

# 大学物理(2)期末速通教程

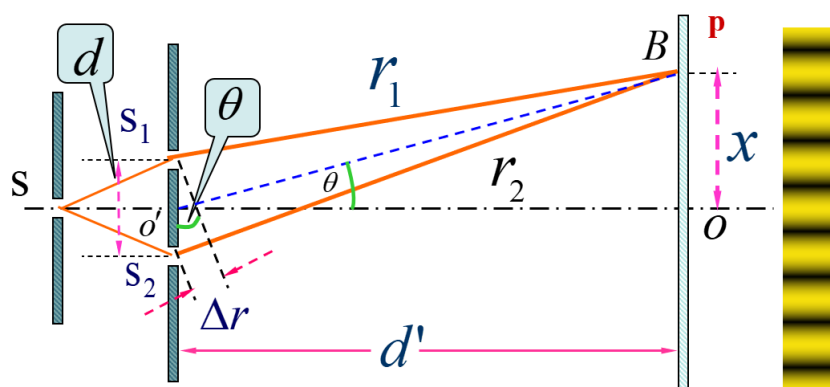
## 3. 光学

### 3.0 基本公式

[真空中的光速]  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$

[可见光范围] 波长  $400 \sim 760 \text{ nm}$ , 频率  $7.5 \times 10^{14} \sim 4.3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ .

[Young氏双缝干涉实验] 装置如下图所示, 其中  $d' \gg d$ .



①  $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{d'}.$

② 波程差  $\Delta r = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta = d \cdot \frac{x}{d'} = \begin{cases} \pm k\lambda, \text{加强} \\ \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{减弱} \end{cases} \quad (k = 0, 1, \dots).$

③ 明、暗条纹的位置  $x = \begin{cases} \pm k \frac{d'}{d} \lambda, \text{明纹} \\ \pm (2k+1) \frac{d'}{d} \frac{\lambda}{2}, \text{暗纹} \end{cases} \quad (k = 0, 1, \dots).$

④ 两相邻明纹(或暗纹)的中心的间距  $\Delta x = \frac{d'}{d} \lambda \quad (\Delta k = 1).$

⑤ 可见明纹的最大级数  $k_{\max} = \left\lfloor \frac{d}{\lambda} \right\rfloor.$

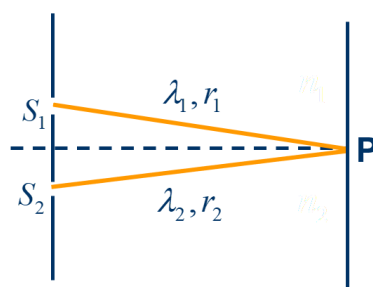
[折射率] 设光在介质中速度为  $u$ , 则该介质的折射率  $n = \frac{c}{u}.$

① 设光在真空中、介质中的波长分别为  $\lambda$ 、 $\lambda'$ , 则  $\lambda' = \frac{\lambda}{n}.$

② 设  $t$  时间内光在介质中传播的路程为  $r$ , 则在真空中传播的路程  $x = nr.$

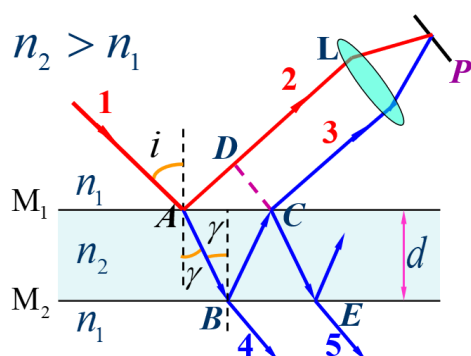
[光程] 光程等于介质折射率  $n$  乘光在介质中传播的路程  $r$ , 即光程  $= nr$ . 一束光连续通过几种介质时, 光程  $= \sum_i n_i r_i.$

**[光程差]** 设传播时间相同时,光在折射率分别为 $n_1$ 、 $n_2$ 的介质中传播的路程分别为 $r_1$ 、 $r_2$ ,则光程差 $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$ .



