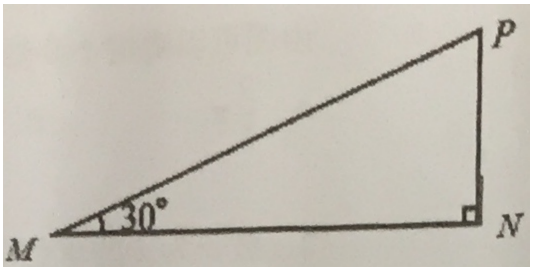
大物2 习题选讲

1. 波与振动

[例1.1] 如下图,两相干波源位于同一介质中的M点和N点,产生的平面简谐波振幅均为$A=1\ \mathrm{cm}$,频率均为$30\ \mathrm{Hz}$,波源N比波源M的相位超前π,波速$u=60\ \mathrm{m/s}$,$\overline{MP}=10\ \mathrm{m}$, $\angle PMN=30^\circ$, $\angle PNM=90^\circ$.求两波在P点处的合振动的振幅.



[解1] $\lambda=\dfrac{u}{\nu}=2\ \mathrm{m}$,相位差$\Delta\varphi=\varphi_N-\varphi_M-\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\varphi_N-\varphi_M-\dfrac{2\pi}{\lambda}\left(\overline{NP}-\overline{MP}\right)=-6\pi$.

则两波在P点处的振动方向相同,则合振幅$A'=2A=2\ \mathrm{cm}$.

[解2] $A'=\sqrt{A_N^2+A_M^2+2A_NA_M\cos\Delta\varphi}=2\ \mathrm{cm}$.

[例1.2] 平面简谐波在各向同性的均匀介质中传播时,任意体积元内机械能不守恒,且动能与势能同相位变化.

[例1.3] 电磁波在真空中传播时,电场强度与磁场强度任意时间、任意地点都同相变化.

[例1.4] 机械波从波疏介质向波密介质传播时,在两介质交界面处被反射,产生大小为π的相位跃变.

---

2. 光学

[例2.1] 用波长$\lambda=500\ \mathrm{nm}$的单色平行光垂直照射一平面透射光栅,测得第二、四级主明纹缺级.已知光栅常数$d=3.6\times10^{-6}\ \mathrm{m}$.求:

(1)第一级($k=1$)主明纹的衍射角θ.

(2光栅上每条透光狭缝的宽度b.

(3)衍射角$-90^\circ\le\theta\le90^\circ$范围内实际能呈现完整主明纹的级次.

[解]

(1)因$\sin\theta_k=\pm\dfrac{k\lambda}{d}$,则$\theta=\arcsin\dfrac{\lambda}{d}=\arcsin 0.13\dot{8}$.

(2)由暗纹条件$b\sin\theta=k'\lambda$和光栅方程$d\sin\theta=k\lambda$知:缺级$k=\dfrac{d}{b}k'\ \ (k'=\pm1,\pm2,\cdots)$,

则$k'=1$时,$k=\dfrac{d}{b}=2$,进而$b=\dfrac{d}{2}=1.8\times10^{-6}\ \mathrm{m}$.

(3)最大级数$k_{\max}=\left\lfloor\dfrac{d}{\lambda}\right\rfloor=7$,故完整主明纹的级次:$0,\pm1,\pm3,\pm5,\pm7$.

[例2.2] 一束平行光垂直照射到光栅常数$d=2640\ \mathrm{nm}$的透射光栅上,此时光束由波长$\lambda_1=440\ \mathrm{nm}$和$\lambda_2=660\ \mathrm{nm}$的单色光混合而成,光栅后的薄透镜焦距$f=1\ \mathrm{m}$.求:

(1)用混合光束垂直照射时,可观测到的最大衍射级次$k_{\max}$.

(2)除中央明纹外,两种波长的光经衍射后主明纹中心第一次重合时对应的衍射角θ.

(3)两种波长的光经衍射后第一级($k=1$)主明纹中心间的距离,取$\sin\theta\approx\tan\theta$.

