

Цифровая обработка изображений

Цифровое изображение

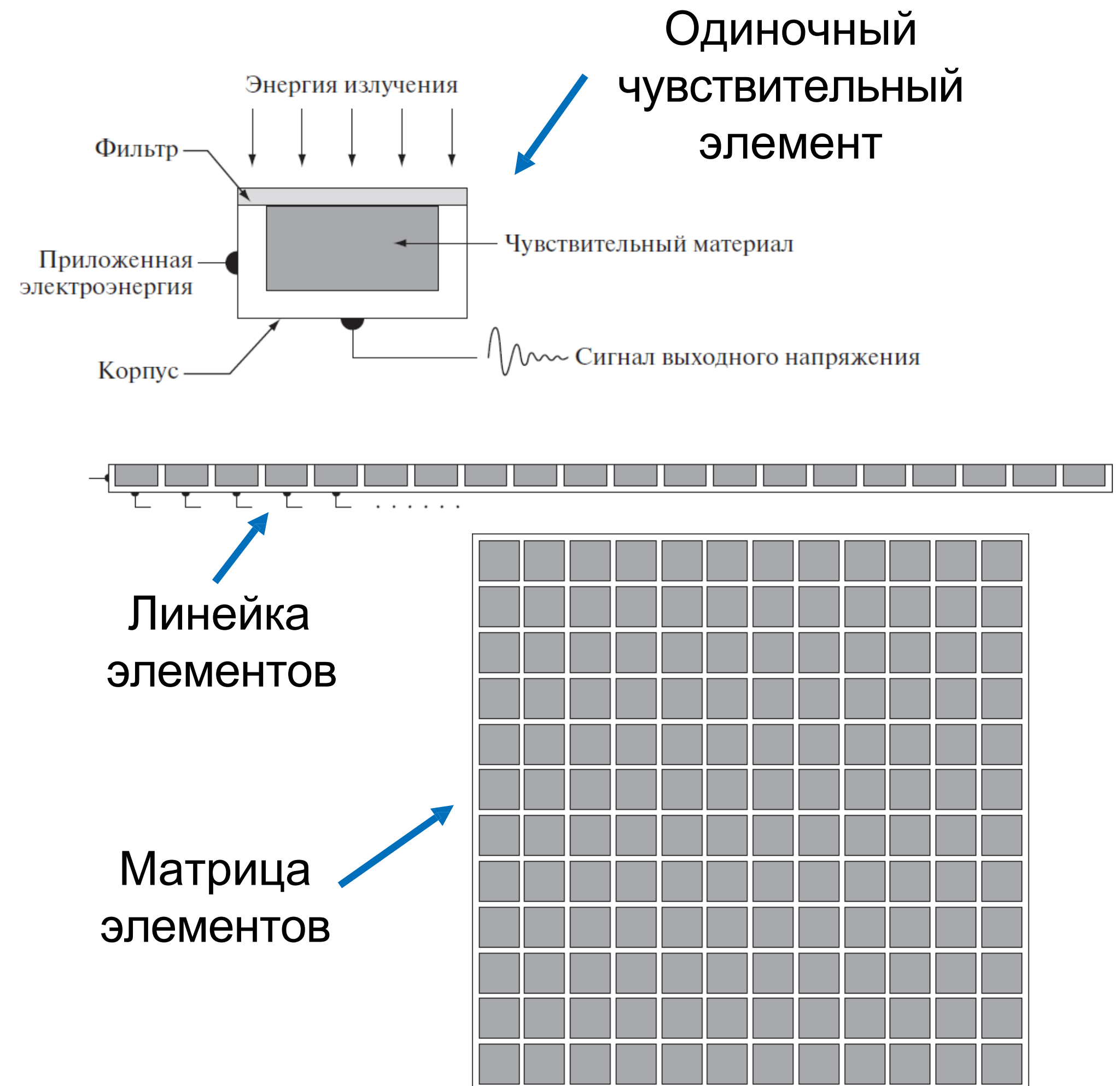
Считывание и регистрация

Изображение:

- 2-мерное отображение наблюдаемой сцены, возникающее как результат регистрации лучистой энергии, исходящей из наблюдаемой сцены, с помощью сенсора

Сигнал возникает:

- В результате взаимодействия источника освещения и элементов сцены
- В условиях эффектов отражения и поглощения энергии этого источника



Цифровое изображение

Регистрация с помощью одиночного сенсора

Пример:

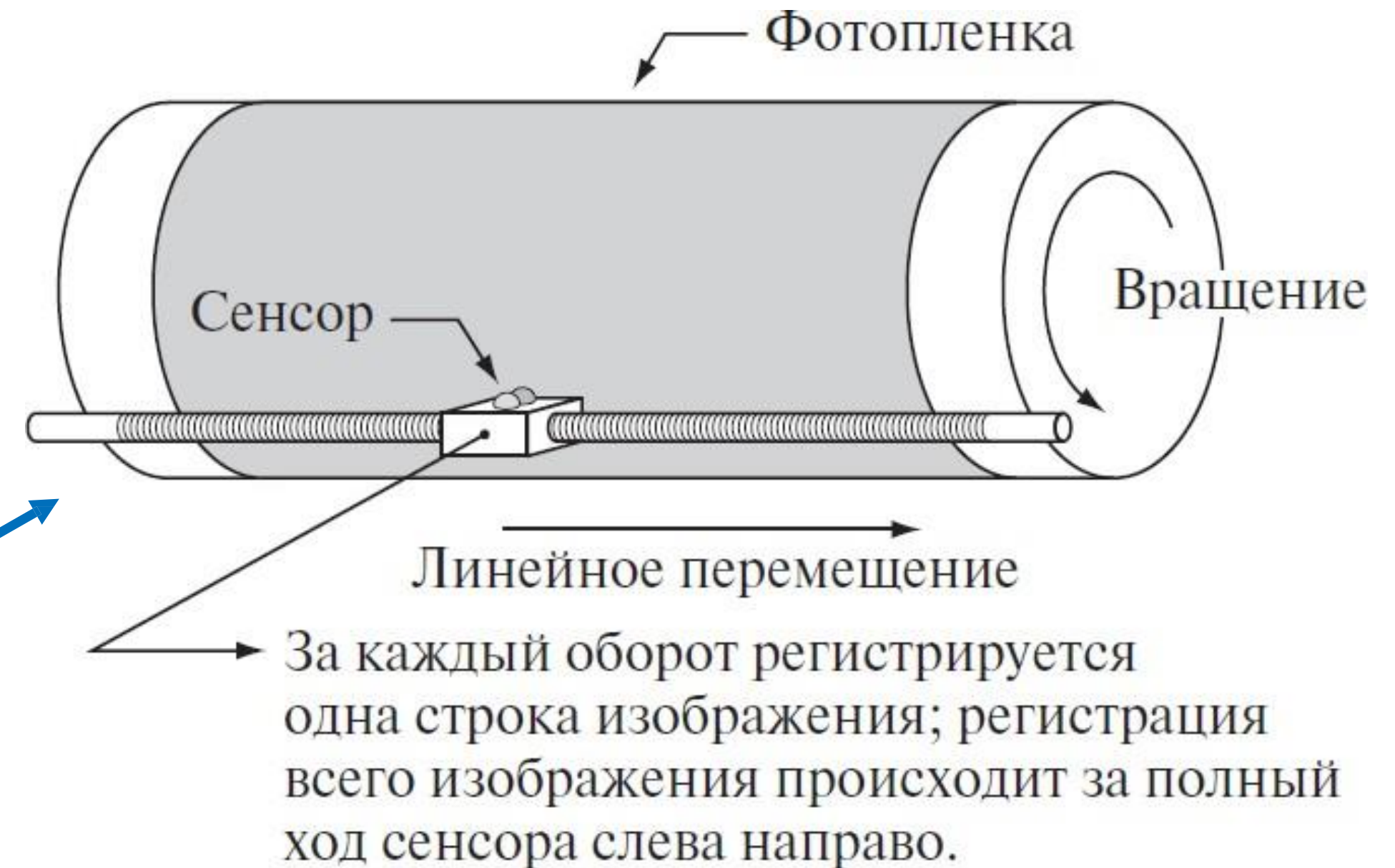
- Фотодиод ($U_{\text{вых}} \sim \text{освещенности}$)

Получение 2-мерного изображения:

- Перемещение сенсора в 2-х взаимно перпендикулярных направлениях относительно регистрируемой области

Конструкция прецизионного сканера:

- Пленочный негатив на барабане, вращение которого обеспечивает перемещение по 1-й оси
- Сенсор на ходовом винте \Leftrightarrow линейная подача в перпендикулярном направлении



Цифровое изображение

Регистрация с помощью линейки сенсоров

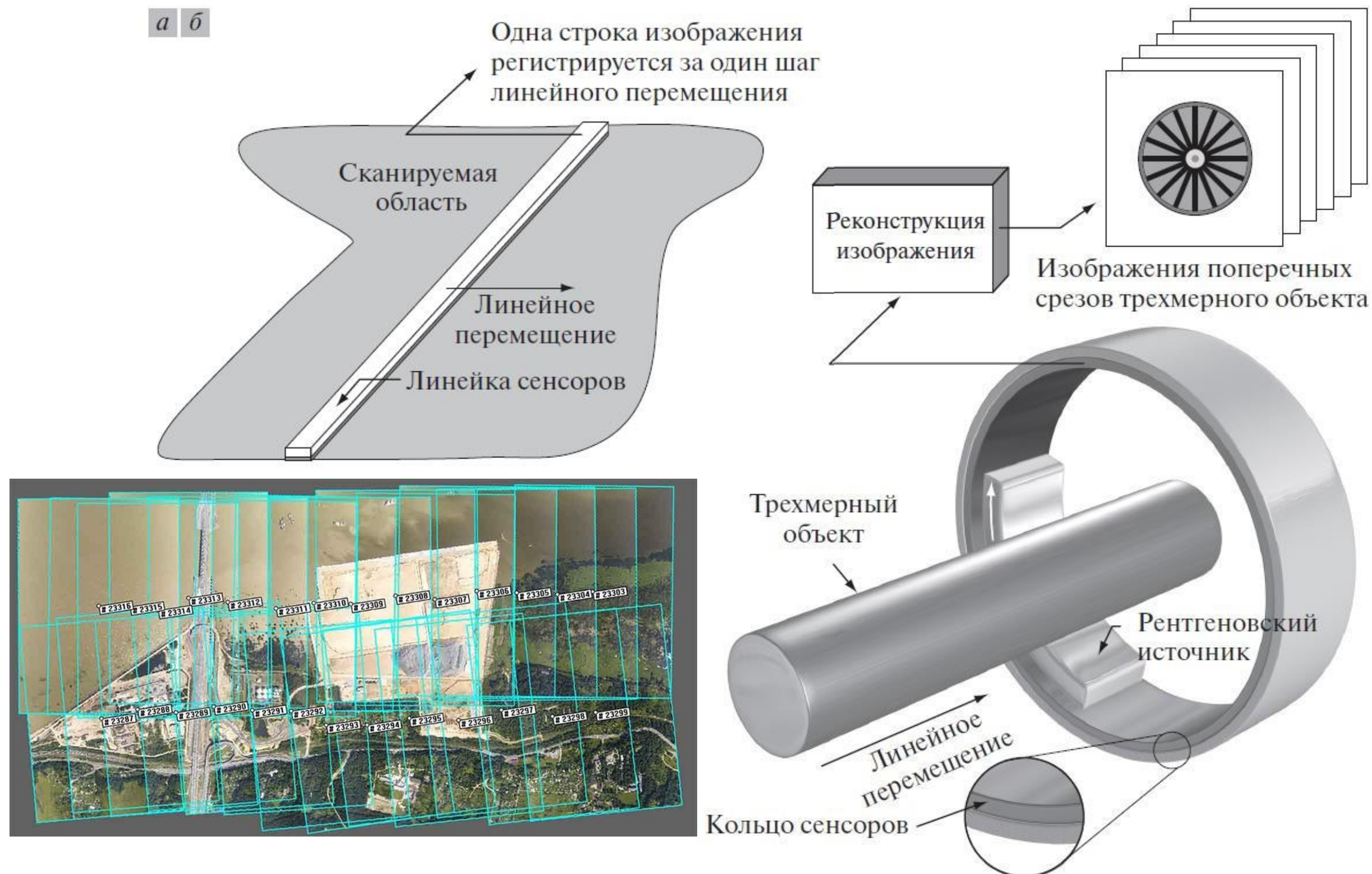
Конструкция планшетных сканеров:

- Перемещение линейки в перпендикулярном направлении \Leftrightarrow получение всех строк изображения

Кольцеобразные наборы сенсоров:

- Получение изображений поперечного сечения 3-мерных объектов

Выходные сигналы сенсоров подлежат обработке с помощью алгоритмов реконструкции

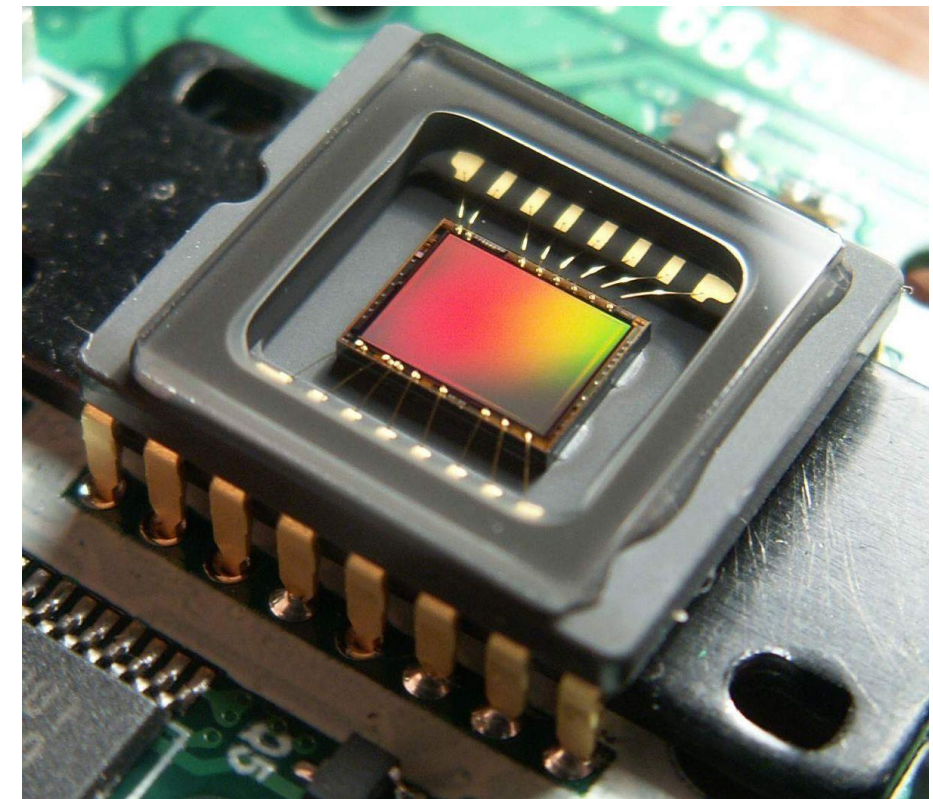
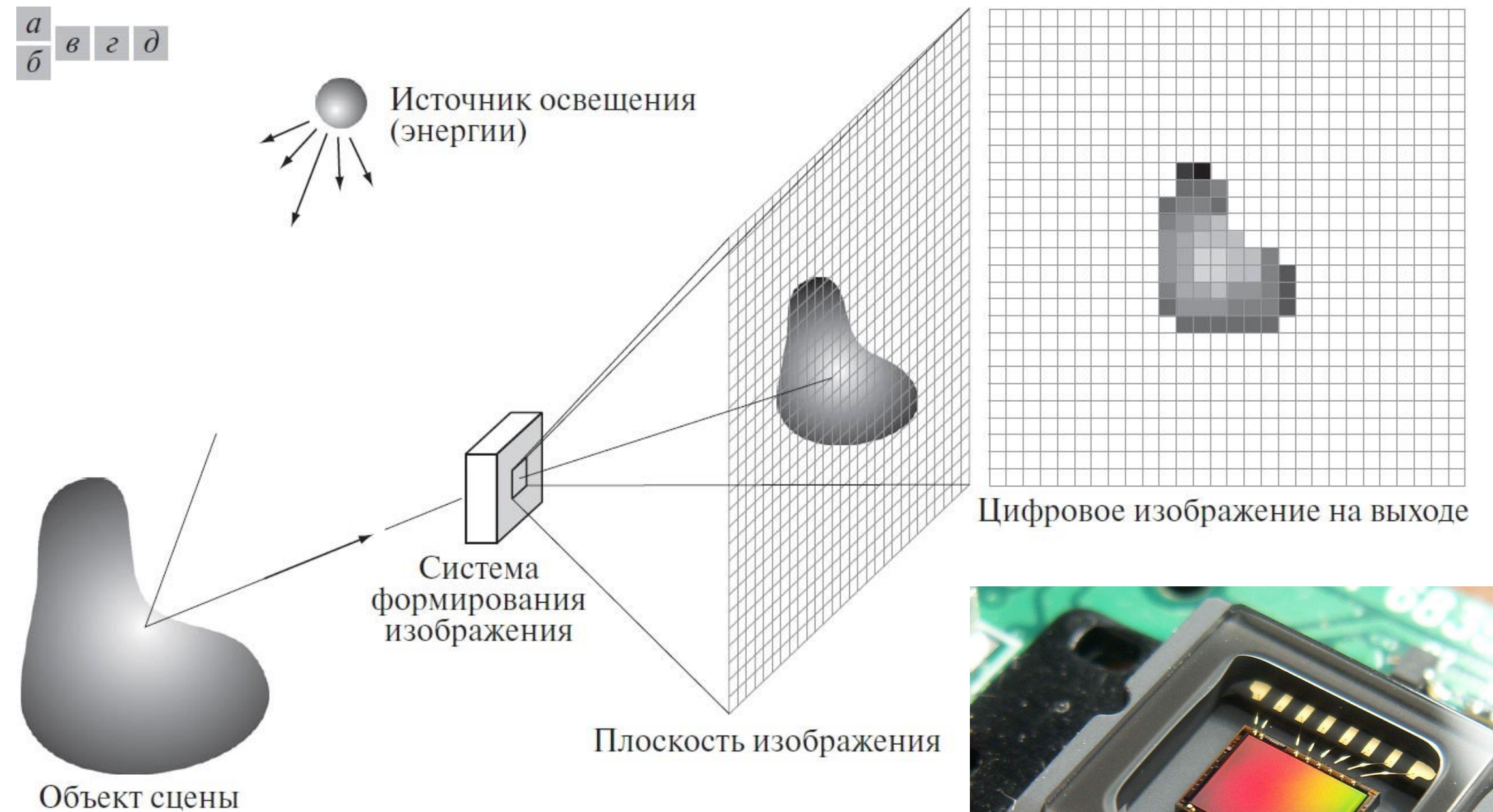


Цифровое изображение

Регистрация с помощью матрицы сенсоров

Пример:

