

形式语言与自动机期末速通

3. DFA与NFA

3.1 DFA的形式定义

[定义3.1.1] 有穷状态自动机(Finite Automaton, FA)由五元组 $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ 定义,即 $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$,其中:

(1) Q 为状态的非空有穷集, $\forall q \in Q$ 称为 M 的一个**状态**.

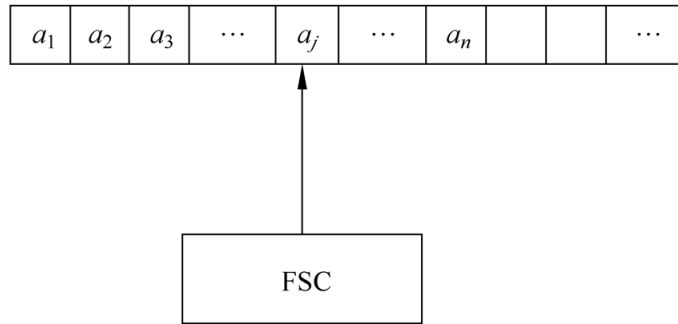
(2) Σ 为**输入字母表**,输入的字符串都是 Σ 上的字符串.

(3) δ 为**状态转移函数**,又称**状态转换函数**或**移动函数**. $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$,对 $\forall (q, a) \in Q \times \Sigma, \delta(q, a) = p$ 表示 M 在状态 q 读入字符 a ,将状态变为 p ,并将读头右移一个带方格,指向输入字符串的下一个字符.

(4) q_0 为 M 的**开始状态**,又称**初始状态**、**启动状态**. $q_0 \in Q$.

(5) F 为终止状态的集合, $F \subseteq Q. \forall q \in F$ 称为 M 的**终止状态**或**接受状态**.

[注1] FA的物理模型如下图,包含一个右端无穷的输入带、一个有穷状态控制器(Finite State Control, FSC)和一个读头.



[注2] 将 δ 扩充为 $\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$.对 $\forall q \in Q, w \in \Sigma^*, a \in \Sigma$,定义:

$$(1) \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q.$$

$$(2) \hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q, w), a).$$

$$\text{因 } \hat{\delta}(q, a) = \hat{\delta}(q, \varepsilon a) = \delta(\hat{\delta}(q, \varepsilon), a) = \delta(q, a), \text{ 故不区分 } \delta \text{ 和 } \hat{\delta}.$$

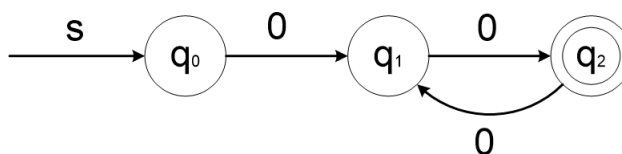
[注3] FA的状态有记忆功能,即不同的状态对应于不同的情况.因FA只有有穷个状态,故在识别语言的过程中,若有无穷种情况需要记忆,则无法构造出相应的FA.

[例3.1.1]

(1)下图是一个FA $M_1 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0\}, \delta_1, q_0, \{q_2\})$,

$$\text{其中 } \delta_1(q_0, 0) = q_1, \delta_1(q_1, 0) = q_2, \delta_1(q_2, 0) = q_1.$$

状态转移图:



(2) $M_2 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1, 2\}, \delta_2, q_0, \{q_2\})$ 是一个FA,

其中 $\delta_2(q_0, 0) = q_1, \delta_2(q_1, 0) = q_2, \delta_2(q_2, 0) = q_1, \delta_2(q_3, 0) = q_3,$

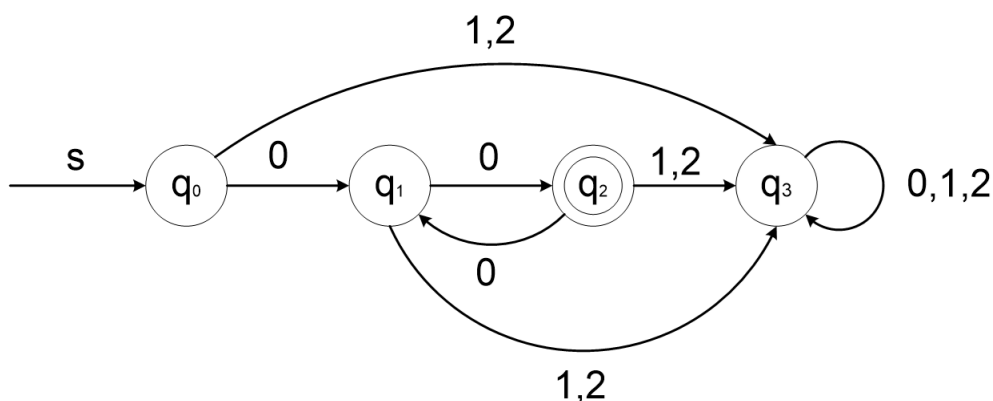
$\delta_2(q_0, 1) = q_3, \delta_2(q_1, 1) = q_3, \delta_2(q_2, 1) = q_3, \delta_2(q_3, 1) = q_3,$

$\delta_2(q_0, 2) = q_3, \delta_2(q_1, 2) = q_3, \delta_2(q_2, 2) = q_3, \delta_2(q_3, 2) = q_3.$

