大学物理(2)期末速通教程

7. 量子力学

7.0 基本公式

$1\ \mathrm{e}V=1.602\times 10^{-19}\ \mathrm{J}.$

$c=\lambda\nu.$

[单色辐出度] 一定温度T下,设物体单位面积在单位时间内发射的波长在$[\lambda,\lambda+\mathrm{d}\lambda]$内的辐射能为$\mathrm{d}M_\lambda$,则单色辐出度$M_\lambda(T)=\dfrac{\mathrm{d}M_\lambda}{\mathrm{d}\lambda}$.

[辐出度] 一定温度T下,物体的辐出度$M(T)=\displaystyle\int_0^{+\infty}M_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda.$

[Stefan-Boltzmann定律] 一定温度T下,物体的辐出度$M(T)=\displaystyle\int_0^{+\infty}M_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda=\sigma T^4$,其中Stefan-Boltzmann常量$\sigma=5.670\times 10^{-8}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}$.

[Vien位移定律] $\lambda_m T=b$,其中λ为峰值波长,常量$b=2.898\times 10^{-3}\ \mathrm{m\cdot K}.$

[Planck假设]

①基元能量$\varepsilon=h\nu.$

②量子数为$n\ \ (n=1,2,\cdots)$时吸收或发射的能量$\varepsilon=nh\nu$,其中Planck常量$h=6.63\times 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}.$

[光电效应]

①遏止电压与最大初动能的关系:$eU_0=\dfrac{1}{2}mv_m^2.$

②Einstein光电方程:$h\nu=\dfrac{1}{2}mv^2+W$,其中W为金属的逸出功.

③相对论能量与动量的关系:$p=\dfrac{E}{c}.$

[Compton效应] 波长改变量$\Delta\lambda=\dfrac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)=\lambda_c(1-\cos\theta)$,其中$\lambda_c=\dfrac{h}{m_0c}.$

[氢原子能级] 基态能量$E_1=-13.6\ \mathrm{eV}$,激发态能量$E_n=\dfrac{E_1}{n^2}\ \ (n=2,3,\cdots).$

[**de Broglie波**]

①实物粒子的能量$E=h\nu$,动量$p=\dfrac{h}{\lambda}$.

②de Broglie波的波长$\lambda=\dfrac{h}{p}=\dfrac{h}{m\nu}$,频率$\nu=\dfrac{E}{h}=\dfrac{mc^2}{h}$.

[**不确定关系**] $\begin{cases}\Delta x\Delta p_x\geq h\\ \Delta y\Delta p_y\geq h\\ \Delta z\Delta p_z\geq h\end{cases}$.

7.1 黑体辐射与Planck假设

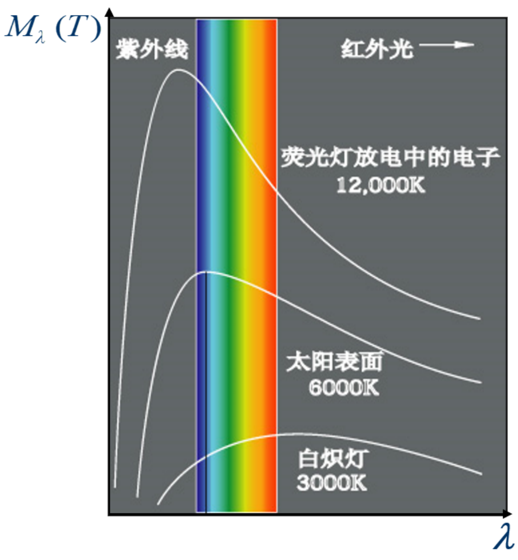
[**热辐射**] 任何物体在任何温度下都要发射电磁波,这种由于分子钟的分子和原子受到热激发而发射电磁辐射的现象称为**热辐射**.物体辐射电磁波的同时也吸收电磁波.不同物体在某一频率范围内发射和吸收电磁辐射的能力不同,辐射能力越强的物体吸收能力也越强.辐射和吸收达到平衡时,物体温度不再变化,称此时物体的热辐射为**平衡热辐射**.

[**黑体**] 能全部吸收一切外来的电磁辐射的物体称为**黑体**.

(1)黑体是理想模型.

(2)相同温度下,黑体吸收本领最强,热辐射本领也最强.

[**单色辐射出射度**] 一定温度T下,物体单位面积在单位时间内发射的波长在$[\lambda,\lambda+\mathrm{d}\lambda]$内的辐射能$\mathrm{d}M_\lambda$与波长间隔$\mathrm{d}\lambda$的比值称为**单色辐射出射度**,简称**单色辐出度**,即$M_\lambda(T)=\dfrac{\mathrm{d}M_\lambda}{\mathrm{d}\lambda}$.