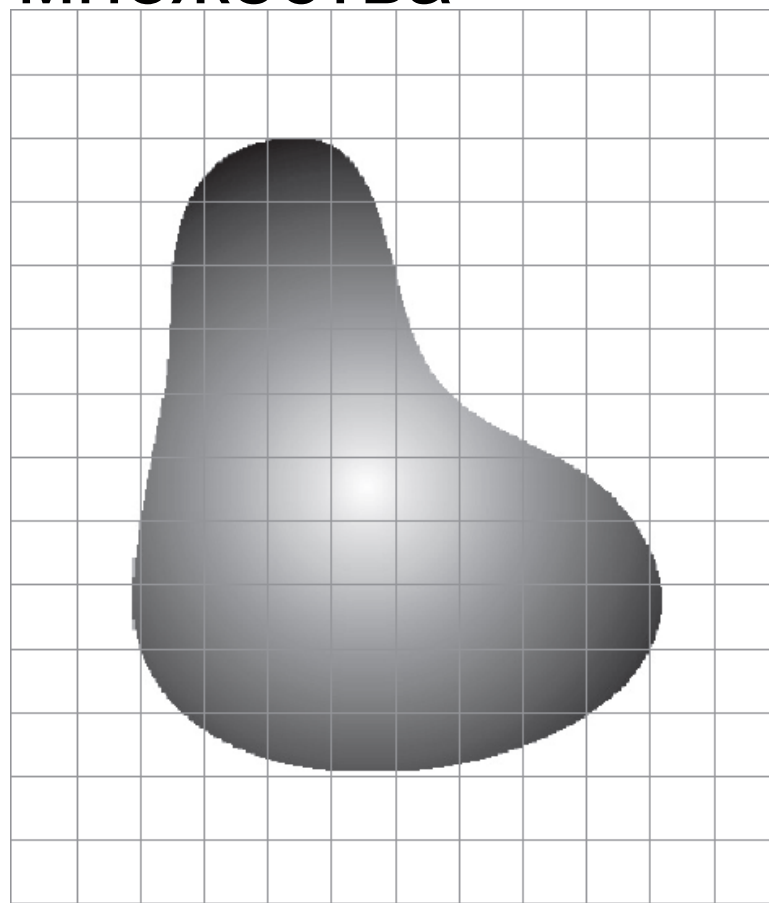
- Цифровые камеры, типичный чувствительный элемент – матрица на основе ПЗС
- Отклик каждого сенсора пропорционален интегралу световой энергии, попадающей на его поверхность за время экспозиции
- > время экспозиции => низкий уровень шума



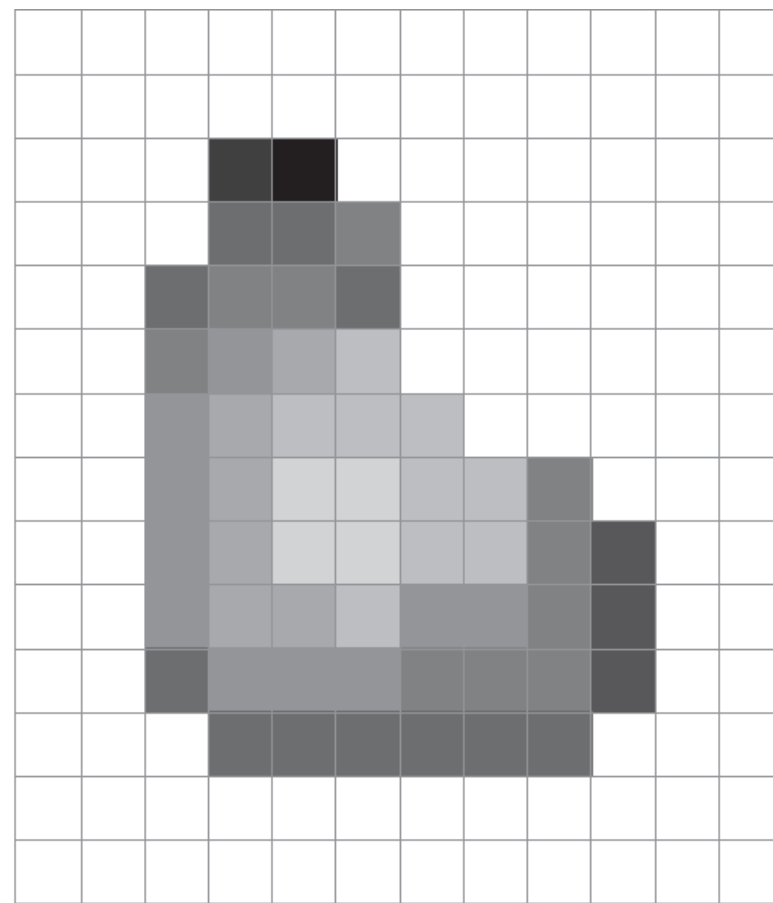
Дискретизация и квантование

Основные понятия

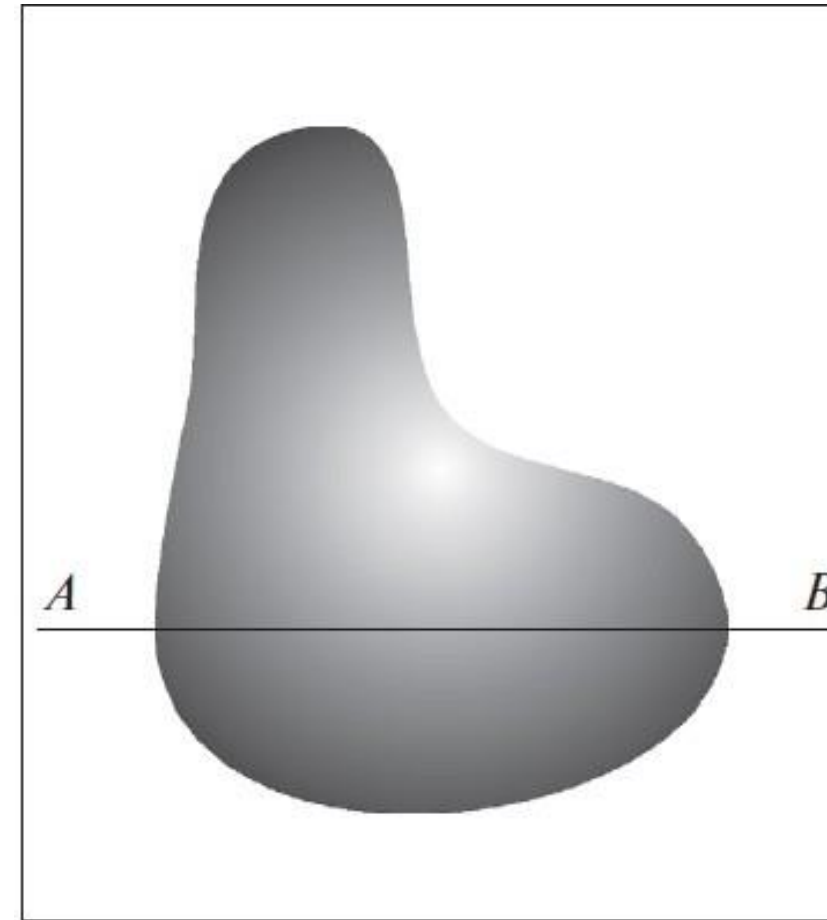
- Дискретизация – представление координат в виде конечного множества отсчетов
- Квантование – представление амплитуды значениями из конечного множества



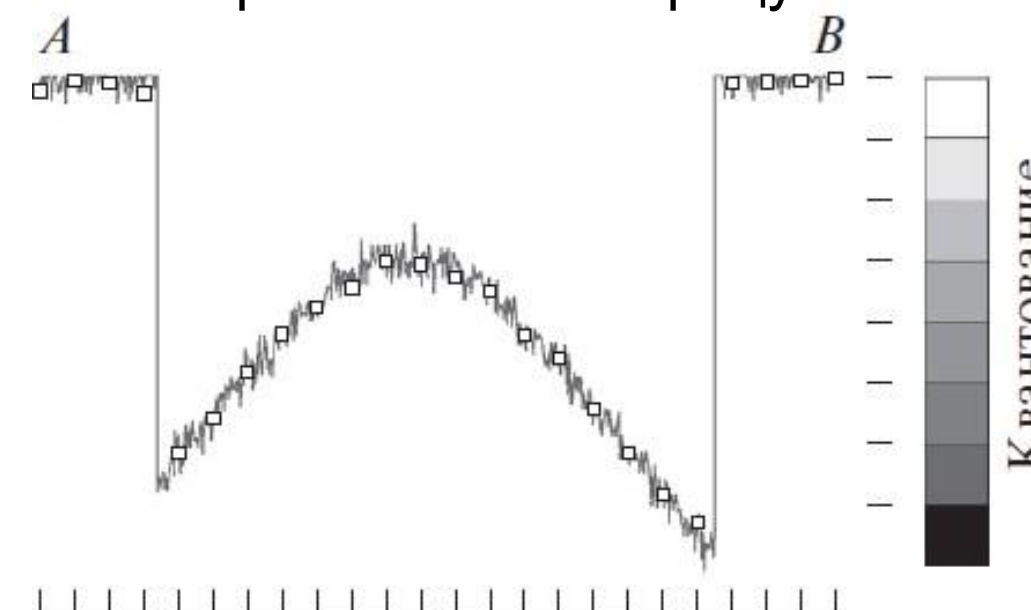
Проекция непрерывного изображения на матрицу



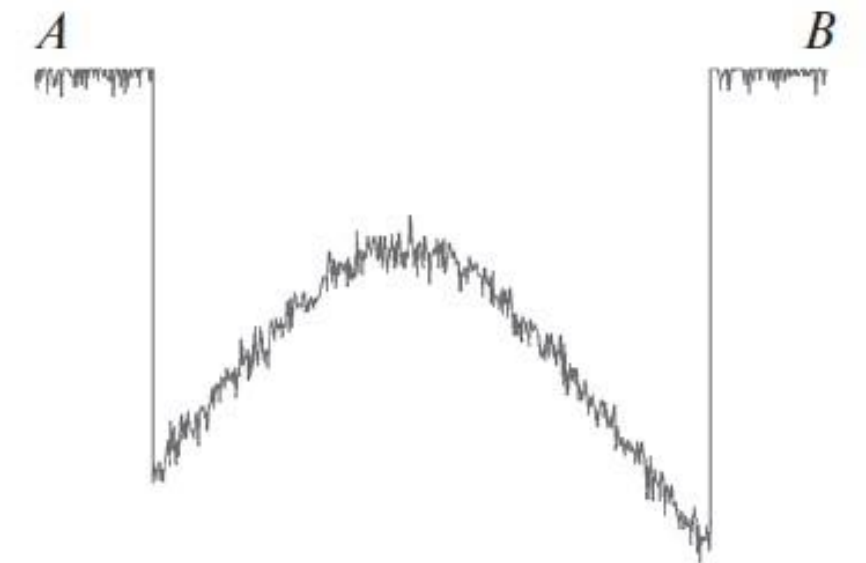
Результат дискретизации и квантования



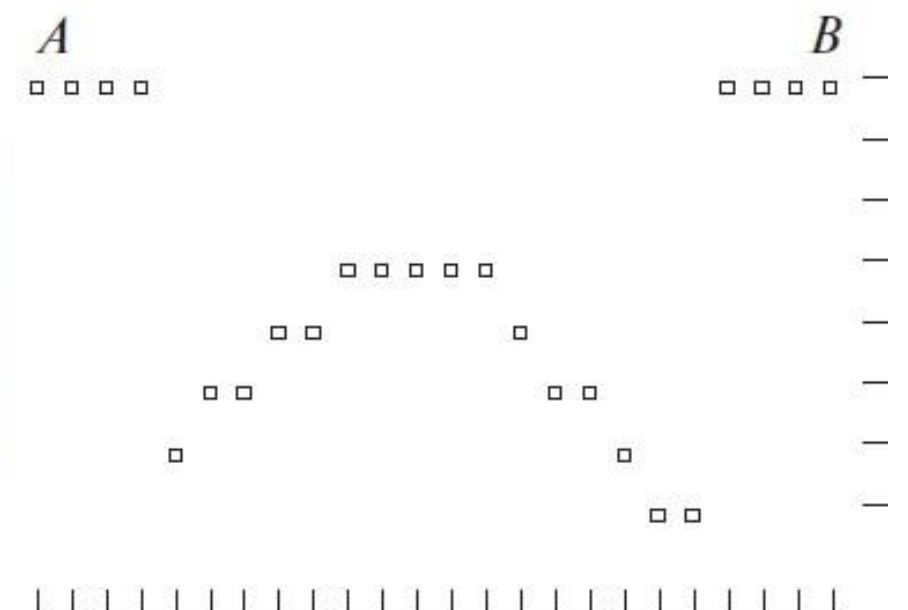
Проекция непрерывного изображения на матрицу



Дискретизация
Дискретизация и квантование



Профиль вдоль линии сканирования



Цифровое представление строки изображения

Дискретизация и квантование

Представление изображения

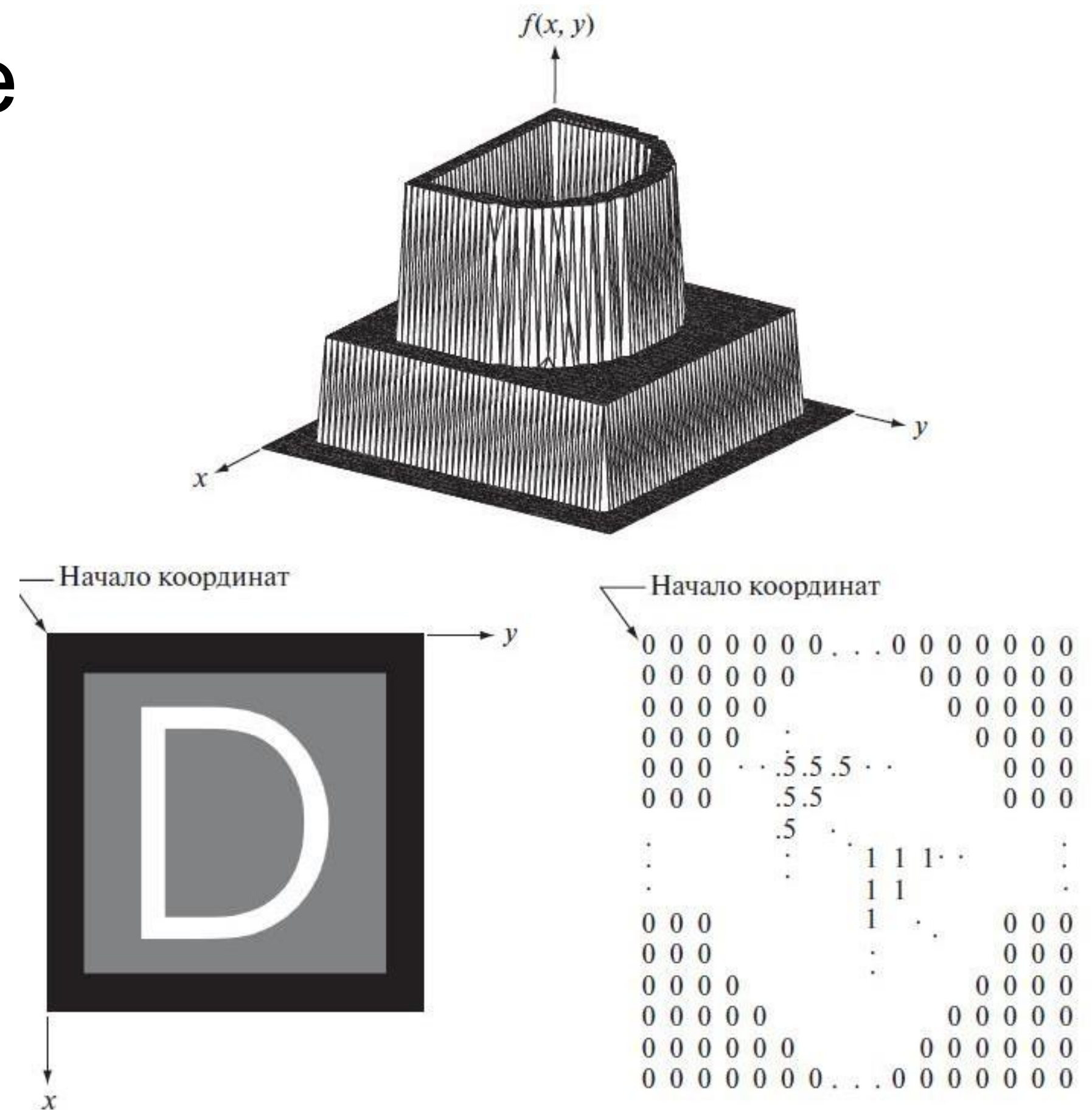
Способы представления:

- Работа с множествами полутонов (x, y, z)
- Графическое представление $f(x, y)$
- Численное представление матрицы $f(x, y)$

Работа с матрицей $f(x, y)$:

- Вычисления / алгоритмы – отображение шкалы яркостей L на интервал $[0, 1]$
- Хранение и визуализация – обратное масштабирование на интервал целых значений $[0, L-1]$

Контраст – разность между максимальным и минимальным уровнями яркости изображения



$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}.$$

Дискретизация и квантование

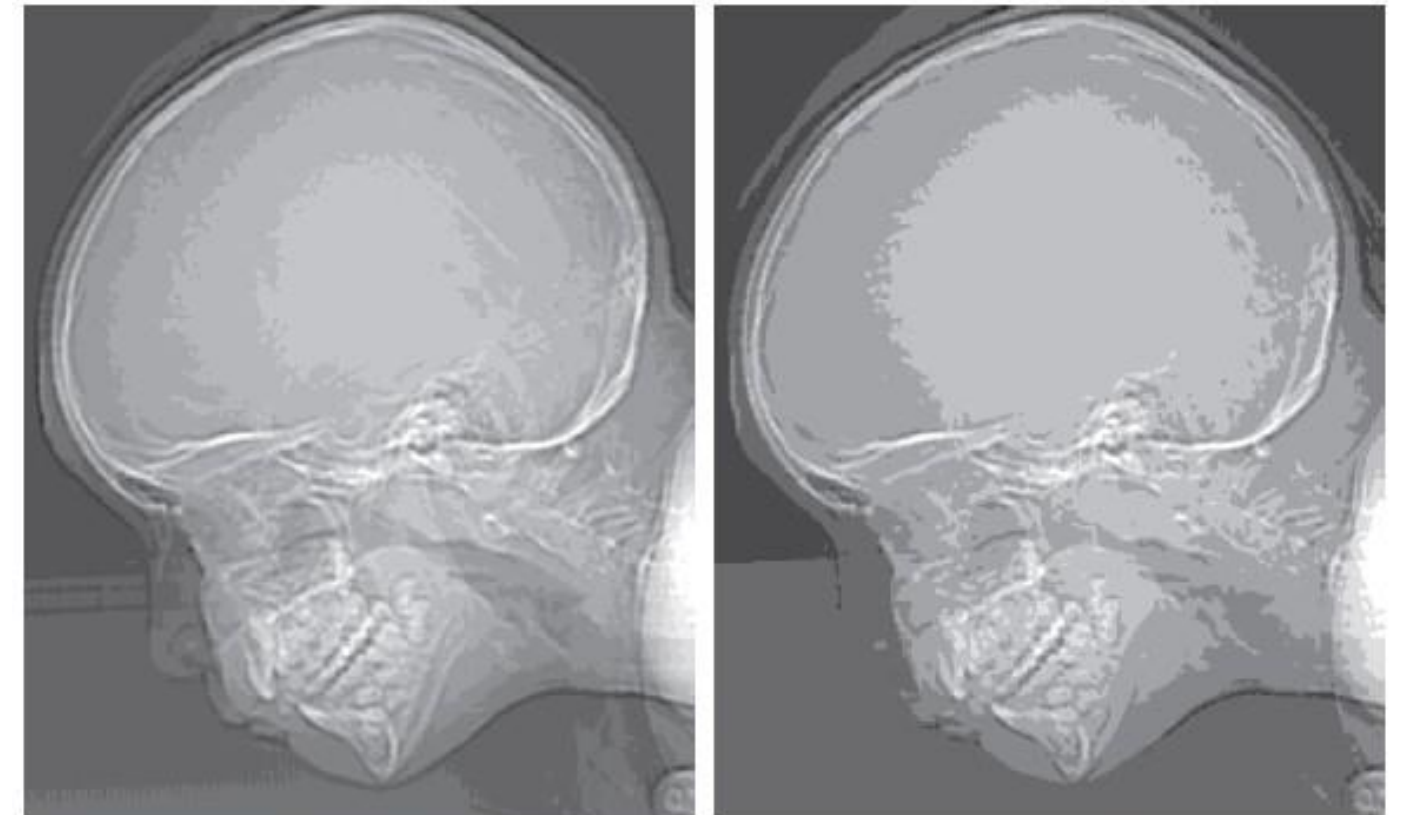
Пространственное и яркостное разрешение



Уменьшение
пространственного
разрешения: 1250 dpi,
300dpi, 150 dpi, 72 dpi



Уменьшение
яркостного
разрешения: 16, 8, 4, 2
градации яркости



Дискретизация и квантование

Интерполяция цифрового изображения

Интерполяция:

