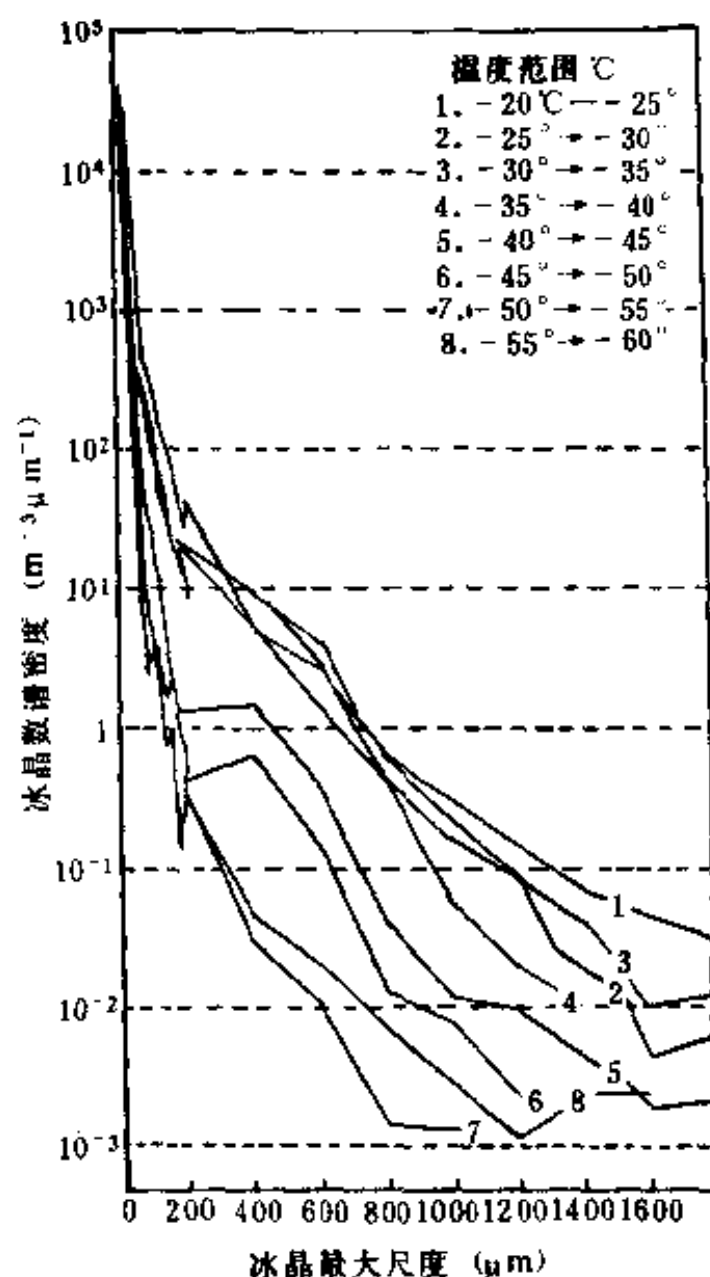


图 3.7 卷云的尺度谱(引自 Heymsfield, 1984)

卷云由冰晶组成，其尺度谱观测的资料较少，图 3.7 是 Heymsfield 等 1984 年观测的卷云尺度谱，以冰晶的最大尺度即柱体长度  $L$  为横坐标，如果把冰晶当作六方柱体，根据实际测量，柱体宽度  $D$  与长度  $L$  的关系是

$$D = 0.823L^{0.931} \quad (L \leq 226.22\mu\text{m})$$

$$D = 3.81L^{0.648} \quad (L \geq 226.22\mu\text{m})$$

云的含水量变化较复杂，在不同的温度下对水云和冰云实测的结果见图 3.8 和表 3.10。

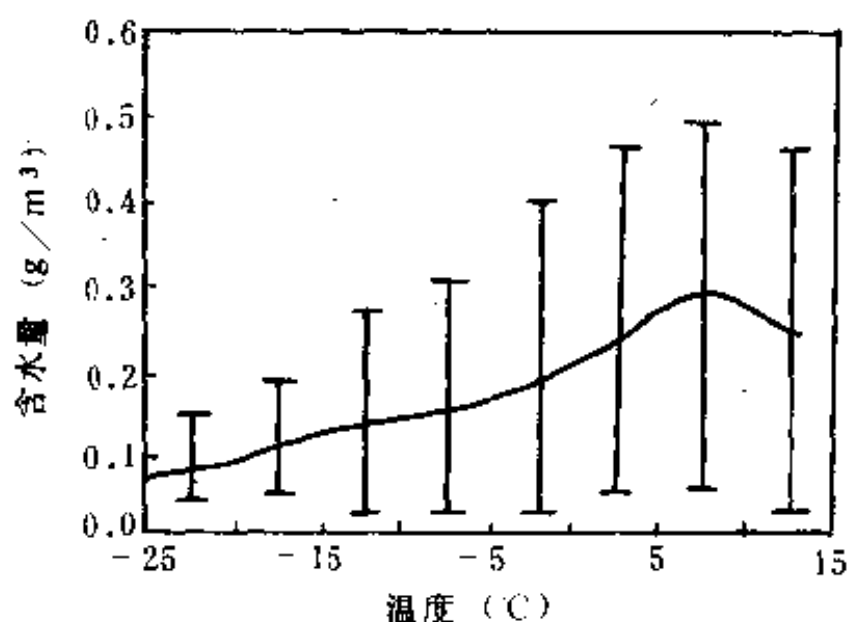


图 3.8 各温度范围水云的平均含水量(引自 Matveev,1984)  
(横线为标准差)

表 3.10 各温度范围内卷云的含水量( $\text{g}/\text{m}^3$ )

温度范围	$W_1$	$W$	$W_2$	温度范围	$W_1$	$W$	$W_2$
-20 至 -25	.063	.027	.001	-40 至 -45	.008	.0034	.0004
-25 至 -30	.066	.025	.001	-45 至 -50	.008	.0025	.0002
-30 至 -35	.043	.0175	.0008	-50 至 -55	.004	.0018	.0002
-35 至 -40	.025	.0126	.009	-55 至 -60	.0018	.0009	.0002

$W_1$  (最高)、 $W$  (平均)、 $W_2$  (最低) (引自 Heymsfield 等, 1984)

利用以上资料, 可由云的温度估计云的含水量, 再由水和冰的折射率、云的滴谱或尺度谱计算云的散射系数、吸收系数及散射相函数, 并用飞机装备辐射仪器对云进行实测验证。各种云滴谱不相同, 降水的云大滴较多, 云滴平均半径较大, 平均半径较大的云前向散射较多, 不对称因子  $g$  较大。和气溶胶一样, 云的大粒子在散射和吸收中作用最重要, 相同类型的云, 滴谱中一个大云滴的差别可以使云的散射参量如相函数, 发生显著的差别。

## § 3.6 散射相函数的简化计算

在大气中传输的辐射能受到散射后，散射能按相函数向各方向传输，含有气溶胶或云的空气，其散射相函数比较复杂，使散射辐射的计算也比较复杂。为了使散射辐射的计算简化，对浑浊大气的相函数可以进行一些简化。

### 3.6.1 相函数按勒让德多项式展开

自然光的相函数与方位角无关，只是散射角  $\theta$  或纵标  $u = \cos\theta$  的函数。勒让德多项式是一个在区间  $[-1, 1]$  内完备的正交函数组，任何一个  $[-1, 1]$  内连续的函数都可以用勒让德多项式来表示，把相函数  $P(u)$  展成勒让德多项式

$$P(u) = \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n P_n(u) \quad (3.46)$$

$P_n(u)$  为勒让德多项式， $\omega_n$  为待定系数。由勒让德多项式的正交性，可由相函数  $P(u)$  求待定系数  $\omega_n$

$$\omega_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^{+1} P_n(u) P(u) du \quad (3.47)$$

勒让德多项式的前几项为： $P_0(u) = 1$ ， $P_1(u) = u$ ， $P_2(u) = \frac{3u^2 - 1}{2}$ ，代入 (3.46) 式可得

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} P(u) du = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} P(u) du \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} P(u) d\Omega = 1 \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\omega_1 = \frac{3}{2} \int_{-1}^{+1} u P(u) du = \frac{3}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} u P(u) du$$

$$= \frac{3}{4\pi} \int_{-1}^{+1} u P(u) d\Omega = 3g \quad (3.49)$$

在简化计算中, (3.46) 式有时只取三项或两项, 甚至只取一项, 简化相函数如下

$$P(u) \approx 1 \quad (3.50)$$

$$P(u) \approx 1 + \omega_1 u = 1 + 3gu \quad (3.51)$$

$$P(u) \approx 1 + \omega_1 u + \omega_2 \frac{3u^2 - 1}{2} = 1 + 3gu + \omega_2 \frac{3u^2 - 1}{2} \quad (3.52)$$

相函数的近似公式 (3.50) 只取一项, 各方向的相函数都等于常数 1, 即各向同性; (3.51) 式取二项, (3.52) 式取三项。用简化公式 (3.51)  $P(u) \approx 1 + 3gu$  时, 要注意防止物理意义的不合理。例如在沙尘暴和云内散射粒子很大, 不对称因子  $g > 0.5$ , 在某些散射角, 按 (3.51) 式相函数  $P(u)$  将出现负值, 推演下去将出现不合理的结果。

### 3.6.2 Henyey 与 Greenstein 相函数近似式

1941 年 Henyey 与 Greenstein 提出由不对称因子  $g$  求相函数的近似公式, 简称 H-G 相函数近似式

$$P(u) \approx \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2gu)^{3/2}} \quad (3.53)$$

其原理如下: 按勒让德多项式的生成函数, 有以下关系式 (参看郭敦仁: 数学物理方法 16.8 节)

$$(1 - 2gu + g^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} g^n P_n(u) \quad (3.54)$$

把 (3.54) 式两边对  $u$  求导数,

$$g(1 - 2gu + g^2)^{-3/2} = \sum_{n=0}^{\infty} g^n P'_n(u) \quad (3.55)$$

把 (3.55) 式分别乘及除  $g$

$$(1 - 2gu + g^2)^{-3/2} = \sum_{n=0}^{\infty} g^{n-1} P'_n(u)$$

$$g^2(1 - 2gu + g^2)^{-3/2} = \sum_{n=0}^{\infty} g^{n+1} P'_n(u)$$

分别把 $n$ 换成 $n+1$ 及 $n-1$ 。由于 $P_0(u)=1$ ,  $P'_0(u)=0$ , 所以

$$(1 - 2gu + g^2)^{-3/2} = \sum_{n=-1}^{\infty} g^n P'_{n+1}(u) = \sum_{n=0}^{\infty} g^n P'_{n+1}(u) \quad (3.56)$$

$$g^2(1 - 2gu + g^2)^{-3/2} = \sum_{n=1}^{\infty} g^n P'_{n-1}(u) \quad (3.57)$$

(3.56) - (3.57)可得

$$\begin{aligned} & (1 - g^2)(1 - 2gu + g^2)^{-3/2} \\ &= P'_1(u) + \sum_{n=1}^{\infty} g^n [P'_{n+1}(u) - P'_{n-1}(u)] \end{aligned} \quad (3.58)$$

由勒让德多项式的递推关系

$$P'_{n+1}(u) - P'_{n-1}(u) = (2n+1)P_n(u) \quad (3.59)$$

把(3.59)式代入(3.58)式, 可得

$$\begin{aligned} (1 - g^2)(1 - 2gu + g^2)^{-3/2} &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)g^n P_n(u) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)g^n P_n(u) \end{aligned} \quad (3.60)$$

把(3.60)式与(3.46)式相比, 可见在 $H-G$ 相函数近似式的前题下

$$\omega_n = (2n+1)g^n \quad (3.61)$$

由(3.61)式, 可以算出:  $\omega_0 = 1$ ,  $\omega_1 = 3g$ ,  $H-G$ 相函数简化近似式展开的勒让德多项式系数 $\omega_n$ , 第一、二项 $\omega_0$ ,  $\omega_1$ 与未简化的勒让德多项式系数 $\omega_n$ 完全一致, 没有误差, 误差出现在勒让德多项式系数 $\omega_n$ 的第三项以后。图3.9是云和沙尘暴在一定的尺度谱条件下用球形质点的散射公式计算得出的相函数,

不对称因子  $g = 0.85$  与同样  $g$  值按  $H-G$  相函数近似公式的对比。可以看出： $H-G$  相函数近似公式与实况大致符合，但  $H-G$  相函数近似公式算出的相函数  $P(u)$  是  $u$  的单调升函数，不能反映相函数  $P(u)$  在  $u < 0$  后，下降与上升交替出现的情况，与实况是有差别的。由于对云和大气气溶胶的尺度谱和折射率的观测和了解很差，由估计的尺度谱和折射率精确计算得出的相函数其可靠性也是有限的，所以  $H-G$  相函数近似公式还是被广泛使用。

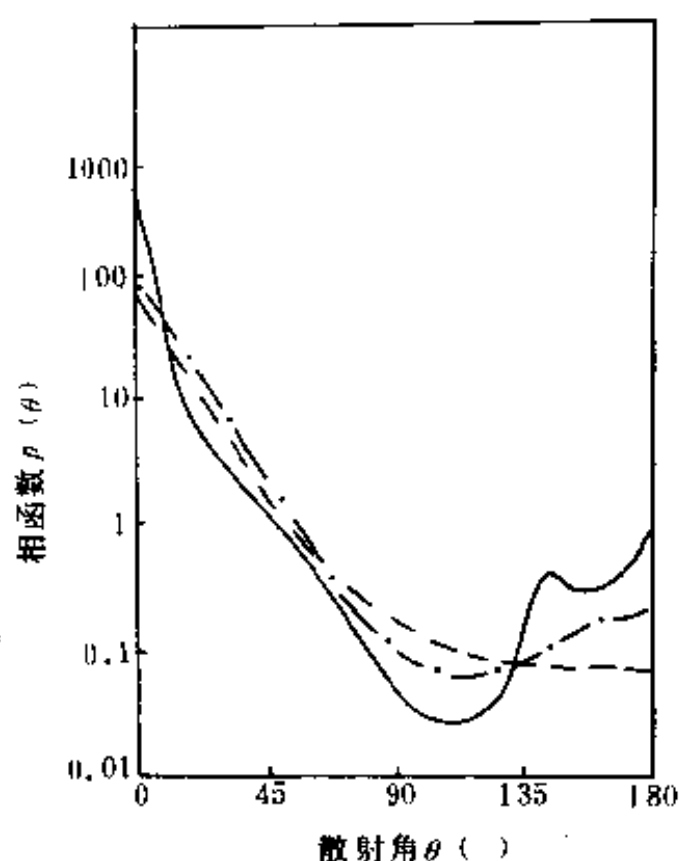


图 3.9  $H-G$  相函数与实况的比较

——云的相函数    - · - 沙尘暴的相函数  
 - - -  $H-G$  函数对相函数的数值模拟

为了更好地模拟大粒子散射相函数的特性，可以用两个参数的相函数近似公式



$$P(u) \approx \frac{4\alpha g(1-g^2)^{2\alpha}}{[(1+g)^{2\alpha} - (1-g)^{2\alpha}](1+g^2-2gu)^{\alpha+1}} \quad (3.62)$$

(3.62)式在参数  $\alpha=0.5$  时, 与 H-G 相函数近似公式(3.53)式一致。

### 3.6.3 相函数用 $\delta$ 函数表示的近似式

云和沙尘暴由于尺度较大, 其相函数在散射角  $\theta=0^\circ$  处数值很大, 随散射角  $\theta$  的增加, 相函数迅速下降, 相函数按勒让德多项式展开要很多项才与实况接近, 在简化计算中如果用  $\delta$  函数来表示云和沙尘暴中相函数在散射角  $\theta=0^\circ$  ( $u=1$ ) 处的峰值, 余下部分按勒让德多项式展开用较少项就与实况接近了。把相函数分为两项, 一项为  $\delta$  函数, 余下部分  $P^{\sim}(u)$  也是归一化的相函数, 其不对称因子为  $g^{\sim}$ 。由于  $\int_{-1}^{+1} \delta(u-1) du = 1$ ,  $2\delta(u-1)$  才是归一化的相函数。把相函数分解成两个归一化相函数  $2\delta(u-1)$  与  $P^{\sim}(u)$  按一定比值的组合

$$P(u) \approx a 2\delta(u-1) + (1-a)P^{\sim}(u) \quad (3.63)$$

$2\delta(u-1)$  表示在散射角  $\theta=0^\circ$  ( $u=1$ ) 处, 相函数有一个不连续的极大值, 利用相函数的归一性及相函数与不对称因子  $g$  的关系, 可确定比值  $a$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} P(u) du &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} [a 2\delta(u-1) + (1-a)P^{\sim}(u)] du \\ &= a + (1-a) = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} u P(u) du = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} u [a 2\delta(u-1) + (1-a)P^{\sim}(u)] du \\ &= a + (1-a)g^{\sim} \end{aligned}$$

即

$$g^{\sim} = \frac{g-a}{1-a} \quad (3.64)$$

若用各向同性的(3.50)式代入  $P^{\sim}(u)$ ,  $g^{\sim}=0$ , 代入(3.64)式,

可得  $a = g$ , 代入 (3.63) 式

$$P(u) \approx 1 - g + 2g\delta(u - 1) \quad (3.65)$$

若取  $a = g^2$ , 代入 (3.64) 式

$$g \sim = \frac{g - g^2}{1 - g^2} = \frac{g}{1 + g} \quad (3.66)$$

取 H - G 相函数近似式代入  $P \sim(u)$

$$P(u) \approx 2g^2\delta(u - 1) + \frac{(1 - g^2)(1 - g)}{[(1 + g)^2 + g^2 - 2g(1 + g)u]^{3/2}} \quad (3.67)$$

### 参 考 文 献

- [1] Bohren C.F., D.R. Huffman, Absorption and scattering of light by small particles. A. Wiley-Interscience Publi., 1983.
- [2] 蔡启铭, 廖国男, Polarized light scattering by hexagonal ice crystals. *Appl. Opt.*, 21, 3569-3580, 1982.
- [3] 蔡启铭, 杨平, 六棱柱和三棱锥冰晶的散射相矩阵——一种矢量射追踪方法, 气象学报, 48, 198—209, 1990.
- [4] Deepak A., H.E.Gerber, Report of the experts meeting on aerosols and their climate effects. WMO., WCP-55, 1983.
- [5] Diem M., Messungen der grosse von wolkenelementen. II. *Meteor. Rundschau*, 9 and 10, 261—273, 1948.
- [6] Hale G.M., M.R. Query, Optical constants of water in the 200 nm to 200 $\mu$ m wavelength region. *Appl. Opt.*, 12, 555—563, 1973.
- [7] Herman B., A.J. La Rocca, R.E. Turner, The infrared handbook, Chap.4. Atmospheric scattering. The infrared information and analysis center, Environmental research institute of Michigan, 1978.
- [8] Heymsfield A.J., C.M.R. Platt, A parameterization of the particle size spectrum of ice clouds in terms of the ambient temperature and the ice water content. *J.Atmos.Sci.*, 41, 846—855, 1984.

- [ 9] Hobbs P.V., Ice physics. Clarendon Press, Oxford, 1974.
- [10] Van de Hulst H.C., Light scattering by small particles, Wiley, New York, 1957.
- [11] Van de Hulst H.C., Multiple light scattering, Academic Press, 1980.
- [12] Lenoble J., C. Brogniez, A comparative review of radiation aerosol models, *Beitr. Phys. Atmos.*, 57,1—21, 1984.
- [13] Matveev L.T., Cloud Dynamics, D.Reidel, Dordrecht, Holland, 340pp., 1984.
- [14] Reynolds L.O., N.J. McCormick, Approximate two-parameter phase function for light scattering, *J. Opt. Soc. Am.*, 70, 1206—1211, 1980.
- [15] Warren S.G., Optical constants of ice from ultraviolet to the microwave, *Appl. Opt.*, 23, 1206—1225, 1984.
- [16] 叶维作, Delta 函数在云的反射律计算中的应用, 大气科学, 9, 349, 1985。
- [17] 周秀骥, 陶善昌, 姚克亚, 高等大气物理学 (十九章), 气象出版社, 1991。

## 附录 3.1 球形粒子散射与吸收 的计算程序

```

1  PROGRAM SM Mie Scattering and Absorption of Sphere
2  IMPLICIT COMPLEX (S),REAL * 8 (A-B)
3  DIMENSION BM(19),PY(19),TA(19),PJ(19),PK(19),
4  1  SD(400),S1(19),S2(19)
5  DATA UM / 1.,.984807,.939693,.866025,.766044,.642788,.5,
6  1  .34202,.173648,0,-.173648,-.34202,-.5,-.642788,
7  2  -.766044,-.866025,-.939693,-.984807,-1./
8  OPEN(2,STATUS='OLD',FILE='SM')
9  WRITE(*,'(1X,15HREAD R WL QR QI)')
10 READ(*,*)R,WL,QR,QI
11 C  R=RADIUS; WL=WAVELENGTH; BM=19 COS A
12 C  QR,QI=Real and Imaginary Part of Refractive Index
13 BI=3.141592654
14 X=2.*BI*R/WL
15 SM=CMPLX(QR,QI)
16 AX=X
17 A2=1D0/(AX*AX)
18 SS=X*SM
19 G=X+4*X*.*.333333+2.
20 NG=G
21 W=CABS(SS)
22 K=AMAX1(G,W)+14
23 WRITE(2,'(/,1X,7H WL X=,3G12.5,9H K QR QI=,
24 1  I5,2G12.5)')R,WL,X,K,QR,QI

```

```

25      SD(K+1)=CMPLX(0.0,0.0)
26      DO 12 N=1,K
27          RN=K+2-N
28 12      SD(K+1-N)=RN/SS-1./ (SD(K+2-N)+RN/SS)
29          DO 14 J=1,10
30              PJ(J)=0.0
31 14      PK(J)=1.0
32          DO 16 J=1,19
33              S1(J)=CMPLX(0.,0.)
34 16      S2(J)=CMPLX(0.,0.)
35          AJ=DCOS(AX)
36          AK=DSIN(AX)
37          CJ=-SIN(X)
38          CK=COS(X)
39          FJ=AJ
40          FK=AK
41          SJ=CMPLX(FJ,-CJ)
42          SK=CMPLX(FK,-CK)
43          QS=0.0
44          DO 28 N=1,NG
45              AN=N
46              RN=N
47              FN=(2.*RN+1.)/(RN*(RN+1.))
48              AI=(2.*AN-1.)*AK/AX-AJ
49              FI=AI
50              CI=(2.*RN-1.)*CK/X-CJ
51              SI=CMPLX(FI,-CI)
52              SA=((SD(N)/SM+RN/X)*FI-FK)/
53 1          ((SD(N)/SM+RN/X)*SI-SK)

```

```

54      SB=((SM * SD(N)+RN / X) * FI-FK) /
55      1 ((SM * SD(N)+RN / X) * SI SK)
56      QS=QS+(RN+RN+1.) * (CABS(SA) * * 2+CABS(SB) * * 2)
57      DO 20 J=1,10
58      JJ=20-J
59      PY(J)=PK(J)
60      TA(J)=RN * BM(J) * PY(J)-(RN+1.) * PJ(J)
61      T=(-1) * * N
62      S1(J)=S1(J)+FN * (SA * PY(J)+SB * TA(J))
63      S2(J)=S2(J)+FN * (SA * TA(J)+SB * PY(J))
64      IF(J.EQ.JJ) GOTO 20
65      S1(JJ)=S1(JJ)+FN * T * (SB * TA(J)-SA * PY(J))
66      S2(JJ)=S2(JJ)+FN * T * (SA * TA(J)-SB * PY(J))
67 20   CONTINUE
68      AJ=AK
69      AK=AI
70      FK=AK
71      CJ=CK
72      CK=CI
73      SK=CMPLX(FK,-CK)
74      DO 28 J=1,10
75      PK(J)=((RN+RN+1.) / RN) * BM(J) * PY(J)
76      1 -(RN+1.) * PJ(J) / RN
77 28   PJ(J)=PY(J)
78      QS=2. * A2 * QS
79      QE=4. * A2 * REAL(S1(1))
80      QA=QE-QS
81      IF(QA.LT.0.)QA=0.
82      WRITE(2,'(1X,3HQA=,G13.6,4H QS=,G13.6,4H QE=,

```

```

83 1  G13.6,/,9H COS ANGLE,5X,3HP11,9X,3HP12,9X,
84 2  3HP33,9X,3HP34')QA,QS,QE
85    DO 26 J=1,19
86    P=REAL(S1(J))
87    Q=AIMAG(S1(J))
88    U=REAL(S2(J))
89    V=AIMAG(S2(J))
90    P11=(P * P+Q * Q+U * U+V * V) * 2. * A2 / QS
91    P12=(P * P+Q * Q-U * U-V * V) * 2. * A2 / QS
92    P33=(P * U+Q * V) * 4. * A2 / QS
93    P34=(P * V - Q * U) * 4. * A2 / QS
94 26  WRITE(2, '(1X,F9.6,4G13.6)')BM(J),P11,P12,P33,P34
95 C    QS(QA,QE)=EFFICIENCY OF SCATTERING(
96 C      ABSORPTION,EXTINCTION)
97    STOP
98    END

```

下面的例子是：折射率  $m=1.5-0.02i$ ，球形粒子半径  $R=2\mu\text{m}$ ，波长  $\lambda=0.55\mu\text{m}$  计算的结果。计算中有两个数组界，19 是求散射相函数的散射角数目，数组 SD(400) 中的 400，是 Mie 级数展开的项数。它应该大于 22 句  $K=\text{AMAX}(G,W)+14$  中的  $K$ ，本例由折射率  $m$ 、粒子半径  $R$  及波长  $\lambda$  求出的  $K=50$ ，程序中选定的 400 比 50 大得多，留有充分的余地。在编程序时应事先估计  $K$  的最大值，以确定 SD 数组的容量。QS, QE, QA 分别为散射消光及吸收效率。计算结果如下

$R=2.0$   $WL=0.55$   $X=22.848$   $K=50$   $M=1.5-I*0.02$

$QS=1.432667$   $QE=2.321489$   $QA=0.8888217$

COS A	P11	P12	P33	P34
1.000000	492.259	0.000000	492.259	0.000000
0.984807	1.13290	0.558811	0.981562	-0.087922

0.939693	3.72588	0.249505	3.71220	0.198707
0.866025	1.56410	0.0551518	1.52357	0.391763
0.766044	0.507205	0.0566089	0.446119	0.234584
0.642788	0.166561	0.0267965	0.109305	0.122788
0.500000	0.0736365	0.0725307	-0.00861574	-0.0093487
0.342020	0.132214	0.0191821	0.0343604	-0.126222
0.173648	0.138568	0.0572356	0.0713627	-0.104079
0.000000	0.0848491	0.0596082	0.0563125	0.0217974
-0.173648	0.0563874	0.042464	0.0369250	0.003590
-0.342020	0.0408585	0.0380894	0.0018775	0.014666
-0.500000	0.0311645	0.0170260	-0.0094572	0.024329
-0.642788	0.0266482	0.0244271	-0.0086383	0.0062309
-0.766044	0.0301824	0.0022744	-0.0300964	0.00009663
-0.866025	0.0122115	0.0086126	-0.0064677	0.0057544
-0.939693	0.0367935	0.0151497	-0.0310461	0.0126643
-0.984807	0.147727	0.0913995	-0.0021197	0.116038
-1.000000	0.0581919	0.000000	-0.0581919	0.000000

## 附录 3.2 无限长圆柱散射与吸收 的计算程序

(入射光与圆柱轴垂直)

```

1  PROGRAM SL SCATTERING CIRCULAR SYLINDER
2  IMPLICIT COMPLEX (Y-Z),REAL * 8 (A-B)
3  DIMENSION GN(19),UH(19),F(600),VJ(600),VY(600),ZG
4  1 (600),Z1(23),Z2(23),ZH(600),TH(19),PC(19,5),PD(2)
5  DATA TH / 1.,.984807,.939693,.866025,.766044,.642788,.5,
6  1 .34202,.173648,10 * 0 /

```



```

7 C      WL = Wavelength; R = Radius;
8 C      X = Size Parameter; ZM = Complex Refractive Index
9      OPEN(2,STATUS = 'OLD',FILE = 'SL')
10      BI = 3.141592654
11      DO 10 J = 1,10
12      UH(J) = ACOS(TH(J))
13      UH(20 - J) = BI - UH(J)
14 10     TH(20 - J) = TH(J)
15      WRITE(*, '(1X,15HREAD R WL QR QI)')
16      READ(*,*)R,WL,QR,QI
17      AX = 2. * BI * R / WL
18      ZM = CMPLX(QR,QI)
19      X = AX
21      Y = X * ZM
22      G = X + 4 * X * * .333333 + 2.
23      NG = G
24      W = CABS(Y)
25      K = AMAX1(G,W) + 14
26      ZG(K+1) = CMPLX(0.0,0.0)
27      DO 12 N = 1,K
28      RN = K + 2 - N
29 12     ZG(K+1-N) = ((RN-2.) / Y) - 1. / (ZG(K+2-N) + (RN-1.) / Y)
30      ND = (101./X) * * .499
31      MT = ((NG+ND) / 2) * 2
32      WRITE(2, '(1X,7H R WL X = ,3G12.5,3H M = ,G12.5,2H-1,
33      1  G12.5, / ,9HW G K MT = ,2G12.5,2H5)')R,WL,X,QR,
34      2  QI,W,G,K,MT
35      F(MT+1) = 0.0
36      F(MT) = 1E-32

```

```

37      DO 14 L = 1,MT-1
38 14    F(MT-L)=2. * (MT-L) * F(MT-L+1) / X F(MT-L+2)
39      HA = F(1)
40      DO 16 LL=2,MT 2.2
41 16    HA = HA+2. * F(LL+1)
42      DO 18 N = 1,MT 1
43 18    VJ(N) = F(N) / HA
44      VY(1) = VJ(1) * (ALOG(X / 2.)+.577215664)
45      M4 = MT / 2-1
46      DO 20 L = 1,M4
47 20    VY(1) = VY(1)-2. * VJ(L+L+1) * (-1.) * * L / L
48      VY(1) = .636619772 * VY(1)
49      VY(2) = (VJ(2) * VY(1)-.636619772 / X) / VJ(1)
50      DO 22 KK = 1,NG -1
51 22    VY(KK+2) = 2 * KK * VY(KK+1) / X-VY(KK)
52      DO 24 N = 1,NG+1
53 24    ZH(N) = CMPLX(VJ(N),VY(N))
54      YO = ZG(1) * VJ(1) / ZM+VJ(2)
55      YO = YO / (ZG(1) * ZH(1) / ZM+ZH(2))
56      ZO = ZM * ZG(1) * VJ(1)+VJ(2)
57      ZO = ZO / (ZM * ZG(1) * ZH(1)+ZH(2))
58      QST = CABS(ZO) * * 2
59      QSN = CABS(YO) * * 2
60      DO 26 K = 1,19
61      IF(K.GE.2)PC(K,5) = TH(K-1)-TH(K)
62      Z1(K) = ZO
63 26    Z2(K) = YO
64      DO 28 N = 1,NG
65      RN = N

```

```

66      YN=(ZG(N+1) / ZM+RN / X) * VJ(N+1)-VJ(N)
67      YN=YN / ((ZG(N+1) / ZM+RN / X) * ZH(N+1)-ZH(N))
68      ZN=(ZM * ZG(N+1)+RN / X) * VJ(N+1)-VJ(N)
69      ZN=ZN / ((ZM * ZG(N+1)+RN / X) * ZH(N+1)-ZH(N))
70      DO 30 J=1,19
71      C=COS(RN * UH(J))
72      Z1(J)=2. * ZN * C+Z1(J)
73 30    Z2(J)=2. * YN * C+Z2(J)
74      QST=QST+2. * CABS(ZN) * * 2
75 28    QSN=QSN+2. * CABS(YN) * * 2
76      QST=QST * 2. / X
77      QSN=QSN * 2. / X
78      QEN=REAL(Z2(1)) * 2. / X
79      QET=REAL(Z1(1)) * 2. / X
80      QAN=QEN-QSN
81      QAT=QET-QST
82      IF(QAN.LT.0.)QAN=0.
83      IF(QAT.LT.0.)QAT=0.
84      DO 46 J=1,19
85      PC(J,1)=CABS(Z1(J)) * * 2
86 46    PC(J,2)=CABS(Z2(J)) * * 2
87      DO 44 I=1,2
88      PD(I)=0.0
89      DO 42 J=2,19
90      PX=ALOG(PC(J-1,I) / PC(J,I)) / PC(J,5)
91      IF(PX.GE.1E-9)PD(I)=PD(I)+(PC(J-1,I)-PC(J,I)) / PX
92 42    IF(PX.LT.1E-9)PD(I)=PD(I)+(PC(J-1,I)+PC(J,I)) * .5
93      1 * PC(J,5)
94      DO 44 J=1,19

```

```

95 44  PC(J,1)=PC(J,1)*2./PID(1)
96      DO 34 J=1,19
97      PC(J,3)=0.5*(PC(J,1)+PC(J,2))
98 34  PC(J,4)=(PC(J,1)-PC(J,2))/(PC(J,1)+PC(J,2))
99      WRITE(2,(/,1X,4HQST=,G12.5,5H QET=,G12.5,
100 1 5H QAT=,G12.5,/,1X,4HQSN=,G12.5,5H QEN=,G12.5,
100 2 5H QAN=,G12.5,/,/,1X,8H COS A,4X,3HPFT,9X,
101 3 3HPFN,3X,14HPHASE FUNCTION,4X,3HPOL,23(/,1X,
102 4 F9.6,4G12.5)))QST,QET,QAT,QSN,QEN,QAN,(TH(J),
103 5 (PC(J,L),L=1,4),J=1,23)
104      STOP
105      END

```

下面的例子是：折射率  $m = 1.2826 - 1.03 \times 10^{-4}i$ ，圆柱半径  $R = 60.0 \mu\text{m}$ ，波长  $\lambda = 1.8 \mu\text{m}$  计算的结果。计算中有两个数组界：19 是求散射相函数的散射角数目；数组 ZH, F, VJ, VY, ZG(600) 中的 600，是级数展开的项数。它应该大于  $K+1$  及  $MT+1$ ， $K = \text{AMAX}(G, W) + 14$  (25 句)。  $MT = ((NG + ND) / 2) * 2$  (31 句)。本例由折射率  $m$ 、圆柱半径  $R$  及波长  $\lambda$  求出的  $K = 282$ ， $MT = 252$ ，程序中选定的 600 比 282，252 都大得多，留有充分的余地。在编程序时应事先估计  $K$ ， $MT$  的最大值，以确定 ZH 等数组的容量。QST，QET，QAT 分别是与散射面平行的散射、消光、吸收效率；QSN，QEN，QAN 分别是与散射平面垂直的散射、消光、吸收效率。PFT，PFN 分别是与散射平面平行或与散射平面垂直的相函数。POL = (PFT - PFN) / (PFT + PFN) 称为线偏振度。计算结果如下

```

R=60.0  WL=1.80  X=209.44  M=1.2826-1*1.03E-4
W=268.63  G=235.19  K=282  MT=252
QST=2.0096  QET=2.0843  QAT=7.4724E-2

```

$$QSN = 2.0055 \quad QEN = 2.0804 \quad QAN = 7.4954E-2$$

COS A	PFT	PFN	PHASE FUNCTION	POL
1.000000	355.54	366.06	360.05	-0.014615
0.984807	5.5634	5.6849	5.6129	0.010820
0.939693	2.9371	3.2171	3.0691	-0.045628
0.866025	1.6474	1.7240	1.6820	-0.022757
0.766044	0.59825	0.82715	0.70946	-0.16132
0.642788	0.47073	0.49810	0.48330	-0.028323
0.500000	0.33514	0.28511	0.30998	0.080703
0.342020	0.050189	0.048434	0.049236	0.017822
0.173648	0.050597	0.012398	0.031764	0.60129
0.000000	0.017122	0.010396	0.013791	0.24385
0.173648	0.028358	0.0047905	0.016743	0.70377
-0.342020	0.020933	0.011155	0.016098	0.30372
-0.500000	0.011398	0.025493	0.018293	-0.38526
-0.642788	0.27203	0.086954	0.18073	0.51202
-0.766044	0.50299	0.003269	0.25690	0.97259
-0.866025	0.11934	0.14205	0.13026	0.087175
-0.939693	0.0019123	0.016989	0.0093058	-0.81009
-0.984807	0.0038801	0.011723	0.0077208	-0.50790
-1.000000	0.015538	0.060543	0.037590	-0.59863

## 附录 3.3 球形粒子散射与 吸收的电磁理论

### 1. 矢量电磁波方程

电磁场的麦克斯韦方程组为

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \nabla \cdot \vec{D} = \rho, \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \nabla \cdot \vec{B} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$t$  是时间,  $\vec{E}$  是电场强度,  $\vec{B}$  是磁感应强度,  $\vec{J}$  是电流密度,  $\vec{D}$  是电位移矢量,  $\vec{H}$  是磁场强度,  $\rho$  是电荷密度。在各向同性的均匀介质中,

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$\epsilon$  是介电常数,  $\mu$  是磁导率,  $\sigma$  是电导率。电场强度  $\vec{E}$  和磁场强度  $\vec{H}$  之间的关系是

$$\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu\vec{H} \quad \nabla \times \vec{H} = i\omega\epsilon'\vec{E}$$

$\epsilon' (= \epsilon + \frac{i\sigma}{\omega})$  是复介电常数。大气中有些粒子带有自由电荷,

但电荷的存在只引起静电场, 自由电荷在入射电磁波影响下产生的次生电磁波很弱。为了简化, 研究球形粒子的散射问题时, 取  $\rho = 0$ , 即认为粒子内外都没有自由电荷。若入射电磁波的角频率为  $\omega$ , 电场强度  $\vec{E}$  及磁场强度  $\vec{H}$  可用复数形式表示

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})\exp(-i\omega t) \\ \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})\exp(-i\omega t) \end{cases} \quad (2)$$

把(2)式代入(1)式可得

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = i\omega\mu\vec{H} & \nabla \cdot \vec{E} = 0 \\ \nabla \times \vec{H} = -i\omega\epsilon'\vec{E} & \nabla \cdot \vec{H} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

对任意矢量场  $\vec{A}$

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) \quad (4)$$

(4)式中,  $\nabla^2$  是拉普拉斯算符

再利用矢量微分运算, 可由(3)(4)两式导出矢量波动方

程 (Helmholtz 方程)

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \\ \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon' = \omega^2 \mu \left( \epsilon + \frac{i\sigma}{\omega} \right)$ , 在球内  $\sigma > 0$ , 在球外  $\sigma = 0$ 。

解矢量波动方程 (5) 的方法如下: 首先设立一个标量函数  $\psi$  与向径矢量  $\vec{r}$  相乘并求旋度, 组成一个矢量函数  $\vec{M}$

$$\vec{M} = \nabla \times (\vec{r}\psi) = \nabla\psi \times \vec{r} + \psi \nabla \times \vec{r}$$

$$\text{因为 } \nabla \times \vec{r} = 0, \text{ 所以 } \vec{M} = \nabla\psi \times \vec{r} \quad (6)$$

因为任意矢量场旋度的散度为零, 所以  $\nabla \cdot \vec{M} = 0$ 。

用矢量运算公式:

$$\begin{aligned} \nabla \times (\psi \vec{A}) &= \nabla\psi \times \vec{A} + \psi \nabla \times \vec{A}, \\ \nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) \\ &= (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + (\nabla \cdot \vec{B}) \vec{A} - (\nabla \cdot \vec{A}) \vec{B} \end{aligned}$$

及(4), 可推出

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{M} + k^2 \vec{M} &= \nabla(\nabla \cdot \vec{M}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{M}) + k^2 \nabla \times (\vec{r}\psi) \\ &= -\nabla \times (\nabla \times \vec{M} - k^2 \vec{r}\psi) \\ -(\nabla \times \vec{M}) &= (\nabla \cdot \nabla) \vec{r} - (\nabla \cdot \vec{r}) \nabla\psi + (\vec{r} \cdot \nabla) \nabla\psi \\ &\quad - (\nabla\psi \cdot \nabla) \vec{r} \end{aligned} \quad (7)$$

上式右边第一项等于  $\vec{r} \nabla^2 \psi$ , 经过矢量运算上式右边第二, 三, 四项或是一个数量场的梯度, 或是势量场, 按 (7) 式进行旋度运算 ( $\nabla \times$ ) 都等于零。代入 (7) 式, 可得

$$\nabla^2 \vec{M} + k^2 \vec{M} = \nabla \times [\vec{r}(\nabla^2 \psi + k^2 \psi)] = 0 \quad (8)$$

由上式可见, 只要 (6) 及 (8) 式中的标量函数  $\psi$  满足标量波动方程

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (9)$$

则由 (6) 式确定的矢量函数  $\vec{M}$  就是矢量波动方程 (5) 的特解。容

易验证：由  $\vec{M}$  导出的另一矢量函数  $\vec{N} = \frac{\nabla \times \vec{M}}{k}$  也是矢量波动方程 (5) 的特解。且有

$$\vec{M} = \frac{\nabla \times \vec{N}}{k} \quad \nabla \cdot \vec{N} = 0$$

按微分方程理论， $\vec{M}$  和  $\vec{N}$  的线性组合  $A\vec{M} + B\vec{N}$  也是矢量波动方程 (5) 的解， $A, B$  是待定常数。

这样，矢量波动方程 (5) 求解问题就归结为对相应的标量波动方程 (9) 求解问题。函数  $\psi$  称为  $\vec{M}$  和  $\vec{N}$  的生成函数。

## 2. 波动方程的解，本征矢量函数的正交性

球形粒子对电磁波的散射，最好用球坐标。(9)式中的  $\psi$  应满足球坐标系的波动方程

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + k^2 \psi = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

分离变量，(10) 式的解可写成

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\varphi) \quad (11)$$

(11) 式可分离成三个波动方程

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0 \quad (12)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[ n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad (13)$$

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + [k^2 r^2 - n(n+1)] R = 0 \quad (14)$$

$m, n$  是分离变量产生的常数。(12) 式的线性独立解为

$$\Phi_e(\varphi) = \cos m\varphi, \quad \Phi_o(\varphi) = \sin m\varphi \quad (15)$$

(15) 式中下标  $e$  和  $o$  分别表示函数  $\Phi(\varphi)$  的偶性和奇性。 $\Phi(\varphi)$  必



须是周期为  $2\pi$  的周期函数，以保证  $\Phi$  是  $\varphi$  的单值函数，所以 (15) 式中的  $m$  只能取 0 或正整数。

在  $\theta = 0$ ，和  $\theta = \pi$  处，(13) 式的解应取有限值，满足此条件的解是伴随 Legendre 多项式  $P_n^m(\cos\theta)$ 。其中  $n = m, m+1, \dots$ 。当  $m = 0$  时，(13) 的解是 Legendre 多项式  $P_n(\cos\theta)$ ，且有

$$P_n^m(u) = \sqrt{(1-u^2)^m} \frac{d^m P_n(u)}{du^m} \quad (16)$$

(16) 式中  $u = \cos\theta$ ， $P_n^m(u)$  构成一个正交函数系。

$$\int_{-1}^{+1} P_n^m(u) P_{n'}^m(u) du = \delta(n, n') \frac{2(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \quad (17)$$

当  $n = n'$  时， $\delta(n, n') = 1$ ；当  $n \neq n'$  时， $\delta(n, n') = 0$ 。引入无量纲变量  $\rho = kr$ ，并规定函数  $Z = R(r)\sqrt{\rho}$ ，(14) 式可化为

$$\rho \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{dZ}{d\rho} \right) + \left[ \rho^2 - \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \right] Z = 0$$

上式的线性独立解是第一和第二类贝塞耳函数  $J_v(\rho)$  和  $Y_v(\rho)$ ，

$v = n + \frac{1}{2}$ ，因此 (14) 式中  $R(r)$  的线性独立解可用球贝塞耳函数  $j_n(\rho)$ ， $y_n(\rho)$  表示

$$j_n(\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} J_v(\rho), \quad y_n(\rho) = \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} Y_v(\rho)$$

为了以后计算方便，在上式中引入了常数  $\sqrt{\pi/2}$ 。当  $r \rightarrow 0$  时，球贝塞耳函数  $j_n(\rho)$  为有限值， $y_n(\rho)$  为无限。

$j_n(\rho)$  和  $y_n(\rho)$  的线性组合也是 (14) 式的解，其中第一类和第二类汉克耳函数  $h_n^{(1)}(\rho)$ ， $h_n^{(2)}(\rho)$  在  $r \rightarrow \infty$  时，其值为零，作为球形粒子散射电磁波的解是合理的。

$$h_n^{(1)}(\rho) = j_n(\rho) + iy_n(\rho), \quad h_n^{(2)}(\rho) = j_n(\rho) - iy_n(\rho)$$

在  $n = 0, 1$  条件下

$$\begin{aligned}
j_0(x) &= \frac{\sin x}{x}, & j_1(x) &= \frac{\sin x - x \cos x}{x^2}, \\
y_0(x) &= -\frac{\cos x}{x}, & y_1(x) &= \frac{-\cos x - x \sin x}{x^2}, \\
h_0^{(1)}(x) &= \frac{\sin x}{x} - i \frac{\cos x}{x} = \frac{e^{ix}}{ix}, \\
h_0^{(2)}(x) &= \frac{\sin x}{x} + i \frac{\cos x}{x} = \frac{-ie^{-ix}}{x}, \\
h_1^{(1)}(x) &= \frac{-i-x}{x^2} e^{ix}, & h_1^{(2)}(x) &= \frac{i-x}{x^2} e^{-ix}
\end{aligned}$$

若以  $z_n(x)$  代表  $j_n(x)$ ,  $y_n(x)$ ,  $h_n^{(1)}(x)$ ,  $h_n^{(2)}(x)$  中的任一个函数, 对更高阶的球贝塞耳函数, 有以下的递推关系

$$\begin{cases} z_n(x) = \frac{2n-1}{x} z_{n-1}(x) - z_{n-2}(x) \\ (2n+1) \frac{dz_n(\rho)}{d\rho} = n z_{n-1}(\rho) - (n+1) z_{n+1}(\rho) \end{cases} \quad (18)$$

最后得出方程(9)式的线性独立解为

$$\begin{cases} \psi_{emn} = \cos m\varphi P_n^m(\cos\theta) z_n(kr) \\ \psi_{omn} = \sin m\varphi P_n^m(\cos\theta) z_n(kr) \end{cases}$$

上式  $z_n(x)$  代表  $j_n(x)$ ,  $y_n(x)$ ,  $h_n^{(1)}(x)$ ,  $h_n^{(2)}(x)$  中的任一个函数, 由(6)式可得波动方程(11)的非零解即(11)的本征矢量函数

$$\begin{cases} \vec{M}_{emn} = \nabla \times (\vec{r} \psi_{emn}), & \vec{M}_{omn} = \nabla \times (\vec{r} \psi_{omn}) \\ \vec{N}_{emn} = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M}_{emn}, & \vec{N}_{omn} = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M}_{omn} \end{cases}$$

按球坐标系写成分量的形式, 可得

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{M}_{emn} &= \frac{-m}{\sin\theta} \sin m\varphi P_n^m(\cos\theta) z_n(\rho) \vec{e}_\theta \\ &\quad - \cos m\varphi \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} z_n(\rho) \vec{e}_\varphi \\ \vec{M}_{omn} &= \frac{m}{\sin\theta} \cos m\varphi P_n^m(\cos\theta) z_n(\rho) \vec{e}_\theta \\ &\quad \sin m\varphi \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} z_n(\rho) \vec{e}_\varphi \end{aligned} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{N}_{emn} &= n(n+1) \frac{z_n(\rho)}{\rho} \cos m\varphi P_n^m(\cos\theta) \vec{e}_r \\ &\quad + \cos m\varphi \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\theta \\ &\quad - m \sin m\varphi \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\varphi \\ \vec{N}_{omn} &= n(n+1) \frac{z_n(\rho)}{\rho} \sin m\varphi P_n^m(\cos\theta) \vec{e}_r \\ &\quad + \sin m\varphi \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\theta \\ &\quad + m \cos m\varphi \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\varphi \end{aligned} \right. \quad (20)$$

$\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$ ,  $\vec{e}_\varphi$  分别是球坐标  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  三方向的单位矢量。

通过数学推导可证明对任意的  $m, n, m', n'$  方程的解

$$(\vec{M}_{em'n'}, \vec{M}_{omn}), (\vec{N}_{om'n'}, \vec{N}_{emn}), (\vec{M}_{om'n'}, \vec{N}_{omn}),$$

$$(\vec{M}_{em'n'}, \vec{N}_{emn}), (\vec{M}_{em'n'}, \vec{N}_{omn}), (\vec{M}_{om'n'}, \vec{N}_{emn}),$$

$$(\vec{M}_{emn}, \vec{M}_{emn'}), (\vec{N}_{emn}, \vec{N}_{emn'}), (\vec{M}_{omn}, \vec{M}_{omn'}),$$

$$(\vec{M}_{omn}, \vec{N}_{omn'}) \text{ 都是正交函数系。本征函数的正交性可归纳为}$$

(1) 对任何  $m, n$ , 奇矢量函数 (下标为  $o$ ) 和偶矢量函数 (下标为  $e$ ) 正交。

(2)  $m$  值不同, 矢量函数正交。

(3) $n$ 值不同, 矢量函数正交。

求出了波动方程的基本解, 说明了本征矢量函数的正交性, 可根据已知的人射电磁波和散射粒子表面边条件求粒子散射和吸收条件下的电磁场。

### 3. 入射平面电磁波的展开

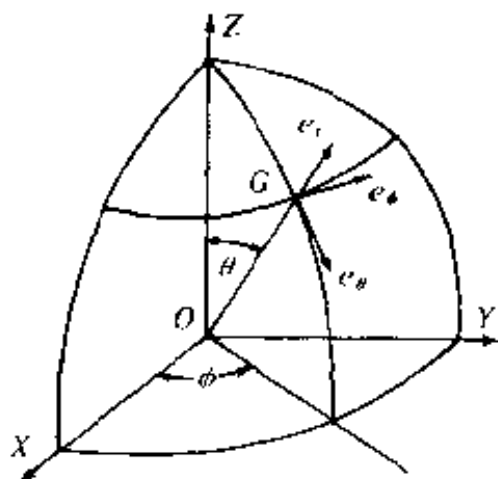


图1 球坐标系中的散射电磁场

如图1球形粒子中心位于坐标原点, 入射光沿 $z$ 轴正方向传播, 求粒子在 $G$ 点产生的散射电磁场。 $GOZ$ 是散射平面, 按(3.5)式, 入射光的电矢量在平行, 或垂直于散射平面的分量以复数表示分别为

$$\begin{cases} E_i = E_{0i} \exp[i(kz + \varphi_i - \omega t)] = E_{0i}' \exp(ikz) \\ E_n = E_{0n} \exp[i(kz + \varphi_i + \varphi_0 - \omega t)] = E_{0n}' \exp(ikz) \end{cases} \quad (21)$$

由于要考虑电场的空间变化, 所以上式括号内增加了表示空间位置的 $kz$ 项, 用 $z$ 代替 $L$ 表示空间位置,  $z = r \cos \theta$

$$\begin{cases} E_{0i}' = E_{0i} \exp[i(\varphi_i - \omega t)] \\ E_{0n}' = E_{0n} \exp[i(\varphi_i + \varphi_0 - \omega t)] \end{cases} \quad (22)$$

下面用 $E_0$ 表示(21)式中的 $E_{0i}'$ 或 $E_{0n}'$ , 把推导的电矢量方向定为 $x$ 轴方向, 用 $\vec{E}_i$ 代表(21)式中的 $E_i$ 或 $E_n$ 。取 $x$ 轴方向的

单位矢量为  $\vec{e}_x$ 。(21) 式可改写成

$$\vec{E}_i = E_0 \exp(ikr \cos \theta) \vec{e}_x \quad (23)$$

$\vec{e}_x$  是  $x$  坐标的单位矢量。把  $\vec{e}_x$  分解为球坐标的分量

$$\vec{e}_x = \sin \theta \cos \varphi \vec{e}_r + \cos \theta \cos \varphi \vec{e}_\theta - \sin \varphi \vec{e}_\varphi \quad (24)$$

把入射光的电矢量 (23) 式用前面分析的本征函数的线性组合来表示

$$\begin{aligned} \vec{E}_i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} (B_{emn} \vec{M}_{emn} + B_{omn} \vec{M}_{omn} \\ + A_{emn} \vec{N}_{emn} + A_{omn} \vec{N}_{omn}) \end{aligned} \quad (25)$$

由球谐函数的正交性, (25) 式展开系数  $B_{omn}$  满足以下关系

$$B_{omn} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \vec{E}_i \cdot \vec{M}_{omn} \sin \theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\vec{M}_{omn}|^2 \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (26)$$

(25) 式中的其他展开系数  $B_{emn}$ ,  $A_{omn}$ ,  $A_{emn}$  也有与  $B_{omn}$  相同的表达式。由于  $\cos \varphi$  与  $\sin \varphi$  正交, 所以

$$\int_0^{2\pi} \vec{e}_x \cdot \vec{M}_{emn} d\varphi = \int_0^{2\pi} \vec{e}_x \cdot \vec{N}_{omn} d\varphi = 0$$

也就是:  $B_{emn} = A_{omn} = 0$ 。因  $\vec{E}_i$  表达式中只含有  $\cos \varphi$  和  $\sin \varphi (m=1)$  的项, 所以 (25) 式的系数除  $m=1$  以外, 其他项的系数全等于零。(25) 式可化为

$$\vec{E}_i = \sum_{n=1}^{\infty} (B_{o1n} \vec{M}_{o1n}^{(1)} + A_{e1n} \vec{N}_{e1n}^{(1)}) \quad (27)$$