[解]

(1)由光栅方程$d\sin\theta=k\lambda$知:$d\sin\dfrac{\pi}{2}=k_{\max}\lambda$,则$k_{\max}=\left\lfloor\dfrac{d}{\lambda}\right\rfloor$.

$k_{1,\max}=\left\lfloor\dfrac{d}{\lambda_1}\right\rfloor=6,k_{2,\max}=\left\lfloor\dfrac{d}{\lambda_2}\right\rfloor=4$,故用混合光照射光栅时可观察到的最大衍射级次$k_{\max}=5$.

(2)除中央明纹外,两种波长的光经衍射后主明纹中心第一次重合时,

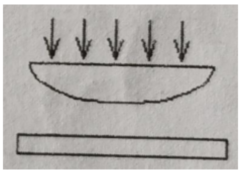
有$k_1\lambda_1=d\sin\theta=k_2\lambda_2$,则$k_1=\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}k_2=\dfrac{3}{2}k_2$,进而$k_1=3,k_2=2$时为第一次重合,

此时$\theta=\arcsin\dfrac{k_1\lambda_1}{d}=\dfrac{\pi}{6}$.

(3)$\Delta x=x_{\lambda_2}-x_{\lambda_1}=\dfrac{f}{d}\lambda_2-\dfrac{f}{d}\lambda_1=\dfrac{1}{12}\ \mathrm{m}$.

[例2.3] 一束自然光以Brewster角入射到两种介质的分界面时,反射光线为线偏振光.

[例2.4] 如下图为牛顿环实验装置.



(1)平凸透镜垂直向下缓慢平移靠近平板玻璃时,干涉条纹从中心向外涌出.

(2)平凸透镜垂直向上缓慢平移远离平板玻璃时,干涉条纹从中心湮灭.

[例2.5] 光强I_0的自然光和光强I_0的线偏振光混合后垂直通过某一偏振片,测得透射光的光强为$\dfrac{3}{4}I_0$,求入射线偏振光的振动方向与偏振片的偏振化方向的夹角.

[解] 自然光的透射光强$I_{自}=\dfrac{I_0}{2}$,则线偏振光的透射光强$I_{线}=I-I_{自}=\dfrac{I_0}{4}$.

由Malus定律:$I_0\cos^2\theta=\dfrac{I_0}{4}$,解得:$\theta=\dfrac{\pi}{3}$.

[例2.6] 波长$\lambda=500\ \mathrm{nm}$的单色光垂直照射在每厘米有2500条刻痕的光栅上,该光栅不透光的部分宽度b'是透光狭缝宽度b的2倍.求:

(1)透光狭缝宽度b.

(2)第三级($k=3$)光谱线对应的衍射角θ_3.

(3)光屏上可能出现的主明纹级次.

[解]

(1)因$d=b+b'=\dfrac{1\ \mathrm{cm}}{2500}=4\ \mu\mathrm{m}$,而$b'=2b$,解得:$b=\dfrac{4}{3}\ \mu\mathrm{m}$.

(2)因$d\sin\theta=k\lambda$,则$\theta=\arcsin\dfrac{k\lambda}{d}=\arcsin\dfrac{3}{8}$.

(3)主明纹的最大$k_{\max}=\left\lfloor\dfrac{d}{\lambda}\right\rfloor=8$.因$\dfrac{d}{b}=\dfrac{3}{1}$,则第3、6级明纹缺级.

故可能出现的主明纹级次:$0,\pm1,\pm2,\pm4,\pm5,\pm7$.

---

3. 热力学

[例3.1] 设$2\ \mathrm{mol}$的刚性双原子分子处于平衡态时压强为p,气体分子数密度为n,Bolzmann常数为k,Avogadro常数为N_A.求气体内能.

[解] 自由度$i=5$.内能$E=\nu\dfrac{i}{2}RT$,物态方程$p=nkT$,Mole气体常量$R=N_Ak$,解得:$E=\dfrac{5N_p}{n}$.