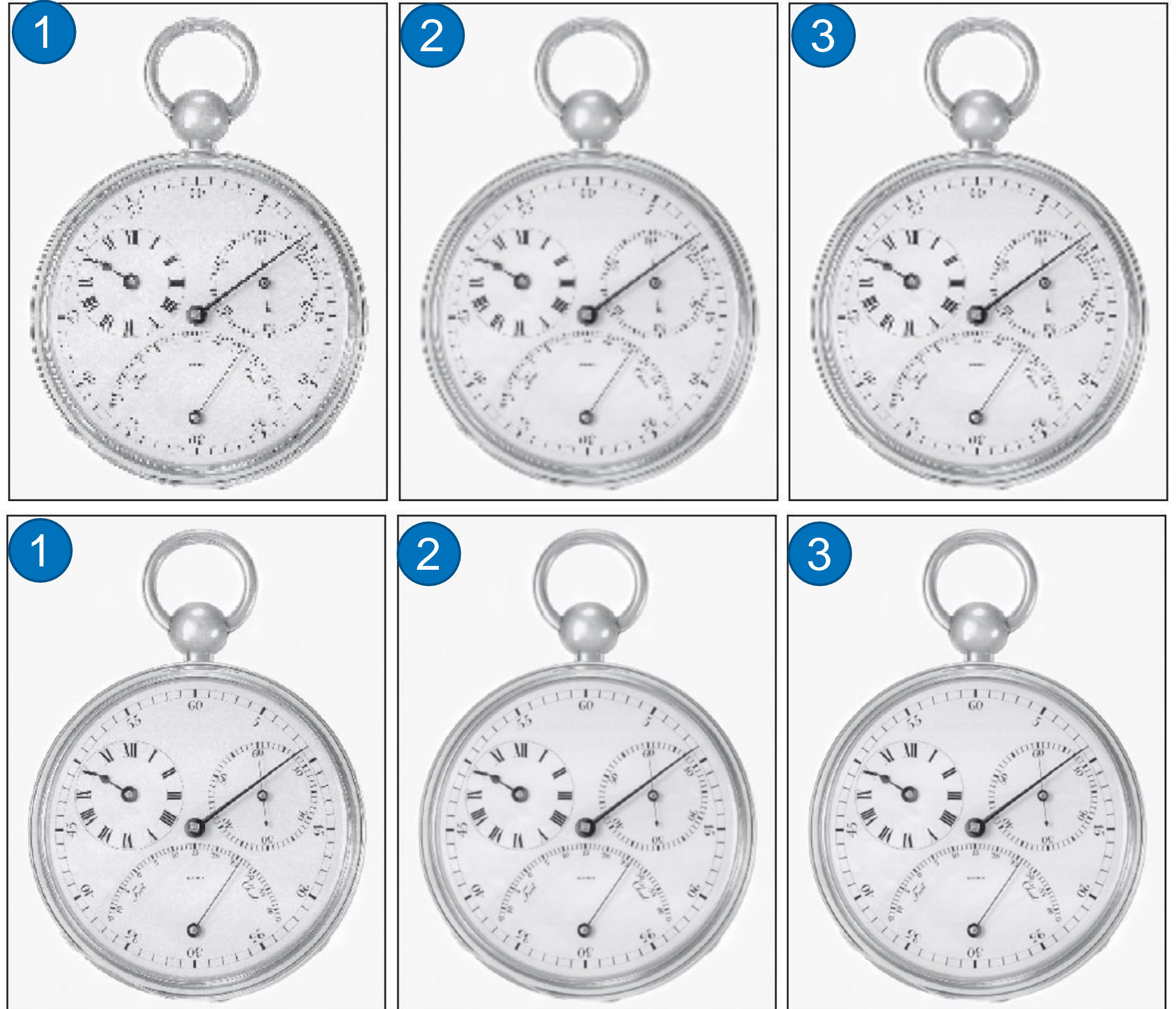
- Процесс, при котором имеющиеся данные используются для оценки значений в неизвестных точках

Виды интерполяции

1 По ближайшему соседу

2 Билинейная $v(x, y) = ax + by + cxy + d$,

3 Бикубическая $v(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j$,

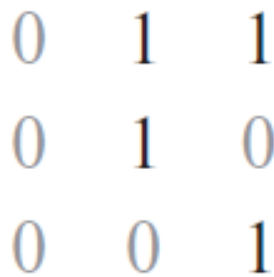


Отношения между пикселями

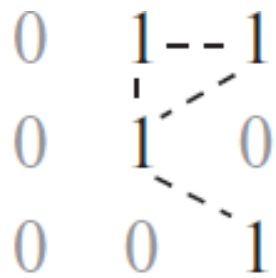
Соседи, смежность, связность, область и границы

- Соседи $(x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1)$.
- $N_4(p)$ – 4 соседа по вертикали и горизонтали
 - $N_D(p)$ – 4 соседа по диагонали
 $(x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1)$

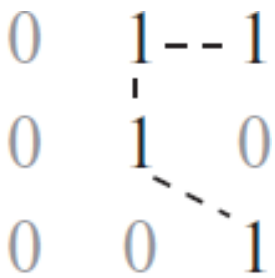
Конфигурация пикселей



Элементы 8-смежные между собой

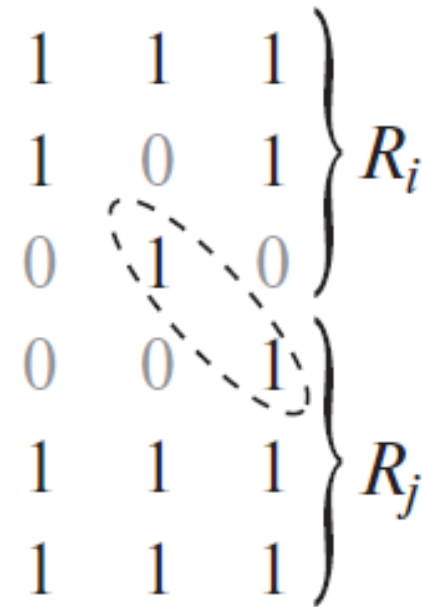


Отношения m-смежности

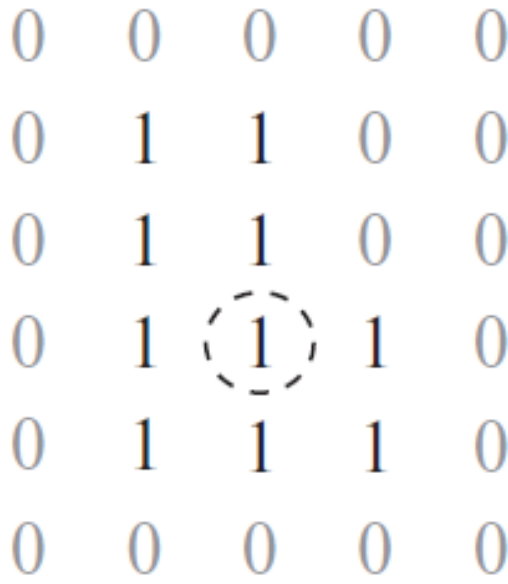


Смежность – для бинарного изображения – соседние пиксели с единичной яркостью

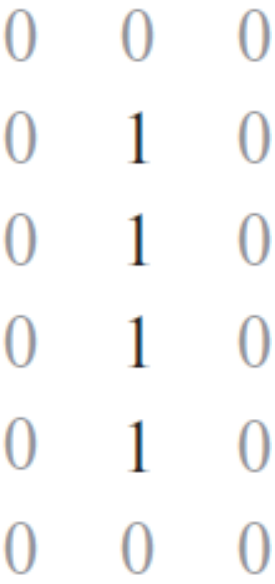
Граница области – замкнутый контур – множество точек области, у которых один или более соседей принадлежат фону



Две области, являющиеся 8-смежными



Элемент в кружке – часть границы



Внешняя граница области образует замкнутый путь

Отношения между пикселями

Меры расстояния

Функция расстояния (метрика):

- а) $D(p, q) \geq 0$, причем $D(p, q) = 0$ тогда и только тогда, когда $p = q$,
- б) $D(p, q) = D(q, p)$,
- в) $D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$.

Евклидово расстояние (метрика L2): $D_e(p, q) = \left[(x - s)^2 + (y - t)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

Расстояние D_4 (метрика L1): $D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$

Расстояние D_8 : $D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$.

			2	
		2	1	2
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		
2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

Математический аппарат

Поэлементные и матричные операции

Пример:

два изображения 2x2

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ И } \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}.$$

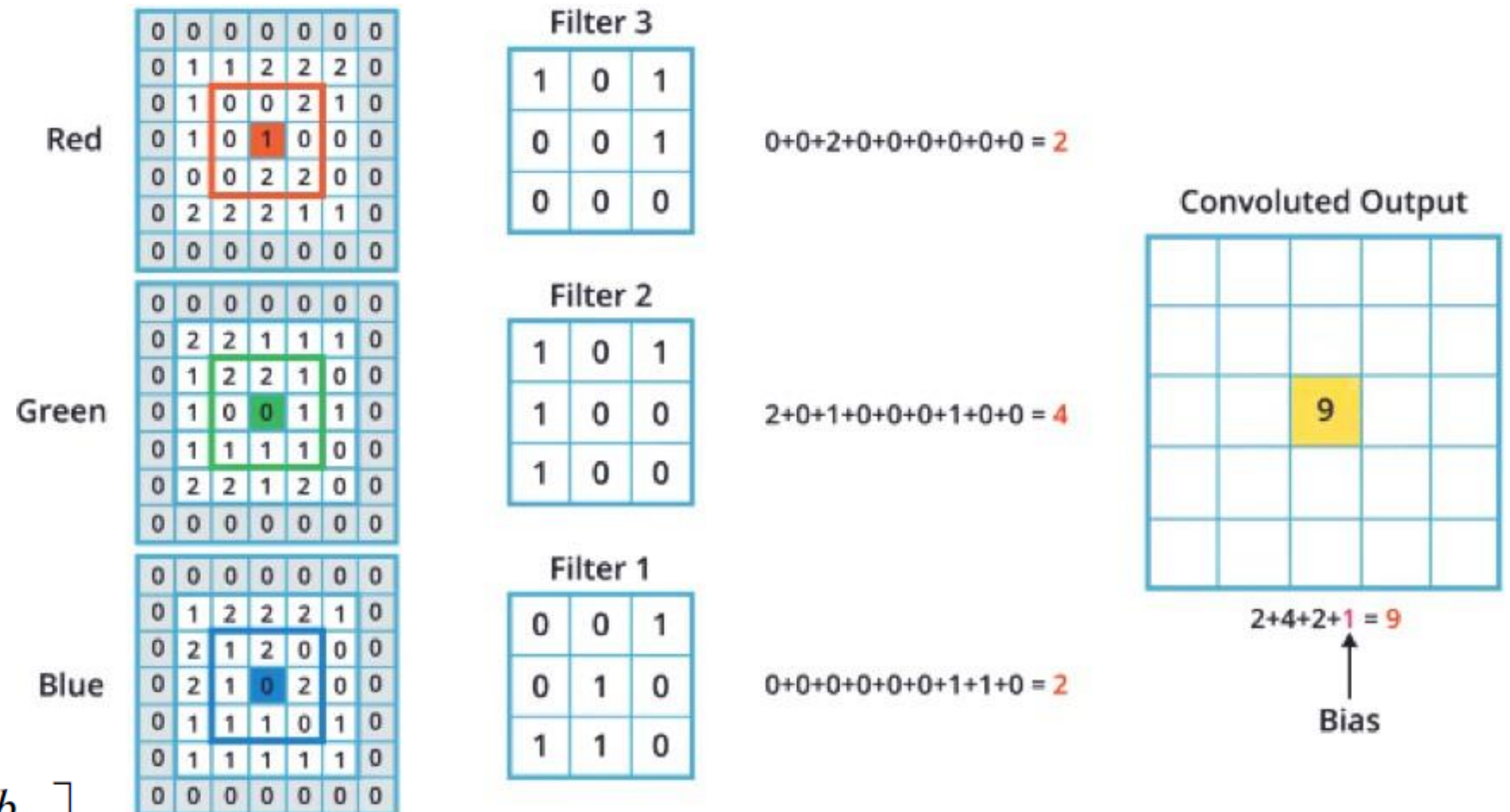
Поэлементное
произведение

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Матричное
произведение

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Использование матричных операций в свертке



Математический аппарат

Линейные и нелинейные преобразования

Оператор: $H[f(x, y)] = g(x, y)$

Критерий линейности: $H[a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] = a_i H[f_i(x, y)] + a_j H[f_j(x, y)] = a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y),$

Свойства:

- Аддитивность
- Однородность

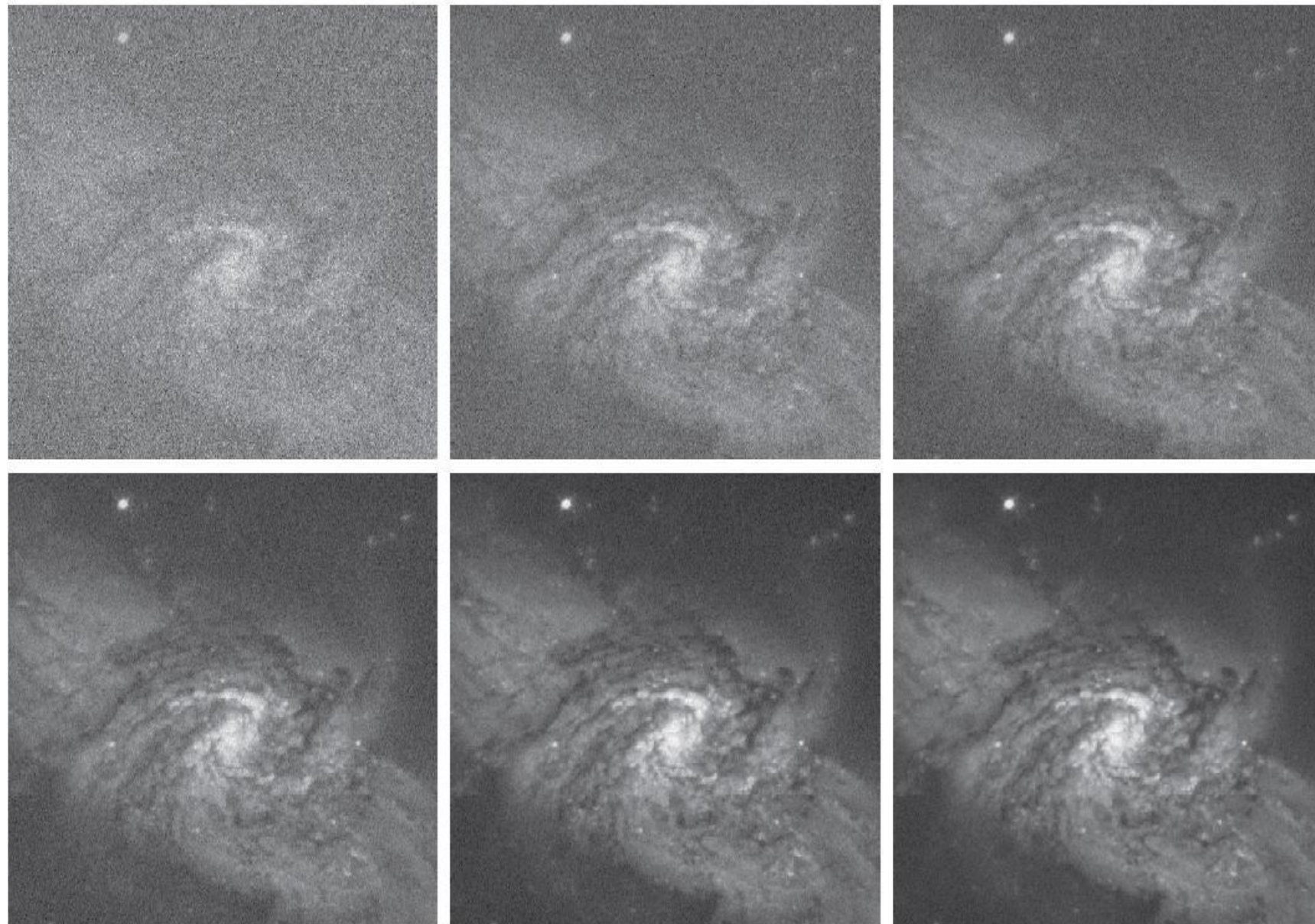
Пример линейного оператора $\text{sum}()$:
$$\begin{aligned} \sum[a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] &= \sum a_i f_i(x, y) + \sum a_j f_j(x, y) = \\ &= a_i \sum f_i(x, y) + a_j \sum f_j(x, y) = a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y), \end{aligned}$$

Пример нелинейного оператора $\text{max}()$:
$$\begin{aligned} \max \left\{ (1) \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} &= \max \left\{ \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \right\} = -2. \\ (1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right\} + (-1) \max \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} &= 3 + (-1)7 = -4. \end{aligned}$$

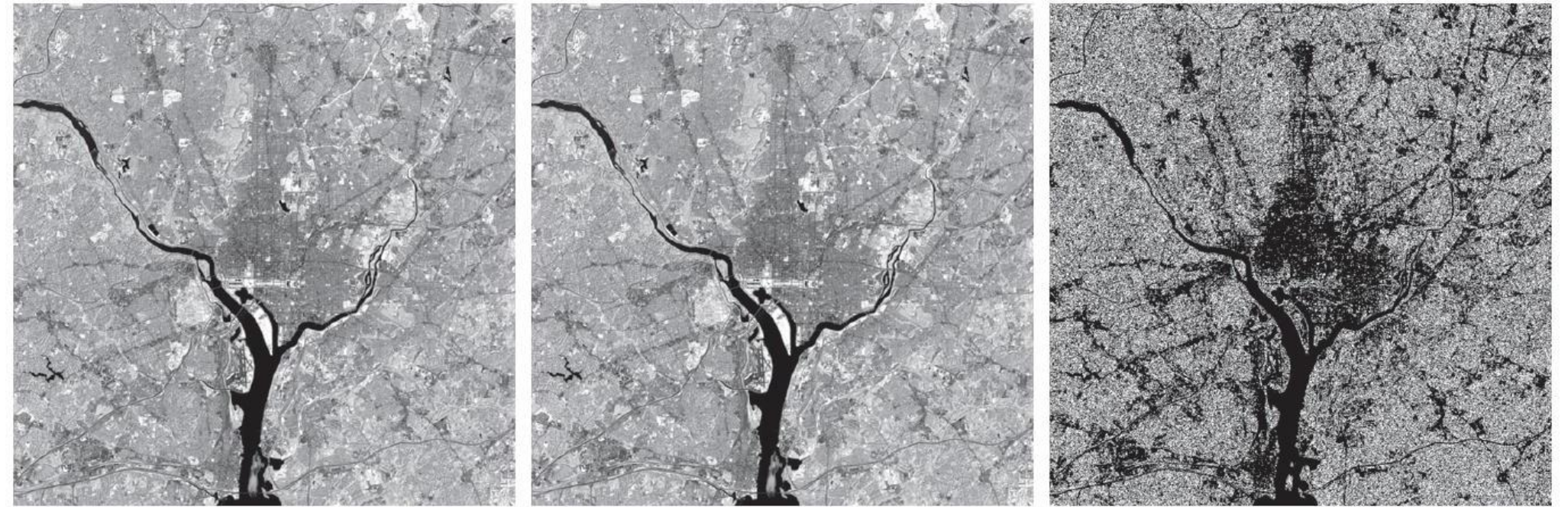
Математический аппарат

Арифметические операции

Результаты усреднения 5, 10, 20, 50 и 100
зашумленных изображений



Результат разности изображений 1 и 2



Применение маски путем перемножения



Математический аппарат

Пространственные операции

Название преобразования	Аффинная матрица T	Преобразование координат	Пример
Тождественное преобразование	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v \\ y &= w \end{aligned}$	
Изменение масштаба	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= c_x v \\ y &= c_y w \end{aligned}$	
Поворот	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v\cos\theta - w\sin\theta \\ y &= v\sin\theta + w\cos\theta \end{aligned}$	
Параллельный перенос (сдвиг)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v + t_x \\ y &= w + t_y \end{aligned}$	
Вертикальный скос	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v + s_v w \\ y &= w \end{aligned}$	
Горизонтальный скос	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} x &= v \\ y &= s_h v + w \end{aligned}$	