计算不同介质的相干光的相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$ ,其中 $\lambda_0$ 为光在真空中的波长.

**[薄膜干涉]** 如下图,设 $n_2 > n_1$ ,  $CD \perp AD$ .



(1)由折射定律:  $\frac{\sin i}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$ .

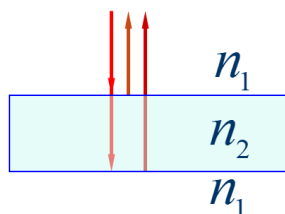
(2)反射光的光程差 $\Delta_r = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots), \text{加强} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, \dots), \text{减弱} \end{cases}$

注意 $\Delta_r = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$ 中的附加光程差 $\frac{\lambda}{2}$ 当且仅当上下表面有一个有半波损失时加.

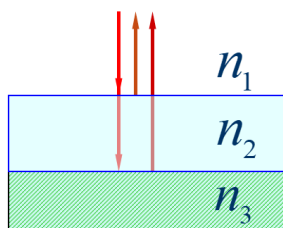
(3)透射光的光程差 $\Delta_t = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$ .

(4)光垂直入射,即 $i = 0^\circ$ 时:

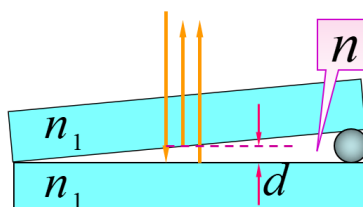
①如下图, $n_2 > n_1$ 时,有 $\Delta_r = 2n_2 d + \frac{\lambda}{2}$ .



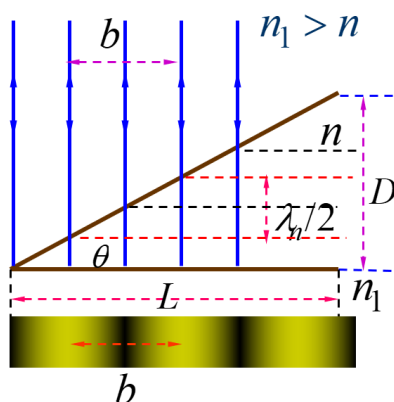
②如下图,  $n_3 > n_2 > n_1$  时, 有  $\Delta_r = 2n_2d$ .



[劈尖干涉]



$$(1) \text{光程差 } \Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots), \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, \dots), \text{暗纹} \end{cases}$$



(2) 棱边处  $d = 0$ , 则  $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ , 为暗纹.

$$(3) \text{条纹厚度 } d = \begin{cases} \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n}, \text{明纹} \\ k \frac{\lambda}{2n}, \text{暗纹} \end{cases}$$

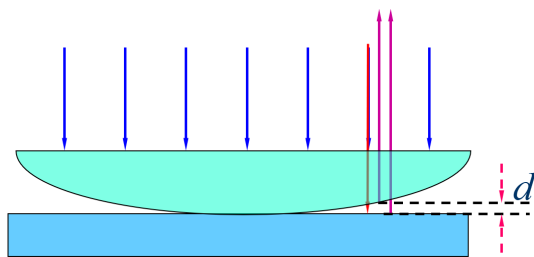
(4) 相邻明纹(或暗纹)的厚度差  $d_{i+1} - d_i = \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda_n}{2}$ .

$$(5) \theta \approx \frac{D}{L} \approx \frac{\lambda}{2b}.$$

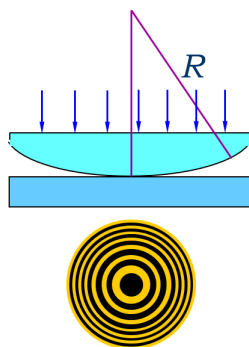
$$(6) \text{条纹间距 } b = \frac{\lambda}{2n\theta}.$$

$$(7) D = \frac{\lambda_n}{2b} L = \frac{\lambda}{2nb} L.$$

[Newton环] 如下图,装置由一块平板玻璃和一平凸透镜组成.