状态转移表:

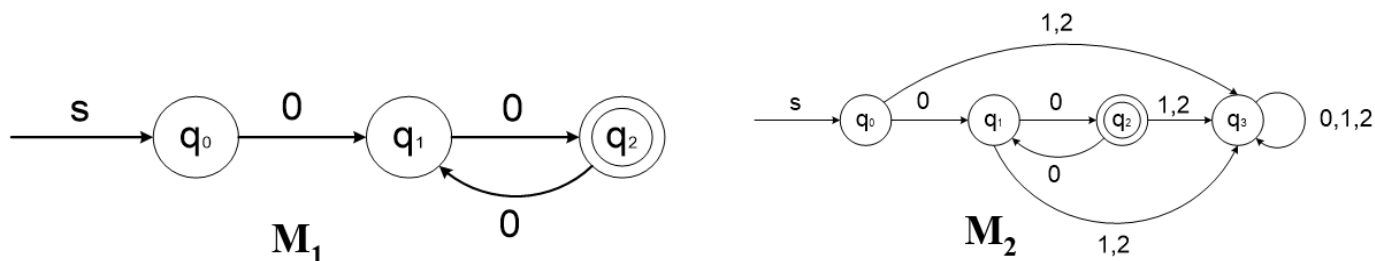
状态说明	状态	输入字符		
		0	1	2
开始状态	q_0	q_1	q_3	q_3
	q_1	q_2	q_3	q_3
终止状态	q_2	q_1	q_3	q_3
	q_3	q_3	q_3	q_3

状态转移图:



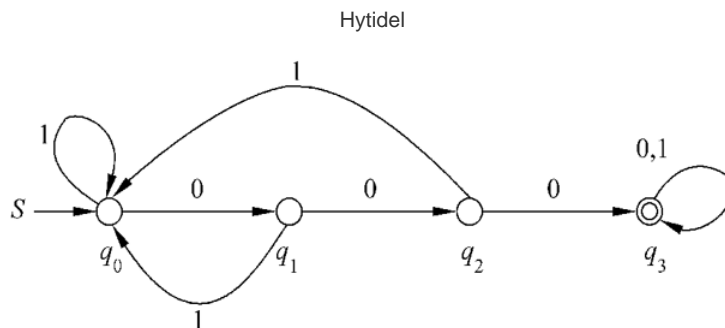
[定义3.1.2] 设FA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. 对 $\forall w \in \Sigma^*$, 若 $\delta(q, w) \in F$, 则称 M 接受串 w , 否则称 M 不接受 w . 集合 $L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^* \wedge \delta(q, w) \in F\}$ 称为 M 接受的语言或识别的语言. 称FA M_1 与FA M_2 等价, 如果 $L(M_1) = L(M_2)$.

[例3.1.2] 下图所示的两个FA等价, 它们识别的语言都是 $\{0^{2n} \mid n \geq 1\}$.



[定义3.1.3] 设FA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. 若对 $\forall q \in Q, a \in \Sigma, \delta(q, a)$ 都有确定的值, 则称这样的FA为确定的有穷状态自动机(Deterministic Finite Automaton, DFA).

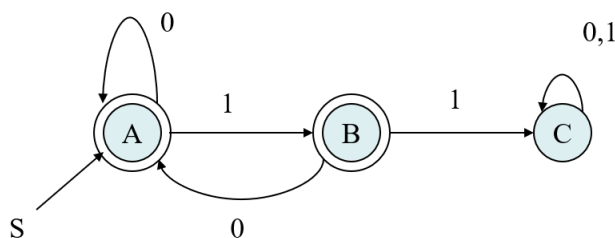
[注1] 下图是一个DFA.



[注2] 一个DFA可有多多个接受状态.

[注3] 串 x 被DFA M 接受的充要条件是:在 M 的状态转移图中,存在一条从起始状态 S 到某一终止状态的路径,该路径从第一条边到最后一条边的标记依次并置构成字符串 x ,简称该路径标记为 x .

[例3.1.3] 指出并证明下面的DFA识别的语言.



[解] $T = \{w \mid w \in \{0, 1\}^* \wedge w \text{ 不含连续的两个 } 1\}$,下面证明该DFA识别的语言 S 与 T 等价.

(1)下证 $S \subseteq T$,即证若串 w 能被该DFA识别,则 w 不含连续的两个1.

设①若 $\delta(A, w) = A$,则 w 无连续的两个1且不以1结尾;② $\delta(A, w) = B$,则 w 无连续的两个1且以单个1结尾.

下面对 w 的长度归纳,证明①和②.

(i) $|w| = 0$,即 w 为空串时,①和②显成立.

(ii)对串 x ,设 $|x| = n$ 时①和②成立.

(iii)下证串 $w = xa$,即 $|w| = n + 1$ 时,①和②成立.

i)若 $\delta(A, w) = A$,因 $w = xa$,由DFA的定义: $\delta(A, x)$ 为 A 或 B ,且 $a = 0$.

则 x 不包含子串11,进而 w 不包含子串11,也不以1结尾,①成立.

ii)若 $\delta(A, w) = B$,因 $w = xa$,由DFA的定义: $\delta(A, x)$ 为 A 或 B ,且 $a = 1$.