(27) 式中的角标 (1) 表示: 为确保  $\vec{E}_i$  在  $r=0$  处取有限值, 在  $\vec{M}_{o1n}^{(1)}$  和  $\vec{N}_{e1n}^{(1)}$  的生成函数  $\psi_{o1n}$  和  $\psi_{e1n}$  中选用球贝塞耳函数  $j_n$  作为径向函数  $R(r)$ 。取  $u = \cos \theta$ , (26) 式的分子可化为

$$\begin{aligned} E_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ \operatorname{ctg} \theta \cos^2 \varphi P_n^1(u) j_n(\rho) + \sin^2 \varphi \frac{dP_n^1(u)}{d\theta} j_n(\rho) \right] \\ \times \sin \theta \exp(i\rho u) d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \pi j_n(\rho) E_0 \int_0^\pi \left[ u P_n^1(u) + \sin\theta \frac{dP_n^1(u)}{d\theta} \right] \exp(i\rho u) d\theta \\
&= \pi j_n(\rho) E_0 \int_0^\pi \frac{d[\sin\theta P_n^1(\cos\theta)]}{d\theta} \exp(i\rho u) d\theta \quad (28)
\end{aligned}$$

由(16)式可得

$$P_n^1(u) = -\frac{dP_n(u)}{d\theta}$$

在(13)式中, 取  $m=0$ , 可得

$$\frac{d}{d\theta} \left[ \sin\theta \frac{dP_n(u)}{d\theta} \right] = -n(n+1)P_n(u)\sin\theta$$

球贝塞耳函数  $j_n(\rho)$  的积分表达式为

$$j_n(\rho) = \frac{i^{-n}}{2} \int_0^\pi \exp(i\rho u) \sin\theta P_n(u) d\theta$$

代入(28)式, (28)式可化为

$$\int_0^\pi n(n+1)P_n(u)\sin\theta \exp(i\rho u) d\theta = 2i^n n(n+1)j_n(\rho)$$

引用  $\overline{M}_{o(e)mn'}$ ,  $\overline{M}_{o(e)mn}$  的正交性, 即

$$\begin{aligned}
&\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \overline{M}_{o(e)mn'} \cdot \overline{M}_{o(e)mn} \sin\theta d\theta d\varphi \\
&= \delta(n, n')[1 + \delta(m, 0)] \frac{2\pi n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} [z_n(\rho)]^2 \quad (29)
\end{aligned}$$

把以上结果代入(26)式, 可得

$$B_{o1n} = \frac{2n+1}{n(n+1)} i^n E_0 \quad (30)$$

$A_{cmn}$  的表达式与(26)式相同, 其分子为

$$\begin{aligned}
&\pi z_n(\rho) \frac{n(n+1)}{\rho} \int_0^\pi P_n^1(u) \sin\theta \exp(i\rho u) \sin\theta d\theta \\
&+ \frac{\pi d[\rho j_n(\rho)]}{\rho d\rho} \int_0^\pi \left[ u \frac{dP_n^1(u)}{d\theta} + \frac{P_n^1(u)}{\sin\theta} \right] \exp(i\rho u) \sin\theta d\theta
\end{aligned}$$

这两个积分, 特别是第二个积分的数学推导很繁琐, 这里介绍物理概念清楚的简便方法。在球坐标系中, 电矢量沿  $x$  轴的分

量  $\vec{E}_i$  一定含有  $\vec{r}$  方向的分量, 但  $\vec{M}_{\text{oin}}$  中不含有  $\vec{r}$  方向的分量, 所以由 (23) 式可得

$$\vec{E}_i \cdot \vec{e}_r = \sum_{n=1}^{\infty} A_{e1n} \vec{N}_{e1n}^{(1)} \cdot \vec{e}_r$$

把(23)式和(20)式代入上式两边

$$\begin{aligned} & E_0 \exp(i\rho u) \sin\theta \cos\varphi \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{e1n} j_n(\rho) \frac{n(n+1)}{\rho} \cos\varphi P_n^1(u) \end{aligned} \quad (30)$$

由数学恒等式

$$\exp(i\rho u) \sin\theta = -\frac{1}{i\rho} \frac{\partial}{\partial\theta} [\exp(i\rho u)]$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta} [P_n(u)] = -P_n^1(u) \quad P_0^1(u) = 0$$

利用以上的数学关系式, 把Bauer公式

$$\exp(i\rho u) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n j_n(\rho) P_n(u)$$

两边对  $\theta$  求微商, 可得

$$\exp(i\rho u) \sin\theta = \frac{1}{i\rho} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) i^n j_n(\rho) P_n^1(u)$$

把上式代入(31)式, 可得

$$\begin{aligned} & \frac{E_0}{i\rho} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) i^n j_n(\rho) P_n^1(u) \cos\varphi \\ &= \frac{1}{i\rho} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) A_{e1n} j_n(\rho) \cos\varphi P_n^1(u) \end{aligned}$$

对比两边系数, 可得

$$A_{e1n} = -E_0 i^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (32)$$

把 (30)(32) 代入 (27) 式, 可得入射电磁波的本征矢量函数表达式

$$\vec{E}_i = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [i^n (\vec{M}_{e1n}^{(1)} - i\vec{N}_{e1n}^{(1)})] \quad (33)$$

(33)式求旋度, 可得入射电磁波的磁场强度 $\vec{H}_i$

$$\vec{H}_i = -\frac{kE_0}{\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} [i^n (\vec{M}_{e1n}^{(1)} + i\vec{N}_{e1n}^{(1)})] \quad (34)$$

#### 4. 散射场与散射函数

前面已把人射平面波展开成本征矢量函数的无穷级数(33), 在人射电磁波作用下, 球形粒子内产生的自由和束缚电荷随同人射电磁场作强迫振荡, 产生球内的电磁场(称为透射场) $\vec{E}_t$ 和 $\vec{H}_t$ , 及球外的散射电磁场 $\vec{E}_s$ 和 $\vec{H}_s$ 。把球内电磁场和球外的散射电磁场用同一本征函数展开成无穷级数。在球的边界 $r=a$ 处, 总电磁场(在球外是人射光电磁场加散射光电磁场, 在球内是球内电磁场)与 $\vec{e}_r$ 垂直的切向分量必须连续, 即

$$(\vec{E}_i + \vec{E}_s - \vec{E}_t) \times \vec{e}_r = (\vec{H}_i + \vec{H}_s - \vec{H}_t) \times \vec{e}_r = 0 \quad (35)$$

由本征函数的正交特性可以推出, 要满足上述边条件, 散射电磁场和球内电磁场级数内本征矢量中的 $\Phi(\varphi)$ 函数必须与人射光电场 $\vec{E}_i$ 级数中的 $\Phi(\varphi)$ 函数形式相同, 即除 $m=1$ 的项以外, 所有其他项的系数为零。球内电磁场在 $r=0$ 处应取有限值, 故有

$$\begin{cases} \vec{E}_t = \sum_{n=1}^{\infty} i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)} (c_n \vec{M}_{e1n}^{(1)} - i d_n \vec{N}_{e1n}^{(1)}) \\ \vec{H}_t = -\frac{k_t}{\omega\mu_t} \sum_{n=1}^{\infty} i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)} (d_n \vec{M}_{e1n}^{(1)} + i c_n \vec{N}_{e1n}^{(1)}) \end{cases} \quad (36)$$

(36)式中 $k_t$ ,  $\mu_t$ 分别是球内介质的传播常数和磁导率。角标(1)表示: 为确保 $\vec{E}_t$ 在 $r=0$ 处取有限值, 在 $\vec{M}_{e1n}^{(1)}$ 和 $\vec{N}_{e1n}^{(1)}$ 的生成函数 $\psi_{e1n}$ 和 $\psi_{e1n}$ 中要选用球贝塞耳函数 $j_n$ 作为径向函数 $R(r)$ 。考察汉克耳函数在 $\rho$ 很大时的渐近表达式(用 $\rho = kr > > n^2$ 表示 $\rho$ 很大)



$$h_n^{(1)}(kr) \approx \frac{(-i)^n \exp(ikr)}{ikr} \quad (kr \gg n^2) \quad (37)$$

$$h_n^{(2)}(kr) \approx \frac{-i^n \exp(-ikr)}{ikr} \quad (kr \gg n^2) \quad (38)$$

可以发现：汉克耳函数满足辐射场在无穷远处趋于零的条件。由于采用  $\exp(-i\omega t + ikr)$  表示电磁场随时间和空间的变化，所以用第一类汉克尔函数 (37) 式作为散射光电场的径向函数  $R(r)$ ，表示由球心向外传播的球面波（膨胀波）。第二类汉克尔函数 (38) 式则表示由球面向球心传播的球面波（收缩波）。因此，散射电场的展开式为

$$\begin{cases} \vec{E}_s = \sum_{n=1}^{\infty} i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)} (ia_n \vec{N}_{e|n}^{(3)} - b_n \vec{M}_{o|n}^{(3)}) \\ \vec{H}_s = \frac{k}{\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)} (ib_n \vec{N}_{o|n}^{(3)} + a_n \vec{M}_{e|n}^{(3)}) \end{cases} \quad (39)$$

(39) 式的角标 (3) 表示径向函数  $R(r)$  由第一类汉克耳函数  $h_n^{(1)}(\rho)$  确定。(36)(39) 式中， $a_n, b_n, c_n, d_n$  是待定常数，为了计算方便，在待定常数中把常数  $i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)}$  提出来。在  $m=1$  时，(18) 和 (19) 式中含有两个与  $\theta$  有关的表达式，为了使 (18) 和 (19) 式简化，取  $u = \cos\theta$ ，定义以下两个函数

$$\pi_n(u) = \frac{P_n^1(u)}{\sin\theta} \quad \tau_n(u) = \frac{dP_n^1(u)}{d\theta} \quad (40)$$

利用 (19) 式，当  $m=1$  时，(19) 和 (20) 式可写成如下简明形式

$$\begin{cases} \vec{M}_{vln} = \cos\varphi\pi_n(u)z_n(\rho)\vec{e}_\theta - \sin\varphi\tau_n(u)z_n(\rho)\vec{e}_\varphi \\ \vec{M}_{eln} = -\sin\varphi\pi_n(u)z_n(\rho)\vec{e}_\theta - \cos\varphi\tau_n(u)z_n(\rho)\vec{e}_\varphi \end{cases} \quad (41)$$

$$\begin{cases} \vec{N}_{eln} = \frac{n(n+1)}{\rho} \cos\varphi \sin\theta \pi_n(u) z_n(\rho) \vec{e}_r \\ \quad + \cos\varphi \tau_n(u) \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\theta \\ \quad - \sin\varphi \pi_n(u) \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\varphi \\ \vec{N}_{oIn} = \frac{n(n+1)}{\rho} \sin\varphi \sin\theta \pi_n(u) z_n(\rho) \vec{e}_r \\ \quad + \sin\varphi \tau_n(u) \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\theta \\ \quad - \cos\varphi \pi_n(u) \frac{d[\rho z_n(\rho)]}{\rho d\rho} \vec{e}_\varphi \end{cases} \quad (42)$$

由(37)式可求 $h_n^{(1)}(\rho)$ 的微商

$$\begin{aligned} \frac{dh_n^{(1)}(\rho)}{d\rho} &= \frac{(-i)^n \exp(i\rho)}{\rho} \left(1 + \frac{i}{\rho}\right) \\ &\approx \frac{(-i)^n \exp(i\rho)}{\rho} \quad (\rho \gg n^2) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \frac{d[\rho h_n^{(1)}(\rho)]}{d\rho} &\approx h_n^{(1)}(\rho) + \rho(-i)^n \frac{\exp(i\rho)}{\rho} \\ &= (-i)^n \exp(i\rho) \left(1 + \frac{1}{i\rho}\right) \\ &\approx (-i)^n \exp(i\rho) \quad (\rho \gg n^2) \end{aligned} \quad (44)$$

把(37),(43)式中的 $h_n^{(1)}(\rho)$ 及其微商代入(41),(42)式可得散射场

的本征矢量函数为

$$\begin{cases} \vec{M}_{o1n} = (-i)^n \frac{\exp(ikr)}{ikr} [\cos\varphi\pi_n(u)\vec{e}_\theta \\ - \sin\varphi\tau_n(u)\vec{e}_\varphi] \\ \vec{M}_{e1n} = (-i)^n \frac{\exp(ikr)}{ikr} [-\sin\varphi\pi_n(u)\vec{e}_\theta \\ - \cos\varphi\tau_n(u)\vec{e}_\varphi] \end{cases} \quad (45)$$

$$\begin{cases} \vec{N}_{e1n} = (-i)^n \frac{\exp(ikr)}{kr} \left[ \frac{n(n+1)}{i\rho} \cos\varphi \sin\theta \pi_n(u) \vec{e}_r \right. \\ \left. + \cos\varphi\tau_n(u)\vec{e}_\theta - \sin\varphi\pi_n(u)\vec{e}_\varphi \right] \\ \vec{N}_{o1n} = (-i)^n \frac{\exp(ikr)}{kr} \left[ \frac{n(n+1)}{i\rho} \sin\varphi \sin\theta \pi_n(u) \vec{e}_r \right. \\ \left. + \sin\varphi\tau_n(u)\vec{e}_\theta + \cos\varphi\pi_n(u)\vec{e}_\varphi \right] \end{cases} \quad (46)$$

## 5. 散射场的远场解

在实际应用中，通常在离球形散射粒子较远处进行散射光的观测，一般用  $nr \gg 1$  或  $nr \gg n^2$  表示观测点离散射球体较远。(45)(46)式中， $\vec{e}_r$  方向的电磁矢量振幅与  $\rho r$  即  $r^2$  成反比，而  $\vec{e}_\theta$ ， $\vec{e}_\varphi$  方向的电磁矢量振幅与  $r$  成反比，辐射通量则与电磁矢量振幅的平方成正比，在距离  $r$  较远处，散射波的径向  $\vec{e}_r$  分量很快趋于零，(46)式可改写成

$$\begin{cases} \vec{N}_{e1n} \approx (-i)^n \frac{\exp(ikr)}{kr} [\cos\varphi\tau_n(u)\vec{e}_\theta - \sin\varphi\pi_n(u)\vec{e}_\varphi] \\ \vec{N}_{o1n} \approx (-i)^n \frac{\exp(ikr)}{kr} [\sin\varphi\tau_n(u)\vec{e}_\theta + \cos\varphi\pi_n(u)\vec{e}_\varphi] \end{cases} \quad (47)$$

把(45)，(47)式代入(39)式，可得

$$\begin{aligned}\vec{E}_s &= E_0 \frac{\exp(ikr)}{ikr} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left\{ \left[ -a_n \tau_n(u) - b_n \pi_n(u) \right] \right. \\ &\quad \left. \cos\varphi \vec{e}_\theta + \left[ b_n \tau_n(u) + a_n \pi_n(u) \right] \sin\varphi \vec{e}_\varphi \right\} \\ &= E_0 \frac{\exp(ikr)}{ikr} \left[ -S_2(u) \cos\varphi \vec{e}_\theta + S_1(u) \sin\varphi \vec{e}_\varphi \right] \quad (48)\end{aligned}$$

(48)式中  $S_1(u)$ ,  $S_2(u)$  称为复振幅函数

$$\begin{cases} S_1(u) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \tau_n(u) + a_n \pi_n(u)] \\ S_2(u) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n(u) + b_n \pi_n(u)] \end{cases} \quad (49)$$

当入射光电矢量  $\vec{E}_i$  与散射平面重合, 散射平面在图 1 与  $ZOX$  面重合,  $\cos\varphi = 1$ ,  $\sin\varphi = 0$ 。当  $\vec{E}_i$  与散射平面垂直, 散射平面在图 1 与  $ZOY$  面重合,  $\cos\varphi = 0$ ,  $\sin\varphi = 1$ 。(49) 式分别变成

$$\begin{cases} \vec{E}_{st} = \vec{E}_{s0} = E_{0t} \frac{\exp[i(kr - \omega t + \varphi_t)]}{-ikr} S_2(u) \vec{e}_t \\ \vec{E}_{sn} = -\vec{E}_{sq} = E_{0n} \frac{\exp(ikr - \omega t + \varphi_t + \varphi_0)}{-ikr} S_1(u) \vec{e}_n \end{cases} \quad (50)$$

在  $E_{0t}$ ,  $E_{0n}$  两个分量同时作用下, 散射电场与入射电场的关系如下

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{st} \\ E_{sn} \end{bmatrix} &= \frac{\exp[i(kr - \omega t + \varphi_t)]}{-ikr} \\ &\begin{bmatrix} S_2(u) & 0 \\ 0 & S_1(u) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0t} \\ E_{0n} \exp(i\varphi_0) \end{bmatrix} \quad (51) \end{aligned}$$

由边条件 (35) 式及  $\pi_n(u)$  和  $\tau_n(u)$  函数的下列特性, 可求 Mie 氏系数  $a_n$ ,  $b_n$ 。

(1)  $\pi_n(u)$  和  $\tau_n(u)$  的奇偶性是交替变化的

$$\begin{cases} \pi_n(-u) = (-1)^{n-1} \pi_n(u) \\ \tau_n(-u) = (-1)^n \tau_n(u) \end{cases} \quad (52)$$

(2) 虽然 $\pi_n(u)$ 和 $\tau_n(u)$ 不是正交函数, 但由于

$$\begin{aligned} m \int_0^\pi \left[ P_n^m(u) \frac{dP_n^m(u)}{d\theta} + P_n^m(u) \frac{dP_n^m(u)}{d\theta} \right] d\theta \\ = P_n^m(\cos\theta) P_n^m(\cos\theta) \Big|_0^\pi = 0 \end{aligned} \quad (53)$$

利用(13), (17)式, 可得

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \left[ \frac{dP_n^m(u)}{d\theta} \frac{dP_n^m(u)}{d\theta} + \frac{m^2}{\sin^2\theta} P_n^m(u) P_n^m(u) \right] \sin\theta d\theta \\ = \int_0^\pi n(n+1) P_n^m(u) P_n^m(u) \sin\theta d\theta \\ + \frac{1}{2} \frac{d}{d\theta} \left[ \sin\theta \frac{dP_n^m(u)}{d\theta} P_n^m(u) + \sin\theta \frac{dP_n^m(u)}{d\theta} P_n^m(u) \right] d\theta \\ = \int_0^\pi n(n+1) P_n^m(u) P_n^m(u) \sin\theta d\theta \\ = \delta(n, n') \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \end{aligned} \quad (54)$$

由(53)和(54)式可得, 当 $n \neq m$ 时

$$\begin{aligned} \int_0^\pi [\tau_n(u) + \pi_n(u)][\tau_m(u) + \pi_m(u)] \sin\theta d\theta \\ = \int_0^\pi [\tau_n(u) - \pi_n(u)][\tau_m(u) - \pi_m(u)] \sin\theta d\theta \\ = 0 \quad (n \neq m) \end{aligned} \quad (55)$$

从边条件(35)式可知, 在 $r = a$ 处

$$\begin{cases} E_{i\theta} + E_{s\theta} = E_{i\theta} & E_{i\varphi} + E_{s\varphi} = E_{i\varphi} \\ H_{i\theta} + H_{s\theta} = H_{i\theta} & H_{i\varphi} + H_{s\varphi} = H_{i\varphi} \end{cases}$$

根据 $\sin\varphi$ 和 $\cos\varphi$ 的正交特性及(51)式, 可由上式得出系数 $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$ , 和 $d_n$ 的线性方程组

$$\begin{cases} \mu[mxj_n(mx)]'c_n + \mu_l[xh_n^{(1)}(x)]'b_n \\ \quad = \mu_l[xj_n(x)]'j_n(mx)c_n + h_n^{(1)}(x)b_n = j_n(x) \\ [mxj_n(mx)]'d_n + m[xh_n^{(1)}(x)]'a_n \\ \quad = m[xj_n(x)]'\mu m j_n(mx)d_n + \mu_l h_n^{(1)}(x) a_n = \mu_l j_n(x) \end{cases} \quad (56)$$

(56) 式中,  $x = ka = 2\pi a / \lambda$  为尺度参数,  $m$  为复折射率,  $[\ ]'$  表示对  $x$  的微商,  $\mu, \mu_1$  分别是球外和球内介质的磁导率。对 (56) 式求解, 得球内场系数为

$$\begin{cases} c_n = \frac{\mu_1 j_n(x)[x h_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(x)[x j_n(x)]'}{\mu_1 j_n(mx)[x h_n^{(1)}(x)]' - \mu h_n^{(1)}(x)[m x j_n(mx)]'} \\ d_n = \frac{\mu_1 m j_n(x)[x h_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 m h_n^{(1)}(x)[x j_n(x)]'}{\mu m^2 j_n(mx)[x h_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(x)[m x j_n(mx)]'} \end{cases} \quad (57)$$

散射系数为

$$\begin{cases} a_n = \frac{\mu m^2 j_n(mx)[x j_n(x)]' - \mu_1 m j_n(x)[m x j_n(mx)]'}{\mu m^2 j_n(mx)[x h_n^{(1)}(x)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(x)[m x j_n(mx)]'} \\ b_n = \frac{\mu_1 j_n(mx)[x j_n(x)]' - \mu j_n(x)[m x j_n(mx)]'}{\mu_1 j_n(mx)[x h_n^{(1)}(x)]' - \mu h_n^{(1)}(x)[m x j_n(mx)]'} \end{cases} \quad (58)$$

引入 Riccati - Bessel 函数

$$\psi_n(\rho) = \rho j_n(\rho), \quad \xi_n(\rho) = \rho h_n^{(1)}(\rho)$$

在  $r = a$  处,  $x = \rho, \mu = \mu_1$ 。把 Riccati - Bessel 函数引入 (57) 式, 可得

$$\begin{cases} a_n = \frac{m \psi_n(mx) \psi_n'(x) - \psi_n(x) \psi_n'(mx)}{m \psi_n(mx) \xi_n'(x) - \xi_n(x) \psi_n'(mx)} \\ b_n = \frac{\psi_n(mx) \psi_n'(x) - m \psi_n(x) \psi_n'(mx)}{\psi_n(mx) \xi_n'(x) - m \xi_n(x) \psi_n'(mx)} \end{cases} \quad (59)$$

为了计算  $a_n, b_n$ , 有以下的初值与递推关系式

$$\pi_n(u) = \frac{dP_n(u)}{du}$$

$$\tau_n(u) = u \pi_n(u) - (1 - u^2) \frac{d\pi_n(u)}{du}$$

$P_n(x)$  为勒让德函数,  $\pi_1(u) = 1, \pi_2(u) = 3u$ ,

$$\pi_n(u) = \frac{(2n-1)u\pi_{n-1}(u) - n\pi_{n-2}(u)}{n-1}$$

$$\tau_1(u) = u, \quad \tau_2(u) = 6u^2 - 3$$

$$\tau_n(u) = nu\pi_n(u) - (n+1)\pi_{n-1}(u)$$

$$\psi_n'(x) = \psi_{n-1}(x) - \frac{n\psi_n(x)}{x}$$

$$\xi_n'(x) = \xi_{n-1}(x) - \frac{n\xi_n(x)}{x}$$

取  $D_n(x) = \frac{d\psi_n(x)}{\psi_n(x)dx}$  可得

$$\begin{cases} a_n = \frac{[D_n(mx)/m + n/x]\psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{[D_n(mx)/m + n/x]\xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)} \\ b_n = \frac{[mD_n(mx) + n/x]\psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{[mD_n(mx) + n/x]\xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)} \end{cases} \quad (60)$$

$$D_{n-1}(x) = \frac{n}{x} - \frac{1}{D_n(x) + n/x} \quad (61)$$

函数  $D_n(x)$  按 (61) 式,  $n$  值可以向增大的方向递推, 也可向减少的方向递推。

复振幅函数  $S_1(u)$ ,  $S_2(u)$  在 (49) 式是收敛较慢的无穷级数, 计算中应取 (49) 式无穷级数的前  $K$  项, 尺度参数  $x$  ( $= 2\pi a / \lambda$ ) 越大, 无穷级数收敛越慢,  $K$  值也越大,  $K$  与  $x$  的最佳选择为

$$K = x + \sqrt[3]{x} + 16 \quad (62)$$

## 6. 散射截面

球外一点的总电磁场为:  $\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_s$ ,  $\vec{H} = \vec{H}_i + \vec{H}_s$ , 则平均能流密度的径向分量为

$$\begin{aligned} \bar{S}_r &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}[E_\theta H_\phi^* - E_\phi H_\theta^*] = \frac{1}{2} [E_{i\theta} H_{i\phi}^* - E_{i\phi} H_{i\theta}^*] \\ &+ \frac{1}{2} \operatorname{Re}[E_{s\theta} H_{s\phi}^* - E_{s\phi} H_{s\theta}^*] + \frac{1}{2} \operatorname{Re}[E_{i\theta} H_{s\phi}^* + E_{s\theta} H_{i\phi}^* \\ &- E_{i\phi} H_{s\theta}^* - E_{s\phi} H_{i\theta}^*] \end{aligned} \quad (63)$$

以散射球为中心, 做一个半径为  $r$  的球面。  $\bar{S}_r$  在球面上的积分应等于穿过该面的净能流, 若球外是无损耗的介质, 则该能流

等于球体单位时间吸收的能量(转化为热能),并等于

$$W_a = -\operatorname{Re} \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \vec{S} \cdot \vec{r} r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \right] \quad (64)$$

(64) 式中负号表示能流方向与  $\vec{r}$  相反, 指向球心。(63) 式中的第一项表示入射光能流密度, 它在任何封闭曲面上的积分为零; 第二项是散射场的能流密度, 在球面上散射场的总能流为

$$W_s = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (E_{s\theta} H_{s\varphi}^* - E_{s\varphi} H_{s\theta}^*) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \right] \quad (65)$$

由于上述能流平衡, (63) 式中的第三项, 代表单位时间由初始入射波得到的总能量  $W_e$ , 在数值上应等于吸收能流和散射能流之和, 即

$$W_e = W_a + W_s = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (E_{i\theta} H_{s\varphi}^* + E_{s\theta} H_{i\varphi}^* - E_{i\varphi} H_{s\theta}^* - E_{s\varphi} H_{i\theta}^*) r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \right]$$

因为电磁波在球外介质没有损耗,  $W_a$  和  $W_s$  的积分与球面大小无关。可以把球半径  $r$  取得足够大, 在积分时可用远场渐近表达式

$$\begin{cases} j_n(\rho) \approx \frac{1}{\rho} \cos\left(\rho - \frac{n+1}{2}\pi\right) \\ h_n^{(1)}(\rho) \approx \frac{1}{\rho} (-i)^{n+1} \exp(i\rho) \end{cases} \quad (66)$$

在积分 (64)(65) 式时, 利用 (53)(54) 式的结果, 可得散射能流为

$$W_s = \frac{\pi |E_0|^2}{k\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2)$$

吸收和散射能流之和为

$$W_e = \frac{\pi |E_0|^2}{k\omega\mu} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}(a_n + b_n) \quad (67)$$

入射电磁波的平均能流密度为



$$I_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_0|^2$$

按散射截面 $\sigma_s$ 和消光截面 $\sigma_e$ 的定义, 可得

$$\sigma_s = \frac{W_s}{I_i} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (68)$$

$$\sigma_e = \frac{W_s}{I_i} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}(a_n + b_n) \quad (69)$$

因为 $P_n(u)$ 满足 $m=0$ 的(16)式,  $P_n(1)=1$ , 所以当 $\theta=0$ , 即 $u=1$ 时

$$\pi_n(1) = \tau_n(1) = \left. \frac{dP_n(u)}{du} \right|_{u=1} = \frac{n(n-1)}{2}$$

对前向散射,  $\theta=0$ , 由(49)式

$$S_2(0) = S_1(0) = S(0) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n + b_n) \quad (70)$$

由(69)及(70)式, 可得消光截面的另一表达式

$$\sigma_e = \frac{W_s}{I_i} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}(a_n + b_n) = \frac{4\pi}{k^2} \operatorname{Re}[S(0)] \quad (71)$$

由(52)式, 对 $\theta=180^\circ$ 的后向散射

$$\begin{aligned} S_2(180^\circ) &= -S_1(180^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-1)^n(a_n - b_n) \end{aligned} \quad (72)$$

## 第四章 大气对太阳辐射的吸收

### § 4.1 太阳的位置和时间

计算太阳辐射能到达地球的数量，需要计算不同时间和地点的日地距离、太阳仰角及日出和日落的时间。

地球以椭圆轨道绕太阳公转，日地之间的平均距离为  $149597890 \pm 500\text{km}$ ，这个距离称为一个天文单位(AU)。轨道离心率的平均值为 0.0167，地球约在一月三日离太阳最近，距离为 0.973AU；约在七月四日离太阳最远，距离为 1.017AU。

地球绕太阳公转的角速度并不均匀，地日距离近时，角速度大一些，这使从地球上观察，太阳在恒星间移动的角速度不均匀，以太阳为标准，地球自转一周的时间(真太阳日)也不相等，为了计时的方便，假想在太阳附近有一个天体，它在恒星间等角速移动，这个天体称为平太阳，平太阳有时在真太阳前面，有时在真太阳后面。以平太阳为标准，地球自转一周的时间(平太阳日)是常数，时间是以平太阳为标准，计算太阳辐射应考虑真太阳在天空的位置。天体与观测点经圈重合后，地球自转的角度称为该天体的时角。真太阳和平太阳的时角分别称为真太阳时  $\Omega$ ，平太阳时  $t$ ，真太阳与平太阳的位置不同，所以真太阳时与平太阳时有差别，真太阳时与平太阳时之差称为时差  $E$

$$E = \Omega - t \quad (4.1)$$

地球赤道平面与地球公转平面的交角称为黄赤交角  $\varepsilon$ ，黄赤交角  $\varepsilon$  随时间缓慢变化，在 1991 年初和 1991 年末，黄赤交角  $\varepsilon$  分别等于  $23^\circ 26'29.5''$  及  $23^\circ 26'26.3''$ ，阳光直射的地球纬度为

太阳的赤纬  $\delta$ 。地球公转使时差约在  $+16\text{min}25\text{s}$  到  $-14\text{min}15\text{s}$  之间变化，太阳赤纬  $\delta$  在  $\pm \varepsilon$  之间变化。日地距离，时差  $E$  和太阳赤纬  $\delta$  的精确的数值可查每年的天文年历，也可用 (4.3)、(4.4)、(4.5) 式求日地距离，时差和太阳赤纬的近似值。

取  $D$  为年中日数，1 月 1 日  $D = 1$ ，平年的 12 月 31 日  $D = 365$ 。取地日距离订正因数

$$d = \left( \frac{\text{平均地日距离}}{\text{地日距离}} \right)^2$$

可由年中日数  $D$  计算时差  $E$  及太阳赤纬  $\delta$  的近似值

$$X = 2\pi \frac{D - 1}{365}$$

$$d = 1.000110 + 0.034221\cos X + 0.991280\sin X \\ + 0.000719\cos 2X + 0.000077\sin 2X \quad (4.2)$$

$$E = 229.18(0.000075 + 0.0001868\cos X - 0.032077\sin X \\ - 0.014615\cos 2X - 0.04089\sin 2X) \quad (4.3)$$

$$\delta = \frac{180}{\pi} (0.006918 - 0.399912\cos X + 0.070257\sin X \\ - 0.006758\cos 2X + 0.000907\sin 2X \\ - 0.002697\cos 3X + 0.00148\sin 3X) \quad (4.4)$$

(4.3) 式括号内代表以弧度为单位的时差，乘 229.18 后得以分为单位的时差  $E$ ，(4.3) 式的最大误差为 35s。(4.4) 式括号内代表以弧度为单位的赤纬，乘  $180/\pi$  后得以度为单位的赤纬，(4.4) 式的最大误差为 3'。

为了便于不同地区的交往，世界各地的钟表并不以当地的平太阳时为准，而以标准经度的平太阳时为准。统一规定以  $0^\circ$  经度线即英国格林尼治天文台的平太阳时子夜为世界时 0 时，中国规定以东经  $120^\circ$  的平太阳时子夜为北京时间 0 时，北京时间比世界时早 8 小时。

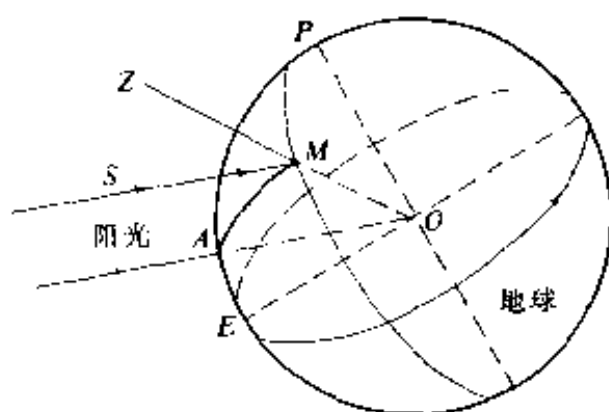


图 4.1 太阳在天空的位置和时间

如图 4.1, 在地球北半球纬度为  $\varphi$  的  $M$  点观测太阳。 $P$  点为地球北极。阳光直射到地球上的  $A$  点,  $O$  为地球中心,  $Z$  为观测点  $M$  的天顶。球面上  $PMA$  三点组成一个球面三角形。 $\angle MOP = 90^\circ - \varphi$ ,  $\angle AOP = 90^\circ - \delta$ ,  $\angle APM$  是阳光直射观测点  $M$  所在经度以后, 地球自转的角度, 称为真太阳的时角  $\Omega$ 。 $\angle SMZ = \angle AOE$  是太阳的天顶距  $\theta$ ,  $\angle PMA = 360^\circ - \alpha$ ,  $\alpha$  是阳光以北方为起点顺时针计算的方位角。由球面三角公式, 可得以下关系式

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \sin(90^\circ - \varphi)\sin(90^\circ - \delta)\cos\Omega \\ &\quad + \cos(90^\circ - \varphi)\cos(90^\circ - \delta) \\ &= \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos\Omega \\ \cos(90^\circ - \delta) &= \cos(90^\circ - \varphi)\cos\theta \\ &\quad + \sin(90^\circ - \varphi)\sin\theta\cos(360^\circ - \alpha)\end{aligned}\quad (4.5)$$

由上式可得

$$\cos\alpha = \frac{\sin\delta - \sin\varphi\cos\theta}{\cos\varphi\sin\theta}\quad (4.6)$$

日出日落时, 真太阳天顶角  $\theta = 90^\circ$ ,  $\cos\theta = 0$ , 由 (4.6) 式可求出日出日落时的时角  $\Omega_0$  为

$$\Omega_0 = -\tan\varphi\tan\delta\quad (4.7)$$

**例题** 1991 年 5 月 17 日, 北京时间 14h30min 在成都(北纬

30° 40′, 东经 104° 04′)观测太阳辐射, 求日地距离、真太阳的仰角和方位角、当天日出日落时间及昼长。

按 1991 年天文年历, 用内插法可求出

日地距离 = 1.0112713AU, 太阳赤纬  $\delta = 19^\circ 13' 44.1''$

时差  $E_t = 3\text{min}40.09\text{s}$

用(4.2), (4.3), (4.4), 式可求出

日地距离 = 1.011709AU, 太阳赤纬  $\delta = 19^\circ 12' 36.9''$

时差  $E_t = 3\text{min}54.27\text{s}$

按 360° 折合 24h, 成都和东经 120° 的经度差为  $-15^\circ 56'$   
 $= -1.06222\text{h}$ , 所以真太阳的时角  $\Omega$  为

$$\begin{aligned}\Omega &= 14.5\text{h} - 12\text{h} - 1.06222\text{h}(\text{经度差}) + 3\text{min}40.09\text{s}(\text{时差}) \\ &= 1.498914\text{h} = 22.4837^\circ\end{aligned}$$

由(4.5)式算出当时太阳天顶角  $\theta$ , 太阳仰角  $h$  为

$$\theta = 23.4837^\circ = 23^\circ 18' 21'', \quad h = 90^\circ - \theta = 66^\circ 41' 39''$$

由(4.6)式, 算出当时太阳方位角  $\alpha$  为

$$\alpha = 245.8768^\circ = 245^\circ 52' 36''$$

由(4.7)式算出日出日落时的时角  $\Omega_0$ , 昼长( $= 2\Omega_0$ )为

$$\Omega_0 = 101.9366^\circ = 6.795775\text{h}, \quad \text{昼长} = 2\Omega_0 = 13\text{h}35\text{min}$$

## § 4.2 太阳及太阳辐射

### 4.2.1 太阳概况

地球的绝大部分能量来自太阳, 地下核反应产生的地热和火山能量, 及遥远恒星传来的辐射能与来自太阳的辐射能相比, 可以忽略不计。

天文学家把太阳发出连续谱白光, 可见光无法透过的球面当作太阳表面, 称为光球, 光球以外为太阳大气。光球厚度约 500km, 光球半径约  $7 \times 10^5\text{km}$ , 是地球半径的 109 倍, 光球圆

面在地球上的张角约半度，在地球上可观测到光球表面的黑子、光斑、耀斑、米粒组织等细节。光球表面温度约 5800K。

太阳的核心是“热核反应区”，半径约  $7 \times 10^4 \text{km}$ ，温度约  $1.5 \times 10^7 \text{K}$ ，密度是水的 135~150 倍，氢在这个区域进行热核聚变，向外发射高能的  $\gamma$  射线和 X 射线。热核反应区外面是“辐射转移区”，厚度约  $4.8 \times 10^6 \text{km}$ ，由内向外温度和密度逐渐下降，来自内部的高能  $\gamma$  射线和 X 射线光子平均每走 1cm 就与浓密的物质粒子碰撞一次，被粒子吸收后再以较长的波长向外发出光子。经过反复多次的吸收和再辐射，经过几百万年，最后才转化为可见光、红外线和紫外线到达太阳光球表面，射向四方。辐射转移区以外是厚约  $1.5 \times 10^5 \text{km}$  的“对流区”，对流区与辐射转移区交界处温度约  $10^6 \text{K}$ ，对流区内外温差很大，有强烈对流。辐射转移区传出的能量一部分以对流形式由高热气团带到表面，较冷气团再沉下去，类似沸腾状态。太阳对流区活动的变化引起太阳光球上黑子，及太阳大气的各种变化。

太阳表面最重要的直观变化是黑子，太阳表面有些区域温度比周围低 1000~2000K，发出的辐射能比周围小，看起来比周围黑，称为黑子。太阳黑子的平均直径约  $3.7 \times 10^4 \text{km}$ ，比地球直径大得多，特别大的黑子直径达  $2.45 \times 10^5 \text{km}$ 。大的黑子在日面上可存留数月，面积小的太阳黑子寿命较短。多数黑子成群随太阳自转移过日面，太阳黑子活动和变化的原因和机制，目前还没有完善的理论。黑子所在的区域，磁场比日面其他区域强，有人认为过强的磁场使对流区的热量难以上升到光球，另一些人认为很多能量随磁力线上升到太阳大气中，所以黑子区域温度较低，比周围黑。为了定量研究太阳黑子的消长规律，科学界用“相对黑子数  $R$ ”表示日面黑子区域的大小

$$R = k(10g + f) \quad (4.8)$$

(4.8) 式中  $g$  代表黑子群数， $f$  代表零星黑子个数， $k$  是不同天文台的观测值进行统一的因数，图 4.2 是 1600~1990 年年平均相

对黑子数的变化曲线，可以看出相对黑子数有周期变化，周期长度不等。周期最长达 13.3 年，最短 7.3 年，平均 11 年。1848 年以后的太阳黑子资料最可靠，1818 年以前的资料由于观测不完善，是有疑问的。

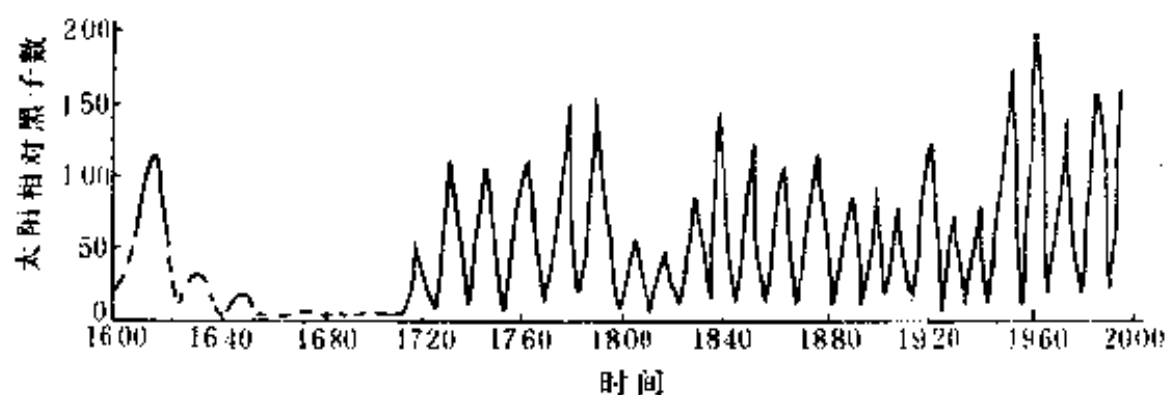


图 4.2 年平均太阳相对黑子数的变化

与太阳黑子有关的现象是光斑和谱斑，光斑是光球上层的现象，比周围亮约 10% 的区域，谱斑是色球的高温区，在某些波段（如 656.28nm 氢  $H_\alpha$  谱线）比周围亮，光斑和谱斑的出现往往是黑子出现的先兆，黑子消失后它们还会存在一段时间。它们产生的原因可能是太阳对流区的热物质在高磁场引导下向上喷发的结果。

光球以外的太阳大气，按性质可分为两层：紧贴光球，厚度约 2000~5000km，称为色球。色球密度的数量级为  $10^{-9}(\text{kg}/\text{m}^3)$ ，是地球表面大气密度的百万分之一。色球之外延伸到几亿千米处称为日冕，日冕处物质密度非常稀薄，即使在靠近色球的日冕内层，密度的数量级也只有  $10^{-12}(\text{kg}/\text{m}^3)$ ，约为地球表面大气密度的十亿分之一，色球层的温度随高度上升，到日冕区温度达  $2 \times 10^6 \text{K}$ ，在高温下粒子热运动速度特快，使日冕外部以每秒几百千米的速度向外运动，形成太阳风，太阳风的影响最远可达木星轨道附近，太阳风到达地球时，每立方米约含  $10^7$  个粒子。

太阳色球的局部突然增亮的现象称为耀斑，耀斑不象光斑和谱斑那样变化缓慢，而是高能爆发现象，寿命仅十几分钟至几小时，它射出的电磁波分布在 X 射线，紫外线和射电波段，同时高速喷出电离粒子。一次耀斑爆发向外发射总能量约  $10^{23} \sim 10^{25} \text{J}$ 。以寿命一小时计，功率为  $3 \times 10^{19} \sim 3 \times 10^{21} \text{W}$ ，与太阳辐射的平均功率  $3.9 \times 10^{26} \text{W}$  相比，耀斑爆发向外发射的功率很小，但对地球的电离层和磁场影响很大。1972 年 8 月 7 日耀斑的特大爆发，强烈的 X 射线，紫外线和射电波伴随着大量带电粒子流连续轰击地球达一个多星期之久，剧烈的电磁场变化使磁罗盘指针摆动，短波通讯中断，许多电子设备受干扰。耀斑在太阳活动峰年（黑子较多的年）频繁出现，强度较大；黑子少的年份，耀斑次数较少，强度也较弱。科学界大都认为太阳局部磁场的突然变化是耀斑爆发的原因。我们把太阳黑子，耀斑，谱斑，太阳风等数量或强度较少时的太阳称为宁静太阳，把太阳上述现象活动强烈时的太阳称为活动太阳。

在日全蚀时可观察到日珥，日珥是色球层喷发的密度  $10^{16} \sim 10^{15} (\text{kg} / \text{m}^3)$  的物质。喷发高度达几十万 km。

#### 4.2.2 太阳光谱与太阳常数

要了解太阳辐射对地球大气的影响，首先需了解进入大气上界太阳辐射的总功率，及辐射能随波长分布的规律。

与其他物理量的测量相比，辐射量测量的准确度是最低的。目前千分之几的准确度就是世界水平，要达到百分之一的准确度，就要采取许多措施和细心操作，一般辐射观测准确度只有百分之五，分波段的辐射探测，准确度就更差。最初在地面不同时间测量太阳辐射，用外推的方法计算大气上界的太阳辐射，后来用飞机，气球，火箭和卫星测量太阳辐射。1837 年法国的 Pouillet 首先测定大气上界的太阳辐照度为  $1.79 \text{cal} / (\text{cm}^2 \cdot \text{min})$ 。此后各家陆续测定大气上界太阳辐照度，其数值在  $1.7 \sim$



4.0cal / (cm<sup>2</sup> · min)之间变动。这变动不是大气上界太阳辐照度实际的变化，而是测定中的误差造成的。随着技术的进步，1923年以来，各测定者的结果已比较接近，数值在 1.88~2.06cal / (cm<sup>2</sup> · min)之间变动。由于无法辨别差别是由测定误差还是大气上界太阳辐照度本身变化产生的，在难以确定大气上界太阳辐照度变化的条件下，人们称地日平均距离时大气上界太阳辐照度为太阳常数。

自本世纪初，日射有两个并行的标准，一个是 1905 年以来，欧洲用 Ångström 补偿式绝对日射表为标准的 Ångström 标尺，一个是 1913 年以来，美洲用水流式绝对日射表为标准的 Smithsonian 标尺。经过多年比较，1956 年国际辐射委员会建议采用新的“IPS1956”(International Pyrheliometer Scale 1956)为统一的辐射测量标准

$$\text{IPS1956} = 1.015(\text{Ås1905}) = 0.98(\text{Ss1913})$$

在 60 年代末，设计使用了更精确的日射测量仪器——以腔体为接收器的腔体式辐射表。1977 年世界气象组织的仪器与观测方法委员会通过建立以腔体式辐射表为标准的辐射新标尺：世界辐射测量基准 WRR(World Radiometric Reference)

$$\text{WRR} = 1.022(\text{IPS 1956})$$

1976 年美国宇航局(NASA)根据飞机和空间观测的结果，以 IPS1956 为标尺，公布了地日平均距离时大气上界太阳辐照度的谱分布，太阳常数值为 1353W / m<sup>2</sup>。1981 年世界气象组织的仪器与观测方法委员会下设的工作组在充分研究当时资料的基础上，综合各家结果，公布了 WRR 标尺的地外太阳辐射谱，其结果见附录，委员会建议的太阳常数 = 1367W / m<sup>2</sup>。按 Stephen-Boltzmann 定律，若太阳辐射表面为黑体，可算出黑体温度为 5777K。

图 4.3 是地日平均距离处大气上界太阳辐照度谱分布。为了比较，还画出若太阳表面为 5777K，80000K，10<sup>6</sup>K 在大气上界

产生的辐照度谱分布。

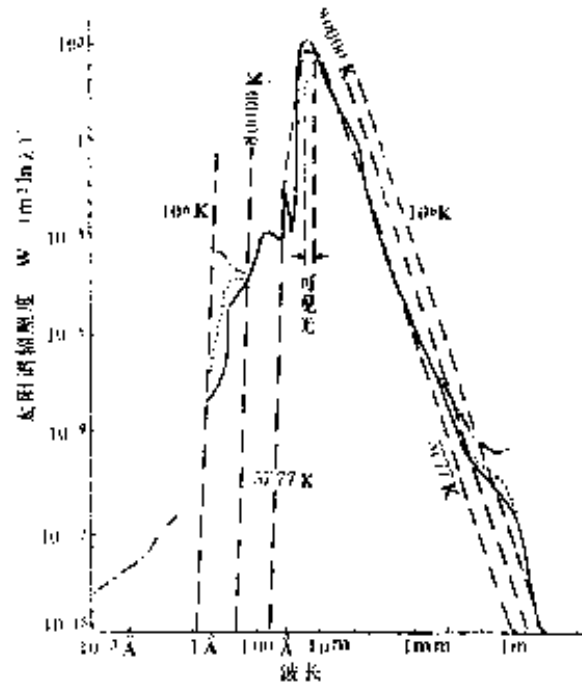


图 4.3 大气上界太阳辐照度谱(地日平均距离)

- - - 若太阳为不同温度的黑体在大气上界的热辐射功率
- 宁静太阳的辐射功率      · · · 耀斑爆发时的辐射功率
- · — 耀斑特大爆发时的辐射功率

太阳辐射按性质和来源可分为两部分：热辐射与非热辐射。若辐射源处于热动平衡或局部热动平衡状态，即系统内质点的能量分布遵守一定温度下的玻耳兹曼分布，这样的辐射源产生的辐射称为热辐射。若辐射源中质点的能量分布与一定温度下的玻耳兹曼分布差别很大，这样条件下产生的辐射称为非热辐射，例如激光源及日光灯发出的辐射都是非热辐射。太阳非热辐射中主要成分是接近光速的电子在磁场中运动所产生的，这种辐射最初发现于同步加速器，所以称为同步加速辐射。太阳辐射能近 99.5% 在波长  $0.28 \sim 1000 \mu\text{m}$  范围内，主要来源是太阳光球的热辐射，辐射功率比较稳定，其谱分布与 5777K 的黑体辐照度谱大致接近，在这个波长范围外，5777K 黑体辐照度的辐射功率

随波长下降很快。在波长大于  $1\text{mm}$  的射电波及波长小于  $0.28\mu\text{m}$  的紫外区，X 射线和  $\gamma$  射线区，大气上界太阳辐照度能量很小，约占太阳辐照度总能量的  $0.575\%$ ，主要来自太阳的非热辐射。太阳发射的非热辐射功率很小，但强度随波长的变化比太阳的热辐射慢，太阳热辐射的辐射功率比较稳定，随时间的变化不大，在  $0.28\sim 1000\mu\text{m}$  波段，太阳的非热辐射比热辐射小得多，是可以忽略的小量，所以在这个波段太阳的辐射功率比较稳定。

在  $0.28\sim 1000\mu\text{m}$  波段以外，随着  $5777\text{K}$  的黑体热辐射功率迅速下降，非热辐射所占的比例上升。非热辐射所占的比例愈大，太阳的辐射功率就愈不稳定。在太阳耀斑爆发时，在这些光谱区太阳的辐射功率成倍或几十倍的增加。由图 4.2 可以看出：在太阳辐照度光谱的两头，即波长小于  $0.28\mu\text{m}$  及大于  $1000\mu\text{m}$  处，太阳的辐射功率很小，但变率很大。

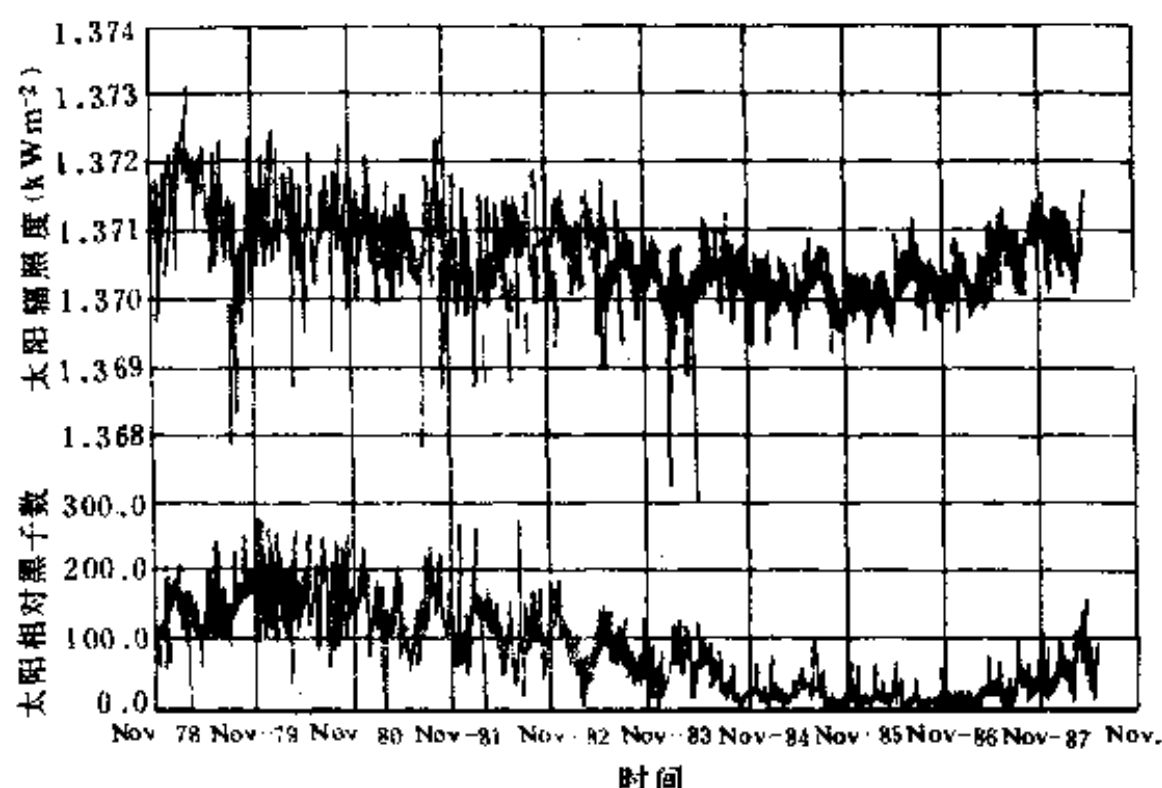


图 4.4 日平均太阳辐照度与相对黑子数随时间的变化

(雨云七号气象卫星观测结果，引自 Hickey, 1988)

