

## 第五章作业

一、设语言  $L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^+\}$ 。请问  $L$  是否是正则语言？若是，请说明原因；若不是，请给出证明过程。

解：不是 RL。证明如下：

假设  $L$  是 RL，则它满足泵引理。设  $N$  是泵引理所指的仅依赖于  $L$  的正整数。

取句子  $z$  为  $0^N 1 0^N 1$ 。显然  $z \in L$ 。

按照泵引理所述，必存在  $u, v, w$  使得  $z = uvw$ ，且  $|v| \geq 1$  和  $|uv| \leq N$ 。

不妨设  $v = 0^k$  和  $u = 0^m$ ， $1 \leq k \leq N$ ， $0 \leq m < N$ 。此时有  $w = 0^{N-m-k} 1 0^N 1$ 。

从而有  $uv^i w = 0^m 0^{ki} 0^{N-m-k} 1 0^N 1 = 0^{N+(i-1)*k} 1 0^N 1$ 。

取  $i=2$  时，有  $N+(i-1)*k = N+k > N$ ，即第一个 1 前面的 0 的个数大于其后面的 0 的个数，从而  $uv^2 w$  无法分为两个相同的串串联而成，因此  $uv^2 w$  不是  $L$  的句子。

这与泵引理矛盾。所以  $L$  不是 RL。

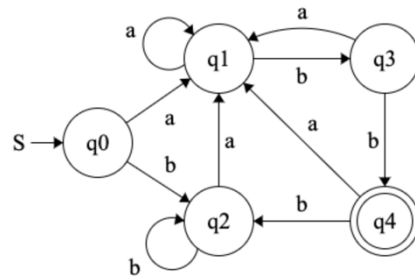
注：(1) 请写出  $u$ 、 $w$  和  $uv^i w$  的取值。

(2) 不属于  $L$ ：  $0^N 1 0^N$ ；  $w^N w$ ；  $0^N 1^N$ ；  $0^N 1^p 0^N$ ；  $\{0, 1\}^N \{0, 1\}^N$ ；

(3) 属于  $L$  但分解不唯一：  $(01)^N (01)^N$ ；  $0^p 1^{N-p} 0^p 1^{N-p}$ ；  $0(1)^{N+1} 0(1)^{N+1}$ ；  $0^{N-1} 1 0^{N-1} 1$ ；  $0^{N/2} 1^{N/2} 0^{N/2} 1^{N/2}$

(4) 不易找反例：  $0^N 0^N$ ；

二、请最小化下列 DFA

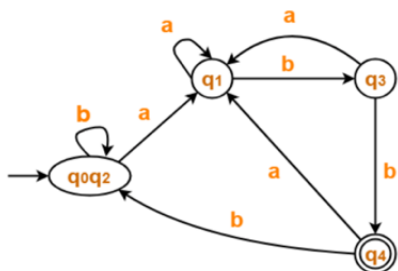


解：状态间的可区分关系如下表（上三角）：

	q1	q2	q3	q4
q0	X		X	X
q1	■	X	X	X
q2	■	■	X	X
q3	■	■	■	X

根据可区分关系表，状态集可分为四个子集：  $\{q0, q2\}$ ，  $\{q1\}$ ，  $\{q3\}$ ，  $\{q4\}$ 。

合并状态子集后，得到最小 DFA：



注：(1) 定义完整性 (2) 需要给出最小 DFA（三种形式的任一种都可以）