← Аффинное преобразование

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \mathbf{T} = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}.$$

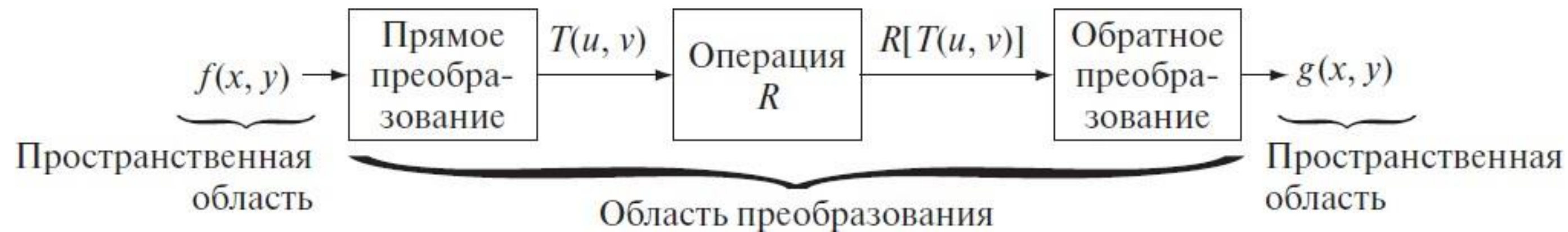
Результат поворота на 21°:
Разные виды интерполяции



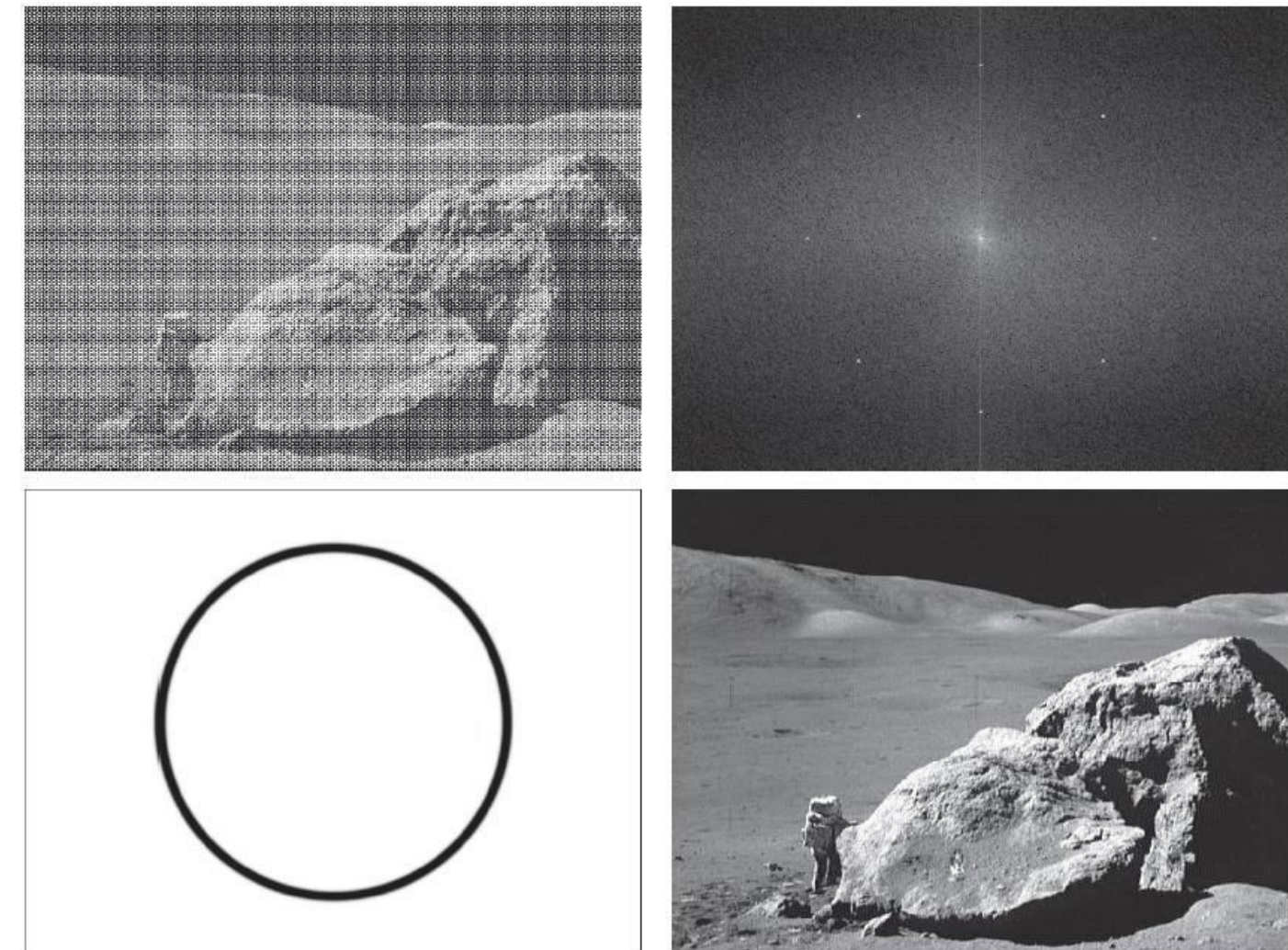
Математический аппарат

Преобразования изображений

Общий подход к обработке в области линейных преобразований



Устранение синусоидальных помех в частотной области

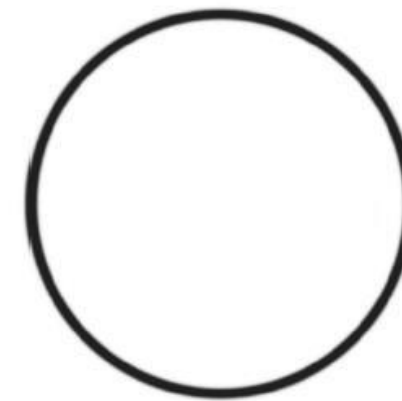


Общий вид класса двумерных линейных преобразований:

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) r(x, y, u, v),$$

где $f(x, y)$ – исходное изображение,

$r(x, y, u, v)$ – ядро прямого преобразования



Математический аппарат

Вероятностные методы

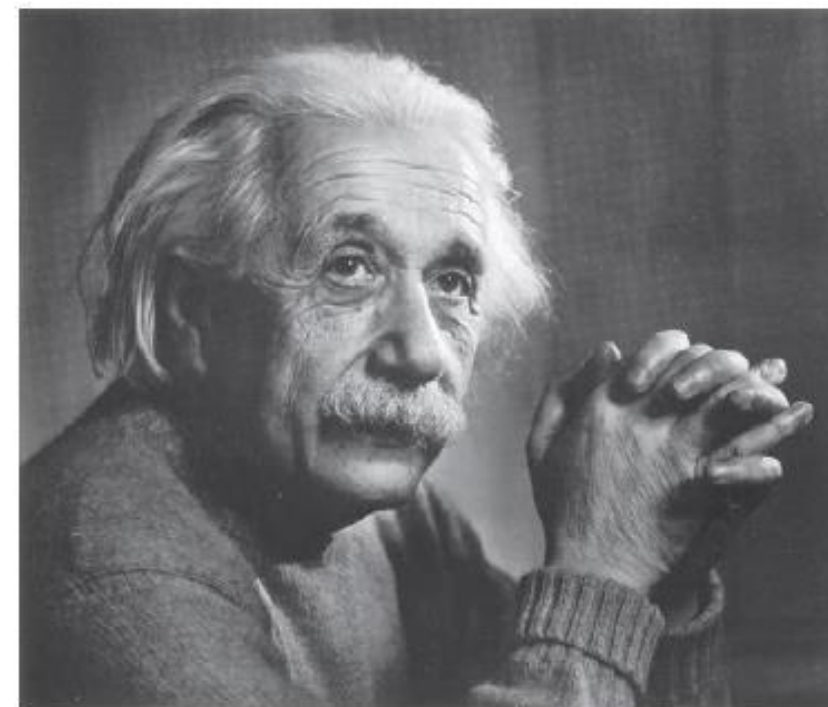
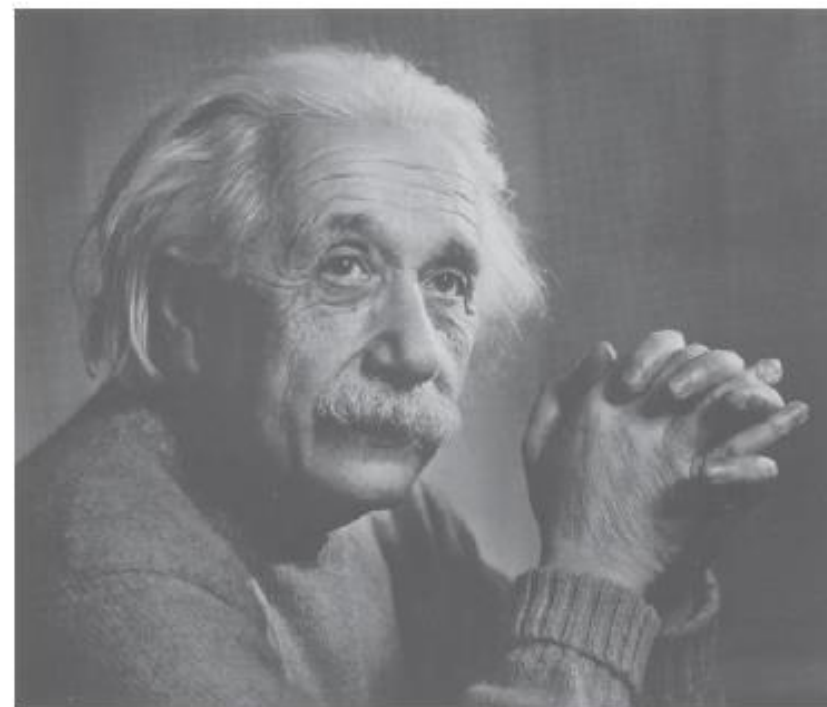
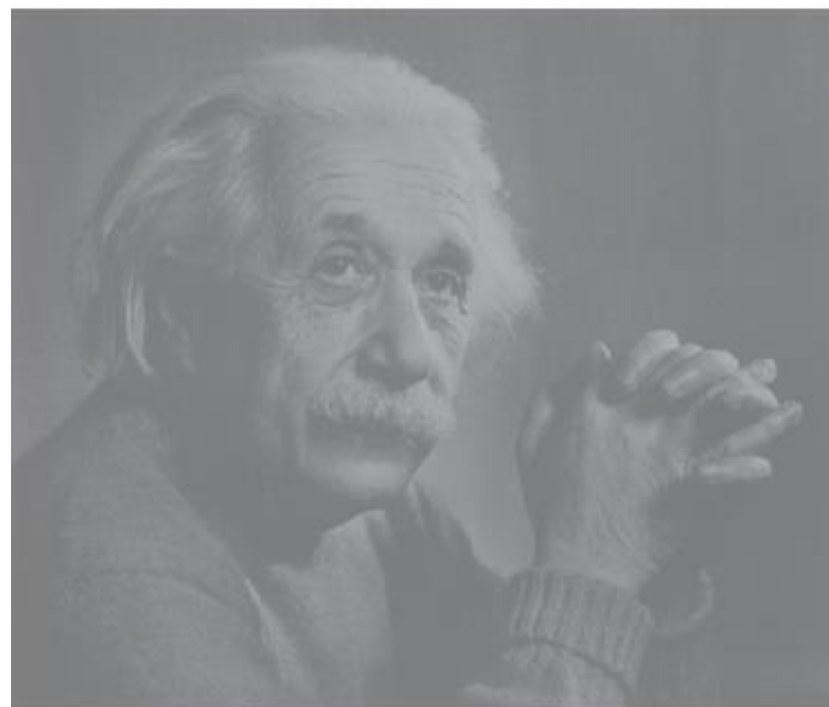
Вероятностные параметры:

- Вероятность встретить уровень яркости z_k : $p(z_k) = \frac{n_k}{MN}$, $\sum_{k=0}^{L-1} p(z_k) = 1$.

- Среднее значение яркости: $m = \sum_{k=0}^{L-1} z_k p(z_k)$.

- Дисперсия яркости: $\sigma^2 = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^2 p(z_k)$.

Изменение контраста изображения с ростом значения дисперсии яркости



Обработка в пространственной области

Введение

Классы пространственной обработки:

- Яркостные преобразования – оперируют отдельными пикселями с целью управления контрастом и пороговыми операциями над изображением
- Пространственная фильтрация – оперирует над окрестностью каждой точки изображения с целью повышения резкости и выделения границ

