

# Цифровая обработка изображений

# Цифровое изображение

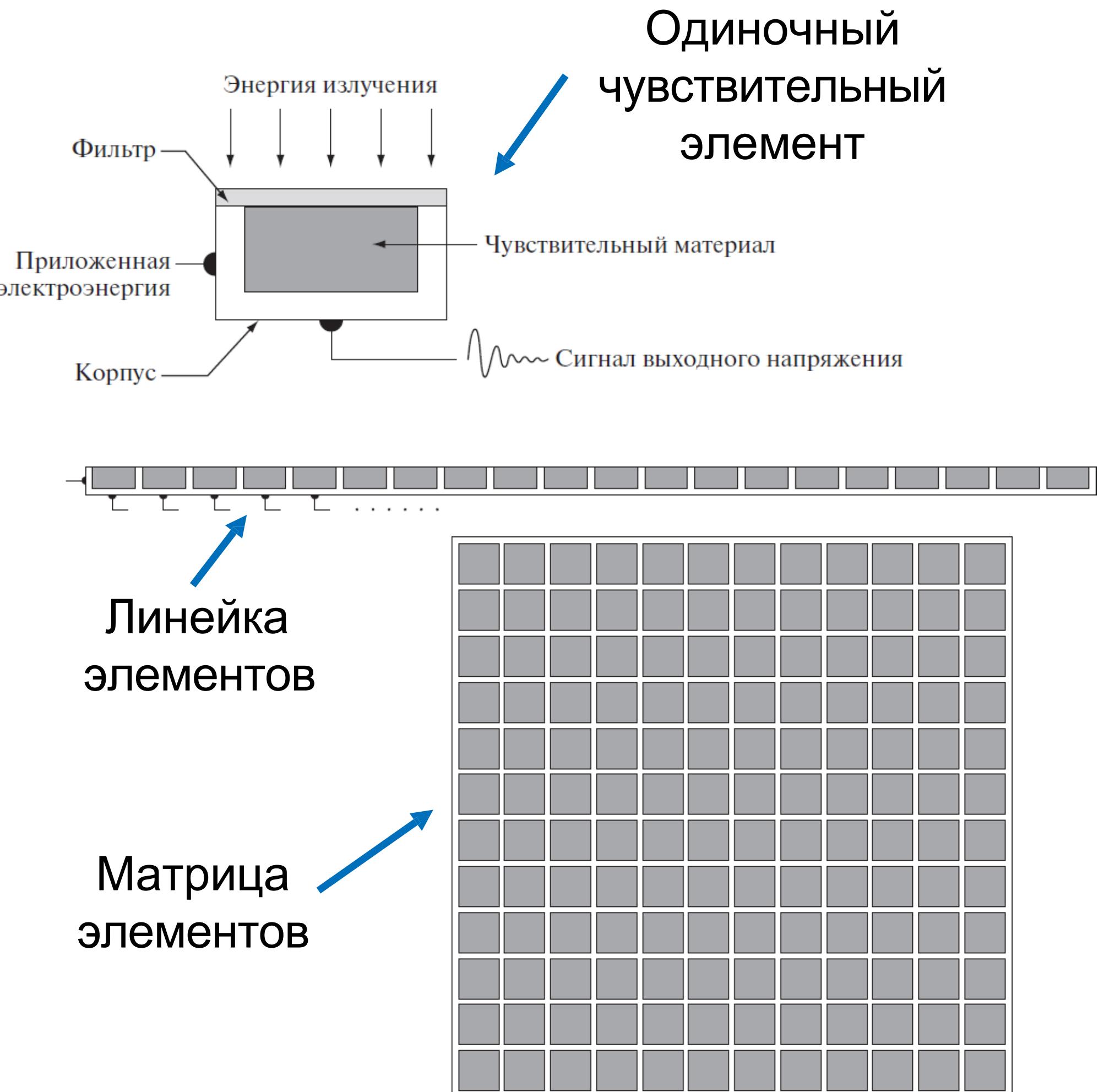
## Считывание и регистрация

Изображение:

- 2-мерное отображение наблюдаемой сцены, возникающее как результат регистрации лучистой энергии, исходящей из наблюдаемой сцены, с помощью сенсора

Сигнал возникает:

- В результате взаимодействия источника освещения и элементов сцены
- В условиях эффектов отражения и поглощения энергии этого источника



# Цифровое изображение

## Регистрация с помощью одиночного сенсора

Пример:

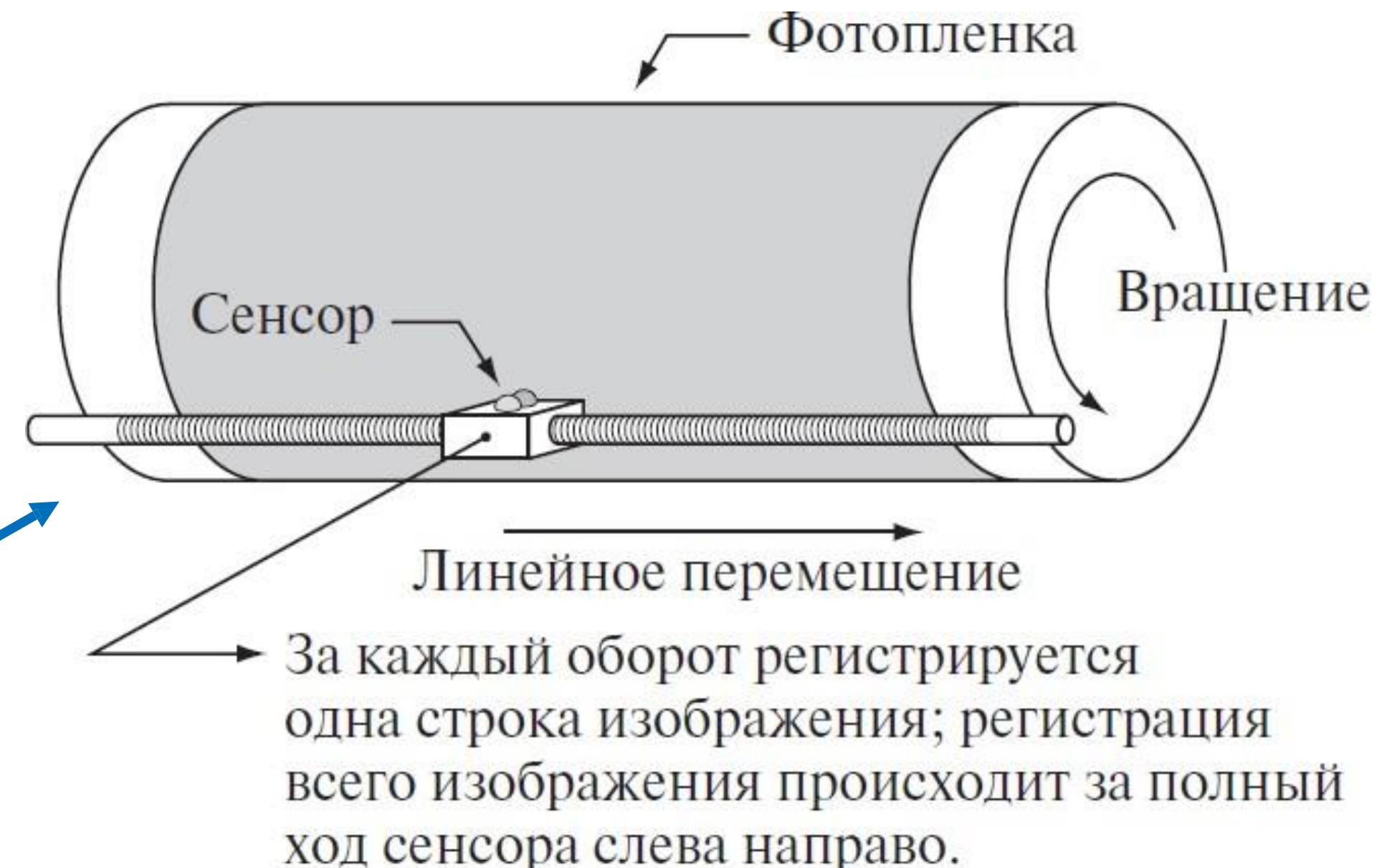
- Фотодиод ( $U_{\text{вых}} \sim \text{освещенности}$ )

Получение 2-мерного изображения:

- Перемещение сенсора в 2-х взаимно перпендикулярных направлениях относительно регистрируемой области

Конструкция прецизионного сканера:

- Пленочный негатив на барабане, вращение которого обеспечивает перемещение по 1-й оси
- Сенсор на ходовом винте  $\Leftrightarrow$  линейная подача в перпендикулярном направлении



# Цифровое изображение

## Регистрация с помощью линейки сенсоров

Конструкция планшетных сканеров:

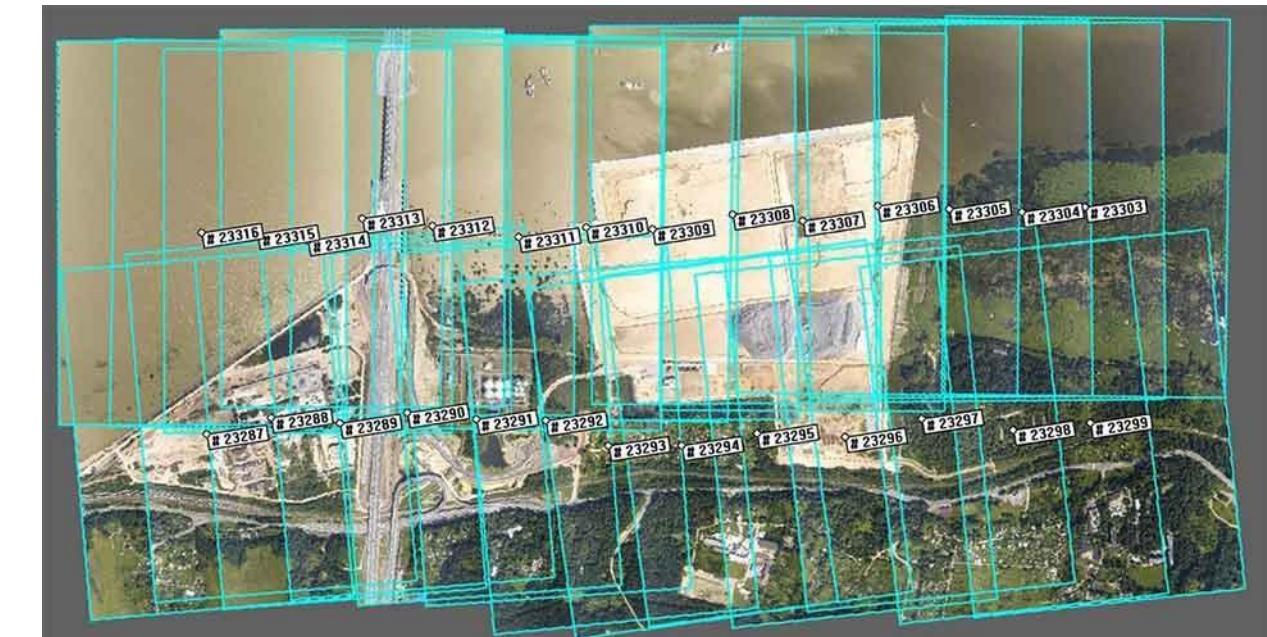
- Перемещение линейки в перпендикулярном направлении  $\Leftrightarrow$  получение всех строк изображения



Кольцеобразные наборы сенсоров:

- Получение изображений поперечного сечения 3-мерных объектов

Выходные сигналы сенсоров подлежат обработке с помощью алгоритмов реконструкции

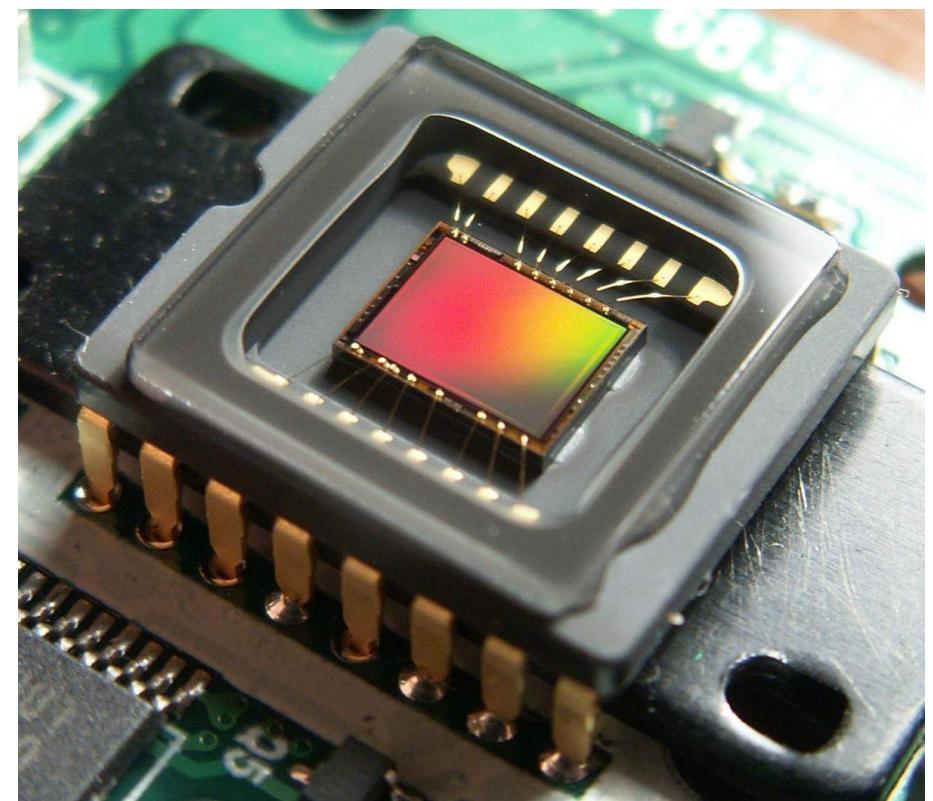
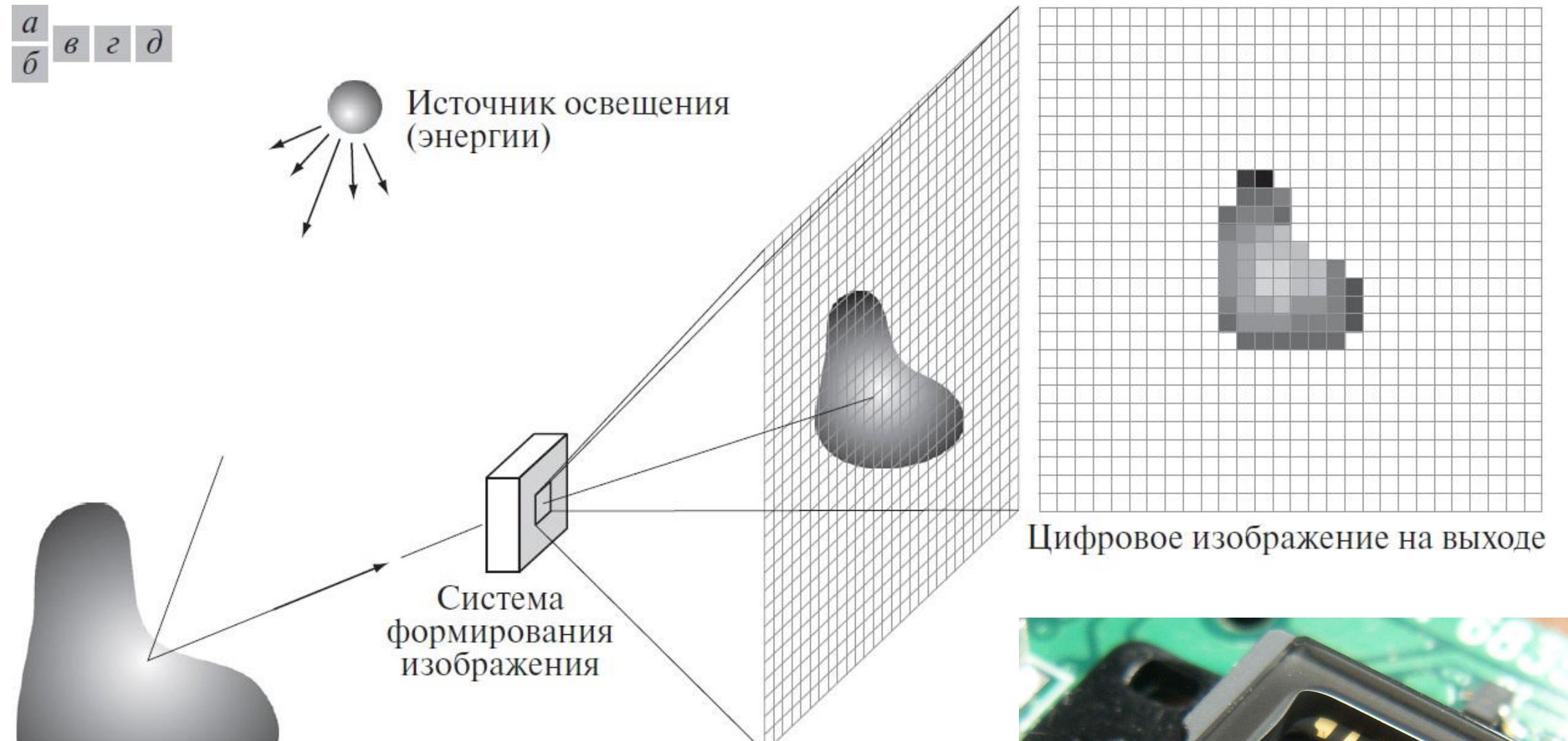


# Цифровое изображение

## Регистрация с помощью матрицы сенсоров

Пример:

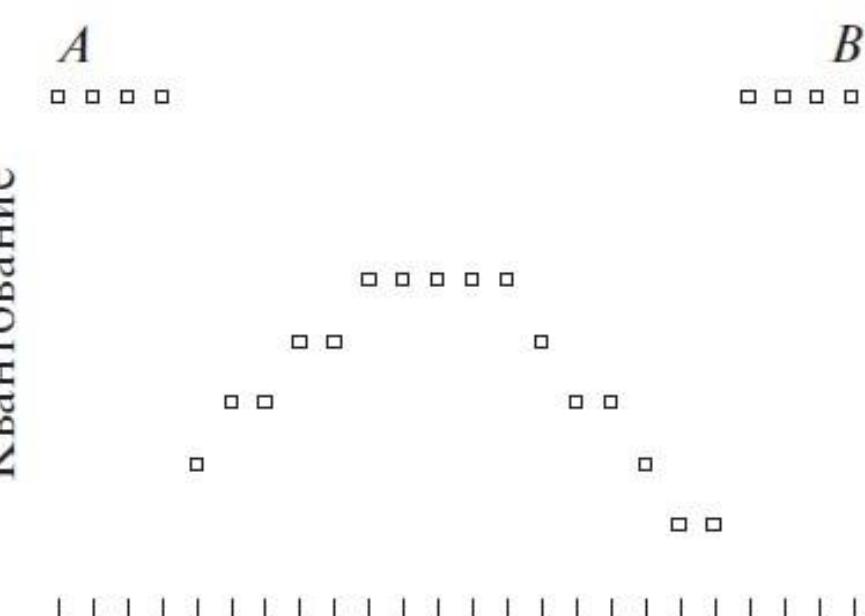
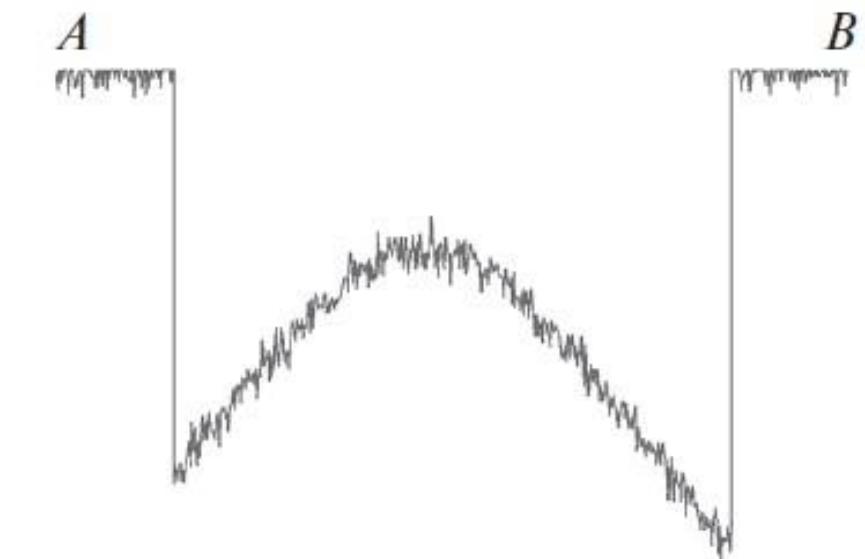
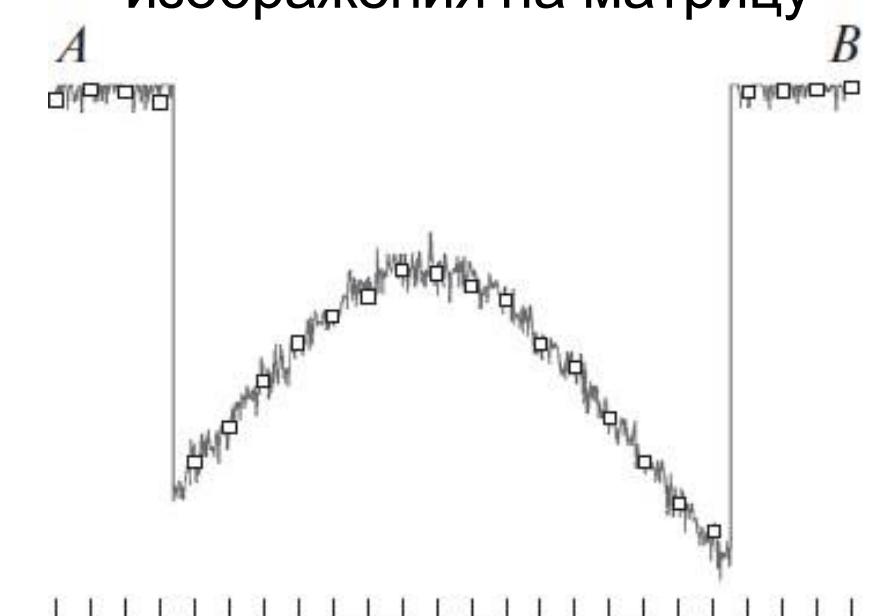
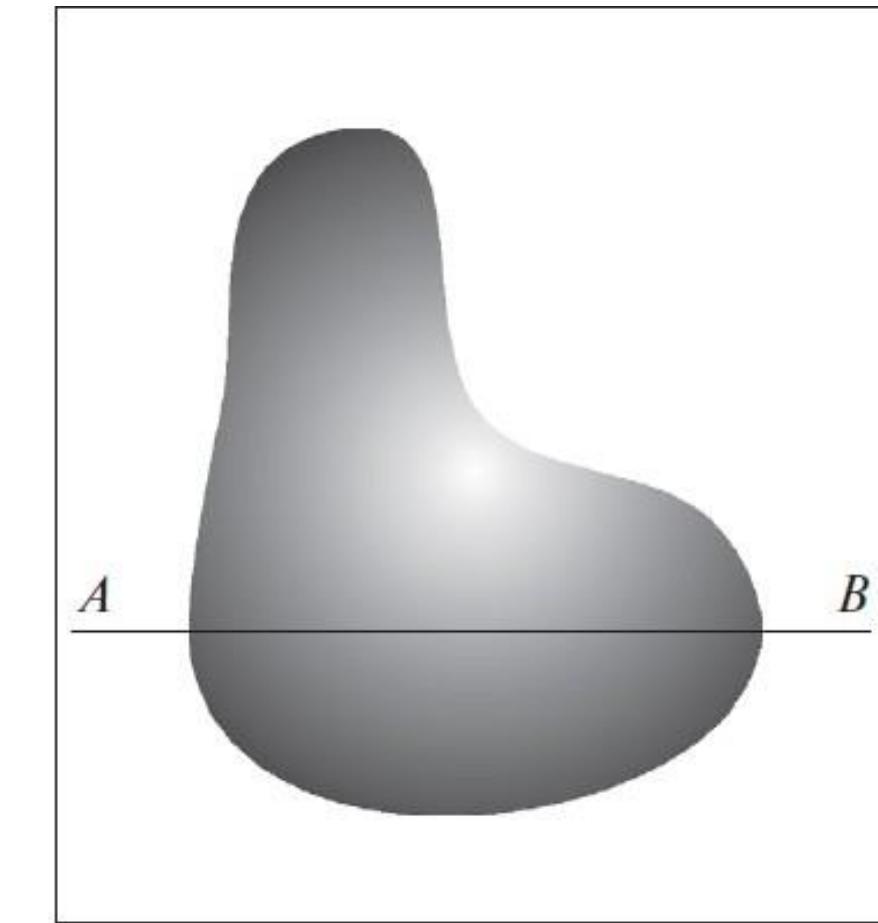
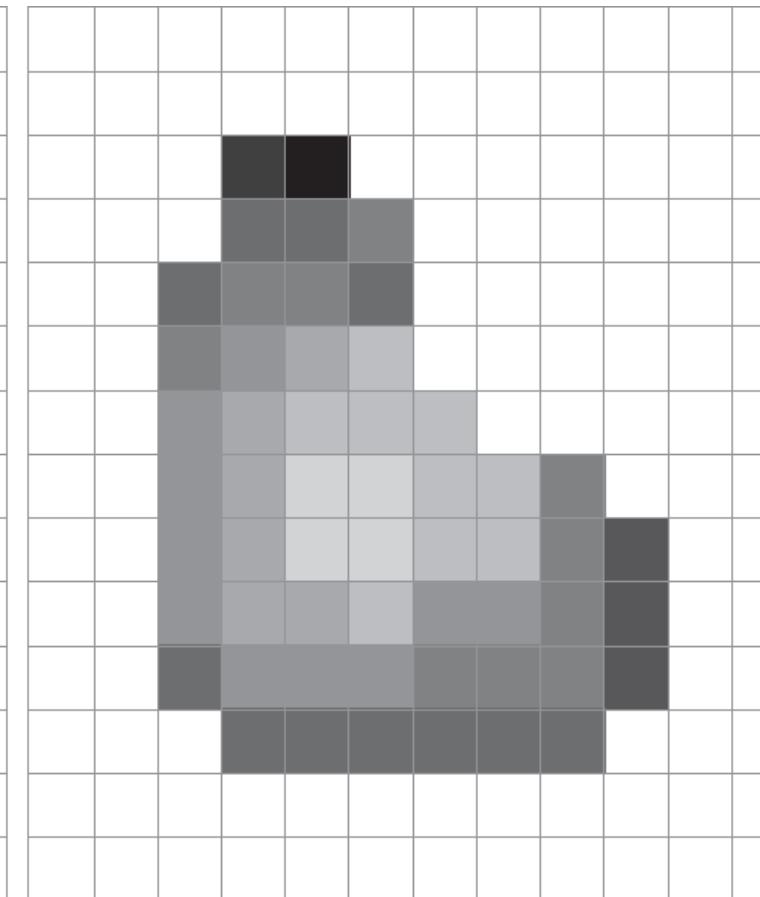
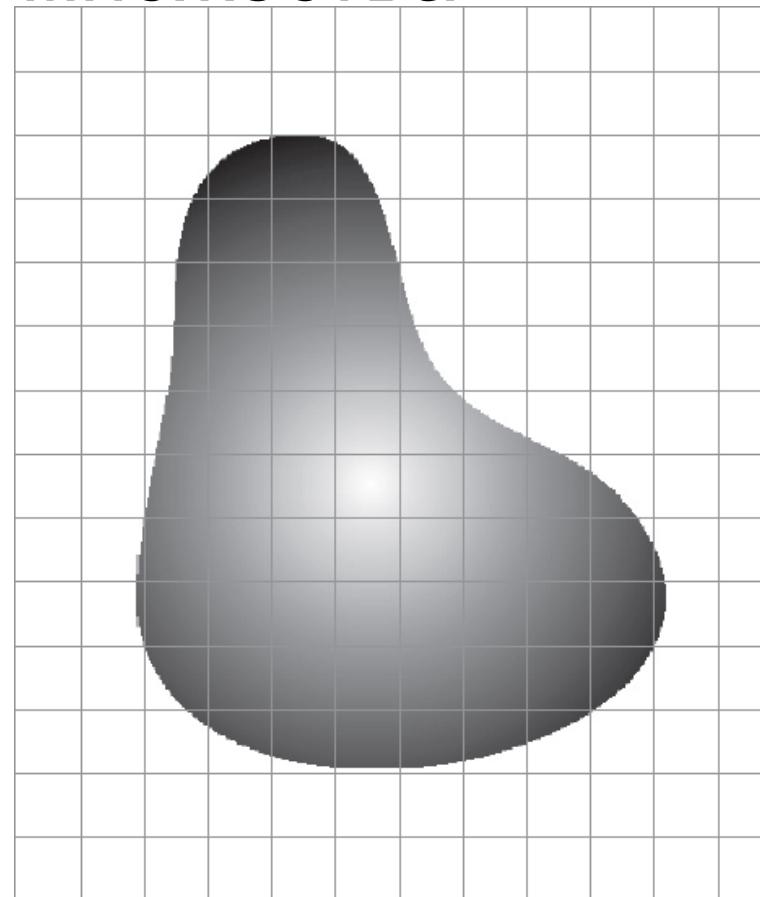
- Цифровые камеры, типичный чувствительный элемент – матрица на основе ПЗС
- Отклик каждого сенсора пропорционален интегралу световой энергии, попадающей на его поверхность за время экспозиции
- > время экспозиции => низкий уровень шума



# Дискретизация и квантование

## Основные понятия

- Дискретизация – представление координат в виде конечного множества отсчетов
- Квантование – представление амплитуды значениями из конечного множества



# Дискретизация и квантование

## Представление изображения

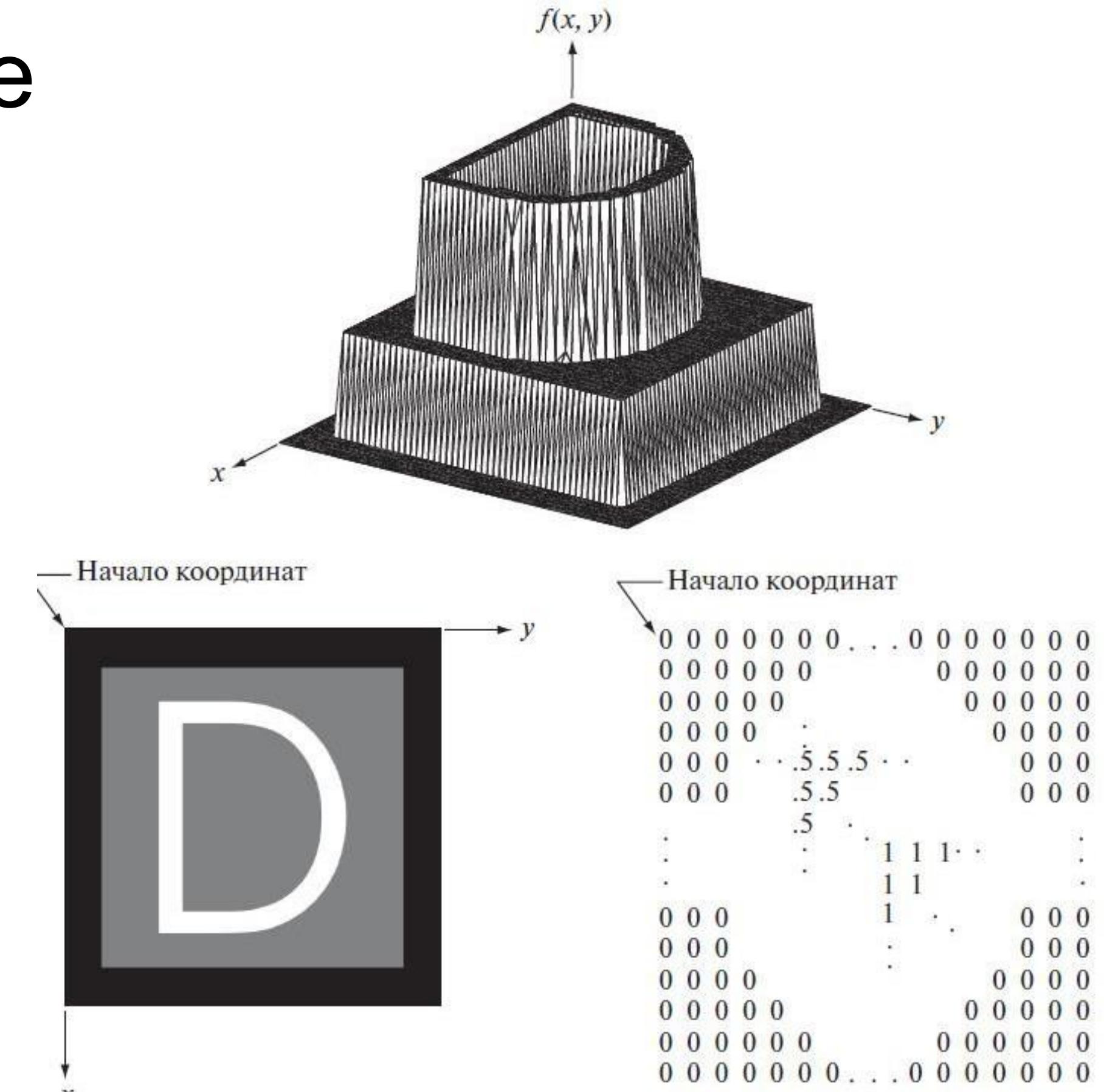
Способы представления:

- Работа с множествами полутонов (x, y, z)
- Графическое представление  $f(x, y)$
- Численное представление матрицы  $f(x, y)$

Работа с матрицей  $f(x, y)$ :

- Вычисления / алгоритмы – отображение шкалы яркостей L на интервал [0, 1]
- Хранение и визуализация – обратное масштабирование на интервал целых значений [0, L-1]

Контраст – разность между максимальным и минимальным уровнями яркости изображения



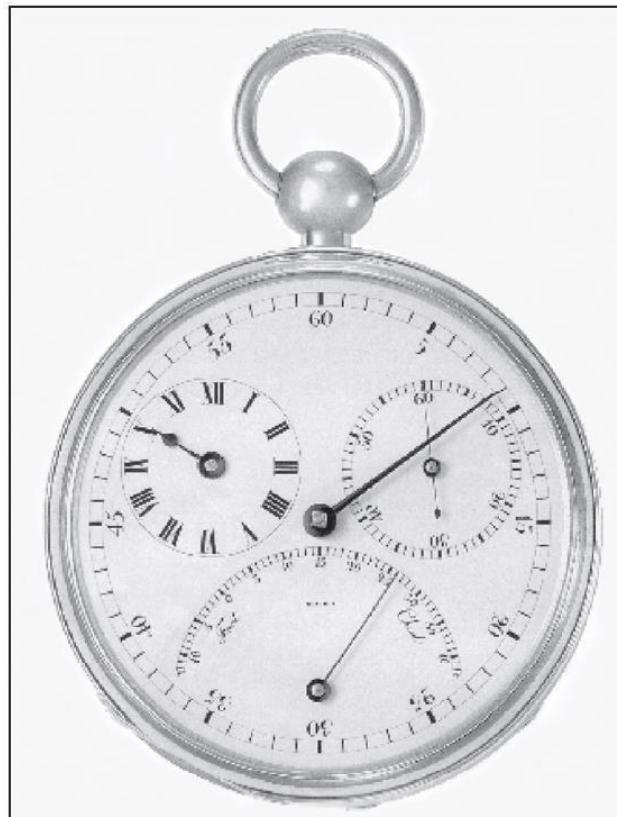
$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}.$$