[例3.2] 以$1\ \mathrm{mol}$理想气体为工作物质的热机经历如下图所示的准静态循环过程,其中AB和CD都是绝热过程.设状态A、B、C、D的温度分别为T_A、T_B、T_C、T_D,该气体的Mole定体热容为$C_{V,m}$,Mole定压热容与Mole定体热容之比为γ,Mole气体常量为R.求:

(1)该热机经历一个循环过程向外界放出的热量Q.

(2)热机效率η.

(3)若A的压强为p_A,求B的体积V_B.

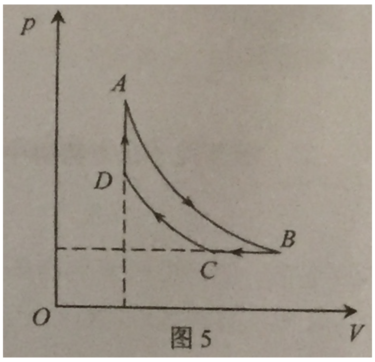


图 5

[解]

(1)因BC是等压过程,则$Q_{吸}=Q_{BC}=\nu C_{p,m}(T_C-T_B)=(C_{V,m}+R)(T_C-T_B)$.

(2)因DA是等体过程,则$Q_{放}=Q_{DA}=\nu C_{V,m}(T_A-T_D)=C_{V,m}(T_A-T_D)$.

$$\eta=1-\frac{Q_{放}}{Q_{吸}}=1-\frac{|Q_{BC}|}{Q_{DA}}=1-\gamma\frac{T_B-T_C}{T_A-T_D}.$$

(3)因AB是绝热过程,则$p_A^{\gamma-1}T_A^{-\gamma}=p_B^{\gamma-1}T_B^{-\gamma}$,进而$p_B=p_A\left(\dfrac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$.

由物态方程$p_BV_B=\nu RT$,解得:$V_B=\dfrac{R}{p_A}\dfrac{T_B^{\frac{-1}{\gamma-1}}}{T_A^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}}$.

[例3.3] $\nu\mathrm{mol}$理想气体经某准静态过程,该过程的Mole热容$C=\dfrac{V_0-2\left(1+\dfrac{1}{\gamma}\right)V}{V_0-4V}C_p$,其中$C_p$为Mole定压热容,$\gamma$为Mole定压热容与Mole定体热容之比,两者均为常量,V为气体体积.若体积$V=V_0$时,温度$T=T_0$,求气体从体积V_0变化到体积$2V_0$过程中对外做的功.

[解] 由热力学第一定律和物态方程:$\begin{cases}\nu C\mathrm{d}T=\nu C_V\mathrm{d}T+p\mathrm{d}V\\ p\mathrm{d}V+V\mathrm{d}p=\nu R\mathrm{d}T\end{cases}$,

消去$\mathrm{d}T$得:$\dfrac{C-C_V}{R}=\dfrac{p\mathrm{d}V}{p\mathrm{d}V+V\mathrm{d}p}$,即$(C-C_V)p\mathrm{d}V+(C-C_V)V\mathrm{d}p=Rp\mathrm{d}V$.

由$C_p=C_V+R$知:$\dfrac{C-C_p}{C_V-C}\dfrac{\mathrm{d}V}{V}=\dfrac{\mathrm{d}p}{p}$,

代入$C=\dfrac{V_0-2\left(1+\dfrac{1}{\gamma}\right)V}{V_0-4V}C_p$和$C_p=\gamma C_V$得:$\dfrac{\mathrm{d}V}{v-\dfrac{V_0}{2}}=\dfrac{\mathrm{d}p}{p}$.