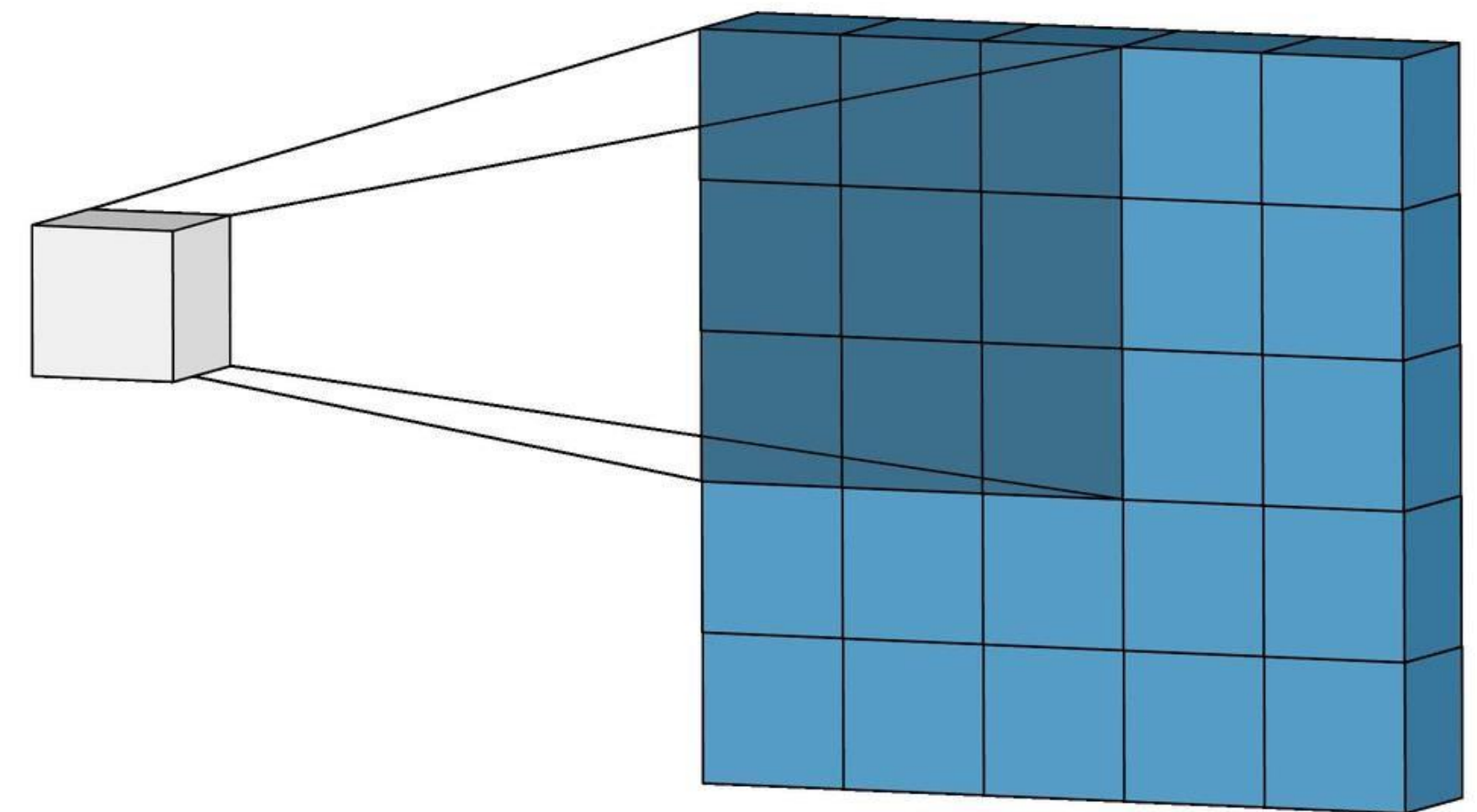


Яркостные преобразования

Основы пространственной фильтрации

Окрестность 3×3 вокруг точки (x, y) – ядро фильтра

Иллюстрация процесса свертки



Яркостные преобразования

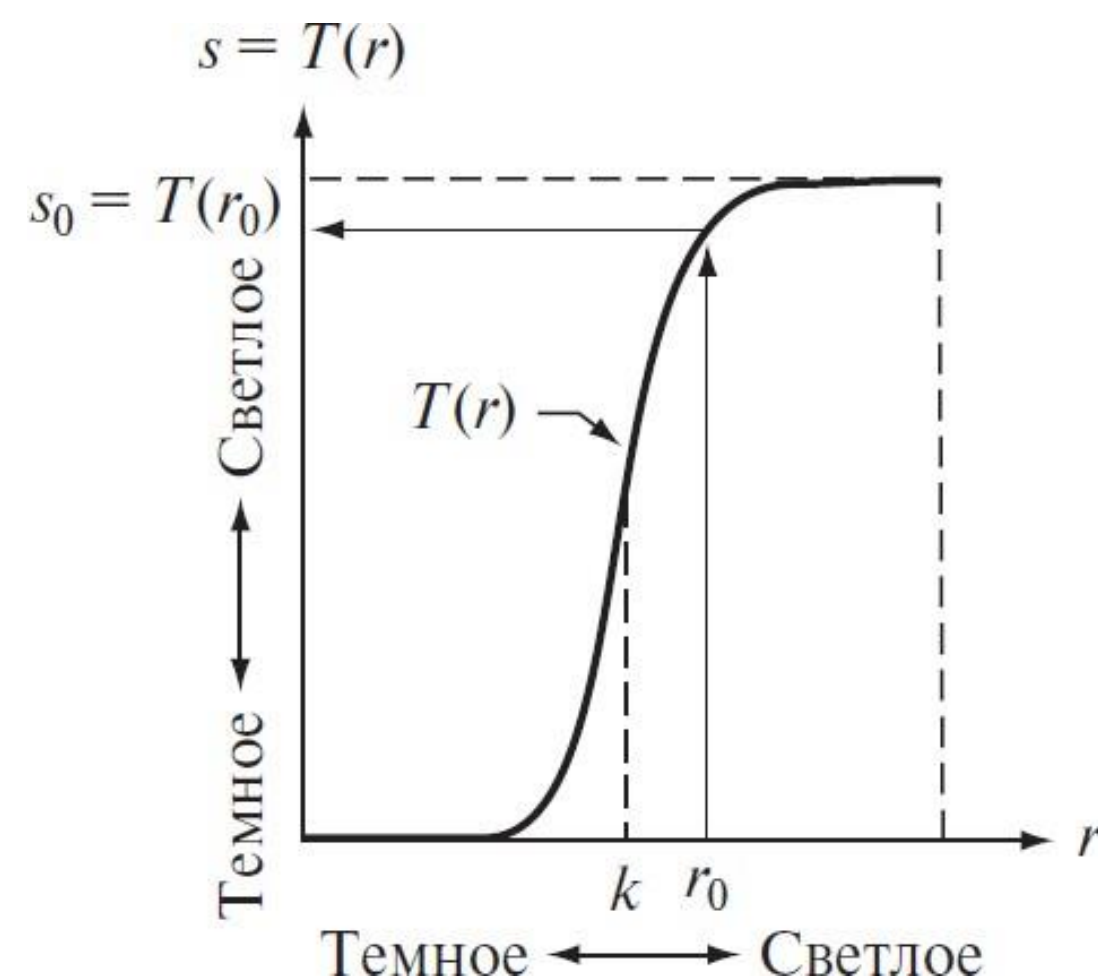
Виды

Предельный случай преобразования: $g(x, y) = T[f(x, y)]$,

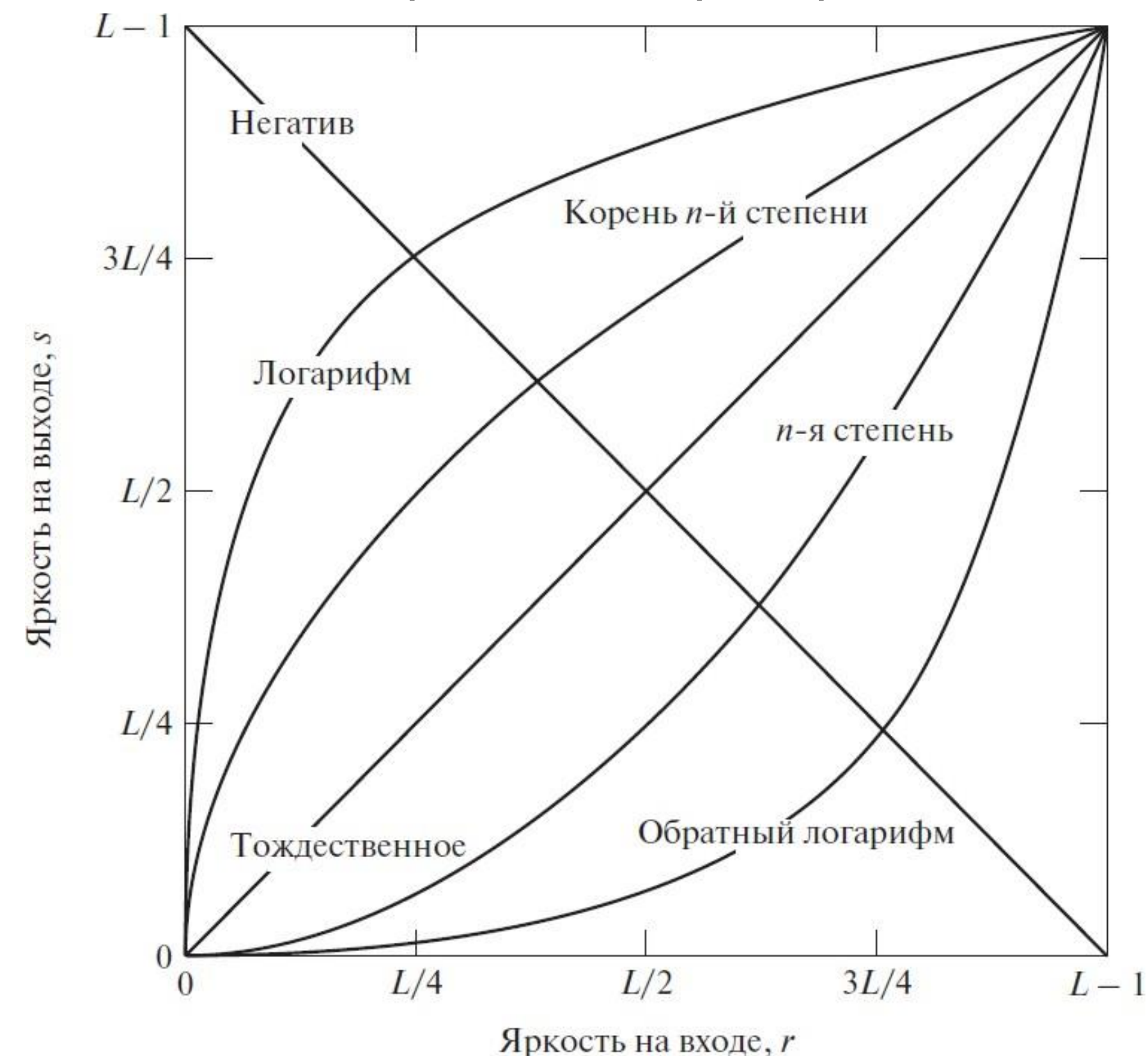
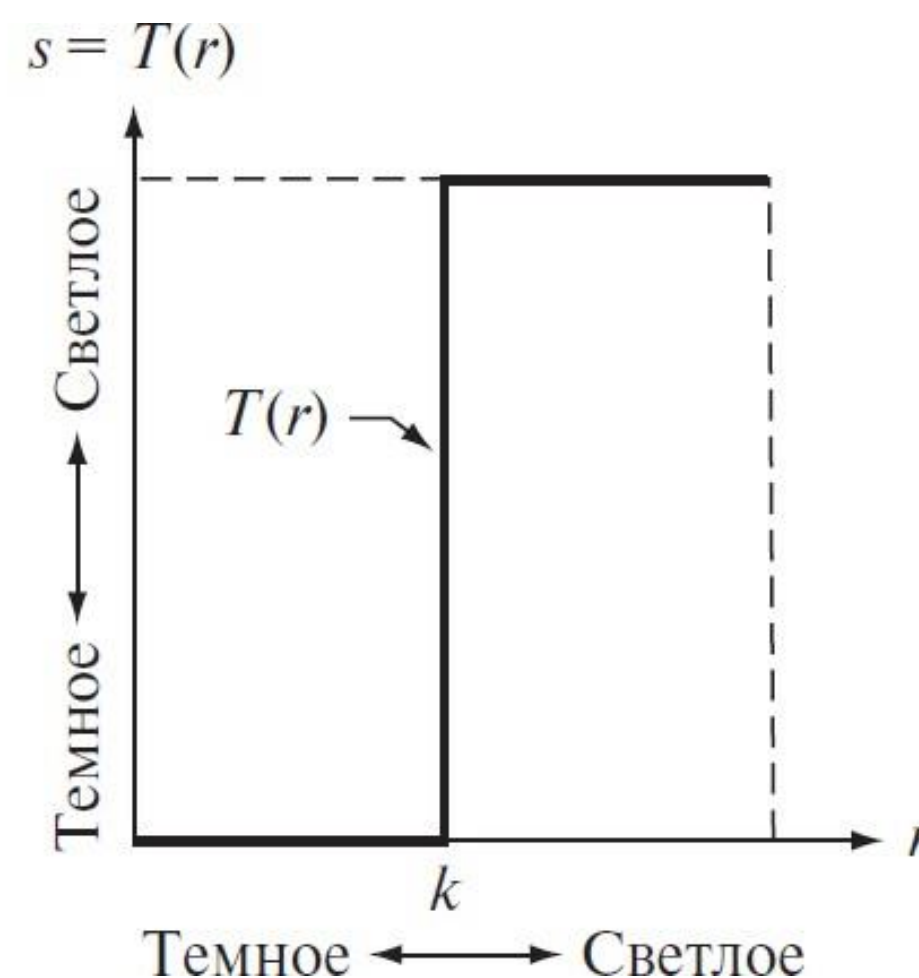
- Ядро преобразования $1 \times 1 \Leftrightarrow$ оператор $T()$ реализует градационное (яркостное) преобразование

Виды яркостного преобразования

Повышение контраста



Бинаризация



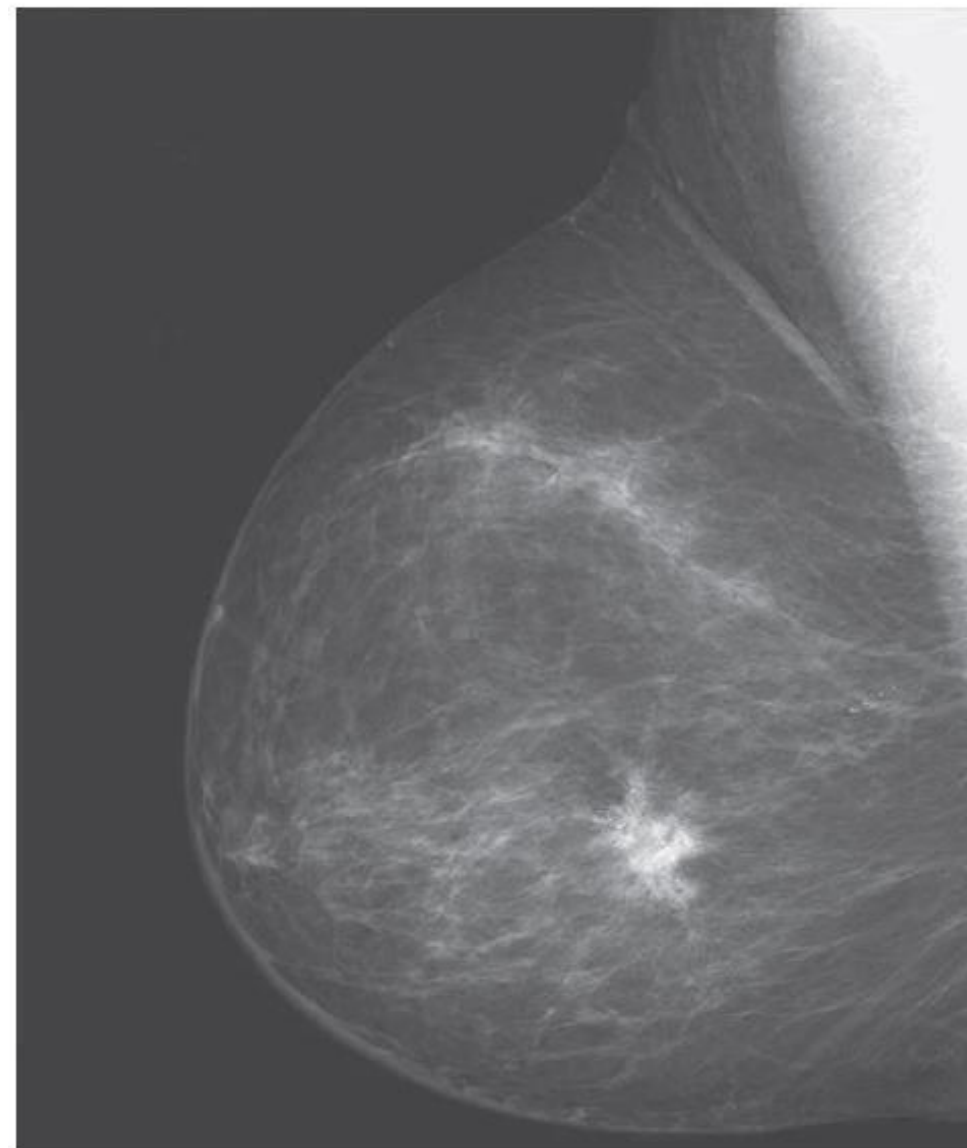
Яркостные преобразования

Преобразование в негатив

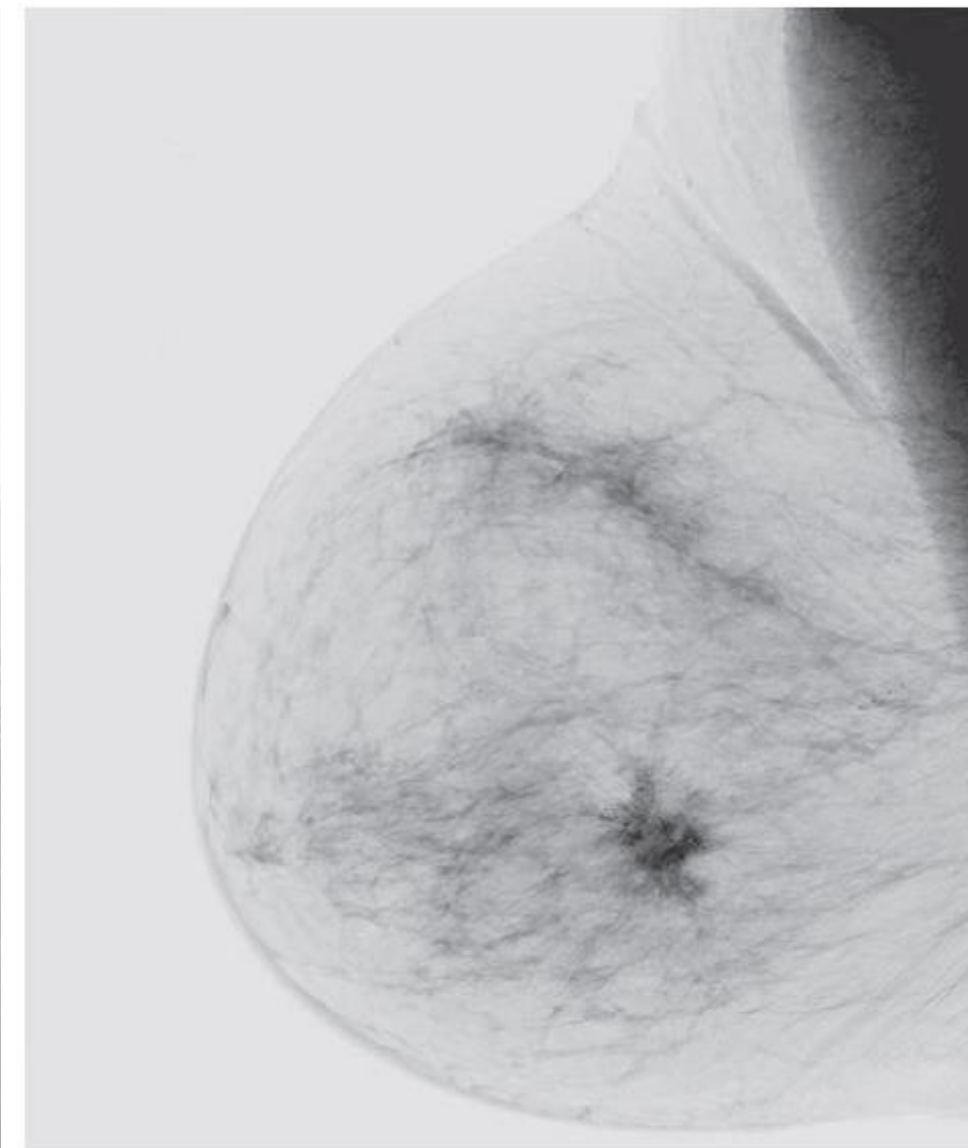
Пусть исходное изображение обладает диапазоном яркости $[0, L - 1]$

Преобразование изображения в негатив: $s = L - 1 - r$.

Исходный вид
цифровой
маммограммы



Негативное
изображение
маммограммы



Яркостные преобразования

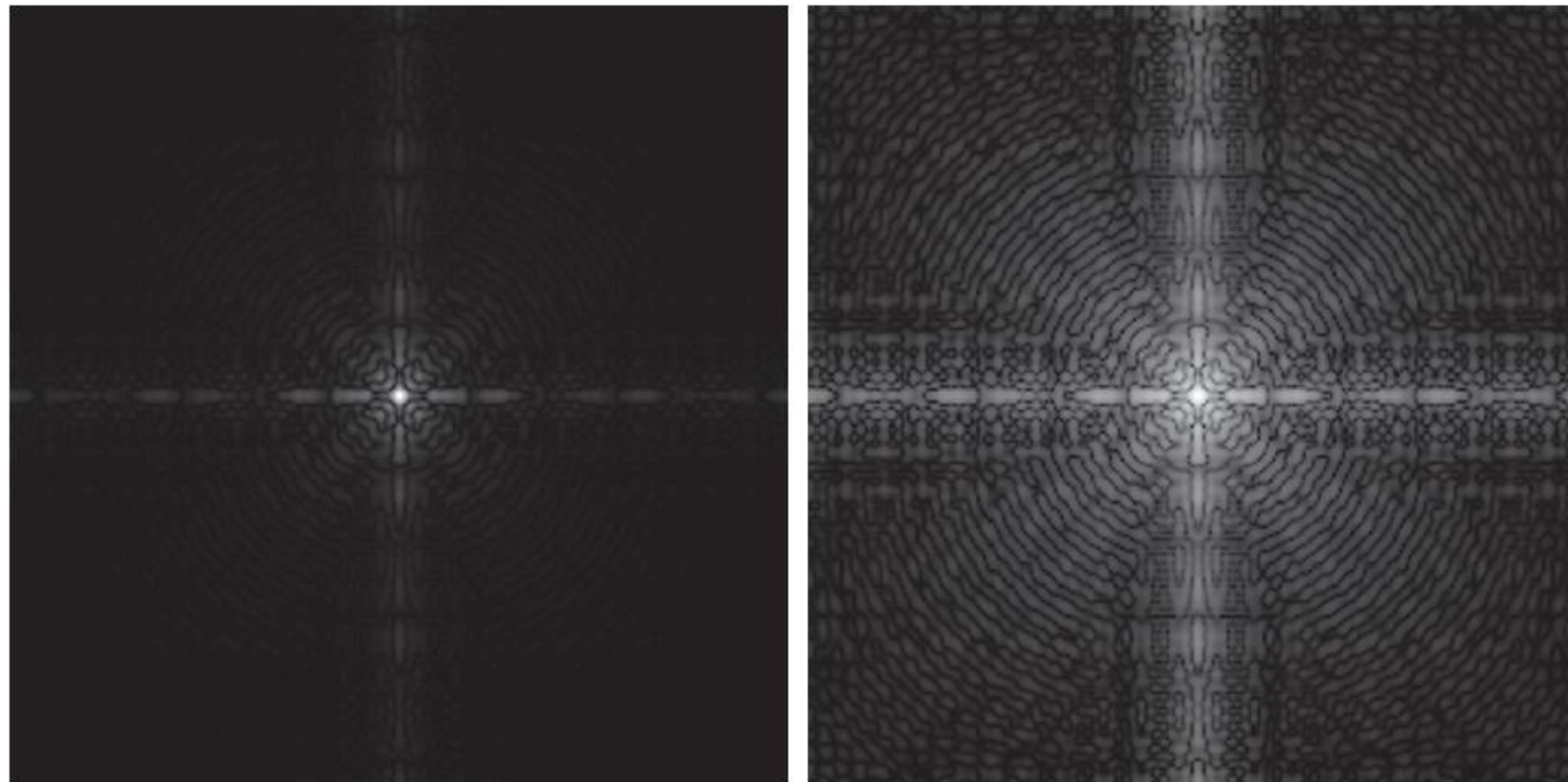
Логарифмическое преобразование

Общий вид логарифмического преобразования: $s = c \lg(1 + r)$,

c — константа, $r \geq 0$

- отображает узкий диапазон малых значений яркостей в более широкий диапазон выходных значений
- Для растяжения диапазона темных пикселей с одновременных сжатием диапазона ярких