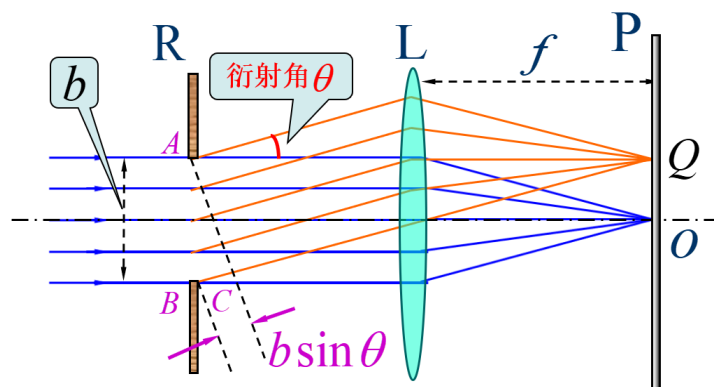


$$(1) \text{光程差} \Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots), \text{明纹} \\ \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda & (k = 0, 1, \dots), \text{暗纹} \end{cases}$$



$$(2) r = \sqrt{2Rd} = \sqrt{\left(\Delta - \frac{1}{2}\right)R} = \begin{cases} \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)R\lambda} & (k = 1, 2, \dots), \text{明环半径} \\ \sqrt{kR\lambda} & (k = 0, 1, \dots), \text{暗环半径} \end{cases}$$

[Fraunhofer单缝衍射]

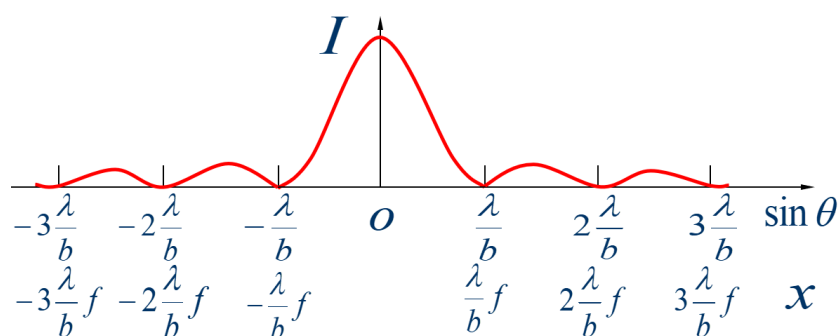


$$\textcircled{1} \overline{BC} = b \sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots), \text{即} k \text{ 个半波带的宽度.}$$

$$b \sin \theta = \begin{cases} 0, \text{中央明纹中心} \\ \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \text{干涉相消(暗纹)} & (k = 1, 2, \dots). \\ \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{干涉加强(明纹)} \end{cases}$$

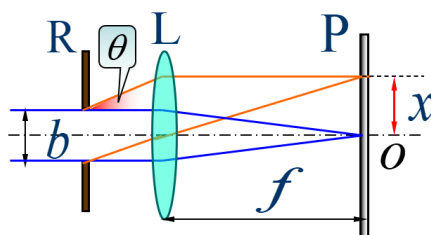
$$b \sin \theta \neq k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots), \text{介于明暗之间.}$$

②光强分布:



第一级暗纹距中心的距离  $x_1 = \theta f = \frac{\lambda}{b} f$ .

③

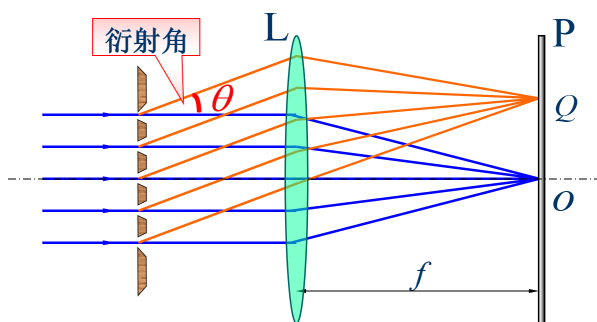


第一级暗纹的衍射角  $\theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{b}$ .

④中央明纹宽度  $l_0 = 2x_1 \approx 2 \frac{\lambda f}{b}$ .