过去由于仪器精度和观测方法的限制，无法测出日地平均距离时大气上界太阳辐照度(太阳常数)随时间的变化。1978年11月开始在雨云七号气象实验卫星上用腔体式辐射表监测大气上界太阳辐照度随时间的变化，与天文台观测的太阳相对黑子数对比，其结果见图4.4。可以看出：太阳常数与太阳黑子数有很好的正相关。

### § 4.3 大气中气体对太阳 辐射的吸收

图4.5是大气中气体对太阳辐射吸收的概况。最上面的曲线是日地平均距离时大气上界的太阳辐照度，中间的曲线是计算大气分子散射对阳光的散射削弱后到达地面的太阳直接辐射光谱，计算中取地面气压为一个大气压，太阳的位置在天顶。黑的部份是大气中气体对阳光的吸收，取大气臭氧总量为 $0.35\text{cm(NTP)}$ ，空中水汽总量为 $20(\text{kg}/\text{m}^2)$ ，相当2cm厚的液体水。由图4.5可以看出：除了云和尘埃外，大气中吸收太阳辐射的气体主要是水汽和臭氧，次要的气体是二氧化碳和氧分子。

波长 $0.2\mu\text{m}$ 以下，太阳辐射的紫外光，X射线被中间层以上的氧分子，氮分子，及被太阳高能辐射离解的氧原子，氮原子所吸收，使大气85km以上的热层加热，这个波段太阳辐射的变率较大，大气热层的温度在太阳宁静时期与太阳活动时期可差 $100\sim 1000\text{K}$ 。由于这个波段太阳辐射功率很小，它对中下层大气辐射热收支影响很小。

臭氧在大气中的总量随纬度和季节而变化，变化范围为 $0.2\sim 0.45\text{cm(NTP)}$ ，臭氧的密度在 $20\sim 25\text{km}$ 最大，臭氧密度随高度的变化可用(4.9)式模拟

$$U(z) = \frac{a + a \exp(-b/c)}{1 + \exp[(z-b)/c]} \quad (4.9)$$

(4.9) 式中,  $a$  为臭氧总量,  $U(z)$  是  $z$  高度以上大气臭氧的总量,  $b$  为臭氧密度极大值所在的高度,  $c$  是一个控制臭氧密度随高度变化的参量,  $c$  愈小, 在  $b$  高度的臭氧密度愈大, 在极值高度上下, 臭氧密度随高度的变化率愈大, 计算中可取  $c \approx b/4$ 。

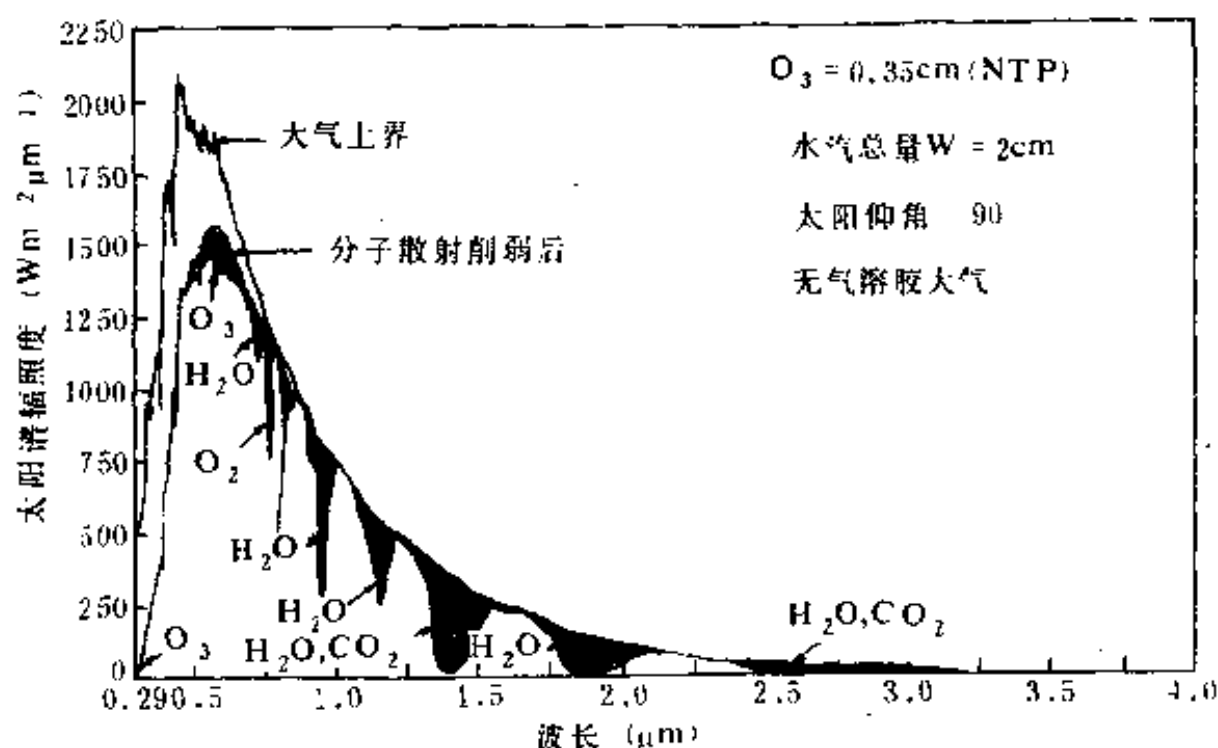


图 4.5 大气中气体对太阳辐射的吸收

在  $41000 \sim 51000 \text{ cm}^{-1}$  (相当  $0.1961 \sim 0.2439 \mu\text{m}$ ) 是分子氧的吸收带, 称为赫茨堡 (Herzberg) 带, 臭氧在这个波段也有吸收。  $0.25 \sim 0.30 \mu\text{m}$  称为臭氧的哈特莱 (Hartley) 带, 与哈特莱带紧接的是  $0.30 \sim 0.35 \mu\text{m}$  吸收较弱的赫金斯 (Huggins) 带。  $0.45 \sim 0.77 \mu\text{m}$  是臭氧的查普斯 (Chappuis) 带, 虽然臭氧的吸收系数较小, 由于太阳在这个波段辐射功率很强, 臭氧对阳光的吸收也很重要。表 4.1、表 4.2 是臭氧和氧气的吸收参量。表 4.1 中, 波长的单位为  $\text{\AA}$  ( $=10^{-4} \mu\text{m}$ ), 波长  $< 3500 \text{\AA}$  时,  $\alpha$  是  $18^\circ\text{C}$  臭氧的十进吸收系数 ( $\text{cm}^{-1}$ ),  $\rho$  为  $-44^\circ\text{C}$  及  $18^\circ\text{C}$  吸收系数之比。

表 4.1 臭氧对太阳辐射的吸收系数

波长	$\alpha$	$\rho$	波长	$\alpha$	$\rho$	波长	$\alpha$	$\rho$
2546	121.0		2809	42.0	0.96	3059	1.97	0.91
2553	126.5		2823	37.7	0.95	3061	2.01	0.93
2566	119.0		2833	35.4	0.96	3066	1.90	
2572	121.0		2841	31.7	0.95	3075	1.59	0.91
2579	119.0		2845	30.9	0.95	3077	1.62	0.91
2587	124.0		2850	29.2		3083	1.46	0.91
2598	115.0		2859	26.8	0.94	3092	1.35	
2606	119.0		2864	25.6	0.93	3085	1.48	0.91
2617	112.0		2871	23.8	0.94	3098	1.16	
2624	114.0		2874	23.2	0.90	3100	1.19	0.91
2635	106.0		2884	20.0	0.93	3104	1.11	
2643	109.0		2892	18.6	0.92	3106	1.12	
2652	102.0		2897	17.5	0.93	3109	1.02	0.90
2656	104.0		2906	15.5	0.94	3112	1.05	0.91
2671	91.0		2908	14.6		3130	0.75	0.83
2676	96.0		2914	13.3	0.93	3135	0.796	0.87
2693	86.0		2920	12.4	0.93	3146	0.583	0.80
2697	88.0		2926	11.3	0.94	3148	0.610	0.81
2702	87.0		2931	10.7	0.93	3151	0.566	0.82
2710	84.0	0.98	2937	9.87		3154	0.630	0.87
2715	81.9		2946	8.90	0.93	3167	0.450	0.79
2717	81.5	0.98	2948	8.76		3170	0.490	0.84
2722	79.7		2959	7.86	0.94	3173	0.450	0.83
2725	78.5		2967	6.88	0.94	3190	0.310	0.76
2728	77.3		2973	6.31	0.94	3194	0.385	0.86
2731	76.0	0.96	2977	5.85	0.94	3199	0.244	0.84
2738	72.2	0.97	2982	5.50	0.94	3200	0.390	0.87
2748	68.8	0.97	2987	5.18	0.94	3209	0.227	0.73
2752	66.4		2998	4.49	0.92	3210	0.238	0.74
2756	64.3	0.96	3004	4.19	0.92	3216	0.216	0.75
2759	63.5	0.96	3016	3.55	0.92	3220	0.300	0.88
2763	62.1		3021	3.29		3223	0.253	0.83
2773	57.6	0.96	3029	2.91	0.92	3226	0.293	0.89
2782	52.9		3036	2.74	0.92	3239	0.140	0.65
2784	52.4	0.96	3037	2.76	0.93	3242	0.162	0.74
2792	48.0		3051	2.06	0.91	3245	0.152	0.74
2799	46.1	0.96	3053	2.09	0.92	3248	0.224	0.91

续表 4.1

波长	$\alpha$	$\rho$	波长	$\alpha$	$\rho$	波长	$\alpha$	$\rho$
3253	0.171	0.81	4831	10.4	0.97	6036	58.2	
3269	0.092	0.62	4874	9.23	0.97	6075	56.1	1.01
3255	0.185	0.83	4888	9.6		6108	52.7	1.00
3272	0.121	0.80	4928	10.1	0.98	6143	49.5	
3275	0.106	0.76	4969	10.9	0.99	6180	47.5	1.00
3279	0.162	0.91	5012	15.9	1.01	6191	45.0	
3292	0.061	0.57	5060	20.1	0.99	6220	44.2	
3295	0.066	0.61	5106	18.3		6256	42.2	1.00
3299	0.056	0.61	5118	18.0	0.99	6293	40.0	1.00
3303	0.094	0.85	5148	18.6	0.99	6335	38.0	1.00
3309	0.078	0.77	5196	20.4		6349	36.7	
3312	0.108	0.86	5245	24.1	1.00	6376	35.5	0.99
3328	0.035	0.65	5296	30.0	1.00	6418	33.1	
3332	0.050	0.64	5340	32.5	1.00	6458	30.9	0.99
3334	0.044	0.67	5365	31.9	1.00	6486	28.9	
3338	0.077	0.86	5405	34.4		6500	28.6	0.99
3357	0.020		5461	36.2		6544	26.9	
3365	0.038	0.80	5487	36.8		6634	23.1	
3369	0.030	0.78	5512	37.8		6681	11.1	
3372	0.051	0.88	5538	38.4		6727	18.7	
3391	0.014		5564	40.6	1.01	6777	16.8	
3395	0.022		5590	43.3		6828	15.0	
3398	0.017		5617	48.3	1.00	6876	13.8	
3401	0.028	0.86	5643	50.0		6925	12.6	
3417	0.0078		5670	51.8	1.01	6981	11.1	
3450	0.0083		5698	53.9		7036	10.0	
3500	0.003		5735	55.2	1.01	7089	9.25	
			5754	55.9	1.01	7122	9.0	
4516	2.33		5783	55.0	1.01	7168	8.65	
4551	2.26		5812	52.4		7207	7.60	
4585	3.61		5842	51.1	1.01	7264	6.65	
4620	4.98		5872	50.5	1.01	7328	5.85	
4667	3.94		5903	51.5		7392	4.65	
4710	5.16		5934	52.3	1.01	7500	3.9	
4731	4.87		5968	55.6	1.01	7600	3.04	
4770	6.65		6019	59.4	1.01	7700	1.74	

表 4.2 臭氧和氧气在 Herzberg 带的吸收截面

(引自 Ackerman, 1971)

$\lambda_0(\text{cm}^{-1})$	$\sigma(\text{氧气})$	$\sigma(\text{臭氧})$	$\Delta\nu(\text{cm}^{-1})$	$\sigma(\text{氧气})$	$\sigma(\text{臭氧})$
50500~51000	30.0	3.69	45500~46000	6.92	15.2
50000~50500	20.0	3.30	45000~45500	6.28	19.7
49500~50000	15.0	3.26	44500~45000	5.65	25.5
49000~49500	11.4	3.26	44000~44500	5.03	32.4
48500~49000	10.5	3.51	43500~44000	4.40	40.0
48000~48500	10.0	4.11	43000~43500	3.76	48.3
47500~48000	9.55	4.84	42500~43000	3.09	57.9
47000~47500	8.93	6.26	42000~42500	2.44	68.6
46500~47000	8.24	8.57	41500~42000	1.75	79.7
46000~46500	7.60	11.7	41000~41500	0.674	90.0

吸收截面  $\sigma(\text{氧气})$  的单位为  $10^{-28}\text{m}^2$

$\sigma(\text{臭氧})$  的单位为  $10^{-23}\text{m}^2$ ,  $\Delta\nu = 500\text{cm}^{-1}$

波长  $> 4500\text{\AA}$  时,  $\alpha$  是  $18^\circ\text{C}$  臭氧的十进吸收系数 ( $10^{-3}\text{cm}^{-1}$ ),  $\rho$  是  $-92^\circ\text{C}$  及  $18^\circ\text{C}$  吸收系数之比。

大气臭氧的密度常用柱密度 ( $\text{cm} / \text{km}$ ) 表示, 它是把厚度  $1\text{km}$  空气柱内的臭氧集中起来订正到标准状态下臭氧的厚度 ( $\text{cm}$ )。臭氧的透过率  $\tau$ , 分子吸收截面  $\sigma$ , 吸收系数  $k$  和十进吸收系数  $\alpha$  的关系是

$$\begin{aligned}\tau &= \exp\left(-\int_0^L \sigma N dL\right) = \exp\left(-\int_0^L k \rho dL\right) \\ &= 10^{-\int_0^L \alpha dL}\end{aligned}\quad (4.10)$$

(4.10) 式中, 十进吸收系数

$$\alpha = \frac{k}{(\ln 10)} = \frac{\sigma N}{(\rho \ln 10)}$$

臭氧的柱密度  $\rho(\text{cm} / \text{km})$  无量纲, 标准状态下  $22400\text{cm}^3$  容积内有  $6.022 \times 10^{23}$  个分子。当臭氧的十进吸收系数  $\alpha = 126.5(\text{cm}^{-1})$ , 吸收系数  $k = \alpha / (\ln 10) = 368.5(\text{cm}^{-1})$ 。



## 吸收截面

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{k\rho}{N} = \frac{368.5(\text{cm}^{-1})22400(\text{cm}^3)}{6.022 \times 10^{23}} \\ &= 1.37 \times 10^{-17} \text{cm}^2\end{aligned}$$

对波长  $\lambda < 0.32\mu\text{m}$  的太阳紫外线, 臭氧的吸收系数很大, 在可见光范围内臭氧的吸收系数较小, 由于可见光范围内太阳辐射功率较大, 大气臭氧对可见光的吸收也很重要。臭氧对紫外光及可见光的吸收符合弱线近似, 即吸收系数与气压无关, 计算臭氧对太阳辐射的吸收时可以不作气压订正。

臭氧吸收太阳辐射主要在平流层, 平流层空气比较稀薄, 散射作用与吸收作用相比是次要的。如果不考虑大气的散射, 计算臭氧吸收的太阳辐射可从  $0.2 \sim 0.77\mu\text{m}$  积分, 求大气上界到  $z$  高度, 臭氧吸收的太阳直接辐射  $S_A$  为

$$S_A = \int_{0.2}^{0.77} \mu_0 S_{0\lambda} [1 - \exp(-k_\lambda \nu)] d\lambda \quad (4.11)$$

(4.11) 式中,  $\mu_0 = |\cos\theta|$  是太阳天顶角  $\theta$  余弦的绝对值, 太阳常数的谱密度  $S_{0\lambda}$  乘  $\mu_0$  是大气上界水平面上的单色辐照度。 $\nu$  是阳光由大气上界到  $z$  高度经过的臭氧光学质量。

$$\nu = \int_z^\infty \rho' m dz$$

$\rho'$  为臭氧的柱密度,  $m$  表示阳光斜射经过的路程比直射路程大多少倍。在太阳天顶角  $\theta \leq 75^\circ$  时, 可用  $m \approx 1/\mu_0$ , 当  $\theta > 75^\circ$  时, 应考虑地球曲率及光线的折射。由于阳光在地平线上时, 考虑阳光的折射和地球的曲率, 计算得出的  $m(\theta = 90^\circ) \approx 35$ ,  $m(\theta = 0^\circ) = 1$ , 所以有些模式采用

$$m \approx \frac{35}{(1224 \sec^2 \theta + 1)}$$

把 (4.11) 式计算得出的臭氧吸收的太阳直接辐射  $S_A$  除以大气上界水平面的太阳辐照度  $\mu_0 S_0$  即得臭氧对太阳直接辐射的吸收率  $A(\nu)$ , 它是太阳直接辐射经过臭氧光学总厚度  $\nu$  的函数

$$A(v) = \frac{S_A}{\mu_0 S_0} = \frac{\int_{0.2}^{0.77} S_{0\lambda} [1 - \exp(-k_\lambda v)] d\lambda}{\int_0^\infty S_{0\lambda} d\lambda}$$

Lacis 与 Hansen 通过数值积分与数理统计方法算出大气臭氧对太阳辐射的吸收率  $A(v)$  与臭氧光学厚度  $v$  的经验公式为

$$A(v) = \frac{0.02118v}{(1 + 0.042v + 0.000323v^2)} + \frac{1.082v}{(1 + 138.6v)^{0.805}} + \frac{0.0658}{(1 + 103.6v)^3} \quad (4.12)$$

(4.12) 式右边第一项是大气臭氧对太阳可见光的吸收率，在  $10^{-4} < v < 10$  cm (NPT) 条件下，经验公式的误差小于万分之一；第二、三项是大气臭氧对太阳紫外光的吸收率，在  $10^{-4} < v < 1$  cm (NPT) 条件下，经验公式的误差小于千分之五。

如果考虑大气中臭氧对地面反射阳光的吸收，则分别计算  $z$  高度向下的太阳辐照度  $S_d(z)$ ，及向上的反射太阳辐照度  $S_u(z)$ 。在晴天向下太阳辐照度为

$$S_d(z) = \mu_0 \int_0^\infty S_{0\lambda} \exp(-k_\lambda v) d\lambda$$

阳光到达地面后向上漫反射，向上的反射太阳辐照度为

$$S_u(z) = \mu_0 \int_0^\infty \alpha_\lambda S_{0\lambda} \exp(-k_\lambda v) d\lambda$$

$\alpha_\lambda$  是地面反射率， $v$  是太阳辐射由大气上界斜射到地面，经地面漫反射后到达  $z$  高度阳光在斜路径上通过臭氧光学厚度的平均值。由大气上界斜射到地面，阳光经过的臭氧光学厚度为  $v_1 = mu_0$ ，由地面漫反射后到达  $z$  高度由于反射光方向的差别，斜射路程与直射路程之比  $m'$  是变化的，为了简化，Lacis(1974) 提出  $m'$  取 1.9 作为平均值较为合适。上式中的  $v$  按下面的算式计算

$$v = m \int_0^\infty \rho' dz + m' \int_0^z \rho' dz$$

$S_{net}(z) = S_d(z) - S_u(z)$  称为净太阳辐照度。臭氧吸收太阳辐射产生的大气加热率为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{g \Delta S_{net}(p)}{C_p \Delta p}$$

在天空有云的情况下，反射阳光的主要物体不是地面而是云面，应计算云层以上臭氧光学厚度，积分下限将不是代表地面的高度 0，而是云顶高度  $z_c$ 。云层以内和云层以下，由于云对紫外光及可见光的大粒子散射很强，计算臭氧对阳光的吸收应考虑云的多次散射。由于对流层内臭氧含量较少，穿过云顶的太阳辐照度也比较小，云层以内和云层以下臭氧吸收阳光的加热率比水汽吸收太阳红外线的加热率小得多。数值计算的结果表明：50km 附近是大气臭氧吸收太阳辐射加热最大的高度，由于臭氧吸收太阳辐射加热，使 50km 附近气温比上下都高，这个温度极大值的高度称为平流层顶。

对流层吸收太阳辐射的主要气体是水汽，水汽在红外区有许多吸收带。Lacis 和 Hansen 1974 年根据山本义—1962 年计算的结果，拟合出一个经验公式，大气中水汽对太阳辐射的吸收率为

$$A(v) = \frac{2.9v}{5.925v + (1 + 141.5v)^{0.635}} \quad (4.13)$$

$v$  的单位为  $(g/cm^2)$ 。更简单的经验公式 (4.14) 也有人采用

$$A(v) = 0.0946v^{0.303} \quad (4.14)$$

水汽吸收太阳红外辐射，其光学质量  $v$  要进行气压订正。对向下的阳光  $S_d(z)$

$$v = m \int_z^{\infty} \rho' \left( \frac{p}{p_0} \right)^n dz = \frac{m}{g} \int_0^p q \left( \frac{p}{p_0} \right)^n dp$$

对经过地面反射向上的阳光  $S_u(z)$ ，水汽的光学质量  $v$  为

$$v = \frac{m}{g} \int_0^{p_0} q \left( \frac{p}{p_0} \right)^n dp + \frac{m'}{g} \int_p^{p_0} q \left( \frac{p}{p_0} \right)^n dp$$

$\rho'$  为水汽密度,  $q$  为比湿,  $g$  为重力加速度。按 Lowtran 模型, 水汽的气压订正系数  $n = 0.9$ 。Lacis 认为水汽集中在对流层下部, 取  $m' = 1.66$  计算结果较好。

氧分子在可见光区有三个吸收带, 其吸收的波数范围分别为:  $13240 \sim 12905$ ,  $14625 \sim 14300$ ,  $15980 \sim 15685 \text{ cm}^{-1}$ 。吸收带的中心波长分别为:  $0.762$ ,  $0.688$ ,  $0.628 \mu\text{m}$ 。美国“NCAR(大气研究国家中心)”的气候数值模式中对氧气在这些波段对阳光的吸收采用强线近似。因大气中氧气的质量比是常数  $0.2315$ 。在两个气压  $p_1$ ,  $p_2$  之间, 氧气的订正光学质量  $U'$  为

$$U' = \int_{p_2}^{p_1} 0.2315 \frac{p}{p_0} \frac{dp}{g} = \frac{0.2315}{p_0 g} (p_1^2 - p_2^2)$$

取气压的单位为 hPa,  $p_0 = 1013.25 \text{ hPa}$ , 重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ , 则  $U' = 2.3331 \times 10^{-3} (p_1^2 - p_2^2) (\text{kg/m}^2)$ 。

大气中氧气对太阳辐射吸收率  $A$  与氧气光学质量  $v$  的经验公式为

$$A(v) = 0.05 \ln(1 + \sqrt{1.671 \times 10^{-5} v}) \quad (4.15)$$

对向下的阳光

$$v = 2.3331 \times 10^{-3} p^2 m$$

对地面反射向上的阳光

$$v = 2.3331 \times 10^{-3} [p_0^2 m + 1.8(p_0^2 - p^2)]$$

二氧化碳太阳辐射的红外区, 以  $1.4$ ,  $1.6$ ,  $2.0$ ,  $2.7 \mu\text{m}$  为中心有一系列吸收带。由于水汽在这些波段有较强的吸收, 二氧化碳对阳光的吸收量比水汽小很多。美国“NCAR”的气候数值模式中对二氧化碳在这些波段对阳光的吸收也采用强线近似。因大气中二氧化碳的体积比是常数, 1991 年为  $351 \text{ ppmv}$ , 用标准状态下的厚度作为光学质量的单位。在两个气压  $p_1$ ,  $p_2$  之间, 二氧化碳的订正光学质量  $U'$  为

$$U' = \int_{p_2}^{p_1} Q_v \frac{p}{p_0} \frac{RT_0 dp}{gp_0 \mu} = 0.3891727 Q_v (p_1^2 - p_2^2)$$

上式中  $Q_v$  为二氧化碳的体积比 (1990 年为 351ppmv),  $R$  ( $= 8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ ) 是气体常数,  $p_0, T_0$  是标准状态下的气压和温度,  $\mu$  ( $= 28.966 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ) 是干空气摩尔质量,  $g$  为重力加速度。当  $p_1^2, p_2^2$  以 hPa 为单位, 上式算出的二氧化碳光学厚度单位为厘米。大气中二氧化碳对太阳辐射吸收率  $A$  与光学厚度  $v$  的经验公式为

$$A(v) = 2.35 \times 10^{-3} (v + 0.0129)^{0.262} - 7.5 \times 10^{-4} \quad (4.16)$$

对向下的阳光, 二氧化碳的光学厚度为

$$v = 0.3891727 Q_v p^2 m$$

对地面反射向上的阳光

$$v = 0.3891727 Q_v [p_0^2 m + 1.8(p_0^2 - p^2)]$$

表 4.3 中纬度秋季晴空各种气体吸收太阳辐射的加热率(K/d)

高度(km)	氧气	二氧化碳	臭氧	水汽
0	0.02	0.04	0.005	1.2
3	0.02	0.04	0.005	1.4
5	0.02	0.04	0.005	1.3
8	0.02	0.04	0.005	1.1
12	0.02	0.05	0.019	0.41
16	0.024	0.066	0.046	0.18
20	0.025	0.093	0.41	0.13
28	0.026	0.15	1.87	0.13
33	0.026	0.17	3.7	0.13
39	0.026	0.20	7.0	0.13
45	0.026	0.21	9.5	0.13
51	0.026	0.20	7.45	0.13

表 4.3 是中纬度秋季, 相对湿度为 70%, 无云情况下各种气体吸收太阳辐射的加热率。由表 4.3 可以看出在对流层主要的加热气体是水汽, 在对流顶以上主要的加热气体是臭氧, 二氧化

碳和氧气吸收太阳辐射较少,对大气的加热率也很小。

## § 4.4 大气浑浊度

### 4.4.1 Linke 浑浊因子

从地面气象台站对太阳直接辐射的观测可以分析大气中尘埃和霾的数量,世界气象组织(WMO)建议成立全球污染检测网,并选用大气浑浊度作为其中的一个重要项目,来检测大气气溶胶的情况和长期变化趋势。

晴天太阳辐射穿过大气时受到以下三种因素的削弱:①空气分子的散射;②气溶胶粒子的散射和吸收;③水汽、臭氧、分子氧及二氧化碳等气体的吸收。大气中臭氧含量的变化比水汽和气溶胶含量的变化要小得多,每月同一纬度地区可当作常量,氧气和二氧化碳的吸收量很小,可以忽略。地面受到的全波段太阳直接辐射  $S$  可写成

$$S_{\lambda} = d S_{0\lambda} \exp[-m(h_M + h_O + h_D + h_W)] \quad (4.17)$$

$S_{0\lambda}$  是大气上界日地平均距离时太阳谱辐照度,  $d(= \text{平均日地距离}^2 / \text{日地距离}^2)$  是日地距离订正因数,  $m$  是相对大气质量,即日光斜路径与竖直路径的长度比,  $h_M$ ,  $h_O$ ,  $h_D$  及  $h_W$  分别是空气分子、臭氧、气溶胶和水汽的光学厚度。

Linke 首先引入浑浊因子  $T$  作为大气气溶胶和水汽量的指标,若没有大气气溶胶、及吸收太阳辐射的气体,即  $h_O = h_D = h_W = 0$ 。可以按分子散射理论把 (4.17) 式对波长  $\lambda$  积分,计算积分后的  $\frac{S_M(m)}{d}$ ,  $S_M(m)$  称为干洁大气的直接辐射。取

$$\begin{aligned} \frac{S_M(m)}{d} &= \int_0^{\infty} S_{0\lambda} \exp(-mh_M) d\lambda = S_0 \exp(-\bar{h}_M m) \\ &= S_0 [q(m)]^m \end{aligned} \quad (4.18)$$

$S_0$  是太阳常数,  $h_M$  与波长  $\lambda$  的四次方成正比,  $q(m) = \exp(-\bar{h}_M)$  称为干洁大气的透明系数。由太阳常数的谱分布及分子散射系数可以计算  $S_M(m)/d$ , 再由 (4.18) 式可计算  $q(m)$  与  $m$  的函数关系见表 4.4。

表 4.4 干洁大气透明系数  $q(m)$  与相对大气质量  $m$  的函数关系  
(引自 Hoyt, 1975)

$m$	$q(m)$	$m$	$q(m)$	$m$	$q(m)$	$m$	$q(m)$
0.7	0.8746	1.8	0.9052	2.9	0.9186	4.0	0.9273
0.8	0.8796	1.9	0.9067	3.0	0.9195	4.1	0.9280
0.9	0.8838	2.0	0.9082	3.1	0.9204	4.2	0.9287
1.0	0.8873	2.1	0.9096	3.2	0.9213	4.3	0.9293
1.1	0.8904	2.2	0.9109	3.3	0.9222	4.4	0.9299
1.2	0.8931	2.3	0.9122	3.4	0.9230	4.5	0.9305
1.3	0.8956	2.4	0.9133	3.5	0.9237	4.6	0.9311
1.4	0.8978	2.5	0.9145	3.6	0.9245	4.7	0.9317
1.5	0.8999	2.6	0.9156	3.7	0.9254	4.8	0.9322
1.6	0.9018	2.7	0.9166	3.8	0.9260	4.9	0.9328
1.7	0.9036	2.8	0.9176	3.9	0.9266	5.0	0.9333

实际大气中有水汽、臭氧和气溶胶, 透过率比干洁大气小, 到达地面的直接辐射  $S(m)$  比干洁大气的直接辐射  $S_M(m)$  小, 设想浑浊大气的平均光学厚度是干洁大气的  $T$  倍, 写成

$$S(m) = dS_0[q(m)]^{-Tm} \quad (4.19)$$

$T$  称为 Linke 浑浊因子。由 (4.19) 式可以由观测所得  $S(m)$  及  $m$  计算 Linke 浑浊因子  $T$

$$T = \frac{\ln[S(m)/(S_0 d)]}{m \ln[q(m)]} \quad (4.20)$$

全波段太阳直接辐射  $S(m)$  在常规的日射台站都进行观测, 计算 Linke 浑浊因子  $T$  也很简单, 所以 1956 年在瑞士 Davos 召开的国际日射会议上建议把 Linke 浑浊因子  $T$  作为大气浑浊度的

指标。由于大气中分子散射、气溶胶和水汽对太阳辐射的减弱随波长的变化各不相同，当大气中气溶胶和水汽含量不变时，Linke 浑浊因子  $T$  也会随大气质量  $m$  的日变化产生虚假的日变化，所以用 Linke 浑浊因子  $T$  比较大气的 气溶胶及水汽量时，应取相同的大气质量  $m$ 。

#### 4.4.2 Ångstrom 大气浑浊度参数

分子散射的消光截面或消光系数与波长  $\lambda$  的四次方成反比，太 气气溶胶尺度比空气分子大，散射截面也比空气分子大。为了简单的表示太 气气溶胶的数量和尺度特点，Ångstrom 提出：取气溶胶的光学厚度  $h_D = \beta \lambda^\alpha$ ，其中  $\beta$  表示整层太 气中气溶胶的数量，它是  $\lambda = 1\mu\text{m}$  处太 气气溶胶的光学厚度，称为 Ångstrom 太 气浑浊度参数。 $\alpha$  的数值与太 气气溶胶的平均半径  $\bar{r}$  有关，称为波长指数，平均半径愈小，气溶胶的散射性质趋近分子散射， $\alpha \rightarrow 4$ ，平均半径愈大， $\alpha$  愈小。参数  $\beta$  和  $\alpha$  通过装备滤光片的太 阳直接辐射观测值计算得出。世界气象组织(WMO)推荐德国 Shott 厂生产的 RG<sub>1</sub>、RG<sub>2</sub> 和 RG<sub>8</sub> 三种玻璃滤光片作为太 阳直接辐射观测使用的滤光片。这三种滤光片透过的波长范围分别是 0.53、0.63 及  $0.7\mu\text{m} \sim 2.8\mu\text{m}$ 。用这三种滤光片观测的太 阳直接辐射相减，就得到  $0.53 \sim 0.63\mu\text{m}$  和  $0.63 \sim 0.7\mu\text{m}$  波长范围内的太 阳直接辐射  $S_1(0.53 \sim 0.63\mu\text{m})$  及  $S_2(0.63 \sim 0.7\mu\text{m})$ 。在这两个波段内水汽没有吸收，其他辐射参数见表 4.5。

表 4.5 浑浊系数计算中各参数的取值

(引自 WMO, No.299, 1971)

波段( $\mu\text{m}$ )	$h_M + h_{O_3}$	$\bar{\lambda}(\mu\text{m})$	$S_0(\text{W} / \text{m}^{-2})$
0.53~0.63	0.051	0.591	188.4
0.63~0.7	0.028	0.662	104.7

表 4.5 中  $h_M$  是分子散射的光学厚度， $h_{O_3}$  是臭氧吸收的光



学厚度,  $\bar{\lambda}$  是波段内的平均波长,  $S_0$  是这个波段内大气上界的太阳辐照度。臭氧总量在大气中变化不大, 在表 4.5 中臭氧吸收的光学厚度被当作常数。把由滤光片直接辐射观测得出的  $S_1$  及  $S_2$  代入 (4.17) 式, 可得

$$\begin{cases} S_1 = d188.4\exp[-m(0.051 + \beta0.591^\alpha)] \\ S_2 = d104.7\exp[-m(0.028 + \beta0.662^\alpha)] \end{cases} \quad (4.21)$$

日地距离订正因数  $d$  可由 (4.2) 式或由天文年历查出, 相对大气质量  $m$  可由观测时的太阳仰角算出。由 (4.21) 式解联立方程可求出  $\alpha$  及  $\beta$ 。

按周允华等在北京的观测计算, 北京春、夏、秋、冬四季大气浑浊度系数的平均值和均方差分别为:  $0.204 \pm 0.105$ ,  $0.132 \pm 0.081$ ,  $0.097 \pm 0.068$ ,  $0.114 \pm 0.082$ 。北京秋季大气浑浊度系数平均值小于 0.1, 大气比较清洁, 即飘尘较少, 春季大气浑浊度系数平均值大于 0.2, 大气比较浑浊即飘尘较多。根据观测, 波长指数  $\alpha$  与大气气溶胶平均半径  $\bar{r}$  的统计关系见表 4.6。

表 4.6 波长指数  $\alpha$  与大气气溶胶平均半径  $\bar{r}$  的统计关系

(引自 W. Schüpp, 1949)

波长指数 $\alpha$	0	1.3	1.5	2.0
$\bar{r}(\mu\text{m})$	$> 2.0$	$\approx 0.6$	0.5	0.22~0.25
波长指数 $\alpha$	2.25	3.0	3.8~4.0	
$\bar{r}(\mu\text{m})$	0.15	0.062~0.10	$< 0.02$	

## § 4.5 多次散射的辐射传输方程

§ 4.3 没有考虑空气分子, 尘埃及云雾对阳光的散射和吸收。大气中的气体, 云雾及尘埃对辐射能在大气中的传输, 既有吸收又有散射。辐射能在大气中经这些粒子多次散射, 使辐射传

输的路程加长,也就使气体的吸收比无散射大气更多。

大气中气象要素在水平方向的变化比垂直方向的变化小得多,为了简化计算,常不考虑气象要素在水平方向的变化,同时忽略地球的球形,把大气当作许多平行的平面薄层,这样条件下的 大气称为水平均一大气,研究曙暮光必需考虑地球和大气的球形,大气中出现对流云时,同一高度有的地方有云,有的地方无云,水平不均匀,都不符合水平均一大气的条件。

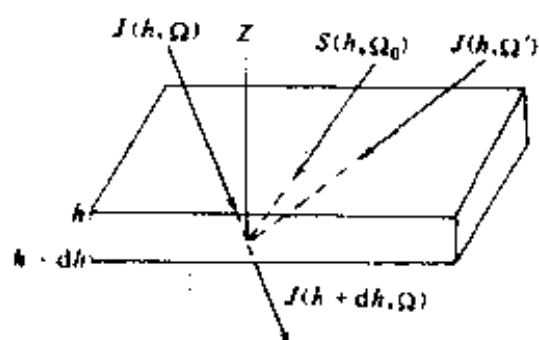


图 4.6 散射光的辐射传输

以消光系数  $\beta_e$  对高度  $z$  的积分称为光学厚度  $h = \int_z^H \beta_e dz$ ,  $H$  是上边界高度。以  $h$  为纵坐标,如图 4.6,在  $\Omega$  方向传输的辐亮度  $J(h, \Omega)$  经过薄层  $dh$  后变为  $J(h + dh, \Omega)$ ,  $\Omega$  既代表方向又代表立体角,方向  $\Omega$  由方位角  $\varphi$  与纵标  $u$  确定,  $u = \cos\theta$ ,  $\theta$  为光线  $J$  与天顶方向  $Z$  的夹角,向上传输的辐射  $u > 0$ , 向下传输的辐射  $u < 0$ 。立体角  $\Omega$  的微分  $d\Omega = du d\varphi$ 。多次散射的辐射传输方程如下

$$\begin{aligned} dJ(h, \Omega) &= J(h + dh, \Omega) - J(h, \Omega) \\ &= J(h, \Omega) \frac{dh}{u} - \frac{\omega dh}{u} \int_{-1}^{+1} du' \int_0^{2\pi} J(h, \Omega') \frac{P(\Omega, \Omega')}{4\pi} d\varphi' \\ &\quad - \omega \frac{dh}{u} S \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \frac{P(\Omega, \Omega_0)}{4\pi} - (1 - \omega) L_e(T) \frac{dh}{u} \end{aligned} \quad (4.22)$$

(4.22) 式中,  $dh/u$  总是负的, 因为向下传输的辐射  $u < 0$ ,  $dh > 0$ ; 向上传输的辐射  $u > 0$ ,  $dh < 0$ ;  $\omega$  为散射比 (

$= \beta_s / \beta_e$ ),  $S$  为上边界直射阳光的辐亮度,  $L_e(T)$

$= \frac{2hcv^3}{\exp(hcv/kT) - 1}$ , 是温度为  $T$  的黑体辐亮度。  $P(\Omega, \Omega')$  是从  $\Omega'$  到  $\Omega$  方向的散射相函数, 它是散射角  $A$  的函数。(4.22) 式右边第一项是  $dh$  层对入射光  $J(h, \Omega)$  的消光。第二项是来自其他方向  $\Omega'(\varphi', u')$  的散射辐亮度  $J(h, \Omega')$  在  $dh$  层向  $\Omega$  方向的再散射。第三项是到达  $h$  高度太阳直接辐射  $S \exp(h/u_0)$  产生的一次散射,  $S$  是上边界的太阳直接辐照度。第四项是  $dh$  层发出的热辐射。对于长波辐射, 第三项可以忽略; 对短波辐射, 第四项可以忽略。(4.22) 式整理后可写成

$$\begin{aligned} u \frac{dJ(h, u, \varphi)}{dh} = & J(u, \varphi) \\ & - \frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^{+1} du' \int_0^{2\pi} J(h, u', \varphi') P(u, \varphi; u', \varphi') d\varphi' \\ & - \omega S \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \frac{P(u, \varphi, u_0)}{4\pi} - (1 - \omega) L_e(T) \end{aligned} \quad (4.23)$$

自然光经过散射后是偏振的, 要计算偏振光的传输可用 § 4.11 和 § 4.12 中论述的 Monte-Carlo 方法, Monte-Carlo 法计算量较大。若忽略光的偏振, 把散射光当作无偏振的自然光, 计算辐射传输会更简单。计算表明, 不考虑光的偏振, 产生的最大相对误差小于 5%。

对太阳辐射能收支问题, 可以先对方位角积分, 使问题简化, 按纵标把天空分为许多区域。

对无偏振的自然光, 相函数  $P(\Omega, \Omega')$  只与散射角  $A(\Omega, \Omega')$  有关, 取  $v = \cos A$ , 入射光的方向为  $\Omega'(u', \varphi')$ ; 散射光的方向为  $\Omega(u, \varphi)$ 。取  $v$  为散射角  $A$  的余弦, 相函数  $P(v)$  对方位角  $\varphi$  从 0 到  $2\pi$  求平均, 平均值为  $p(u, u')$ 。由球面三角可得

$$v = \cos A = uu' + \sqrt{(1-u^2)(1-u'^2)} \cos(\varphi - \varphi') \quad (4.24)$$

$$p(u, u') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(v) d\varphi \quad (4.25)$$

把相函数展成勒让德多项式，并用(4.24)式代入 $v$

$$\begin{aligned} P(v) &= \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n P_n(v) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n P_n[uu' + \sqrt{(1-u^2)(1-u'^2)} \cos(\varphi - \varphi')] \end{aligned} \quad (4.26)$$

$P_n(v)$  是勒让德多项式，用球谐函数的加法定理（见郭敦仁：数学物理方法 16.13）

$$\begin{aligned} P_n[uu' + \sqrt{(1-u^2)(1-u'^2)} \cos(\varphi - \varphi')] \\ &= P_n(u)P_n(u') + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(n-m)!}{(m+n)!} \\ &\quad \times P_n^m(u)P_n^m(u') \cos[m(\varphi - \varphi')] \end{aligned} \quad (4.27)$$

(4.27) 式中含有  $\cos[m(\varphi - \varphi')]$  的项代入 (4.25) 式从 0 到  $2\pi$  积分总等于零。把 (4.27) 式代入 (4.25) 式积分可得

$$p(u, u') = \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n P_n(u)P_n(u') = p(u', u) \quad (4.28)$$

由 (4.28) 式可见：相函数  $P(v)$  对方位角  $\varphi$  从 0 到  $2\pi$  的平均值  $p(u, u')$  与方位角  $\varphi$  无关，称为对方位角平均后的相函数，它表示来自  $u'$  方向的人射光向  $u$  方向的散射与各方向平均散射的比例。 $p(u, u')$  的归一化条件是

$$\int_{-1}^{+1} p(u, u') du = 2 \quad (4.29)$$

把散射光辐亮度  $J(h, u, \varphi)$  对方位角  $\varphi$  积分一圈，得出所有方位角辐亮度  $J(h, u, \varphi)$  之和  $I(h, u)$ 。

$$I(h, u) = \int_0^{2\pi} J(h, u, \varphi) d\varphi \quad (4.30)$$

把  $|u|I(h, u)$  对纵标  $u$  从 0 到  $\pm 1$  积分，可得向上与向下的散射

辐照度  $F_u(h)$ ,  $F_d(h)$

$$\begin{cases} F_u(h) = \int_0^1 u I(h, u) du \\ F_d(h) = \int_{-1}^0 |u| I(h, u) du \end{cases} \quad (4.31)$$

把(4.23)式对方位角  $\varphi$  从0到  $2\pi$  积分一圈, 可得

$$\begin{aligned} u \frac{dI(h, u)}{dh} &= I(h, u) - \frac{\omega}{2} \int_{-1}^{+1} I(h, u') p(u, u') du' \\ &\quad - \frac{\omega S}{2} \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) p(u, u_0) - 2(1 - \omega) B_e(T) \end{aligned} \quad (4.32)$$

$B_e(T) = \pi L_e(T)$  是温度为  $T$  的黑体谱辐出度。

## § 4.6 离散纵标法

(4.23)及(4.32)式是含有积分的微分方程, 进行数值计算时, 首先把积分化为差分求和。气象卫星遥测大气与地面散射或反射的太阳辐射, 以反演云及大气气溶胶性质的课题中, 太阳和气象卫星在天空的纵标  $u$ , 方位角  $\varphi$  都不相同, 要用(4.23)式把天空按纵标  $u$ , 方位角  $\varphi$  分成许多  $\Delta u \Delta \varphi$  小块, 以  $i$ 、 $j$ 、 $k$  分别表示纵标  $u$ 、光学厚度  $h$  及方位角  $\varphi$  的下标。把方位角等分为  $M$  份, 光学厚度  $h$  按探空纪录分为  $n$  个相对均匀的薄层  $\Delta h$ , 纵标  $u$  按 Gauss 数值积分法分  $N$  段。略去数值较小的热辐射项, 对气象卫星遥测的课题, 把(4.23)式改写成差分形式

$$\begin{aligned} \frac{J(j, i, k) - J(j+1, i, k)}{\Delta h(j)} &= \frac{1}{2} [J(j, i, k) + J(j+1, i, k)] \\ &\quad - \frac{\omega(j)}{8\pi} \sum_{i'=1}^N \Delta u(i') \sum_{k'=1}^M \\ &\quad \{ [J(j, i', k') + J(j+1, i', k')] P(i, k, i', k') \Delta \varphi' \} \end{aligned}$$

$$-\frac{\omega S}{4\pi} \exp\left(\frac{h_j + h_{j+1}}{2u_0}\right) P(u_i, \varphi_k, u_0) \quad (4.33)$$

对计算大气吸收太阳辐射的课题，变量方位角  $\varphi$  已通过积分消去，(4.32) 式是只含有  $u', h$  两个自变量的积分方程，略去数值较小的长波辐射项  $(1 - \omega)2\pi B_o(T)$ ，为了书写方便，以纵标  $u$  按 Gauss 数值积分法分四段为例（实际计算时，纵标  $u$  可以分得更细），四个高斯积分节点纵标  $u_i$ ，天顶角  $\theta_i = \cos^{-1} u_i$ ，及  $\Delta u_i$  如表 4.7。

表 4.7 4 个高斯积分节点的天顶角和纵标

$i$	1	2	3	4
纵标 $u$	-0.86114	0.33998	+0.33998	+0.86114
$\theta(\text{度})$	149.44	109.88	70.12	30.56
$\Delta u$	0.34785	0.65215	0.65215	0.34785

(4.32) 式可按 4 个  $u_i$  写成 4 个差分方程

$$u_i \frac{I_{ij+1} - I_{ij}}{\Delta h} = \frac{I_{ij} + I_{ij+1}}{2} - \omega_j \sum_{\ell=1}^4 \frac{1}{4} (I_{ij} + I_{ij+1})$$

$$p(u_i, u_\ell) \Delta u_\ell - \frac{\pi \omega_j}{2} Sp(u_i, u_0) \exp\left(\frac{h_j + h_{j+1}}{2u_0}\right) \quad (4.34)$$

把上式中含有  $I_{ij}$  与  $I_{i'j}$  的项移到方程的左边

$$I_{ij} \left(-\frac{1}{2} - \frac{u_i}{\Delta h}\right) + \frac{\omega_j}{4} \sum_{\ell=1}^4 I_{i'j} p(u_i, u_\ell) \Delta u_\ell$$

$$= I_{ij+1} \left(\frac{1}{2} - \frac{u_i}{\Delta h}\right) - \frac{\omega_j}{4} \sum_{\ell=1}^4 I_{i'j+1} p(u_i, u_\ell) \Delta u_\ell$$

$$- \omega_j Sp(u_i, u_0) \exp\left(\frac{h_j + h_{j+1}}{2u_0}\right) \quad (i' = 1, 2, 3, 4) \quad (4.35)$$

$$\text{取列矩阵 } I_j = \begin{bmatrix} I_{1j} \\ I_{2j} \\ I_{3j} \\ I_{4j} \end{bmatrix}$$

$$(4.35) \text{ 式可写成矩阵方程。} AI_j = BI_{j+1} + C \quad (4.36)$$

$$\text{取 } P = \begin{bmatrix} p(u_1, u_1)\Delta u_1 & \cdots & p(u_1, u_4)\Delta u_4 \\ p(u_2, u_1)\Delta u_1 & \cdots & p(u_2, u_4)\Delta u_4 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ p(u_4, u_1)\Delta u_1 & \cdots & p(u_4, u_4)\Delta u_4 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} p(u_1, u_0) \\ \cdots \\ p(u_4, u_0) \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} u_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_4 \end{bmatrix}$$

则

$$A = \frac{E}{2} + \frac{U}{\Delta h_j} - \frac{\omega_j P}{4}$$

$$B = \frac{U}{\Delta h_j} - \frac{E}{2} + \frac{\omega_j P}{4}$$

$$C = \pi S \omega_j \exp\left(\frac{h_j + h_{j+1}}{2u_0}\right) G$$

$E$  为单位阵, 由上到下分界面的标号为:  $1, 2, 3, \dots, n$ 。取  $D = A^{-1}B$ ,  $Q = A^{-1}C$ , 则

$$\begin{cases} I_1 = D_2 I_2 + Q_2 \\ I_2 = D_3 I_3 + Q_3 \\ \cdots \\ I_{n-1} = D_n I_n + Q_n \end{cases} \quad (4.37)$$

(4.37)式有 $4(n-1)$ 个方程,  $4n$ 个未知量, 利用下列边条件

(1) 大气上界向下散射光为零, 即  $I_{1,1} = I_{1,2} = 0$ 。

(2) 地面把到达地面的太阳直接辐射向各方向反射的亮度相同, 即到达地面的直射阳光按  $\Delta u_i / \mu_i$  的权重分配到各角度反射 (注:  $\mu_i = |u_i|$ ), 若到达地面的太阳直接辐照度为  $\mu_0 S \exp\left(\frac{h_n}{u_0}\right)$ , 则

$$\begin{cases} I_{3,n} = \alpha \left[ I_{2,n} + \mu_0 S \exp\left(\frac{h_n}{u_0}\right) \frac{\Delta u_2}{u_3} \right] \\ I_{4,n} = \alpha \left[ I_{1,n} + \mu_0 S \exp\left(\frac{h_n}{u_0}\right) \frac{\Delta u_1}{u_4} \right] \end{cases}$$

$\alpha$  是地面反射率。由这些边条件, 可以求出各高度各方向的散射辐亮度  $I(h, u)$ , 把散射辐亮度  $I(h, u)$  对  $du$  积分, 可得向上散射辐照度  $F_u(h)$  与向下辐照度  $F_d(h)$ , 加上各高度的太阳直接辐照度可求出大气吸收太阳辐射产生的增温率。

按高斯法把纵标  $u'$  分成四段的辐射传输方程称为四流辐射传输方程, 若分成  $2m$  段, 就称为  $2m$  流辐射传输方程。分段愈多, 计算的精度愈高, 但所需的计算量愈大。

## § 4.7 累加法与倍加法

### 4.7.1 累加法

把微分方程(4.32)化为差分方程(4.34), 如果大气总光学厚度  $h_n$  较大, 即吸收或散射系数较大时, 要把大气分为数量较多的气层, 差分近似产生的误差, 在代数方程求解过程中会积累起来, 使代数方程的解不稳定, 可能得出某个高度的散射光分量  $I_{ij}$  小于零或大于大气上界的太阳辐照度, 这都是不合理的。为了避免解的不稳定, 可用下述的累加法。

把散射辐射列矩阵  $I_j$  分为向上的散射辐射列矩阵  $U_j$  及向



下的散射辐射列矩阵  $D_j$

$$U_j = \begin{bmatrix} U_{1j} \\ U_{2j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{4j} \\ I_{3j} \end{bmatrix}, \quad D_j = \begin{bmatrix} D_{1j} \\ D_{2j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1j} \\ I_{2j} \end{bmatrix}$$

为了书写方便, 只取四个纵标, 在实际计算中可以取更多的纵

标。以向上的散射辐射列矩阵  $U_j = \begin{bmatrix} U_{1j} \\ U_{2j} \end{bmatrix}$  为例,  $dh$  层对  $U_j$

的影响是: ① 前向散射和透过; ② 后向散射; ③ 对直接太阳辐射的后向散射; ④  $dh$  层的热辐射。

按(4.34)式, 对  $U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$  的前向散射  $X$  为

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \frac{\omega dh}{2} \begin{bmatrix} p_{44} \frac{\Delta u_4}{u_4} & p_{43} \frac{\Delta u_3}{u_4} \\ p_{34} \frac{\Delta u_4}{u_3} & p_{33} \frac{\Delta u_3}{u_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

前向透过辐射  $Y$  为

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{dh}{u_4} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{dh}{u_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \\ = \left( E - dh \begin{bmatrix} u_4^{-1} & 0 \\ 0 & u_3^{-1} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$p_{34}$  是  $p(u_3, u_4)$  的简单表达式,  $E$  为单位阵。后向散射  $W$  为

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \frac{\omega dh}{2} \begin{bmatrix} p_{41} \frac{\Delta u_1}{u_4} & p_{42} \frac{\Delta u_2}{u_4} \\ p_{31} \frac{\Delta u_1}{u_3} & p_{32} \frac{\Delta u_2}{u_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = RU \quad (4.38)$$

把前向散射  $X$  与透过辐射  $Y$  相加, 得出总透过辐射

$$V = X + Y$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \left( \frac{\omega dh}{2} \begin{bmatrix} p_{44} \frac{\Delta u_4}{u_4} & p_{43} \frac{\Delta u_3}{u_4} \\ p_{34} \frac{\Delta u_4}{u_3} & p_{33} \frac{\Delta u_3}{u_3} \end{bmatrix} + E - dh \begin{bmatrix} \frac{1}{u_4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{u_3} \end{bmatrix} \right) U = TU \quad (4.39)$$

矩阵  $R$  左乘入射光  $U$  就得出反向散射光  $W$ ，所以  $R$  称为反射矩阵；矩阵  $T$  左乘入射光  $U$  就得出透射光  $Y$  加前向散射光  $X$ ，所以  $T$  称为透射矩阵。反射矩阵  $R$  及透射矩阵  $T$  的每一个元素代表气层  $dh$  对散射光某一分量向某一方向的散射率（或加上透过率），其数值一定在 0 与 1 之间。