Спектр Фурье



Результат
применения
логарифмического
преобразования

Яркостные преобразования

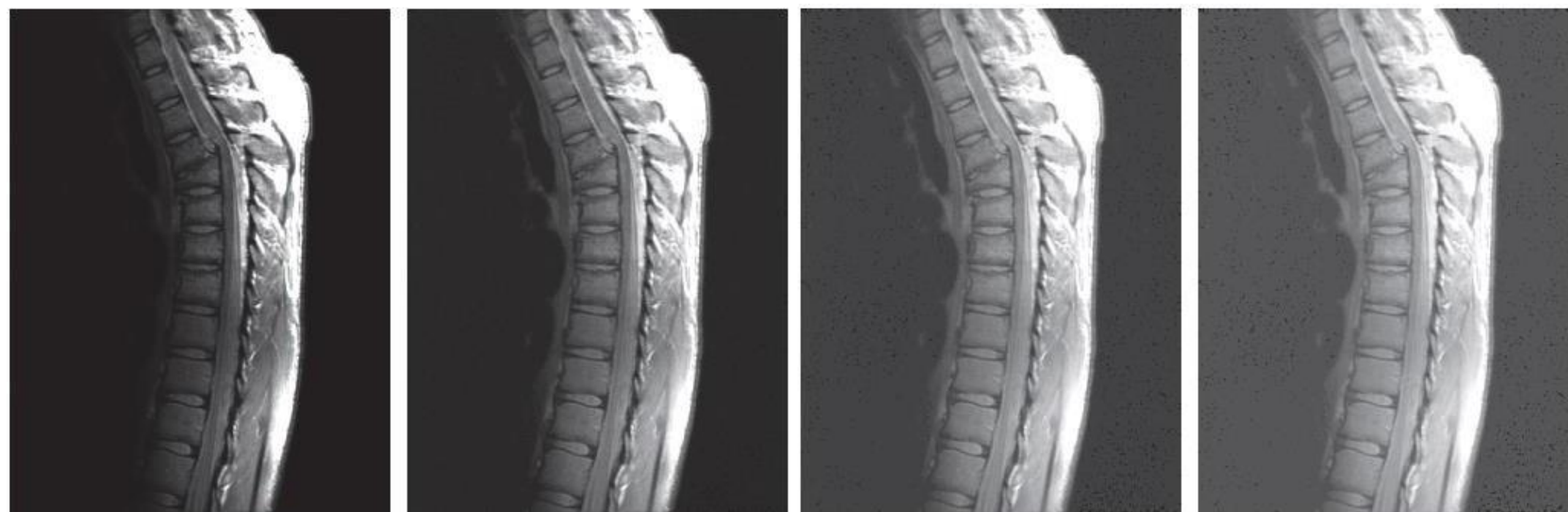
Степенное преобразование

Общий вид степенного преобразования: $s = cr^\gamma$,

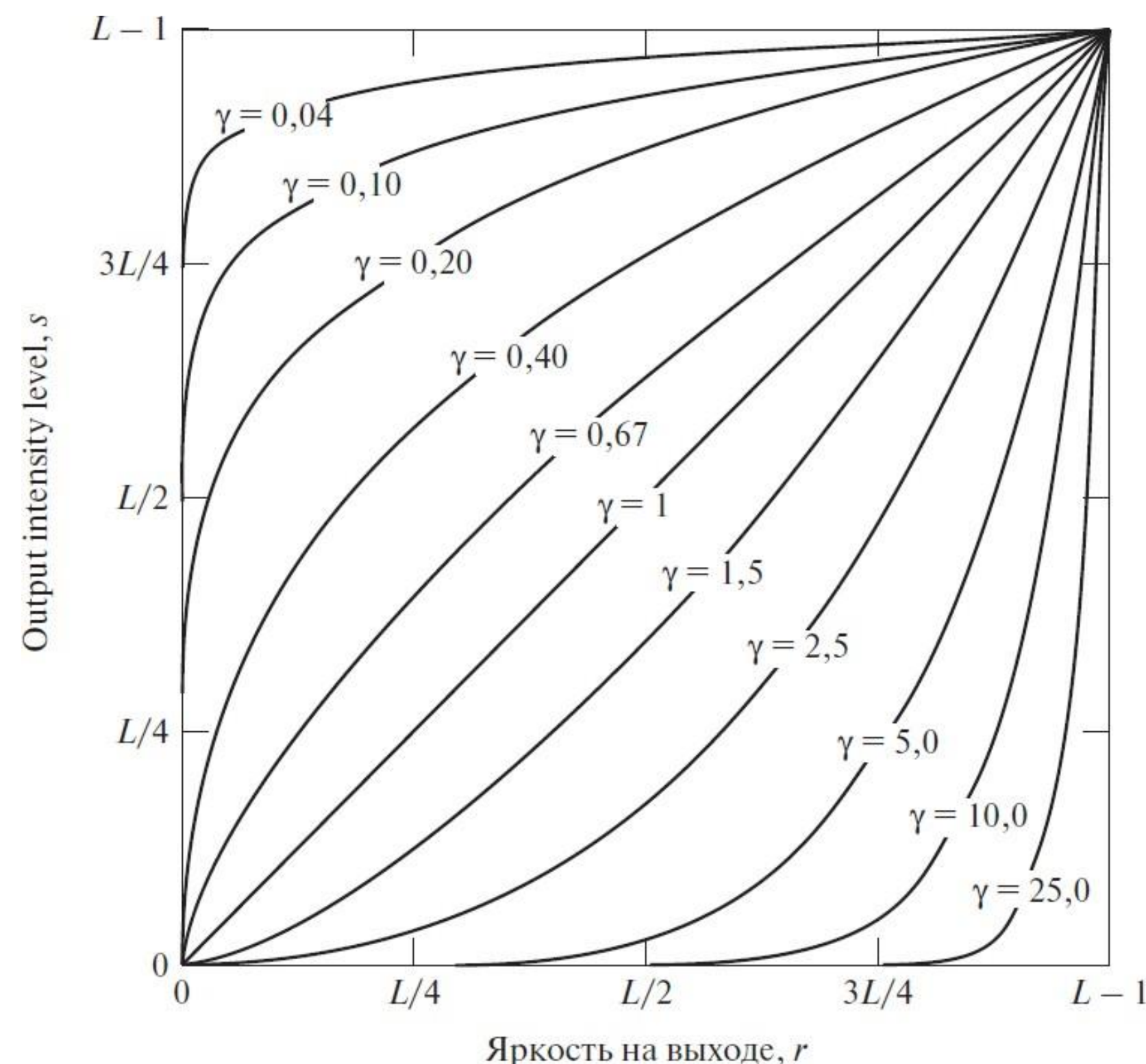
c, γ – положительные константы

- При малых γ отображает узкий диапазон малых входных значений в широкий диапазон выходных
- Для корректировки яркостного отображения объектов на устройствах с различными амплитудными характеристиками