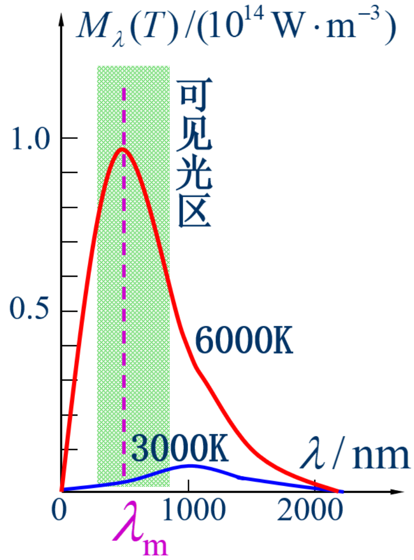
[**辐出度**] 一定温度T下,物体单位表面在单位时间内发射的辐射能称为**辐出度**,即$M(T)=\displaystyle\int_0^{+\infty}M_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda$.

(1)一定温度下,辐出度随波长的变化而变化.

(2)温度越高,辐出度越大.

(3)普通物体的辐出度与材料有关;黑体的单色辐出度只与温度和波长有关,与材料无关.

[Stefan-Boltzmann定律] 一定温度T下,物体的辐出度$M(T)=\int_0^{+\infty}M_\lambda(T)\mathrm{d}\lambda=\sigma T^4$,其中Stefan-Boltzmann常量$\sigma=5.670\times 10^{-8}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}$.



[Vien位移定律] $\lambda_m T=b$,其中λ为峰值波长,常量$b=2.898\times 10^{-3}\ \mathrm{m\cdot K}$.

[例7.1.1] (1)求温度为$20\ ^\circ\mathrm{C}$的黑体的单色辐出度的峰值对应的波长;(2)若一黑体的单色辐出度的峰值对应的波长在红色谱线范围内,求其温度;(3)求以上两辐出度之比.

[解] (1)由Vien位移定律:$\lambda_m=\dfrac{b}{T}=\dfrac{2.898\times 10^{-3}}{20+273}\ \mathrm{nm}=9890\ \mathrm{nm}$.

(2)取$\lambda_m'=650\ \mathrm{nm}$,由Vien位移定律:$T'=\dfrac{b}{\lambda_m'}=4.46\times 10^3\ \mathrm{K}$.

(3)由Stefan-Boltzmann定律:$\dfrac{M(T')}{M(T)}=\left(\dfrac{T'}{T}\right)^4=5.37\times 10^4$.

[Planck假设] 金属空腔壁中电子的振动可视为一维谐振子,它吸收或发射电磁辐射能量时,以与振子的频率成正比的能量子$\varepsilon=h\nu$为单元吸收或发射能量,空腔壁上的带电谐振子吸收或发射的能量为$\varepsilon=nh\nu\ \ (n=1,2,\cdots)$,其中Planck常量$h=6.63\times 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$.

[例7.1.2] 设一音叉尖端的质量为$0.05\ \mathrm{kg}$.现将其频率调到$\nu=480\ \mathrm{Hz}$,振幅$A=1\ \mathrm{mm}$.求:(1)尖端振动的量子数;(2)量子数由n增加到$(n+1)$时振幅的变化量.

[解] (1)$E=\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2=\dfrac{1}{2}m(2\pi\nu)^2A^2=0.227\ \mathrm{J}$.

基元能量$h\nu=3.18\times 10^{-31}\ \mathrm{J}$.因$E=nh\nu$,则$n=\dfrac{E}{h\nu}=7.13\times 10^{29}$.

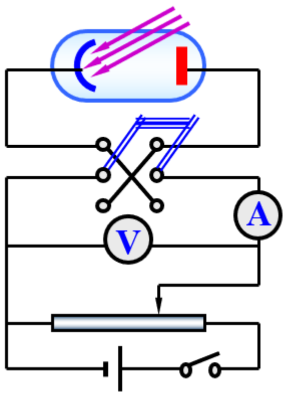
(2)因$E=\dfrac{1}{2}m(2\pi\nu)^2A^2$,则$A^2=\dfrac{E}{2\pi^2m\nu^2}=\dfrac{nh}{2\pi^2m\nu}$.