则 x 不包含子串11且不以1结尾,进而 w 不包含子串11且以单个1结尾,②成立.

(2)下证 $T \subseteq S$,即证若 w 不包含子串11,则 w 被该DFA接受.

考虑逆否命题,即证若 w 不被该DFA接受,则它包含子串11.

由状态转移图: w 不被该DFA接受的充要条件是: $\delta(A, w) = C$,

则 w 有形式 $w = x1y$,即前缀 x 引导DFA到状态 B ,字符1引导DFA到状态 C , y 是到达状态 C 后的后缀.

若 $\delta(A, x) = B$,由(1): x 不包含子串11且以单个1结尾,即 x 有形式 $x = z1$,

进而 $w = z11y$ 包含子串11,故证.

3.2 DFA的构造

[例3.2.1] 构造一个DFA,接受的语言为 $\{x000y \mid x, y \in \{0, 1\}^*\}$.

[解]

(1)考虑该DFA应包含哪些状态.

① q_0 为该DFA的起始状态.

② q_1 状态表示 M 读到了一个0,该0可能是子串000的第一个0.

③ q_2 状态表示 M 在 q_1 状态时又读到了一个0,该0可能是子串000的第二个0.

④ q_3 状态表示 M 在 q_2 状态时又读到了一个0,该0可能是子串000的第三个0,故该状态是接受状态.

(2)考虑状态转移.

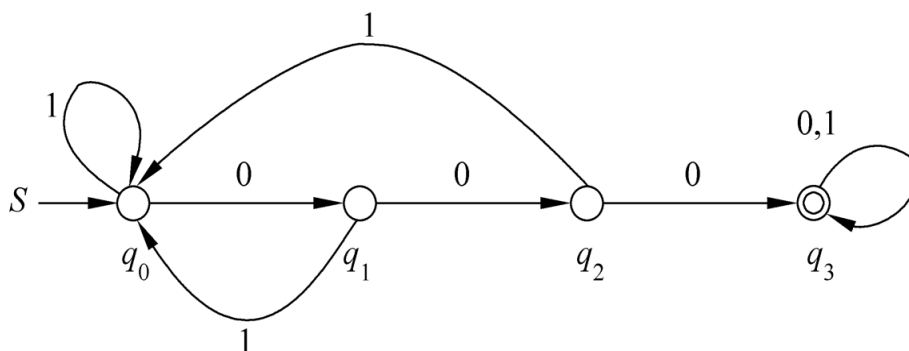
① $\delta(q_0, 1) = q_0$,表示 M 在 q_0 状态时读到了一个1,需继续在 q_0 状态等待可能是000的第一个0的输入.

② $\delta(q_1, 1) = q_0$,表示 M 刚读到一个0后又读到了一个1,这表明:之前读到的0并非000的第一个0,故 M 回到 q_0 状态,等待可能是000的第一个0的输入.

③ $\delta(q_2, 1) = q_0$.

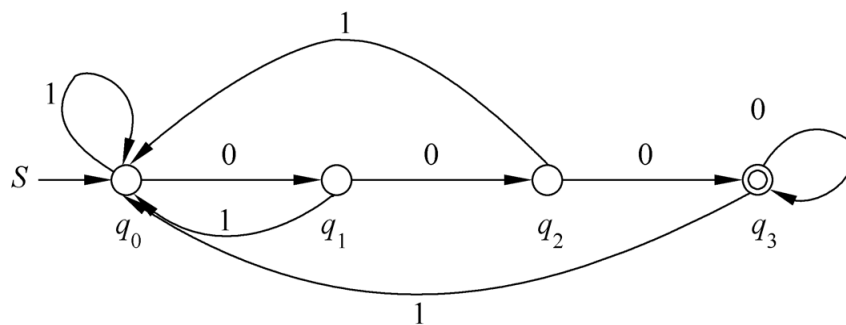
④ $\delta(q_3, 0) = q_3$, $\delta(q_3, 1) = q_3$,表示 M 以找到子串000,继续读入该串的剩余部分.

(3)整理为状态转移表或状态转移图:



[例3.2.2] 构造一个接受的语言为 $\{x000 \mid x \in \{0, 1\}^*\}$ 的DFA.

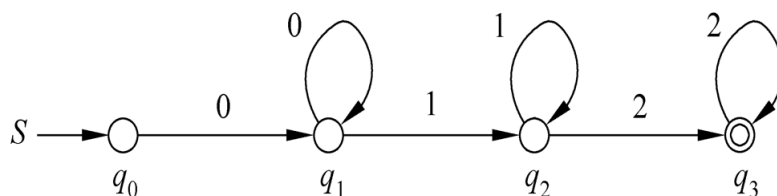
[解] 类似于例3.2.1,只需将 q_3 状态输入1的转移改为 q_0 即可:



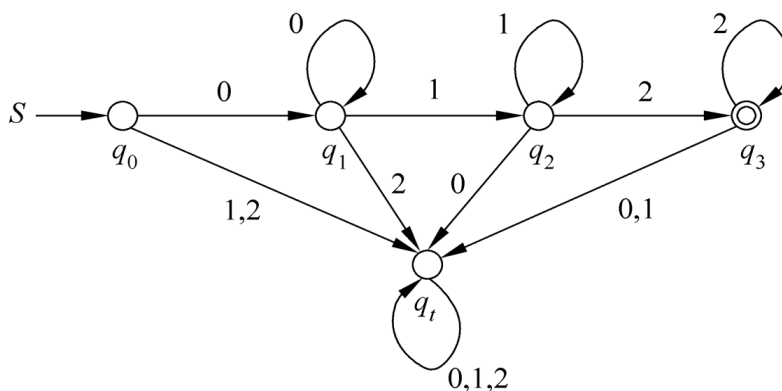
[例3.2.3] 构造一个接受的语言 $\{0^n 1^m 2^k \mid n, m, k \geq 1\}$ 的DFA.