⑤除中央明纹外其他明纹的宽度  $l = \theta_{k+1} f - \theta_k f = \frac{\lambda f}{b}$ .

[光栅衍射] 设透光部分的宽度为  $b$ , 不透光的部分为  $b'$ , 则光栅常数为  $(b + b')$ .



①相邻两缝间的光程差  $\Delta = (b + b') \sin \theta$ .

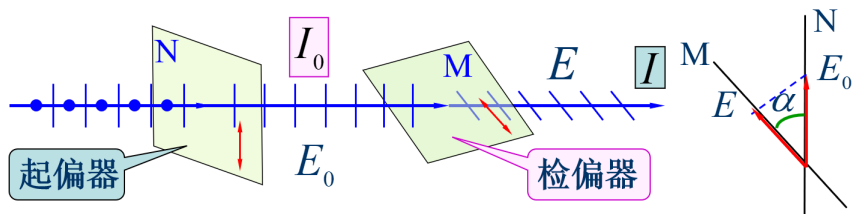
②明纹满足:  $(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, \dots)$ .

③相邻明纹对应的衍射角的正弦值之差  $\sin \theta_{k+1} - \sin \theta_k = \frac{\lambda}{b + b'} \quad (k = 0, 1, \dots)$ .

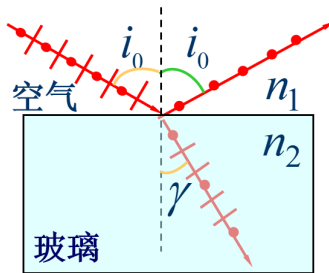
④  $\sin \theta_k = \pm \frac{k \lambda}{b + b'}$ , 则  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$  时取得条纹最高级数  $k_{\max} = \frac{b + b'}{\lambda}$ .

[Bragg公式] 设晶格常数为  $d$ , 掠射角为  $\theta$ , 则相邻两晶面反射的两X射线干涉加强的条件:  $2d \sin \theta = k \lambda \quad (k = 0, 1, \dots)$ .

[Malus定律] 如下图,设起偏器与检偏器的偏振化方向的夹角为 $\alpha$ ,则 $I = I_0 \cos^2 \alpha$ .



[Brewster定律] 如下图,设空气和玻璃的折射率分别为 $n_1$ 和 $n_2$ ,则Brewster角满足: $\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$ .



### 3.1 相干光

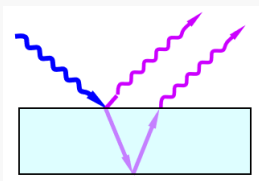
[光矢量] 光是一种电磁波,振动的是电场强度 $\vec{E}$ 和磁场强度 $\vec{H}$ ,其中能引起人眼视觉和底片感光的是 $\vec{E}$ ,称其为**光矢量**.

[真空中的光速]  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ .

[可见光范围] 波长 $400 \sim 760 \text{ nm}$ ,频率 $7.5 \times 10^{14} \sim 4.3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ .

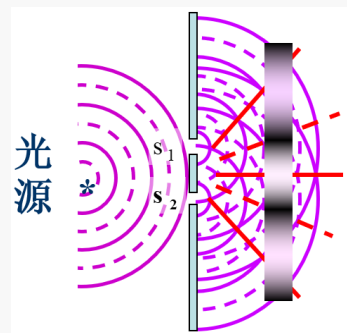
[相干光] 称两束光是**相干光**,对应的光源为**相干光源**,如果两束光的光矢量满足:①频率相同;②相位差恒定;③振动方向平行.