ЯМР-снимок позвоночника человека с переломом



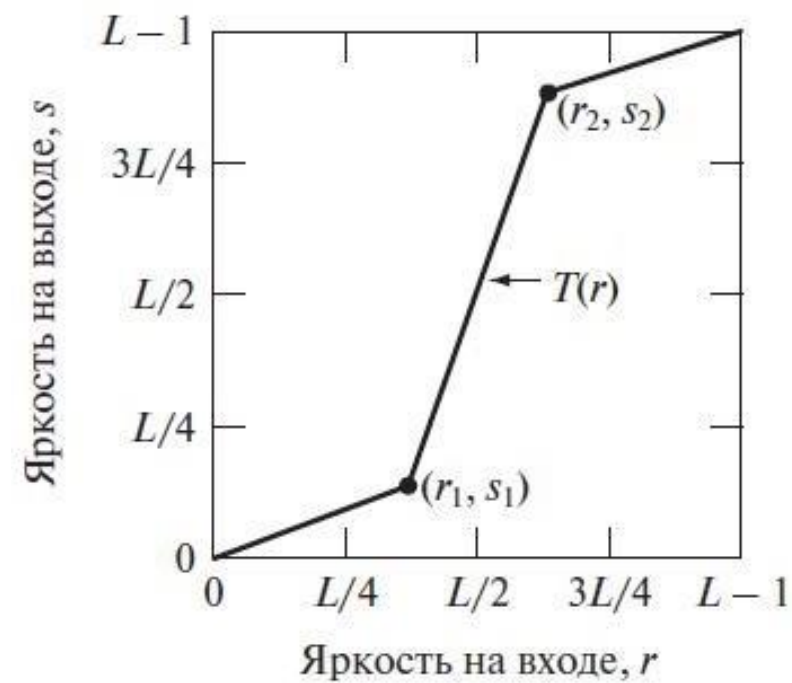
Семейство кривых гамма-коррекции



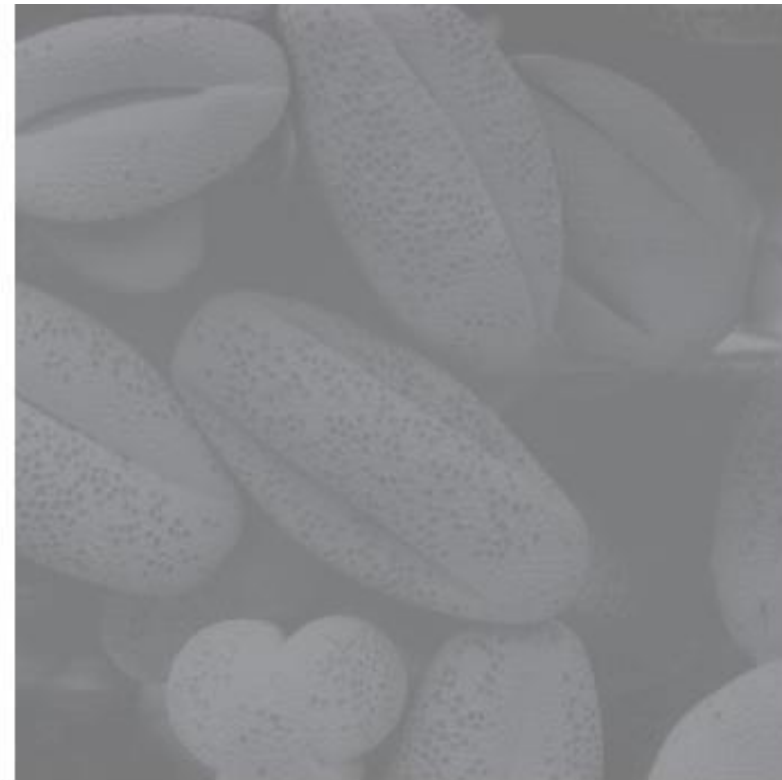
Яркостные преобразования

Кусочно-линейные преобразования

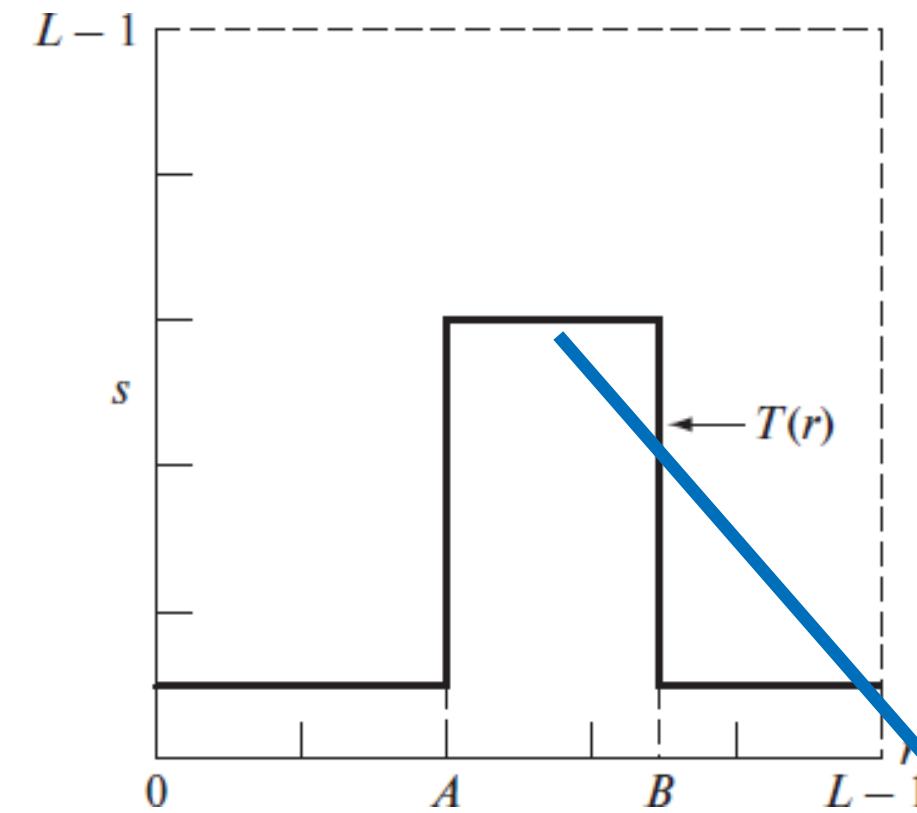
Вид функции преобразования



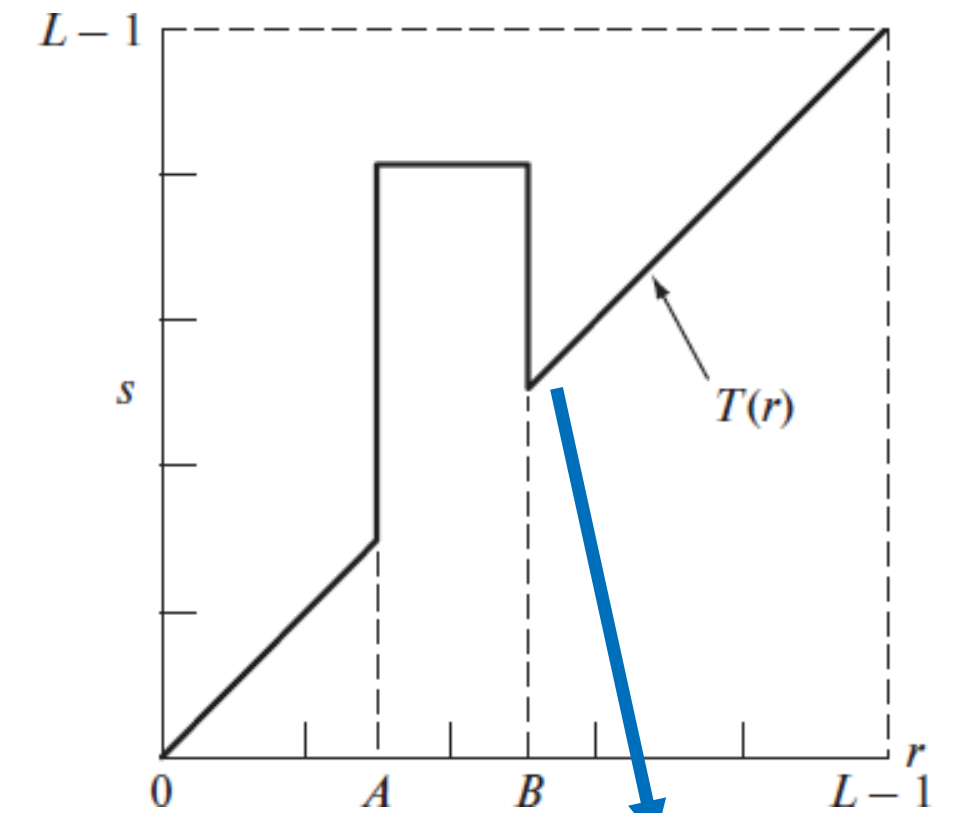
Исходное изображение



Выделение диапазона яркостей



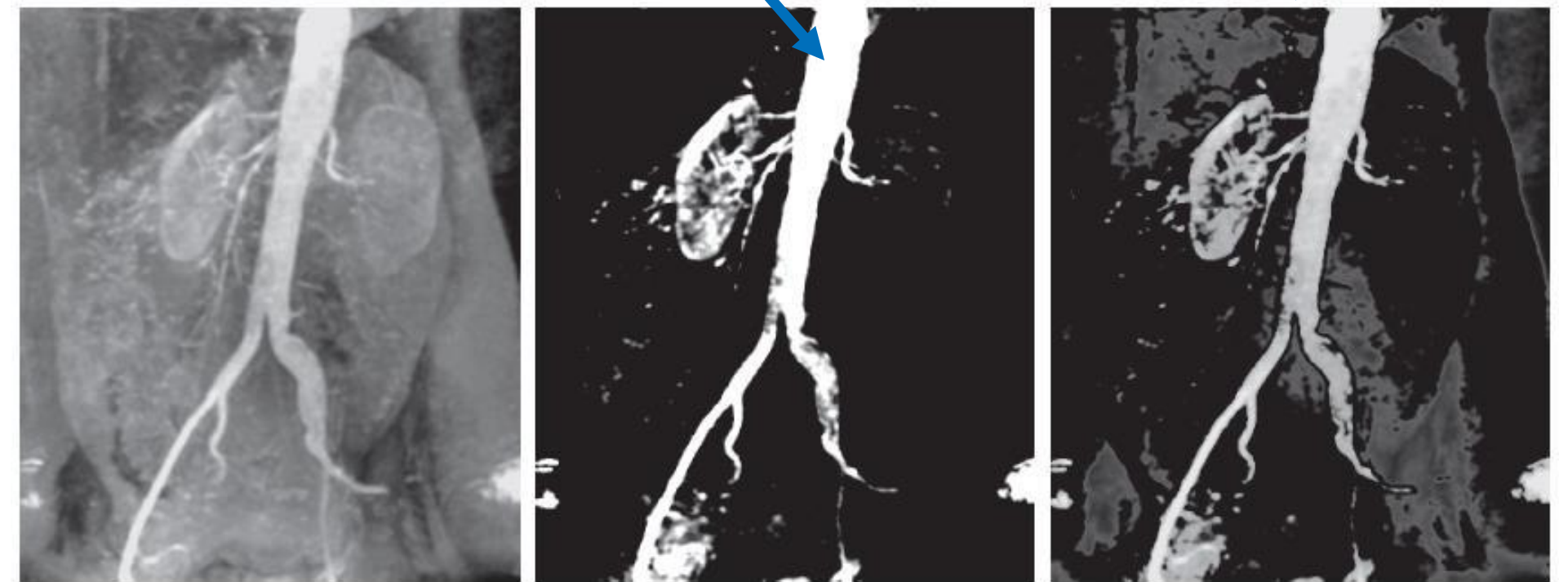
Повышение яркости диапазона



Усиленный контраст



Пороговое преобразование



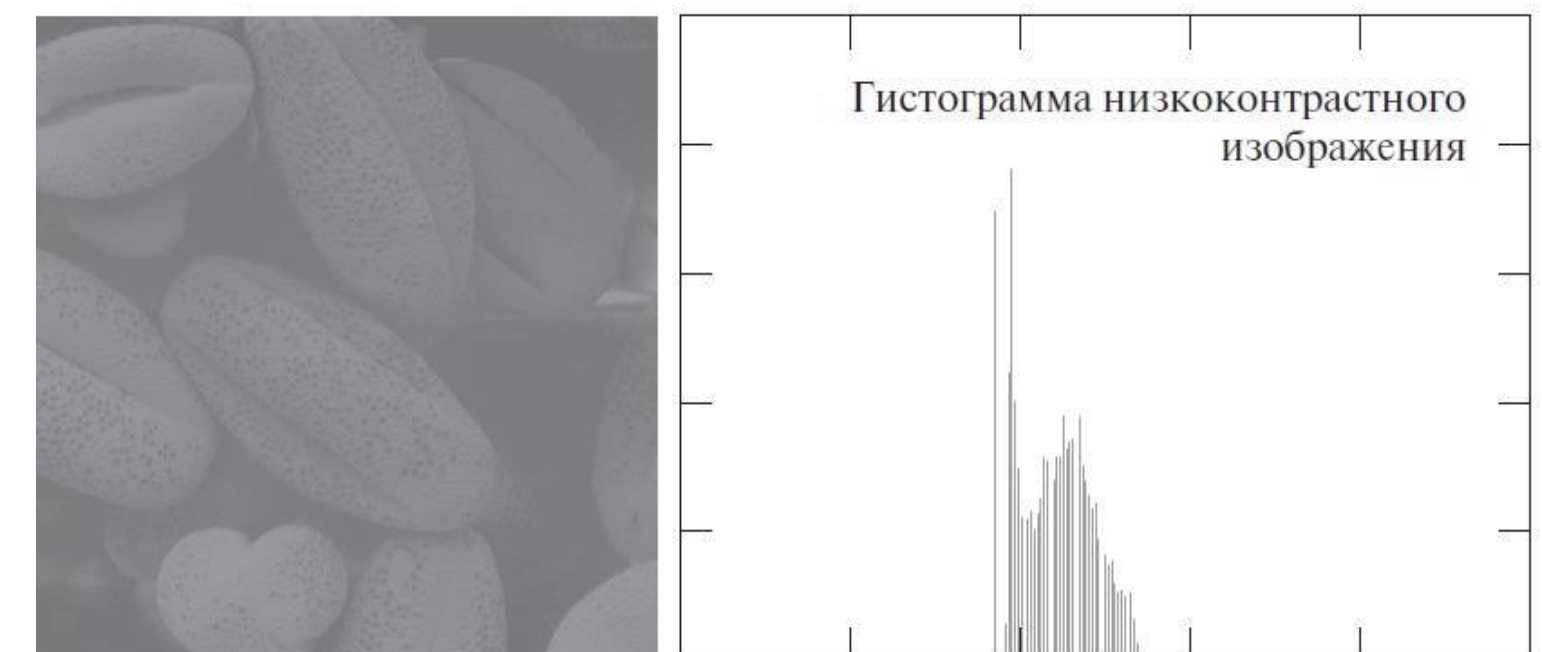
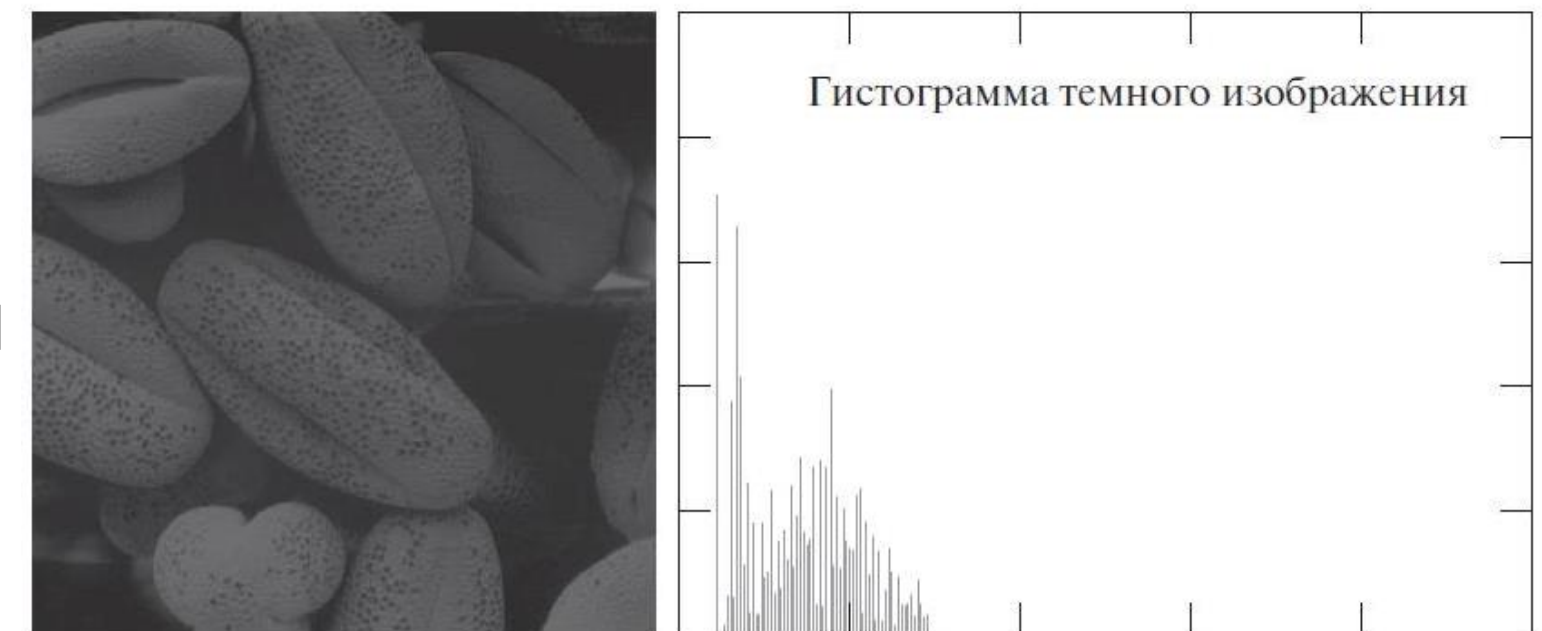
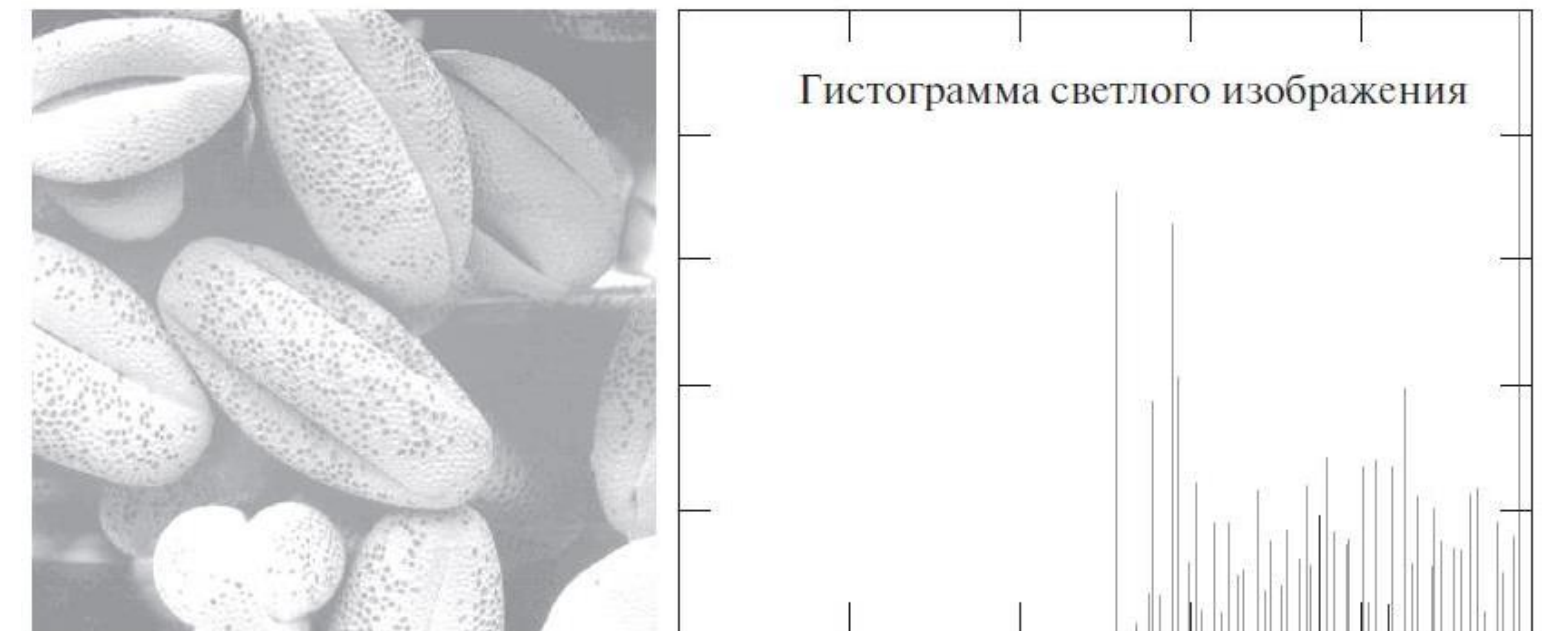
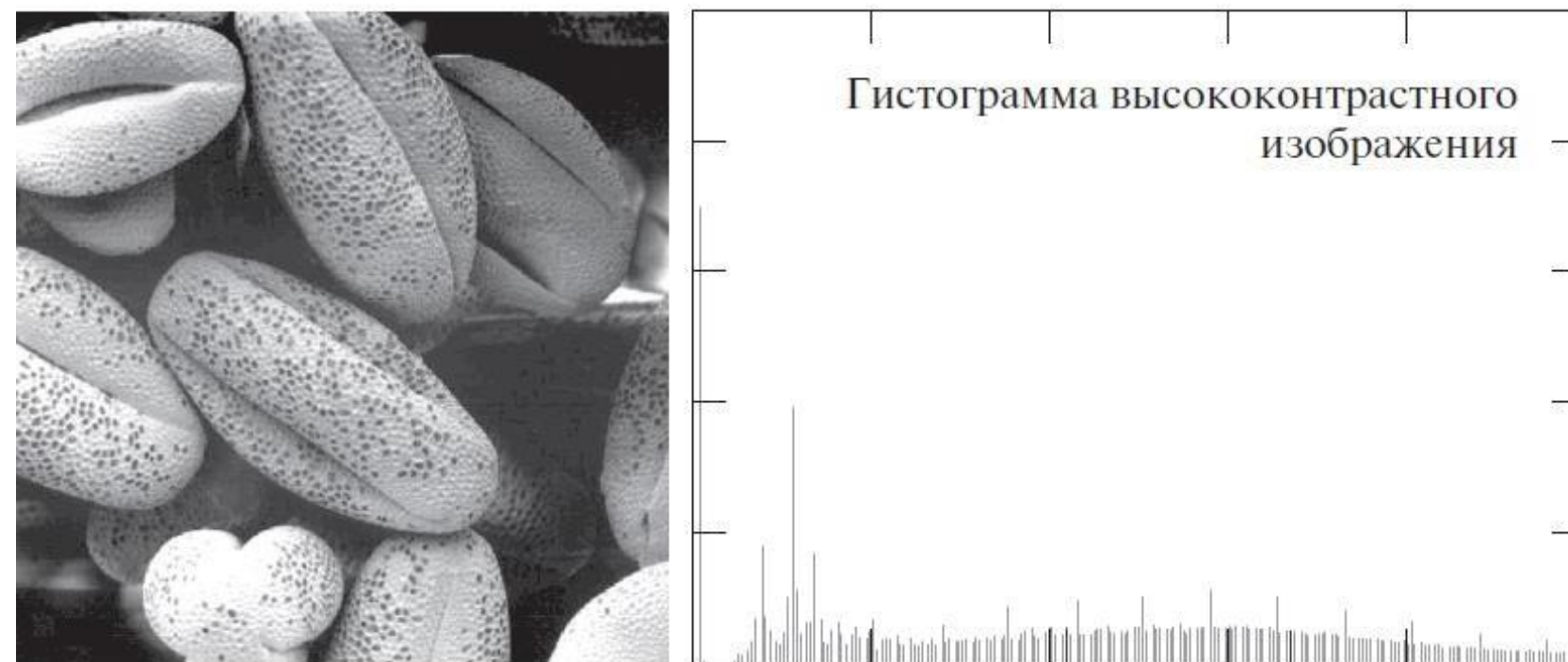
Ангиограмма аорты

Преобразование гистограммы

Введение

Гистограмма цифрового изображения с уровнями яркости $[0, L - 1]$:

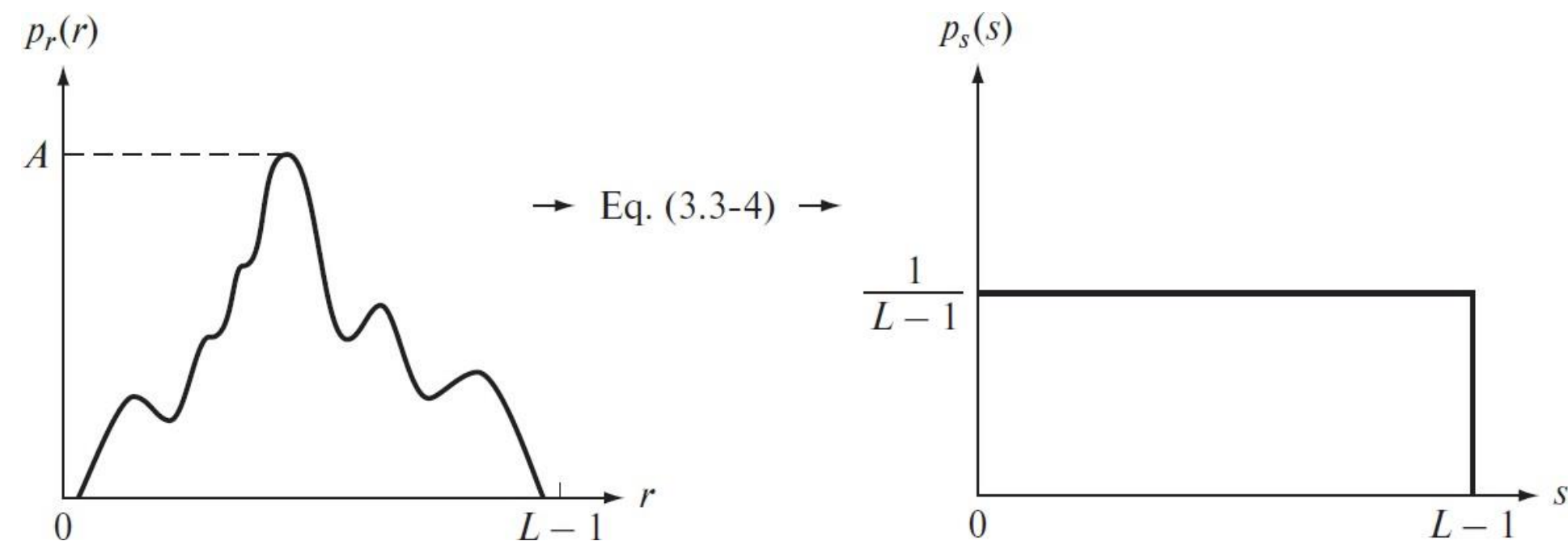
- Дискретная функция $h(r_k) = n_k$, где r_k – k -й уровень яркости, а n_k – число пикселей на изображении с яркостью r_k
- Принята нормировка гистограммы
- Описание вероятности появления пикселя со значением яркости r_k



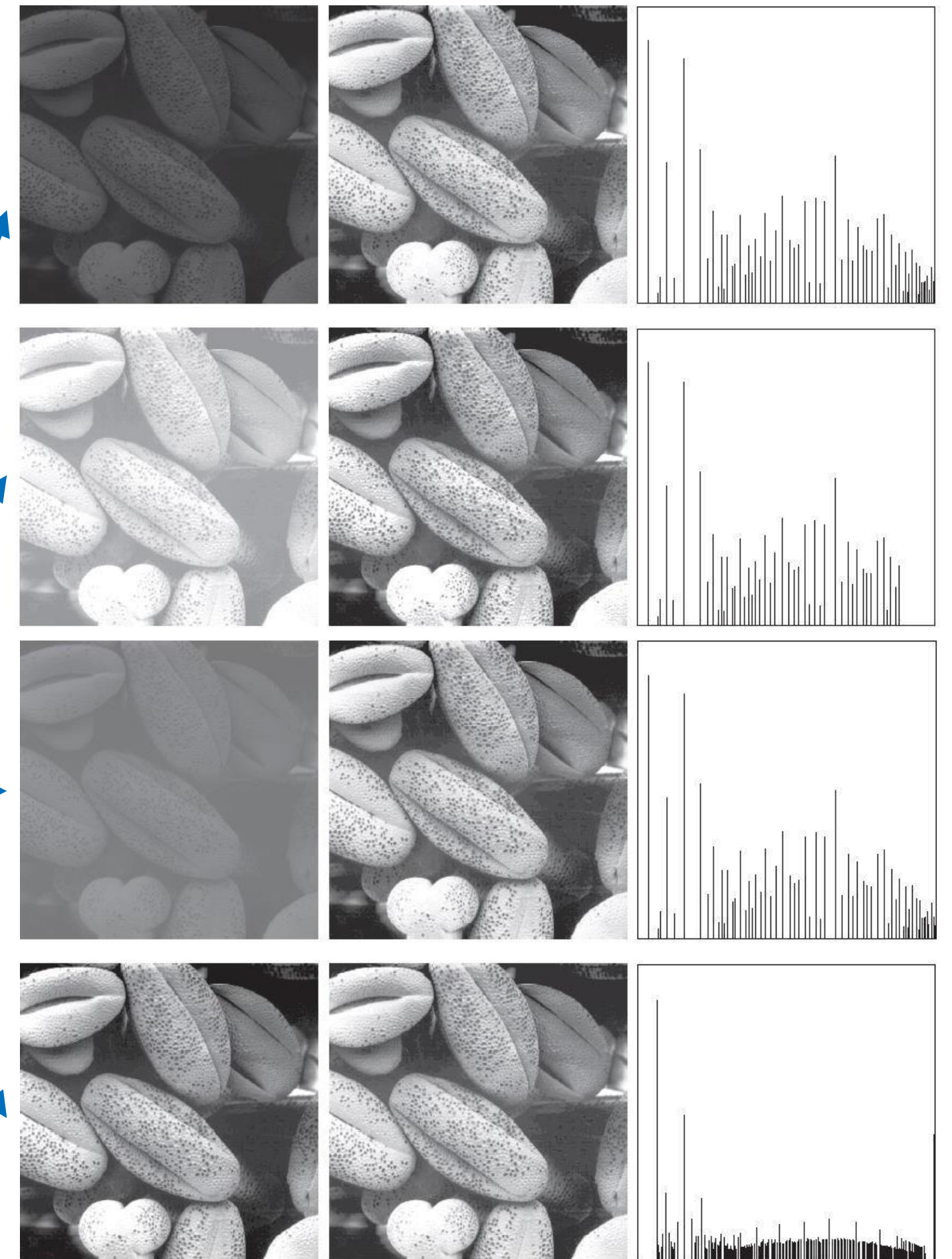
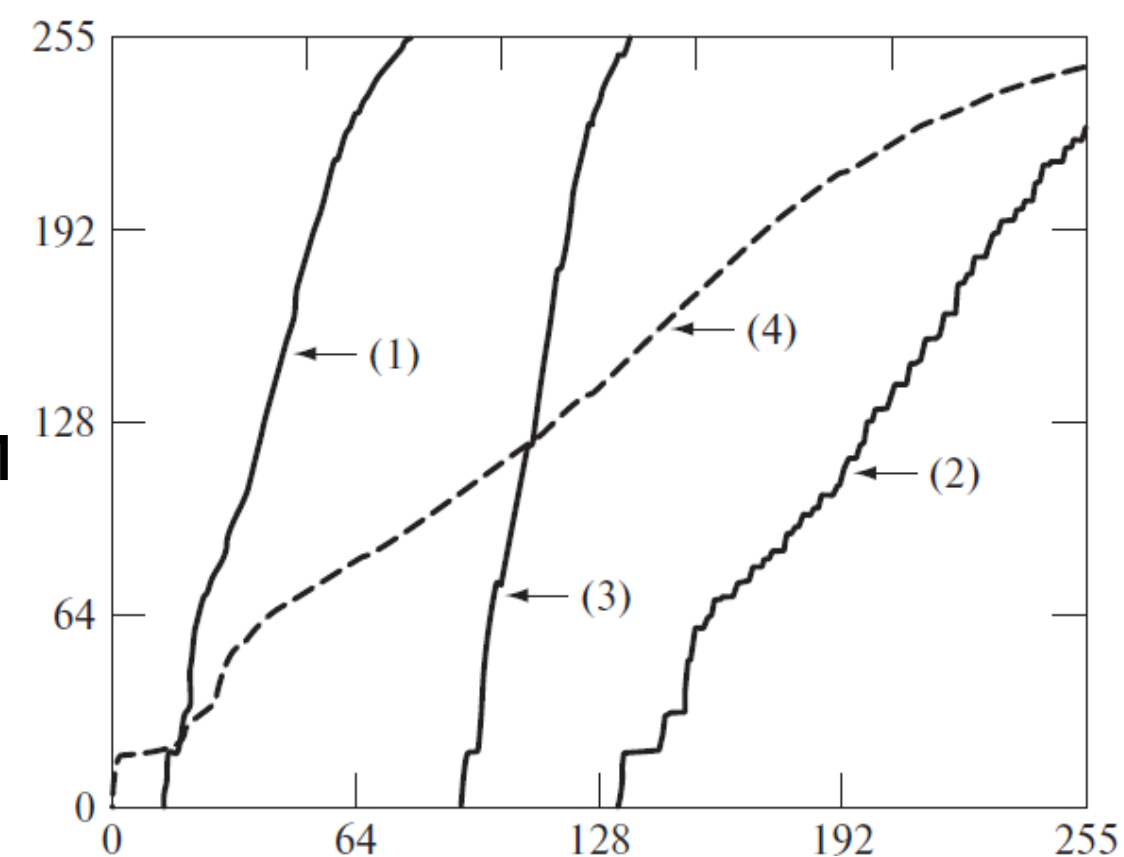
Преобразование гистограммы