[解]

(1)先构建接受的串的形式的主体框架:



(2)将状态转移中错误的输入引导到陷阱状态 q_t :



[例3.2.4] 构造一个接受的语言为 $\{x \mid x \in \{0, 1\}^*, \text{且将} x \text{视为二进制数时}, x \text{是} 3 \text{的倍数}\}$ 的DFA.

[解]

(1)考虑按二进制数模3的余数分类,因DFA的开始状态可能与余数为0的状态不等价,故分开定义.

① q_0 状态表示模3余0的二进制串的等价类.

② q_1 状态表示模3余1的二进制串的等价类.

③ q_2 状态表示模3余2的二进制串的等价类.

④ q_s 为DFA的起始状态.

(2)考虑状态转移.

① q_s 状态:

(i)读入0时,有 $x = 0$,则转移到 q_0 状态,即 $\delta(q_s, 0) = q_0$.

(ii)读入1时,有 $x = 1$,则转移到 q_1 状态,即 $\delta(q_s, 1) = q_1$.

② q_0 状态,此时二进制数 x 可表示为 $x = 3k + 0$:

(i)读入0时,有 $x = 2(3k + 0) = 6k + 0$,则转移到 q_0 状态,即 $\delta(q_0, 0) = q_0$.

(ii)读入1时,有 $x = 2(3k + 0) + 1 = 6k + 1$,则转移到 q_1 状态,即 $\delta(q_0, 1) = q_1$.

③ q_1 状态,此时二进制数 x 可表示为 $x = 3k + 1$:

(i)读入0时,有 $x = 2(3k + 1) = 6k + 2$,则 $\delta(q_1, 0) = q_2$.

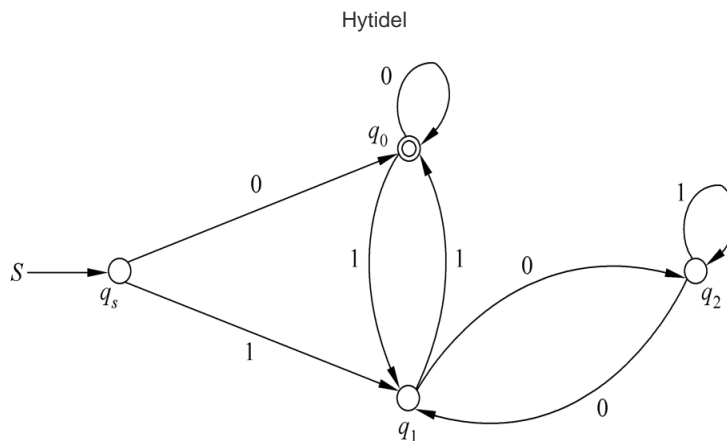
(ii)读入1时,有 $x = 2(3k + 1) + 1 = 3(2k + 1)$,则 $\delta(q_1, 1) = q_0$.

④ q_2 状态,此时二进制数 x 可表示为 $x = 3k + 2$:

(i)读入0时,有 $x = 2(3k + 2) = 3(2k + 1) + 1$,则 $\delta(q_2, 0) = q_1$.

(ii)读入1时,有 $x = 2(3k + 2) + 1 = 3 * (2k + 1) + 2$,则 $\delta(q_2, 1) = q_2$.

(3)整理为状态转移图:



[例3.2.5] 构造一个接受的与语言为

$\{x \mid x \in \{0, 1\}^*, \text{且对} x \text{中任一长度不大于5的子串} a_1 \cdots a_n, \text{有} a_1 + \cdots + a_n \leq 3 \ (n \leq 5)\}$ 的DFA.

[解] 下面过程类似于滑动窗口.

(1)考察该DFA应包含哪些状态.设输入串为 $a_1 \cdots a_i \cdots a_{i+5} \cdots a_m$.

① $i = 1, 2, 3$, 即 M 读到输入串的第1, 2, 3个字符时, 需记录这些字符, 因为它们可能用于判定输入串最初的4或5个字符构成的子串是否满足要求.

② $i = 4, 5$, 即 M 读到输入串的第4, 5个字符时,

(i) 若 $a_1 + \cdots + a_i \leq 3$, 则记录 $a_1 \cdots a_i$.

(ii) 若 $a_1 + \cdots + a_i > 3$, 则引导到陷阱状态 q_t .

③ $i = 6$, 即 M 读到输入串的第6个字符时, 只需考察 $a_2 + \cdots + a_6 \leq 3$ 是否成立, 转移与②类似.