# Дискретизация и квантование

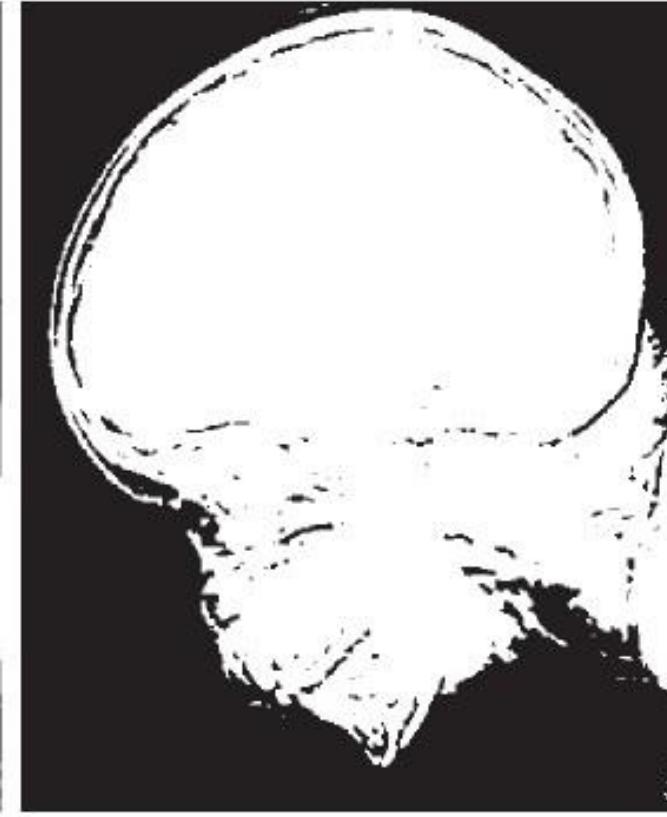
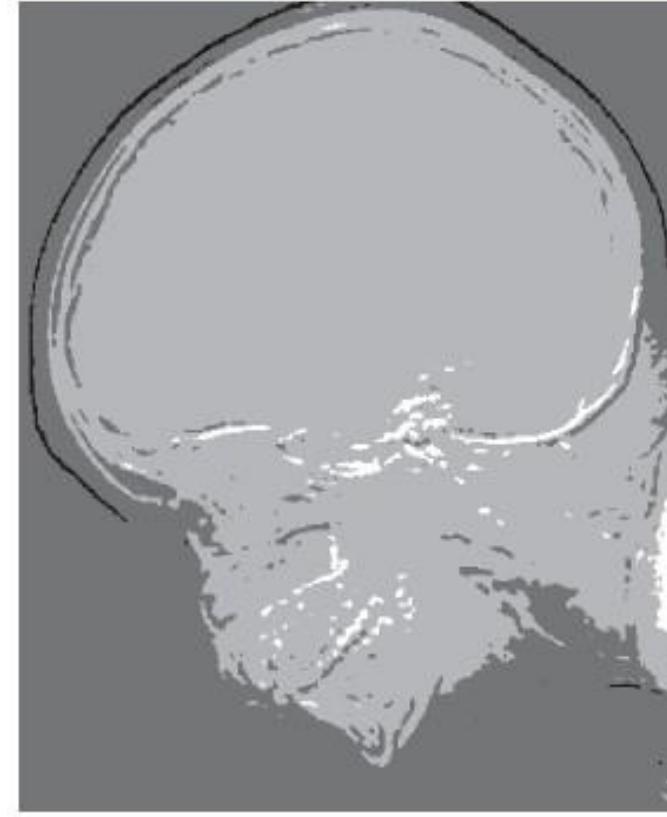
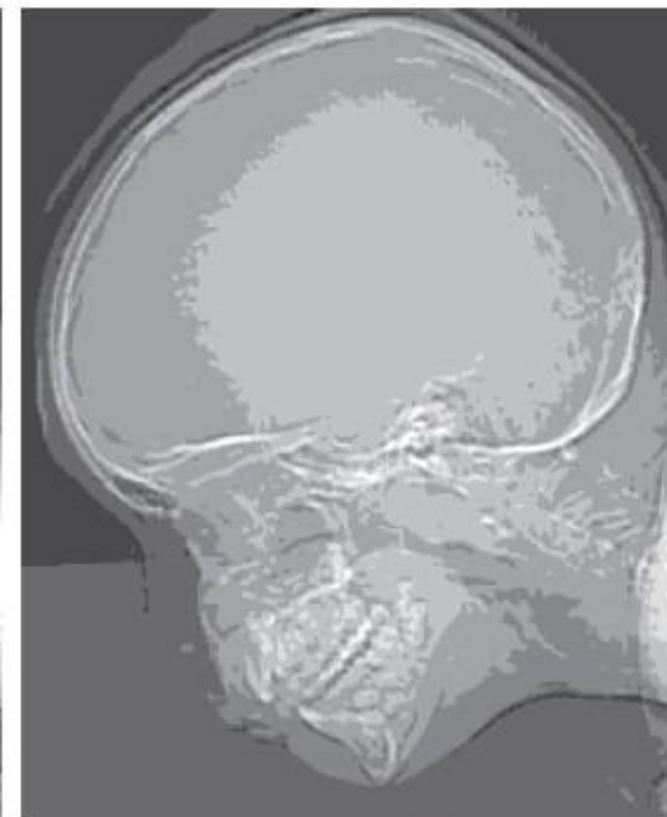
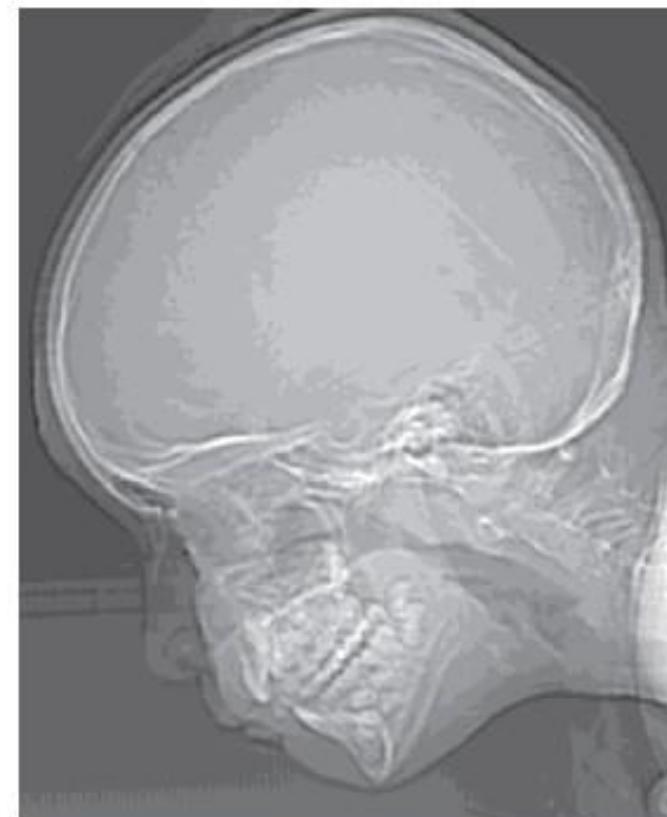
## Пространственное и яркостное разрешение



Уменьшение  
пространственного  
разрешения: 1250 dpi,  
300dpi, 150 dpi, 72 dpi



Уменьшение  
яркостного  
разрешения: 16, 8, 4, 2  
градации яркости



# Дискретизация и квантование

## Интерполяция цифрового изображения

Интерполяция:

- Процесс, при котором имеющиеся данные используются для оценки значений в неизвестных точках

Виды интерполяции

1 По ближайшему соседу

2 Билинейная

$$v(x, y) = ax + by + cxy + d,$$

3 Бикубическая

$$v(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j,$$



# Отношения между пикселями

## Соседи, смежность, связность, область и границы

Соседи

$$(x+1,y), (x-1,y), (x,y+1), (x,y-1).$$

- $N_4(p)$  – 4 соседа по вертикали и горизонтали
- $N_D(p)$  – 4 соседа по диагонали

$$(x+1,y+1), (x+1,y-1), (x-1,y+1), (x-1,y-1)$$

Конфигурация  
пикселей

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Элементы 8-смежные  
между собой

$$\begin{matrix} 0 & 1 & - & 1 \\ 0 & 1 & - & 0 \\ 0 & 1 & - & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Отношения m-  
смежности

$$\begin{matrix} 0 & 1 & - & 1 \\ 0 & 1 & - & 0 \\ 0 & 1 & - & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Смежность – для бинарного  
изображения – соседние пиксели с  
единичной яркостью

Граница области – замкнутый контур –  
множество точек области, у которых один  
или более соседей принадлежат фону

$$\left. \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\} R_i$$
  
$$\left. \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\} R_j$$

Две области, являющиеся  
8-смежными

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Элемент в кружке  
– часть границы

Внешняя граница  
области образует  
замкнутый путь

# Отношения между пикселями

## Меры расстояния

Функция расстояния (метрика):

- а)  $D(p, q) \geq 0$ , причем  $D(p, q) = 0$  тогда и только тогда, когда  $p = q$ ,
- б)  $D(p, q) = D(q, p)$ ,
- в)  $D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$ .

Евклидово расстояние (метрика L2):  $D_e(p, q) = \sqrt{(x-s)^2 + (y-t)^2}$

Расстояние  $D_4$  (метрика L1):  $D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$

Расстояние  $D_8$ :  $D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$ .

# Математический аппарат

## Поэлементные и матричные операции

Пример:  
два изображения 2x2

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ и } \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}.$$

Поэлементное произведение

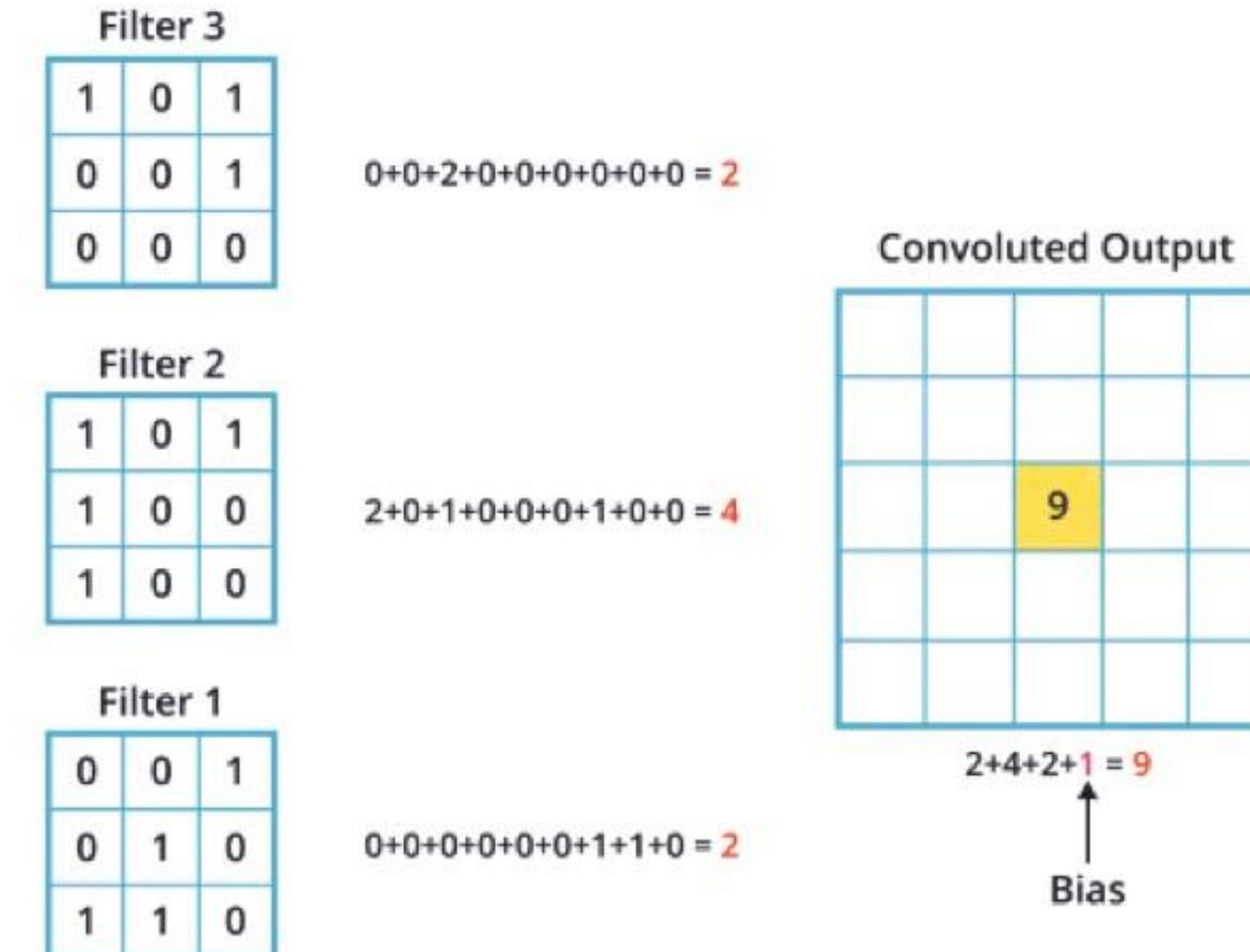
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Матричное произведение

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

	Red	Green	Blue
0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0
0	1 1 1 2 2 2 0	2 2 2 1 1 1 0	2 2 2 1 1 1 0
0	1 0 0 2 1 0 0	1 2 2 1 1 1 0	1 2 2 1 1 1 0
0	1 0 1 0 0 2 1 0	1 2 2 2 1 1 0	1 2 2 2 1 1 0
0	0 0 0 2 2 0 0	0 1 0 0 1 1 0	0 1 1 1 1 1 0
0	0 2 2 2 1 1 0	0 1 0 0 1 1 0	0 1 1 1 1 1 0
0	0 0 0 0 0 0 0	0 2 2 1 2 0 0	0 1 1 1 1 1 0
0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 1 1 1 1 1 0

Использование матричных операций в свертке



# Математический аппарат

## Линейные и нелинейные преобразования

Оператор:  $H[f(x, y)] = g(x, y)$

Критерий линейности:  $H[a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] = a_i H[f_i(x, y)] + a_j H[f_j(x, y)] = a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y),$

Свойства:

- Аддитивность
- Однородность

Пример линейного оператора `sum()`:  $\sum[a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] = \sum a_i f_i(x, y) + \sum a_j f_j(x, y) = a_i \sum f_i(x, y) + a_j \sum f_j(x, y) = a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y),$

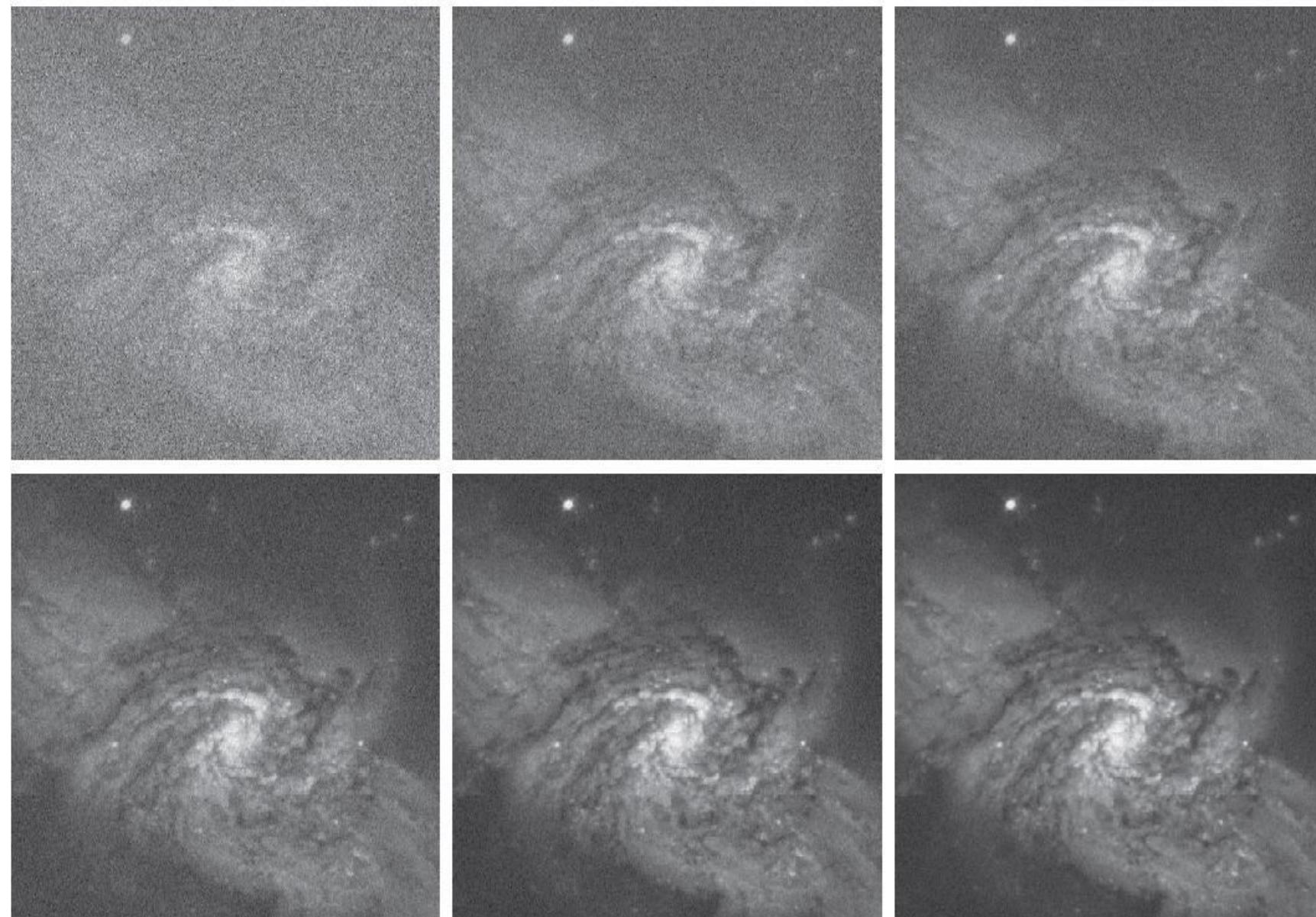
Пример нелинейного оператора `max()`:  $\max\left\{(1)\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1)\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}\right\} = \max\left\{\begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}\right\} = -2.$

$$(1)\max\left\{\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\right\} + (-1)\max\left\{\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}\right\} = 3 + (-1)7 = -4.$$