[获得相干光的方法]



振幅分割法

用反射和折射将同一波列分为两部分

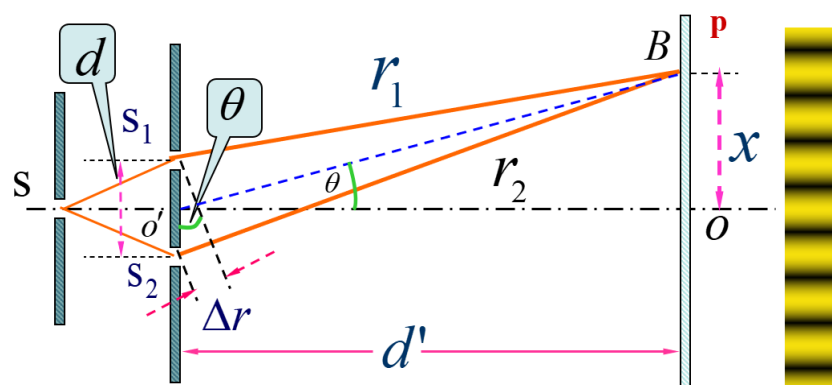


波阵面分割法

从同一波面上取出两个子波源

## 3.2 Young氏双缝干涉实验

[Young氏双缝干涉实验] 装置如下图所示,其中 $d' \gg d$ .



(1)因 $\theta$ 很小,则 $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{d'}$ .

(2)波程差 $\Delta r = r_2 - r_1 \approx d \sin \theta = d \cdot \frac{x}{d'} = \begin{cases} \pm k\lambda, \text{加强} \\ \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{减弱} \end{cases} (k = 0, 1, \dots).$

(3)明、暗条纹的位置 $x = \begin{cases} \pm k \frac{d'}{d} \lambda, \text{明纹} \\ \pm(2k+1) \frac{d'}{d} \frac{\lambda}{2}, \text{暗纹} \end{cases} (k = 0, 1, \dots).$

(4)两相邻明纹(或暗纹)的中心的间距 $\Delta x = \frac{d'}{d} \lambda (\Delta k = 1).$

(5)白光照射时出现彩色条纹.

(6)随缝宽增大,干涉条纹变得模糊,最后消失,这称为**空间相干性**.

(7)可见明纹的最大级数 $k_{\max} = \left\lfloor \frac{d}{\lambda} \right\rfloor$ .

[例3.2.1] 设Young氏双缝干涉实验中用波长 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ 的钠灯作光源,屏幕距双缝的距离 $d' = 800 \text{ nm}$ .求双缝间距 $d = 1 \text{ mm}$ 时两相邻明纹的中心的间距.

[解]  $\Delta x = \frac{d'}{d} \lambda = 0.47 \text{ mm}.$

[例3.2.2] 以单色光找到相距 $0.2 \text{ mm}$ 的双缝上,双缝与屏幕的垂直距离为 $1 \text{ m}$ .

(1)若从第一级明纹到同侧的第四级明纹间的距离为 $7.5 \text{ mm}$ ,求单色光的波长.

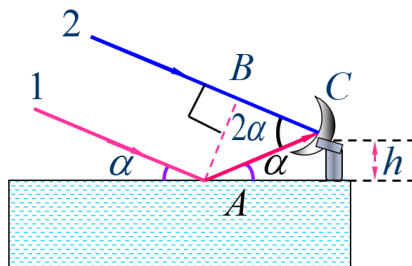
(2)若入射光波长为 $600 \text{ nm}$ ,求中央明纹的中心与最近的暗纹中心的距离.

[解] (1) $x_k = \pm k \frac{d'}{d} \lambda (k = 0, 1, \dots)$ ,则 $\Delta x_{14} = x_4 - x_1 = (4 - 1) \frac{d'}{d} \lambda$ ,故 $\lambda = \frac{d'}{d} \frac{\Delta x_{14}}{4 - 1} = 500 \text{ nm}.$

(2) $\Delta x' = \frac{1}{2} \Delta x = \frac{1}{2} \frac{d'}{d} \lambda = 1.5 \text{ mm}.$

[半波损失] 光由光速较大的介质(光疏介质)射向光速较小的介质(光密介质)时,反射光相位突变 $\pi$ 的现象称为**半波损失**.

[例3.2.3] 如下图,距湖面 $h = 0.5 \text{ m}$ 处有一电磁波接收器位于 $C$ .一射电星从地平面逐渐升起时,接收器断续地检测到一系列极大值.已知射电星发射的电磁波波长为 $20 \text{ cm}$ ,求第一次检测到极大值时射电星的方位与湖面所成的夹角.