同理 M 读完子串 $a_1 \cdots a_{i+4}$ 并发现它满足语言的要求时, M 记录 $a_1 \cdots a_{i+4}$,

此时 M 再读入输入串的第 $(i + 5)$ 个字符时, 之前读到的第 i 个字符已无作用.

综上, 该DFA需记录的内容有:

① 未读入字符时的状态, 有 $2^0 = 1$ 种.

② 记录了1个字符的状态, 有 $2^1 = 2$ 种.

③ 记录了2个字符的状态, 有 $2^2 = 4$ 种.

④ 记录了3个字符的状态, 有 $2^3 = 8$ 种.

⑤ 记录了4个字符的状态, 有 $2^4 - 1 = 15$ 种, 其中-1是减去首位为1的1种非法状态, 下同.

⑥ 记录了5个字符的状态, 有 $2^5 - 6 = 26$ 种.

⑦ 当前输入串非句子的状态, 1种.

故可设置下列状态:

① q_ε 表示DFA未读入字符的状态.

② q_t 为DFA的陷阱状态.

③ $q_{a_1 \cdots a_i}$ 表示DFA记录 i 个字符的状态, 其中 $a_1, \cdots, a_i \in \{0, 1\} \ (1 \leq i \leq 5)$.

(2) 设DFA $M = \{Q, \{0, 1\}, \delta, q_\varepsilon, F\}$,

其中 $F = \{q_\varepsilon\} \cup \{q_{a_1 \cdots a_i} \mid a_1, \cdots, a_i \in \{0, 1\} \ (1 \leq i \leq 5) \wedge a_1 + \cdots + a_i \leq 3\}$, $Q = \{q_t\} \cup F$,

状态转移函数:

$$\textcircled{1} \delta(q_\varepsilon, a_1) = q_{a_1}.$$

$$\textcircled{2} \delta(q_{a_1}, a_2) = q_{a_1 a_2}.$$

$$\textcircled{3} \delta(q_{a_1 a_2}, a_3) = q_{a_1 a_2 a_3}.$$

$$\textcircled{4} \delta(q_{a_1 a_2 a_3}, a) = \begin{cases} q_{a_1 a_2 a_3 a} & \text{if } a_1 + a_2 + a_3 + a \leq 3 \\ q_t & \text{otherwise} \end{cases}.$$

$$\textcircled{5} \delta(q_{q_1 q_2 q_3 q_4}, a) = \begin{cases} q_{a_1 a_2 a_3 a_4 a} & \text{if } a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a \leq 3 \\ q_t & \text{otherwise} \end{cases}.$$

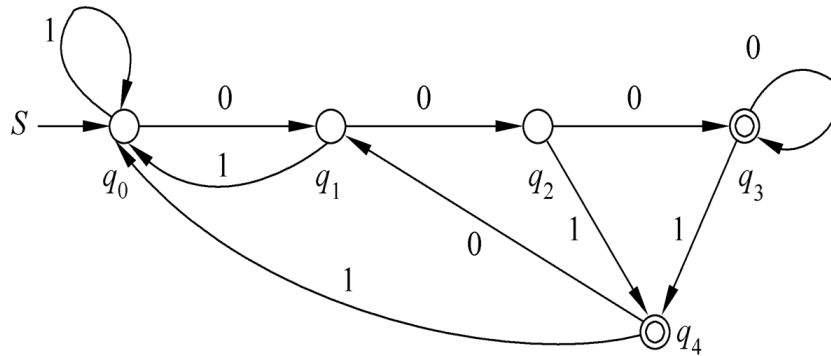
$$\textcircled{6} \delta(q_{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}, a) = \begin{cases} q_{a_2 a_3 a_4 a_5 a} & \text{if } a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a \leq 3 \\ q_t & \text{otherwise} \end{cases}.$$

$$\textcircled{7} \delta(q_t, a) = q_t.$$

[例3.2.6] (1)构造接受的语言为 $\{x000 \mid x \in \{0, 1\}^*\} \cup \{x0001 \mid x \in \{0, 1\}^*\}$ 的DFA

(2)设能引导FA到状态 q 的字符串的集合为 $set(q) = \{x \mid x \in \Sigma^*, \delta(q_0, x) = q\}$.对上述DFA的所有 q ,求 $set(q)$.

[解] (1)



(2) $set(q_0) = \{x \mid x \in \Sigma^*, x = \varepsilon \text{ 或 } x \text{ 以 } 1 \text{ 但非 } 001 \text{ 结尾}\}.$

$set(q_1) = \{x \mid x \in \Sigma^*, x = 0 \text{ 或 } x \text{ 以 } 10 \text{ 结尾}\}.$

$set(q_2) = \{x \mid x \in \Sigma^*, x = 00 \text{ 或 } x \text{ 以 } 100 \text{ 结尾}\}.$

$set(q_3) = \{x \mid x \in \Sigma^*, x \text{ 以 } 000 \text{ 结尾}\}.$

$set(q_5) = \{x \mid x \in \Sigma^*, x \text{ 以 } 001 \text{ 结尾}\}.$

上述5个集合两两不交.