# Математический аппарат

## Арифметические операции

Результаты усреднения 5, 10, 20, 50 и 100  
зашумленных изображений



Результат разности изображений 1 и 2

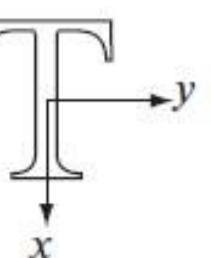
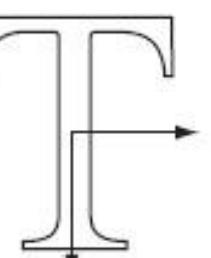
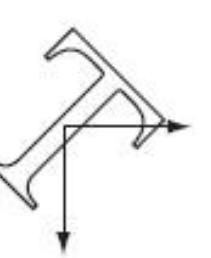
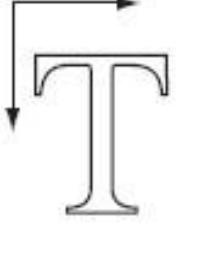
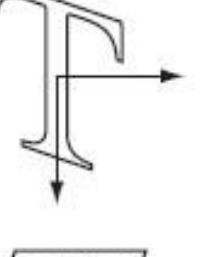
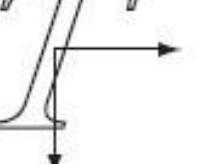


Применение маски путем перемножения



# Математический аппарат

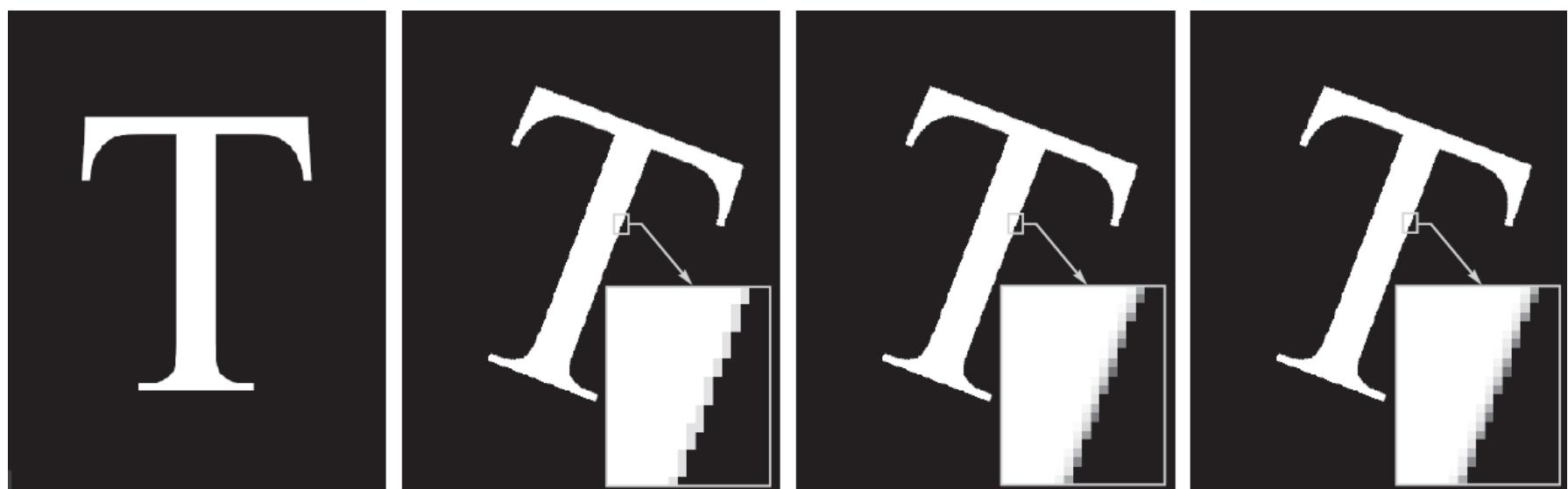
## Пространственные операции

Название преобразования	Аффинная матрица Т	Преобразование координат	Пример
Тождественное преобразование	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Изменение масштаба	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Поворот	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v\cos\theta - w\sin\theta$ $y = v\sin\theta + w\cos\theta$	
Параллельный перенос (сдвиг)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Вертикальный скос	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Горизонтальный скос	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

← Аффинное преобразование ↓

$$[x \ y \ 1] = [v \ w \ 1] \mathbf{T} = [v \ w \ 1] \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}.$$

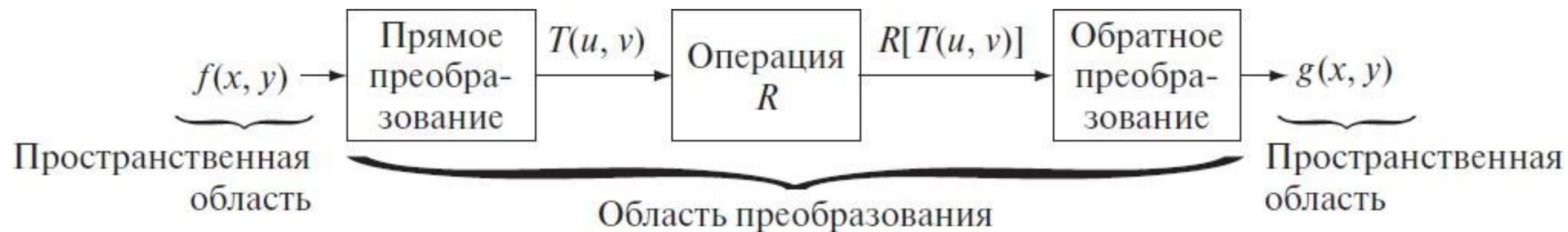
Результат поворота на 21°:  
Разные виды интерполяции



# Математический аппарат

## Преобразования изображений

Общий подход к обработке в области линейных преобразований

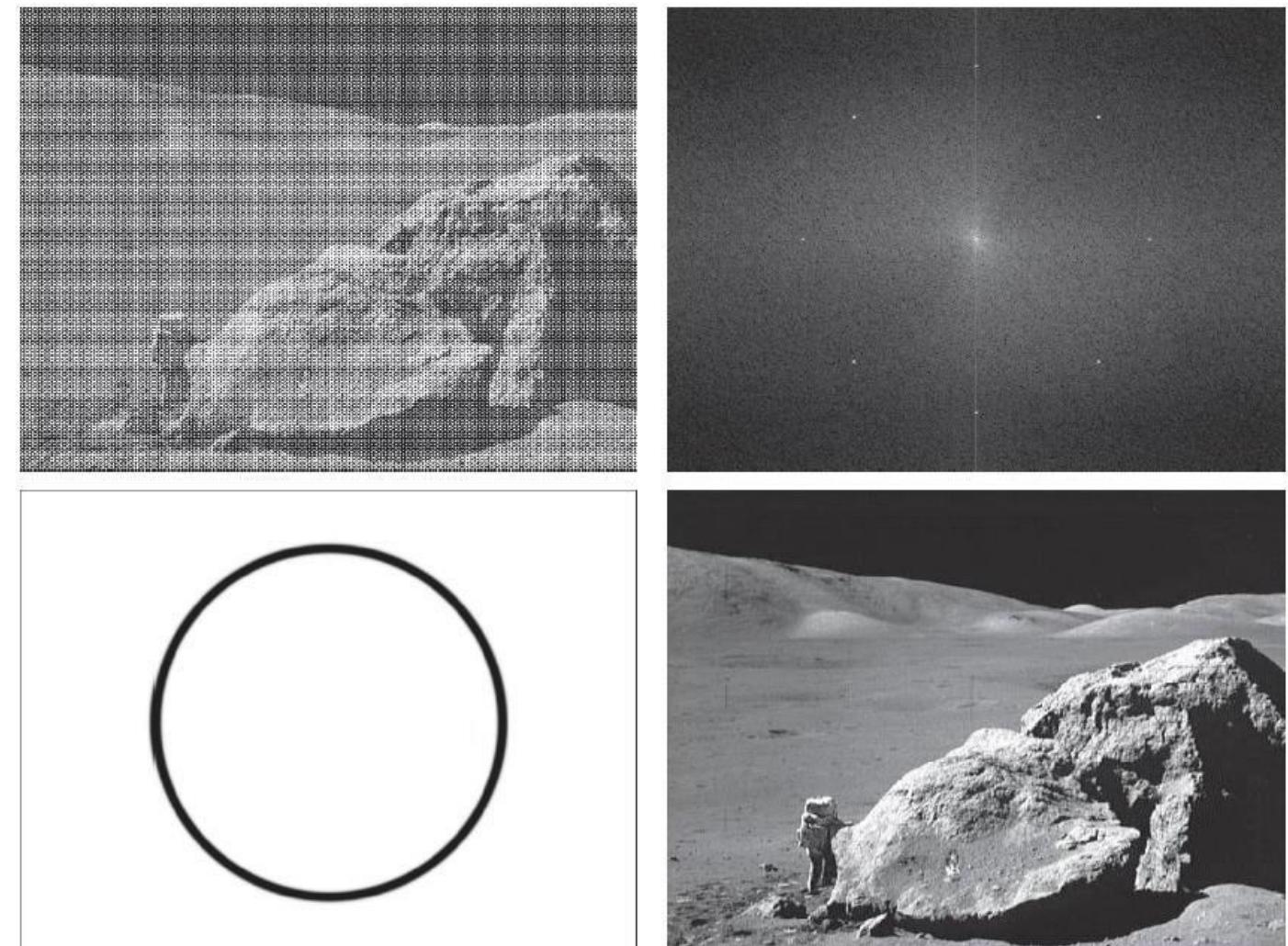


Устранение синусоидальных  
помех в частотной области

Общий вид класса двумерных линейных преобразований:

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) r(x, y, u, v),$$

где  $f(x, y)$  – исходное изображение,  
 $r(x, y, u, v)$  – ядро прямого преобразования



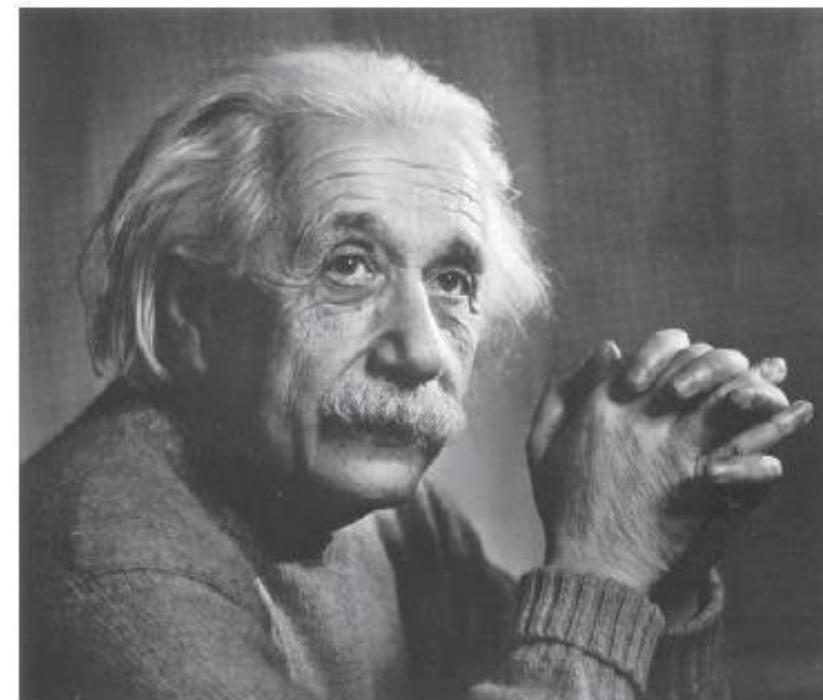
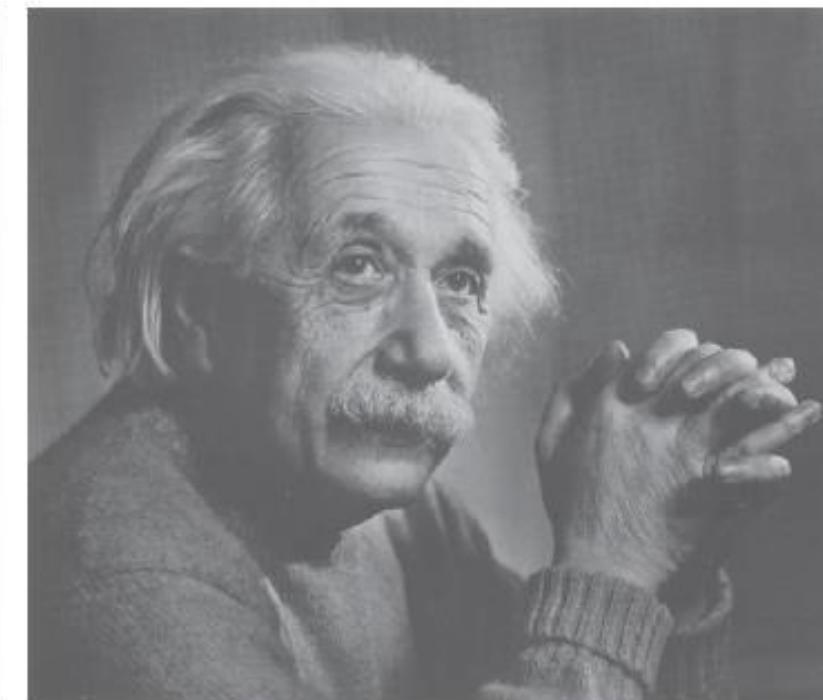
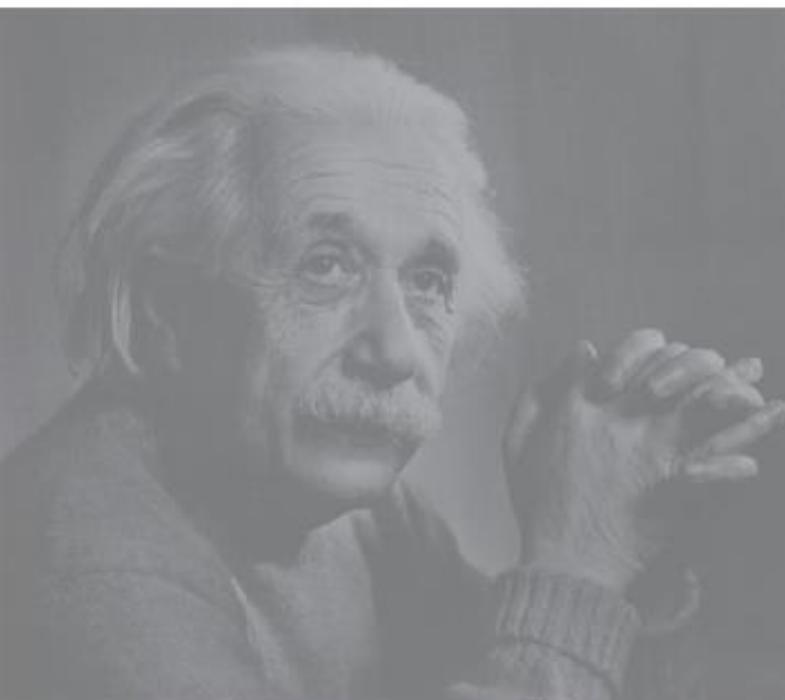
# Математический аппарат

## Вероятностные методы

Вероятностные параметры:

- Вероятность встретить уровень яркости  $z_k$ :  $p(z_k) = \frac{n_k}{MN}$ ,  $\sum_{k=0}^{L-1} p(z_k) = 1$ .
- Среднее значение яркости:  $m = \sum_{k=0}^{L-1} z_k p(z_k)$ .
- Дисперсия яркости:  $\sigma^2 = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^2 p(z_k)$ .

Изменение контраста изображения с ростом значения дисперсии яркости



# Обработка в пространственной области

## Введение

Классы пространственной обработки:

- Яркостные преобразования – оперируют отдельными пикселями с целью управления контрастом и пороговыми операциями над изображением
- Пространственная фильтрация – оперирует над окрестностью каждой точки изображения с целью повышения резкости и выделения границ