Эквализация гистограммы

Преобразование плотности распределения вероятностей значений яркостей пикселей с целью эквализации



Функции преобразования для эквализации гистограмм каждого исходного изображения



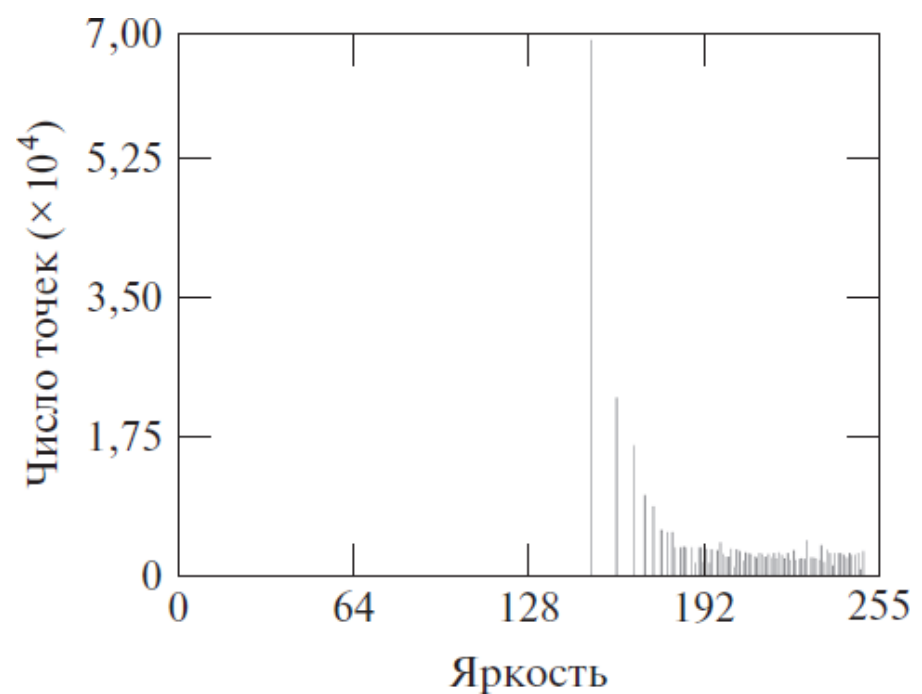
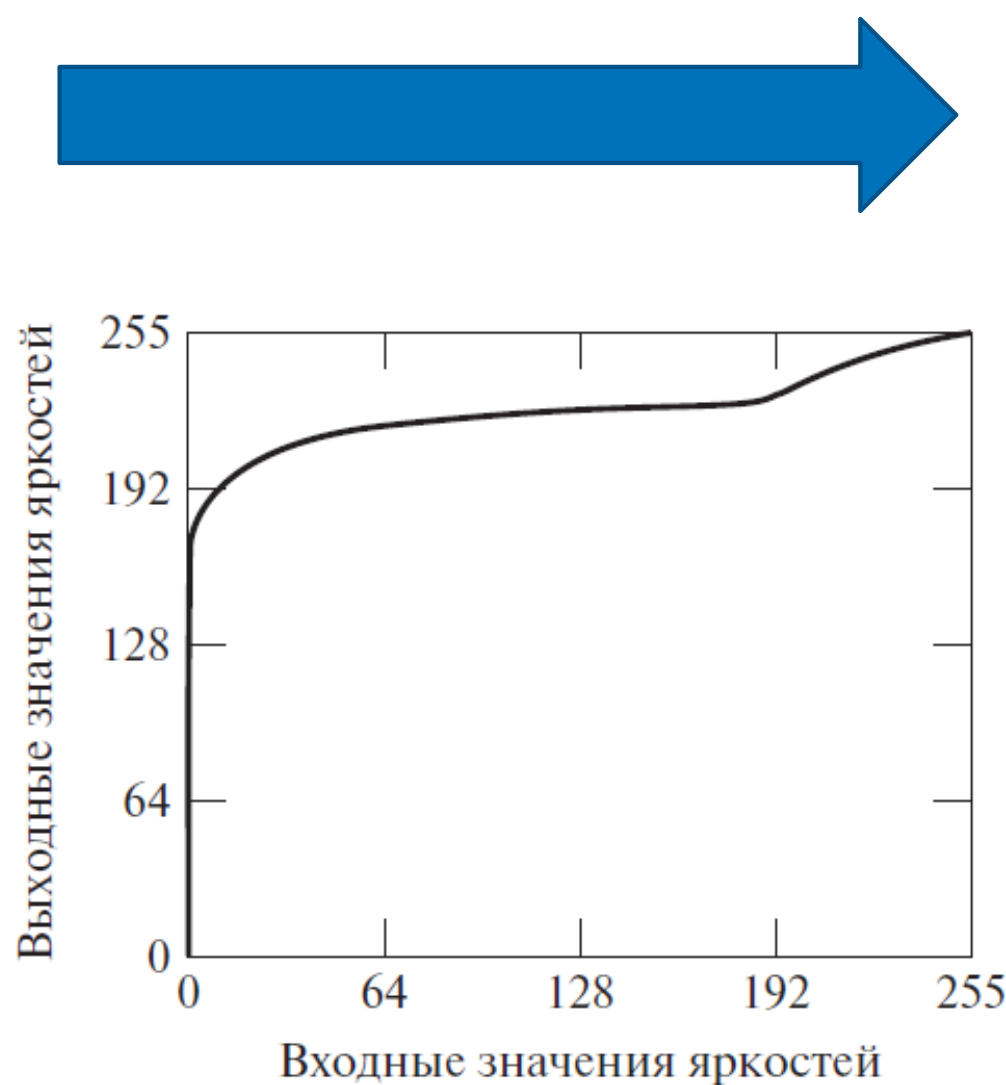
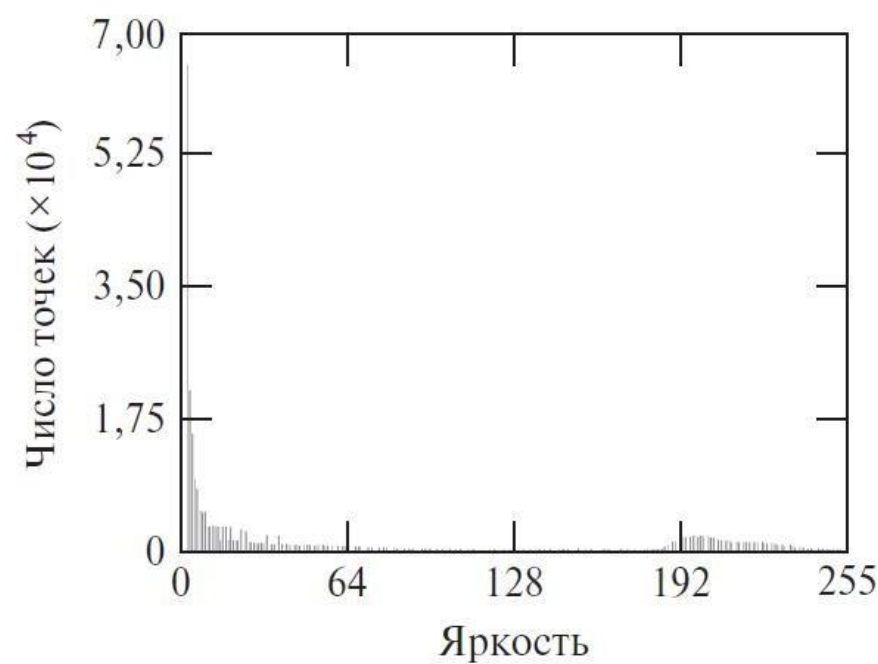
Преобразование гистограммы

Приведение гистограммы

Модификация исходной гистограммы изображения для приведения к заданной форме: перенос темных пикселей в яркую область



Исходное изображение



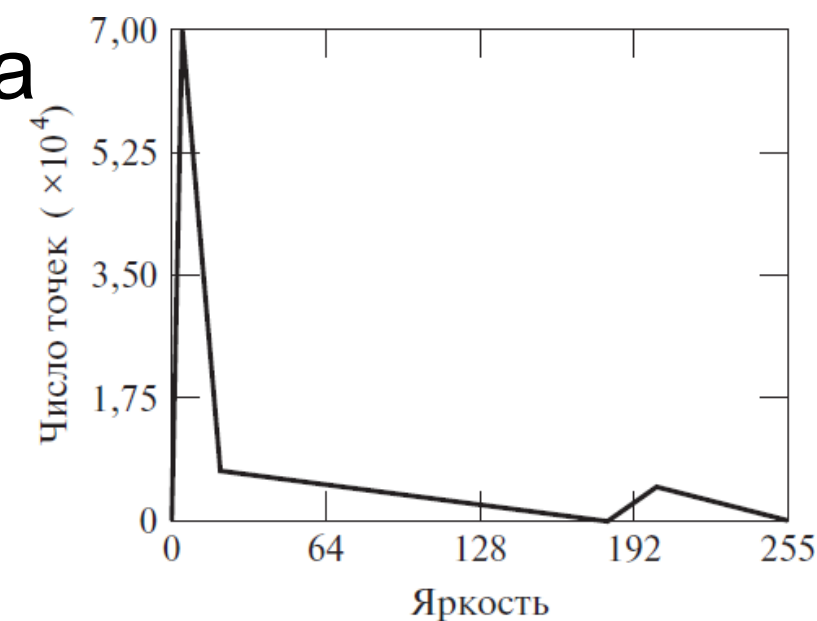
Полученное изображение



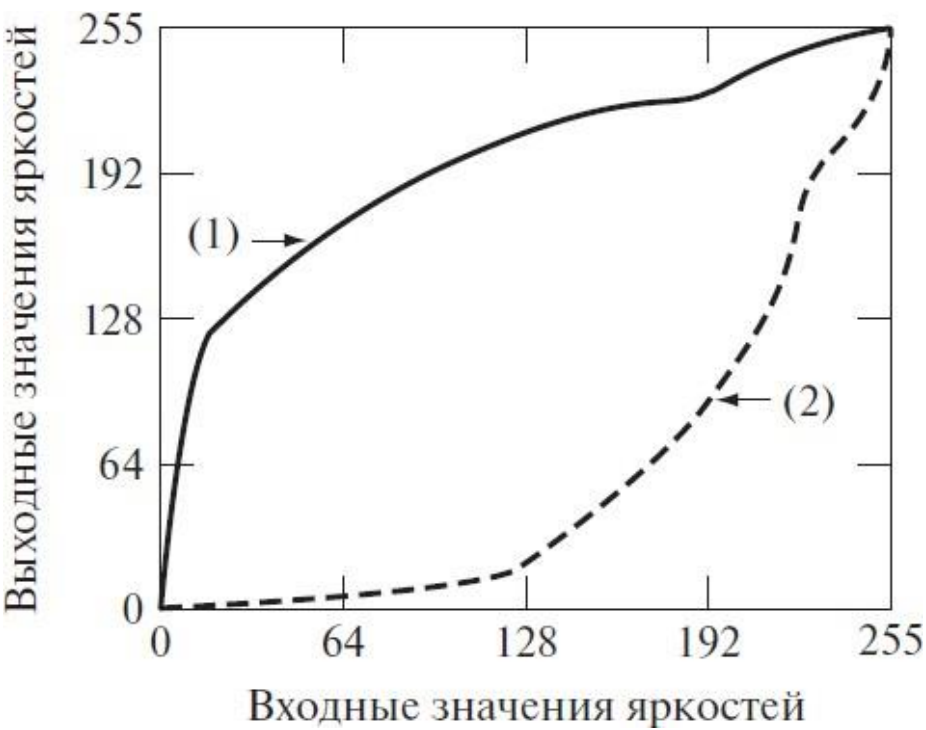
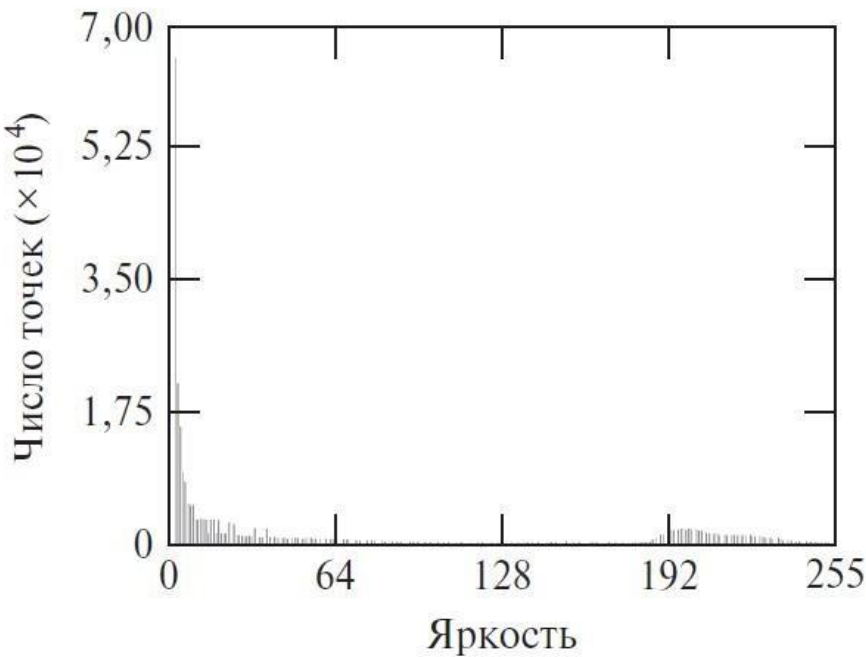
Преобразование гистограммы

Локальная гистограммная обработка

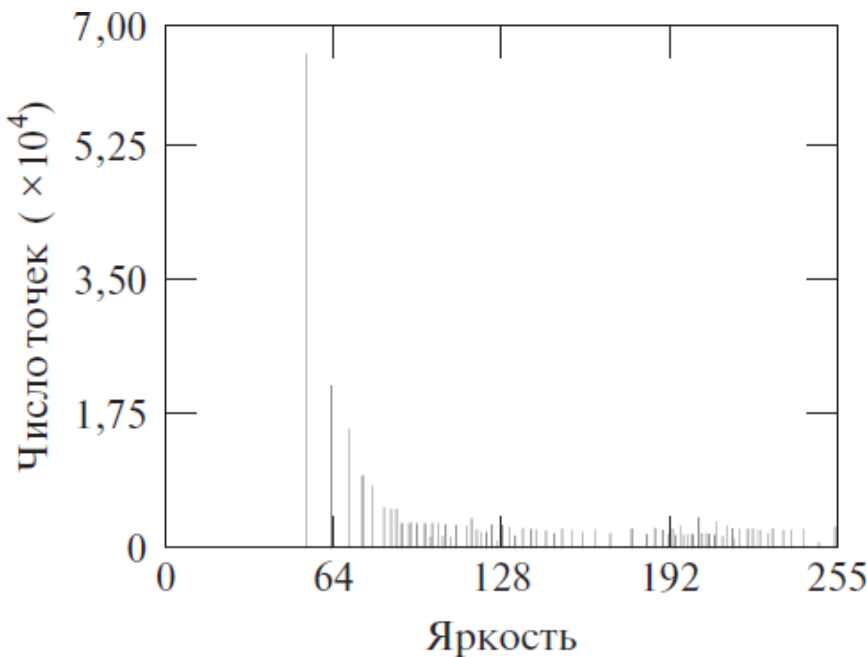
Требуемая форма гистограммы



Исходное изображение



Локальные преобразования яркости



Полученное изображение



Преобразование гистограммы

Использование гистограммных статистик

Статистики, получаемые из гистограммы:

- Центральный момент порядка n
$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i),$$
- Средний уровень яркости пикселей
$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i).$$
- Второй момент == дисперсия значений яркости
$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i).$$

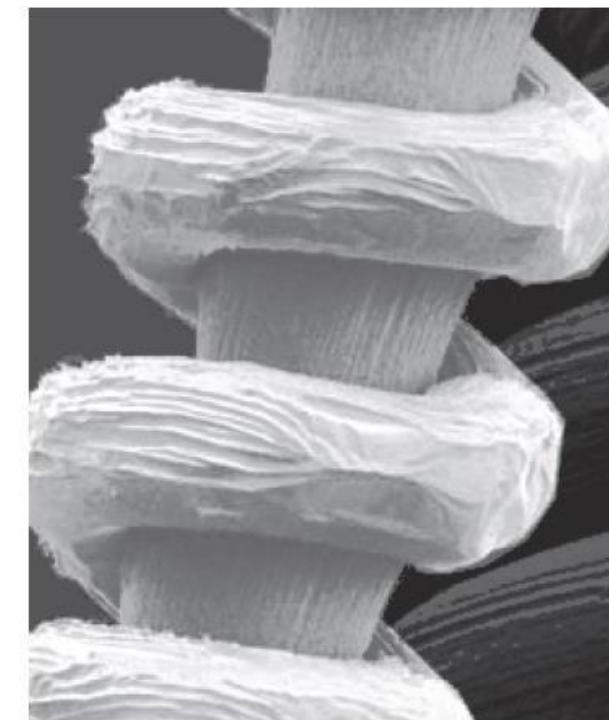
Непосредственная оценка по значениям отсчетов:

- Выборочное среднее
$$m = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$
- Выборочная дисперсия
$$\sigma^2 = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - m]^2$$

Исходное изображение



Глобальная эквализация гистограммы



Преобразование на основе статистик локальной гистограммы



Резюме

- Обзор методов получения изображений
- Рассмотрение процесса дискретизации и квантования изображений
- Определение фундаментальных отношений между пикселями
- Рассмотрение математического аппарата
- Обзор примеров применения математического аппарата к обработке изображений
- Рассмотрение основ пространственных преобразований
- Определены яркостные преобразования
- Обзор методов видоизменения гистограммы

Использованные материалы

- [Курс МФТИ по компьютерному зрению](#), автор – Колокольников Г.А.
- Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с. – ISBN 978-5- 94836-331-8.2.
- Курс лекций cs231n «Convolutional Neural Networks for Visual Recognition» (<http://cs231n.stanford.edu>).