设$V=V_0,T=T_0$时,$p=p_0$,对上式积分得:$\ln\dfrac{V-\dfrac{V_0}{2}}{V_0-\dfrac{V_0}{2}}=\ln\dfrac{p}{p_0}$,

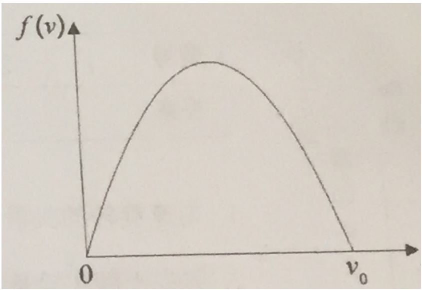
解得该过程的过程方程$p=\dfrac{2p_0}{V_0}V-p_0$.由物态方程:$p_0=\dfrac{\nu RT_0}{V_0}$.

故做功$W=\displaystyle\int_{V_0}^{2V_0}p\mathrm{d}V=\dfrac{2p_0}{V_0}\dfrac{4V_0^2-V_0}{2}-p_0(2V_0-V_0)=2\nu RT_0$,

[例3.4] 如下图为同种理想气体分子组成的系统的速率分布函数$f(v)=\begin{cases}A(v_0-v)v & 0\leq v<v_0\\ 0 & v\geq v_0\end{cases}$,其中$v$为气体分子速率,$v_0$为常量.求:

(1)归一化系数A.

(2)设气体的分子质量为m,求气体分子的平均平动动能$\overline{\varepsilon_k}$.



[解]

(1)由归一化条件:$\displaystyle\int_0^{v_0}A(v_0-v)v\mathrm{d}v=A=1$,解得:$A=\dfrac{6}{v_0^3}$.

(2)$\overline{v^2}=\displaystyle\int_0^{+\infty}v^2f(v)\mathrm{d}v=\int_0^{v_0}A(v_0-v)v^3\mathrm{d}v$,故$\overline{\varepsilon_k}=\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}=\dfrac{3}{20}mv_0^2$.

[例3.5] 以$1\ \mathrm{mol}$刚性双原子分子理想气体为工作物质的热机经历如下图所示的循环过程.已知$p_B=\dfrac{1}{4}p_A=p,V_A=\dfrac{1}{3}V_B=V$,Mole气体常数为$R$.求:

(1)经历一个循环过程,系统对外界做得功.

(2)状态C的温度T_C.

(3)经历$B\to C\to A$过程系统吸收和释放的热量之和Q,结果用p和V表示.

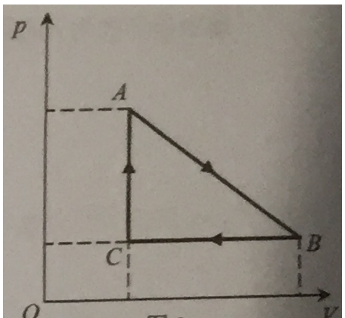


图 2

[解1] (1)$W_{AB}=\displaystyle\int_{V_A}^{V_B}p\mathrm{d}V=\frac{1}{2}(p_A+p_B)(V_B-V_A)=5pV$.

[解2]

(1)由$\dfrac{p-p_A}{p_B-p_A}=\dfrac{V-V_A}{V_B-V_A}$,解得:$p=p_A-\dfrac{p_B-p_A}{V_B-V_A}(V-V_A)$.

$$W_{AB}=\int_{V_A}^{V_B}p\mathrm{d}V=\int_{V_A}^{V_B}\left[p_A-\frac{p_B-p_A}{V_B-V_A}(V-V_A)\right]\mathrm{d}V=5pV.$$

因BC是等压过程,则$W_{BC}=p_B(V_C-V_B)=p_B(V_A-V_B)=-2pV$.

因CA是等体过程,则$W_{CA}=0$.

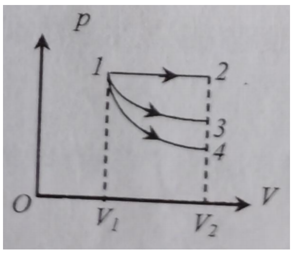
故$W=W_{AB}+W_{BC}+W_{CA}=3pV$.

(2)因$p_C=p_B=p,V_C=V_A=V$,由物态方程:$p_CV_C=\nu RT_C$,解得:$T_C=\dfrac{pV}{R}$.