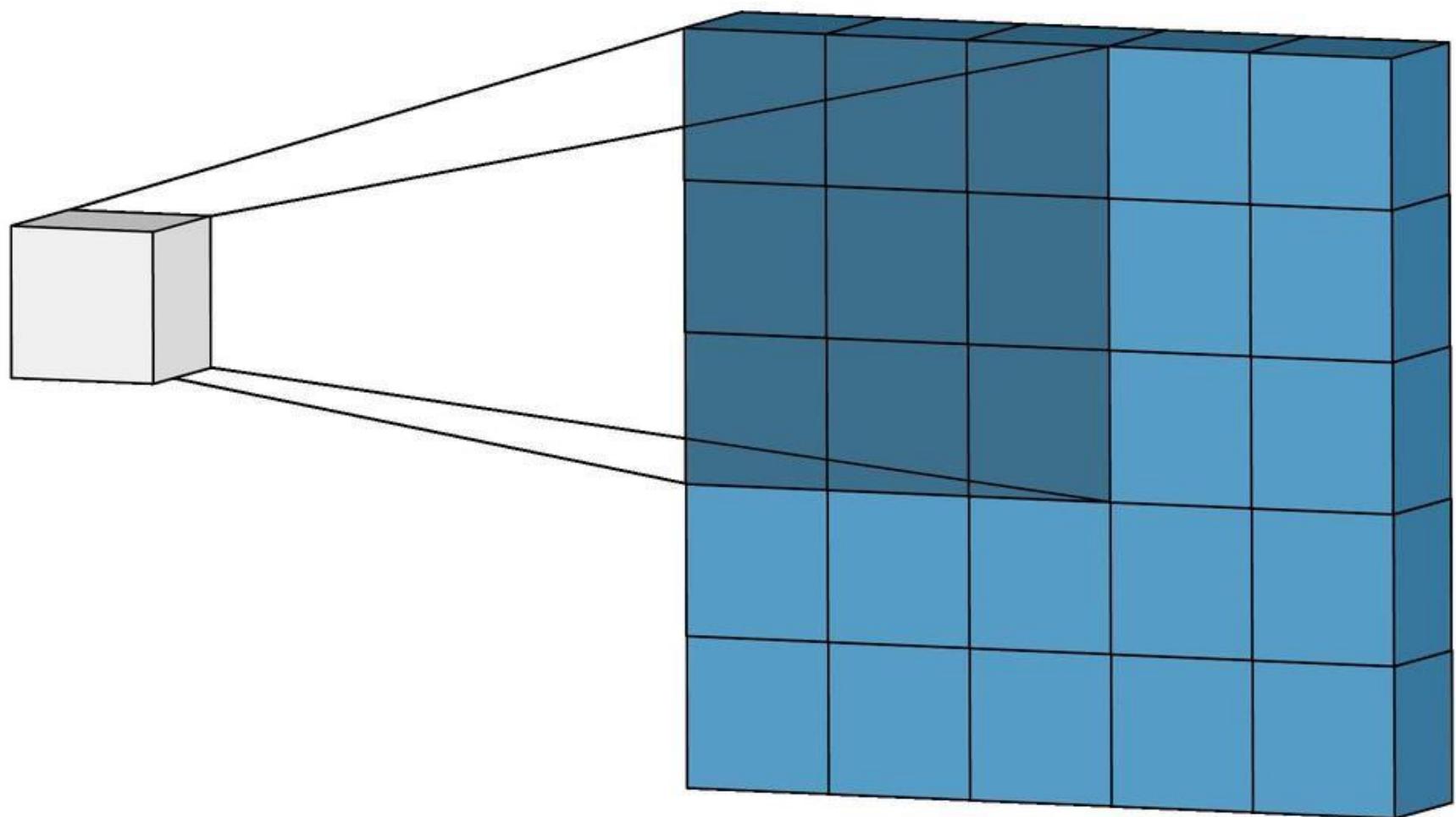
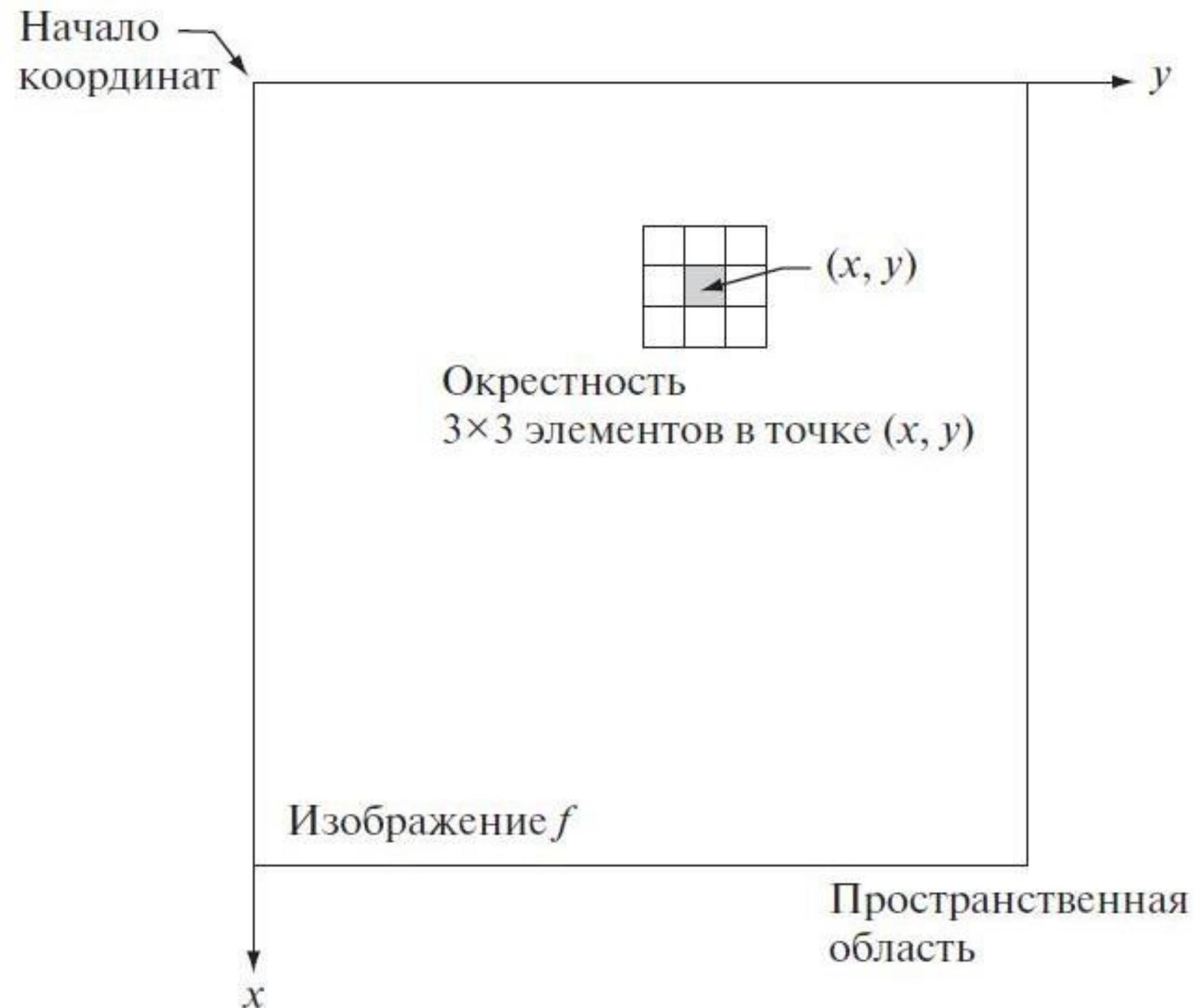


# Яркостные преобразования

## Основы пространственной фильтрации

Окрестность  $3 \times 3$  вокруг точки  $(x, y)$  – ядро фильтра

Иллюстрация процесса свертки



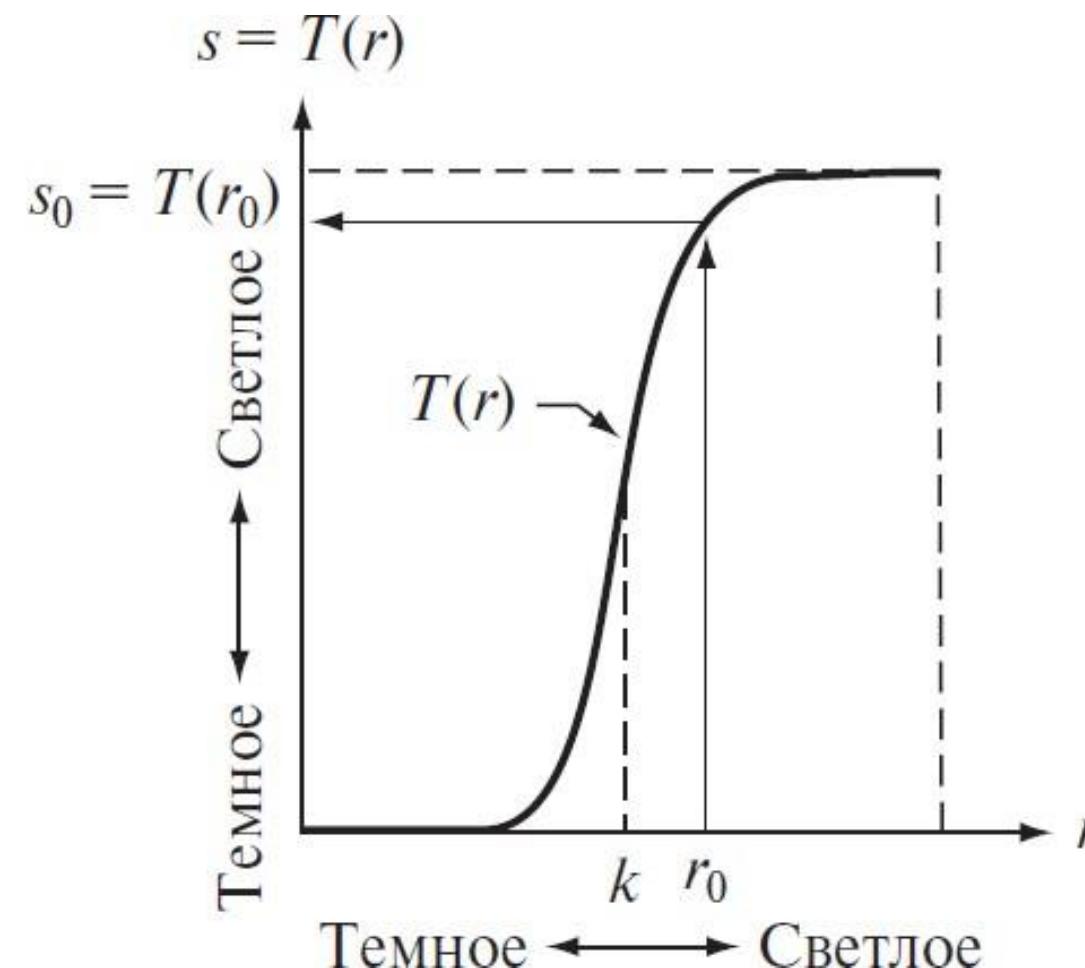
# Яркостные преобразования

## Виды

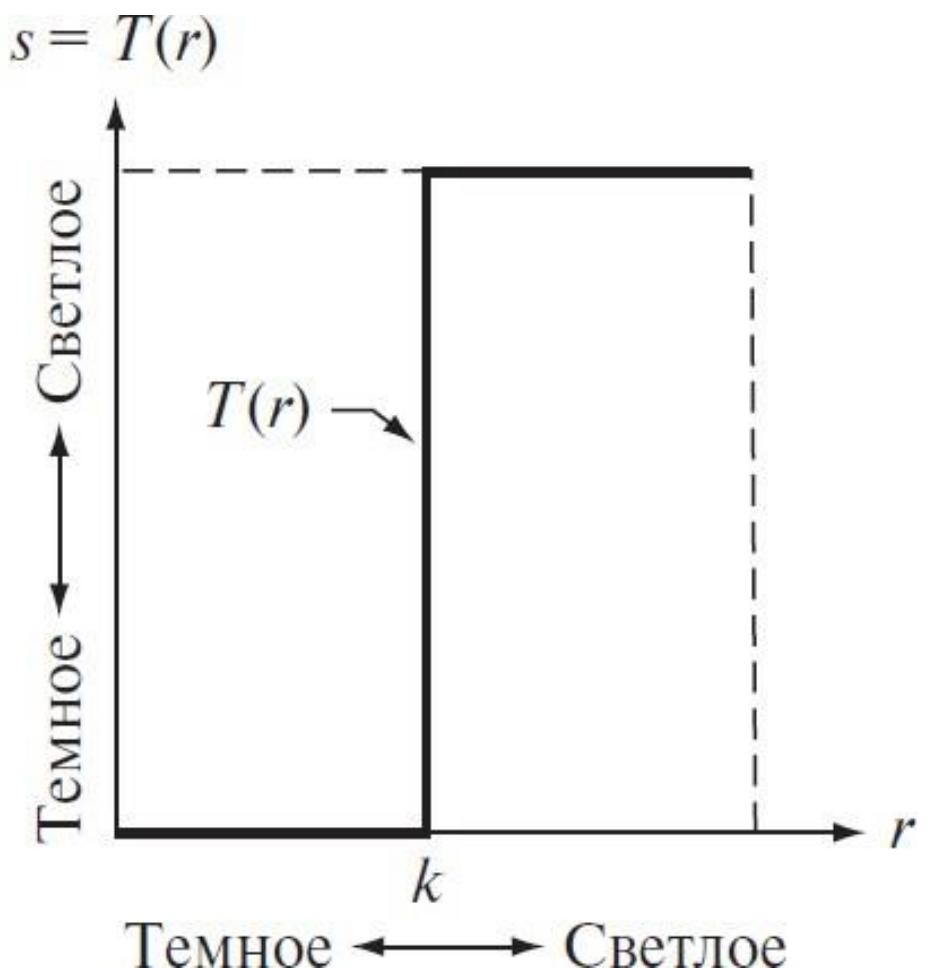
Предельный случай преобразования:  $g(x, y) = T[f(x, y)]$ ,

- Ядро преобразования  $1 \times 1 \Leftrightarrow$  оператор  $T()$  реализует градационное (яркостное) преобразование