[解] 因空气的折射率小于水,则入射面有半波损失.

$$\text{波程差 } \Delta r = \overline{AC} - \overline{BC} + \frac{\lambda}{2} = \overline{AC}(1 - \cos 2\alpha) + \frac{\lambda}{2} = \frac{h}{\sin \alpha}(1 - \cos 2\alpha) + \frac{\lambda}{2}.$$

$$\text{取得极大值时, } \Delta r = k\lambda \quad (k = 1, 2, \dots), \text{ 则 } \frac{h}{\sin \alpha} \cdot 2 \sin^2 \alpha + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \text{ 解得: } \sin \alpha = \frac{(2k-1)\lambda}{4h}.$$

$$\text{取 } k = 1, \text{ 则 } \alpha_1 = \arcsin \frac{\lambda}{4h} = 5.74^\circ.$$

## 3.3 光程与薄膜干涉

### 3.3.1 光程

[折射率] 光在真空中的速度与在介质中速度之比称为该介质的**折射率**,即 $n = \frac{c}{u}$ ,其中 $u$ 为光在介质中的速度.

$$(1) \text{ 设光在真空中、介质中的波长分别为 } \lambda, \lambda', \text{ 则 } c = \lambda\nu, u = \lambda'\nu, \text{ 故 } \lambda' = \frac{\lambda}{n}.$$

$$(2) \text{ 设 } t \text{ 时间内光在介质中传播的路程为 } r, \text{ 则在真空中传播的路程 } x = ct = c \frac{r}{u} = nr.$$

(3) 相位变化相同时,光在不同介质中传播的路程不同.

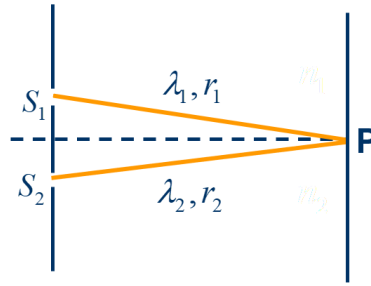
$$\text{设光在折射率为 } n \text{ 的介质中传播的路程为 } r, \text{ 则 } \lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{\lambda_0}{n}.$$

$$\text{相位变化 } \Delta\varphi = \frac{2\pi r}{\lambda} = \frac{2\pi x}{\lambda_0}, \text{ 则光在真空中传播的路程 } x = \frac{\lambda_0 r}{\lambda} = nr.$$

[光程] 光程是一个**折合量**,在传播时间相同或相位改变相同的条件下,将光在介质中传播的路径折合为光在真空中传播的路径.数值上,光程等于介质折射率 $n$ 乘光在介质中传播的路程 $r$ ,即光程 $= nr$ .一束光连续通过几种介质时,光程 $= \sum_i n_i r_i$ .

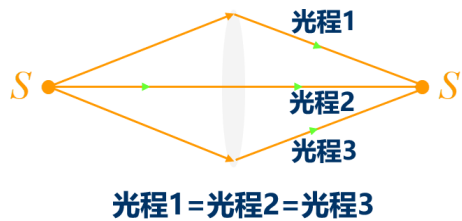


**[光程差]** 设传播时间相同时,光在折射率分别为 $n_1$ 、 $n_2$ 的介质中传播的路程分别为 $r_1$ 、 $r_2$ ,定义光程差 $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$ .



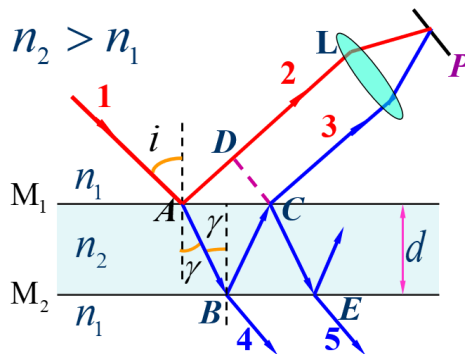
(1)计算不同介质的相干光的相位差时,用光程差可统一采用真空中的波长来计算,即 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$ ,其中 $\lambda_0$ 为光在真空中的波长.