$dh$  层对直接太阳辐射的一次散射，及  $dh$  层产生的热辐射在多次散射辐射传输方程的数学计算中，有相似的数学处理方法，所以合称为源辐射，对直接太阳辐射的一次散射称为外源辐射，热辐射称为内源辐射。计算短波辐射传输时可忽略气层的热辐射，计算长波辐射传输时可忽略太阳直接辐射的一次散射。

对  $u_1$  方向向上的散射辐射  $U_1$ ， $dh$  层吸收、透过、散射之和应等于原来的  $U_1$ ，所以

$$\begin{aligned} & \frac{\omega dh}{2} \Delta u_1 \left( \frac{p_{44} + p_{41}}{u_4} + \frac{p_{43} + p_{42}}{u_3} \right) \\ & + \left( 1 - \frac{dh}{u_4} \right) + \frac{(1 - \omega)dh}{u_4} = 1 \end{aligned}$$

上式第一，二，三项分别为  $dh$  层对  $U_1$  的散射率，透过率和吸收率。化简得

$$\frac{p_{44} + p_{41}}{u_4} + \frac{p_{43} + p_{42}}{u_3} = \frac{2}{u_4 \Delta u_1} \quad (4.40)$$

由于  $p_{41}$ ,  $p_{42}$ ,  $p_{43}$ ,  $p_{44}$  是由高斯积分节点的纵标求出的相函数值, 它不一定等于积分区间  $\Delta u_1$  内, 相函数的平均值, (4.34) 式使用的  $p_{44}$ ,  $\dots$ ,  $p_{41}$  会有误差, 要先乘一个订正数  $C$ , 使新的  $p_{44}$ ,  $p_{43}$ ,  $p_{42}$ ,  $p_{41}$  满足 (4.40) 式

$$C = \frac{2}{u_4 \Delta u_1 \left( \frac{p_{44} + p_{41}}{u_4} + \frac{p_{43} + p_{42}}{u_3} \right)}$$

取  $\Delta h$  层上边界编号为  $k$ , 下边界编号为  $j = k + 1$ , 向上的源辐射为  $F_{jk}$ , 向下的源辐射为  $F_{kj}$

$$\begin{cases} F_{jk} = \begin{bmatrix} F_{jk1} \\ F_{jk2} \end{bmatrix} = \frac{S\omega dh}{2} \exp\left(\frac{h_j + h_k}{2u_0}\right) \begin{bmatrix} p_{40}/u_4 \\ p_{30}/u_3 \end{bmatrix} \\ \quad + 2\pi B_r(T)(1-\omega)dh \begin{bmatrix} u_4^{-1} \\ u_3^{-1} \end{bmatrix} \\ F_{kj} = \begin{bmatrix} F_{kj1} \\ F_{kj2} \end{bmatrix} = \frac{S\omega dh}{2} \exp\left(\frac{h_j + h_k}{2u_0}\right) \begin{bmatrix} p_{10}/u_4 \\ p_{20}/u_3 \end{bmatrix} \\ \quad + 2\pi B_r(T)(1-\omega)dh \begin{bmatrix} u_4^{-1} \\ u_3^{-1} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.41)$$

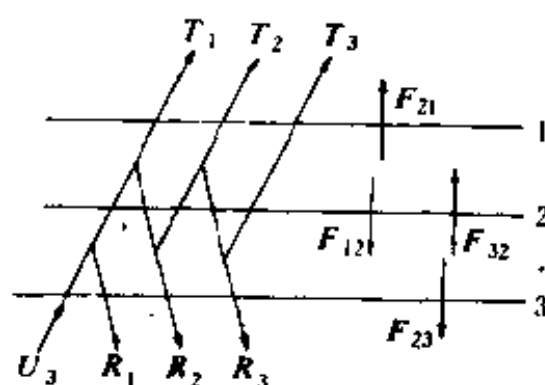


图 4.7 多次散射的累加

如图 4.7, 1, 2, 3 为三个高度。由下向上射到 3 高度的散

射辐射为  $U_3 = \begin{bmatrix} U_{31} \\ U_{32} \end{bmatrix}$ , 经过两层空气内散射粒子的反复散射,

透过高度 1 向上的辐射为  $T_1, T_2, T_3, \dots$

$$T_1 = T_{21} T_{32} U_3, \quad T_2 = T_{21} R_{32} R_{21} T_{32} U_3, \dots$$

$$T_1 + T_2 + \dots$$

$$= T_{21} (E + R_{32} R_{12} + R_{32} R_{12} R_{32} R_{12} + \dots) T_{32} U_3$$

$$= T_{21} (E - R_{32} R_{12})^{-1} T_{32} U_3 = T_{31} U_3$$

$T_{31}$  是两层累加后的透过矩阵

$$T_{31} = T_{21} (E - R_{32} R_{12})^{-1} T_{32} \quad (4.42)$$

由一次及多次散射  $U_3$  向下的辐射为  $R_1, R_2, \dots$

$$R_1 = R_{23} U_3, \quad R_2 = T_{23} R_{12} T_{32} U_3,$$

$$R_3 = T_{23} R_{12} R_{32} R_{12} T_{32} U_3, \dots$$

$$R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

$$= [R_{23} + T_{23} R_{12} (E + R_{32} R_{12} + R_{32} R_{12} R_{32} R_{12} + \dots) T_{32}] U_3$$

$$= [R_{23} + T_{23} R_{12} (E - R_{32} R_{12})^{-1} T_{32}] U_3 = R_{13} U_3$$

$T_{31}, R_{31}$  是从高度 1 到高度 3 两层累加后的透过矩阵和反射矩阵。 $R_{13}$  是两层累加后的反射矩阵。 $T$  和  $R$  的第二个下标代表反射或透过辐射的方向, 如  $T_{21}$  表示透过辐射由高度 2 射向高度 1。同样可推出, 对高度 1 的向下辐射  $D_1$  有

$$T_{13} = T_{23} T_{12} + T_{23} R_{12} R_{32} T_{12} + \dots$$

$$= T_{23} (E - R_{12} R_{32})^{-1} T_{12} \quad (4.43)$$

$$R_{31} = R_{21} + T_{21} R_{32} T_{12} + T_{21} R_{32} R_{12} R_{32} T_{12} + \dots$$

$$= R_{21} + T_{21} (E - R_{12} R_{32})^{-1} R_{32} T_{12} \quad (4.44)$$

处理源辐射的累加时, 要考虑  $F_{12}$  及  $F_{32}$  在两层之间的多次反向散射

$$F_{31} = F_{21} + (T_{21} R_{32} + T_{21} R_{32} R_{12} R_{32} + \dots) F_{12}$$

$$+ (T_{21} + T_{21} R_{32} R_{12} + \dots) F_{32}$$

$$= F_{21} + T_{21} (E - R_{32} R_{12})^{-1} (F_{32} + R_{32} F_{12}) \quad (4.45)$$

$$F_{13} = F_{23} + T_{23}(E - R_{12}R_{32})^{-1}(F_{12} + R_{12}F_{32}) \quad (4.46)$$

对性质均匀的薄层,  $R_{12} = R_{21}$ ,  $T_{21} = T_{12}$ , 性质不同的两层累加, 由上面的公式可看出  $R_{13}$  与  $R_{31}$  不一定相等。取  $k = j + 1$ , 辐射传输方程为

$$\begin{cases} U_j = R_{kj}D_j + T_{kj}U_k + F_{kj} \\ D_k = T_{jk}D_j + R_{jk}U_k + F_{jk} \end{cases}$$

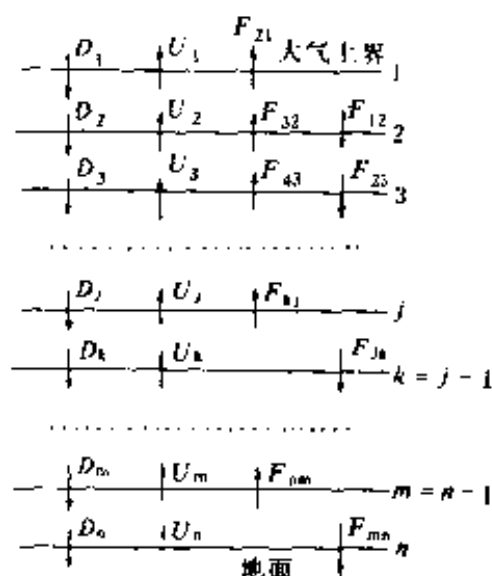


图 4.8 多次散射的辐射传输

如图 4.8, 以下标 1 为大气上界高度,  $n$  为地面高度,  $m = n - 1$ , 由上至下, 辐射传输方程为

$$U_1 = R_{21}D_1 + T_{21}U_2 + F_{21} \quad (4.47)$$

$$D_2 = T_{12}D_1 + R_{12}U_2 + F_{12}$$

$$U_2 = R_{32}D_2 + T_{32}U_3 + F_{32}$$

$$D_3 = T_{23}D_2 + R_{23}U_3 + F_{23}$$

... ..

$$U_m = R_{nm}D_m + T_{nm}U_n + F_{nm} \quad (4.48)$$

$$D_n = T_{mn}D_m + R_{mn}U_n + F_{mn} \quad (4.49)$$

消去矩阵方程中的  $D_2$ 、 $U_2$  可得

$$U_1 = R_{31}D_1 + T_{31}U_3 + F_{31}$$

$$D_3 = T_{13}D_1 + R_{13}U_3 + F_{13}$$

用消去法求出的  $R_{13}$ 、 $R_{31}$ 、 $T_{13}$ 、 $T_{31}$ 、 $F_{13}$ 、 $F_{31}$  与 (4.42) 至 (4.46) 式求出的结果相同。累加法求出的反射矩阵  $R_{13}$ 、 $R_{31}$ ，透射矩阵  $T_{13}$ 、 $T_{31}$  代表几层累加后气层的后向散射，前向散射或透过率。

每次累加后，应进行两种校正，校正后使计算误差保持在合理的范围内，可保证辐射传输方程解的稳定。

(1) 反射矩阵  $R$  透射矩阵  $T$  的每个元素代表前向、后向散射率或透过率，这些元素的数值都应在 0 与 1 之间，若由于计算误差使任一项元素出现负值，应校正为 0，若由于计算误差使任一项元素大于 1，应校正为 1。

(2) 两层累加后合并为一层，这合并的一层对外面射来的散射光如  $U_{31}$  (即在高度 3， $u = 30.51^\circ$  的向上散射光) 向各方向的散射、透过及吸收加起来应等于射入的  $U_{31}$ ，若取

$$T_{31} = \begin{bmatrix} t_1 & t_2 \\ t_3 & t_4 \end{bmatrix}, \quad R_{31} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ r_3 & r_4 \end{bmatrix},$$

则  $t_1 + t_3 + r_1 + r_3$  应小于 1，因为这四项只包括散射率及透过率而不包括吸收率。如果大于 1，就要进行订正。

逐次累加即消去  $D_3$ 、 $U_3$ 、 $D_4$ 、 $U_4$ 、 $\dots$ 、 $D_{n-1}$ 、 $U_{n-1}$  可得

$$U_1 = R_{n1}D_1 + T_{n1}U_n + F_{n1} \quad (4.50)$$

把大气外界没有向下太阳散射辐射及长波辐射作为边条件， $D_1 = 0$ ，如果考虑宇宙空间的 2.7K 黑体辐射背景，计算长波辐射时可取  $D_1$  的每个元素为  $2\pi B_\lambda(2.7)$ 。对太阳短波辐射，按地面对太阳直接辐射向各方向反射光的亮度相同的假设， $U_n$  和  $D_n$

的关系前面已经给出

$$\begin{cases} U_{2n} = \alpha \left[ D_{2n} + \mu_0 S \exp\left(\frac{h_n}{u_0}\right) \frac{\Delta u_2}{u_3} \right] \\ U_{1n} = \alpha \left[ D_{1n} + \mu_0 S \exp\left(\frac{h_n}{u_0}\right) \frac{\Delta u_1}{u_4} \right] \end{cases}$$

即

$$U_n = \alpha \left[ D_n + \mu_0 S \exp\left(\frac{h_n}{u_0}\right) \begin{bmatrix} \Delta u_1 / u_4 \\ \Delta u_2 / u_3 \end{bmatrix} \right] \quad (4.51)$$

(4.51)式中,  $\mu_0 = -u_0$ , 对长波辐射的传输, 地面的边条件为

$$U_n = (1 - \alpha) 2\pi B_\lambda(T_s) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \alpha D_n$$

$\alpha$  为地面反射率,  $T_s$  为地面温度。由 (4.50) 式及上下边条件, 可求  $D_n$ ,  $U_n$  及  $D_1$ 。

若大气某些层吸收或散射光学厚度过大 (如云层或吸收线的中心), 辐射难以透过  $mn$  层, 透射矩阵  $T_{mn}$  的一些元素为零, 使  $T_{mn}$  成为奇异阵, 无法计算其逆矩阵, 不能由 (4.49) 或下式计算  $D_m$

$$D_m = T_{mn}^{-1} (D_n - R_{mn} U_n - F_{nr})$$

为了避免由 (4.49) 式计算  $D_m$ , 最好用下面两个联立方程组求稳定解

$$\begin{cases} D_m = T_{1m} D_1 + R_{1m} U_m + F_{1m} \\ U_m = R_{nm} D_m + T_{nm} U_n + F_{nm} \end{cases} \quad (4.52)$$

$$\begin{cases} D_m = (E - R_{1m} R_{nm})^{-1} [T_{1m} D_1 + F_{1m} \\ \quad + R_{1m} (T_{nm} U_n + F_{nm})] \\ U_m = (E - R_{nm} R_{1m})^{-1} [T_{nm} U_n + F_{nm} \\ \quad + R_{nm} (T_{1m} D_1 + F_{1m})] \end{cases} \quad (4.53)$$

按同样的方法, 可求出每个高度的向上和向下散射辐射列矩阵  $U_i$ ,  $D_i$ 。

## 4.7.2 倍加法

若某一层大气散射或吸收光学厚度  $\Delta h$  过大时, 要把这一层大气再均分为  $2^n$  等分, 以分为  $2^4 = 16$  等分为例, 从上到下, 光学厚度的下标为: 1, 2, ..., 17。新的  $\Delta h$  为旧  $\Delta h$  的  $\frac{1}{16}$ ,  $\Delta h = \frac{h_{17} - h_1}{16}$  已小到使差分代替微分的误差足够小

$$\begin{aligned} F_{21} &= \pi \omega S \exp\left(\frac{h_1 + h_2}{2u_0}\right) \frac{\Delta h}{2} \begin{bmatrix} p_{40} / u_4 \\ p_{30} / u_3 \end{bmatrix} \\ F_{12} &= \pi \omega S \exp\left(\frac{h_1 + h_2}{2u_0}\right) \frac{\Delta h}{2} \begin{bmatrix} p_{10} / u_4 \\ p_{20} / u_3 \end{bmatrix} \\ F_{32} &= \pi \omega S \exp\left(\frac{h_2 + h_3}{2u_0}\right) \frac{\Delta h}{2} \begin{bmatrix} p_{40} / u_4 \\ p_{30} / u_3 \end{bmatrix} \\ &= F_{21} \exp\left(\frac{\Delta h}{u_0}\right) = x F_{21} \end{aligned}$$

同理  $F_{23} = x F_{12}$ , 由于  $h_1$  到  $h_{17}$  分为性质相同的 16 层, 所以

$$T_{12} = T_{21} = T_{32} = T_{23} = \dots = T_{16,17} = T_{17,16} = T;$$

$$R_{12} = R_{21} = R_{23} = R_{32} = \dots = R_{16,17} = R$$

取  $P_1 = T(E - R^2)^{-1}$ , 按累加法

$$\begin{aligned} F_{13} &= x F_{12} + T(E - R^2)^{-1}(F_{12} + R x F_{21}) \\ &= [xE + T(E - R^2)^{-1}]F_{12} + x T(E - R^2)^{-1} R F_{21} \\ &= (xE + P_1)F_{12} + x P_1 R F_{21} \end{aligned}$$

同理可推出  $F_{31} = (E + x P_1)F_{21} + P_1 R F_{12}$ , 取

$$\begin{aligned} R_{13} &= R + T R (E - R^2)^{-1} T \\ &= R_{31} = R_{35} = R_{53} = \dots = R_2 \end{aligned}$$

$$T_{13} = T(E - R^2)^{-1} T = T_{31} = T_{35} = T_{53} = T_2$$

则

$$F_{43} = x^2 F_{21}, \quad F_{34} = x^2 F_{12}$$



$$\begin{aligned}
F_{54} &= x^3 F_{21}, \quad F_{45} = x^3 F_{12}, \\
F_{35} &= F_{45} + T(E - R^2)^{-1}(F_{34} + R F_{54}) \\
&= x^3 F_{12} + T(E - R^2)^{-1}(x^2 F_{12} + x^3 R F_{21}) \\
&= x^2(xE + P_1)F_{12} + x^3 P_1 R F_{21} = x^2 F_{13}
\end{aligned}$$

同理  $F_{53} = x^2 F_{31}$  把 1~3 层与 3~5 层累加, 取

$$\begin{aligned}
P_2 &= T_2(E - R_2^2)^{-1} \\
F_{15} &= F_{35} + T_2(E - R_2^2)^{-1}(F_{13} + R_2^2 F_{53}) \\
&= x^2 F_{31} + T_2^2(E - R_2^2)^{-1}(F_{13} + x^2 R_2 F_{31}) \\
&= [x^2 E + T_2(E - R_2^2)^{-1}]F_{13} + T_2(E - R_2^2)^{-1}x^2 R_2 F_{31} \\
&= (x^2 E + P_2)F_{13} + x^2 P_2 R_2 F_{31}
\end{aligned}$$

同理

$$F_{51} = (E + x^2 P_2)F_{31} + P_2 R_2 F_{13}$$

取

$$\begin{aligned}
R_3 &= R_{15} = R_{51} = R_2 + T_2 R_2(E - R_2^2)^{-1} T_2 \\
T_3 &= T_{15} = T_{51} = T_2(E - R_2^2)^{-1} T_2 \\
P_3 &= T_3(E - R_3^2)^{-1}
\end{aligned}$$

可推出

$$\begin{aligned}
F_{91} &= (E + x^4 P_3)F_{51} + P_3 R_3 F_{15} \\
F_{19} &= (x^4 E + P_3)F_{15} + x^4 P_3 R_3 F_{51}
\end{aligned}$$

这样每次  $\Delta h$  增加一倍, 可以较快由计算机算出较大  $\Delta h$  层的反射阵, 透过阵及源辐射阵。

对气象卫星的遥感方程 (4.33) 也可以用上述的累加法和倍加法, 只是方位角等分为  $M$  份, 方程与未知待求的散射辐射的个数都要乘  $M$  倍。

## § 4.8 两流近似

散射辐射  $I(h, u)$  是  $h$  和  $u$  的二元函数, 用 Gauss 方法分立纵标  $u$ , 在上一节的辐射传输方程 (4.39~4.40) 式中,  $U$ ,  $D$ ,  $F$ ,  $R$ ,  $T$  都是多维矩阵, 这些矩阵的代数计算量较大; 为了减少计算量, 简化的方法是近似地假设二元函数散射辐射  $I(h, u)$  可分离变量, 写成

$$I(h, u) \approx I_1(h)I_2(u) \quad (4.54)$$

可用近似方法使向上向下辐照度  $U$ ,  $D$ , 源辐射  $F$ , 反射及透射矩阵  $R$ ,  $T$  变成一维量。由于大颗粒散射在入射光的前方, 散射相函数最大, 如图 4.9 可设想  $I_2(u)$  在  $u=u_0$  (太阳光的纵标) 处最大, 而在  $|u-u_0|$  较大处变小, 对  $I_2(u)$  的简化有以下方法。

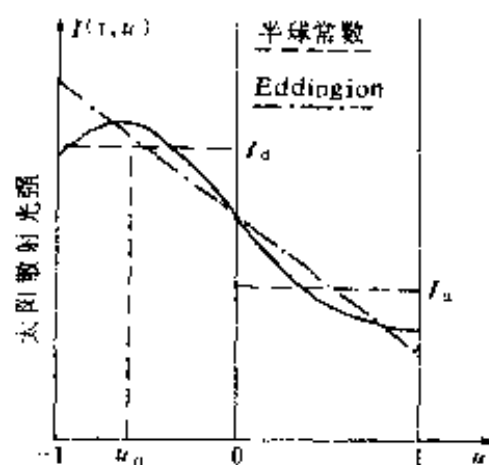


图 4.9  $I(h, u)$  的两流近似

### 4.8.1 半球常数近似

最简单的近似是假设  $I(h, u)$  在纵标  $u$  为正值时是一个值  $I_u(h)$ ,  $u$  为负值时为另一个值  $I_d(h)$ , 如图 4.9, 向上, 向下的

散射辐照度  $F_u(h)$ ,  $F_d(h)$  分别为

$$\begin{cases} F_d(h) = \int_{-1}^0 |u| I_u(h) du = \frac{I_d(h)}{2} \\ F_u(h) = \int_0^1 u I_u(h) du = \frac{I_u(h)}{2} \end{cases}$$

取

$$\begin{cases} \beta(u_i) = \frac{1}{2} \int_{-1}^0 p(u, u_i) du & (u_i > 0) \\ \beta(u_i) = \frac{1}{2} \int_0^1 p(u, u_i) du & (u_i < 0) \end{cases}$$

反向散射率  $\beta(u_i)$  的物理意义是  $u_i$  方向的人射光在相反半球产生散射的比率,  $u_i > 0$ , 表示向上入射光在下半球产生散射的比率, 是  $u_i$  的函数。

取各方向的散射光的平均反向散射率为

$$\begin{cases} \bar{\beta} = \int_0^1 \beta(u_i) du_i & (u_i > 0) \\ \bar{\beta} = \int_{-1}^0 \beta(u_i) du_i & (u_i < 0) \end{cases}$$

平均反向散射率  $\bar{\beta}$  是向上各方向的散射光在反向的下半球散射的比率, 或向下各方向的散射光在反向的上半球散射的比率。

若相函数采用  $\delta$  函数 (3.65) 式,  $P(u) = 2g\delta(u-1) + 1 - g$ , 反向散射率  $\bar{\beta} = \beta(u_i) = \frac{1-g}{2}$ , 与  $u_i$  无关。

先研究一层空气在太阳直接辐射  $S$  照射下产生的后向及前向散射辐照度即源辐射。把多次散射的辐射传输方程 (4.32) 各项对上半球积分。

$$\begin{aligned} \int_0^1 u \frac{dI(h, u)}{dh} du &= \frac{d[I_u(h) \int_0^1 u du]}{dh} = \frac{dF_u(h)}{dh} \\ \int_0^1 I(h, u) du &= I_u(h) \int_0^1 du = I_u(h) = 2F_u(h) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 -\frac{\omega}{2} \left[ \int_{-1}^0 I(h, u') p(u, u') du' + \int_0^1 I(h, u') p(u, u') du' \right] du \\
&= -\frac{\omega}{2} \int_0^1 \left[ I_d(h) \int_{-1}^0 p(u, u') du' + I_u(h) \int_0^1 p(u, u') du' \right] du \\
&= -\frac{\omega}{2} \int_0^1 [2I_d(h)\beta(u) + 2I_u(h) \{(1 - \beta(u))\}] du \\
&= -2\omega[F_d(h)\bar{\beta} - F_u(h)(1 - \bar{\beta})]
\end{aligned}$$

取太阳直接辐射的反向散射率  $\beta_0 = \frac{1}{2} \int_0^1 p(u, u_0) du$ , 推导整理的结果为

$$\frac{dF_u(h)}{dh} = r_1 F_u(h) - r_2 F_d(h) - \pi\omega S \beta_0 \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \quad (4.55)$$

$$r_2 = 2\omega\bar{\beta}, \quad r_1 = r_2 + 2(1 - \omega) = 2(1 - \omega + \omega\bar{\beta})$$

把(4.32)式对下半球积分, 可得

$$-\frac{dF_d(h)}{dh} = r_1 F_d(h) - r_2 F_u(h) - \pi\omega S(1 - \beta_0) \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \quad (4.56)$$

把大气分成若干层。每一层内, 散射, 吸收特性是均匀的, 即  $r_1, r_2, \omega, \beta_0$  都当作在层内不随  $h$  而变的常量, 在一定的边条件下可求解析解。取  $M = F_u(h) + F_d(h)$ ,  $N = F_u(h) - F_d(h)$ , (4.55), (4.56) 两式相加相减, 整理后可得

$$\begin{cases} \frac{dM}{dh} = (r_1 + r_2)N + \pi\omega(1 - 2\beta_0)S \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \\ \frac{dN}{dh} = (r_1 - r_2)M - \pi\omega S \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \end{cases} \quad (4.57)$$

在散射比  $0 < \omega < 1$ ; 即空气中存在吸收的条件下, 把上面两式对  $h$  求微商

$$\begin{cases} \frac{d^2 M}{dh^2} = k^2 M + Z_1 \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \\ \frac{d^2 N}{dh^2} = k^2 N + Z_2 \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \end{cases} \quad (4.58)$$

这里  $k^2 = r_1^2 - r_2^2$

$$Z_1 = \left( \frac{2\beta_0 - 1}{u_0} - r_1 - r_2 \right) \pi \omega S$$

$$Z_2 = \left[ (1 - 2\beta_0)(r_1 - r_2) - \frac{1}{u_0} \right] \pi \omega S$$

在  $ku_0 \neq -1$  的条件下, (4.58) 式的解为

$$\begin{cases} M = 2A \exp(-kh) + 2B \exp(kh) + 2P \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \\ N = 2C \exp(-kh) + 2D \exp(kh) + 2Q \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \end{cases} \quad (4.59)$$

$$P = Z_1 \frac{u_0^2}{2 - 2k^2 u_0^2}, \quad Q = Z_2 \frac{u_0^2}{2 - 2k^2 u_0^2} \quad (4.60)$$

$2A, 2B, 2C, 2D$  是四个积分常数, 把 (4.59) 式代入 (4.57) 式可得

$$\begin{aligned} C &= -\frac{kA}{r_1 + r_2}, \quad D = \frac{kB}{r_1 + r_2} \\ N &= 2k \frac{B \exp(kh) - A \exp(-kh)}{r_1 + r_2} + 2Q \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \\ F_u(h) &= \frac{M + N}{2} = A \exp(-kh) \left(1 - \frac{r_1 - r_2}{k}\right) \\ &+ B \exp(kh) \left(1 + \frac{r_1 - r_2}{k}\right) + (P + Q) \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$\begin{aligned} F_d(h) &= \frac{M - N}{2} = A \exp(-kh) \left(1 + \frac{r_1 - r_2}{k}\right) \\ &+ B \exp(kh) \left(1 - \frac{r_1 - r_2}{k}\right) + (P - Q) \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \end{aligned} \quad (4.62)$$

取气层上界的  $h = 0$ , 气层下界的  $h = h_1$ 。  $A, B$  两个积分常数由边条件确定, 如果除了射到这一层空气上边界的太阳直接辐射  $S$  外, 不考虑层外散射太阳辐射对这一层空气的影响, 则

$$F_d(0) = F_u(h_1) = 0$$

由此边条件可求积分常数  $A, B$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{G} \left[ (P + Q)(1 - x) \exp\left(\frac{h_1}{u_0}\right) \right. \\
 &\quad \left. - (P - Q)(1 + x) \exp(kh_1) \right] \\
 B &= \frac{1}{G} \left[ (P - Q)(1 - x) \exp(-kh_1) \right. \\
 &\quad \left. - (P + Q)(1 + x) \exp\left(\frac{h_1}{u_0}\right) \right] \\
 G &= (1 + x)^2 \exp(kh_1) - (1 - x)^2 \exp(-kh_1) \\
 x &= \frac{r_1 - r_2}{k}
 \end{aligned}$$

把  $A, B, G, x$  代入 (4.61), (4.62); 求出的  $F_d(h_1)$  及  $F_u(0)$  就是这层空气向下和向上的源辐射。取  $\mu_0 = -u_0$ , 可求出这层空气对直接太阳辐射  $S$  的前向散射率  $T'$  为

$$\begin{aligned}
 T' = \frac{F_d(h_1)}{\mu_0 \pi S} &= \frac{\omega}{H} \left\{ [(1 + ku_0)(W - k + k\beta_0) \exp(-kh_1) \right. \\
 &\quad \left. - (1 - ku_0)(W + k - k\beta_0) \exp(kh_1)] \exp\left(\frac{h_1}{u_0}\right) \right. \\
 &\quad \left. + 2k(1 - \beta_0 - Wu_0) \right\} \quad (4.63)
 \end{aligned}$$

这层空气对直接太阳辐射  $S$  的后向散射率  $R'$  为

$$\begin{aligned}
 R' = \frac{F_u(0)}{\mu_0 \pi S} &= \frac{\omega}{H} \left[ (1 + ku_0)(Y + k\beta_0) \exp(kh_1) \right. \\
 &\quad \left. - (1 - ku_0)(Y - k\beta_0) \exp(-kh_1) \right. \\
 &\quad \left. - 2k(\beta_0 + Yu_0) \exp\left(\frac{h_1}{u_0}\right) \right] \quad (4.64)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 W &= r_1(1 - \beta_0) + r_2\beta_0, \quad Y = r_2(1 - \beta_0) + r_1\beta_0, \\
 H &= (1 - k^2 u_0^2) [(k + r_1) \exp(kh_1) + (k - r_1) \exp(-kh_1)]
 \end{aligned}$$

在  $h_1 \rightarrow \infty$  时,

$$T' \rightarrow 0, \quad R' \rightarrow \frac{\omega(Y + k\beta_0)}{(1 - ku_0)(k + r_1)}$$

其次研究光学厚度为  $h$  的一层大气，在向下的散射光  $F_d(0) = F_0$  的照射下，产生的后向与前向再散射率  $R$  与  $T$ 。散射光的辐射传输方程为

$$\begin{cases} \frac{dF_u(h)}{dh} = r_1 F_u(h) - r_2 F_d(h) \\ -\frac{dF_d(h)}{dh} = r_1 F_d(h) - r_2 F_u(h) \end{cases} \quad (4.65)$$

经以下的数学运算

$$\frac{dM}{dh} = (r_1 + r_2)N$$

$$\frac{dN}{dh} = (r_1 - r_2)M$$

$$\frac{d^2 M}{dh^2} = (r_1 + r_2) \frac{dN}{dh} = (r_1^2 - r_2^2)M$$

解方程，可得

$$M = 2A \exp(-kh) + 2B \exp(kh)$$

$$N = \frac{dM}{(r_1 + r_2)dh} = \frac{2k}{r_1 + r_2} [B \exp(kh) - A \exp(-kh)]$$

$$\begin{cases} F_u(h) = \frac{M + N}{2} = A(1 - x) \exp(-kh) + B(1 + x) \exp(kh) \\ F_d(h) = \frac{M - N}{2} = A(1 + x) \exp(-kh) + B(1 - x) \exp(kh) \end{cases}$$

边条件为

$$F_u(h_1) = 0, \quad F_d(0) = F_0$$

由边条件可求出积分常数  $A$ 、 $B$

$$A = -\frac{B(1 + x) \exp(2kh)}{1 - x}$$

$$F_0 = B(1-x) - \frac{2B(1+x)^2 \exp(2kh_1)}{1-x}$$

由这两个方程消去积分常数  $A, B$  可求出对散射光  $F_0$  的后向散射率  $R$  及前向散射率  $T$

$$R = \frac{F_u(0)}{F_0} = r_2 \frac{1 - \exp(-2kh_1)}{k + r_1 + (k - r_1)\exp(-2kh_1)} \quad (4.66)$$

$$T = \frac{F_d(h_1)}{F_0} = \frac{2k \exp(-kh_1)}{k + r_1 + (k - r_1)\exp(-2kh_1)} \quad (4.67)$$

$$\text{当 } h \rightarrow \infty \text{ 时, } R \rightarrow \frac{r_2}{k + r_1}, \quad T \rightarrow 0。$$

在某些特定条件下, 两流辐射传输方程 (4.55), (4.56), (4.65) 式的解和 (4.63), (4.64), (4.66), (4.67) 不同。

(1) 在散射比  $\omega = 1$ , 无吸收纯散射的气层,  $r_1 = r_2, k = 0$ , 两流辐射传输方程 (4.55), (4.56); (4.65) 式的解为

$$R' = \frac{r_2 h_1 + (\beta_0 + r_2 u_0) [1 - \exp(h_1 / u_0)]}{1 + r_2 h_1}$$

$$T' = \frac{(1 + r_2 h_1 - \beta_0 - r_2 u_0) [1 - \exp(h_1 / u_0)] - r_2 h_1}{1 + r_2 h_1}$$

$$R = \frac{r_2 h_1}{1 + r_2 h_1}, \quad T = \frac{1}{1 + r_2 h_1}$$

(2) 在太阳直接辐射的纵标  $u_0 = -\frac{1}{k}$  时, 两流辐射传输方程 (4.65) 式求出的  $R$  (4.66 式),  $T$  (4.67 式) 不变。解方程 (4.58) 时 (4.60) 式中的  $(2 - 2k^2 u_0^2) = 0$ 。 (4.58) 将得出谐振解

$$R' = \frac{\omega}{r_2 G} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{k\beta_0}{y_2} - [r_2(y_1 - y_3)\exp(-kh_1) + (r_1 + k)(y_2 + y_3)\exp(kh_1) + 4kr_2(r_2 - \beta_0 y_1)h_1 \exp(-kh_1)] \right\}$$



$$T' = \frac{\omega}{4k} \exp(-kh_1) [2r_1 - y_3 + kh_1(2r_1 - y_3 + 2k - 2k\beta_0)] + \frac{\omega}{G} (y_3 - 2r_1) - \frac{\omega r_2}{2Gk} [1 - \exp(-2kh_1)] [2r_2 + y_3 + kh_1(r_2 - \beta_0 y_1)]$$

上式中

$$y_1 = k - r_1 + r_2$$

$$y_2 = r_1 + r_2 - k$$

$$y_3 = 2\beta_0(r_1 - r_2)$$

$$G = 2[(r_1 + k)\exp(kh_1) - (r_1 - k)\exp(-kh_1)]$$

在两流近似中，前向散射率  $T'$ ， $T$ ；后向散射率  $R'$ ， $R$ ；辐照度  $F_u$ ， $F_d$  不是矩阵而是数。用累加法求各高度的散射辐照度  $F_u$ ， $F_d$  比解矩阵方程计算量少得多。

图 4.10 是用两流近似及累加法计算天空无云时中纬度春秋季节大气加热率廓线，可以看出：大气加热率的极大值出现在 50 ~ 55km 高度，是臭氧吸收太阳辐射形成的，这是地气系统的一个热源。另一个更重要的热源是地面或海面。

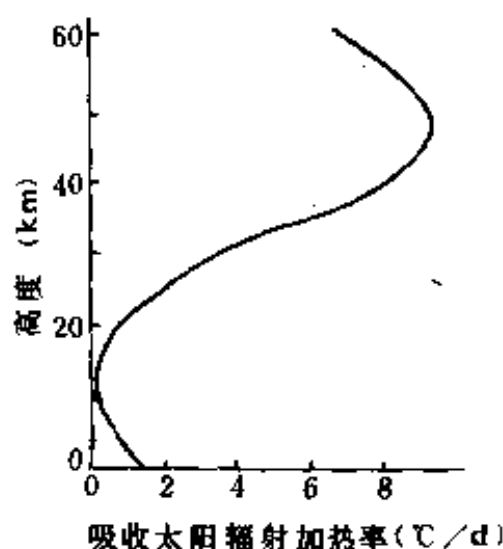


图 4.10 天空无云时中纬度春秋季节大气加热率廓线

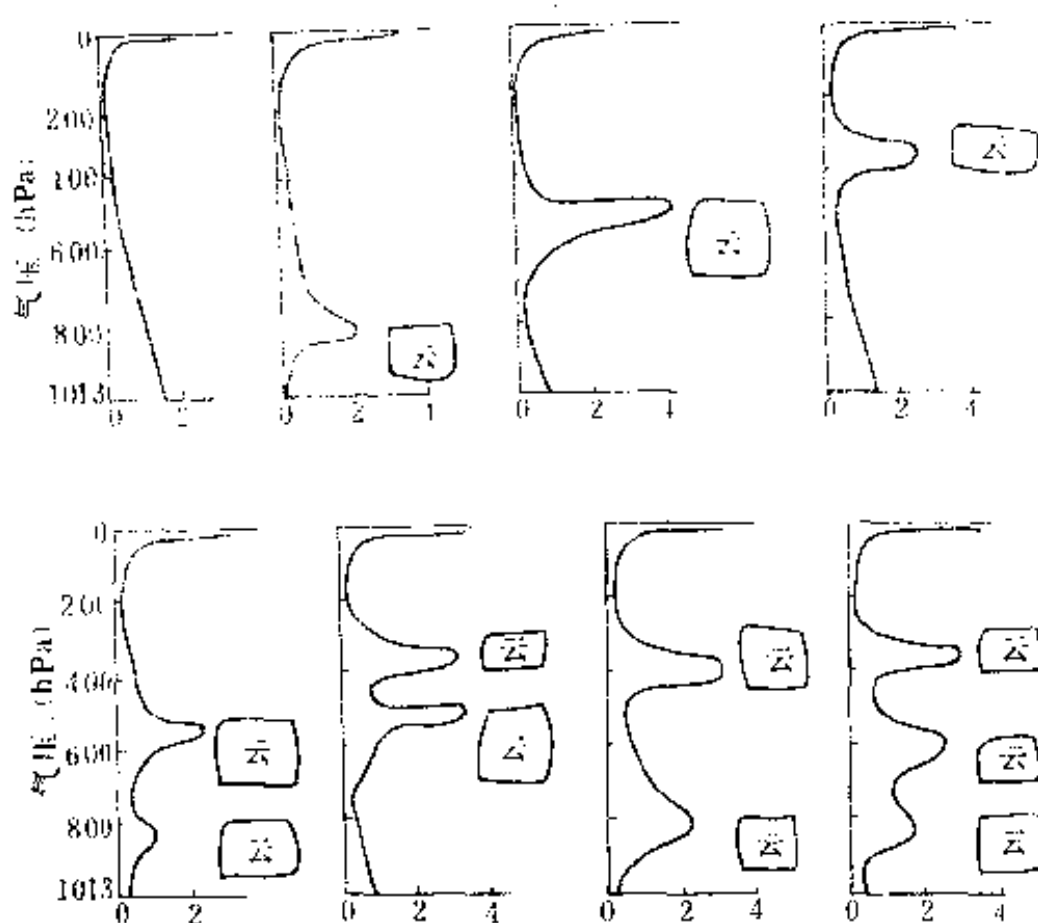


图 4.11 天空不同云况的太阳辐射加热率 ( $^{\circ}\text{C} / \text{d}$ )

云对太阳辐射有强烈的散射与吸收，天空有云时云的上部吸收太阳辐射而加热，由于云的反射作用，云下的加热明显下降。图 4.11 是用两流近似及累加法计算天空不同云况下太阳辐射加热率，纵坐标为气压 (hPa)，横坐标为大气吸收太阳辐射加热率 ( $^{\circ}\text{C} / \text{d}$ )。由液体云滴组成的中、低云含水量较大，在云的上部加热率较大，由冰晶组成的高云含水量较小，最大加热率出现在云的中部。

图 4.12 是中纬度夏季条件下，不同地面能见度即大气气溶胶数量不同的情况下，用两流近视算出的太阳辐射加热率，为了比较，同时画出不计气溶胶与吸收的大气加热率。由图 4.12，可以看出大气气溶胶对大气吸收太阳辐射的加热作用是显著而不能忽略的。在天空出现沙尘暴时，大气中气溶胶的平均半径和光学厚度比平时大十倍以上，用两流近视算出的太阳辐射加热率，

在沙尘暴的上部瞬时加热率超过  $10(^{\circ}\text{C} / \text{d})$ ，比云对太阳辐射的吸收加热率还大。

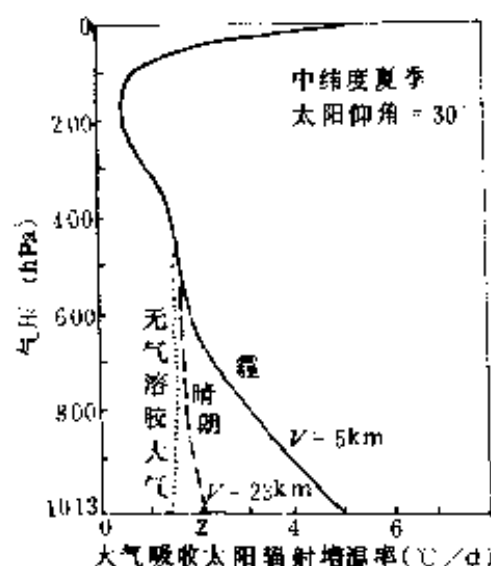


图 4.12 气溶胶对大气吸收太阳辐射的影响

#### 4.8.2 Eddington 近似

如图 4.3，Eddington 提出取  $I(h, u)$  是  $u$  的一次函数

$$I(h, u) \approx I_a(h) + uI_b(h)$$

$$\begin{cases} F_u(h) = \int_0^1 [I_a(h) + uI_b(h)] u du = \frac{I_a(h)}{2} + \frac{I_b(h)}{3} \\ F_d(h) = - \int_{-1}^0 [I_a(h) + uI_b(h)] u du = \frac{I_a(h)}{2} - \frac{I_b(h)}{3} \end{cases} \quad (4.68)$$

取勒让德多项式的前两项作为散射相函数的近似值，散射角为  $A$ ，由球面三角

$$\cos A = uu' + \sqrt{(1-u^2)(1-u'^2)} \cos(\varphi' - \varphi)$$

把相函数对方位角求平均

$$\begin{aligned} p(u, u') &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(u, \varphi; u', \varphi') d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} [1 + 3g \{uu' + \sqrt{(1-u^2)(1-u'^2)}\}] \end{aligned}$$

$$\cos(\varphi' - \varphi) \} ] d\varphi = 1 + 3guu' \quad (4.69)$$

把(4.68), (4.69)代入(4.32)

$$\begin{aligned} u \frac{dI(h, u)}{dh} &= I_a + uI_b - \frac{\omega}{2} \int_{-1}^{+1} (I_a + u'I_b)(1 + 3guu') du \\ &\quad - \frac{\pi\omega S}{2} \exp\left(\frac{h}{u_0}\right)(1 + 3guu_0) = I_a + uI_b \\ &\quad - \omega(I_a + guI_b) - \pi\omega S \exp\left(\frac{h}{u_0}\right)(1 + 3guu_0) \end{aligned} \quad (4.70)$$

把(4.70)分别对上半球及下半球积分可得

$$\begin{cases} \frac{dF_u(h)}{dh} = I_a + \frac{I_b}{2} - \omega(I_a + \frac{gI_b}{2}) \\ \quad - \frac{\omega\pi S}{2} \exp\left(\frac{h}{u_0}\right)(1 + \frac{3gu_0}{2}) \\ -\frac{dF_d(h)}{dh} = I_a - \frac{I_b}{2} - \omega(I_a - \frac{gI_b}{2}) \\ \quad - \frac{\omega\pi S}{2} \exp\left(\frac{h}{u_0}\right)(1 - \frac{3gu_0}{2}) \end{cases} \quad (4.71)$$

由(4.68),  $I_a = F_u + F_d$ ,  $I_b = \frac{3(F_u - F_d)}{2}$ , 代入(4.71)

$$\begin{cases} \frac{dF_u(h)}{dh} = r_1 F_u(h) - r_2 F_d(h) - \pi\omega S r_3 \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \\ -\frac{dF_d(h)}{dh} = r_1 F_d(h) - r_2 F_u(h) - \pi\omega S (1 - r_3) \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \end{cases} \quad (4.72)$$

(4.72)式在形式上与(4.55), (4.56)一样, 比较(4.71)与(4.72)式的系数, 可得

$$\begin{aligned} r_2 &= \frac{\omega(4 - 3g) - 1}{4}, & r_3 &= \frac{2 + 3gu_0}{4} \\ r_1 &= r_2 + 2(1 - \omega) = \frac{7 - \omega(4 + 3g)}{4} \end{aligned}$$

用新的  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  代入(4.63)至(4.67)可求 Eddington 近似的  $T$ ,  $R$ ,  $T'$ ,  $R'$ 。

必须注意： $r_2$  代表反向散射率，Eddington 近似推出的  $r_2$  在不对称因子  $g$  比较大的情况下可能出现不合理的负值。 $r_2$  出现负值的原因是：用了  $P(u) \approx 1 + 3gu$ ，在  $u$  取某些负值时，相函数  $P(u)$  将是负值， $p(u, u') = 1 + 3guu'$  及  $r_2$  都可能是负值。取  $I(h, u) \approx I_a(h) + uI_b(h)$ ，把散射光  $I(h, u)$  近似地当作纵标  $u$  的线性函数，将使  $I(h, u)$  在某些  $u$  值下成为不合理的负值。用 Eddington 两流近似计算云和尘暴的辐射传输，在某些条件下反射率可能是不合理的负值。1980 年 Meador 总结各家对 (4.54) 式  $I_2(u)$  所用的不同近似简化方法，并给出不同简化得出的  $r_1$ ， $r_2$ ， $r_3$  的表达式。在使用两流近似时，要注意代表气层反向散射的  $r_2$  是否会出现不合理的负值。

## § 4.9 迭代法计算太阳辐射的多次散射

### 4.9.1 原理

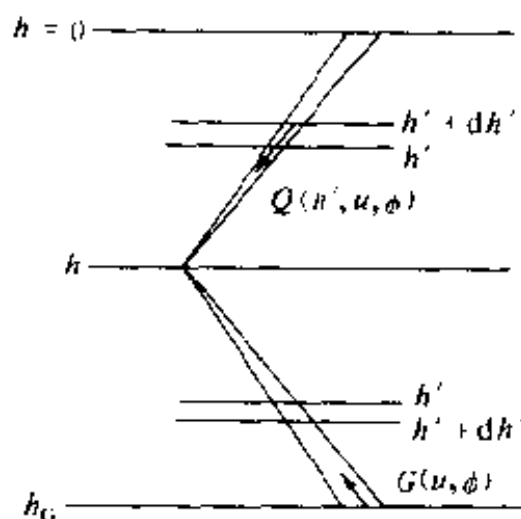


图 4.13 太阳辐射传输多次散射的迭代法

迭代法是计算太阳辐射传输中多次散射的一种方法，见图 4.13，略去(4.23)式中的长波热辐射项，取

$$Q_1(h, u, \varphi) = -\omega S \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \frac{P(u, \varphi, u_0)}{4\pi} \quad (4.73)$$

$$Q_2(h, u, \varphi) = -\frac{\omega}{4\pi} \int_{-1}^1 du' \int_0^{2\pi} J(h, u', \varphi') P(u, \varphi, u', \varphi') d\varphi' \quad (4.74)$$

$$Q(h, u, \varphi) = Q_1(h, u, \varphi) + Q_2(h, u, \varphi) \quad (4.75)$$

$Q_1(h, u, \varphi)$  和  $Q_2(h, u, \varphi)$  分别是  $h$  高度,  $(u, \varphi)$  方向, 太阳直接辐射的一次散射及散射光的多次散射。(4.23) 式可改写成

$$u \frac{dJ(h, u, \varphi)}{dh} = J(h, u, \varphi) + Q(h, u, \varphi) \quad (4.76)$$

把散射光的方向  $(u, \varphi)$  固定, (4.76) 式成为光学厚度  $h$  的一元微分方程

$$y' + p(x)y = q(x)$$

微分方程的解为

$$y = \exp\left(-\int p(x)dx\right) \left[ \int q(x) \exp\left(\int p(x)dx\right) dx + C \right] \quad (4.77)$$

与 (4.76) 式对比,  $p(x) = -\frac{1}{u}$ ,  $q(x) = \frac{Q(h, u, \varphi)}{u}$ , 代入 (4.77) 可得

$$\begin{aligned} J(h, u, \varphi) &= \exp\left(\int \frac{dh}{u}\right) \left[ \int \frac{Q}{u} \exp\left(-\int \frac{dh}{u}\right) dh + C \right] \\ &= \exp\left(\frac{h}{u}\right) \left[ \int_0^h \frac{Q}{u} \exp\left(-\int_0^{h'} \frac{dh'}{u}\right) + C \right] \end{aligned} \quad (4.78)$$

(4.78) 式的积分常数  $C$  须用边条件来确定, 当  $u < 0$ , 散射光来自上方, 在大气上界的  $h = 0$  处, 向下的散射光  $J(0, u, \varphi) = 0$ , 代入 (4.78) 式

$$J(0, u, \varphi) = \left[ \int_0^0 \frac{Q}{u} \exp\left(-\int_0^{h'} \frac{dh'}{u}\right) + C \right] = 0,$$

所以  $C = 0$ , 代入上式

$$J(h, u, \varphi) = \exp\left(\frac{h}{u}\right) \left[ \int_0^h \frac{Q}{u} \exp\left(-\int_0^{h'} \frac{dh'}{u}\right) \right] \\ = \frac{1}{u} \int_0^h Q \exp\left[\frac{(h-h')}{u}\right] dh' \quad (u < 0) \quad (4.79)$$

由(4.79)式, 可看出在高度  $h$ ,  $u, \varphi$  方向, 向下的散射辐射  $J(h, u, \varphi)$  是  $h$  高度以上, 各高度  $(u, \varphi)$  方向向下的散射辐射  $Q$  乘以  $h$  和  $h'$  之间的透过率  $\exp\left[\frac{(h-h')}{u}\right]$  的积分。

当  $u > 0$ , 散射光来自下方, 边界为地面, 地面  $h = h_G$ , 取地面向上的射光为  $J(h_G, u, \varphi) = G(u, \varphi)$ , 代入(4.78)式

$$J(h_G, u, \varphi) = \exp\left(\frac{h_G}{u}\right) \left[ - \int_0^{h_G} \frac{Q}{u} \exp\left(-\frac{h'}{u}\right) + C \right] \\ = G(u, \varphi)$$

即

$$C = G(u, \varphi) \exp\left(-\frac{h_G}{u}\right) + \frac{1}{u} \int_h^{h_G} Q \exp\left(-\frac{h'}{u}\right) dh'$$

代入(4.78)式, 可得

$$J(h, u, \varphi) = G(u, \varphi) \exp\left(\frac{h-h_G}{u}\right) \\ + \frac{1}{u} \int_h^{h_G} Q \exp\left(\frac{h-h'}{u}\right) dh' \quad (u > 0) \quad (4.80)$$

由(4.80)式, 可看出在高度  $h$ ,  $u, \varphi$  方向, 向上的散射辐射  $J(h, u, \varphi)$  是地面的向上散射辐射  $G(u, \varphi)$  乘地面到  $h$  高度的透过率  $\exp\left(\frac{h-h_G}{u}\right)$ , 加  $h$  高度以下, 各高度  $(u, \varphi)$  方向向上的

的散射辐射  $Q$  乘以  $h$  和  $h'$  之间的透过率  $\exp\left[\frac{h-h'}{u}\right]$  的积分。由(4.80)式求  $J(h, u, \varphi)$  先要求地面向上散射辐射  $G(u, \varphi)$ , 地面向上的短波辐射是地面太阳总辐射  $S_G$  乘地面反射率  $\alpha$ , 如假设地面反射的太阳辐射亮度为各向同性分布, 可

以求出  $G(u, \varphi) = \alpha S_G / \pi$ 。

#### 4.9.2 迭代方法

把天空按纵标  $u$ 、和方位角  $\varphi$  分成许多差分。首先取  $Q(h, u, \varphi) = Q_1(h, u, \varphi)$ ，即只考虑太阳直接辐射产生的散射辐射，可求出地面的太阳总辐射  $S_G$  及地面向上散射辐射  $G(u, \varphi)$ 。代入(4.79)(4.80)式可以求出太阳散射辐射  $J(h, u, \varphi)$  的第一近似值  $J_1(h, u, \varphi)$ 。把第一近似值  $J_1(h, u, \varphi)$  代入(4.74)式，可求出各高度各方向的  $Q_2(h, u, \varphi)$ 。

然后取  $Q(h, u, \varphi) = Q_1(h, u, \varphi) + Q_2(h, u, \varphi)$ ，即考虑了太阳散射辐射第一近似值及直接辐射产生的散射辐射，再求出地面的太阳总辐射  $S_G$  及地面向上散射辐射  $G(u, \varphi)$ 。代入(4.79)(4.80)式可以求出太阳散射辐射  $J(h, u, \varphi)$  的第二近似值  $J_2(h, u, \varphi)$ 。

这样反复迭代直到第  $N+1$  次迭代值  $J_{N+1}(h, u, \varphi)$  与  $N$  次迭代值  $J_N(h, u, \varphi)$  的差别小于计算要求的精度为止。

迭代法的优点是：大气散射随方向  $u, \varphi$  的分布，即散射相函数的精细分布可以较细致的计算，并考虑以 Stokes 参量表示的大气散射偏振特性。迭代法的缺点是当天空有云及大量气溶胶时，大气总光学厚度  $h_G$  较大，计算量随  $h_G$  的增加而增加，在大气总光学厚度  $h_G \gg 1$  时，迭代法计算量过大，计算效率不高。

### § 4.10 地面对太阳辐射的反射率

地面对太阳辐射的反射率对地面和大气吸收太阳辐射的数量有很大的影响。地面被冰雪覆盖时，地面反射率很大。由于地面反射的太阳辐射量增加，地面吸收太阳辐射很少，大气对太阳辐