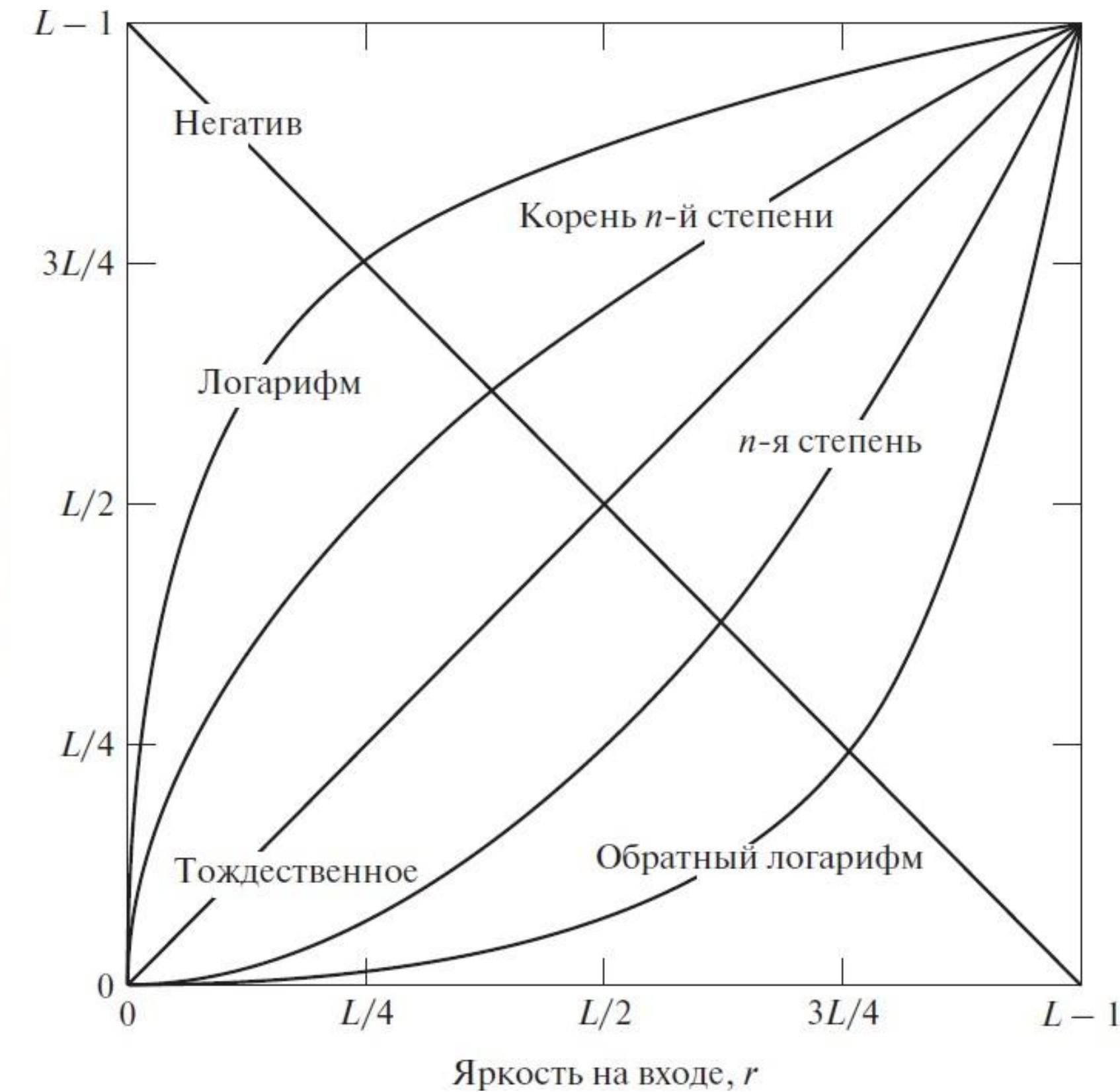
### Повышение контраста



### Бинаризация



## Виды яркостного преобразования



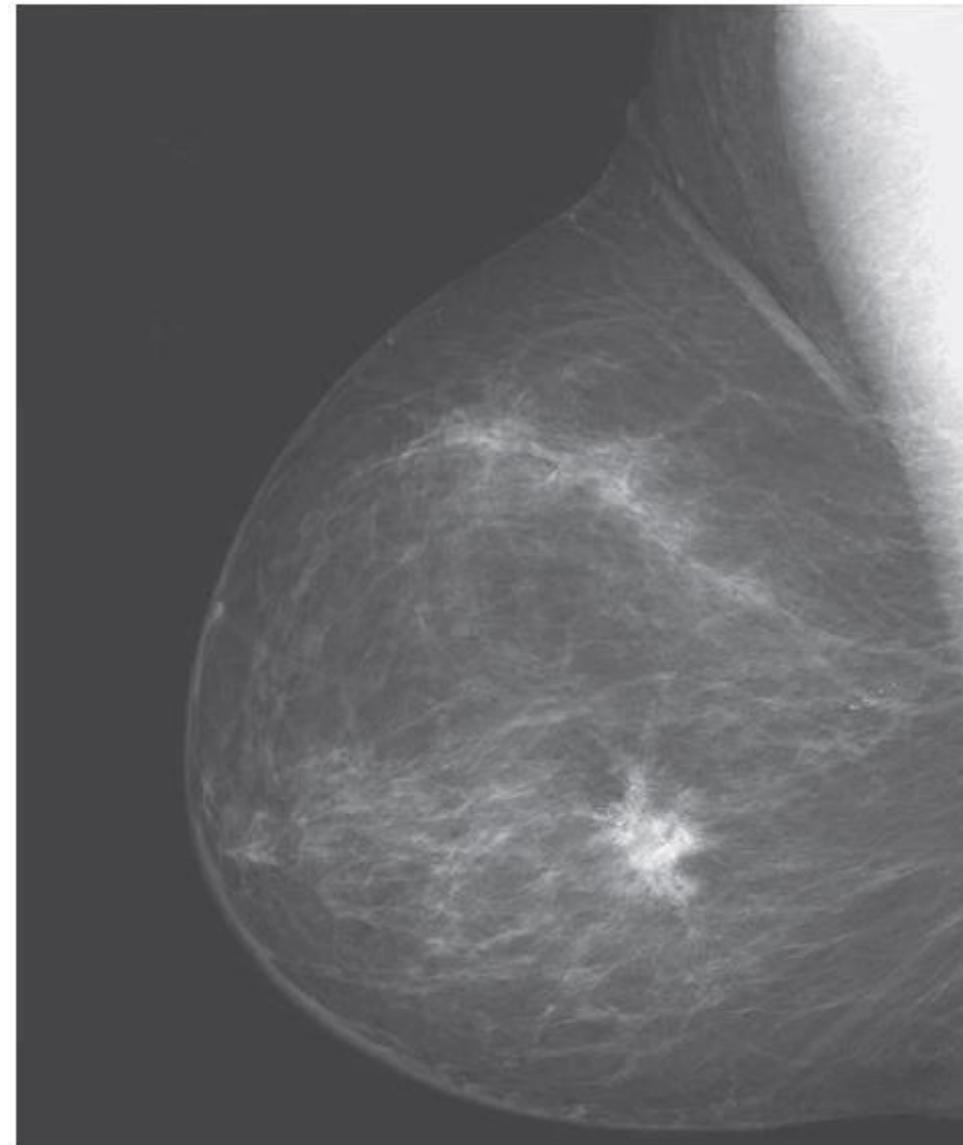
# Яркостные преобразования

## Преобразование в негатив

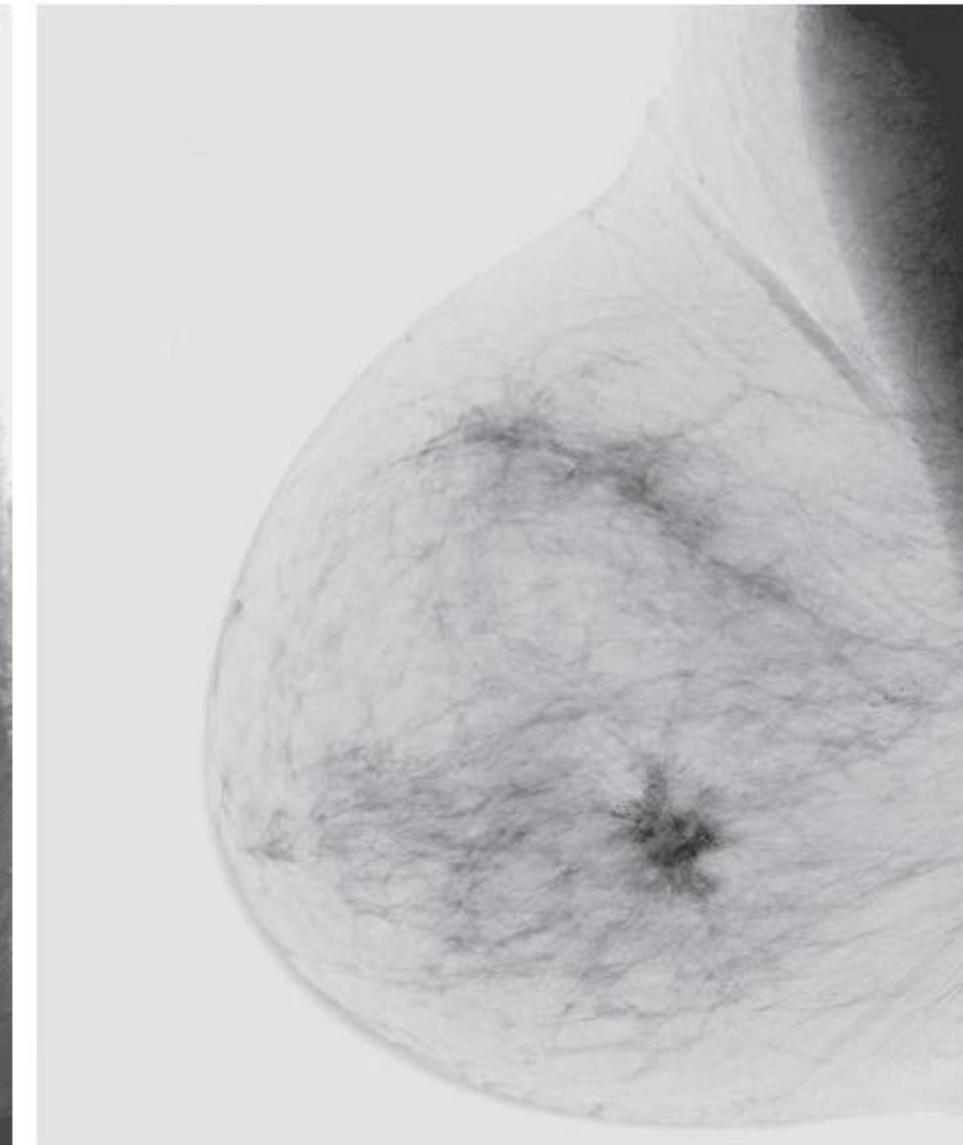
Пусть исходное изображение обладает диапазоном яркости  $[0, L - 1]$

Преобразование изображения в негатив:  $s = L - 1 - r$ .

Исходный вид  
цифровой  
маммограммы



Негативное  
изображение  
маммограммы



# Яркостные преобразования

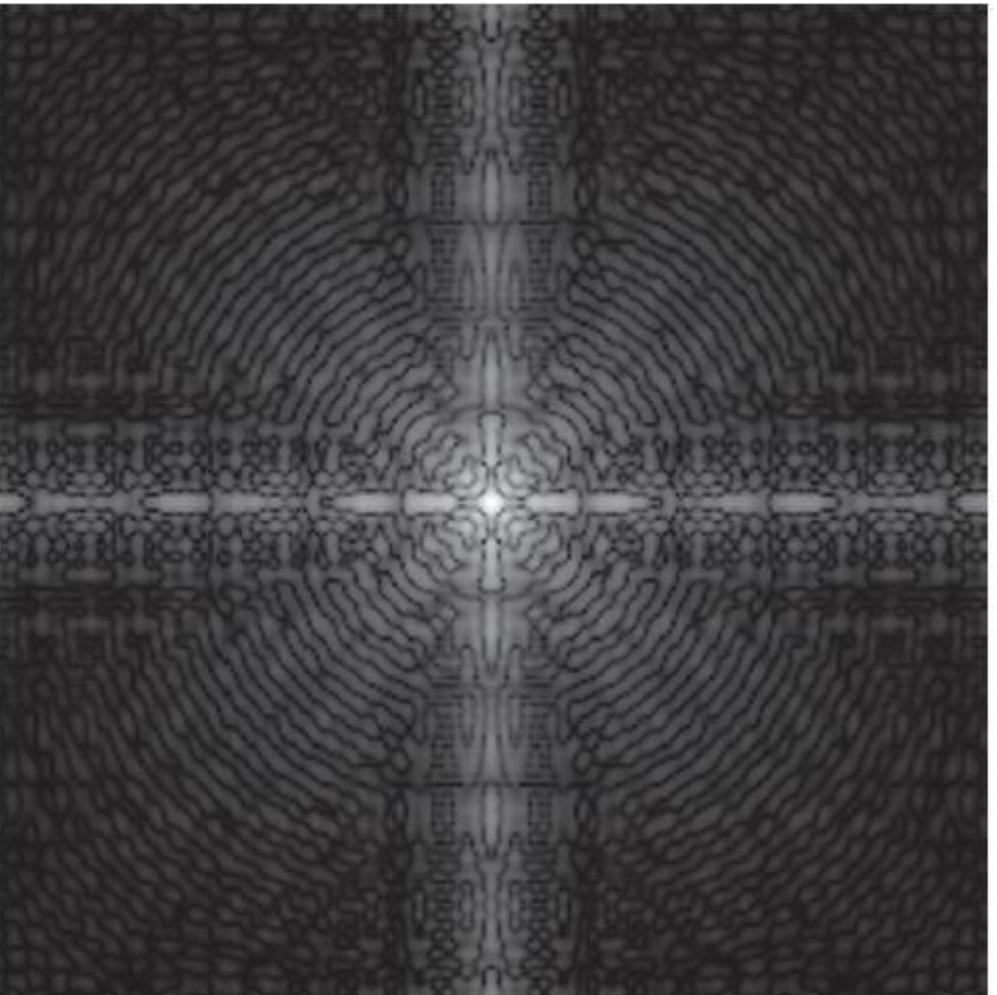
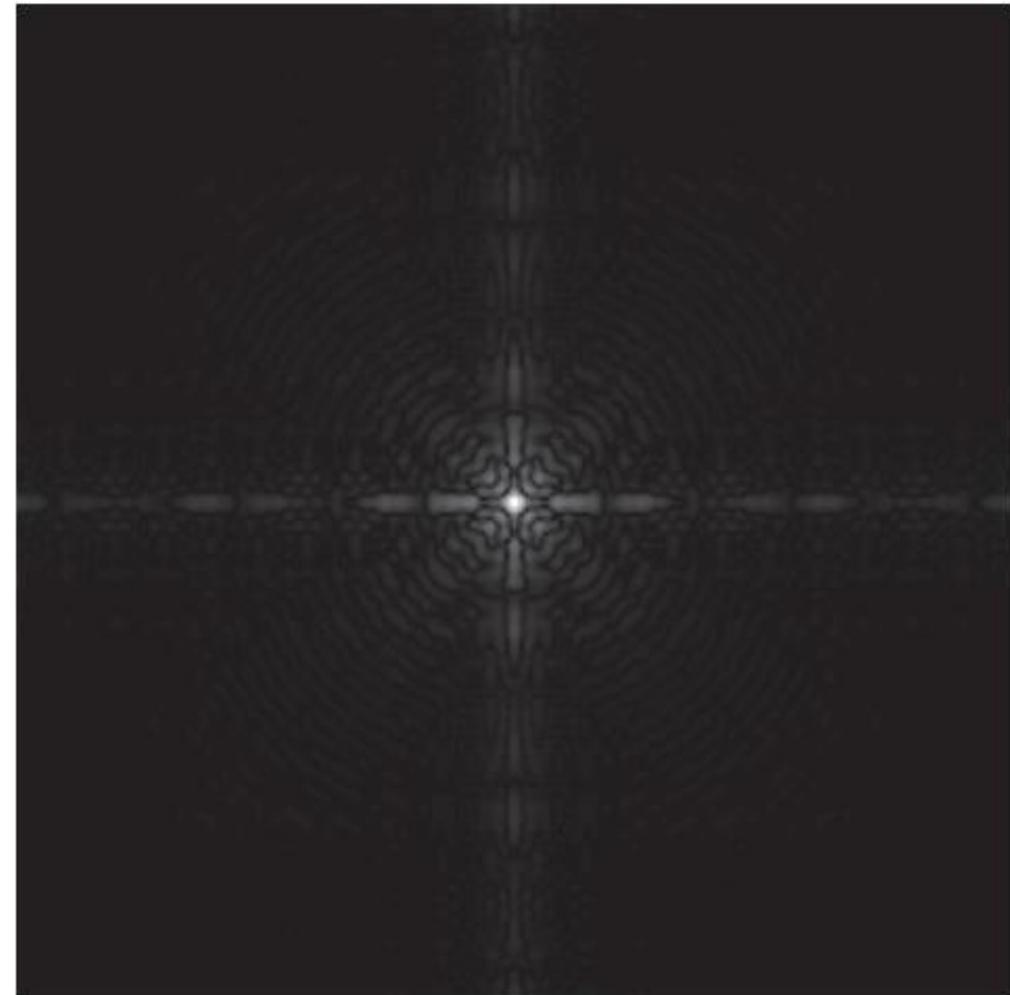
## Логарифмическое преобразование

Общий вид логарифмического преобразования:  $s = c \lg(1 + r)$ ,

с – константа,  $r \geq 0$

- отображает узкий диапазон малых значений яркостей в более широкий диапазон выходных значений
- Для растяжения диапазона темных пикселей с одновременным сжатием диапазона ярких

Спектр Фурье



Результат  
применения  
логарифмического  
преобразования

# Яркостные преобразования

## Степенное преобразование

Общий вид степенного преобразования:  $s = cr^\gamma$ ,

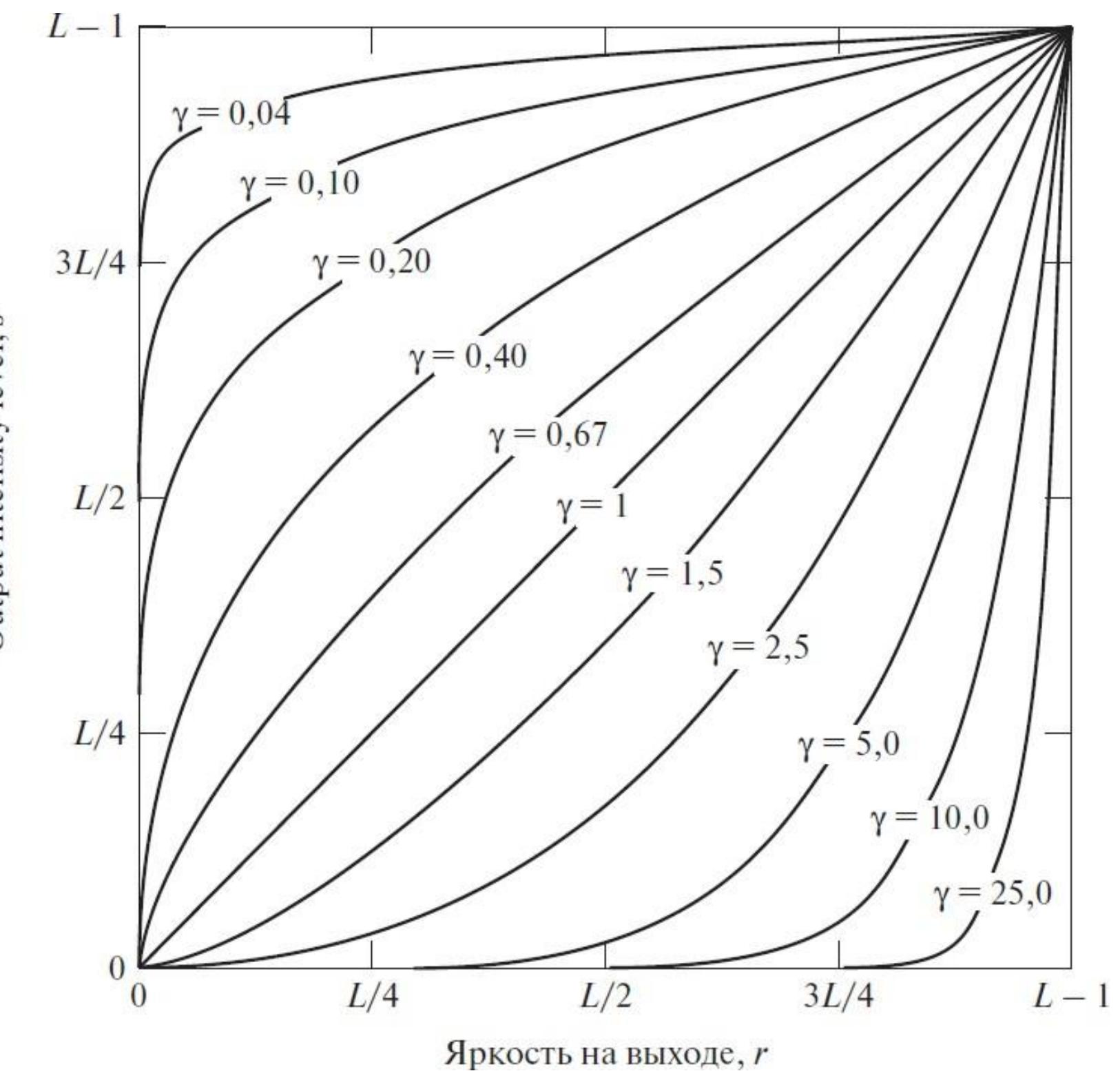
$c, \gamma$  – положительные константы

- При малых  $\gamma$  отображает узкий диапазон малых входных значений в широкий диапазон выходных
- Для корректировки яркостного отображения объектов на устройствах с различными амплитудными характеристиками