两边求微分得:$2A\mathrm{d}A=\dfrac{h}{2\pi^2m\nu}\mathrm{d}n$,则$\Delta A=\dfrac{\Delta n}{n}\dfrac{A}{2}$,代入$\Delta n=1$得:$\Delta A=7.01\times 10^{-34}\ \mathrm{m}$.

[**注**] 宏观范围内,能量的量子化效应极不明显,即宏观物体的能量可视为连续.

7.2 光电效应与光的波粒二象性

[**光电效应**] 在光(含不可见光)照射下,从物体中发射出电子的现象称为**光电效应**,发射出的电子称为**光电子**.



(1)产生原因:金属中的自由电子从入射光中获得足够的能量从金属中逸出.

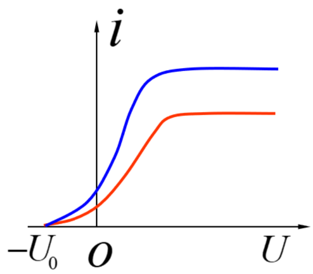
(2)任何金属有**一极限频率**(又称**截止频率**、**红限**),入射光大于该频率时才能产生光电效应.

(3)使有最大初动能的光电子到达阳极时速度恰减为零所需的反向电压称为**遏止电压**.

遏止电压与最大初动能的关系:$eU_0=\dfrac{1}{2}mv_m^2$.

(4)光电子的最大初动能随入射光频率的增加而增大,与入射光频率成线性关系.

(5)伏安特性曲线:



(6)入射光强度一定时,正向电压增大到一定程度时光电流强度不再增大,达到饱和值,称此时的电流值为**饱和电流**.

①饱和电流对应单位时间发射的光电子数.

②饱和电流值与入射光强度成正比.

(7)入射光频率大于极限频率时,单位时间内发射的光电子数与入射光强度成正比.

(8)入射光照到金属上,光电子的发射几乎是瞬间的.

(9)光束可视为以光速运动的粒子流,这些粒子称为**光子**.频率为ν的光中每一光子的能量为$h\nu$,它不可再分割.

(10)电子脱离金属表面时克服阻力所做的功称为**逸出功**.逸出功与金属材料有关,不同的金属材料的逸出功不同,同种金属材料的逸出功相同.

(11)Einstein光电方程:$h\nu=\dfrac{1}{2}mv^2+W$,其中W为金属的逸出功.

[**光的波粒二象性**] 光有波动性,如光的干涉和衍射;光有粒子性,如光电效应.

(1)由相对论能量和动量的关系:

因$E^2=c^2p^2+E_0^2$,其中光子的静能量$E_0=0$,总能量$E=pc$,则动量$p=\dfrac{E}{c}=\dfrac{h\nu}{c}=\dfrac{h}{\lambda}$.

(2)E和p描述光的粒子性,ν和λ描述光的波动性.

[例7.2.1] 波长$450\ \mathrm{nm}$的单色光照到钠的表面.求:(1)该光的光子的能量和动量;(2)光电子逸出钠表面时的动能,已知钠的逸出功为$2.28\ \mathrm{eV}$;(3)求能量为$2.4\ \mathrm{eV}$的光子的波长.

(1)$E=h\nu=\dfrac{hc}{\lambda}=4.42\times10^{-19}\ \mathrm{J}=2.76\ \mathrm{eV},p=\dfrac{h}{\lambda}=1.47\times10^{-27}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$.

(2)$E_k=E-W=(2.76-2.28)\ \mathrm{eV}=0.48\ \mathrm{eV}$.

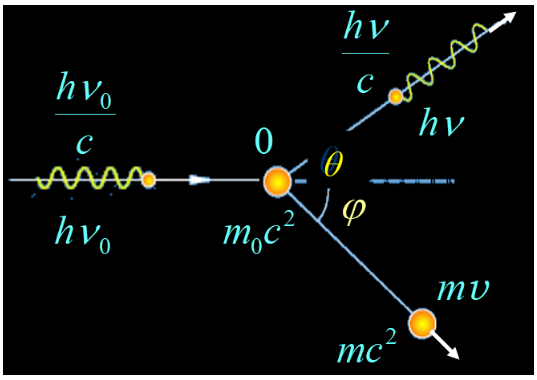
(3)$\lambda=\dfrac{hc}{E}=5.18\times10^{-7}\ \mathrm{m}$.

7.3 Compton效应

[Compton散射实验] 散射的X射线中除与入射波长相同的射线外,还有比入射波长更长的射线.

(1)产生原因:入射光子与外层电子弹性碰撞时电子获得一部分能量,则碰撞后散射光子的能量小于入射光子的能量,进而波长变大.