射的吸收量将增加。地面反射率随地面状况、太阳仰角而变化。

地面可分为两类，镜面与粗糙面，平静的水面是镜面，有风浪的水面及一般陆面是粗糙面。镜面的反射有较成熟的理论，并为实验所证实。镜面的反射率由 Fresnel 公式表达，电磁波传播方向的矢量与地平面法线矢量组成的平面称为入射面，这两个矢量的夹角为  $\theta$ 。按入射光电矢量与入射面垂直或平行，把入射光分为垂直偏振光和平行偏振光两部分。镜面对这两种光的反射率分别为  $R_n$ （垂直偏振光）、 $R_i$ （平行偏振光）。若  $\theta$  为入射角， $\beta$  为折射角， $n$  和  $n'$  分别为水和空气的折射率，按光学原理

$$n \sin \theta = n' \sin \beta$$

$$R_n = \frac{\sin^2(\theta - \beta)}{\sin^2(\theta + \beta)}, \quad R_i = \frac{\tan^2(\theta - \beta)}{\tan^2(\theta + \beta)}$$

对无偏振的自然光，反射率  $R$  为

$$R = \frac{1}{2}(R_n + R_i) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(\theta - \beta)}{\sin^2(\theta + \beta)} + \frac{\tan^2(\theta - \beta)}{\tan^2(\theta + \beta)} \right] \quad (4.81)$$

取水的折射率  $n = 1.33$ ，按 (4.81) 式计算平静水面的反射率  $R$  与入射角  $\theta$  的关系见表 4.8。

表 4.8 平静水面反射率  $R$  (%) 与入射角  $\theta$  (度) 的关系

$\theta$ (度)	$R$ (%)	$\theta$ (度)	$R$ (%)	$\theta$ (度)	$R$ (%)
0	2.1	55	4.4	80	35.0
20	2.1	60	6.2	82	42.8
30	2.2	65	8.8	84	52.9
40	2.5	70	13.6	86	65.0
45	2.9	73	17.8	88	80.6
50	3.5	77	26.0	90	100

在水面有风浪时，随着波浪起伏，入射角与水面的交角随波浪位置而变化，海面平均反射率应是海面各处反射率的平均值，增田和高岛用数值模拟的方法计算当风速为  $2\text{m/s}$ 、波长  $\lambda = 0.5\mu\text{m}$ 、折射率  $n = 1.335$  的条件下海面反射率随太阳天顶角

$\theta$  变化的关系见图 4.14。

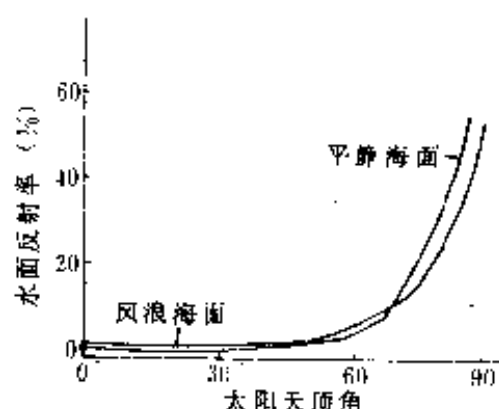


图 4.14 有波浪与无波浪情况下反射率  $R$  (%) 与入射角的关系  
(引自增田、高岛, 1986)

由图 4.14, 可以看出: 有风浪时, 当太阳天顶角  $\theta < 30^\circ$ , 风浪海面反射率  $R \approx 3\%$ , 比平静海面的反射率小; 当太阳天顶角  $> 70^\circ$ , 风浪海面的反射率比平静海面的反射率大。

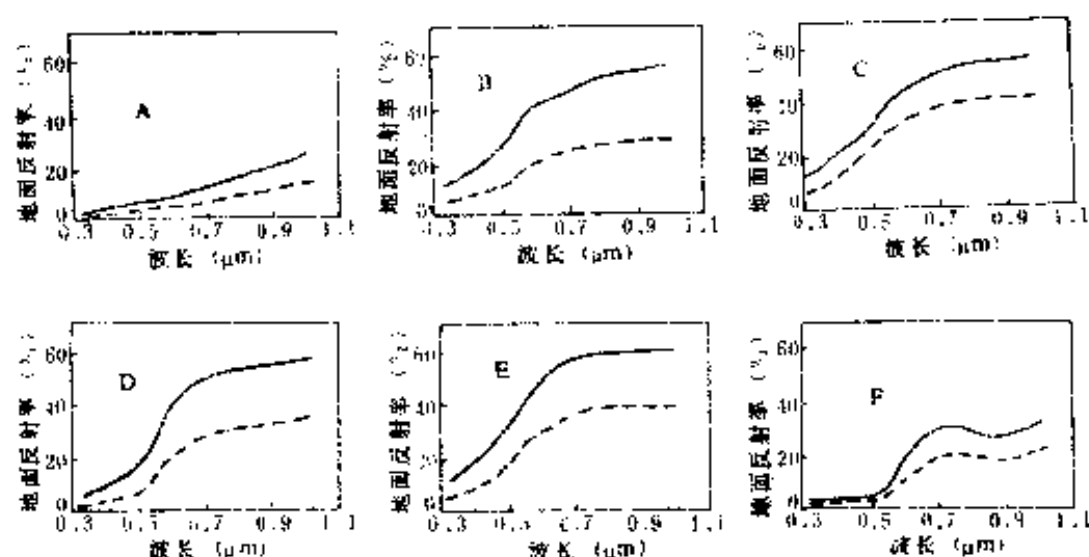


图 4.15 不同陆面反射率随波长的变化 (引自 Suits, 1978)

实线: 干 虚线: 湿

A 黑土, B 石英砂, C 碳酸盐砂, D 铁铝土, E 钙层土, F 红壤

陆地表面的反射率与地面成分、湿度及太阳天顶角  $\theta$  有关。图 4.15, 图 4.16 是各种陆地表面反射率随波长  $\lambda$  变化的情况。地面土壤和岩石的化学成分、物理状态差别很大, 同是红壤反射率也不相同。湿的地面, 看起来颜色比较深, 反射率比干的地面

小，一般情况下红外区的反射率比可见光区的反射率大。水汽吸收太阳辐射的红外辐射，计算大气对太阳辐射的吸收时，地面反射率要用水汽吸收的红外区平均反射率，如果用较小的全波段平均反射率，将低估了地面反射的太阳红外辐射。绿色植物在可见光区的反射率比植物在红外区的反射率低很多，利用植物在这两个波段反射率的差别，通过卫星观测可见光和红外光扫描的图象对比，可以监测植物生长情况，或估计农作物的产量。

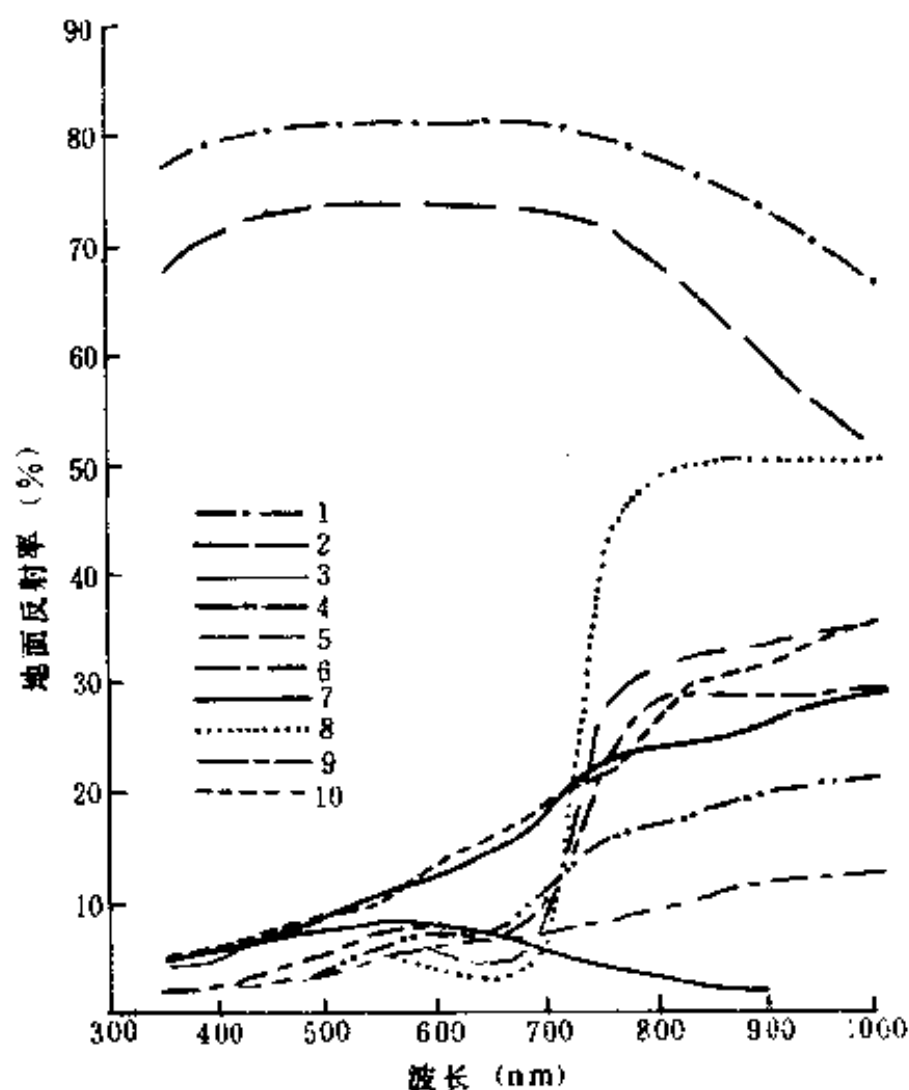


图 4.16 不同陆面不同太阳高度角  $h$  反射率随波长的变化

(引自 Paltridge 和 Platt, 1976)

1. 带有冰盖的雪,  $h=38^\circ$ ; 2. 大粒湿雪,  $h=37^\circ$ ; 3. 湖面,  $h=56^\circ$ ; 4. 土壤融雪后,  $h=24.5^\circ$ ; 5. 青玉米,  $h=54^\circ$ ; 6. 高的绿玉米,  $h=56^\circ$ ; 7. 黄玉米,  $h=46^\circ$ ; 8. 苏丹草,  $h=52^\circ$ ; 9. 黑钙土,  $h=40^\circ$ ; 谷物茬子,  $h=35^\circ$

常规的地面反射率测量是气象台站在地面附近用反射辐射表观测的。它只能代表气象台站附近小范围的地面反射率，在离地面较高处用飞机观测，可得出较大区域的平均反射率。这些观测大部分不分波段，得到的反射率是射到地面所有太阳辐射的平均反射率。表 4.9 是各种地面的平均反射率。

表 4.9 各种地面的平均反射率

地面状况	反射率 (%)	地面状况	反射率 (%)
针叶林	13~15	干草原(半沙漠)	25~30
阔叶林	15~17	沙漠	25~35
灌木丛	16~18	草原	20~25
森林草原(田野)	15~20	水稻田	12~18
冰川, 雪被	> 50	水面	6~8

## § 4.11 Monte-Carlo 方法计算 一次散射辐照度

### 4.11.1 Monte-Carlo (统计试验) 法

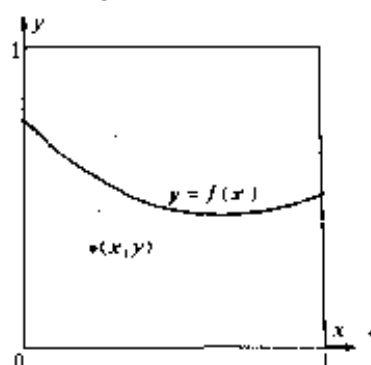


图 4.17 Monte-Carlo 法求定积分

Monte-Carlo (统计试验) 方法是通过随机变量的统计试验求数学问题近似数值解的一种方法。以一维积分  $B$  的随机模拟为例，说明 Monte-Carlo 法求解的步骤和特点

$$B = \int_0^1 f(x) dx \quad [0 < f(x) < 1] \quad (4.82)$$

首先根据积分 (4.82) 式的特点设计一个求积分的数学模型。以图 4.17 求曲线  $y = f(x)$  下的面积  $B$  为例：第一种方法是用计算机产生许多对  $(0,1)$  之间的随机变量  $(x,y)$ ， $(x,y)$  满足  $y < f(x)$  的概率为

$$P[y < f(x)] = \int_0^1 \int_0^{f(x)} dy dx = B$$

取随机变量  $G$ ， $G$  的数值为

$$\begin{cases} G = 0 & y > f(x) \\ G = 1 & y < f(x) \end{cases} \quad (4.83)$$

由 (4.83) 式求  $G$ 。在  $N$  次试验中，有  $K$  次  $G = 1$ ，则  $\bar{G} = \frac{K}{N}$  给出  $B$  的无偏估计。样本平均值  $\bar{G}$  的方差为

$$S_{\bar{G}} = \frac{S_G}{\sqrt{N}} = \frac{1}{N} \sqrt{K \left(1 - \frac{K}{N}\right)^2 + (N - K) \left(\frac{K}{N}\right)^2}$$

$S_G$  代表 Monte - Carlo 法第一种计算方案求  $B$  的精度。

第二种计算方案是：用计算机产生一系列  $(0,1)$  之间的随机变量  $x_i$ ，取  $y_i = f(x_i)$ ， $y$  的平均值  $H = \bar{y}$  就是  $B$  的无偏估计，这个方案计算步骤比第一个方案更简单，计算速度更快，能较快地算出精度较高的结果。Monte - Carlo 法计算得出的是概率，计算结果的精度是用概率的精度来表示。第二种方案所求平均值  $H = \bar{y}$  的均方差为

$$S_H = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - H)^2}{N}}$$

把 Monte - Carlo 法与梯形法，辛普森法，及高斯法比较。梯形法，辛普森法，及高斯法都可以计算定积分的近似值，它有规律地选取一系列  $x_i$  然后求  $y_i = f(x_i)$  的加权平均值作为定积

分  $B$  的近似值。Monte Carlo 法则是随机地选取一系列  $x_i$  然后求  $y_i = f(x_i)$  的平均值作为定积分  $B$  的近似值。

#### 4.11.2 Monte-Carlo 方法求地面一次散射辐照度

如图 4.18, 求地面  $O$  点收到的太阳辐射经大气一次散射后到达地面的散射辐照度  $S_1$ 。  $S_0$  为大气上界的太阳辐照度, 在离大气上界光学厚度为  $h$  的  $P(x, y, z)$  点, 太阳直接辐照度为  $S_0 \exp(h/u_0)$ ,  $u_0 = \cos\theta_0 < 0$ ,  $\theta_0$  在 90 到 180 度之间, 是阳光与天顶方向的交角。  $P$  点对  $O$  点的天顶角为  $\theta$ , 取  $u = \cos\theta < 0$ , 取  $\mu = |u|$ , 位于  $P$  点的体积元  $dx dy dz$  在地面  $O$  点产生的一次散射辐照度微分  $dS_1$  为

$$dS_1 = S_0 \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \frac{P(\cos A)}{4\pi} \exp\left(\frac{h_s - h}{u}\right) \frac{\mu}{r^2} \beta_s dx dy dz \quad (4.84)$$

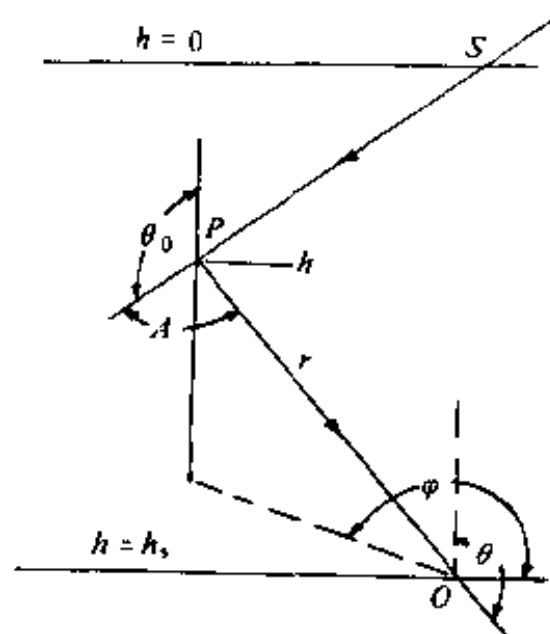


图 4.18 地面一次散射辐照度

对 (4.84) 式求积分, 使用直角坐标时, 一些远离原点  $O$  的体积元在  $O$  点产生的散射辐射贡献很小, 使数值计算的效率低。若用球坐标, 取太阳的方位角  $\varphi = 0$ , 体积元为  $r^2 du d\varphi dr$ , 散射

角  $A$  与  $u, \varphi$  的关系为

$$\cos A = \cos \theta_0 \cos \theta + \sin \theta_0 \sin \theta \cos \varphi \quad (4.85)$$

位于  $P$  点的体积元  $r^2 du d\varphi dr$  在地面  $O$  点产生的一次散射辐照度微分  $dS_1$  为

$$dS_1 = S_0 \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) \exp\left(\frac{h_g - h}{u}\right) \frac{P(\cos A)}{4\pi r^2} \mu \beta_s r^2 dr du d\varphi$$

把变量  $r$  变为  $h$ ,  $dr = \frac{dz}{\mu} = \frac{dh}{\mu \beta_s} = \frac{\omega dh}{\mu \beta_s}$  代入上式求积分, 可得地面收到的一次散射辐照度

$$S_1 = S_0 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^0 du \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_g - h}{u} + \frac{h}{u_0}\right) \omega \frac{P(\cos A)}{4\pi} dh \quad (4.86)$$

由(4.86)式可以找出下列积分

$$\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi$$

$$\int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_g - h}{u}\right) dh = u \left[ \exp\left(\frac{h_g}{u}\right) - 1 \right] = uB$$

即

$$\int_0^{h_g} \frac{1}{uB} \exp\left(\frac{h_g - h}{u}\right) dh = 1, \quad u < 0$$

所以

$$B = \exp\left(\frac{h_g}{u}\right) - 1 < 0$$

(4.86)式可改写为

$$S_1 = \frac{S_0}{4} \int_0^1 d\left(\frac{\varphi}{2\pi}\right) \int_0^1 -B d(u^2) \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_g - h}{u} + \frac{h}{u_0}\right) \omega \frac{P(\cos A)}{uB} dh \quad (4.87)$$

再换变量, 取

$$x = \varphi / (2\pi), \quad \varphi = 2\pi x; \quad y = u^2, \quad u = -\sqrt{y};$$

$$\begin{aligned}
z &= \int_0^h \frac{1}{uB} \exp\left(\frac{h_g - h}{u}\right) dh \\
&= \frac{1}{B} \left[ \exp\left(\frac{h_g}{u}\right) - \exp\left(\frac{h_g - h}{u}\right) \right] \\
h &= h_g - u \ln \left[ \exp\left(\frac{h_g}{u}\right) - Bz \right]
\end{aligned}$$

用计算机产生三个 (0,1) 间的随机数  $x, y, z$  (变量  $x, y, z$  不是三个互相垂直的坐标)。

由  $x, y, z$ , 可求  $\varphi, u, B, h$ ; 由  $\varphi, u$  可按 (4.85) 式求散射角  $A$ , 由  $A$  及高度  $h$  可求相函数  $P(\cos A)$ 。多次取随机数  $x, y, z$ , (4.87) 式就成为求  $-B \exp(h/u_0) \omega P(\cos A)$  的统计平均值, 再乘上  $S_0/4$ , 就得到一次散射辐照度  $S_1$  的估计值。

Monte - Carlo 法计算数值积分比较灵活, 同一问题可以有不同的计算方案。如 (4.86) 式也可以取

$$\begin{aligned}
\int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) dh &= u_0 \left[ \exp\left(\frac{h_g}{u_0}\right) - 1 \right] = u_0 B' \\
B' &= \exp\left(\frac{h_g}{u_0}\right) - 1
\end{aligned}$$

(4.86) 式可改写为

$$\begin{aligned}
S_1 &= \frac{B'S_0}{2} \int_0^1 d\left(\frac{\varphi}{2\pi}\right) \int_0^1 d(-u) \\
&\quad \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_g - h}{u}\right) \omega P(\cos A) \frac{1}{B'} \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) dh
\end{aligned} \tag{4.88}$$

按 (4.88) 式, 取

$$\begin{aligned}
x &= \frac{\varphi}{2\pi}, \quad \varphi = 2\pi x; \quad y = -u, \quad u = -y; \\
z &= \int_0^h \frac{1}{B'} \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) dh = \frac{u_0}{B'} \left[ \exp\left(\frac{h}{u_0}\right) - 1 \right]
\end{aligned}$$



$$h = u_0 \ln_e \left( \frac{B'z}{u_0} + 1 \right)$$

多次产生三个  $(0,1)$  随机数  $x, y, z$  可求散射体积元的坐标  $\varphi, u, h$ 。然后按 (4.88) 式求  $\exp\left(\frac{h_s - h}{u}\right) \omega P(\cos A)$  的平均值, 乘  $B'S_0/2$  就得到一次散射辐照度  $S_1$  的估计值。

用 Monte-Carlo 法计算具体问题时, 可设计几个方案, 选择一个计算较快的方案。

上述方法求一次散射辐照度  $S_1$ , 实质是设想大量光子从大气上界出发, 计算一次散射到达地面的比数  $S_1/S_0$ 。一次抽样得出一组  $\varphi, u, h$ , 代表一个光子所走的路径, 其概率为  $1/N$ ,  $N$  为总的试验次数。当然  $N$  要很大, 这个概率才比较准确, 若试验次数  $N$  很小, 计算结果的精度就很差。

## § 4.12 多次散射的后向 Monte-Carlo 方法

### 4.12.1 散射与辐射的偏振

对振动电矢量与散射平面平行及垂直的辐射, 角散射系数是有差别的。从太阳出发的辐射是无偏振的自然光, 散射后的光是偏振光。为了提高计算的精度, 或从测量辐射的偏振性质得到大气的信息, 就需要考虑辐射的偏振性质。

如图 4.19, 阳光在未散射前是自然光, 在  $P$  点第一次散射后, 一次散射平面  $SPQ$  上的散射光  $PQ$  是偏振光, 用斯托克斯参量  $(I_1, Q_1, U_1, V_1)$  表示散射光  $PQ$  以散射平面  $SPQ$  为准的强度及偏振特点。一次散射光  $PQ$  在  $Q$  点被第二次散射, 第二散射平面为  $PQO$ , 第一散射平面  $SPQ$  法线  $n$  与第二散射平面  $PQO$  法线  $n'$  的交角为  $\alpha$ 。计算  $Q$  点的第二次散射时, 入射

光  $PQ$  要按第二散射平面的法线  $n'$  计算斯托克斯参量 ( $I_2, Q_2, U_2, V_2$ )。由图 4.20 按第一散射平面  $SPQ$  法线  $n$  正交电场分量的复数表示为  $E_t, E_n$ ；按第二散射平面  $PQO$  法线  $n'$  正交电场分量的复数表示为  $E_{t'}, E_{n'}$ ；其关系为

$$\begin{cases} E_{t'} = E_t \cos \alpha + E_n \sin \alpha \\ E_{n'} = E_n \cos \alpha - E_t \sin \alpha \end{cases} \quad (4.89)$$

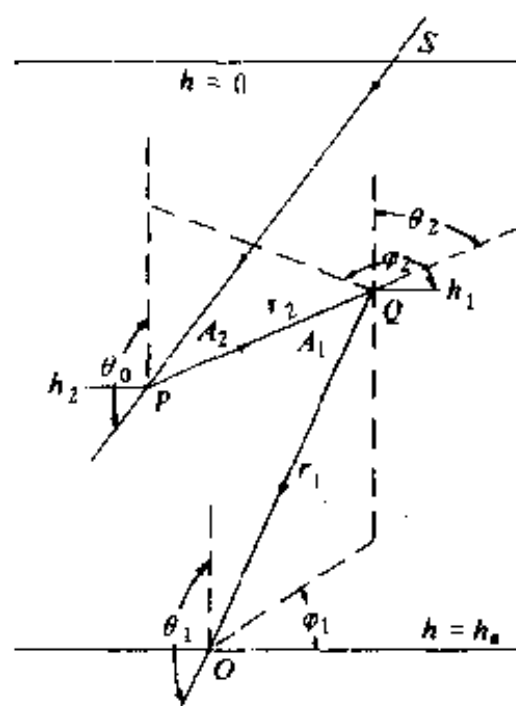


图 4.19 二次散射的路径

把  $E_t, E_n$  及  $E_{t'}, E_{n'}$  分别代入 (1.15) 式，求斯托克斯参量

$$\begin{cases} I = E_t E_t^* + E_n E_n^* \\ Q = E_{t0}^2 - E_{n0}^2 \\ U = E_t E_n^* + E_n E_t^* \\ V = -i(E_t E_n^* - E_n E_t^*) \end{cases} \quad (1.15)$$

可以得出散射平面  $SPQ$  转动  $\alpha$  角到  $PQO$ ，散射光  $PQ$  在转动前后斯托克斯参量的关系是

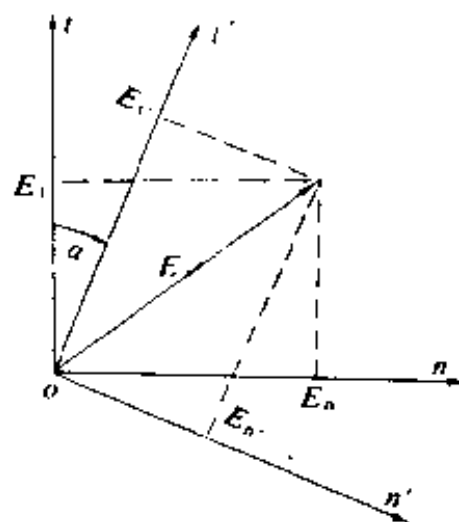


图 4.20 电振动坐标的旋转

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} I_2 \\ Q_2 \\ U_2 \\ V_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ Q_1 \\ U_1 \\ V_1 \end{bmatrix} \\
 &= L(\alpha) \begin{bmatrix} I_1 \\ Q_1 \\ U_1 \\ V_1 \end{bmatrix} \quad (4.90)
 \end{aligned}$$

$L(\alpha)$  称为斯托克斯参量的转换矩阵，转换前后辐射的两个分量分别为

$$\begin{cases} I_{1t} = \frac{I_1 + Q_1}{2}, & I_{1n} = \frac{I_1 - Q_1}{2} \\ I_{2t} = \frac{I_2 + Q_2}{2}, & I_{2n} = \frac{I_2 - Q_2}{2} \end{cases}$$

### 4.12.2 二次及多次散射的后向 Monte-Carlo 方法

如图 4.19, 求地面  $O$  点收到的阳光二次散射  $S_2$ , 首先以  $O$  为原点。  $Q$  点坐标为:  $r_1, \varphi_1, \theta_1$ ; 由  $r_1, \theta_1$  可算出  $u_1, h_1$ 。体积元为  $r_1^2 du_1 d\varphi_1 dr_1$ , 然后以  $Q$  点为原点,  $P$  点坐标为:  $r_2, \varphi_2, \theta_2$ ; 由  $r_2, \theta_2$  可算出  $u_2, h_2$ 。光学厚度  $h_1, h_2$  是以大气上界为起点。由接收点反辐射传输方向取坐标的计算方法称为后向 Monte - Carlo 方法, 其优点是提高计算效率。

从第一次散射点  $P$  起, 算出一次散光  $PQ$  的斯托克斯参量 ( $I, Q, U, V$ ), 把阳光分成  $I_i, I_n$  两部分, 分别计算  $I_i, I_n$  在  $P$  点的散射,  $PQ$  路径上的减弱, 及到达  $Q$  点的  $I_i, I_n$ ; 在  $Q$  点, 由于散射平面  $QPO$  与原散射平面  $SPQ$  以  $\alpha$  角相交, 由转换矩阵  $L(\alpha)$  求出相对  $n'$  的的斯托克斯参量 ( $I', Q', U', V'$ ), 进一步计算  $I', I_n'$  在  $Q$  点的散射及  $QO$  路径上的减弱要按  $I', I_n'$  分别计算。辐射传输方程中的散射系数  $\beta_s$ , 散射比  $\omega$ , 相函数  $P(\cos A)$  等都是含有两个分量的列矩阵。在  $Q$  点要经过转换矩阵  $L(\alpha)$  的转换计算。取  $\mu_i = |u_i|$ , 从大气上界出发, 经  $P, Q$  两点两次散射, 地面  $O$  点收到的二次散射光辐照度  $S_2$  为

$$S_2 = S_0 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_{-1}^{+1} du_2 \int_0^{h_2} \exp\left(\frac{h_2}{u_2}\right) \frac{P(\cos A_2)}{4\pi} \frac{\beta_{sP}}{r_2^2} r_2^2 dr_2 \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_{-1}^0 du_1 \int_0^{h_1} \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{u_2}\right) L(\alpha) \frac{P(\cos A_1)}{4\pi} \frac{\beta_{sQ}}{r_1^2} \mu_1 r_1^2 \exp\left(\frac{h_2 - h_1}{u_1}\right) dr_1 \quad (4.91)$$

因

$$\beta_{sQ} dr_1 = \frac{\beta_{sQ} dz_1}{\mu_1} = \frac{\omega_Q dh_1}{\mu_1}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{sP} dr_2 &= \frac{\beta_{sP} d\tau_2}{\mu_2} = \frac{\omega_P dh_2}{\mu_2} \\
S_2 &= S_0 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_{-1}^1 du_2 \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_2}{u_2}\right) \frac{P(\cos A_2)}{4\pi} \\
&\quad \omega_P dh_2 \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^1 du_1 \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{u_2}\right) \\
&\quad L(\alpha) \frac{P(\cos A_1)}{4\pi} \mu_1 \omega_Q \exp\left(\frac{h_g - h_1}{u_1}\right) dh_1 \quad (4.92)
\end{aligned}$$

在(4.92)式中有

$$\int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_g - h_1}{u_1}\right) dh_1 = u_1 \left[ \exp\left(\frac{h_g}{u_1}\right) - 1 \right] = u_1 B_1$$

$u_1$ ,  $B_1$  都是负值。Q 点确定后, 第一散射点 P 的坐标为:  $\varphi_2$ ,  $u_2$ ,  $h_2$ 。  $h_2$  可从地面变到大气上界,  $u_2$  的变化范围是  $\pm 1$ 。  $u_2$ ,  $h_2$  不是互相独立的, 而是有一定的关系。若 P 点在 Q 点以上,  $u_2 < 0$ ,  $h_2 < h_1$ ; 若 P 点在 Q 点以下,  $u_2 > 0$ ,  $h_2 > h_1$ 。把对 P 点高度  $h_2$  的积分, 分为从 0 到  $h_1$  与从  $h_1$  到  $h_g$  两段

$$\begin{aligned}
&\int_{-1}^1 du_2 \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{u_2}\right) dh_2 \\
&= \int_0^1 \left[ \int_0^{h_1} \exp\left(\frac{h_2 - h_1}{\mu_2}\right) dh_2 + \int_{h_1}^{h_g} \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{\mu_2}\right) dh_2 \right] d\mu_2 \\
&= \int_0^1 \mu_2 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h_1}{\mu_2}\right) + 1 - \exp\left(\frac{h_1 - h_g}{\mu_2}\right) \right] d\mu_2
\end{aligned}$$

取

$$\begin{aligned}
B_2 &= 2 - \exp\left(-\frac{h_1}{\mu_2}\right) - \exp\left(\frac{h_1 - h_g}{\mu_2}\right) \\
\int_{-1}^1 du_2 \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{u_2}\right) dh_2 &= \int_0^1 \mu_2 B_2 d\mu_2
\end{aligned}$$

用计算机产生 6 个 (0,1) 间的随机数  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$ ;  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$  分别代表 Q, P 两点的坐标  $\varphi_1$ ,  $u_1$ ,  $h_1$ ; 及  $\varphi_2$ ,  $u_2$ ,  $h_2$ 。

对  $Q$  点

$$x_1 = \frac{\varphi_1}{2\pi}, \quad y_1 = u_1^2, \quad z_1 = \int_0^{h_1} \exp\left(\frac{h_g - h_1}{u_1}\right) \frac{dh_1}{u_1 B_1}$$

$$h_1 = h_g - u_1 \ln \left[ \exp\left(\frac{h_g}{u_1}\right) - B_1 z_1 \right]$$

对  $P$  点, 取

$$x_2 = \frac{\varphi_2}{2\pi}, \quad y_2 = \mu_2$$

若  $P$  点在  $Q$  点上面

$$z_2 < \frac{1}{B_2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h_1}{\mu_2}\right) \right]$$

则

$$z_2 = \frac{1}{B_2} \left[ \exp\left(\frac{h_2 - h_1}{\mu_2}\right) - \exp\left(-\frac{h_1}{\mu_2}\right) \right]$$

若  $P$  点在  $Q$  点下面

$$z_2 > \frac{1}{B_2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h_1}{\mu_2}\right) \right]$$

则

$$z_2 = \frac{1}{B_2} \left[ 2 - \exp\left(-\frac{h_1}{\mu_2}\right) - \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{\mu_2}\right) \right]$$

$$h_2 = h_1 - \mu_2 \ln \left[ 2 - \exp\left(-\frac{h_1}{\mu_2}\right) - B_2 z_2 \right]$$

(4.92)式化成

$$S_2 = \frac{S_0}{8} \int_0^1 d\left(\frac{\varphi_2}{2\pi}\right) \int_0^{1/4} B_2 d\mu_2 \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_2}{u_0}\right)$$

$$\frac{P(\cos A_2) \omega_P}{\mu_2 B_2} \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{u_2}\right) dh_2 \int_0^1 d\left(\frac{\varphi_1}{2\pi}\right)$$

$$\int_0^1 B_1 d(u_1^2) \int_0^{h_g} \frac{L(x) P(\cos A_1) \omega_Q}{u_1 B_1} \exp\left(\frac{h_g - h_1}{u_1}\right) dh_1 \quad (4.93)$$

积分 (4.93) 式用多次取样, 由  $\varphi_1, u_1, h_1; \varphi_2, u_2, h_2$

求  $B_1 B_2 P(\cos A_1) P(\cos A_2) \omega_P \omega_Q L(\alpha) \exp(h_2 / u_0)$  的统计平均值, 再乘  $S_0 / 8$  求出到达地面的二次散射辐照度  $S_2$ 。

可以看出,  $y_1 = u_1^2$ ,  $y_2 = \mu_2$ ; 这是由于二次散射光  $QO$  在地面产生的辐照度要乘上  $\mu_1$ , 一次散射光在  $Q$  点则不乘上  $\mu_2$ 。

对多次散射辐照度  $S_j$ , 计算方法和计算二次散射辐照度相似

$$\begin{aligned}
 S_j &= S_0 \int_0^{2\pi} d\varphi_j \int_{-1}^{+1} du_j \int_0^\infty \exp\left(\frac{h_j}{u_0}\right) \frac{P(\cos A_j)}{4\pi} \beta_{vj} dr_j \\
 &\quad \cdots \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_{-1}^{+1} du_2 \int_0^\infty \exp\left(\frac{h_3 - h_2}{u_2}\right) \\
 &\quad L(\alpha_2) \frac{P(\cos A_2)}{4\pi} \beta_{v2} dr_2 \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_{-1}^0 du_1 \int_0^\infty \exp\left(\frac{h_1 - h_2}{u_2}\right) \\
 &\quad L(\alpha_1) \frac{P(\cos A_1)}{4\pi} \exp\left(\frac{h_g - h_1}{u_1}\right) \beta_{v1} \mu_1 dr_1 \\
 &= \frac{S_0}{2^{j-1}} \int_0^1 d\left(\frac{\varphi_j}{2\pi}\right) \int_0^1 B_j \beta_j d\mu_j \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_j}{u_0}\right) \\
 &\quad \frac{P(\cos A_j) \omega_j}{\mu_j B_j} dh_j \cdots \int_0^1 d\left(\frac{\varphi_2}{2\pi}\right) \int_0^1 B_2 d\mu_2 \\
 &\quad \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_3 - h_2}{u_2}\right) F(\alpha_2) \frac{P(\cos A_2) \omega_2}{B_2 \mu_2} dh_2 \int_0^1 d\left(\frac{\varphi_1}{2\pi}\right) \\
 &\quad \int_0^1 B_1 d(u_1^2) \int_0^{h_g} \exp\left(\frac{h_g - h_1}{u_1}\right) dh_1 \quad (4.94)
 \end{aligned}$$

取  $3j$  个(0,1)随机数

$$x_i = \varphi_i / (2\pi) \quad (i = 1, 2, \dots, j)$$

$$y_1 = u_1^2, \quad B_1 = \exp(h_g / u_1) - 1$$

$$h_1 = h_g - u_1 \ln \left[ \exp\left(\frac{h_g}{u_1}\right) - B_1 z_1 \right]$$

$$y_i = \mu_i, \quad B_i = 2 - \exp\left(-\frac{h_{i-1}}{\mu_i}\right) - \exp\left(\frac{h_{i-1} - h_g}{\mu_i}\right)$$

若  $z_i < \frac{1}{B_i} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h_{i-1}}{\mu_i}\right) \right]$ , 则

$$z_i = \frac{1}{B_i} \left[ \exp\left(\frac{h_i - h_{i-1}}{\mu_i}\right) - \exp\left(-\frac{h_{i-1}}{\mu_i}\right) \right]$$

$$h_i = h_{i-1} + \mu_i \ln \left[ \exp\left(-\frac{h_{i-1}}{\mu_i}\right) + B_i z_i \right]$$

若  $z_i > \frac{1}{B_i} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h_{i-1}}{\mu_i}\right) \right]$ , 则

$$z_i = \frac{1}{B_i} \left[ 2 - \exp\left(-\frac{h_{i-1}}{\mu_i}\right) - \exp\left(\frac{h_i - h_{i-1}}{\mu_i}\right) \right]$$

$$h_i = h_{i-1} - \mu_i \ln \left[ 2 - \exp\left(-\frac{h_{i-1}}{\mu_i}\right) - B_i z_i \right]$$

$$(i = 2, 3, \dots, j)$$

求  $\exp(-h_i/\mu_0) \prod_{i=2}^j [F(\alpha_i)\omega_i P(\cos A_i)]$  的平均值后再乘上  $S_0/2^{j+1}$  就得出到达地面的  $j$  次散射辐照度  $S_j$ 。

散射次数  $j$  愈大, 光线在大气中经过的路径愈长, 减弱更快, 到达地面的光子愈少。  $S_j$  随散射次数  $j$  的增加减少很快。当  $S_j$  小到一定数量后, 就可以结束计算, 把后面的项忽略不计。地面收到的多次散射辐照度为

$$S \approx S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_j \quad (4.95)$$

## § 4.13 积状云对太阳辐射传输的影响

前面论述的太阳辐射传输, 都是在水平均一条件下推导的, 要求同一高度上气象要素基本一致, 层状云符合这个条件。大气中除了层状云外, 积状云、波状云等非连续性云层在大气中也经常出现, 这些云有明显的侧边界, 云块的形状和云块之间的相对



位置也是多种多样的。

非连续性云层中的太阳辐射传输，计算比较复杂。有些人把云块当作容易用数学解析式表达的立体形状如立方体、圆柱形、半球形、或如图 4.21 那样的同样大小，等距离分布，又有一定厚度的云块阵列。 $D$  为云块尺度， $S$  为云间距离， $D^2/S^2$  为云量  $N$ 。用 Monte-Carlo 方法计算其辐射收支，这时不但云顶受到太阳照射，云的一两个侧面也受到太阳照射。

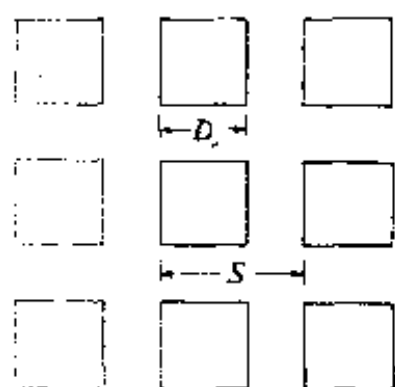


图 4.21 立方体云阵的水平分布

天气和气候变化的数值模拟中，不可能用计算量很大、计算复杂的 Monte - Carlo 方法计算辐射传输，常按云量  $N$  ( $0 < N < 1$ ) 把天空分成两部分， $N$  当作全天有云， $(1 - N)$  当作全天无云，分别计算两种情况下的辐射传输，结果为  $F_c$  及  $F_0$ ，然后再把两种情况的计算结果加权平均，把加权平均值当作云量为  $N$  的多云天空的辐射  $F$

$$F = NF_c + (1 - N)F_0 \quad (4.96)$$

(4.96) 式的计算结果  $F$  与把云块按一定几何形状排列，用 Monte - Carlo 方法精确计算的结果  $F'$  相比，有一些差别。为了修正差别，可以采用有效云量  $N'$  代替目测的实际云量  $N$ ，即取

$$F' = N'F_c + (1 - N')F_0 \quad (4.97)$$

如已经由实际云量  $N$  及 Monte - Carlo 方法算出  $F'$ ，通过 (4.97) 式由  $F'$  求出  $N'$ ，可求出  $N'$  与  $N$  的关系。

Welch 和 Wielicki(1984) 把云块按方块阵列用 Monte-Carlo 方法计算有效云量  $N'$  与实际云量  $N$  的关系, 他们取云的水平尺度  $D$  与厚度  $H$  之比  $H/D = 2$ , 当太阳天顶角  $\theta = 0^\circ$ ,  $N' > N$ ; 当  $\theta = 60^\circ$ ,  $N' < N$ 。这表明有效云量  $N'$  与实际云量  $N$  的关系并不简单, 与云块形状、入射光方向都有关系。Harshvardhan(1982) 假设入射光在各个天顶角有相同的强度, 得出有效云量  $N'$  与实际云量  $N$  的关系为

$$N' = \frac{[1 + \alpha(1 - 0.75N)]N}{1 + \alpha N(1 - 0.75N)} \quad (4.98)$$

(4.98) 式中参数  $\alpha$  称为云的形状因子,  $\alpha = H(\text{云厚})/D(\text{水平尺度})$ 。(4.98) 式表明在漫射入射光的条件下,  $N' > N$ 。

### 参 考 文 献

- [1] Ångström A., The parameters of atmospheric turbidity, *Tellus*, 16, 64—75, 1964.
- [2] Carlson T.N., S.G.Benjamin, Radiative heating rates for Sahara dust, *J.Atmos.Sci.*, 193—213, 1980.
- [3] Chandrasekhar S., Radiative transfer, Dover, New York, 1960.
- [4] Condit H.R., The spectral reflectance of American soils, Photogrammetric Engineering, *Amer.Soc. of Photogrammetry*, 36, 9, 1970.
- [5] Coulsson K.L., Solar and Terrestrial Radiation, Academic Press, 1975.
- [6] 冯康等, 数值计算方法 (第7章), 国防出版社, 1978.
- [7] Hansen J.E., Exact and approximate solutions for multiple scattering by cloudy and hazy planetary atmospheres, *J. Atmos.Sci.*, 26, 478—487, 1969.
- [8] Harshvardhan, The effect of brokenness on cloud—climate

- sensitivity, *J. Atmos. Sci.*, 39, 1853--1961, 1982.
- [9] Hickey J.R., et al., Observation of total irradiance variability from Nimbus satellites, *Advances in Space Research*, 8, 7, 5--11, Pergamon Press, 1988.
- [10] Iqbal M., An Introduction to Solar Radiation, Academic Press, 1983.
- [11] Kondratyev K.Ya., Radiation in the Atmosphere, Academic Press, 1969.
- [12] Lacis A.A., J.E.Hansen, A parameterization for the absorption of solar radiation in the earth's atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, 31, 118--133, 1974.
- [13] Larocca A.J., The Infrared Handbook, Section 5, Atmospheric absorption, The infrared information and analysis center, *Environmental Research Institute of Michigan*, 1978.
- [14] Liou K.N., An Introduction to Atmospheric Radiation. Academic Press, 1980, 周诗健等译, 大气辐射导论, 气象出版社, 1985.
- [15] Liou K.N., Applications of the discrete ordinate method for radiative transfer to inhomogeneous aerosol atmosphere, *J. Geophys. Res.*, 80, 3434--3440, 1975.
- [16] 刘长盛、刘文保, 大气辐射学, 南京出版社, 1990.
- [17] Meador W.E., W.R.Weaver, Two-stream approximations to radiative transfer in planetary atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, 37, 630--643, 1980.
- [18] Schüpp W. Die bestimmung der komponenten der atmosphärischen trübung aus actinometer messungen, *Archiv für Meteor. Geophys. und Bioklim.*, Ser.B, Band 1, 1949
- [19] Suits G.H. The infrared handbook, Chap.3, Natural sources, The infrared information and analysis center, *Environmental Research Institute of Michigan*, 1978.

- [20] Von de Hulst H.C. Multiple Light Scattering, Academic Press, 1980.
- [21] 王炳忠, 太阳辐射能的测量与标准, 科学出版社, 1988。
- [22] 王贵勤等, 大气臭氧研究, 科学出版社, 1985。
- [23] Welch B.M., B.A.Wiclick, Stratocumulus cloud field reflected fluxes. The effect of cloud shape, *J. Atmos. Sci.*, 41, 3085—3103, 1984.
- [24] Wiscombe W.J., The Delta—method. Rapid yet accurate radiative flux calculation for strongly asymmetric phase functions, *J. Atmos. Sci.*, 34, 1408—1422, 1977.
- [25] WMO Operations Manual for Sampling and Analysis, Techniques for Chemical Constituents in Air and Precipitation, WMO, No.299, 1971.
- [26] Yamamoto G. Direct absorption of solar radiation by atmospheric water vapor, carbon dioxide and molecular oxygen, *J. Atmos. Sci.*, 19, 182—188, 1962.