ЯМР-снимок позвоночника человека с переломом



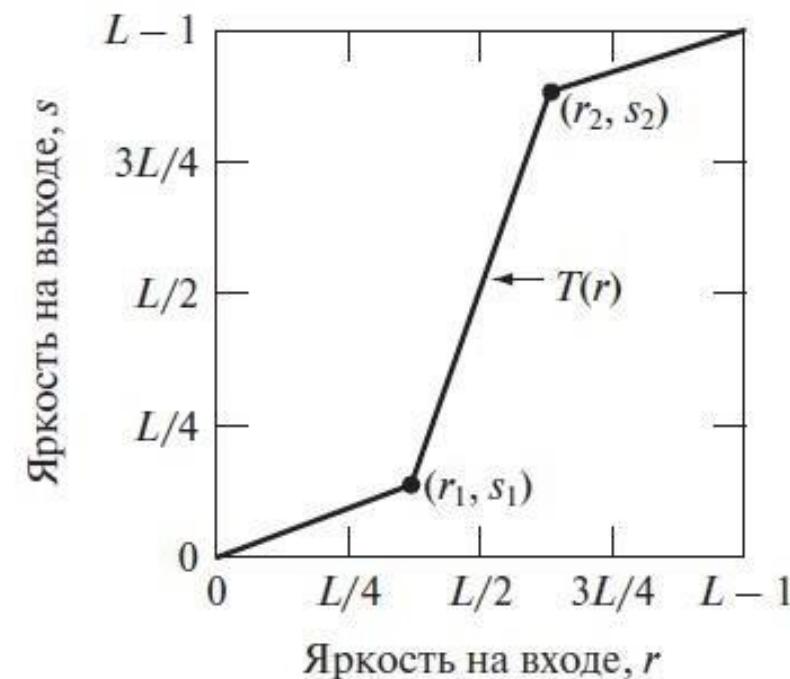
Семейство кривых гамма-коррекции



# Яркостные преобразования

## Кусочно-линейные преобразования

Вид функции преобразования



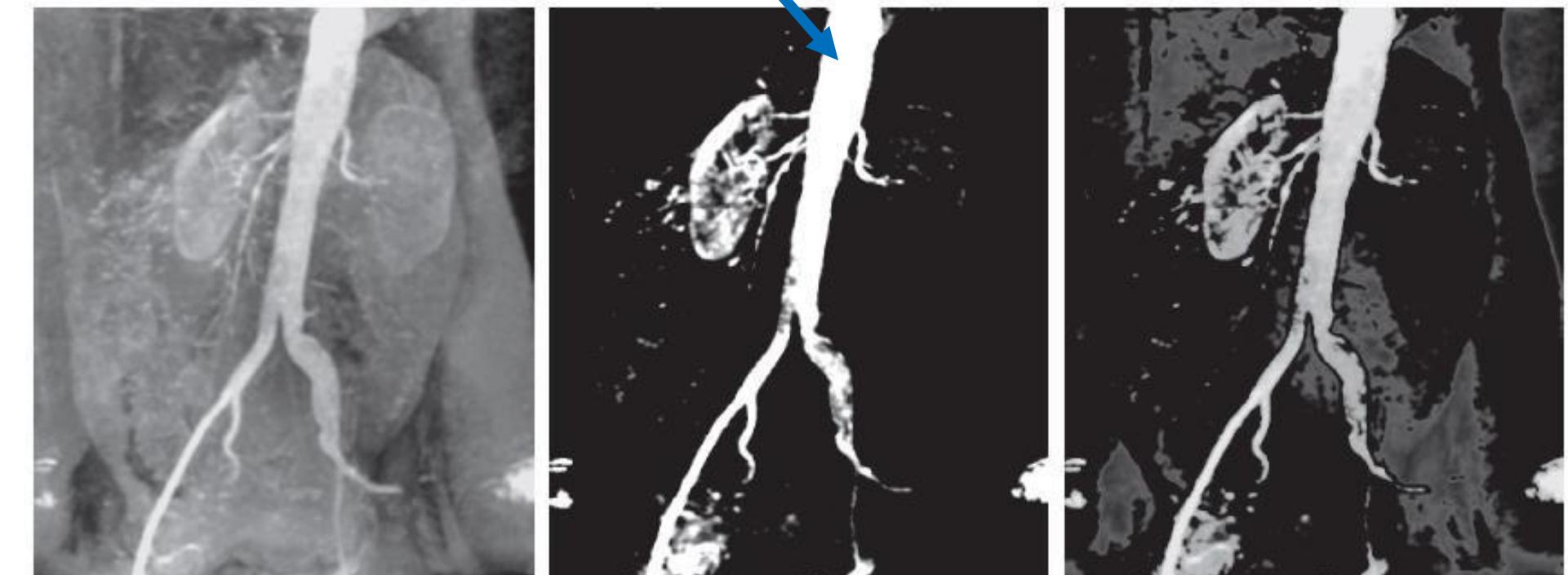
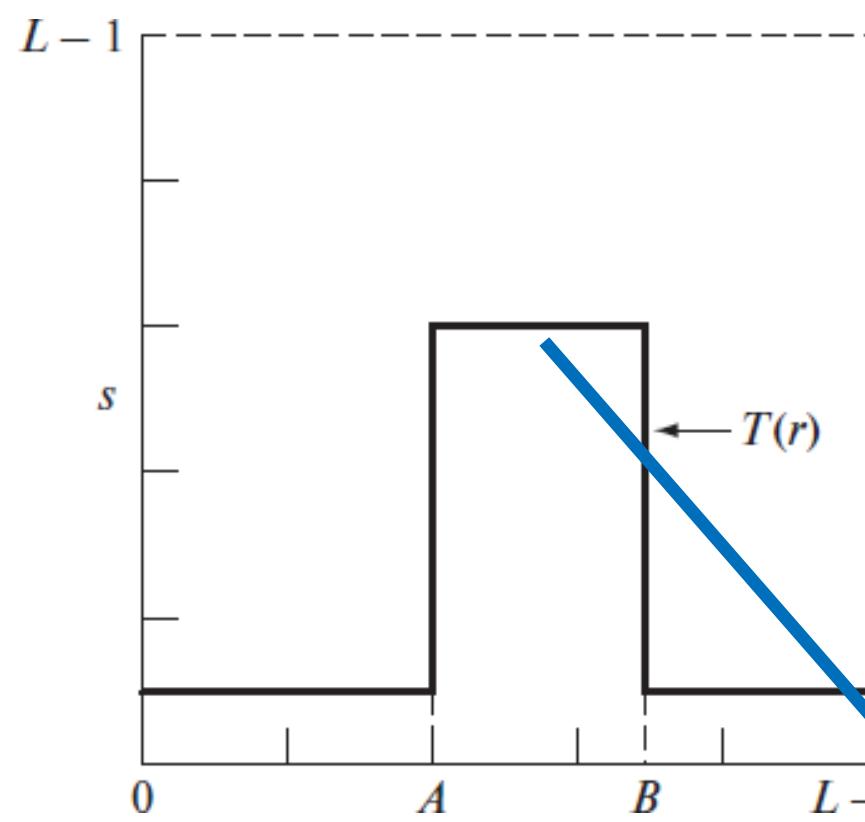
Усиленный контраст

Исходное изображение



Пороговое преобразование

Выделение диапазона яркостей



Ангиограмма аорты

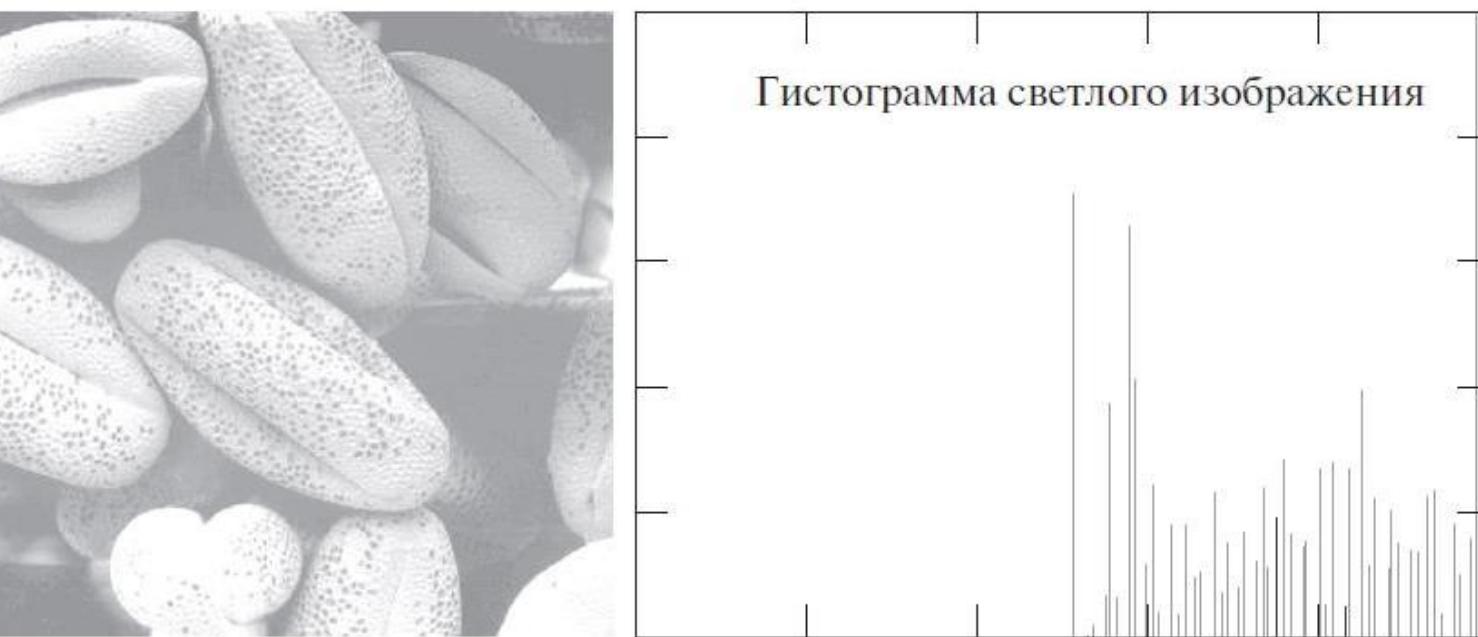
# Преобразование гистограммы

## Введение

Гистограмма цифрового изображения с уровнями яркости

[0, L – 1]:

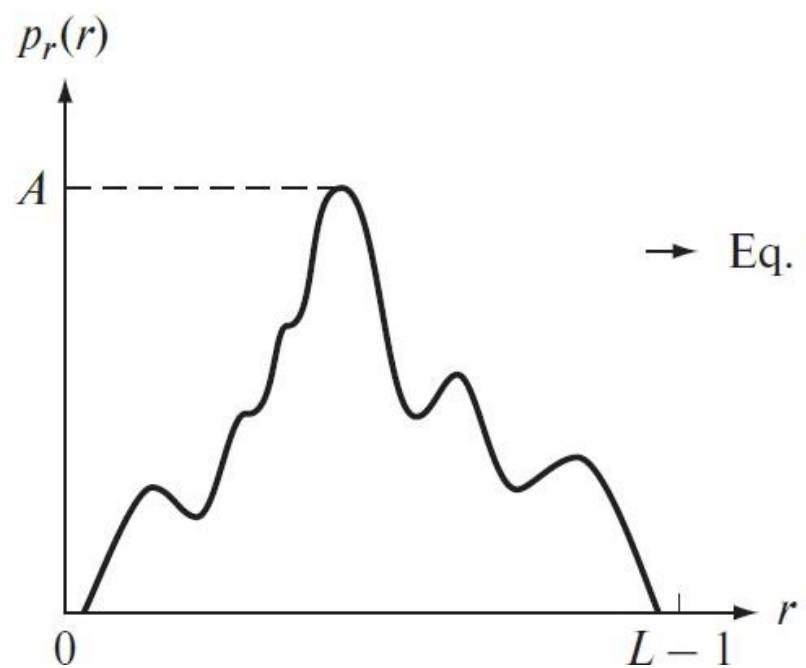
- Дискретная функция  $h(r_k) = n_k$ , где  $r_k$  – k-й уровень яркости, а  $n_k$  – число пикселей на изображении с яркостью  $r_k$
- Принята нормировка гистограммы
- Описание вероятности появления пикселя со значением яркости  $r_k$



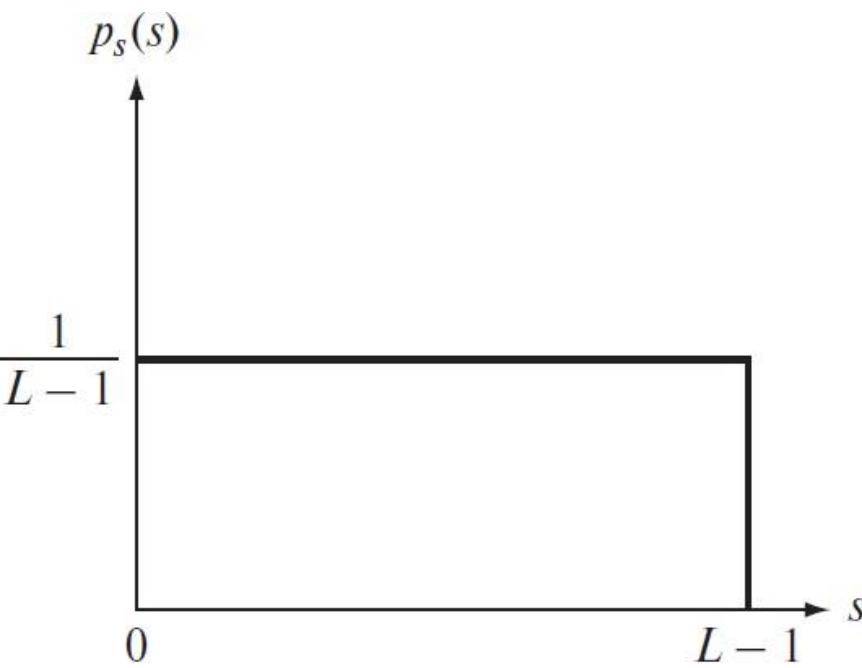
# Преобразование гистограммы

## Эквализация гистограммы

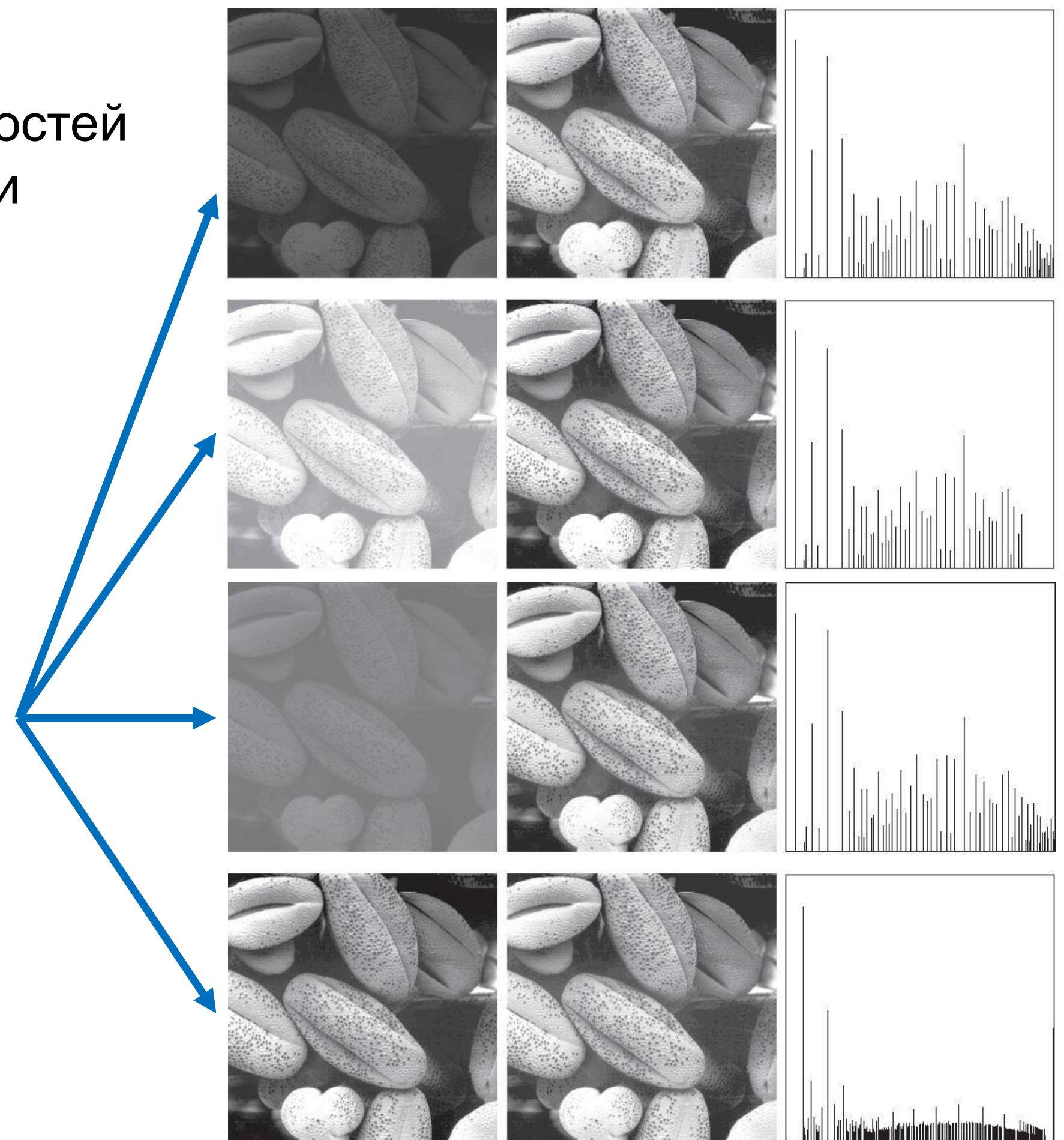
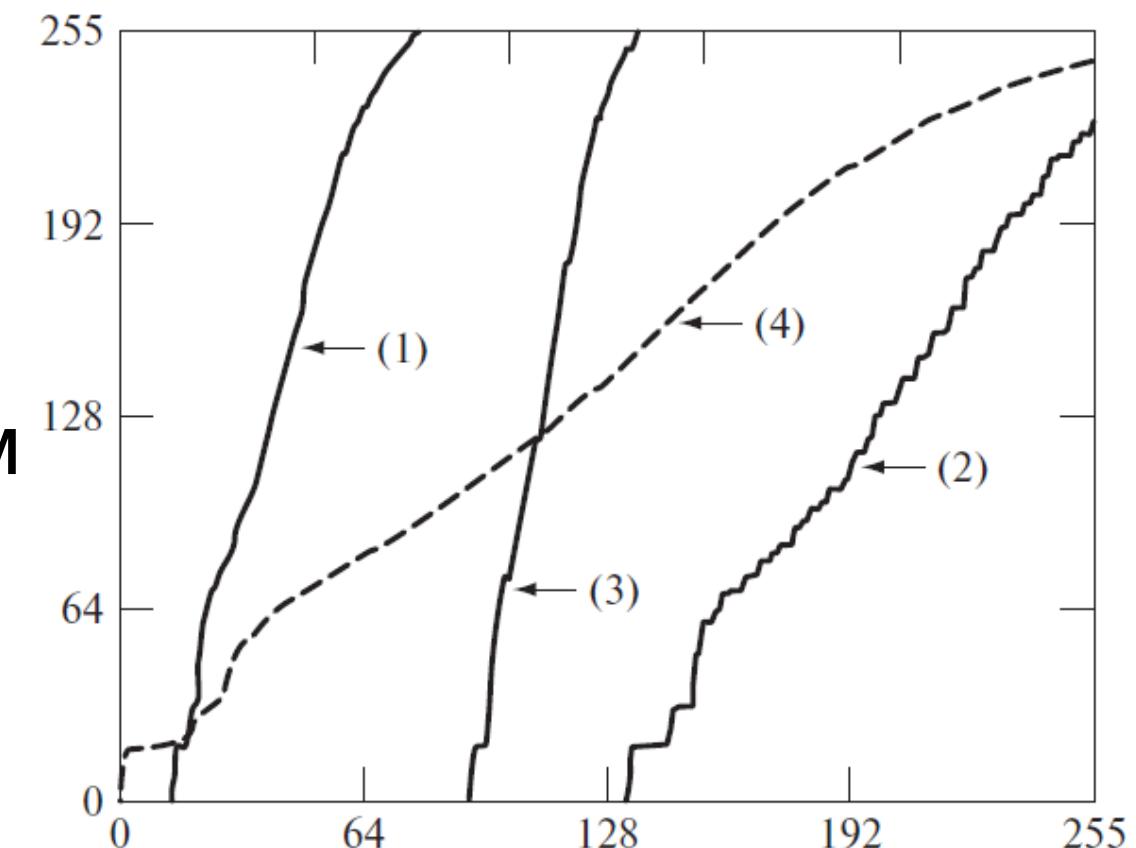
Преобразование плотности распределения вероятностей значений яркостей пикселей с целью эквализации