(2)



由能量、动量守恒:$\begin{cases}h\nu_0+m_0c^2=h\nu+mc^2\\ \dfrac{h\nu_0}{c}=\dfrac{h\nu}{c}\cos\theta+mv\cos\varphi\\ \dfrac{j\nu}{c}\sin\theta=mu\sin\varphi\end{cases}$,

则波长改变量$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\dfrac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)=2\lambda_c\sin^2\dfrac{\theta}{2}$,其中$\lambda_c=\dfrac{h}{m_0c}$.

[例7.3.1] 设波长$\lambda_0=0.1\times10^{-10}\ \mathrm{m}$的X射线与静止的自由电子作弹性碰撞,在与入射角成$90^\circ$的方向上观察.求:(1)散射波长;(2)反冲电子得到的动能和碰撞中光子损失的能量;(3)反冲电子的动量.

[解] (1)$\Delta\lambda=\lambda_c(1-\cos\theta)=\lambda_c=\dfrac{h}{m_0c}=0.024\times10^{-10}\ \mathrm{m}$.

散射波长$\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda=0.124\times10^{-10}\ \mathrm{m}$,该方向上还有波长不变的散射线.

(2)由能量守恒:

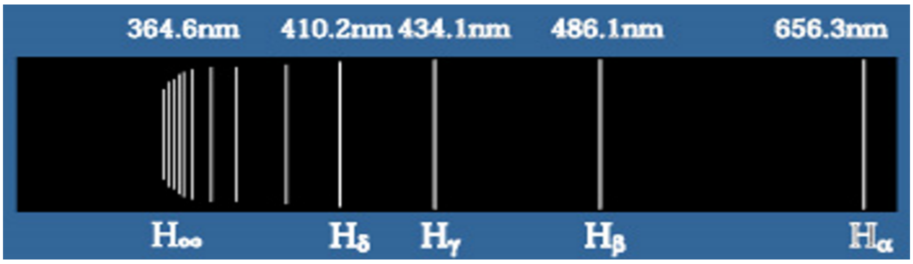
$$\Delta E_k=\Delta E=h\nu_0-h\nu=hc\left(\frac{1}{\lambda_0}-\frac{1}{\lambda}\right)=hc\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0\lambda}=hc\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda}=3.8\times10^{-15}\ \mathrm{J}.$$

(3)由动量守恒:$\begin{cases} p_c\cos\theta=\dfrac{h}{\lambda_0} \\ p_c\sin\theta=\dfrac{h}{\lambda} \end{cases}$,

则$p_c=\sqrt{\left(\dfrac{h}{\lambda_0}\right)^2+\left(\dfrac{h}{\lambda}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{\lambda_0^2+\lambda^2}}{\lambda_0\lambda}h=8.5\times10^{-23}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}},\theta=\arccos\dfrac{h}{p_c\lambda_0}\approx38^\circ.$

7.4 Bohr理论

[氢原子的Balmer线系]



(1)特点:分立线状光谱,每一条谱线有确定的波长.

(2)谱线的波数$\sigma=\dfrac{1}{\lambda}=R\left(\dfrac{1}{n_f^2}-\dfrac{1}{n_i^2}\right)$,其中Rydberg常量$R=1.10\times10^7\ \mathrm{m^{-1}}$.

[Franck-Hertz实验] Franck-Hertz实验表明:将原子激发到激发态需吸收一定数值的能量,这些能量不连续,是量子化的.故存在分立的原子能级.

[Bohr理论]

(1)Bohr假设

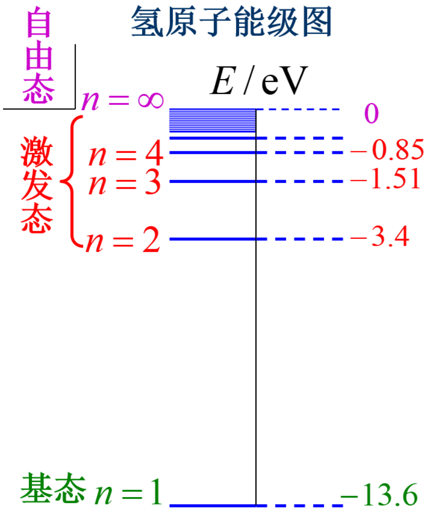
①定态假设:电子在原子中可在一些特定的轨道上运动而不辐射电磁波,此时原子处于稳定状态(定态),有一定的能量.

②角动量量子化假设:电子以速率v在半径为r的圆周上绕核运动时,只有电子的角动量L为$\dfrac{h}{2\pi}$的整数倍的轨道才是稳定的.