## 附录 4.1 太阳辐射能量的光谱分布

在有关太阳辐射的计算中要用到大气上界太阳入射能的光谱分布，各家根据不同的观测资料所给的数值有差别。表 2 是 1981 年世界气象组织，仪器和观测方法委员会第八届会议通过的大气外界太阳入射能的谱分布。表 2 中的短波波段资料是从  $0.25\mu\text{m}$  开始，这对研究臭氧吸收太阳紫外光加热还不够用。为此，表 1 给出波长小于  $0.25\mu\text{m}$  的大气外界太阳入射能的谱分布。由于波长小于  $0.25\mu\text{m}$  的太阳辐射能随太阳活动而变化，所以表 1 所给的数据只代表平均情况。

表 1 太阳辐射紫外能量的光谱分布

$\nu$	$\lambda$	$IR$	$\nu$	$\lambda$	$IR$	$\nu$	$\lambda$	$IR$
51000	196.1	-	47000	210.5	6683	43000	229.9	16925
50500	198.0	1018	46500	217.4	8572	42500	232.6	14437
50000	200.0	1198	46000	215.0	7736	42000	235.3	16786
49500	204.1	1423	45500	217.4	10906	41500	238.1	14680
49000	202.0	1761	45000	219.8	10966	41000	241.0	21141
48500	204.1	2014	44500	222.2	17534	40500	243.9	19023
48000	206.2	2348	44000	224.7	14064	40000	250.0	19029
47500	208.3	4828	43500	227.3	17034			

$IR$  = 此波长至上一波长的太阳辐射能量 ( $10^{-5}\text{W}/\text{m}^2$ )

$\nu$  = 波数 ( $\text{cm}^{-1}$ ),  $\nu > 43500\text{cm}^{-1}$  的资料引自 Simon, 1974

$\lambda$  = 波长 ( $\text{nm}$ ),  $\nu < 43500\text{cm}^{-1}$  的资料引自 Broadfoot, 1972

表 2 太阳辐射能量的光谱分布

$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR
250	251369	289	37398	328	103023	367	129568	406	166262
251	6992	290	52521	329	92378	368	116056	407	160358
252	5655	291	63478	330	106780	369	111109	408	164855
253	5415	292	60710	331	105837	370	123693	409	170336
254	6496	293	55761	332	94620	371	110971	410	168896
255	7485	294	56829	333	96663	372	119835	411	160548
256	9759	295	54323	334	93237	373	104017	412	184721
257	12463	296	59232	335	92177	374	85347	413	178972
258	14702	297	52618	336	94669	375	91977	414	172855
259	14837	298	54290	337	77820	376	114902	415	175825
260	12267	299	49424	338	83161	377	124686	416	169074
261	10629	300	49927	339	93752	378	137788	417	195848
262	11230	301	50544	340	96269	379	142018	418	160288
263	12632	302	61720	341	101743	380	109391	419	158521
264	19431	303	50060	342	92445	381	126323	420	173008
265	28081	304	56413	343	95317	382	106938	421	173978
266	29209	305	51899	344	93273	383	72384	422	193380
267	28227	306	56630	345	69647	384	71553	423	162314
268	28459	307	54720	346	96477	385	103205	424	166385
269	27532	308	67086	347	87770	386	100866	425	183233
270	27652	309	59188	348	93721	387	89680	426	167122
271	30166	310	50548	349	89630	388	103225	427	168954
272	24674	311	58104	350	90599	389	95946	428	155855
273	23353	312	72524	351	106738	390	127662	429	161524
274	21112	313	66662	352	94835	391	120391	430	143179
275	15652	314	69629	353	93729	392	135593	431	118114
276	21274	315	69875	354	110298	393	96770	432	173931
277	27124	316	71710	355	119326	394	51918	433	159093
278	24958	317	62832	356	107914	395	116506	434	171971
279	17168	318	80912	357	92873	396	136058	435	170941
280	10385	319	68167	358	85466	397	73157	436	183281
281	13202	320	74435	359	64928	398	98892	437	194545
282	24273	321	82054	360	107420	399	155885	438	175646
283	32759	322	74378	361	107451	400	165557	439	160128
284	34419	323	74378	362	96457	401	174765	440	178344
285	24310	324	61387	363	113020	402	185464	441	172818
286	20862	325	64021	364	103171	403	169945	442	190977
287	36138	326	74511	365	94159	404	166177	443	197709
288	36223	327	108882	366	124442	405	161197	444	192663

IR = 此波长至上一波长的太阳辐射能量 ( $10^{-5} \text{W} / \text{m}^2$ );  $\lambda$  = 波长 (nm)

续表 2

$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR
445	197037	485	200517	525	195513	565	184641	605	171831
446	181465	486	182825	526	192169	566	182646	606	174974
447	192336	487	165586	527	170982	567	184184	607	173555
448	199823	488	188769	528	185343	568	185804	608	178557
449	200552	489	186863	529	193233	569	181645	609	166239
450	202552	490	201005	530	190818	570	188340	610	172421
451	222018	491	197188	531	200163	571	175498	611	174206
452	214598	492	182987	532	195080	572	181549	612	172727
453	192493	493	186509	533	183936	573	191009	613	173872
454	196426	494	197487	534	191707	574	183439	614	168130
455	202841	495	206915	535	190310	575	185126	615	173164
456	203659	496	188415	536	201246	576	187205	616	169330
457	207690	497	196528	537	188985	577	183666	617	164209
458	205302	498	201008	538	191722	578	177838	618	171626
459	198629	499	188115	539	193188	579	182467	619	173019
460	199193	500	193810	540	183170	580	181983	620	175682
461	205107	501	181488	541	181955	581	184871	621	167615
462	209523	502	181978	542	185358	582	186959	622	168940
463	211132	503	193792	543	189407	583	184148	623	168857
464	205647	504	189776	544	188832	584	184870	624	168983
465	196616	505	192417	545	193473	585	184529	625	161401
466	199046	506	200576	546	187116	586	177402	626	162812
467	192453	507	193144	547	191547	587	179763	627	171263
468	199016	508	191922	548	184846	588	181230	628	169006
469	201253	509	192814	549	190540	589	173918	629	167118
470	200753	510	195217	550	193179	590	160829	630	165151
471	189753	511	194355	551	186042	591	182231	631	160537
472	200717	512	198578	552	190498	592	179407	632	162718
473	203415	513	186534	553	184554	593	177442	633	170191
474	200207	514	187383	554	192922	594	176196	634	162610
475	203169	515	185825	555	190149	595	180773	635	167492
476	200328	516	190975	556	191617	596	176154	636	164827
477	197211	517	163891	557	184785	597	183835	637	167149
478	205672	518	175840	558	182223	598	175866	638	164694
479	202674	519	165066	559	182068	599	172688	639	167531
480	209844	520	180397	560	185019	600	171290	640	163895
481	202201	521	187583	561	186677	601	175060	641	158633
482	207663	522	188478	562	182558	602	169186	642	159696
483	200383	523	190316	563	188301	603	174145	643	164789
484	200703	524	193306	564	187654	604	180630	644	162888

续表 2

$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR
645	162074	685	144300	725	140749	765	119780	825	530549
646	163982	686	144913	726	138325	766	121086	830	525912
647	159691	687	141410	727	137247	767	120924	835	515348
648	160444	688	137581	728	135997	768	119784	840	512503
649	160642	689	138104	729	133668	769	118482	845	508209
650	153595	690	141801	730	136291	770	119155	850	510683
651	163040	691	144080	731	136585	771	118526	855	482633
652	161729	692	141664	732	135922	772	118492	860	506243
653	157986	693	141952	733	135552	773	117829	865	495842
654	162637	694	143486	734	135677	774	118553	870	480462
655	154562	695	146484	735	135433	775	118614	875	491975
656	142139	696	145109	736	136049	776	116775	880	485967
657	132164	697	143771	737	136420	777	114998	885	479674
658	149228	698	147849	738	132839	778	118794	890	475038
659	153194	699	146310	739	129629	779	120813	895	469612
660	153724	700	140560	740	131036	780	119116	900	461964
661	157011	701	142990	741	129234	781	119437	905	451286
662	157889	702	141241	742	129336	782	118221	910	438679
663	157047	703	139298	743	127635	783	117325	915	436772
664	158544	704	141918	744	129319	784	117970	920	427664
665	155345	705	142790	745	129302	785	117720	925	413519
666	157673	706	139827	746	128984	786	117273	930	415959
667	152621	707	137736	747	128650	787	116576	935	413721
668	154030	708	138033	748	128946	788	116280	940	403069
669	151527	709	136238	749	128908	789	115286	945	397737
670	152216	710	141192	750	127698	790	114973	950	392912
671	151041	711	144352	751	126451	791	113666	955	385118
672	147113	712	140101	752	126015	792	113051	960	386656
673	144037	713	139009	753	124331	793	111129	965	383984
674	148491	714	138806	754	125518	794	115308	970	384045
675	153461	715	137511	755	125022	795	117566	975	380245
676	149683	716	137792	756	124716	796	115412	980	384504
677	147300	717	136779	757	123914	797	115517	985	384833
678	150134	718	136953	758	123696	798	115026	990	381926
679	146307	719	136114	759	122675	799	114639	995	379626
680	147857	720	134807	760	122332	800	114525	1000	372852
681	148219	721	132661	761	120968	805	572199	1005	371518
682	146852	722	138057	762	122714	810	561305	1010	368679
683	146116	723	141306	763	123097	815	552502	1015	364688
684	146830	724	139403	764	121247	820	538867	1020	357139



续表 2

$\lambda$	$IR$	$\lambda$	$IR$	$\lambda$	$IR$	$\lambda$	$IR$	$\lambda$	$IR$
1025	353842	1225	241267	1425	173057	1625	121543	1825	78933
1030	349964	1230	241800	1430	171667	1630	121786	1830	78195
1035	345900	1235	240869	1435	167501	1635	120064	1835	76718
1040	344123	1240	239271	1440	164852	1640	118096	1840	75977
1045	342433	1245	236347	1445	161710	1645	117357	1845	76222
1050	337350	1250	235491	1450	160836	1650	117355	1850	74995
1055	328527	1255	234947	1455	157949	1655	117107	1855	73520
1060	323810	1260	227449	1460	156319	1660	116859	1860	72289
1065	322118	1265	220982	1465	157459	1665	115627	1865	71795
1070	321144	1270	219665	1470	156084	1670	114395	1870	69827
1075	317982	1275	223501	1475	154965	1675	112177	1875	67860
1080	313585	1280	222702	1480	152847	1680	110455	1880	69089
1085	309417	1285	218811	1485	150731	1685	110207	1885	69825
1090	307248	1290	220586	1490	150869	1690	109711	1890	69084
1095	303573	1295	220817	1495	151255	1695	108482	1895	69081
1100	302659	1300	219728	1500	149392	1700	107989	1900	68097
1105	303248	1305	217289	1505	148030	1705	107498	1905	67607
1110	301826	1310	212504	1510	146670	1710	104053	1910	68836
1115	298648	1315	209267	1515	145564	1715	104050	1915	68836
1120	292710	1320	208599	1520	144457	1720	104541	1920	67852
1125	287770	1325	207422	1525	144347	1725	100603	1925	66866
1130	284585	1330	204455	1530	143248	1730	96915	1930	66372
1135	283161	1335	201744	1535	139415	1735	95192	1935	66127
1140	280977	1340	200061	1540	137815	1740	95438	1940	65388
1145	279045	1345	198637	1545	137710	1745	94451	1945	64402
1150	275855	1350	195935	1550	137111	1750	93462	1950	63663
1155	275429	1355	192728	1555	136510	1755	94446	1955	62191
1160	274250	1360	190545	1560	135664	1760	93708	1960	61948
1165	268286	1365	187598	1565	133581	1765	91983	1965	62930
1170	266601	1370	185167	1570	131253	1770	90015	1970	62682
1175	265420	1375	184776	1575	130169	1775	87554	1975	63663
1180	260708	1380	183622	1580	128837	1780	86076	1980	63661
1185	257288	1385	182473	1585	127011	1785	85340	1985	61938
1190	256496	1390	181071	1590	124698	1790	84847	1990	60954
1195	254010	1395	179413	1595	123369	1795	85581	1995	60954
1200	250255	1400	178009	1600	123789	1800	85581	2000	59725
1205	248264	1405	176101	1605	122780	1805	84351	2020	225371
1210	246524	1410	174454	1610	122039	1810	82136	2040	220196
1215	248077	1415	173062	1615	122282	1815	80168	2060	209129
1220	246066	1420	172175	1620	121298	1820	79920	2080	197332

续表 2

$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR	$\lambda$	IR
2100	190680	2900	56821	3700	23139	4500	10721	6500	12899
2120	180843	2920	55401	3720	22693	4520	10525	6600	12158
2140	174686	2940	54014	3740	22243	4540	10330	6700	11432
2160	165085	2960	52680	3760	21817	4560	10150	6800	10846
2180	159920	2980	51398	3780	21391	4580	9965	6900	10160
2200	146643	3000	50144	3800	20976	4600	9784	7000	9659
2220	152048	3020	48922	3820	20575	4620	9624	7100	9138
2240	142464	3040	47740	3840	20175	4640	9444	7200	8668
2260	144179	3060	46598	3860	19804	4660	9279	7300	8157
2280	135071	3080	45502	3880	19424	4680	9113	7400	7746
2300	131874	3100	44415	3900	19053	4700	8958	7500	7411
2320	121063	3120	43384	3920	18707	4720	8798	7600	6975
2340	112220	3140	42377	3940	18357	4740	8653	7700	6590
2360	122515	3160	41401	3960	18026	4760	8512	7800	6344
2380	119330	3180	40454	3980	17686	4780	8357	7900	6014
2400	115632	3200	39528	4000	17376	4800	8222	8000	5723
2420	109744	3220	38612	4020	17060	4820	8077	8100	5443
2440	109984	3240	37735	4040	16700	4840	7947	8200	5243
2460	99909	3260	36894	4060	16364	4860	7801	8300	4917
2480	101619	3280	36063	4080	16039	4880	7671	8400	4697
2500	98254	3300	35277	4100	15718	4900	7556	8500	4477
2520	95377	3320	34496	4120	15403	4920	7431	8600	4266
2540	92633	3340	33745	4140	15107	4940	7296	8700	4111
2560	89997	3360	33003	4160	14807	4960	7186	8800	3986
2580	87431	3380	32282	4180	14526	4980	7055	8900	3816
2600	84980	3400	31586	4200	14231	5000	6965	9000	3650
2620	82621	3420	30920	4220	13950	5100	33374	9100	3475
2640	80325	3440	30264	4240	13695	5200	30925	9200	3275
2660	78120	3460	29623	4260	13430	5300	28697	9300	3085
2680	75994	3480	29003	4280	13174	5400	26694	9400	2959
2700	73934	3500	28387	4300	12924	5500	24821	9500	2904
2720	71951	3520	27796	4320	12679	5600	23119	9600	2814
2740	70035	3540	27220	4340	12448	5700	21577	9700	2689
2760	68188	3560	26654	4360	12213	5800	20140	9800	2589
2780	66405	3580	26133	4380	11978	5900	18843	9900	2479
2800	64675	3600	25593	4400	11762	6000	17641	10000	2389
2820	63002	3620	25067	4420	11547	6100	16529	25000	72506
2840	61378	3640	24591	4440	11322	6200	15553		
2860	59805	3660	24080	4460	11116	6300	14596		
2880	58281	3680	23610	4480	10921	6400	13690		

# 第五章 地球和大气 长波辐射的传输

## § 5.1 地球和大气的辐射光谱和吸收特点

表 5.1 大气各种成分在大气长波光谱区的吸收带强 (一)

$\sum S$  ( $\text{cm}^{-1} / \text{cm} \cdot \text{atm}$ ) (引自石广玉, 1991)

气体 区间( $\text{cm}^{-1}$ )	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{CO}_2$	$\text{O}_3$	$\text{N}_2\text{O}$	$\text{CH}_4$	CFC 11	CFC 12
0~120	289.5						
120~280	935.0						
280~430	183.5						
430~530	7.3						
530~610	1.0	0.9		29.3			
610~730	0.5	242.3	13.58	2.46			
730~810	0.06	0.99	4.42				
810~940	0.012	0.01				1718	1421
940~1110	0.009	0.04	369.1			671	1129
1110~1200	0.035		4.73	9.85			717
1200~1350	2.02	0.002		268.44	119.6		
1350~1430	15.9	0.001			1705		
1430~1590	121.2						
1590~1810	142.7						
1810~2110	14.8	0.17					
2110~2380	0.036	2837.2		1537.2			

地球和大气的温度随时间地点而变化, 变化范围在 190~

330K 之间。这个温度范围内发出的热辐射，其能量 98% 以上波长在  $4 \sim 120 \mu\text{m}$  范围内。地球和大气在这个波长范围内产生的热辐射在气象学和大气物理学中称为大气长波辐射。表 5.1，表 5.2，表 5.3 是大气各种成分在大气长波光谱区的吸收带强。

表 5.2 大气各种成分在大气长波光谱区的吸收带强 (二)

$\sum S$  ( $\text{cm}^{-1} / \text{cm} \cdot \text{atm}$ ) (引自石广玉, 1991)

气体 区间( $\text{cm}^{-1}$ )	CFC 113	CFC 114	CFC 115	HCFC 22	HCFC 123	HCFC 124	HFC 125
430~530						51.1	
530~610						43.8	91.6
610~730					112	149.2	58.7
730~810	290.6		107.4	227.0	224.7	80.7	84.4
810~940	1200.9	1110		338.5	352.5	414.7	150.1
940~1110	501	577	1361.1	545.8	303.5	456.5	364.4
1110~1200	1107.8	1961	791.9	1116.6	622.6	936.5	743.5
1200~1350	368.2	289	2229	191.7	1235.2	1734.2	2415.3
1350~1430			131.1	123.6		172.5	

表 5.3 大气各种成分在大气长波光谱区的吸收带强 (三)

$\sum S$  ( $\text{cm}^{-1} / \text{cm} \cdot \text{atm}$ ) (引自石广玉, 1991)

气体 区间( $\text{cm}^{-1}$ )	HFC 134a	HCFC 141b	HCFC 142b	HFC 143c	HFC 152b	$\text{CCl}_4$	HCFC 130
530~610		82.2		58.5			
610~730	139.1		184.4	28.6			245.3
730~810		555.5				626.1	513.3
810~940	84.0	199.1	409.3	33.5	142.2	558.2	
940~1110	642.6	380.1	509.2	465.4	513.4		168.5
1110~1200	752.4	598.5	616.3	64.7	689.7		249.6
1200~1350	1530.3		809.6	2390.3	95.6		15.3
1350~1430	125.4	73.1	49.1	205.5	206.5		16.7
1430~1590				155.1			

图 5.1 是雨云 4 号气象试验卫星 1970 年 4 月 27 日在太平洋关岛附近（北纬  $15.1^{\circ}$ ，西经  $215.3^{\circ}$ ）晴空条件下，用红外干涉光谱仪所测的地球及大气射出的辐射光谱。作为对比，在图上同时给出从 175~300K 黑体辐射的光谱。当时海面温度约 290K，大气对流层温度随高度下降，在波数  $800\sim 1250\text{cm}^{-1}$ （波长  $8\sim 12\mu\text{m}$ ）范围内，除了  $1000\sim 1065\text{cm}^{-1}$  臭氧吸收带以外，卫星接收的地球辐射与海面温度的黑体辐射很接近，表示卫星接收的辐射主要来自海面，大气对海面发射的  $800\sim 1250\text{cm}^{-1}$  波段的热辐射很少吸收。

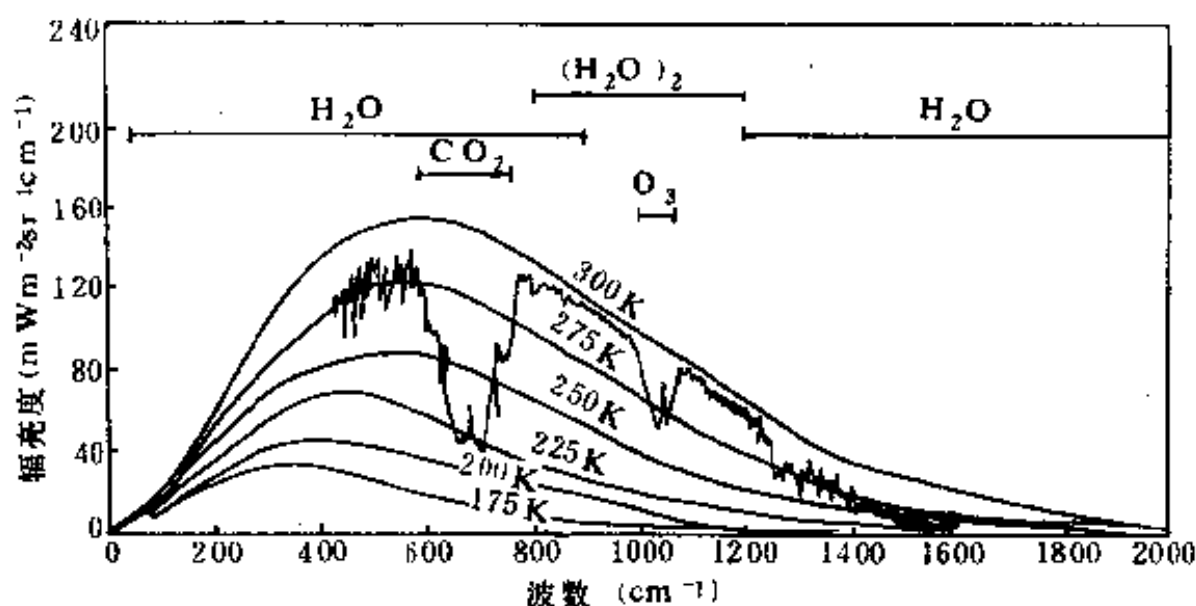


图 5.1 地球及大气射出的辐射光谱  
(引自 Kunde, 1974; 廖国男, 1980)

在  $667\text{cm}^{-1}$  ( $15\mu\text{m}$ ) 附近，卫星接收的地球辐射与 200K 黑体辐射很接近，200K 是平流层的温度， $15\mu\text{m}$  附近是二氧化碳强烈吸收的波段，表示地球表面和对流层大气发出的热辐射几乎被平流层的二氧化碳全部吸收，卫星上只能接收到平流层二氧化碳发出的热辐射。图 5.1 的上部给出各种气体吸收的波段。

水汽在整个大气长波波段都有吸收，在  $800\sim 1250\text{cm}^{-1}$  这一段，水汽的吸收系数较小，在  $\nu > 1250\text{cm}^{-1}$  的波段，水汽分子对

光子的吸收产生振动能级的跃迁，称为  $6.3\mu\text{m}$  水汽吸收带； $\nu < 800\text{cm}^{-1}$  这一段，水汽分子对光子的吸收只产生转动能级的跃迁，称为水汽的转动带。在  $800 \sim 1250\text{cm}^{-1}$  波段，是水汽的连续吸收区，这个波段水汽的吸收有两个特点：一是水汽吸收较弱，二是水汽吸收的气压订正的规律和  $6.3\mu\text{m}$  带及转动带不同。（见 § 2.7）

二氧化碳对长波的吸收，以  $15\mu\text{m}$  附近为最重要，因为这个波段二氧化碳的吸收系数既大，又是地球温度的黑体辐射光谱密度最大的波段。在  $4.3\mu\text{m}$  附近二氧化碳的吸收系数更大，但地球温度的黑体辐射光谱密度在  $4.3\mu\text{m}$  附近很弱。在  $1200 \sim 1430\text{cm}^{-1}$ ，二氧化碳的吸收系数很小，这两个波段二氧化碳在大气中产生的辐射能收支都比  $15\mu\text{m}$  带小很多。

臭氧在  $9.6\mu\text{m}$  为中心有一个吸收带，臭氧在这个吸收带的辐射能量收支对平流层热收支比较重要。臭氧在  $15\mu\text{m}$  有一个较弱的吸收带，臭氧的密度和在  $15\mu\text{m}$  附近的吸收系数都比二氧化碳小很多，臭氧在这个波段辐射能收支的数量与二氧化碳相比，可以忽略不计。对流层臭氧含量很少，臭氧在对流层的长波辐射能量收支数量很小，比水汽、二氧化碳的长波辐射能量收支小很多。

氧化亚氮 ( $\text{N}_2\text{O}$ )，甲烷 ( $\text{CH}_4$ )，氯氟烃（氟利昂）在大气长波辐射区有一些吸收带，由于这些气体在大气中含量很少，许多天气数值预报模式和气候数值模拟的程序，把这些气体对大气辐射的影响忽略不计，近年来这些气体在大气中的含量增加很快，它们对大气长波辐射的影响，特别是对温室效应的影响，日益受到气象学家的重视。

氯氟烃是甲烷 ( $\text{CH}_4$ )，乙烷 ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ) 或乙烯 ( $\text{C}_2\text{H}_4$ ) 的分子中至少有一个氢原子被氟原子替换的化合物。通常用字母 CFC（表示不含氢），HFC（表示不含氯）或 HCFC（表示含氢）加 ABCD 四个阿拉伯数字表示其结构。四个符号的意义如

下：A = 分子中双键数，B = 碳(C)原子数-1，C = 氢(H)原子数+1，D = 氟(F)原子数，如 A 或 B 等于零，书写时可略去。如 CFC11 的分子式为  $\text{CCl}_3\text{F}$ ，HCFC22 的分子式为  $\text{CHClF}_2$ ，HFC125 的分子式为  $\text{CF}_3\text{-CHF}_2$ 。工业生产的氯氟烃用于电冰箱、空调器的致冷剂，塑料中的泡沫发泡剂，溶剂及燃料减速剂等。目前全球每年生产氯氟烃达  $2 \times 10^6 \text{t}$ ，大部分挥发后进入大气，在太阳紫外线照射下分解成氯的氧化物，使平流层臭氧加速分解。

从表 5.1~表 5.3 可以看出：氯氟烃在大气长波辐射光谱区吸收系数很大。过去由于氯氟烃在大气中含量极少，计算地球大气长波辐射热收支不考虑氯氟烃的影响，1990 年大气中 CFC11、CFC12 含量分别为 0.28 及 0.484ppbv，每年增加的速度为 4%，比  $\text{CO}_2$  快十倍。人们开始重视氯氟烃对长波辐射热收支的影响。这些气体吸收参量的实验和理论研究还做得不细，由于含量小，在辐射计算中可按弱线近似计算其透过率。

一些国家 1987 年在加拿大蒙特利尔签署了“关于消耗臭氧层物质的蒙特利尔议定书”，限制 CFC 的生产和消费。HCFC 类的氟利昂由于含有氢原子，在大气中 OH 离子的作用下分解，在大气中寿命较短；HFC 类的氟利昂由于不含氯原子，被蒙特利尔会议建议作为 CFC 的代用品。这些气体在大气长波区都有较大的吸收系数（见表 5.1~表 5.3）。

地面对长波辐射的吸收有两个特点：①吸收率几乎不随波长  $\lambda$  变化；②吸收率  $A_\lambda$  接近黑体，在长波辐射的近似计算中把地面当作黑体。表 5.4 是不同地面对长波辐射的吸收率。

由第三章的表 3.6 可以看出，在  $4 \sim 40 \mu\text{m}$  大气长波的主要范围内，液体水和冰的折射率虚部  $m_i$  在  $0.0046 \sim 0.429$  之间变化，在水汽吸收较弱的  $8 \sim 12 \mu\text{m}$  的大气窗区，液体水折射率的虚部仍大于 0.03。吸收系数  $\alpha (=4\pi m_i / \lambda)$  大于  $144 \text{cm}^{-1}$ ，只要水云中的积分总水量大于 1mm，水云的透过率  $\tau_v < \exp(-14.4)$

$\approx 0$ 。由液态水组成的水云对入射的长波辐射几乎全部吸收，水云在长波辐射计算中，可近似地当作黑体。冰的吸收系数在多数波段比水的吸收系数小，冰云的含水量比水云小得多，不能把冰云当作黑体。

表 5.4 不同地面对长波辐射的吸收率  $A$

地面	吸收率 $A$	地面	吸收率 $A$
海洋	0.96	雪	0.995
石灰石	0.91	砂土	0.89
麦地	0.93	草地	0.84
黄土	0.85	黑土	0.87

空气分子的散射截面与波长的四次方成反比，地球大气的热辐射绝大部分在波长  $4\sim 120\mu\text{m}$  范围内，大气长波辐射的波长比太阳辐射长得多。在大气长波范围内，分子的散射截面很小，对大气长波辐射传输的影响也很小，可以忽略不计。一般的大气气溶胶对大气长波辐射传输的影响也很小，当天空出现沙尘暴时，由于沙尘暴的粒子半径较大，数密度也很大，沙尘暴对长波辐射的散射和吸收不能忽略。云滴的尺度比沙尘更大，云的吸收和散射作用对大气长波辐射传输的影响也不能忽略。下面首先论述忽略散射的大气长波辐射传输过程。

## § 5.2 漫射透过率和直射透过率

实验证明：地面是余弦辐射体，即地面在不同天顶角  $\theta$  方向的辐射亮度  $L_0$  相同。若地面向上的辐射功率为  $E_0$ ，则

$$E_0 = \pi L_0$$

地面发出的热辐射沿不同天顶角  $\theta$  向上传输，在大气中被大气中的气体和气溶胶吸收，求高度  $z$  处透过的辐照度  $E_z$ 。在地面和高度  $z$  之间，吸收物质的光学质量为  $h_a$ 。



$$h_a = \int_0^z \beta_a dz \quad (5.1)$$

单色辐射沿天顶角  $\theta$  的斜路径在地面和  $z$  高度之间传输（见图 5.2），辐射透过率为

$$\tau(\theta) = \exp(-h_a \sec \theta)$$

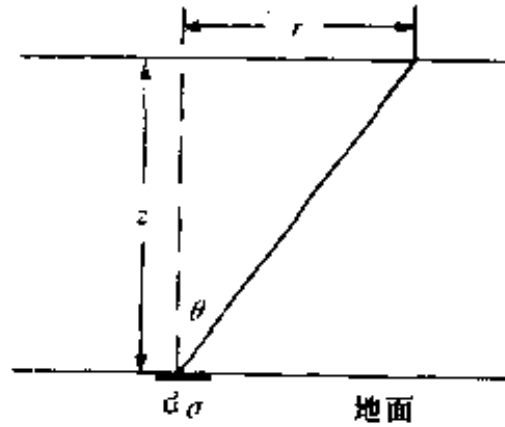


图 5.2 长波辐射的垂直传输

按极坐标

$$r = z \tan \theta$$

地面的面积元为

$$d\sigma = r dr d\varphi = z^2 \tan \theta \sec^2 \theta d\theta d\varphi$$

$d\sigma$  在高度  $z$  处产生的辐照度  $dE_z$  为

$$\begin{aligned} dE_z &= L_0 \cos^2 \theta \frac{d\sigma}{z^2 \sec^2 \theta} \exp(-h_a \sec \theta) \\ &= L_0 \exp(-h_a \sec \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

对方位角  $\varphi$  和天顶角  $\theta$  积分，地面在  $z$  高度产生的辐照度为

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{E_0}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\pi} \exp(-h_a \sec \theta) \cos \theta \sin \theta d\varphi \\ &= 2E_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp(-h_a \sec \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \end{aligned} \quad (5.1)$$

换变量，取

$$y = \sec \theta$$

$$E_z = 2E_0 \int_1^z \exp(-h_a y) y^{-3} dy = 2E_0 E_3(h_a) \quad (5.2)$$

取

$$E_n(x) = \int_1^\infty \exp(-xy) y^{-n} dy \quad (5.3)$$

$E_n(x)$  称为  $n$  级指数积分, 通过数值积分可求出指数积分的函数表。在辐射传输方程中常用的是二、三级指数积分, 其数值见表 5.5。

表 5.5 二、三级指数积分函数表

$x$	$E_2(x)$	$E_3(x)$	$x$	$E_2(x)$	$E_3(x)$
0	1.00000	0.50000	0.6	0.27618	0.19155
0.01	0.94967	0.49028	0.7	0.23495	0.16606
0.02	0.91310	0.48097	0.8	0.20085	0.14432
0.03	0.88157	0.47200	0.9	0.17240	0.12570
0.04	0.85354	0.46332	1.0	0.14850	0.10969
0.05	0.82783	0.45492	1.25	0.10349	0.07857
0.06	0.80405	0.44676	1.50	0.07310	0.05674
0.07	0.78184	0.43883	1.75	0.05217	0.04124
0.08	0.76096	0.43112	2.00	0.03753	0.03013
0.09	0.74124	0.42361	2.25	0.02718	0.02212
0.1	0.72255	0.41629	2.50	0.01980	0.01630
0.2	0.57420	0.35195	2.75	0.01449	0.01205
0.3	0.46912	0.30004	3.00	0.01064	0.00893
0.4	0.38937	0.25729	3.25	0.00785	0.00664
0.5	0.32664	0.22160	3.50	0.00580	0.00495

(5.3) 式对  $x$  求微商可得

$$\frac{dE_n(x)}{dx} = - \int_1^\infty \exp(-xy) y^{-n+1} dy = -E_{n-1}(x) \quad (5.4)$$

由 (5.3) 式, 地面向上的辐照度  $E_0$  以不同的天顶角  $\theta$ , 经斜路径到达  $z$  高度, 在  $z$  高度的辐照度为  $E_z$ 。定义这两个辐照度之比为漫射透过率  $\tau_f(h_a)$

$$\tau_f(h_a) = \frac{E_z}{E_0} = 2E_3(h_a) \quad (5.5)$$

漫射透过率  $\tau_f(h_a)$ ，它比垂直通过相同光学厚度  $h_a$ ，即以天顶角  $\theta = 0^\circ$  透过  $h_a$  的直射透过率  $\tau_i(h_a) = \exp(-h_a)$  小。原因是：两个高度之间吸收物质的光学质量  $h_a$  相同时，漫射辐射经过的路径比直射光长  $\sec\theta$  倍，天顶角  $\theta$  由  $0^\circ$  变到  $90^\circ$  时，路径增加倍数  $\sec\theta$  由 1 变到  $\infty$ 。若漫射辐射光经过的路径平均是直射经过的路径的  $m$  倍，而有相同的透过率，则

$$\begin{aligned} \exp(-mh_a) &= 2E_3(h_a) \\ m &= \frac{\ln[2E_3(h_a)]}{h_a} \end{aligned} \quad (5.6)$$

由 (5.6) 式，平均倍数  $m$  是吸收物质光学厚度  $h_a$  的函数，也是直射透过率  $\tau_i(h_a) = \exp(-h_a)$  的函数。 $m$  与  $\tau_i(h_a) = \exp(-h_a)$  的关系经 (5.6) 式的计算见表 5.6。

表 5.6 中， $\tau_i$  是直射透过率， $\tau_f$  是具有相同吸收光学质量  $h_a$  对应的漫射透过率，可看出： $\tau_f(h_a) \leq \tau_i(h_a)$ 。由表 5.6， $\tau_i = 1$ ， $m = 2$ ； $\tau_i = 0$ ， $m = 1$ ； $\tau_f = 0.5$ ， $m \approx 1.65$ ，这个数值接近分数  $5/3$ ；许多大气科学研究者取  $m = 1.66$ ，即取  $\tau_f(h) \approx \exp(1.66h)$ ，使漫射透过率的计算简化，即认为漫射光经过的路径平均是天顶直射光经过路径的 1.66 倍。

对单参量吸收带模式，若经过实验得出单参量吸收的函数关系为

$$\tau_i(L_v U') = F(L_v U') \quad (2.54)$$

漫射透过率  $\tau_f(L_v U')$  可由 (2.54) 式代入下式数值积分求得

$$\begin{aligned} \tau_f(L_v U') &= \int_0^{\pi/2} 2\tau_i(L_v U' \sec\theta) \sin\theta \cos\theta d\theta \\ &= 2 \int_1^{\infty} \tau_i(L_v U' y) y^{-3} dy \end{aligned} \quad (5.7)$$

表 5.6 直射透过率  $\tau_d$ , 漫射透过率  $\tau_f$  与光学质量增加倍数  $m$  的关系

$\tau_d$	$\tau_f$	$m$	$\tau_d$	$\tau_f$	$m$	$\tau_d$	$\tau_f$	$m$
.000	.00000	1.0000	.340	.19758	1.5032	.680	.52598	1.6659
.020	.00646	1.2887	.360	.21317	1.5129	.700	.54980	1.6772
.040	.01388	1.3288	.380	.22935	1.5218	.720	.57421	1.6887
.060	.02361	1.3315	.400	.24615	1.5299	.740	.59918	1.7010
.080	.03213	1.3612	.420	.26313	1.5390	.760	.62479	1.7138
.100	.04193	1.3775	.440	.28050	1.5484	.780	.65107	1.7272
.120	.05279	1.3873	.460	.29836	1.5575	.800	.67802	1.7414
.140	.06295	1.4066	.480	.31676	1.5663	.820	.70571	1.7564
.160	.07488	1.4144	.500	.33559	1.5752	.840	.73428	1.7715
.180	.08670	1.4260	.520	.35481	1.5845	.860	.76363	1.7880
.200	.09897	1.4371	.540	.37434	1.5946	.880	.79383	1.8061
.220	.11198	1.4460	.560	.39444	1.6044	.900	.82490	1.8270
.240	.12473	1.4586	.580	.41516	1.6138	.920	.85723	1.8476
.260	.13874	1.4662	.600	.43629	1.6237	.940	.89057	1.8731
.280	.15286	1.4755	.620	.45796	1.6337	.960	.92535	1.9006
.300	.16705	1.4863	.640	.48007	1.6443	.980	.96160	1.9384
.320	.18223	1.4941	.660	.50275	1.6550	1.000	1.0000	2.0000

## § 5.3 大气长波辐射的传输 和热量收支

### 5.3.1 大气长波辐照度

地球和大气发射和吸收长波辐射, 辐射能量收支不平衡, 使地面和大气产生变温 (主要是降温)。为了计算地面和各层大气的长波辐射热收支, 需要计算各高度的向上长波辐照度  $F_u(p)$  及向下长波辐照度  $F_d(p)$ 。

首先研究在高度  $z_j$ , 波数  $\nu$  的单色向下辐照度  $F_{\nu d}(p)$ , 它

来自  $z_j$  以上气层的热辐射。以高度  $z_j$  为计算吸收物质光学质量  $h_a$  的起点

$$h_a = \int_{z_j}^z \beta_a dz \quad (5.8)$$

把  $z_j$  以上的大气分成许多薄层  $dh_a = \beta_a dz$ ，此薄层与  $z_j$  之间的高度差为  $z - z_j$ ，光学质量为  $h_a$ 。把薄层  $dh_a$  按极坐标分成面积元  $d\sigma = r dr d\varphi$ 。沿  $\theta$  方向，薄层  $dh_a$  对波数为  $\nu$  的辐射吸收率  $A_\nu$  为： $A = \sec\theta dh_a$ ，按 Kirchhoff 定律，薄层  $dh_a$  上的面积元  $d\sigma$  在  $\theta$  方向的谱辐射亮度为  $A_\nu L_\nu(T)$ ， $L_\nu(T)$  为温度为  $T$  的黑体谱辐亮度。

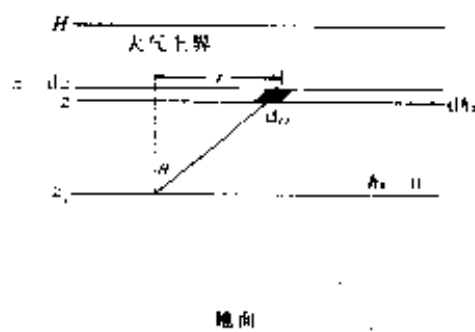


图 5.3 薄层  $dh_a$  上的面积元  $d\sigma$  在  $z_j$  高度产生的辐照度

薄层  $dh_a$  上的面积元  $d\sigma$  在  $z_j$  高度产生的辐照度为 (参看图 5.3)

$$\begin{aligned} d^2 F_{\nu d} &= A L_\nu(T) \frac{d\sigma \cos^2 \theta}{(z - z_j)^2 \sec^2 \theta} \exp(-h_a \sec \theta) \\ &= \sec \theta L_\nu(T) \frac{d\sigma \cos^2 \theta}{(z - z_j)^2 \sec^2 \theta} \exp(-h_a \sec \theta) dh_a \end{aligned}$$

取

$$r = (z - z_j) \tan \theta, \quad dr = (z - z_j) \sec^2 \theta d\theta$$

代入上式

$$d^2 F_{\nu d} = \sin \theta B_\nu(T) \exp(-h_a \sec \theta) d\theta d\varphi dh_a$$

上式中  $B_\nu(T)$  [ $= \pi$  乘黑体辐亮度  $L_\nu(T)$ ] 是黑体辐出度的谱分布函数，把上式对方位角  $\varphi$  从 0 到  $2\pi$  积分，取  $y = \sec \theta$ ，对天顶

角  $\theta$  从 0 到  $\pi/2$  积分

$$\begin{aligned} dF_{rd} &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin\theta L_v(T) \exp(-h_a \sec\theta) d\theta dh_a \\ &= 2\pi L_v(T) dh_a \int_1^{\infty} y^{-2} \exp(y h_a) dy = 2B_v(T) E_2(h_a) dh_a \\ &= -B_v(T) d[2E_3(h_a)] = -B_v(T) d\tau_f(h_a) \end{aligned} \quad (5.9)$$

(5.9) 式是  $z$  高度单色向下长波辐度, 分别用吸收物质光学质量  $h_a$  及漫射透过率  $\tau_f(h_a)$  为积分变量。

求所有波长的长波辐射辐照度应在整个长波辐射范围内对波数  $\nu$  积分。由于吸收系数  $\beta_a$  随波数  $\nu$  变化, 在同一高度不同波数  $\nu$  的光学质量  $h_a$  也随波数  $\nu$  变化, 这使 (5.9) 式对波数  $\nu$  积分不方便。

由表 5.1~表 5.3, 大气中最重要的吸收气体是水汽, 暂不考虑其他气体及窗区的水汽吸收, 所有波数水汽吸收都用相同的方法进行气压订正, 如 Lowtran 模式的水汽气垂订正为  $(p/p_0)^{0.9}$ 。改用水汽订正后的光学质量  $U'$  为竖坐标, 计算大气中的长波辐射热收支。取  $z_j$  高度作为计算  $U'$  的起点, 在高度  $z_j$  以上

$$U' = \int_p^{p_j} q \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0.9} \frac{dp}{g} \quad (5.10)$$

$q$  为比湿, 把大气分成许多水平薄层  $dU'$ , 按 (5.9) 式  $dU'$  层在  $z_j$  高度产生的长波辐照度为

$$dF_{rd} = -B_v(T) \frac{d\tau_f(L_v U')}{dU'} dU'$$

$L_v$  是辐射在这个波数的广义吸收系数。把上式对长波辐射的所有波数积分。 $dU'$  层在高度  $z_j$  产生的向下长波辐照度为

$$dF_d = - \int_0^{\infty} \left[ B_v(T) \frac{d\tau_f(L_v U')}{dU'} dU' \right] d\nu$$

再对高度  $z$  从  $z_j$  到大气上界  $H$  积分, 大气上界 (高度为  $H$ ) 订正的水汽光学质量为  $U'_H$

$$F_d = - \int_0^{U''} \left[ \int_0^\infty B_v(T) \frac{d\tau_f(L_v U')}{dU'} dv \right] dU' \quad (5.11)$$

黑体辐出度  $B_v(T)$  是温度  $T$  和波数  $v$  的函数, 把 (5.11) 式分部积分, 以温度  $T$  为积分变量

$$\begin{aligned} & - \int_0^{U''} B_v(T) d\tau_f(L_v U') = \\ & - B_v(T) \tau_f(L_v U') \Big|_{U'=0, T=T_j}^{U'=U'', T=T_H} \\ & + \int_{T=T_j}^{T=T_H} \tau_f(L_v U') \frac{dB_v(T)}{dT} dT \end{aligned}$$

在  $z = z_j$  处  $U' = 0$ ,  $\tau_f(L_v U') = 1$ , 代入上式, 可得

$$\begin{aligned} & - \int_0^{U''} B_v(T) d\tau_f(L_v U') = \\ & = B_v(T_j) - B_v(T_H) \tau_f(L_v U'') \\ & + \int_{T_j}^{T_H} \tau_f(L_v U') \frac{dB_v(T)}{dT} dT \end{aligned}$$

再对波数积分

$$\begin{aligned} F_d &= \int_0^\infty B_v(T_j) dv - \int_0^\infty B_v(T_H) \tau_f(L_v U'') dv \\ &+ \int_{T_j}^{T_H} \left[ \int_0^\infty \tau_f(L_v U') \frac{dB_v(T)}{dT} dv \right] dT \quad (5.12) \end{aligned}$$

(5.12)式右边第一项

$$\int_0^\infty B_v(T_j) dv = \sigma T_j^4$$

### 5.3.2 水汽的平均透过率 $\bar{\tau}_f(U', T)$

为了计算(5.12)式的第二、三项, 1953年山本义一提出: 取平均透过率  $\bar{\tau}_f(U', T)$  为

$$\bar{\tau}_f(U', T) = \frac{\int_0^\infty \tau_f(L_v U') \frac{dB_v(T)}{dT} dv}{\int_0^\infty \frac{dB_v(T)}{dT} dv} \quad (5.13)$$

由(1.7)式

$$B_v(T) = \frac{2\pi hc^2 v^3}{\exp\left(\frac{hcv}{kT}\right) - 1}$$

$\frac{dB_v(T)}{dT}$  也是波数  $v$  和温度  $T$  的函数。

平均透过率  $\bar{\tau}_f(U', T)$  是随波数变化的透过率  $\tau_f(U')$  以  $\frac{dB_v(T)}{dT}$  为权重对所有波数求出的平均透过率。(5.13) 式的分母为

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{dB_v(T)}{dT} dv &= \frac{d}{dT} \left[ \int_0^\infty B_v(T) dv \right] \\ &= \frac{d(\sigma T^4)}{dT} = 4\sigma T^3 \end{aligned}$$

由于权重  $\frac{dB_v(T)}{dT}$  随温度变化, 平均透过率  $\bar{\tau}_f(U', T)$  不但随水汽订正光学质量  $U'$  变化, 也随温度  $T$  而变, 可以先按不同的  $U'$  及温度  $T$  把平均透过率  $\bar{\tau}_f(U', T)$  随  $U'$  及  $T$  的函数关系计算出来。(5.13) 式可改写为

$$\bar{\tau}_f(U', T) = \frac{\int_0^\infty \tau_f(L_v U') \frac{dB_v(T)}{dT} dv}{4\sigma T^3} \quad (5.14)$$

$$\int_0^\infty \tau_f(L_v U') \frac{dB_v(T)}{dT} dv = 4\sigma T^3 \bar{\tau}_f(U', T) \quad (5.15)$$

由于  $B_v(T_H) = \int_0^{T_H} \frac{dB_v(T)}{dT} dT$ , 利用 (5.14), (5.15) 式, (5.12) 式右边第二、三项可化为



$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty B_v(T_H) \tau_f(L_v U'_H) dv = \\
& = \int_0^\infty \left[ \int_0^{T_H} \int_0^\infty \tau_f(L_v U'_H) \frac{dB_v(T)}{dT} dv \right] dT \\
& = \int_0^{T_H} 4\sigma T^3 \bar{\tau}_f(U'_H, T) dT \\
& = \int_0^{T_H} \bar{\tau}_f(U'_H, T) d(\sigma T^4) \quad (5.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{T_j}^{T_H} \left[ \int_0^\infty \tau_f(L_v U') \frac{dB_v(T)}{dT} dv \right] dT \\
& = \int_{T_j}^{T_H} 4\sigma T^3 \bar{\tau}_f(U', T) dT = \int_{T_j}^{T_H} \bar{\tau}_f(U', T) d(\sigma T^4)
\end{aligned}$$

代入(5.12)式, 把第三项的积分上下限对换, 可得

$$\begin{aligned}
F_d &= \sigma T_j^4 - \int_0^{T_H} \bar{\tau}_f(U'_H, T) d(\sigma T^4) \\
&\quad - \int_{T_H}^{T_j} \bar{\tau}_f(U', T) d(\sigma T^4) \quad (5.17)
\end{aligned}$$

在  $z_j$  高度向上的长波辐照度  $F_u$  可分为两部分; 第一部分是近似黑体的地面向上发出热辐射, 透过地面到  $z_j$  这层大气后在  $z_j$  高度产生的辐照度。第二部分是从地面到  $z_j$  大气中的吸收气体在高度  $z_j$  产生的辐照度。

取  $z_j$  高度作为计算  $U'$  的起点, 在高度  $z_j$  以下,

$$U' = \int_z^{z_j} \rho' \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0.9} dz = \int_{p_j}^p q \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0.9} \frac{dp}{g}$$

作为黑体的地面向上的辐出度为  $B_v(T_g)$ , 按(5.5)式, 在  $z_j$  高度产生的辐照度对波数积分, 再按(5.16)式变换, 可得

$$\int_0^\infty \tau_f(L_v U'_g) B_v(T_g) dv = \int_0^{T_g} \bar{\tau}_f(U'_g, T) d(\sigma T^4) \quad (5.18)$$

把  $z_j$  以下大气分成许多水平薄层  $dU'$ , 按(5.17)式, 地面到  $z_j$  这层大气在  $z_j$  高度产生的向上长波辐照度为

$$\sigma T_j^4 - \int_0^{T_g} \bar{\tau}_f(U'_g, T) d(\sigma T^4) - \int_{T_g}^{T_j} \bar{\tau}_f(U', T) d(\sigma T^4) \quad (5.19)$$

把(5.19)和(5.18)式合并, 变换积分上下限, 可得 $z_i$ 高度向上长波辐照度 $F_u$ 为

$$F_u = \sigma T_i^4 + \int_{T_i}^{T^*} \bar{\tau}_f(U', T) d(\sigma T^4) \quad (5.20)$$

取 $F_E = F_u - F_{u'}$ , 称为长波净辐射或长波有效辐射。为了计算方便, 以大气上界为计算 $U'$ 的起点

$$U' = \int_0^{p_1} q \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0.9} \frac{dp}{g}$$

(5.20)(5.18)两式相减, 可得长波净辐射 $F_E$ 为

$$\begin{aligned} F_E &= \int_0^{T^*} \bar{\tau}_f(U', T) d(\sigma T^4) \\ &+ \int_{T^*}^{T_i} \bar{\tau}_f(U'_i - U', T) d(\sigma T^4) \\ &+ \int_{T_i}^{T^*} \bar{\tau}_f(U' - U'_i, T) d(\sigma T^4) \end{aligned} \quad (5.21)$$

### 5.3.3 大气长波辐射图

由本义一以 $\sigma T^4$ 为横坐标, 以平均透过率 $\bar{\tau}_f(U', T)$ 为纵坐标, 设计出一种长波辐射图(图5.3), 平均透过率 $\bar{\tau}_f(U', T)$ 是 $U'$ 和温度 $T$ 的函数, 在以平均透过率 $\bar{\tau}_f(U', T)$ 和 $\sigma T^4$ 为纵、横坐标的长波辐射图上, 订正的水汽光学质量 $U'$ 成为等值线。由温、湿、压廓线可计算各高度的 $U'$ , 由各高度的温度 $T$ 及 $U'$ 可由内插法或长波辐射图求出平均透过率 $\bar{\tau}_f(U', T)$ 。按(5.21)式, 各高度的长波有效辐照度是平均透过率 $\bar{\tau}_f(U', T)$ 对 $\sigma T^4$ 的定积分。由温、湿、压廓线计算各高度的 $U'$ 的个例见表5.7。

表5.7的第四列 $\Delta U'$ 是把比湿 $q$ 当作气压 $p$ 的指数函数

$$q = ap^n \quad (5.22)$$

$$\Delta U' = \int_{p_2}^{p_1} q \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0.9} \frac{dp}{g} = \frac{q_1 p_1^{1.9} - q_2 p_2^{1.9}}{g(1.9 + n)p_0^{0.9}} \quad (5.23)$$

表 5.7 由温、湿、压廓线计算气压订正光学厚度  $U'$

气压 (hPa)	温度 (K)	比湿 (g/kg)	$\Delta U'$ (g/cm <sup>2</sup> )	$U'$ (g/cm <sup>2</sup> )
1013	288	7.95		1.158
900	280	4.44	.675	.483
800	274	2.83	.318	.165
700	266	1.46	.165	0
600	259	0.85	.0791	.0791
500	251	0.414	.0369	.116
400	241	0.193	.0148	.1308
300	227	0.0609	.00478	.1356
200	216	0.0253	.00125	.1368
100	217	.024	.000458	.1373
50	218	.023	.000117	.1374
10	234	.022	.0000392	.1374

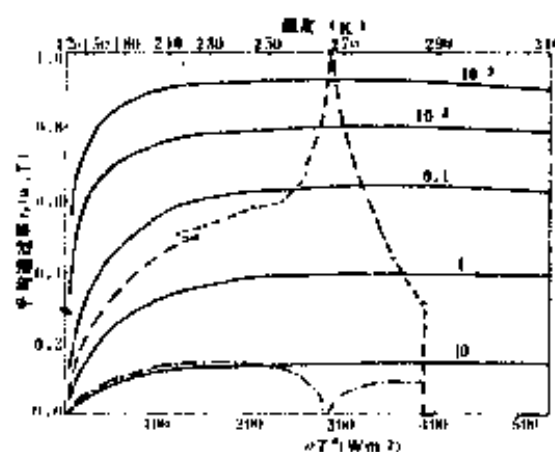


图 5.4 长波辐射图及其应用

$$n = \frac{\ln q_1 - \ln q_2}{\ln p_1 - \ln p_2}$$

从山本义一的大气长波辐射图 (图 5.4) 可看出: 平均透过率  $\bar{\tau}_f(U', T)$  在  $T > 210\text{K}$  时,  $\bar{\tau}_f(U', T)$  随温度  $T$  的变化很小。作为近似计算, 可忽略  $\bar{\tau}_f(U', T)$  与温度  $T$  的关系, 把  $\bar{\tau}_f(U', T)$  看

成只是  $U'$  的函数。  $T < 210\text{K}$  时  $\bar{\tau}_f(U', T)$  是温度的升函数。

#### 5.3.4 二氧化碳、臭氧及其他吸收气体对平均透过率的影响

二氧化碳在  $550 \sim 800\text{cm}^{-1}$  有一个吸收带，它处在  $200 \sim 300\text{K}$  黑体辐射能力较强的波段，对大气长波辐射传输比较重要。水汽和二氧化碳都吸收长波辐射，若  $U_1$  是水汽的光学质量， $U_2$  是二氧化碳的光学质量，一个波段的漫射透过率  $\tau_f(z_1, z_2)$  应与  $U_1$ 、 $U_2$  及  $z_1$  到  $z_2$  高度的气压及温度廓线有关。两种气体  $U_1$ 、 $U_2$  的吸收应比一种气体的吸收更多。所以两种气体的漫射透过率  $\tau_f(U_1, U_2)$  应小于只考虑一种气体的漫射透过率  $\tau_f(U_1)$ ，取两种气体的加极平均透过率为

$$\bar{\tau}_f(U_1, U_2, T) = \frac{\int_0^\infty \tau_f(U_1, U_2, T) \frac{dB_b(T)}{dT} dv}{4\sigma T^3} \quad (5.24)$$

$$\Delta\bar{\tau}_f(U_1, U_2, T) = \bar{\tau}_f(U_1, T) - \bar{\tau}_f(U_1, U_2, T) \quad (5.25)$$

计算两种或两种以上气体的透过率比较复杂（第二章 2.9 节），山本义一（1953 年）提出简化的计算方法，取

$$\tau_f(U_1, U_2, p, T) \approx \tau_f(U_1, p, T) \times \tau_f(U_2, p, T) \quad (5.26)$$

即近似地取两种气体吸收的透过率为两种气体单独吸收透过率的乘积。由于两种气体吸收系数随波数的变化并不一致，(5.26) 式会产生误差。1953 年山本计算的  $\Delta\bar{\tau}_f(U_1, U_2)$  见图 5.5。

二氧化碳的订正光学厚度  $U_2$  是以标准状态下二氧化碳的厚度 (cm) 为单位，由于二氧化碳在大气中的容积比  $Q_v$  是不随高度变化的常数（1991 年为 354ppmv）。从大气上界到气压  $p$  处， $U_2$  可按下式计算

$$\begin{aligned} U_2(\text{cm}) &= \frac{RT_0}{\mu p_0} \int_0^p Q_v \left( \frac{p}{p_0} \right)^{0.75} \frac{dp}{g} \\ &= 2.5096 Q_v p(\text{hPa})^{1.75} \end{aligned} \quad (5.27)$$

由水汽订正光学质量  $U_1$  及二氧化碳订正光学质量  $U_2$  可

求 (5.25) 式中的  $\Delta\bar{\tau}_f(U_1, U_2)$ 。图 5.5 下面的曲线为二氧化碳对平均透过率的订正。

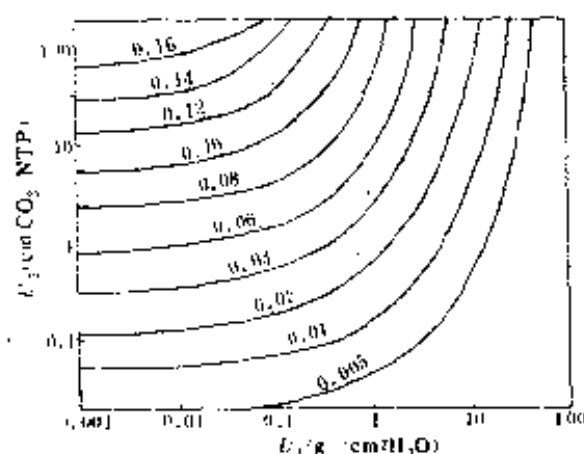


图 5.5 二氧化碳对大气平均透过率的订正

为了用计算机计算大气长波辐射，可把辐射图上  $\bar{\tau}_f(U', T)$  与  $U'$ 、 $T$  的函数关系存在计算机内，输入温、湿、压廓线，用计算机计算水汽与二氧化碳的订正光学质量  $U'$  随气压的变化，由存入计算机的  $\bar{\tau}_f(U', T)$  及  $\Delta\bar{\tau}_f(U_1, U_2)$  函数关系求平均透过率  $\bar{\tau}_f(U', T)$  及二氧化碳的订正值  $\Delta\bar{\tau}_f(U_1, U_2)$  与气压  $p$  的关系。再用计算机积分计算各高度的长波净辐射及大气长波辐射热收支。

由探空记录算出的  $T, U'$  点在辐射图表上，其坐标在计算净长波辐射通量的高度  $z_j$  附近距离较大（见图 5.4），要在  $z_j$  点附近内插更多的点，使长波辐射图上在  $z_j$  附近  $\bar{\tau}_f(U', T)$  随  $T$  的变化曲线出现真实的弧形，以减少由于联直线而产生误差，内插的计算也可以用计算机完成。

臭氧在  $9.6\mu\text{m}$  有一个吸收带，臭氧在对流层中密度很小，对辐射热收支的影响较小，臭氧对辐射热收支的影响在平流层较重要。臭氧对长波辐射影响的数值计算原理和方法和处理二氧化碳一样。

大气窗区水汽吸收的气压订正  $\frac{0.998e + 0.002p}{p_0}$  与水汽在其

他波段的气压订正  $\left(\frac{p}{p_0}\right)^{0.9}$  不同, 计算中可以把窗区水汽当作另一种气体 (设想为双水分子) 按窗区水汽吸收的气压订正求订正的光学质量  $U'$ , 用计算二氧化碳或臭氧的方法求平均透过率的订正  $\Delta\tau_f(U_1, U_2)$ 。

大气长波辐射图中的数据及计算方法可以编成程序, 在程序中输入温、压、湿及其他吸收气体的垂直分布参数即可算出各高度的大气长波净辐射  $F_E$ 。

### 5.3.5 大气长波辐射热收支和变温率

由各高度的大气长波净辐射  $F_E$ , 可计算各高度的大气长波辐射热收支  $\Delta F_E$  及变温率  $(dT/dt)_L$

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_L = \frac{g}{C_p} \frac{F_{E1} - F_{E2}}{p_1 - p_2} \quad (5.28)$$

(5.28) 式中,  $g$  为重力加速度,  $C_p$  为空气的定压比热,  $p_1$ 、 $p_2$  是相邻两个高度的压强,  $F_{E1}$ 、 $F_{E2}$  是对应高度的大气长波净辐射。

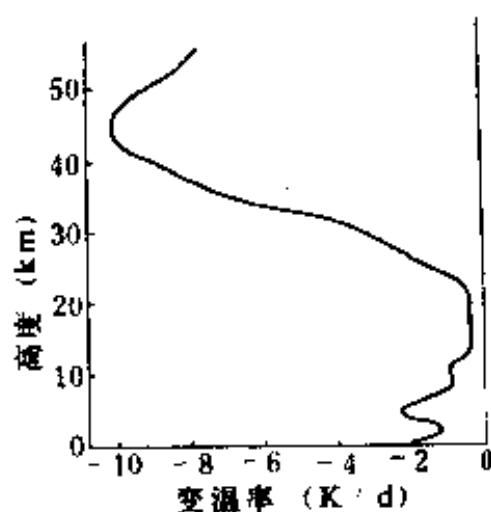


图 5.6 中纬度晴空春秋季节长波辐射变温率 (K/d) 廓线

图 5.6 是中纬度晴空春秋季节长波辐射变温率廓线。由图 5.6

可以看出：在晴空条件下，长波辐射使大气所有高度都降温。对流层降温小于  $3 \text{ (K/d)}$ ，产生辐射降温的气体主要是水汽。平流层在  $35 \sim 55 \text{ km}$  高度辐射降温大于  $5 \text{ (K/d)}$ ，极值约  $10 \text{ (K/d)}$ ，产生辐射降温的气体主要是二氧化碳和臭氧。