(3)$Q=Q_{BC}+Q_{CA}=\nu C_{p,m}(T_C-T_B)+\nu C_{V,m}(T_A-T_C)$

$$=\frac{7}{2}R\left(\frac{pV}{R}-\frac{p_BV_B}{R}\right)+\frac{5}{2}R\left(\frac{p_AV_A}{R}-\frac{p_CV_C}{R}\right)=\frac{1}{2}pV.$$

[例3.6] 如下图,一定量理想气体从体积V_1膨胀到体积V_2,经历的准静态过程分别为:①等压过程$1\to 2$;②等温过程$1\to 3$;③绝热过程$1\to 4$,判断哪个过程吸热最多.



[解] 对外做功$W_{12}>W_{13}>W_{14}$.

①$Q_{12}=W_{12}+\Delta E_{12}$,其中$\Delta E_{12}>0$.

②$Q_{13}=W_{13}$.

③$Q_{14}=0$.

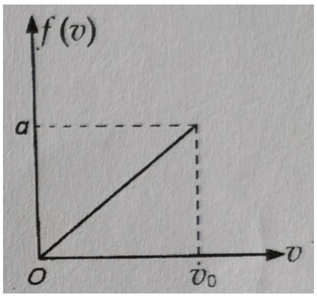
故$1\rightarrow 2$吸热最多.

[例3.7] 如下图为一定量理想气体的速率分布曲线,气体分子速率在$v\in[0,v_0]$区间内,气体分子总数为N.

(1)求下图中的a值和速率分布函数$f(v)$.

(2)气体分子的平均速率$\overline{v}$.

(3)速率位于$\left[0,\dfrac{v_0}{2}\right]$范围内的气体分子数$\Delta N$.



[解]

(1)设$f(v)=\begin{cases}kv\ \ 0<v<v_0\\0\ \ v\geq v_0\end{cases}$.由归一化条件:$\displaystyle\int_0^{+\infty}f(v)\mathrm{d}v=\int_0^{v_0}kv\mathrm{d}v=\frac{1}{2}kv_0^2=1$,

解得$k=\dfrac{2}{v_0^2}$.故$a=kv_0=\dfrac{2}{v_0}$, $f(v)=\begin{cases}\dfrac{2}{v_0^2}v\ \ 0<v<v_0\\0\ \ v\geq v_0\end{cases}$.

(2)平均速率$\displaystyle\overline{v}=\int_0^{+\infty}vf(v)\mathrm{d}v=\int_0^{v_0}v\cdot\frac{2}{v_0^2}v\mathrm{d}v=\frac{2v_0}{3}$.

(3)$\displaystyle\Delta N=\int_0^{\frac{v_0}{2}}Nf(v)\mathrm{d}v=N\int_0^{\frac{v_0}{2}}\frac{2}{v_0^2}v\mathrm{d}v=\frac{N}{4}$.

[例3.8] 某可逆的Carnot热机工作于$T_1=400\ \mathrm{K}$的高温热源与$T_2=300\ \mathrm{K}$的低温热源间,工作物质为$1\ \mathrm{mol}$理想气体,在$400\ \mathrm{K}$的等温线上初态体积$V_1=0.001\ \mathrm{m}^3$,末态体积$V_2=0.005\ \mathrm{m}^3$.设Mole气体常量为R.求:

(1)热机效率η.

(2)气体经一次循环从高温热源吸收的热量Q_1、对外做的净功W、向低温热源释放的热量Q_2.

[解]

(1)$\eta=1-\dfrac{T_2}{T_1}=25\%$.

(2)从高温热源吸热是等温过程,

则吸热$\displaystyle Q_1=W_1=\int_{V_1}^{V_2}p\mathrm{d}V=\int_{V_1}^{V_2}\frac{RT_1}{V}\mathrm{d}V=RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=400R\ln 5$.

净功$W=\eta Q_1=100R\ln 5$.

向低温热源放热$Q_2=Q_1-W=300R\ln 5$.

[例3.9] 设一定量的理想气体的压强为p,温度为T,体积为V,单个气体分子的质量为m,求该理想气体的质量.