3.3 FA的即时描述

[定义3.3.1] 对FA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, 设能引导 M 到状态 q 的字符串的集合为 $set(q) = \{x \mid x \in \Sigma^*, \delta(q_0, x) = q\}$. 可如下定义一个二元关系 R_M : 对 $\forall x, y \in \Sigma^*, x R_M y$ 的充要条件是: $\exists q \in Q$ s. t. $x \in set(q) \wedge y \in set(q)$. 可以证明该关系是 Σ^* 上的等价关系, 它将 Σ^* 划分为不多于 $|Q|$ 个等价类.

[定义3.3.2] 设FA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. 对 $x, y \in \Sigma^*, \delta(q_0, x) = q$, 称 xqy 为 M 的一个**即时描述**, 其中 xy 为 M 正在处理的字符串, 子串 x 引导 M 从 q_0 状态启动并到达状态 q , 此时 M 正注视着子串 y 的首字符.

对 $a \in \Sigma$, 若 $xqay$ 是 M 的一个即时描述, 且 $\delta(q, a) = p$, 则记作 $xqay \vdash_M xapy$.

(1) $\alpha \vdash_M^n \beta$ 表示 M 从即时描述 α 经 n 次移动到达即时描述 β ,

即存在 M 的 $(n-1)$ 个即时描述 $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ s. t. $\alpha \vdash_M \alpha_1, \alpha_1 \vdash_M \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1} \vdash_M \beta$.

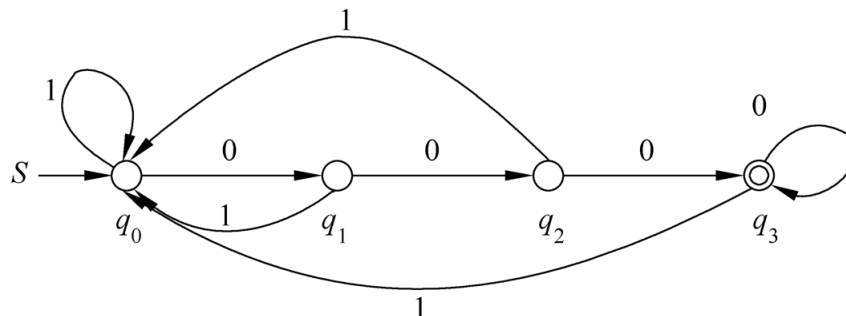
特别地, $n=0$ 时,有 $\alpha = \beta$,即 $\alpha \vdash_M^0 \alpha$.

(2) $\alpha \vdash_M^+ \beta$ 表示 M 从即时描述 α 经至少1次移动到达即时描述 β .

(3) $\alpha \vdash_M^* \beta$ 表示 M 从即时描述 α 经若干次移动到达即时描述 β .

[注] 实际应用中常省略 \vdash_M 中的 M ,即用 $\vdash, \vdash^n, \vdash^+, \vdash^*$ 分别代替 $\vdash_M, \vdash_M^n, \vdash_M^+, \vdash_M^*$.

[例3.3.1] 写出下面的DFA识别串1010010001的即时描述.



[解] $q_0 1010010001$

$\vdash 1q_0 010010001$

$\vdash 10q_1 10010001$

$\vdash 101q_0 0010001$

$\vdash 1010q_1 010001$

$\vdash 10100q_2 10001$

$\vdash 101001q_2 0001$

$\vdash 1010010q_1 001$

$\vdash 10100100q_2 01$

$\vdash 101001000q_3 1$

$\vdash 1010010001q_0$

即

$q_0 1010010001 \vdash^{10} 1010010001q_0, q_0 1010010001 \vdash^+ 1010010001q_0, q_0 1010010001 \vdash^* 1010010001q_0$.

3.4 NFA的形式定义

[定义3.4.1] 不确定的有穷状态自动机(Non-deterministic Finite Automaton, NFA)定义为五元组

$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, 其中 Q, Σ, q_0, F 的含义同DFA, $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$. 对 $\forall (q, a) \in Q \times \Sigma$,

$\delta(q, a) = \{p_1, \dots, p_m\}$ 表示 M 在 q 状态读入字符 a , 可选择地将状态变为 p_1, \dots, p_m , 并将读头右移一个带方格而指向输入字符串的下一个字符.

[注1] FA的状态转移图、状态对应的等价类、即时描述对NFA都有效.

[注2] 在NFA中, 不是对所有的 $(q, a) \in \Sigma \times Q, \delta(q, a)$ 都有一个状态与之对应. NFA在任一时刻可处于有穷多个状态, NFA比DFA更智能.

[注3] 类似于DFA, 将 δ 扩充为 $\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$.