→ Eq. (3.3-4) →



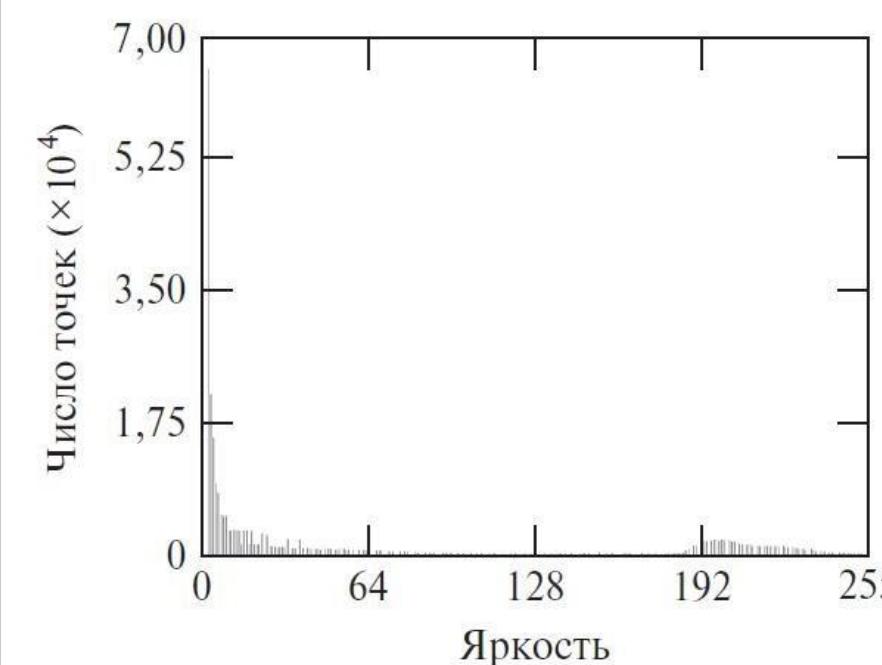
Функции  
преобразования для  
эквализации гистограмм  
каждого исходного  
изображения



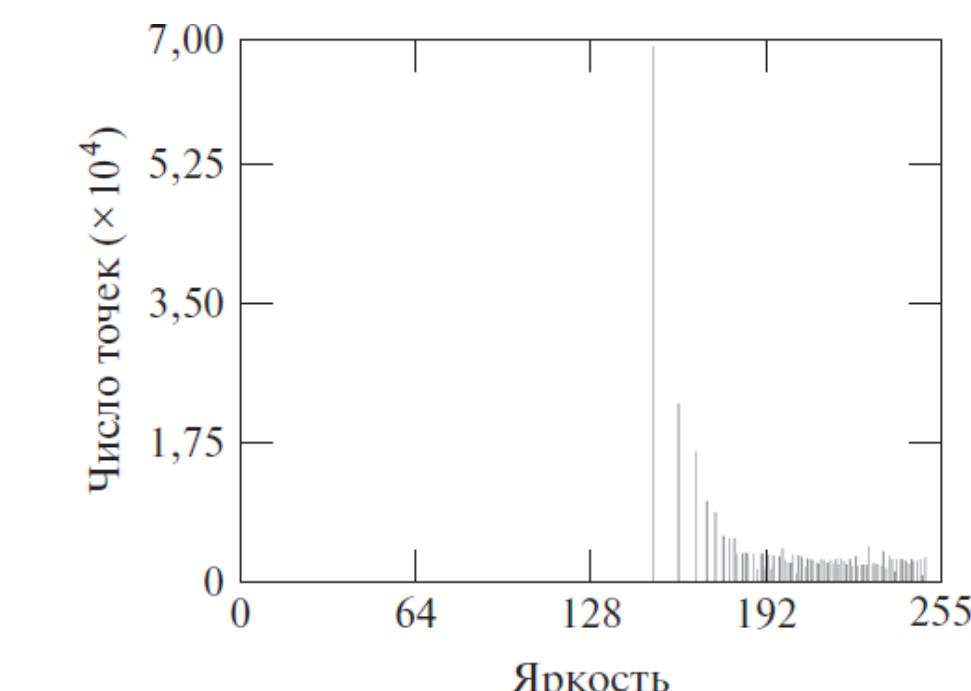
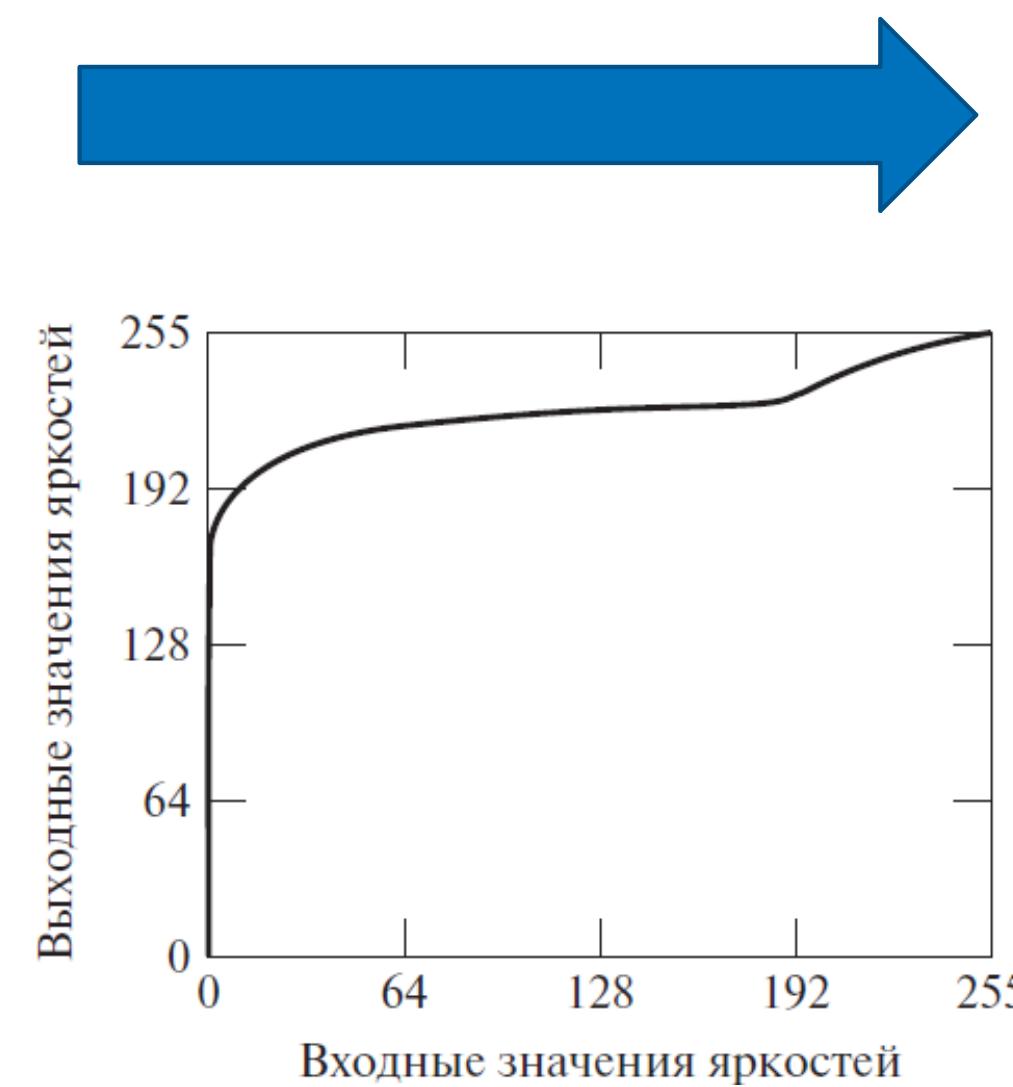
# Преобразование гистограммы

## Приведение гистограммы

Модификация исходной гистограммы изображения для приведения к заданной форме: перенос темных пикселей в яркую область



Исходное изображение



Полученное изображение



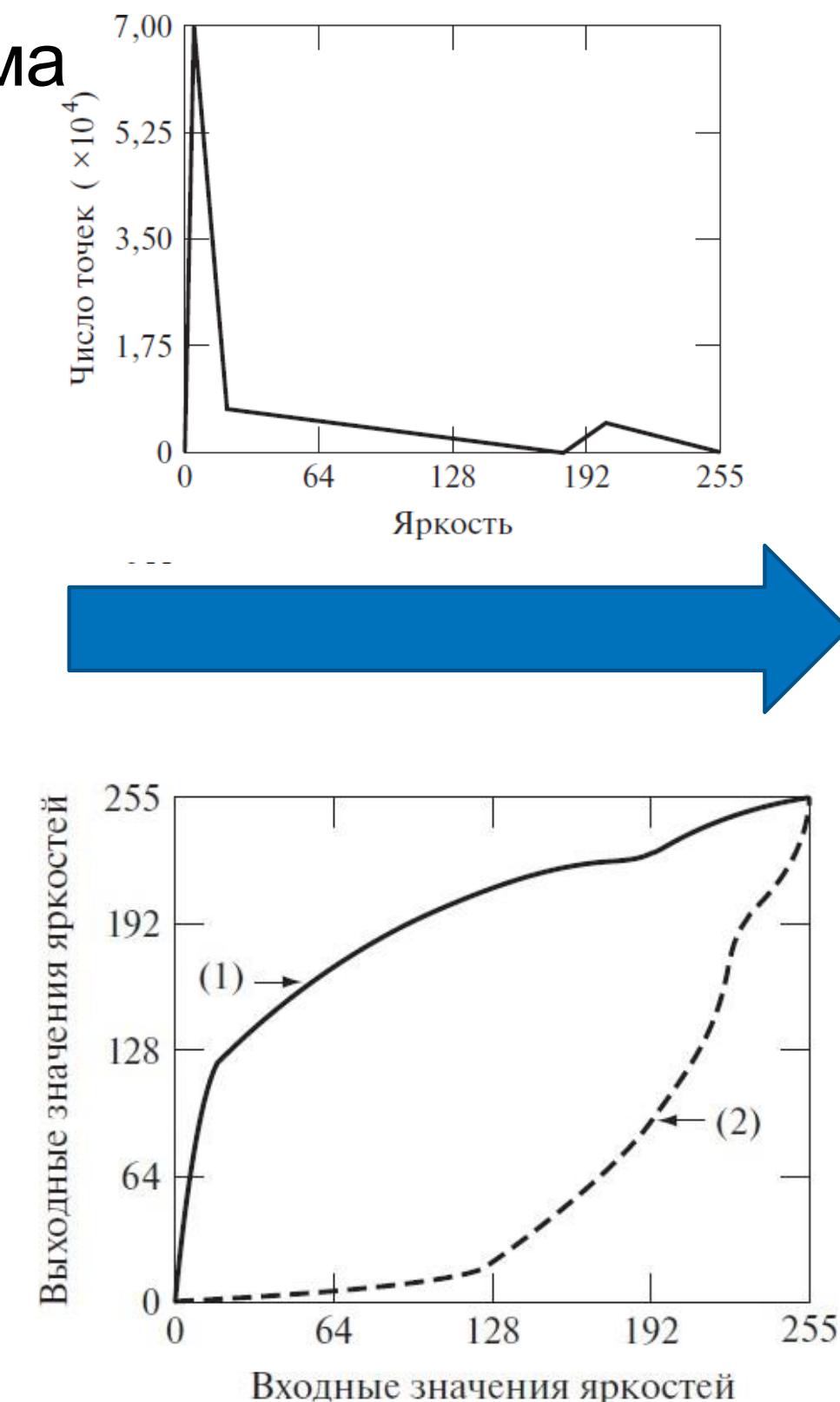
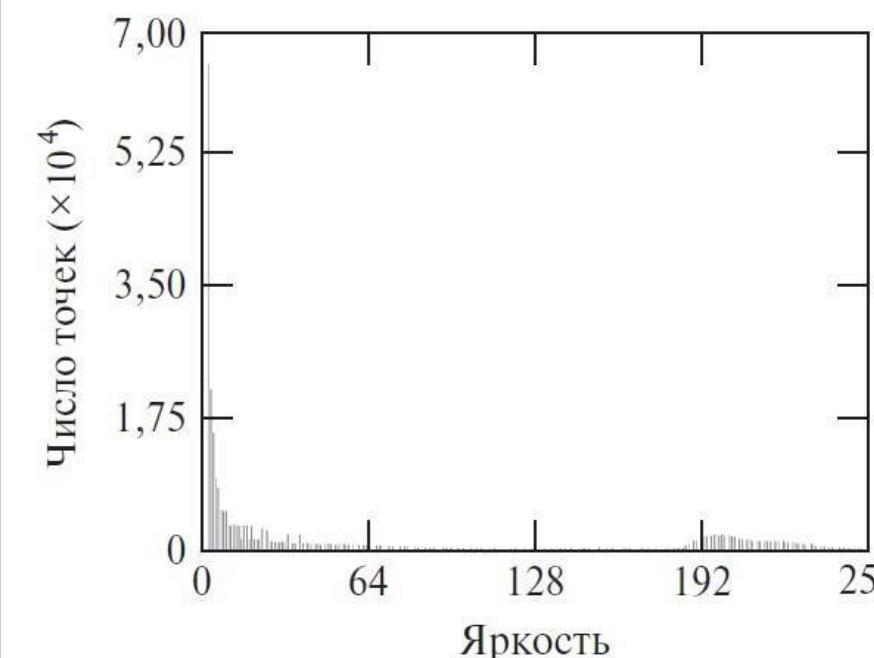
# Преобразование гистограммы

# Локальная гистограммная обработка

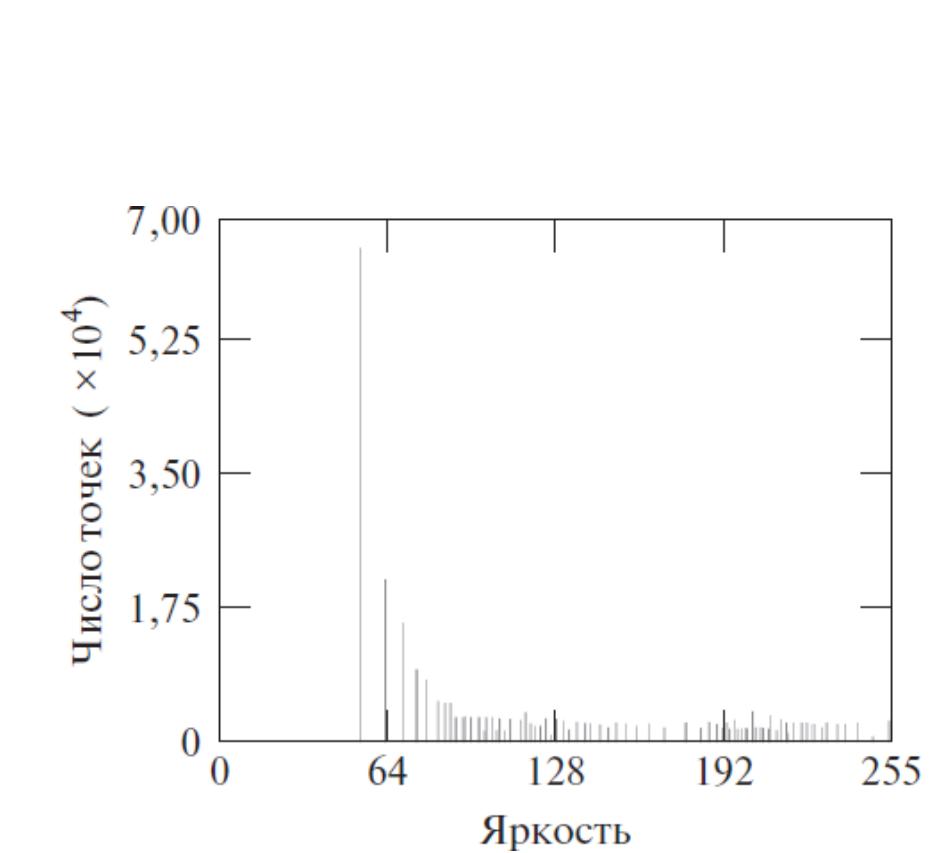
# Требуемая форма гистограммы



## Исходное изображение



# Локальные преобразования яркости



# Полученное изображение



# Преобразование гистограммы

## Использование гистограммных статистик

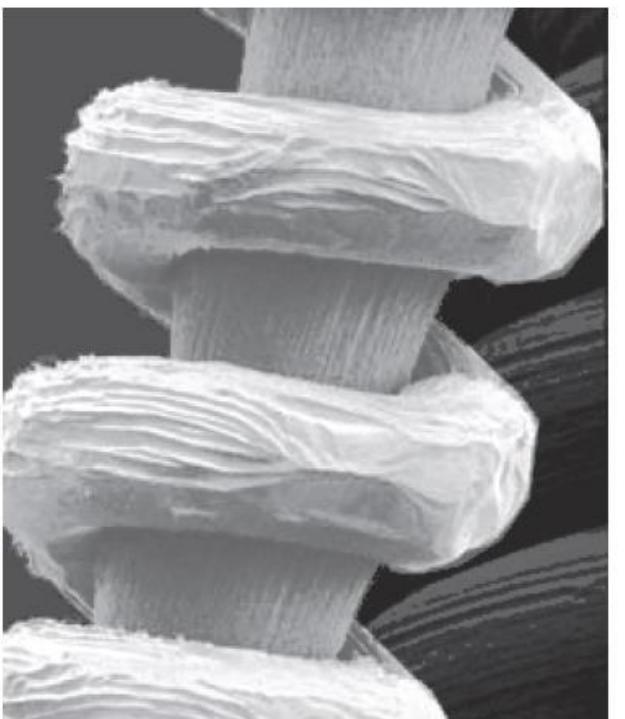
Статистики, получаемые из гистограммы:

- Центральный момент порядка  $n$   $\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i),$
- Средний уровень яркости пикселей  $m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i).$
- Второй момент == дисперсия значений яркости  $\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i).$

Непосредственная оценка по значениям отсчетов:

- Выборочное среднее  $m = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$
- Выборочная дисперсия  $\sigma^2 = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - m]^2$

Исходное изображение



Глобальная эквалайзация гистограммы



Преобразование на основе статистик локальной гистограммы



# Резюме

- Обзор методов получения изображений
- Рассмотрение процесса дискретизации и квантования изображений
- Определение фундаментальных отношений между пикселями
- Рассмотрение математического аппарата
- Обзор примеров применения математического аппарата к обработке изображений
- Рассмотрение основ пространственных преобразований
- Определены яркостные преобразования
- Обзор методов видоизменения гистограммы

# Использованные материалы

- [Курс МФТИ по компьютерному зрению](#), автор – Колокольников Г.А.
- Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с. – ISBN 978-5- 94836-331-8.2.
- Курс лекций cs231n «Convolutional Neural Networks for Visual Recognition» (<http://cs231n.stanford.edu>).