学院 专业 姓名 学号 座号

2013深圳大学数学能力测试试卷

开/闭卷 闭卷

A/B卷 A卷

课程编号 ____________ 课程名称 数学能力测试 学分 114514

命题人(签字)________________ 审题人(签字)____________ ______年____月____日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	基本题总分	附加题
得分												
评卷人												

一、填空题(本题共6小题，每小题3分， 满分18分)：

1. 若 $f(x+\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x}+3$，则 $f(x)=$__________；

2. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$____________；

3. 设 $y(x)$ 是由方程 $y-\varepsilon \sin y=x(0<\varepsilon<1,\varepsilon\ is\ constant)$ 所定义的函数，则 $y''=$_______；

4. 若 $f(x)$ 可导，$y=f\{f[f(x)]\}$，则 $dy=$_______________；

5. 设 $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}, x\neq 0\\ a, x=0\end{cases}$，若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$_________；

6. 若 $\int\frac{f(x)}{x}dx=\arcsin x+c$，则 $f(x)=$___________.

二、单项选择题（本题共6小题，每小题3分，满分18分）

1. 使函数 $y=\frac{(x^5-1)\sqrt{x+1}}{x^3-1}$ 为无穷小量的变量 x 的变化趋势是(　　).
   (A) $x\to 0$；(B) $x\to 1$；(C) $x\to -1$；(D) $x\to +\infty$.

2. 左极限 $f(x_0^+)$，右极限 $f(x_0^-)$ 均存在是函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处存在极限的(　　).
   (A) 充分条件；(B) 必要条件；(C) 无关条件；(D) 充要条件.

3. 与函数 $f(x)=2x$ 的图像完全相同的函数是(　　).
   (A) $\sin(arc\sin 2x)$；(B) $e^{\ln 2x}$；(C) $\ln e^{2x}$；(D) $\arcsin(\sin 2x)$.

4. 下列各组函数中属于同一个函数的原函数的是(　　).
   (A) $\ln(3x)$ 与 $3+\ln(x)$；
   (B) e^x 与 e^{2x}；
   (C) a^x 与 a^{-x}；
   (D) $\arctan(x)$ 与 $\operatorname{arccot}(x)$.

5. 函数 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^n}{1+x^n+(2x)^n}(x\geq 0)$，则此函数(　　).

(A) 没有间断点;

(B) 有一个一类间断点;

(C) 有两个以上一类间断点;

(D) 有两个以上间断点，但类型不确定.

6. 在函数$f(x)$的可去间断点x_0处，下面结论正确的是(　　).

(A) 函数$f(x)$在x_0左、右极限至少有一个不存在;

(B) 函数$f(x)$在x_0左、右极限存在，但不相等;

(C) 函数$f(x)$在x_0左、右极限存在相等;

(D) 函数$f(x)$在x_0左、右极限都不存在.

三、 求解下列各题（本题共2小题，每小题8分，满分16分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases}\frac{e^{x^2-1}}{x^2}, x\neq 0\\ 1, x=0\end{cases}$，求$f'(x)$.

2. $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^2+\pi}+\frac{1}{n^2+2\pi}+\ldots+\frac{1}{n^2+n\pi}\right)$

四、 计算下列积分（本题共2小题，每小题8分，总共16分）；

1. $$\int \frac{dx}{(1+e^x)^2}$$

2. $$\int e^{2x}(\tan x+1)^2dx$$

五、 （本题满分10分） 在半径为R的半圆内，以直径为以底边作等腰梯形，问梯形的另一底边为多少时，梯形的面积最大.

六、 （本题满分10分）设$f(x^2-1)=\ln\frac{x^2}{x^2-2}$，且$f(\phi(x))=\ln x$,求$\int \phi(x)dx$.

七、 （本题满分12分）设$F(x)$为$f(x)$的一个原函数，$F(0)=1$, $F(x)>0$, 且当$x\geq 0$时，有

$f(x)F(x)=\dfrac{xe^x}{2(1+x)^2}$，求函数$f(x)$.