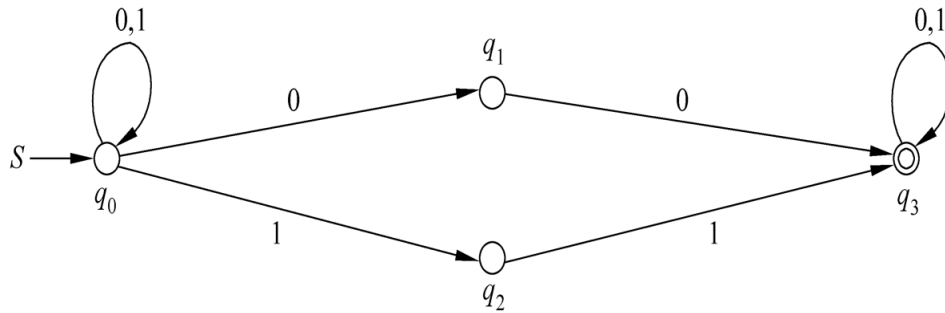
对 $\forall q \in Q, w \in \Sigma^*, a \in \Sigma$, 定义:

$$(1) \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q.$$

$$(2) \hat{\delta}(q, wa) = \{p \mid \exists r \in \hat{\delta}(q, w) \text{ s.t. } p \in \delta(r, a)\}.$$

[定义3.4.2] 设NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. 对 \forall 串 $w \in \Sigma^*$, 若 $\delta(q_0, w) \cap F \neq \emptyset$, 则称 M 接受 w ; 否则称 M 不接受 w . 称集合 $L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^* \wedge \delta(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$ 为 M 接受的语言或识别的语言.

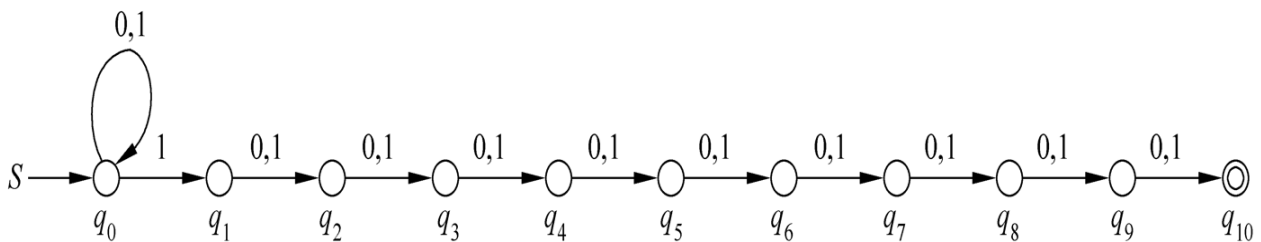
[例3.4.1] 识别的语言为 $\{x \mid x \in \{0, 1\}^*, \text{ 且 } x \text{ 含有子串 } 00 \text{ 或 } 11\}$ 的NFA之一如下:



其状态转移表:

状态说明	状态	输入字符	
		0	1
启动状态	q₀	{q₀, q₁}	{q₀, q₂}
	q₁	{q₃}	Φ
	q₂	Φ	{q₃}
终止状态	q₃	{q₃}	{q₃}

[例3.4.2] 识别的语言为 $\{x \mid x \in \{0, 1\}^*, \text{ 且 } x \text{ 的倒数第10个字符为 } 1\}$ 的NFA之一如下:



3.5 NFA与DFA的等价性

[定理3.5.1] DFA与NFA等价,即:

- (1)任一DFA可转化为接受相同语言的NFA.
- (2)对任一NFA,存在与其接受相同语言的DFA.

[证]

(1)构造与NFA M_1 等价的DFA M_2 .

设 $M_1 = (Q, \Sigma, \delta_1, q_0, F_1)$, $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, [q_0], F_2)$,

其中 $Q_2 = 2^Q$, $F = \{[p_1, \dots, p_m] \mid \{p_1, \dots, p_m\} \subseteq Q \wedge \{p_1, \dots, p_m\} \cap F_1 \neq \emptyset\}$.

$\delta_2([q_1, \dots, q_n], a) = [p_1, \dots, p_m] \Leftrightarrow \delta_1(\{q_1, \dots, q_n\}, a) = \{p_1, \dots, p_m\}$.

(2)下证 $\delta_1(q_0, x) = \{p_1, \dots, p_m\} \Leftrightarrow \delta_2([q_0], x) = [p_1, \dots, p_m]$.

设串 $x \in \Sigma^*$, 对串长 $|x|$ 归纳:

① $x = \varepsilon$ 时, $\delta_1(q_0, \varepsilon) = \{q_0\}$, $\delta_2([q_0], \varepsilon) = [q_0]$, 结论成立.

② 设 $|x| = n$ 时结论成立, 即 $\delta_1(q_0, w) = \{q_1, \dots, q_n\} \Leftrightarrow \delta_2([q_0], w) = [q_1, \dots, q_n]$.

③ 下证 $x = wa$, 即 $|x| = n + 1$ 时结论成立, 其中 $|w| = n, a \in \Sigma$.

$\delta_1(q_0, wa) = \delta_1(\delta_1(q_0, w), a) = \delta_1(\{q_1, \dots, q_n\}, a) = \{p_1, \dots, p_m\}$.

由 δ_2 的定义: $\delta_2([q_1, \dots, q_n], a) = [p_1, \dots, p_m] \Leftrightarrow \delta_2(\{q_1, \dots, q_n\}, a) = \{p_1, \dots, p_m\}$.

故 $\delta_2([q_0], wa) = \delta_2(\delta_2([q_0], w), a) = \delta_2([q_1, \dots, q_n], a) = [p_1, \dots, p_m]$.

注意到上述推导的反向也成立, 故证.

(3)下证 $L(M_1) = L(M_2)$. 易证 $L(M_2) \subseteq L(M_1)$, 下证 $L(M_1) \subseteq L(M_2)$.