(2)如下图,物点经正薄透镜成明亮像点时,物点上发出的各光线到像点的光程相等,故不引起附加光程差.



### 3.3.2 薄膜干涉

**[薄膜干涉]** 如下图,设 $n_2 > n_1$ ,  $CD \perp AD$ .



(1)由折射定律: $\frac{\sin i}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1}$ .

(2)光线3与光线2的波程差 $\Delta_{32} = n_2 (\overline{AB} + \overline{BC}) - n_1 \cdot \overline{AD} + \frac{\lambda}{2}$ .

代入 $\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{d}{\cos \gamma}$ ,  $\overline{AD} = \overline{AC} \sin i = 2d \cdot \tan \gamma \cdot \sin i$ 得:

$$\Delta_{32} = \frac{2d}{\cos \gamma} n_2 (1 - \sin^2 \gamma) + \frac{\lambda}{2} = 2n_2 d \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}.$$

注意 $\Delta_{32} = 2n_2 d \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}$ 中的附加光程差 $\frac{\lambda}{2}$ 当且仅当上下表面有一个有半波损失时加.

(3)反射光的光程差 $\Delta_r = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots), \text{加强} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, \dots), \text{减弱} \end{cases}$

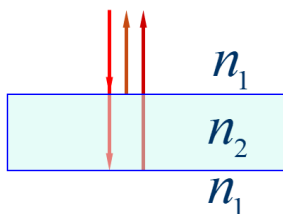
注意 $\Delta_r = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$ 中的附加光程差 $\frac{\lambda}{2}$ 当且仅当上下表面有一个有半波损失时加.

(4)透射光的光程差 $\Delta_t = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$ .

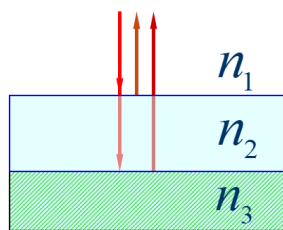
(5)透射光和反射光干涉有互补性,符合能量守恒定律.

(6)光垂直入射,即 $i = 0^\circ$ 时:

①如下图, $n_2 > n_1$ 时,有 $\Delta_r = 2n_2d + \frac{\lambda}{2}$ .



②如下图, $n_3 > n_2 > n_1$ 时,有 $\Delta_r = 2n_2d$ .



[例3.3.1] 一油轮漏处出的油(折射率 $n_1 = 1.2$ )在海水(折射率 $n_2 = 1.3$ )表面形成了一层薄油污.

(1)如太阳位于海域正上空,则从上往下观察到的厚度为460 nm的油层是什么颜色.

(2)从该海域正下方观察到的油层是什么颜色.

[解] 可见光波长400 ~ 760 nm.设空气的折射率 $n \approx 1$ .

(1)因 $n_2 > n_1 > n$ ,则反射光光程差 $\Delta_r = 2n_1d = k\lambda$  ( $k = 1, 2, \dots$ ),进而 $\lambda_k = \frac{2n_1d}{k}$ .

① $k = 1$ 时, $\lambda_1 = 2n_1d = 1104$  nm.

② $k = 2$ 时, $\lambda_2 = n_1d = 552$  nm,为绿色.

③ $k = 3$ 时, $\lambda_3 = \frac{2}{3}n_1d = 368$  nm.

故为绿色.

(2)因 $n_2 > n_1$ ,则透射光光程差 $\Delta_t = 2n_1d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$  ( $k = 1, 2, \dots$ ),进而 $\lambda_k = \frac{2n_1d}{k - \frac{1}{2}}$ .

① $k = 1$ 时, $\lambda_1 = \frac{2n_1d}{1 - \frac{1}{2}} = 2208$  nm.

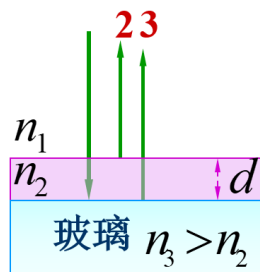
② $k = 2$ 时, $\lambda_2 = \frac{2n_1d}{2 - \frac{1}{2}} = 736$  nm,为红光.