[解] 气体分子数密度$n=\dfrac{N}{V}$,由物态方程$p=nkT$知:$N=\dfrac{pV}{kT}$,故$m_{总}=m\dfrac{pV}{kT}$.

[例3.10] 设$f(v)$为理想气体的Maxwell速率分布函数,n为气体分子数密度,则$\displaystyle\int_{v_1}^{v_2}nf(v)\mathrm{d}v$表示单位体积内速率在$[v_1,v_2]$范围内的分子数.

[例3.11] 如下图为理想气体准静态循环过程.判断下面的说法是否可能正确:AB等体升压,BC等温升压,CA绝热膨胀.

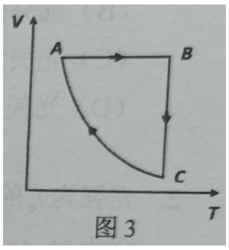


图 3

[解] 可能.

①$A\to B$过程,V不变,T增大,由$\dfrac{pV}{T}=\mathrm{Const.}$知:$p$增大.

②$B\to C$过程,T不变,V减小,由$\dfrac{pV}{T}=\mathrm{Const.}$知:$p$增大.

③$C\to A$过程,T减小,V增大,由$\dfrac{pV}{T}=\mathrm{Const.}$知:$p$减小.

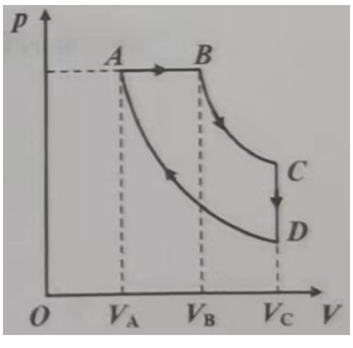
[例3.12] $1\ \mathrm{mol}$理想气体经历如下图所示的准静态循环过程,其中AB为等压膨胀过程,BC为绝热膨胀过程,CD为等体降压过程,DA为绝热压缩过程.已知平衡态A的体积和温度分别为V_A和V_B,平衡态B的体积为V_B,平衡态C和D的体积都为V_C,且$T_A=T_0$,$V_A=V_0$,$V_B=2V_0$,$V_C=3V_0$.设该过程的Mole定体热容$C_{V,m}=\dfrac{5}{2}R$,Mole定压热容$C_{p,m}=\dfrac{7}{2}R$.已知$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}}\approx 0.64$,$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{2}{5}}\approx 0.85$.求:

(1)B、C、D状态的温度.

(2)该理想气体在AB过程从外界吸收的热量.

(3)该理想气体在CD过程对外界释放的热量.

(4)该热机的效率.



[解]

(1)因AB是等压过程,则$\dfrac{V_A}{T_A}=\dfrac{V_B}{T_B}$,进而$T_B=\dfrac{V_B}{V_A}T_A=\dfrac{2V_0}{V_0}T_A=2T_0$.

因BC是绝热过程,则$T_BV_B^{\gamma-1}=T_CV_C^{\gamma-1}$,进而$T_C=\left(\dfrac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1}T_B=1.7T_0$.

因DA是绝热过程,则$T_AV_A^{\gamma-1}=T_DV_D^{\gamma-1}$,进而$T_D=\left(\dfrac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1}T_A=0.64T_0$,

(2)因AB是等压过程,则$Q_{AB}=\nu C_{p,m}(T_B-T_A)=\dfrac{7}{2}RT_0$.

(3)因CD是等体过程,则$Q_{CD}=\nu C_{V,m}|T_D-T_D|=2.65RT_0$.

(4)$\eta=1-\dfrac{Q_{CD}}{Q_{AB}}=24\%$.

---

4. 相对论

[例4.1] 设惯性系S中某事件发生于x_1处,经$\Delta t=10^{-6}\ \mathrm{s}$,另一事件发生在$x_2$处,且$\Delta x=x_2-x_1=240\ \mathrm{m}$.若一飞船沿$x$轴相对于惯性系$S$匀速直线运动,在飞船中测得两事件发生在同一地点.求:

(1)飞船相对于惯性系S的飞行速度.