设 $x \in L(M_1)$, 且 $\delta_1(q_0, x) = \{p_1, \dots, p_m\}$, 则 $\delta_1(q_0, x) \cap F \neq \emptyset$, 这表明: $\{p_1, \dots, p_m\} \cap F_1 \neq \emptyset$.

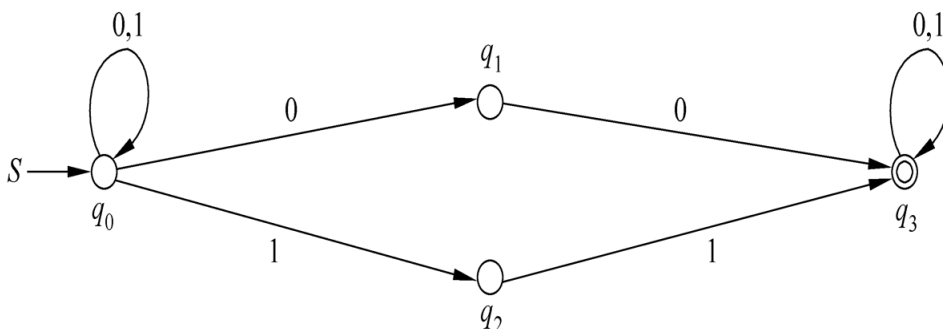
由 F_2 的定义: $[p_1, \dots, p_m] \in F_2$.

由 (2): $\delta_2([q_0], x) = [p_1, \dots, p_m]$, 则 $x \in L(M_2)$, 进而 $L(M_1) \subseteq L(M_2)$.

[注1] 若不存在从 $[q_0]$ 对应的节点出发到达状态 q 对应的节点的路径, 则称 q 为**不可达状态**. 在状态转移表中, 用 $\sqrt{\quad}$ 标记从开始状态可达的状态, 其余状态是不可达的.

[注2] 给定一个NFA, 构造一个与之等价的DFA的方法: 先将开始状态 $[q_0]$ 填入表的状态列中, 若表中有未处理的状态列, 则人选一个未处理的状态 $[q_1, \dots, q_n]$, 对 Σ 中的每个字符 a , 求 $\delta([q_1, \dots, q_n], a)$ 并填入相应的表格中. 若 $\delta([q_1, \dots, q_n], a)$ 在状态列中未出现过, 则将其填入表的状态列. 重复该过程, 直至表中无未处理的状态列.

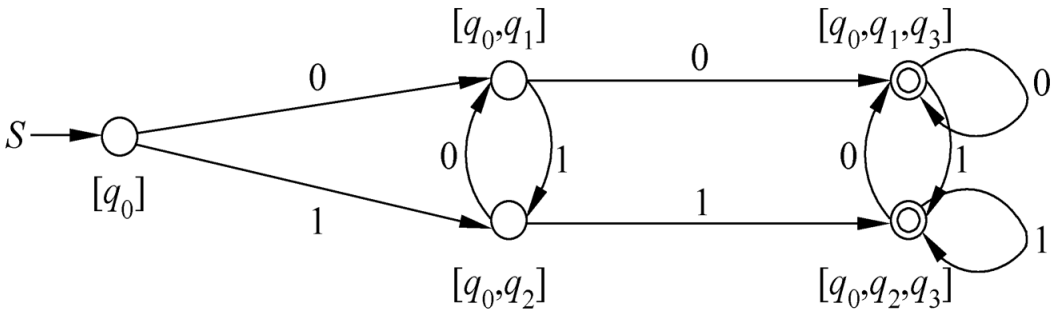
[例3.5.1] 用子集构造的方法, 构造一个与下面的NFA等价的DFA.



[解] 状态转移表:

状态说明		状态	输入字符	
			0	1
启动	√	$[q_0]$	$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_2]$
		$[q_1]$	$[q_3]$	$[\varnothing]$
		$[q_2]$	$[\varnothing]$	$[q_3]$
终止		$[q_3]$	$[q_3]$	$[q_3]$
	√	$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_2]$
	√	$[q_0, q_2]$	$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_2, q_3]$
终止		$[q_0, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
		$[q_1, q_2]$	$[q_3]$	$[q_3]$
终止		$[q_1, q_3]$	$[q_3]$	$[q_3]$
终止		$[q_2, q_3]$	$[q_3]$	$[q_3]$
		$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
终止	√	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
终止	√	$[q_0, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
终止		$[q_1, q_2, q_3]$	$[q_3]$	$[q_3]$
终止		$[q_0, q_1, q_2, q_3]$	$[q_0, q_1, q_3]$	$[q_0, q_2, q_3]$
		$[\varnothing]$	$[\varnothing]$	$[\varnothing]$

状态转移图:



[例3.5.2] 用子集构造的方法,构造一个与下面的NFA等价的DFA.

State	Input Symbols	
	0	1
→ A	A, B	A
B	C	B
C	D	D
D		C

[解] 状态转移表:

State	Input Symbols	
	0	1
[A]	[A,B]	[A]
[A,B]	[A,B,C]	[A,B]
[A,B,C]	[A,B,C,D]	[A,B,D]
[A,B,D]	[A,B,C]	[A,B,C]
[A,B,C,D]	[A,B,C,D]	[A,B,C,D]