量子化条件:$L=mvr=n\dfrac{h}{2\pi}$,其中主量子数$n=1,2,\cdots$.

③跃迁假设:原子从高能量E_i的定态跃迁到低能量E_f的定态时,发射频率为ν的光子.

跃迁条件:$h\nu=E_i-E_f$.



(2)第n $(n=1,2,\cdots)$轨道的电子总能量$E_n=\dfrac{1}{2}mv_n^2-\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$.

基态$(n=1)$能量$E_1=-\dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}=-13.6\ \mathrm{eV}$.

激发态$(n>1)$能量$E_n=\dfrac{E_1}{n^2}$.

(3)意义:

①正确地指出原子能级的存在,即原子能量量子化.

②正确地指出定态和角动量量子化.

③正确地解释了氢原子和类氢离子的光谱.

(4)困难:

①无法解释比氢原子更复杂的原子.

②对谱线的强度、宽度无能为力.

③是半经典半量子的理论,存在逻辑上的缺点,即将微观粒子视为遵守经典力学的质点.

7.5 de Broglie波与实物粒子的二象性

[de Broglie波]

(1)de Broglie假设:实物粒子有波粒二象性.

(2)实物粒子的能量$E=h\nu$,动量$p=\dfrac{h}{\lambda}$.de Broglie波的波长$\lambda=\dfrac{h}{p}=\dfrac{h}{m\nu}$,频率$\nu=\dfrac{E}{h}=\dfrac{mc^2}{h}$.

①$v<<c$时,$m=m_0$.

②$v\to c$时,$m=\gamma m_0$.

(3)宏观物体的de Broglie波的波长小到实验难以测量,故宏观物体只表现粒子性.

(3)de Broglie波是概率波,是对微观粒子运动的统计描述.在某处的de Broglie波的强度与该粒子在该处附近出现的概率成正比.

[**例7.5.1**] 求动能为$200\ \mathrm{eV}$的电子的de Broglie波的波长.

[**解**] 因$v << c$,则$E_k=\dfrac{1}{2}m_0v^2$,

进而$v=\sqrt{\dfrac{2E_k}{m_0}}=8.4\times 10^6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},\lambda=\dfrac{h}{m_0v}=\dfrac{h}{\sqrt{2m_0E_0}}=8.67\times 10^{-2}\ \mathrm{nm}$.

7.6 不确定原理

[**Heisenberg不确定原理**] 微观粒子不能同时用确定的位置和确定的动量描述.

(1)不确定关系:$\begin{cases}\Delta x\Delta p_x\geq h\\ \Delta y\Delta p_y\geq h\\ \Delta z\Delta p_z\geq h\end{cases}$.

(2)说明:

①微观粒子同一方向上的坐标和动量不能同时准确测量,它们的精度存在一个终极的不可逾越的限制.

②不确定的根源是波粒二象性,这是自然界的根本属性.

③对宏观粒子,因h很小,故$\Delta x\Delta p_x\to 0$,可视为位置和动量能同时准确测量.

[**例7.6.1**] 设一颗质量为$10\ \mathrm{g}$的子弹有$200\ \mathrm{m/s}$的速率.若其动量的不确定范围为动量的0.01%,求位置的不确定范围.

[**解**] $p=mu=2\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$,则$\Delta p=0.01\%\cdot p=2\times 10^{-4}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$.

由不确定关系:$\Delta x\geq\dfrac{h}{\Delta p}=3.3\times 10^{-30}\ \mathrm{m}$.

[**例7.6.2**] 设一电子的速率为$200\ \mathrm{m/s}$,动量的不确定范围为动量的0.01%,求位置的不确定范围.

[**解**] $p=mv=1.8\times 10^{-28}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$,则$\Delta p=0.01\%\cdot p=1.8\times 10^{-32}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$.

由不确定关系:$\Delta x\geq\dfrac{h}{\Delta p}=3.7\times 10^{-2}\ \mathrm{m}$.

7.7 量子力学简介

[**波函数**] 描述微观粒子运动的波函数$\varPsi(x,y,z,t)$.

(1)波函数的统计意义:表示在某处单位体积内粒子出现的概率.

(2)令$|\varPsi|^2=\varPsi\varPsi^*$,它是一个正实数.

某一时刻出现在某点附近的体积元$\mathrm{d}V$内粒子出现的概率为$|\varPsi|^2\mathrm{d}V$.

(3)某一时刻在整个空间内发现粒子的概率(归一化条件)为$\displaystyle\int|\varPsi|^2\mathrm{d}V=1$.