(2)飞船上的观察者测得两时间发生的时间间隔.

[解]

(1)由Lorenz正变换:$\Delta x'=\gamma(\Delta x-v\Delta t)=0$,则$v=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=2.4\times10^8\ \mathrm{m/s}=0.8c$.

(2)$\gamma=\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=\dfrac{5}{3}$.由Lorenz正变换:$\Delta t'=\gamma\left(\Delta t-\dfrac{v}{c^2}\Delta x\right)=6\times10^{-7}\ \mathrm{s}$.

[例4.2] 惯性系S'相对于另一惯性系S沿x轴正向作匀速直线运动,在S系中测得两事件的时空坐标分别为$x_1=6\times10^4\ \mathrm{m},t_1=10^{-4}\ \mathrm{s}$和$x_2=12\times10^4\ \mathrm{m},t_2=\times10^{-4}\ \mathrm{s}$,在$S'$系中两事件同时发生.求:

(1)S'系相对于S系的速率.

(2)S'系中测得两事件的空间间隔.

[解]

(1)$\Delta x=x_2-x_1=6\times10^4\ \mathrm{m},\Delta t=t_2-t_1=10^{-4}\ \mathrm{s}$.

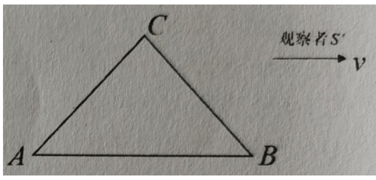
由Lorenz变换:$\Delta t'=\gamma\left(\Delta t-\dfrac{v}{c^2}\Delta x\right)=0$,则$v=\dfrac{\Delta t}{\Delta x}c^2=\dfrac{c}{2}=1.5\times10^8\ \mathrm{m/s}$.

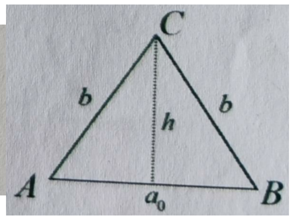
(2)$\Delta x'=\gamma(\Delta x-v\Delta t)=\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}(\Delta x-v\Delta t)=3\sqrt{3}\times10^4\ \mathrm{m}$.

[例4.3] 如下图左图,惯性系S中有一静止的等腰三角形ABC,观察者S'以速率$v=0.5c$沿边AB作匀速直线运动,S'测得$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}=a$.求:

(1)惯性系S中测得的$\overline{AB}$.

(2)惯性系S中测得的$\overline{BC}$.





[解] 由题意:S系中观察该三角形为上图右图所示的等腰三角形.

(1)$a_0=\dfrac{a}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a.$

(2)因垂直运动方向的长度不变,则$h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,故$b=\sqrt{h^2+\left(\dfrac{a_0}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{13}{12}}a.$

[例4.4] 在惯性系S中同一地点先后发生A和B两个事件,B比A晚$4\times 10^6\ \mathrm{s}$.在另一参考系S'中观察,B比A晚$5\times 10^{-6}\ \mathrm{s}$.求:

(1)惯性系S'相对于惯性系S的运动速率.

(2)在S'系中测量A和B两事件发生的空间距离.

[解]

(1)设S'系相对于S系的速率为v.由Lorenz变换$\Delta t'=\gamma\left(\Delta t-\dfrac{v}{c^2}\Delta x\right)$,

其中$\Delta t=4\times 10^{-6}\ \mathrm{s},\Delta t'=5\times 10^{-6}\ \mathrm{s},\Delta x=0$,解得$v=0.6c$.

(2)$\Delta x'=\dfrac{\Delta x-v\Delta t}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=-900\ \mathrm{m}$,故$S'$系中两事件发生的空间距离为$900\ \mathrm{m}$.

---

5. 量子物理

[例5.1] 绝对黑体时不能反射和透射任何光线的物体.