## § 5.4 云与大气气溶胶 对长波辐射的影响

一般情况下大气气溶胶平均半径 ( $0.1 \mu\text{m}$ ) 比长波辐射的波长 ( $4 \sim 120 \mu\text{m}$ ) 小很多，大气气溶胶的散射对大气长波辐射传输的影响可以忽略不计。煤烟组成的气溶胶，吸收比较显著，组成沙尘暴的气溶胶粒子尺度较大（平均半径达  $0.5 \mu\text{m}$ ），单位体积内气溶胶的质量较大，对长波辐射传输的的散射与吸收作用不能忽略。

长波辐射在大气中传输时，如果考虑多次散射，辐射传输方程(4.32)式右边的第三项代表太阳直射光的一次散射项，可以忽略，长波辐射传输方程可写成

$$u \frac{dI(h, u)}{dh} = I(h, u) - \frac{\omega}{2} \int_{-1}^{+1} I(h, u') p(u, u') du' - 2(1 - \omega) B_v(T) \quad (5.29)$$

$B_v(T)$  是温度为  $T$  波数为  $v$  的黑体谱辐出度（在后面简写为  $B$ ）。用半球常数的两流近似把 (5.29) 式分别对上，下半球积分，可得

$$\begin{cases} \frac{dF_u(h)}{dh} = r_1 F_u(h) - r_2 F_d(h) - 2(1 - \omega) B \\ -\frac{dF_d(h)}{dh} = r_1 F_d(h) - r_2 F_u(h) + 2(1 - \omega) B \end{cases} \quad (5.30)$$

$F_u(h)$ ,  $F_d(h)$  分别是向上及向下的长波辐照度， $\omega (= \beta_s / \beta_e)$

是散射比,  $\beta$  是平均反向散射比

$$r_2 = 2\omega\bar{\beta}, \quad r_1 = r_2 + 2(1 - \omega) = 2(1 - \omega + \omega\bar{\beta})$$

把大气分成若干层, 每一层内, 散射、吸收特性是均匀的, 即  $\omega$ 、 $\bar{\beta}$ 、 $r_1$ 、 $r_2$  等辐射参量在每一层内都当作不随光学厚度  $h$  而变的常量, 把这一层内的黑体辐出度  $B$  近似地当作  $h$  的线性函数, 在一定的边条件下可求 (5.30) 式的解析解。取

$$M = F_u(h) + F_d(h), \quad N = F_u(h) - F_d(h)$$

(5.30) 两式相加相减, 整理后可得

$$\begin{cases} \frac{dM}{dh} = (r_1 + r_2)N \\ \frac{dN}{dh} = (r_1 - r_2)M - 2(r_1 - r_2)B \end{cases} \quad (5.31)$$

在散射比  $0 < \omega < 1$ , 即空气中存在吸收的条件下, 把上面两式再对  $h$  求微商

$$\frac{d^2 M}{dh^2} = (r_1 + r_2) \frac{dN}{dh} = k^2 M - 2k^2 B \quad (5.32)$$

这里  $k^2 = r_1^2 - r_2^2$ , 取  $H, G$  为积分常数, (5.32) 式的解为

$$M = 2H \exp(kh) + 2G \exp(-kh) + 2B \quad (5.33)$$

取

$$P = \frac{r_1 - r_2}{k} = \frac{k}{r_1 + r_2},$$

$$Q = \frac{1}{r_1 + r_2} \frac{dB}{dh} = \frac{B_b - B_t}{(r_1 + r_2)\Delta h}$$

则

$$(1 - P)^2 = 2 \frac{r_1 - k}{r_1 + r_2},$$

$$(1 + P)^2 = 2 \frac{r_1 + k}{r_1 + r_2}, \quad 1 - P^2 = 2 \frac{r_2}{r_1 + r_2}$$

$B_t, B_b$  分别是由上、下边界的温度算出的黑体谱辐出度。

把 (5.33) 式代入 (5.31) 式



$$N = \frac{1}{r_1 + r_2} \frac{dM}{dh}$$

$$= 2PH \exp(kh) - 2PG \exp(-kh) + 2Q \quad (5.34)$$

$$\begin{cases} F_u(h) = (M + N)/2 = (P + 1)H \exp(kh) \\ \quad + (1 - P)G \exp(-kh) + B + Q \\ F_d(h) = (M - N)/2 = (1 - P)H \exp(kh) \\ \quad + (1 + P)G \exp(-kh) + B - Q \end{cases} \quad (5.35)$$

取气层上界的  $h = 0$ ，气层下界的  $h = h_1$ 。  $H$ 、 $G$  两个积分常数由边条件确定，如果暂不考虑层外长波辐射对这一层空气的影响，则

$$F_d(0) = F_u(h_1) = 0$$

把这两个边条件代入(5.35)可求积分常数  $H$ 、 $G$

$$\begin{cases} (1 - P)H + (1 - P)G + B_i - Q = 0 \\ (1 + P)H \exp(kh_1) + (1 - P)G \exp(-kh_1) \\ \quad + B_b + Q = 0 \end{cases} \quad (5.36)$$

取

$$a = \exp(-kh_1), \quad b = \exp(kh_1),$$

$$Y = (r_1 + k)b - (r_1 - k)a$$

$$X = (1 + P)^2 b - (1 - P)^2 a = \frac{2Y}{r_1 + r_2}$$

$$\begin{cases} H = \frac{(B_i - Q)(1 - P)a - (B_b + Q)(1 + P)}{X} \\ G = \frac{(B_b + Q)(1 - P) - (B_i - Q)(1 + P)b}{X} \end{cases}$$

代入(5.35)，可求出在多次散射条件下气层  $h_1$  在上下边界的源

辐射为

$$\left\{ \begin{aligned} F_d(h_1) &= \frac{B_b - B_t}{Y(r_1 + r_2)h_1} \\ &\quad [k(2 - a - b) - (r_1 + r_2)(b - a)] \\ &\quad + \frac{k(B_b b + B_b a - 2B_t) + B_b(r_1 - r_2)(b - a)}{Y} \\ F_u(0) &= \frac{B_b - B_t}{Y(r_1 + r_2)h_1} \\ &\quad [k(a + b - 2) + (r_1 + r_2)(b - a)] \\ &\quad + \frac{k(B_t b + B_t a - 2B_b) + B_t(r_1 - r_2)(b - a)}{Y} \end{aligned} \right. \quad (5.37)$$

在  $h_1$  数值很小的条件下，或用倍加法把每一层都再分成许多光学质量很小的薄层，使每一薄层的光学厚度  $h_1$  都很小，在  $1 \gg h_1 \rightarrow 0$  的条件下，(5.37)式可以简化

$$\begin{aligned} 1 &\gg h_1 \rightarrow 0 \\ Y &= (r_1 + k)\exp(kh_1) - (r_1 - k)\exp(-kh_1) \\ &\approx (r_1 + k)(1 + kh_1 + \frac{k^2 h_1^2}{2}) - (r_1 - k)(1 - kh_1 + \frac{k^2 h_1^2}{2}) \\ &= 2k(1 + r_1 h_1 + \frac{k^2 h_1^2}{2}) = 2kZ \approx 2k \end{aligned} \quad (5.38)$$

(5.38)式中

$$Z = 1 + r_1 h_1 + \frac{k^2 h_1^2}{2}$$

对  $h_1$  非常小的薄层，多次散射条件下气层  $h_1$  在上下边界的源

辐射为

$$\left\{ \begin{array}{l} F_d(h_1) \approx \frac{(r_1 - r_2)h_1}{2Z} [B_b b + B_t a + (r_1 + r_2)B_b h_1] \\ \quad \approx 2(B_b + B_t)(1 - \omega)h_1 \\ F_u(0) \approx \frac{(r_1 - r_2)h_1}{2Z} [B_b b + B_t a + (r_1 + r_2)B_t h_1] \\ \quad \approx 2(B_b + B_t)(1 - \omega)h_1 \end{array} \right. \quad (5.39)$$

两流近似的多次散射长波辐射传输方程和太阳辐射的多次散射辐射传输方程相似，如图 4.7，以下标 1 为大气上界高度， $n$  为地面高度， $m = n - 1$ ，按 (4.47) ~ (4.49) 式，由上至下，辐射传输方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = R_{21} D_1 + T_{21} U_2 + F_{21} \\ D_2 = T_{12} D_1 + R_{12} U_2 + F_{12} \\ U_2 = R_{32} D_2 + T_{32} U_3 + F_{32} \\ D_3 = T_{23} D_2 + R_{23} U_3 + F_{23} \\ \dots \dots \\ U_m = R_{nm} D_m + T_{nm} U_n + F_{nm} \\ D_n = T_{mn} D_m + R_{mn} U_n + F_{mn} \end{array} \right. \quad (5.40)$$

(5.40) 式中的源辐射  $F_{kj}$  可由 (5.37) 式计算，在  $1 \gg h_1 \rightarrow 0$  的条件下，可由 (5.39) 式计算。(5.40) 式中的后向散射率  $R$  及前向散射率  $T$  可由 (4.66) 及 (4.67) 式计算

$$R = \frac{F_u(0)}{F_0} = r_2 \frac{1 - \exp(-2kh_1)}{k + r_1 + (k - r_1)\exp(-2kh_1)} \quad (4.66)$$

$$T = \frac{F_d(h_1)}{F_0} = \frac{2k \exp(-kh_1)}{k + r_1 + (k - r_1)\exp(-2kh_1)} \quad (4.67)$$

两流近似的多次散射长波辐射传输方程 (5.40) 可用第四章中的累加法及倍加法求解，边条件是： $D_1 = 0$  或  $D_1 = B_v(2.7)$ ，即大气外界无辐射物质，或大气外界为 2.7K 的黑体辐射。对长波辐射，地面可当作黑体，即取地面的反射率  $\alpha = 0$  或根据实验给地

面反射率 $\alpha$ 赋值。

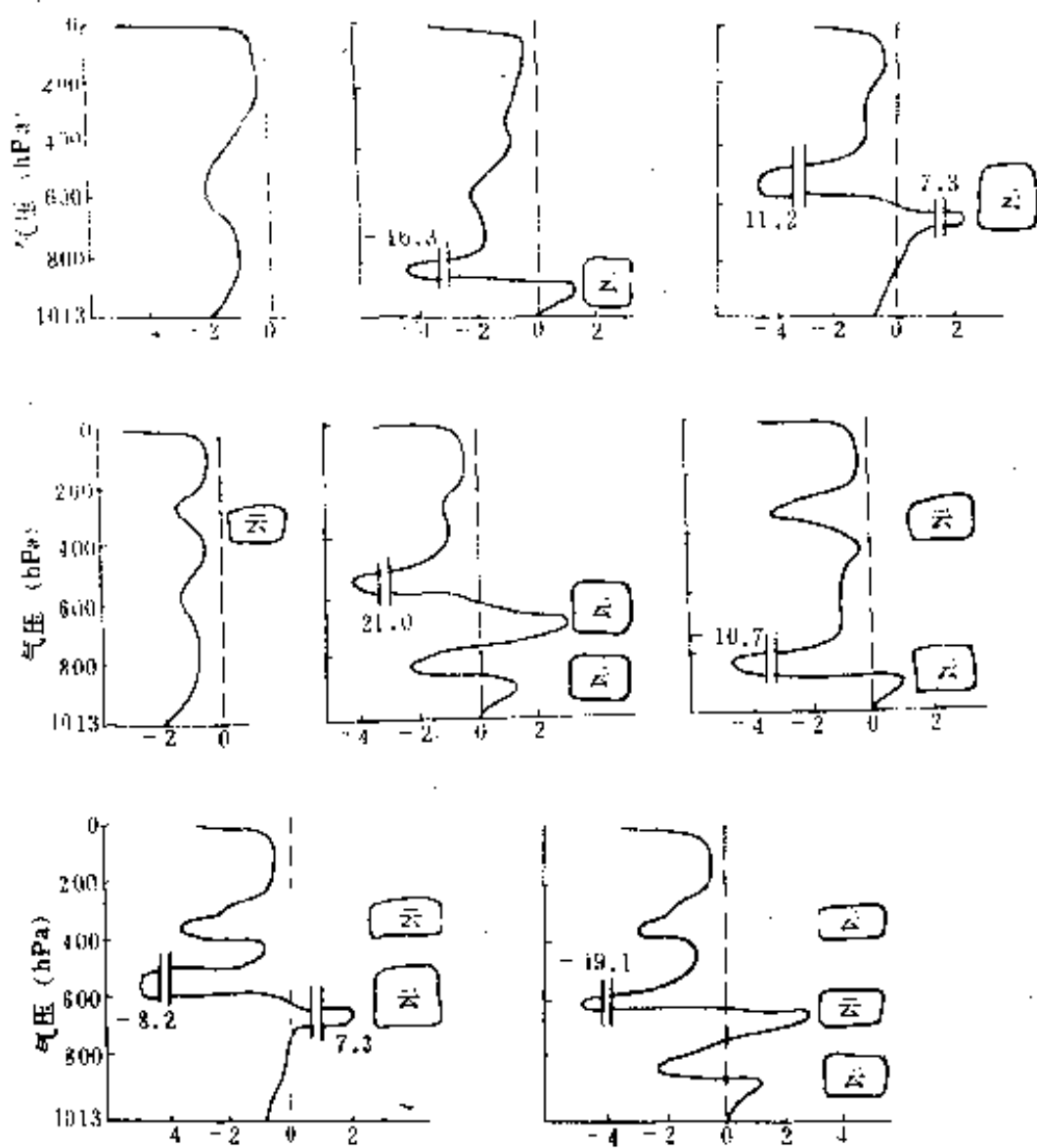


图 5.7 天空不同云况的长波辐射变温率(K / d)

图 5.7 是天空云层出现在不同高度时，长波辐射变温率的廓线。云滴特别是组成中、低云的水滴，对长波辐射吸收系数较大，云的下部吸收来自较高温度的地面或下层空气的热辐射，长波净辐射大于零；云内由于云的吸收系数较大，只有近处的长波辐射到达云内，向上长波净辐射数量很小或趋于零；云的顶部长

波净辐射也大于零；所以长波辐射使云的下部增温，云的上部降温。夜间太阳辐射不再加热云的顶部，长波辐射使云内层结趋于不稳定，使层状云产生对流，变为积状云。由水滴组成的中低云，吸收系数比冰大，中低云的长波辐射变温率的绝对值比冰晶组成的高云大。

若积状云的云量为  $N(0 < N < 1)$ ，计算长波辐射热收支的方法是：把天空分成两部分， $N$  成当作全天有云， $(1 - N)$  成当作全天无云，分别计算两种情况下的辐射传输，结果为  $F_c$  及  $F_0$ ，然后再把两种情况的计算结果加权平均，把加权平均值当作云量为  $N$  的多云天空的辐射  $F$

$$F = NF_c + (1 - N)F_0 \quad (4.96)$$

(4.96) 式计算得出的长波辐射辐照度  $F$  与用 Monte - Carlo 方法精确计算的结果  $F'$  相比，有一些差别。为了修正差别，可以采用有效云量  $N'$  代替目测的实际云量  $N$ ，即取

$$F' = N'F_c + (1 - N')F_0 \quad (4.97)$$

如已经由实际云量  $N$  及 Monte - Carlo 方法算出  $F'$ ，通过 (4.97) 式由  $F'$  求出  $N'$ ，可求出  $N'$  与  $N$  的关系。

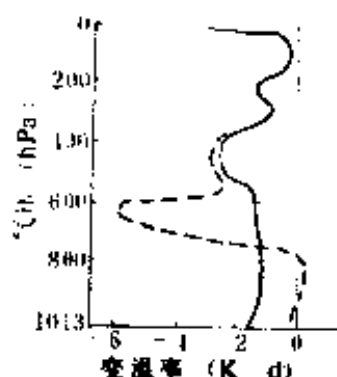


图 5.8 沙尘暴对长波辐射热收支的影响

—— 不计沙尘暴的吸收与散射    - - - 计算沙尘暴的吸收与散射

Harshvardhan(1982) 得出：对大气长波辐射，有效云量  $N'$  与实际云量  $N$  的关系为

$$N' = \frac{[1 + 2\alpha(1 + 0.15N)]N}{1 + 2\alpha N(1 + 0.15N)} \quad (5.41)$$

(5.41) 式中参数  $\alpha$  称为云的形状因子,  $\alpha = H(\text{云厚}) / D(\text{水平尺度})$ 。(5.41) 式表明对大气长波辐射,  $N' > N$ 。

图 5.8 是用两种方法计算沙尘暴条件下的长波辐射变温率, 可以看出沙尘暴的散射和吸收作用对长波辐射传输的影响很显著, 不能忽略。

## § 5.5 热动平衡条件

地球表面和各层大气吸收长波辐射, 同时又发射长波辐射。一层大气  $dh$  发射的长波辐照度一般是按 Kirchhoff 和黑体辐射的 Planck 定律来计算的, 若辐射传输的方向与天顶方向的交角为  $\theta$ , 这层空气的吸收率为  $dA = \sec\theta dh$ , 这层空气在  $\theta$  方向波数  $\nu$  处, 发射的单色热辐射为  $dF_\nu(T)$ 。按 Kirchhoff 定律和黑体辐射的 Planck 定律, 发出辐射与吸收率之比等于黑体辐射的辐出度  $B_\nu(T)$

$$\frac{dF_\nu(T)}{\sec\theta dh} = B_\nu(T)$$

即

$$dF_\nu(T) = B_\nu(T) \sec\theta dh \quad (5.42)$$

$T$  是这层空气的温度,  $B_\nu(T)$  是温度  $T$  的黑体单色辐射功率。必需注意: Kirchhoff 定律和黑体辐射的 Planck 定律成立的前题是物体处于热平衡状态。大气中存在温度差别和热交换, 严格地说不能算处于热平衡状态, 但只要气体分子的能量分布与 Boltzmann 定律规定的分布差别很小, 就可以认为气体处于热平衡状态, 即可以用态函数  $T$  描述气体内大量分子的平均运动状态, 就可以运用 Kirchhoff 定律和黑体辐射的 Planck 定

律。

大气中气体分子频繁地碰撞使气体分子的能量分布与 Boltzmann 分布差别很小，气体分子吸收或发射光子，产生能级跃迁使气体分子的能量分布背离 Boltzmann 分布。在对流层，气体碰撞使分子能级跃迁的频率比气体吸收或发射光子跃迁的频率大七、八个量级，大气中虽然存在温度差别和热交换，但气体分子的能量分布与 Boltzmann 分布差别很小，Kirchhoff 定律和黑体辐射的 Planck 定律可以运用。这种状态称为局地热平衡状态。

随着高度的增加，气压下降，气体的碰撞频率下降，碰撞跃迁频率与吸收或发射光子的跃迁频率差别减小，局地热平衡状态被破坏，Kirchhoff 定律和黑体辐射的 Planck 定律与实况的偏差会增大。

取吸收或发射光子的跃迁频率为  $A$ ，水汽分子在  $6.3\mu\text{m}$  振转带的  $A$  值约  $17\text{s}^{-1}$ ， $\text{CO}_2$  在  $15\mu\text{m}$  振转带的  $A$  值约  $2.5\text{s}^{-1}$ 。不同高度气体分子的碰撞频率见表 5.8。

表 5.8 各高度气体分子数密度  $N$  ( $\text{m}^{-3}$ ) 及碰撞频率  $Z$  ( $\text{s}^{-1}$ )

高度(km)	数密度 $N$	碰撞频率 $Z$	$Z/N'$
32	$2.9 \times 10^{23}$	$7.1 \times 10^7$	355
64	$4.5 \times 10^{21}$	$1.4 \times 10^6$	7
84	$4.4 \times 10^{20}$	$1.0 \times 10^5$	0.5

分子振动加转动的跃迁，动能的变化比纯转动跃迁的大很多，不是每次碰撞都能使气体分子产生振转跃迁，对  $\text{CO}_2$  在  $15\mu\text{m}$  振转带要  $N' = 2 \times 10^5$  次碰撞才能使分子产生一次振动跃迁。所以局地热平衡的条件大致是： $A < Z/N'$ ，表 5.8 第四列给出  $\text{CO}_2$  在  $15\mu\text{m}$  振转带的  $Z/N'$ 。与  $A = 2.5$  相比，在 64km 高度，局地热平衡的条件还满足；在 84km 高度，局地热平衡的条件已不满足了。对水汽的转动带，由于转动能级的  $\Delta E$  较小，

$N'$ 比  $\text{CO}_2$  在  $15\mu\text{m}$  带振转跃迁小, 局地热平衡条件在更高处仍旧满足。

在局地热平衡条件不成立的条件下, (5.42) 式要乘一个小于等于一的订正因子  $K_v$ , (5.42) 式改写为

$$dF_v(T) = K_v B_{vB}(T) \sec\theta dh \quad (5.43)$$

对二氧化碳的  $15\mu\text{m}$  吸收带,  $K_v$  随高度变化的见图 5.9。在 65km 以下,  $K_v \approx 1$ , 在 65km 以上,  $K_v < 1$ , 并随高度逐渐减小。

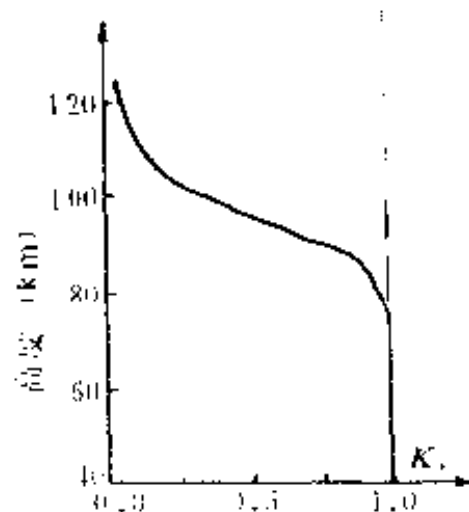


图 5.9  $\text{CO}_2$   $15\mu\text{m}$  带  $K_v$  随高度的变化  
(引自 Lopez-Puertas 等, 1986)

### 参 考 文 献

- [1] Donner L., V.Ramaathan, Methane and nitrous oxide, their effect on the terrestrial climate, *J. Atmos. Sci.*, 37, 119--124, 1980.
- [2] Elsasser W.M., M.F.Culbertson, Atmospheric radiation tables, *Meteor. Monog.*, 4, 23, 1--43, 1960.
- [3] Fisher D.A., et al, Model calculations of the relative effects of CFCs and their replacements on global warming, *Nature*, 344,



513—516, 1990.

- [4] 高国栋, 陆渝蓉, 中国物理气候图集, 农业出版社, 1981。
- [5] Geleyn J.F., A.Hollingsworth, An economical analytical method for the computation of the interaction between scattering and line absorption of radiation, *Beitr. Phys. Atm.*, 52, 1—16, 1979.
- [6] Griffith K.T., S.K. Cox, Infrared radiative properties of cirrus clouds from aircraft measurements, *J. Atmos. Sci.* 37, 1077—1087, 1980.
- [7] Harshvardhan, J.A. Weinman, Infrared radiative transfer through a regular array of cuboidal clouds, *J. Atmos. Sci.* 39, 431—439, 1982.
- [8] Houghton J.T., The physics of atmosphere, Oxford University Press, 1977, 大气物理研究所译, 大气物理学, 科学出版社, 1981。
- [9] Kunde V.G., et al., The Nimbus 4 infrared spectroscopy experiment, *J. Geophys. Res.*, 79, 777—784, 1974.
- [10] Lopez-Puertas M., et al., A non LTE radiative transfer model for infrared bands in the middle atmosphere, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 48, 729—748, 1986.
- [11] Roewe D., K.N. Liou, Influence of cirrus clouds on the infrared cooling rate in the tropopause and lower stratosphere, *J. Appl. Meteor.*, 17, 92—106, 1978.
- [12] 曲燕妮, 石广玉, 大气红外吸收带重叠及其处理方法对长波辐射计算的影响, 大气科学, 11, 412—419, 1987。
- [13] Rogers J.D., R.D. Stephens, Absolute infrared intensities for F113, F114 and an assessments of their greenhouse warming potential relative to other chlorofluorocarbons, *J. Geophys. Res.*, 93, 2423—2428, 1988.
- [14] 石广玉, 曲燕妮, 辐射模式对红外冷却率计算的影响, 大气科学, 10, 391—401, 1986。

- [15] 许黎, 石广玉, 水汽红外冷却率的精确计算, 大气科学, 10, 291—301, 1986。
- [16] Yamamoto G., On radiation charts, *Sci. Rep. Tohoko Univ.*, Series 5, 4 (1), p.9, 1952.
- [17] 赵高祥, 汪宏七, 两种计算长波辐射传输的近似方法, 大气科学, 15, 94—101, 1991。
- [18] 赵高祥, 汪宏七, 一个改进的红外辐射传输的近似计算方案, 红外研究, 7, 225—230, 1988。
- [19] 赵高祥, B.Rockel, E.Raschke, 大气红外辐射传输的参数化模式科学通报, 32, 1479—1482, 1987。
- [20] 周允华, 李玉海, 左大康, 几个辐射图解的比较, 气象学报, 34, 135—145, 1964。

## 第六章 大气辐射与气候

### § 6.1 地面的辐射差额

地球和大气通过辐射过程传输热量，辐射热收支的不平衡，引起温度的变化，地面或大气辐射能收支的差值称为辐射差额。地面辐射差额  $E_0$  为

$$E_0 = (S + Q)(1 - \alpha) - F_{\lambda 0} \quad (6.1)$$

(6.1) 式中  $S$  是地面太阳直接辐照度， $Q$  是地面太阳散射辐照度， $\alpha$  是地面对太阳辐射的反射率， $F_{\lambda 0}$  是地面长波净辐射。(6.1) 式右边第一项是地面吸收太阳辐射产生的收入，第二项是地面由长波辐射生成的支出。夜间地面没有吸收太阳辐射的收入，地面辐射差额  $E_0 < 0$ ，在白昼的大部分时间地面吸收太阳辐射产生的收入大于长波辐射支出，地面辐射差额  $E_0 > 0$ ，图 6.1 是青海格尔木 1979 年 7~8 月地面辐射差额各项平均值的日变化图形。

把地面辐射差额对一天或一月的时间积分可算出地面辐射差额的年变化。图 6.2 是广州 ( $23.1^\circ \text{N}$ )，呼玛 ( $51.7^\circ \text{N}$ ) (引自高国栋，陆渝蓉，1981) 及俄罗斯太平港 ( $80.3^\circ \text{N}$ ) (引自Тверской, 1951) 地面辐射差额的年变化图。

由图 6.2 可以看出：广州 ( $23.1^\circ \text{N}$ ) 全年地面辐射差额都大于零。呼玛 ( $51.7^\circ \text{N}$ ) 只有太阳赤纬最小的 12 和 1 月地面辐射差额小于零，但地面辐射差额对一年时间的积分大于零。在北纬  $80.3^\circ \text{N}$  的太平港地面辐射差额小于零的时间超过半年，地面辐射差额对一年时间的积分也逼近于零。只有南北极附近地

面年辐射差额小于零，地球绝大部分地区地面年辐射差额大于零，地面是地气系统的热源。

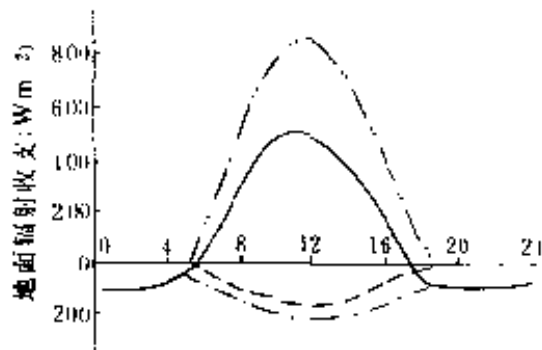


图 6.1 地面辐射差额各项平均值的日变化 (引自谢贤群等, 1984)  
(格尔木, 1979 年 7~8 月)

· · · · · 太阳总辐射      - - - 地面反射太阳辐射  
· - · - 地面长波净辐射      —— 地面辐射差额

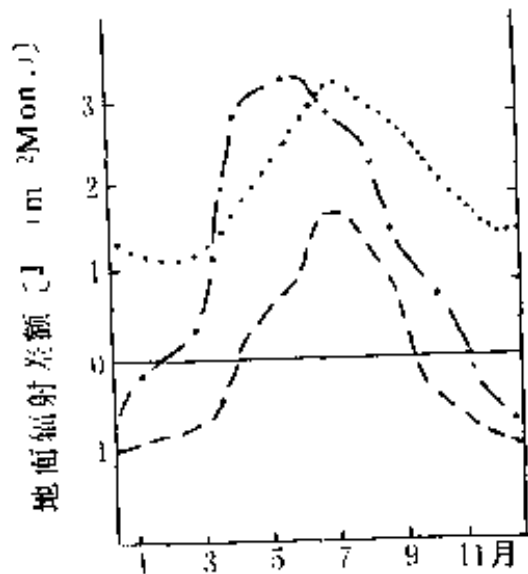


图 6.2 不同地点地面辐差额的年变化  
(引自高国栋, 陆渝蓉, 1981; Тверской, 1951)  
· · · 广州      · - · 呼玛      - - - 太平港

## § 6.2 大气的辐射差额

大气吸收太阳的短波辐射，并通过长波辐射发射和吸收热量。若一层大气吸收的太阳辐射为  $Q$ ，上下界面长波净辐射之差即长波辐射的净输出热量为  $\Delta F$ ，辐射热量收支的差额  $Q - \Delta F$  就是大气辐射差额。大气的辐射差额也可以用变温率表示，若所研究气层上下界面的气压差为  $\Delta p$ ， $C_p$  为空气的定压比热，这气层的辐射变温率为

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_R = \frac{g(Q - \Delta F)}{C_p \Delta p} \quad (6.2)$$

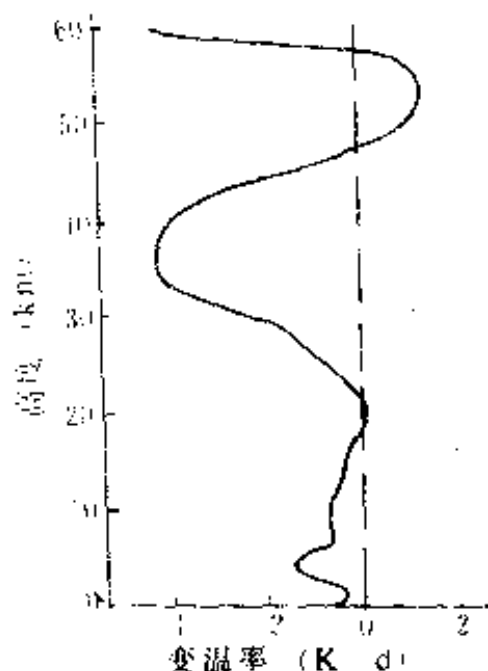


图 6.3 中纬度春秋无云情况下辐射变温率(K/d)随高度的变化

图 6.3 是中纬度春秋无云情况下辐射变温率随高度变化的个例，由图 6.3 可看出：在高度 50km 附近，由于臭氧对太阳辐射的吸收，辐射差额大于零，是大气的热源。其他高度大气辐射差额小于零。

云对大气辐射差额的垂直分布有很大的影响，图 6.4 是用两流近似计算中纬度春秋季节天空不同云况辐射变温率随高度分布的结果。为了表现云对辐射变温率垂直分布的影响，图 6.4 以气压 (hPa) 为纵坐标，以辐射变温率 ( $K/d$ ) 为横坐标，在高度 20km (约 30hPa) 以上，辐射变温率和图 6.3 接近，没有在图上画出来。由图 6.4 可以看出，云底由于太阳辐射和长波辐射都使大气加热，是大气中的热源，云顶由于长波辐射的强烈冷却超过吸收太阳的加热，是大气中的冷源。

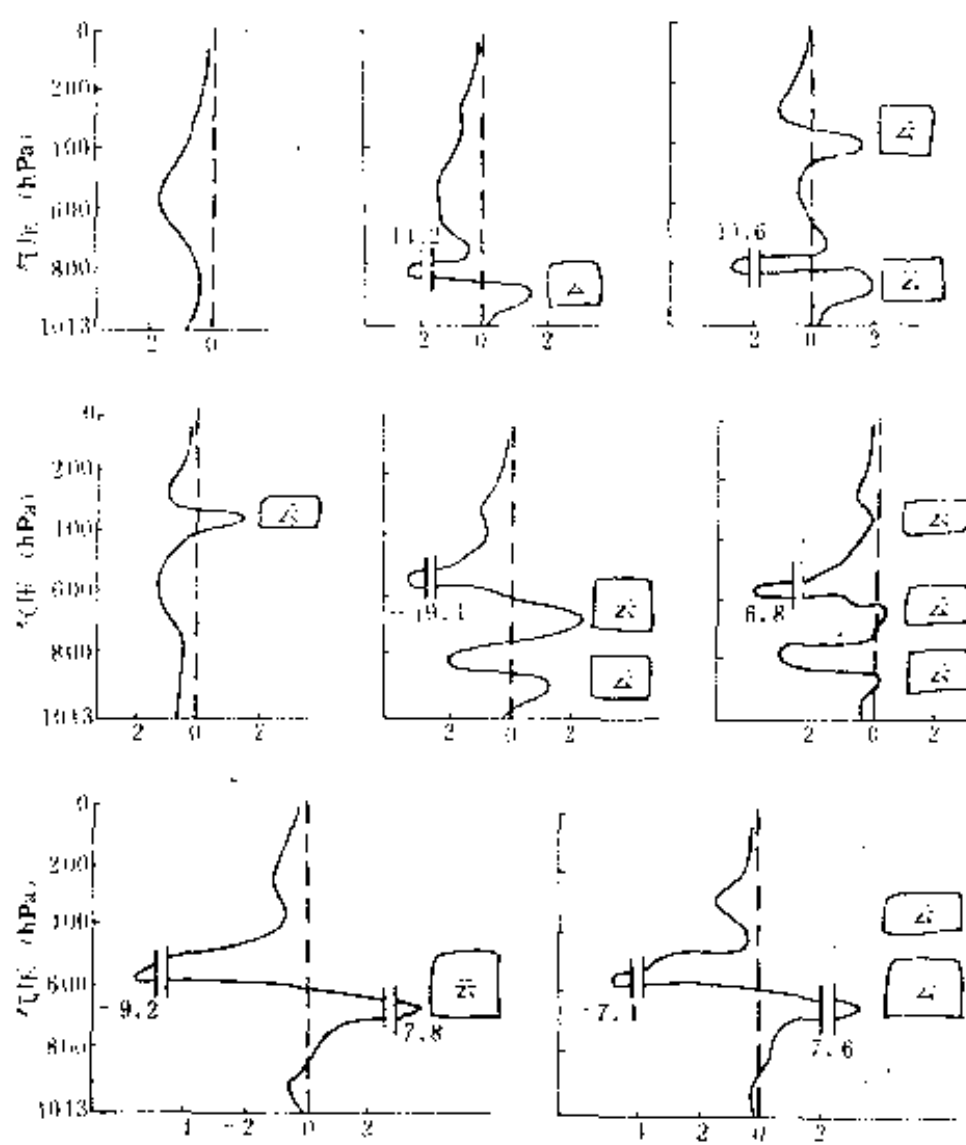


图 6.4 天空不同云况的辐射变温率 ( $K/d$ ) 分布

从地面到大气上界整层大气的辐射差额  $E_a$  是整层大气辐射

收支的差额

$$E_a = Q + F_{e0} - F_{e\infty} \tag{6.3}$$

$F_{e\infty}$ 是大气上界的长波射出辐射 (OLR=Outgoing Longwave Radiation), 一般情况下整层大气的辐射差额  $E_a$  小于零。

### § 6.3 地气系统的辐射差额

地面辐射差额  $E_0$  和整层大气的辐射差额  $E_a$  相加, 即把地面到大气上界当作一个整体, 其辐射净收入称为地气系统的辐射差额  $E_{\infty}$

$$E_{\infty} = E_a + E_0 = (S + Q)(1 - \alpha) + Q - F_{e\infty} \tag{6.4}$$

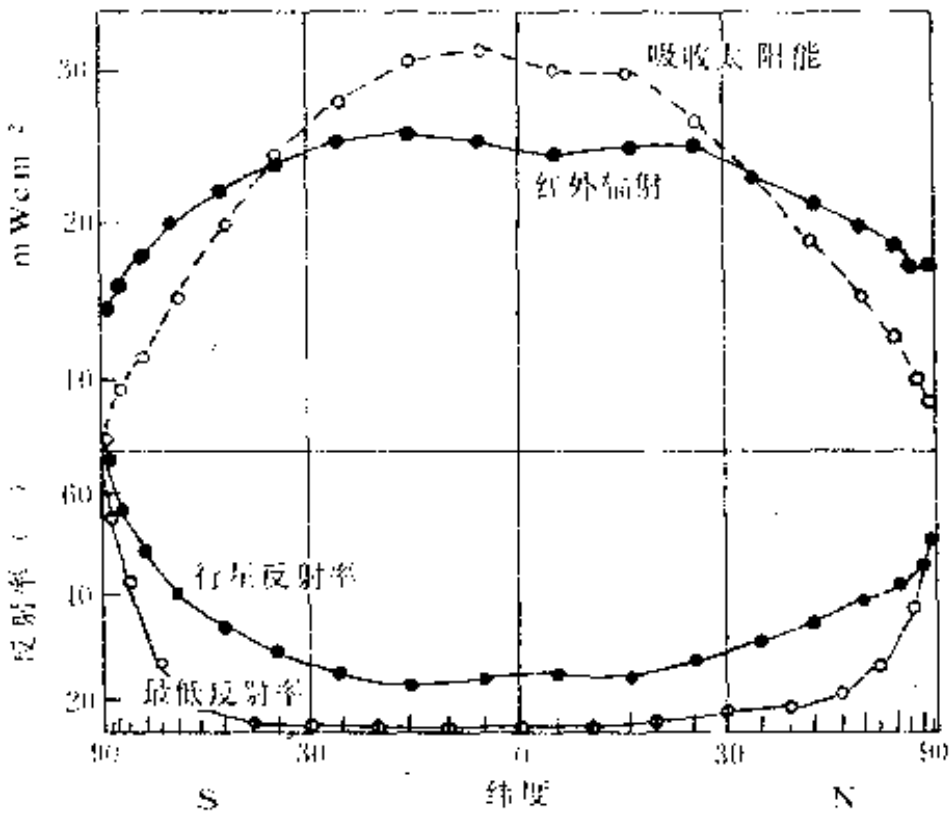


图 6.5 全球各纬圈地气系统的辐射收支

(引自 Von der Haar, Suomi, 1971)

1971 年 Von der Haar 和 Suomi 根据 1962~1966 年气象卫星连续观测的结果，整理出各纬圈地气系统辐射收支随纬度的变化见图 6.5。由图 6.5 可以看出，地气系统的辐射差额  $E_c$  在低纬度大于零，在高纬度小于零，大约在纬度  $35^\circ$  附近地气系统的辐射差额  $E_c$  由正变负，低纬度有多余的热量通过大气和海洋的流动把热能输向高纬度。

地球自转和公转造成入射太阳辐射能的日变化和年变化，辐射热量收支不平衡使温度形成日变化和年变化。若研究全球几十年的温度变化，可认为全球温度没有显著的变化，根据全球温度没有显著变化的事实，可以得出全球辐射热收支平衡的推论。

全球的辐射及热量收支，早在 1936 年就开始根据观测资料进行计算。计算的项目如图 6.6，不同年代计算的结果见表 6.1。各家计算的结果不同，并不是全球的辐射和热量收支在几十年内有了变化，而是由于资料和计算方法的差别。计算中以地球单位面积接收的太阳辐射功率  $S_0$  为 100。

$$S_0 = 1367 / 4 = 341.75 \text{ (W / m}^2\text{)}$$

表 6.1 全球的辐射及热量收支表

项 目 \ 计 算 时 间	1936	1954	1985
入射太阳辐射 $S_0$	100	100	100
地气系统反射阳光 $S_r$	42	34	31
大气吸收阳光 $Q_a$	15	19	23
地面吸收阳光 $Q_0$	43	47	46
地面长波净辐射 $F_{r0}$	24	14	15
射出长波辐射 $F_{e\infty}$	58	66	69
显热输出 $F_h$	-4	10	7
蒸发耗热 $F_w$	23	23	24



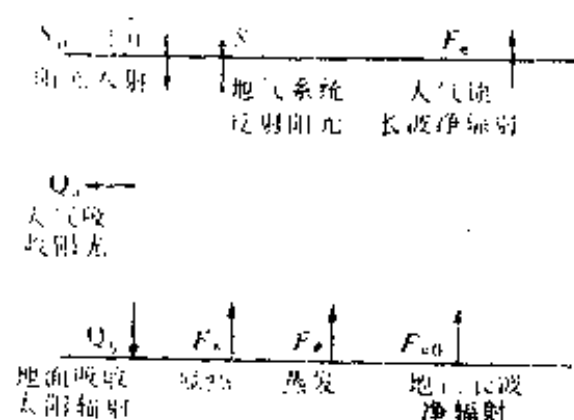


图 6.6 全球的辐射及热量收支

表 6.1 第二列是 1936 年 Baur 和 Philipps 两人第一次用北半球的气象资料计算辐射热收支的结果，他们把地气系统对阳光的反射率估计过大，他们又错误的认为显热是由大气输向地面，五十年代以后纠正了这个错误。第三列是 1954 年 H. G. Houghton 的计算结果，那时通过测量新月明暗两边的照度对比，算出地气系统对太阳辐射的反射率约为 35%。第四列是 1985 年 MacCracken 和 Luther 计算的结果，那时由气象卫星测出地气系统对太阳辐射的反射率约为 30%，由于考虑了大气气溶胶对太阳辐射的吸收，及云、大气气溶胶和地面的反射与散射使阳光在大气中经过更曲折也就是更长的路径，大气吸收太阳辐射这一项，计算的数值比前两列大些。

## § 6.4 大气环境的变化

近百年来，人类的生产和其他活动向大气排出大量气体及尘埃粒子，使大气中微量气体的含量发生明显的变化。表 6.2 是这些气体在大气中含量变化的一些情况。

表 6.2 中，ppmv、ppbv、pptv 分别表示温室气体占空气总容积的  $10^{-6}$ 、 $10^{-9}$  及  $10^{-12}$ 。1765 年代表工业化以前的年代。这些气体对太阳辐射不吸收或很少吸收，对长波辐射则强烈吸收，使对流层顶的大气长波净辐射减少，导致对流层大气升温，其作

用与温室的玻璃相似，所以称为温室气体。煤、石油和天然气的燃烧，生产石灰及水泥过程中分解石灰石，都放出二氧化碳，使大气中的二氧化碳增加。生活和工业排放的二氧化碳及氯氟烃（CFC）逐年增加，如按目前的增加率，二氧化碳及 CFC 将分别在 139 及 17.67 年后增加一倍。

表 6.2 大气中温室气体含量的变化（引自 Watson, 1990）

温室 气体	1765 年 浓度	1990 年 浓度	目前 年增加量	年增加率 %	存留时间 (年)
CO <sub>2</sub>	279ppmv	354ppmv	1.8ppmv	0.5	50~200
CH <sub>4</sub>	790ppbv	1717ppbv	15ppbv	0.9	10
N <sub>2</sub> O	285ppbv	310ppbv	0.8ppbv	0.25	150
CFC-11	0	280pptv	9.5pptv	4	65
CFC-12	0	484pptv	17pptv	4	65

平流层中的臭氧在气象和生态方面有重要的作用，它吸收太阳的紫外线，使太阳紫外线很少到达地面，地面附近的生物免受紫外线的伤害，同时在 50km 高度附近形成高温热源，臭氧在 9.6 $\mu$ m 的长波区有一个吸收带，吸收和发射长波辐射。

大气中臭氧含量以 DU（Dobson Unit）为单位，等于标准状态下 10 $\mu$ m 厚度的臭氧。1985 年英国科学家发表在南极地区 Halley 湾臭氧观测资料，自 1957 到 1984 年南极春季（9，10 月）臭氧总量极大值减少了 40%，1991 年 10 月 6 日 Nimbus 7 号气象卫星观测到南极地区臭氧总量低到 110DU，这是创纪录的极小值。人们把南极地区臭氧的减少称为臭氧洞，臭氧洞面积达  $2 \times 10^7 \text{km}^2$ ，同时在 Palmer 南极站测到创纪录的最强太阳紫外辐射。进一步分析资料，发现从 1966 至 1988 年北半球 30~64 纬度冬季大气臭氧减少了 3.4~5.1%，高纬度减少更多。夏季大气臭氧还未发现有显著减少。

科学界认为臭氧减少有三种原因：①大气化学过程，1991 年 11 月到 1992 年 3 月进行的飞行测量发现：北半球上空氧化氯创

纪录地增高，氧化氯是氟氯烃和臭氧化学反应的产物。大气中氟氯烃及氮氧化物增加，使臭氧加快分解。② 大气动力过程，太阳紫外线使臭氧在中纬度高空合成，由气流带到南极，极地的上升气流使臭氧从中纬度平流层流入南极上空的量减少，使南极臭氧减少。③ 天文过程，臭氧的合成和分解都与太阳的紫外辐射有关，太阳宁静期向地球发射的紫外线减少，使臭氧合成的速率下降。

多数科学家认为天文过程和大气动力过程引起的臭氧变化是周期性的变化，大气化学过程则使大气臭氧持续减少。联合国 1985 年通过了“保护臭氧层维也纳公约”，许多国家的政府 1987 年在加拿大蒙特利尔签署了“关于消耗臭氧层物质的蒙特利尔议定书”，决定全球将在本世纪末至 2010 年停止氯氟烃(CFC) 的生产和消费。中国是维也纳公约和蒙特利尔议定书的签字国，由于中国是发展中国家，停止使用 CFC 的期限比发达国家可以晚十年。

对流层中臭氧含量的观测表明，在 8km 以下北半球中纬度地区臭氧含量每年约增加 1%，在南极地面臭氧含量则有减少的趋势。

由于工业和生活取暖，人类向大气排放更多的气溶胶，为了避免污染地面，加高烟充，向更高处排放烟尘，使对流层气溶胶寿命更长。从格陵兰冰芯的分析结果表明大气中硫酸盐、碳酸盐、及微量金属等大气气溶胶的数量自工业化以来一直在增加，除了在都市和工业区，还没有大气气溶胶参数的长期连续的记录。由能见度观测的间接证据表明美国东部 1948~1978 年，德国汉堡附近 1976~1988 年亚微米尺度的大气气溶胶是在增加。

人类燃烧矿物每年向大气输送的硫，1860 年小于 3000T，1940 年 40000T，1980 年 80000T。北半球大陆上空大气中的二氧化硫在增加，二氧化硫气体排放后与尘埃化合，也使对流层气溶胶增加。北半球繁忙的航空线沿途，飞机排出的烟气使使这些

地区的卷云量比过去增加。

火山爆发喷射出大量火山灰和二氧化硫气体，遇到水汽后形成微小液滴，这种液滴在零度以下也不结冰。火山灰和小液滴随火山爆发产生的气流上升到平流层，并随平流层的气流输送到全球各地，在全球形成一层持续4~5年的平流层火山云，导致全球平均气温的下降。近百年来全球气温出现的几次转折与强烈火山爆发有很好的对应关系。1963年印尼阿贡火山爆发，削掉巴厘岛的很大一块，向平流层输送大量火山灰，使日落、日出时的天空几年内都染上彩色。赤道上空的平流层区在火山爆发后，温度上升6~7℃，几年后赤道上空平流层气温仍比气候平均值高出2~3℃。1982年墨西哥的埃尔奇琼火山爆发，产生的火山云使平流层气溶胶数量增加约两个量级，持续了四年后才基本恢复常态，它使全球从1980年开始气温变暖的趋势延缓了约四年，到1986年才继续变暖。1991年6月9日~7月8日菲律宾皮纳图博火山多次爆发， $1.9 \times 10^6 \text{T SO}_2$  及大量火山灰喷射到对流层和平流层，卫星观测到火山喷发物形成的烟云长达4000km，6月24日已漂浮到非洲上空，当年十月中旬北京观测到平流层气溶胶数量比常态高两个量级，到1992年2月仍无下降趋势。估计它输送到大气的的气溶胶比1982年埃尔奇琼火山还多，1992年的全球平均气温比1991年下降0.2℃。美国 Hensen 提出，由于皮纳图博火山爆发的影响，两年内地气系统的太阳辐射反射率增加2%，全球平均气温将下降0.9℃。

有些科学家提出“核冬天”学说。他们认为若在世界战争中大量使用核武器，城市和森林燃烧产生的大量烟尘将随核爆炸产生的上升气流输送到平流层，使北半球广大地区气温长时期下降到和冬季一样。1991年1月海湾战争期间，科威特约500口油井燃烧，每天向大气排放 $\text{SO}_2$ 约 $4 \times 10^4 \text{T}$ ，黑烟 $10 \times 10^4 \text{T}$ ，与全世界汽车排放的碳粒子数量相当。黑色烟云遮蔽科威特天空，使射到地面的太阳辐射减少到正常值的一半，日最高气温比正常值

低  $10^{\circ}\text{C}$ 。科威特油井燃烧放出的烟尘绝大部分在  $3\text{km}$  以下，估计只有千分之一的烟尘进入平流层。烟尘在对流层寿命较短，在平流层则寿命较长，要产生“核冬天”效应，必须使爆炸燃烧产生的烟尘大量进入平流层，烟尘寿命较长，才能在较长时间使广大地区温度下降到冰点以下。

## § 6.5 气温分布的辐射平衡模式

### 6.5.1 零维辐射平衡模式

地球和大气吸收太阳辐射，同时通过长波辐射把热能输向外空，辐射是地气系统与外界交换能量的唯一方式。如果地球象月亮一样没有大气，地球吸收的太阳辐射为  $\pi r^2 S (1-\alpha)$ ， $S$  为太阳常数， $r$  为地球半径， $\alpha$  为地面对阳光的反射率。地面对长波辐射为黑体，地球向外的辐射功率为  $4\pi r^2 \sigma T^4$ ， $\sigma$  为斯蒂芬-玻兹曼常数， $T$  为地气系统的平衡温度。在地气系统辐射收支平衡时，有

$$\frac{S(1-\alpha)}{4} = \sigma T^4 \quad (6.5)$$

取太阳常数  $S = 1367(\text{W} / \text{m}^2)$ ，地面反射率  $\alpha = 0.13$ ，地气系统的平衡温度  $T$  应为

$$T = \sqrt[4]{\frac{S(1-\alpha)}{4\sigma}} = 269\text{K} = -4^{\circ}\text{C}$$

实测的地球表面温度全球平均值为  $15^{\circ}\text{C}$ ，比 (6.5) 式计算的地气系统平衡温度  $-4^{\circ}\text{C}$  高得多，大气的温度是随高度变化的，有的高度气温比  $269\text{K}$  高，有的高度气温比  $269\text{K}$  低。下面把大气和地面当作两个系统，分别计算辐射热收支及平衡温度。大气对太阳辐射的吸收率为  $A_s$ ，大气中的气体、气溶胶及云对阳光的反向散射，地气系统对太阳辐射的反射率  $\alpha'$  为  $0.30$ ，比地面

反射率  $\alpha$  大, 大气对长波辐射的吸收率为  $A_L$ , 大气平衡温度为  $T_a$ , 当大气顶及地面辐射收支平衡时, 可写出两个平衡方程

$$\begin{cases} \frac{S(1-\alpha')}{4} = A_L \sigma T_a^4 + (1-A_L) \sigma T^4 \\ \frac{S(1-\alpha'-A_s)}{4} + A_L \sigma T_a^4 = \sigma T^4 \end{cases} \quad (6.6)$$

解联立方程, 可求出地面和大气的平衡温度  $T$ ,  $T_a$

$$\begin{cases} T = \sqrt[4]{\frac{S(2-2\alpha'-A_s)}{4\sigma(2-A_L)}} \\ T_a = \sqrt[4]{\frac{S[A_s + A_L(1-\alpha'-A_s)]}{4\sigma A_L(2-A_L)}} \end{cases} \quad (6.7)$$

取  $A_s = 0.26$ ,  $A_L = 0.8$ , 代入 (6.7) 式, 可求出地面平衡温度  $T = 275\text{K}$ , 大气的平衡温度  $T_a = 249\text{K}$ 。由于地球被大气层覆盖, 使地面的平衡温度升高。大气对阳光透过率较高, 大气中的水汽、二氧化碳和云对长波辐射透过率较小, 性质和温室的玻璃相似, 所以把大气对地面的保温作用称为“温室效应”或“大气保温效应”。若大气中二氧化碳、水汽增加, 大气对长波辐射的吸收率  $A_L$  增加, 按 (6.7) 式, 地面的平衡温度将升高。