[例5.2] 光电效应实验中,分别用频率为2ν的A光和频率为ν的B光照射同一金属的表面,都能发生光电效应,且A光照射时的遏止电压是B光照射时的遏止电压的3倍,求该金属的截止频率.

[解] 由光电效应方程$E_k=h\nu-W_0=eU_c$知:$\begin{cases}2h\nu-W_0=eU_{c1}\\h\nu-W_0=eU_{c2}\end{cases}$,其中$U_{c1}=3U_{c2}$,解得$W_0=\dfrac{1}{2}h\nu.$

由$W_0=h\nu_c$知:$v_c=\dfrac{W_0}{h}=\dfrac{\nu}{2}.$

[例5.3] 设静质量m_0的微观粒子以速率$v=0.8c$匀速运动,Planck常量为h.求:

(1)粒子的动能.

(2)粒子的de Broglie波的波长.

[解]

(1)$E_k=E-E_0=mc^2-m_0c^2=(\gamma-1)m_0c^2=\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}-1\right)m_0c^2=\dfrac{2}{3}m_0c^2.$

(2)因$E^2=E_0^2+c^2p^2$,则$p=\dfrac{\sqrt{E^2-E_0^2}}{c}=\dfrac{\sqrt{(\gamma^2-1)}}{c}E_0=\dfrac{4}{3}m_0c$,故$\lambda=\dfrac{h}{p}=\dfrac{3h}{4m_0c}.$

[例5.4] 用波长λ的光照到某金属表面,能量最高的光电子在磁感强度$\overrightarrow{B}$的磁场作半径为r的匀速圆周运动.求该金属的逸出功W_0.

[解] 因$e\overrightarrow{v}\times\overrightarrow{B}=m\dfrac{v^2}{r}$,则$v=\dfrac{Ber}{m}$.

由光电方程$h\nu=W_0+\dfrac{1}{2}mv^2$,解得:$W_0=h\nu-\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{hc}{\lambda}-\dfrac{B^2e^2r^2}{2m}$.

[例5.5] 设电子运动的速率接近真空中的光速c,且其动能为静能量的2倍.已知Planck常量$h=6.63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$,电子静质量$m_e=9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$,求该电子物质波的波长.

[解] 因$mc^2-m_0c^2=2m_0c^2$,即$m=\dfrac{m_e}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}=3m_e$,解得$v=\dfrac{\sqrt{8}}{3}c$.

$$\lambda=\frac{h}{mv}=\frac{h}{3m_e\cdot\dfrac{\sqrt{8}}{3}c}\approx8.57\times10^{-13}\ \mathrm{m}.$$

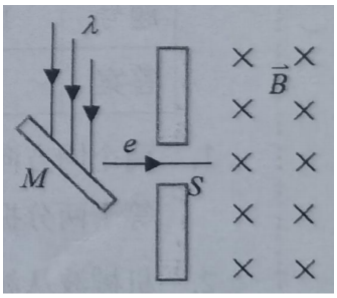
[例5.6] 设某粒子的总能量是其静能量的1.5倍,求其速率.

[解] 因$E=\dfrac{E_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$,则$v=c\sqrt{1-\dfrac{E_0^2}{E^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}c$.

[例5.7] 波长λ的单色光照射到某金属表面发生光电效应,逸出的电量大小e、质量m的光电子经狭缝S后垂直进入磁感强度为$\overrightarrow{B}$的匀强磁场.忽略电子的重力和运动过程中的能量损耗,测得电子在该磁场中作圆周运动的半径为R.求:

(1)该金属材料的逸出功W.

(2)遏止电势差U_0.



[解]

(1)因$eBv=\frac{mv^2}{R}$,则$v=\frac{BeR}{m}$.

由光电方程$h\nu=\frac{1}{2}mv^2+W$,其中$\nu=\frac{c}{\lambda}$,解得:$W=\frac{hc}{\lambda}-\frac{B^2e^2R^2}{m}$.

(2)由$eU_0=\frac{1}{2}mv^2$,解得:$U_0=\frac{B^2eR^2}{2m}$.