### 6.5.2 一维辐射平衡模式

(6.5), (6.7) 式只能求一个地球温度, 或地面、大气两个平均温度, 称为零维辐射平衡模式。如果把大气在竖直方向分为若干层, 按实况确定吸收气体如水汽, 二氧化碳, 臭氧的垂直分布, 并根据实况确定各种云的云量及云底云顶的高度。每一层给一个温度初值  $T_0(z)$  后, 计算每个气层的辐射热收支, 当任一气层辐射热收支不平衡时, 就进行温度订正。订正值  $\Delta T$  为

$$\Delta T = (Q - \Delta F) \frac{g \Delta t}{C_p \Delta p} \quad (6.8)$$

$Q$  是这层空气吸收的太阳辐射,  $\Delta F$  是这层空气支出的长波辐射,  $C_p$  是定压比热,  $\Delta p / g$  是气层单位面积的质量,  $\Delta t$  是时间步长, 经过一个时间步长后, 各气层的温度变为

$$T_{n+1}(z) = T_n(z) + \Delta T(z) \quad (6.9)$$

$T_n(z)$  是  $n$  步长后的气温,  $T_{n+1}(z)$  是  $n+1$  步长后的气温, 这样逐次订正到各高度按 (6.8) 式计算的  $\Delta T$  都小于原先设定的极限为止。最后的气温垂直廓线就是辐射平衡条件下的气温垂直分布。按上一节的论述, 全球地面辐射差额大于零, 大气辐射差额小于零。地面多余而大气不足的热量是通过地面对大气的显热输送、及水分从地面蒸发后在大气中凝结来补偿的。辐射平衡模式没有考虑地面对大气的显热和潜热输送, 模式计算的地面气温必然比实况偏高, 大气温度必然偏低, 在大气下层一定会产生超绝热的温度梯度, 使大气下层的层结不稳定, 地面多余的热量通过湍流、地面的蒸发和大气中的凝结把热量由地面输向大气。

### 6.5.3 一维辐射对流模式

不稳定层结在大气中不能长时间维持, 必然产生垂直对流, 把热量向上输送。Manabe (真锅), Strickler, Wetherald 在 1964, 1967 年建立一维辐射对流模式, 在模式中, 当温度垂直梯度超过一个极限温度梯度  $\gamma_c$  时, 就会产生对流热输送。模式按 (6.8), (6.9) 式, 由辐射热收支调整温度后, 插入运行对流调整温度的子程序, 在这个子程序里逐段检查垂直温度是否超过极限温度梯度  $\gamma_c$ , 如果超过, 就进行温度的对流调整, 把下层的热量输送到上层, 使温度梯度总是小于等于  $\gamma_c$ 。图 6.7 是一维辐射平衡模式和一维辐射对流模式算出的垂直温度廓线, 分别取极限温度梯度  $\gamma_c$  等于干绝热梯度  $\gamma_a$  ( $=9.8^\circ\text{C} / \text{km}$ ) 和标准大气对流层的平均温度梯度  $\gamma_l$  ( $=6.5^\circ\text{C} / \text{km}$ )。可以看出辐射平衡模式计算的地面温度最高, 大气下层温度层结不稳定。辐射对流模式算

出的地面温度比辐射平衡模式算出的低些，平衡温度梯度  $\gamma_c$  取得愈小，更多的热量输向大气，地面平衡温度就愈低。在湿度未饱和及已饱和情况下，平衡的温度梯度分别是干绝热和湿绝热递减率，对流层大气有的地方湿度未饱和，有的地方湿度已饱和， $\gamma_a$  ( $6.5^\circ\text{C}/\text{km}$ ) 是对流层的平均温度梯度，数值在干湿绝热递减率之间，用  $\gamma_a$  来当作极限梯度  $\gamma_c$  比较合理。

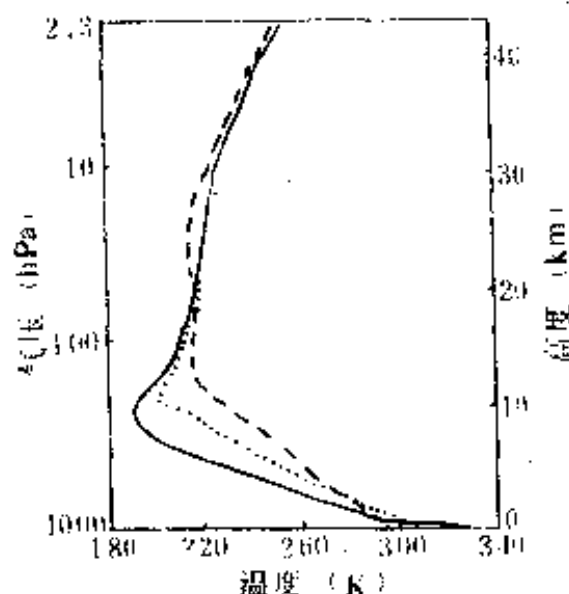


图 6.7 一维辐射平衡模式和辐射对流模式计算的温度廓线

——辐射平衡模式    - - - - 辐射对流模式( $\gamma_c = \gamma_a$ )  
 ···· 辐射对流模式( $\gamma * T / c = \gamma * T / a$ )

由图 6.7 可以看出地面和 50km 左右高度的臭氧加热区是大气的热源，对流层和平流层下部是辐射降冷区，在这样的冷热源条件下，在地面和 50km 高度之间一定会出现一个温度极小的高度，这个高度就是对流层顶。对流层顶以上有很厚的逆温层，对流层顶温度低到  $-65^\circ\text{C}$  或更低，在这样低的温度下饱和水气压很低，由大气环流向上输送的水汽，绝大部分在到达对流顶以前就凝结成云，然后转化为降水下落到地面。在对流层顶以上很少观测到云。对流层顶以下的热量难以通过湍流和蒸发凝结过程向上输送。对流层基本上只能由辐射过程与平流层交换热量。在气候的数值模拟中，常把对流层顶以下当作一个热力学系统，研究对



流层顶的长短波净辐射收支差额，若差额为正，整个对流层包括地面将升温；若差额为负，整个对流层包括地面将降温。

通过观测发现全球二氧化碳显著增加后，许多气象部门都研究二氧化碳增加一倍后，气候将怎样变化。1967 年 Manabe 和 Wetherald 建立当代第一个气候模式—辐射对流模式（Radiation Convection Model，简称 RCM）后，气候模式的研究发展很快，模式中包括的物理过程日益增加，气候模式的维数也从一维，二维发展到三维。二维模式除了温度的垂直分布和辐射对流过程外，还考虑温度随纬度的变化，空气的南北运动和垂直运动，凝结和蒸发过程，云和降水，大气中微量气体的化学变化等过程。三维的大气环流模式（Atmospheric General Circulation Model，简称 AGCM）比二维模式计算的物理过程更多，可考虑海陆分布，空气东西方向的运动，季风等。有的气候模式还包括海洋环流（Ocean General Circulation Model，简称 OGCM）。

气候模式中包括的物理过程和垂直分层愈多，对计算机的内存量 and 计算速度的要求就愈高。辐射过程的计算量在二、三维气候模式中占较大的百分比。在计算机速度和内存条件的限制下，辐射过程的计算必须简化，例如太阳辐射和长波辐射的波段不能分得很细，一些气候模式把太阳辐射以  $0.9\mu\text{m}$  为界分成两个波段，小于  $0.9\mu\text{m}$  的波段只考虑臭氧的吸收及云和大气的散射，大于  $0.9\mu\text{m}$  的波段则忽略散射而只考虑吸收。气溶胶对辐射传输的影响常忽略不计。一维、二维模式计算的物理化学过程少一些，对辐射过程可以计算得细致些。

图 6.8 是 Hansen 等及 Manabe 等分别对二氧化碳倍增后全球气温将产生变化的计算结果。这两个模式对一些物理过程的计算方法不同，所以数值模拟的结果也不相同。这两个模式计算结果相同之处是：①对流层温度升高，高纬度比低纬度升温更多，地面最大的升温区在南极附近，升温  $6^{\circ}\text{C}$  以上；②平流层降温。

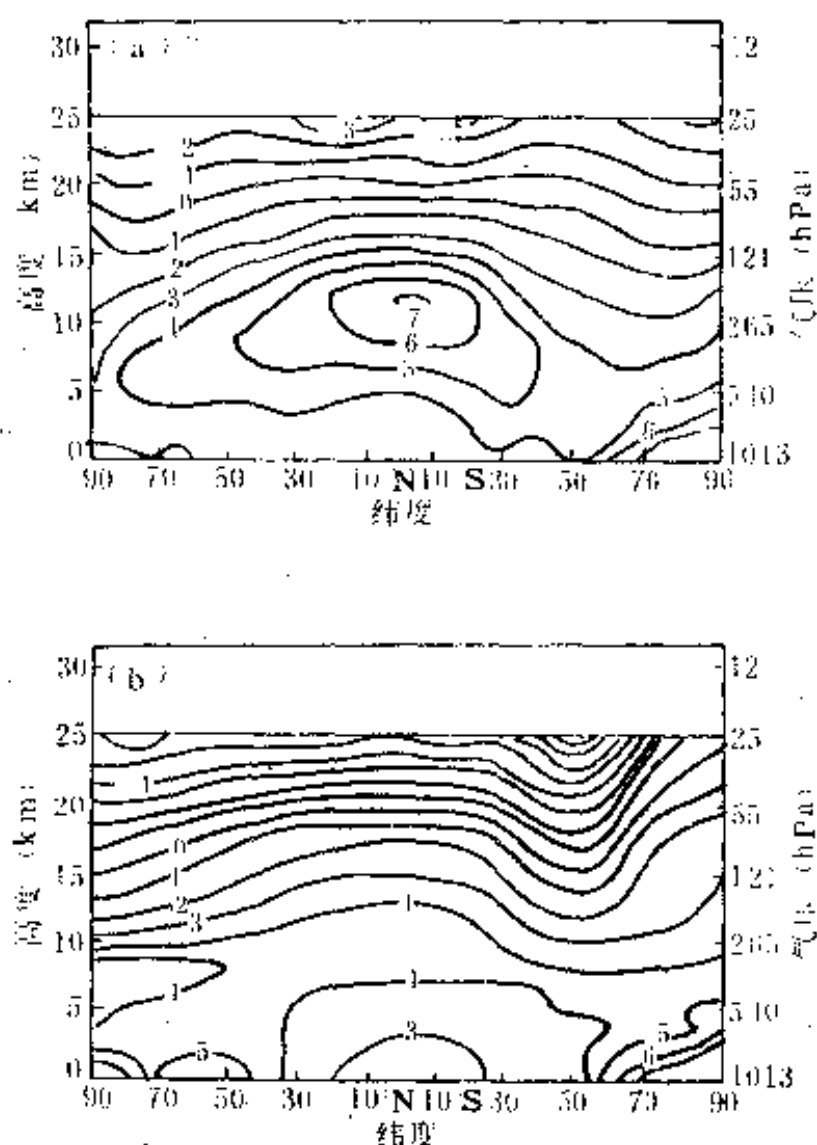


图 6.8  $\text{CO}_2$  倍增后, 气温变化分布 (6~8 月)

(上图引自 Hansen, 1984; 下图引自 Manabe, 1988)

一维辐射对流模式对计算机的内存量和计算速度的要求比二维、三维模式低一些, 所以仍用来进行气象要素对气候影响的分析。

## § 6.6 辐射强迫

大气环境的变化, 如二氧化碳、氟氯烃、臭氧、大气气溶胶

的变化、火山爆发；天文因素的变化，如太阳活动的周期变化、地球公转轨道的变化等都会使地面和对流层大气的辐射热量收支产生变化，全球的气候也会产生相应的变化。把地球和对流层当作一个系统，这个系统除了辐射过程外，基本上不与对流层顶以上的大气交换热量。若其他因素不变，大气环境或天文因素中某一因素（如某一种温室气体含量，太阳射入大气的辐射量）的变化使地球对流层顶以下辐射收支产生的变化，也就是全球对流层顶辐射净收入产生的变化称为辐射强迫。用一维辐射传输模式计算对流层顶辐射收支的过程中，常假设地面和对流层的温度不变，平流层的温度则按一维辐射模式进行调整。例如当平流层中臭氧减少，平流层臭氧吸收太阳辐射减少，进入对流层顶的太阳辐射将增加，但是平流层的气温由于吸收太阳辐射减少而下降，加上发射长波辐射的气体臭氧减少，平流层向下的长波辐射将减少，这两个因素都使辐射强迫产生变化。对流层顶的辐射差额与对流层的气温变化关系最密切。气候模式总是先计算辐射强迫，再结合其他物理、化学过程计算温度、降水及其他气象要素的变化。环境变化与辐射强迫的关系比环境变化与气候变化的关系简单得多，计算结果的精度更高，所以常通过计算辐射强迫来比较不同的环境变化对气候变化的相对重要性。

假设大气环境的其他条件（其他温室气体含量，云量云高等）不变，只有一种温室气体数量由目前的  $C_0$  变化到  $C$ ，对流层顶辐射差额的变化即辐射强迫为  $\Delta Q$ 。辐射强迫  $\Delta Q$ （单位为  $W/m^2$ ）与  $C_0$  及  $C$  的经验关系可用 (6.10) 式表示

$$\Delta Q = f(C_0, C) \quad (6.10)$$

对二氧化碳，辐射强迫  $\Delta Q$  的经验公式为

$$\Delta Q(CO_2) = A \ln(C/C_0) \quad (6.11)$$

$C$  及  $C_0$  是以 ppmv 为单位的大气  $CO_2$  含量，常数  $A$  值 1988 年 Hansen 等拟合为 6.3，1991 年石广玉取  $C_0 = 354\text{ppmv}$ ， $A$  的拟合值为 6.047。按 (6.11) 式，二氧化碳从 1765 年

的 279.00ppmv 增加到 1990 年的 353.93ppmv, 辐射强迫为  $\Delta Q = 1.44(\text{W} / \text{m}^2)$ 。二氧化碳增加一倍产生的辐射强迫为  $\Delta Q = 4.19(\text{W} / \text{m}^2)$ 。

甲烷  $\text{CH}_4$  与氧化二氮  $\text{N}_2\text{O}$  在  $1200 \sim 1350\text{cm}^{-1}$  处有重叠的吸收带, 这两种气体的辐射强迫是互相影响的, 若  $M_0$ ,  $M$  分别是甲烷目前和将来浓度 (ppbv);  $N_0$ ,  $N$  分别是  $\text{N}_2\text{O}$  目前和将来浓度 (ppbv), 石广玉 (1991) 算出甲烷和氧化二氮的辐射强迫  $\Delta Q(\text{CH}_4)$ ,  $\Delta Q(\text{N}_2\text{O})$  分别是

$$\Delta Q(\text{CH}_4) = (0.0556 - 4.740 \times 10^{-4}\sqrt{N})(\sqrt{M} - \sqrt{M_0}) + (3.218 \times 10^{-8}N - 1.24 \times 10^{-4})(M - M_0) \quad (6.12)$$

$$\Delta Q(\text{N}_2\text{O}) = (0.1305 - 4.740 \times 10^{-4}\sqrt{M})(\sqrt{N} - \sqrt{N_0}) + (3.218 \times 10^{-8}M + 2.504 \times 10^{-4})(N - N_0) \quad (6.13)$$

氟氯烃在大气中目前含量很小, 可按弱线近似计算其吸收, 如不计氟氯烃与其他气体吸收带的重叠, 氟氯烃的辐射强迫  $\Delta Q(\text{W} / \text{m}^2)$  与其含量  $C(\text{ppbv})$  成正比

$$\Delta Q(\text{CFC}) = AC \quad (6.14)$$

由于氟氯烃之间, 氟氯烃与水汽,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_3$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{N}_2\text{O}$  吸收带之间有不同程度的重叠, 如果把重叠计算进去, (6.14) 式应乘以重叠因子  $f$ , 改写成

$$\Delta Q(\text{CFC}) = AfC \quad (6.15)$$

表 6.3 给出不同氟氯烃的比例常数  $A$  重叠因子  $f$  值及单个分子氟氯烃的辐射强迫与单个分子  $\text{CO}_2$  的辐射强迫之比  $B$ 。

由表 6.3 各种氟氯烃以单个分子与  $\text{CO}_2$  相比, 其辐射强迫是  $\text{CO}_2$  的七千到二万倍。由于氟氯烃在大气长波区的吸收参量精度在 10~20% 以内, 所以氟氯烃辐射强迫计算的精度也在 10~20% 以内。

对流层臭氧的辐射强迫  $\Delta Q(\text{W} / \text{m}^2)$  与对流层臭氧浓度  $C(\text{ppmb})$  的关系如下

$$\Delta Q = 0.02(C - C_0) \quad (6.16)$$

近年来平流层臭氧减少，它产生的辐射强迫  $\Delta Q$  是由几个因素组成的：①臭氧吸收太阳紫外光和可见光，臭氧的减少使太阳辐射更多地通过对流层顶进入对流层；②臭氧吸收  $9.6\mu\text{m}$  的长波辐射，也发射这个波段的长波辐射，臭氧的减少使平流层向下的长波辐射减少；③臭氧吸收太阳辐射减少，平流层温度下降，使平流层向下的长波辐射减少。计算表明第一因素的数量比第二因素大，若不考虑温度变化，平流层臭氧减少产生的辐射强迫是正值。若考虑温度变化，平流层臭氧减少产生的辐射强迫可能是负值。表 6.4 给出平流层臭氧浓度减少而不计温度变化算出的辐射强迫  $\Delta Q$ ，平流层臭氧浓度减少的数量以原来的比数表示，及考虑温度变化，用一维辐射对流模式算出的地面温度变化  $\Delta T$ 。

表 6.3 不同氟氯烃的辐射强迫

比例系数  $A$ ， $B$ ，重叠因子  $f$  (引自石广玉，1991)

微量气体	$A$	$B$	$f$	微量气体	$A$	$B$	$f$
CFC-11	0.218	15496	0.867	CFC12	0.266	18908	0.853
CFC113	0.268	19051	0.817	CFC114	0.279	19833	0.839
CFC115	0.264	18766	0.693	HCFC22	0.177	12582	0.797
四氯化碳	0.124	8814	0.774	三氯乙烷	0.113	8104	0.588
HCFC123	0.185	13222	0.683	HCFC124	0.251	17771	0.664
HFC125	0.219	15567	0.639	HFC134a	0.190	13435	0.646
HCFC141b	0.157	11160	0.771	HCFC142b	0.183	13008	0.650
HFC143a	0.168	11942	0.565	HFC152a	0.105	7393	0.798

由表 6.4 可看出：当平流层  $\text{O}_3$  减少到原来的 0.90~0.80 及 0.75 以下，辐射强迫为负，地面温度下降；当平流层  $\text{O}_3$  减少到原来的 0.785~0.770，辐射强迫为正，地面温度却升高。

表 6.5 给出与 1765 年相比，各种温室气体变化对辐射强迫的贡献，并估计若温室气体不加控制，按现在的速度和加速度排放，将来将会产生的辐射强迫。

表 6.5 表明：人类加速排放温室气体将使辐射强迫加速增加，各国从学术团体到政府都在讨论控制温室气体排放的问题。1992 年 6 月在巴西里约热内卢举行“联合国环境与发展大会”，八十多个国家的元首和政府首脑参加会议。中国李鹏总理和其他各国政府首脑在“气候变化框架公约”上签字。“气候变化框架公约”呼吁世界各国尤其是发达国家控制二氧化碳等温室效应气体的排放量，其目的是逐步稳定和减少大气中温室气体的浓度，使人为的气候变化限于人类和生物能容忍的程度之内。

表 6.4 平流层  $O_3$  浓度减少的辐射强迫与温室效应  
(引自石广玉, 1991)

臭氧 浓度减少	$\Delta Q$	$\Delta T$	臭氧 浓度减少	$\Delta Q$	$\Delta T$
0.90	0.244	-0.018	0.77	0.572	0.004
0.85	0.369	-0.033	0.75	0.623	-0.001
0.80	0.496	-0.042	0.70	0.753	-0.016
0.785	0.534	0.009	0.50	1.239	-0.072

表 6.5 温室气体的辐射强迫 ( $W/m^2$ ) (引自 Shine 等, 1990)

年	1765 ~1900	1765 ~1960	1765 ~1990	1765 ~2000	1765 ~2050	1765 ~2100
$CO_2$	0.37	0.79	1.50	1.85	4.15	6.84
$CH_4$ (直接)	0.10	0.24	0.42	0.51	0.90	1.09
平流层水汽	0.034	0.082	0.14	0.18	0.31	0.38
$N_2O$	0.027	0.045	0.10	0.12	0.31	0.47
CFC-11	0.0	0.004	0.062	0.08	0.12	0.14
CFC-12	0.0	0.008	0.14	0.17	0.30	0.39
其他 CFC	0.00	0.005	0.085	0.04	0.39	0.59
总和	0.53	1.17	2.45	2.95	6.49	9.90

大气气溶胶对辐射过程的直接影响是吸收和散射，使到达地面的太阳辐射减少，作为凝结核，气溶胶的性质与云的微结构有

关系。陆上气溶胶数密度较大，陆上的云特别是城市工矿地区的云，数密度比海上的云大十倍左右。计算表明，陆上的云对太阳辐射有更大的反射率。这些过程使对流层顶向上反射更多的太阳辐射，减少辐射强迫。 $\text{SO}_2$  全球分布的分析表明，高中心在北美，西欧，远东。南半球  $\text{SO}_2$  及其影响较小。 $\text{SO}_2$  造成大气中尘埃增加，使北半球太阳辐射平均减少  $1\text{W}/\text{m}^2$ ，与  $\text{CO}_2$  从 1765~1990 年产生的辐射强迫  $1.44\text{W}/\text{m}^2$  相比，就很重要。对流层气溶胶的平均寿命由几天到一个月，通过重力干沉降和降水的湿沉降落到地面。

火山爆发及流星燃烧在平流层产生气溶胶，火山爆发可以把大量火山灰和气体  $\text{SO}_2$  喷入平流层， $\text{SO}_2$  很快转化为硫酸微粒，气溶胶在平流层的寿命较长，随气流输送很远，其半存留期约一年左右。火山爆发对辐射强迫和地面气温影响的研究表明：过去一个世纪内约有五次火山爆发可导致爆发后一二年内全球气温下降  $0.1\sim 0.2^\circ\text{C}$ ，一个强大的火山爆发在十年内使辐射强迫减少  $0.2\sim 0.4\text{W}/\text{m}^2$ 。

## § 6.7 太阳和地球轨道 变化的辐射强迫

地球接收到的太阳辐射能量若有变化，可以影响全球气候，太阳在大气上界的辐照度（太阳常数）增加 1%，产生的辐射强迫  $\Delta Q = 2.175\text{W}/\text{m}^2$ 。太阳辐照度的变化有两个来源。

### 6.7.1 太阳本身的物理变化

1978 年气象卫星开始对太阳辐照度进行连续观测，观测资料表明：时间尺度从几天到十几年的太阳辐照度变化是与太阳光球上黑子、耀斑、光斑活动有关，高频变化太快，对地球气候的

影响不显著。平均 11 年周期的黑子、耀斑、光斑变化可能影响气候变化。耀斑、光斑使太阳增加的辐照度大于黑子温度低减少的太阳辐照度。1980~1986 年大气上界太阳辐照度减少了约  $1\text{W}/\text{m}^2$ ，相当辐射强迫减少了  $0.2\text{W}/\text{m}^2$ ，在相同时间内温室气体产生的辐射强迫约  $0.3\text{W}/\text{m}^2$  有相同的数量级。太阳辐照度与太阳相对黑子数一样随时间作周期变化，1986 年后太阳辐照度又随黑子数上升。太阳辐照度 11 年的周期变化象火山爆发一样，只能调节温室气体的影响。温室气体若不加控制，它对气温的影响将是时间的单调升函数。

### 6.7.2 地球公转轨道、黄赤交角的周期变化

1941 年南斯拉夫卓越的气候学家 M. Milankovitch 利用当时天体力学的研究成果，研究地球轨道三要素：（1）岁差；（2）黄赤交角；（3）公转轨道离心率在过去几十万年变化的规律。在没有电子计算机的条件下，计算不同纬度夏半年和冬半年大气上界太阳辐射总量的变化规律。地球轨道有三种长期变化，过去 50 万年这三种变化的图形见图 6.9。

（1）岁差。岁差使地球公转轨道近日点的季节提前，每 21000 年循环一次。目前地球公转近日点的季节在 1 月 3 日，一万年以后近日点的季节将在 7 月。目前南半球夏半年离太阳近，北半球夏半年离太阳远，夏半年收到的太阳辐射南半球比北半球多，一万年和一万年后情况将反过来。由于岁差，年中各日的日地距离每年都有微小的变化，图 6.9 最上面的曲线，以 6 月 21 日的日地距离的距平百分率为纵坐标，表示岁差在过去 50 万年内随时间的变化。

（2）黄赤交角。太阳系其他天体的引力使黄赤交角即地球赤道平面与公转轨道平面的交角从极小的  $21.8^\circ$  到极大的  $24.4^\circ$  之间作周期变化，平均周期为 41000 年。1991 年末黄赤交角为  $23^\circ 26' 26.3''$ ，上一个极大出现在公元前约 8000 年，约一



万年后出现极小。在黄赤交角较大时，地球高纬度冬夏两季接收日射的差别也比较大，黄赤交角较小时，地球高纬度冬夏两季接收日射的差别也比较小。黄赤交角效应与岁差效应不同之处是：它对南北半球的效果是相同的。黄赤交角效应与纬度有关，在地球赤道黄赤交角效应为零，在地球两极效应最大，例如在纬度  $45^\circ$  及  $65^\circ$  处黄赤交角变化一度，夏天的太阳辐照度分别变化 1.2% 及 2.5%。

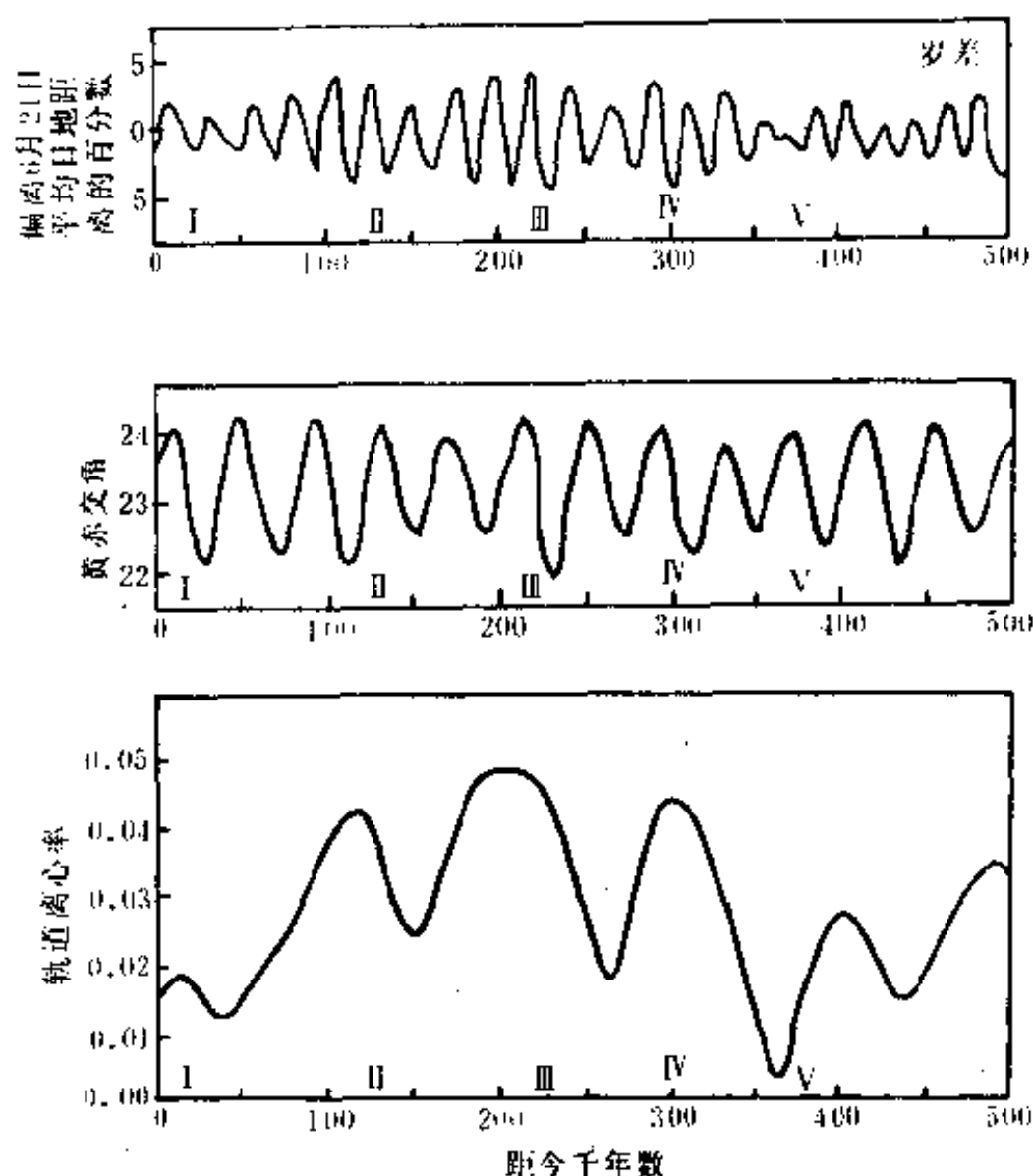


图 6.9 过去五十万年地球公转轨道、黄赤交角的周期变化

(引自 Broecker 与 Van Donk, 1970)

(3) 公转轨道离心率。天体引力使地球公转轨道的离心率以

90000~100000 年为周期，在 0.00~0.07 之间变化。若岁差不变，即近日点总是出现在北半球冬季，轨道离心率大时，冬夏日地距离差别大，地球公转的角速度冬季比夏季大，效果是北半球冬季短而暖，夏季长而凉，冬夏温差小；南半球则夏季短而暖，冬季长而凉，冬夏温差大。公转轨道离心率小时，北半球冬夏温差大。

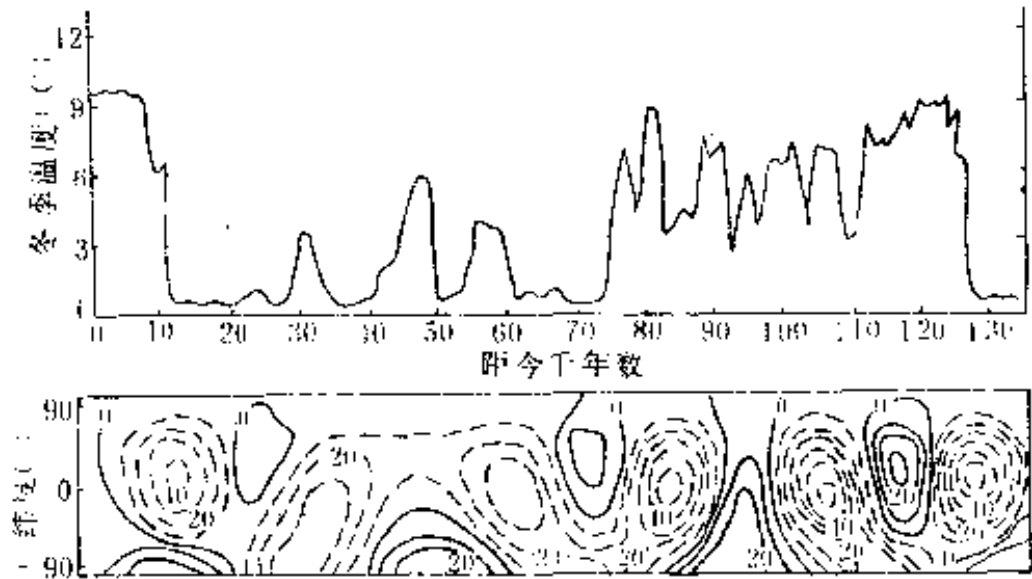


图 6.10 过去 13 万年北半球冬季温度与  
冬半年全球各纬度大气上界太阳辐射功率的对比

上图为冬季北半球冬季平均温度（引自 Sancetta 等，1973）

下图为冬半年全球各纬度大气上界太阳辐射功率的变化（引自 Berger，1978）

单位为  $\text{cal}/(\text{cm}^2 \cdot \text{a}) = 0.484\text{W}/\text{m}^2$ ，以 1950 年的数值为零点，

实等值线为正，虚等值线为负。

把图 6.10 上下两图对比，在距今 1.1~7 万年的末次冰期北半球冬季温度比现代低（图 6.10 上部），同一时期北半球冬半年北半球接收的太阳辐射也基本上比现代少。徐钦琦，刘时藩研究了过去 73 万年内冬半年北半球太阳辐射与北半球气温变化的关系，发现这两个物理量呈正相关。

## § 6.8 温室气体的全球增暖潜力

各种温室气体在大气中的寿命不同,寿命长的温室气体可在较长时间起温室效应,对全球增暖的影响更大。在讨论控制温室气体排放而对各种温室气体进行比较时,引入“全球增暖潜力  $GWP$  (Global Warming Power)”,是由瞬时释放 1kg 温室气体相对于 1kg 二氧化碳在一定时间间隔  $\Delta t$  内累积的辐射强迫的比值

$$GWP = \frac{\int_0^n a_1 c_1(t) dt}{\int_0^n a_2 c_2(t) dt} \quad (6.17)$$

(6.17) 式中  $a_1$ ,  $a_2$  分别是所研究的温室气体及二氧化碳增加单位质量产生的瞬时辐射强迫,  $c_1(t)$ ,  $c_2(t)$  分别是所研究的温室气体及二氧化碳在排放  $t$  时间后的相对浓度,  $n$  是积分的年数。

表 6.6 给出 Lasshof, Ahuja(1990), Rodbe(1990), Derwent(1990), Fisher(1990)等计算各种温室气体的  $GWP$  数值。

计算  $GWP$  牵涉到大气化学问题,各种温室气体的存留时间,用不同的大气化学模式计算的结果不同,难以准确估计。各种温室气体之间存在化学反应,一种温室气体可影响另一种温室气体的分解或生成,若详细计算各种间接影响,计算就复杂而精度不高。例如甲烷对二氧化碳、对流层内的臭氧及平流层内的水汽都有影响,表 6.6 中氟氯烃(CFC)和其他气体  $GWP$  的计算就没有考虑它们对平流层臭氧破坏作用产生的间接影响。CFC 使臭氧减少,根据数值模拟, CFC 温室效应产生的增温与 CFC 使臭氧减少产生的降温数量相当。甲烷  $GWP$  的计算就考虑了间接

影响。一氧化碳对二氧化碳及对流层内的臭氧有影响。

表 6.6 各种温室气体的全球增暖潜力 *GWP*

(引自 Lasshof 等, 1990)

温室 气 体	存留时 间(年)	<i>GWP</i> (年)		温室 气 体	存留时 间(年)	<i>GWP</i> (年)	
		20	100			20	100
二氧化碳	110	1	1	HCFC-124	6.6	1500	430
甲烷	10	63	21	HFC-125	28	4700	2500
N <sub>2</sub> O	150	270	250	HFC-134a	16	3200	1200
CFC-11	60	4500	3500	HCFC-141b	8	1500	440
CFC-12	130	7100	7300	HCFC 142b	19	3700	1600
HCFC 22	15	4100	1500	HFC-143a	41	4500	2900
CFC-113	90	4500	4200	HFC-152a	1.7	510	140
CFC-114	200	6000	6900	四氯化碳	50	1900	1300
CFC-115	400	5500	6900	CH <sub>3</sub> CCl <sub>3</sub>	6	350	100
FCFC-123	1.6	310	85	CF <sub>3</sub> Br	110	5800	5800

表 6.7 1990 年各种温室气体排放量与百年累积的 *GWP*

占总效应的百分比 (引自 Shine 等, 1990)

温室气体	1990 年 排放量 ( $\times 10^6$ T)	占 <i>GWP</i> 的 %	温室气体	1990 年 排放量 ( $\times 10^6$ T)	占 <i>GWP</i> 的 %
CO <sub>2</sub>	26000	61	CFC-114	0.015	0.2
CH <sub>4</sub>	300	15	CFC-115	0.005	0.1
N <sub>2</sub> O	6	4	CCl <sub>4</sub>	0.09	0.3
CFC-11	0.3	2	CH <sub>3</sub> CCl <sub>3</sub>	0.81	0.2
CFC-12	0.4	5.6	CO	200	1
HCFC-22	0.1	0.4	NO <sub>x</sub>	66	6
CFC-113	0.15	1.5	NMHCs	20	0.5

由于 CFC 既对臭氧有破坏作用又是温室气体, 研究其代用品时, 存留时间是一个重要因素, 存留时间越短, 对臭氧的破坏作用和 *GWP* 就越小, 选择氟利昂的代用品, 应选对臭氧破坏作

和  $GWP$  都小的代用品。表 6.7 是按 1990 年各种温室气体排放量计算  $n=100$  年累积的  $GWP$  占总效应的百分比。

表 6.7 中, NMHCs 是非甲烷碳氢化合物,  $NO_x$  是  $N_2O$  以外的氮氧化物, 计算中考虑了大气化学过程的间接影响, 所以甲烷及氮氧化物所占的百分比比较大。

## § 6.9 气候变化的反馈过程

最简单的反馈系统是由两个子系统 ( $A, B$ ) 组成。若  $A$  的增加使  $B$  增加,  $B$  的增加又促使  $A$  的增加, 这种反馈称为正反馈。反过来, 若  $A$  的增加使  $B$  减少,  $B$  的减少又促使  $A$  的增加, 这种反馈称为负反馈。气候变化的反馈过程牵涉许多因素, 很少单纯的由两个系统组成。

大气环境的变化造成辐射强迫, 辐射强迫使气候变化, 气候变化又使环境进一步变化, 正反馈过程使气候系统向一个方向加强变化, 使气候系统不稳定, 最后由负反馈过程的调节达到一个新的稳定态。若把一种反馈过程加到气候模式中计算平衡温度的变化, 其结果由下式表示

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + \lambda \Delta T = \Delta Q \quad (6.18)$$

$C$  为地气系统的热容,  $\Delta Q$  为辐射强迫,  $T$  为温度,  $\lambda$  为反馈系数。若只有辐射强迫而没有负反馈因素, (6.18) 式中  $\lambda = 0$ , 温度  $T$  将一直上升。对流层温度上升使对流层顶的长波净辐射  $F_{EH}$  增加, 使辐射强迫减少。对流层顶的长波净辐射是一个重要的负反馈因素。由数值模拟算出, 在大气中温室气体含量、云况及地面反射率不变的条件下, 对流层顶的长波净辐射  $F_{EH}$  随温度的变化率为

$$\frac{\partial(F_{EH})}{\partial T} = 3.7(\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}) \quad (6.19)$$

取对流层顶长波净辐射  $F_{EH}$  的反馈系数为  $\lambda = 3.7\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ 。若二氧化碳倍增产生的辐射强迫  $\Delta Q = 4\text{Wm}^{-2}$ ，对流层顶长波净辐射  $F_{EH}$  作为负反馈因素，二氧化碳倍增产生的温度变化  $\Delta T$  为

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{\lambda} = \frac{4}{3.7} = 1.1\text{K}$$

(1) 水汽反馈。二氧化碳含量上升产生辐射强迫使气温升高，随着温度的上升，海面的蒸发和大气中的水汽将增加，水汽对大气长波辐射的吸收也就是其温室效应比二氧化碳更强，在数值模拟时，假设大气的相对湿度不变比假设绝对湿度不变更合理。考虑水汽反馈并假设相对湿度不变，辐射对流模式算出的二氧化碳倍增产生的增温是  $1.7\text{K}$ ，比不考虑水汽反馈即假设绝对湿度不变算出的温室效应增温  $1.1\text{K}$  高。

用反馈系数  $\lambda$  和反馈因子  $K$  这两个物理量表达各种反馈的正负和大小。反馈因子  $K$  是考虑反馈与不考虑反馈变温之比，按以上的计算，水汽的反馈因子为

$$K = \frac{1.7}{1.1} = 1.55$$

水汽和对流层顶的长波净辐射  $F_{EH}$  两个因素的反馈系数  $\lambda$  为

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{4}{1.7} = 2.35 (\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1})$$

水汽对反馈系数的影响为

$$\Delta\lambda = 2.35 - 3.7 = -1.35 (\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1})$$

气象记录表明：过去百年气温上升  $0.3 \sim 0.6\text{K}$ ，图 6.11 是全球陆地表面和海面平均温度近百年来变化，以 1951~1980 年的距平的形式画出全球温度在 1861~1989 年变化的情况。这个气象资料的覆盖率还不够全面，特别是海洋地区，因为风浪频率

高的地区，船舶气象记录也比较少，时代越远，气象资料越不完全，平均气温的可信度就越低。由图 6.11 可以看出：1861~1989 年的气温在 1910~1940 及 1970~1989 年这两段时间上升比较显著，在 1861~1910 及 1940~1970 这两段时间上升不明显。水汽反馈很重要，但很难用气象资料证实全球的总水汽量在近百年内是否增加，因为水汽总量的气象资料比气温资料更少，准确率更低。

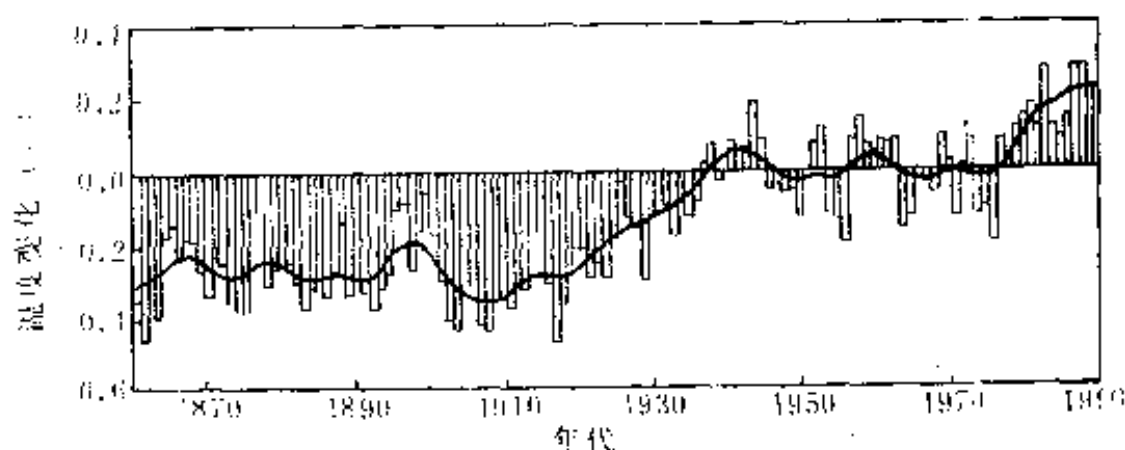


图 6.11 百年来全球平均温度的变化 (引自 Foolland, 1990)

(2) 冰雪反馈。不冻的海洋表面对太阳辐射的反射率最低 (小于 10%)，不积雪的陆地对太阳辐射的反射率约 10~35%，海洋上的冰面及路上的雪面对太阳辐射的反射率最大，约 35~85%。当大气中二氧化碳增加，全球气温上升，地球上冰雪的面积减少，地面的平均反射率将下降，地面将吸收更多的太阳辐射，使气温逐步升高。这就是冰雪反馈。

若在气候模式中加上冰雪反馈，二氧化碳倍增后，在对流层顶长波净辐射  $F_{EH}$ 、水汽反馈及冰雪反馈的条件下，全球气温的上升为

$$\Delta T = 2.2K$$

总反馈系数为

$$\lambda = 4 / 2.2 = 1.82$$

冰雪反馈对反馈系数的影响为

$$\Delta\lambda = 1.82 - 2.35 = -0.53$$

冰雪反馈的反馈因子为

$$K = 2.2 / 1.7 = 1.29$$

取  $x = \sin\varphi$ ,  $\varphi$  为纬度, 各纬度带的面积与  $\Delta x$  成正比, 所以用  $x$  为南北坐标表示地面气温在南北方向的变化。把各纬圈的平均温度  $T_s(x)$  当作纬度  $\varphi$  即  $x$  的函数, North(1975) 取  $T_s(x)$  与  $x$  的关系为

$$T_s(x) = T + T_2(3x^2 - 1)/2$$

上式  $T$  中是全球平均温度,  $T_2$  与全球南北方向的温度差别有关, 石广玉(1991) 取  $T_2 = -28^\circ\text{C}$  并假设  $T_s(x) \leq -9^\circ\text{C}$  的地方为冰雪覆盖区。按各纬圈的地面反射率的实况分布求出地面反射率  $\alpha(x)$  与  $x$  的关系, 就可以算出全球的平均反射率  $\alpha$  与全球平均温度之间的函数关系, 全球平均温度下降, 冰雪面积增加, 全球平均反射率就上升。

在一万年以前地球上曾出现过四次冰河期, 在冰河期欧洲阿尔卑斯山以北, 美洲五大湖以北曾象现代格陵兰一样被冰雪常年复盖, 由图 6.11 可以看出冰河期与北半球冬半年日射的低值时期配合得很好。Budyko(1969) 用能量平衡的气候模式结合日射变化与冰雪反馈, 当日射减少 1% 会导致全球平均气温下降  $5^\circ\text{C}$ , 温度的下降使冰雪面积向南扩展, 即使日射不再减少, 由于冰雪反馈, 冰雪面积还会继续向南扩大, 这是地质年代冷的冰河期和暖的间冰期交替出现的一种解释。

(3) 递减率( $\gamma_c$ ) 反馈。在辐射对流模式中提到: 在气候模拟的计算过程中, 温度梯度  $\gamma (= -\partial T / \partial z)$  总是小于等于平衡温度梯度  $\gamma_c$ , 平衡温度梯度  $\gamma_c$  数值应在干绝热梯度  $\gamma_d$  与湿绝热温度梯度  $\gamma_m$  之间。干绝热梯度  $\gamma_d$  与温度无关, 湿绝热温度梯度  $\gamma_m$  是温度的降函数, 所以在  $\gamma_d$  与  $\gamma_m$  之间的平衡温度梯度  $\gamma_c$  也应该是温度的降函数。当温室气体或其他原因使温度上升后, 平衡温度梯度  $\gamma_c$  下降, 使更多的热量向上输送, 地面温



度的上升比不考虑递减率反馈算出的温度上升小些，这是一个负反馈过程。

(4) 云的反馈。云对太阳辐射和大气长波辐射的传输都有重要的影响，云对太阳辐射的反射率较大，使到达地面、加热地面的太阳辐射大量减少，这种作用称为阳伞效应或反射效应。云对大气长波辐射有强烈的吸收，使对流层顶向上的长波有效辐射大量减少，这种效应称为温室效应。天空有云时，白昼由于阳伞效应超过温室效应，气温比无云时低，夜晚由于只有温室效应，气温比无云时高，阴天气温的振幅比晴天小得多。从气候研究的角度，需要了解长时间积累的结果，即多日的平均值。以中纬度标准大气分别计算全天无云、全天低云、全天中云、及全天高云时，对流层顶的向下净辐射，结果见表 6.8。

表 6.8 低、中、高云的辐射强迫

	无云	低云	中云	高云
云底气压(hPa)		910	660	360
云顶气压(hPa)		850	590	330
云厚( $\times 100\text{m}$ )		5	9	6
$S$	255.57	104.42	91.54	272.24
$L$	224.09	206.52	173.69	214.82
$S-L$	+31.48	-102.10	-82.15	+57.42
辐射强迫		-133.58	-113.63	+25.94
辐射强迫 $\Delta W$		-136.84	-118.20	+27.78
辐射强迫 $\Delta H$		-136.62	-116.76	+27.35

表 6.8 中  $S$  是无云或全天有云时对流层顶的太阳向下净辐射； $L$  是无云或全天有云时对流层顶的长波向上净辐射；“辐射强迫”是阴天与晴天对流层顶净辐射差额之差。“辐射强迫  $\Delta W$ ”、“辐射强迫  $\Delta H$ ”分别是云的含水量 ( $W$ ) 或云底云顶气压差 ( $H$ ) 增加 10% 后，阴天与晴天对流层顶净辐射差额之差。由表 6.8，

可以看出：低云和中云的阳伞效应超过温室效应，使气温降冷，是负反馈因素；高云的温室效应超过阳伞效应，使气温增暖，是正反馈因素。二氧化碳倍增产生的辐射强迫约  $4\text{W}/\text{m}^2$ ，只要低云量增加 3% 就可以抵消二氧化碳倍增产生的增温。温室气体增加使气温上升后，大气中的水汽、云的含水量都会增加，云含水量的增加也使辐射强迫发生变化。

表 6.9 是 Sellars 和 London 按全球气象观测资料整理的全球云量。从 1965~1986 年云量有显著的增加，London 指出：在 1952~1981 年间，全球云量的增加率比 0.6% 略大，在 1971~1981 的 11 年间，全球云量的增加率比 1% 略小，在同一个 11 年，大陆的云量没有显著的变化，所以云量的变化主要出现在海洋上空。在这 11 年内卷云和积雨云的云量增加率比 1% 大，积云的减少率约 0.5%。云的反馈作用数量很大，气候模式对云的模拟方案不同，模拟的结果差别很大。

表 6.9 1965 及 1986 年全球云量 (%) 的比较

(引自 Sellars, 1965; London, 1986)

纬度带	1965	1986	纬度带	1965	1986	纬度带	1965	1986
80~90° N	62	65.1	10~20° N	47	52.2	40~50° S	66	74.8
70~80	66	68.7	0~10	52	62.8	50~60	72	83.8
60~70	65	68.3	北半球	52	59.1	60~70	76	84.1
50~60	60	70.5	0~10° S	52	57.2	70~80	72	83.8
40~50	53	63.8	10~20	48	55.3	80~90	54	41.8
30~40	46	55.5	20~30	48	54.6	南半球	57	64.0
20~30	43	47.0	30~40	54	63.0	全球	54	61.5

## 参 考 文 献

- [1] Berger E.J., Long-term variations of caloric insolation resulting from the earth's orbital elements, *Quaternary Research*, 9, 139—

167, 1978.

- [2] Budyko M.I.等著, 李怀瑾等译, 地表面热量平衡, 科学出版社, 1960。
- [3] Budyko M.I.主编, 沈钟译, 地球热量平衡, 气象出版社, 1980。
- [4] Budyko M.I., Climate and life, Academic Press, New York, 1974.
- [5] Budyko M.I.著, 翁笃鸣, 刘惠兰译, 气候的过去与未来, 气象出版社, 1986。
- [6] 高国栋, 陆渝蓉, 中国物理气候图集, 农业出版社, 1981。
- [7] Herman J.R., R.A. Goldberg, Sun, Weather and Climate, *Sci. and Technical Informaion NASA.*, 1978.盛承禹等译, 太阳·天气·气候, 气象出版社, 1984。
- [8] Houghton J.T., G.J.Jenkins, J.J. Ephraums, (Eds.) Climate Change, The IPCC(Intergovernment Panel on Climat Change)Scientific Assessment. University Press, Cambridge, Great Britain, 1990.
- [9] Houghton J.T., B.A. Callander, S.K. Varney, (Eds.) Climate Change 1992, The Supplementary Report to the IPCC(Intergovernment Panel on Climat Change) Scientific Assessment.University Press, Cambridge, Great Britain, 1992.
- [10] London J., C.J.Hahn, S.G.Warren, Observed variations of total cloudiness and cloud types: Implications for the atmospheric radiation budget, Atmospheric Radiation Progress and Prospects, Proceedings of Beijing International Radiation Symposium, 459—467, 1986.
- [11] 陆渝蓉, 高国栋, 物理气候学, 气象出版社, 1987。
- [12] MacCracken M.C., F.M. Luther, (Eds.) Detecting the climate effects of increasing carbon dioxide, Rep.DOE/ER-0235, U.S. Dep. of Energy, Washington, D.C., 1985.
- [13] Manabe S., F. Moller., On the radiative equilibrium and heat bal-

- ance of the atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, 89, 503—532, 1961.
- [14] Milankovitch M., *Kanon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf des Eiszeitproblem*, *Roy. Serbian Acad.*, Belgrade, 1941.
- [15] Mitchell J.F.B., The “green house” effect and climate change. *Rev. of Geophys.*, 27, 115—139, 1989.
- [16] North G.R., Theory of energy-balance climate models, *J. Atmos. Sci.*, 32, 2033—2043, 1975.
- [17] Paltridge G.W., C.M.R. Platt, *Radiative Processes in Meteorology and Climatology*, Elsevier Scientific Publishing Company, 1976, 吕达仁等译, 气象学和气候学中的辐射过程, 科学出版社, 1981.
- [18] Sancetta C., et al., Climatic record of the past 130, 000 years in north Atlantic deep sea core V23 82, Correlation with the terrestrial record, *Quaternary Research*, 3, 110—116, 1973.
- [19] Sellars W.D., *Physical Climatology*, University of Chicago Press, Chicago and London, 272pp, 1965.
- [20] 石广玉, 大气微量气体的辐射强迫与温室气候效应, *中国科学B*, 7, 776—784, 1991.
- [21] Stephens G.L., The Parameterization of Radiation for Numerical Weather Prediction and Climate Models, *Mon. Wea. Rev.*, 112, 826—867, 1984.
- [22] 汤懋苍等, 理论气候学概论, 气象出版社, 1989.
- [23] Ward B., R.Dubos, *Only one earth, The care and maintenance of a small planet*, George J. MeLeod, Toronto, Canada, 1972, 国外公害资料编译组译, 只有一个地球, 燃料化学工业出版社, 1974.
- [24] 徐钦琦, 刘时藩, 史前气候学, 北京科学技术出版社, 1991.
- [25] 殷显曦, 忻贤华, 国外有关核战争对大气影响研究述评, “核冬天”, 1—38, 气象出版社, 1985.
- [26] 左大康等, 地球表层辐射研究, 科学出版社, 1991.

[ G e n e r a l   I n f o r m a t i o n ]

书名 = 大气辐射学基础

作者 =

页数 = 2 6 8

S S 号 = 1 0 6 5 5 1 2 0

出版日期 =