③ $k = 3$ 时, $\lambda_3 = \frac{2n_1d}{3 - \frac{1}{2}} = 441.6$  nm,为紫光.

$$\textcircled{4} k = 4 \text{ 时, } \lambda_4 = \frac{2n_1 d}{4 - \frac{1}{2}} = 315.4 \text{ nm.}$$

故为紫红色.

[例3.3.2] 设空气的折射率 $n_1 = 1$ ,氯化镁的折射率 $n_2 = 1.38$ ,光的波长 $\lambda = 550 \text{ nm}$ .求增加透视率所需的氯化镁的最小厚度.



[解] 因 $n_3 > n_2 > n_1$ ,则反射光光程差 $\Delta_r = 2n_2 d$ .

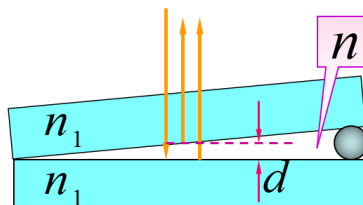
为增加透视率,即增强透射光,则应减弱反射光,此时 $\Delta_r = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  ( $k = 0, 1, \dots$ ).

取 $k = 0$ ,则 $d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = 99.6 \text{ nm}$ .

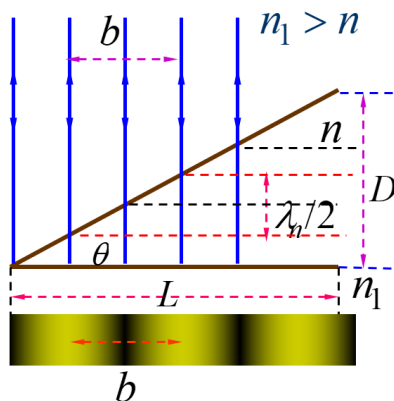
## 3.4 劈尖干涉与牛顿环

### 3.4.1 劈尖干涉

[劈尖干涉]



$$(1) \text{ 光程差 } \Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots), \text{ 明纹} \\ (2k + 1) \frac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, \dots), \text{ 暗纹} \end{cases}$$



(2) 棱边处 $d = 0$ ,则 $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ ,为暗纹.

$$(3) \text{条纹厚度} d = \begin{cases} \left(k - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n}, & \text{明纹} \\ k \frac{\lambda}{2n}, & \text{暗纹} \end{cases}.$$

$$(4) \text{相邻明纹(或暗纹)的厚度差 } d_{i+1} - d_i = \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda_n}{2}.$$

$$(5) \theta \approx \frac{D}{L} \approx \frac{\lambda}{2b}.$$

$$(6) \text{条纹间距 } b = \frac{\lambda}{2n\theta}.$$

$$(7) D = \frac{\lambda_n}{2b} L = \frac{\lambda}{2nb} L.$$

(8) 干涉条纹是光程差相同的点的轨迹,即厚度相等的点的轨迹,即厚度相等的点的轨迹.

(9) 厚度线性增长的条纹等间距,厚度非线性增长的条纹不等间距.

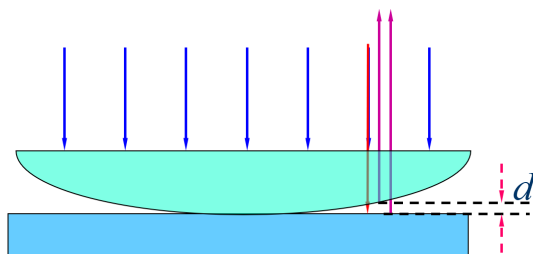
**[例3.4.1]** 波长为680 nm的平行光照到 $L = 12 \text{ cm}$ 长的两块玻璃片上,两玻璃片一边相互接触,另一边被一厚度为 $D = 0.048 \text{ mm}$ 的纸片隔开.设空气的折射率为1.求玻璃片上的暗条纹数.

$$\text{[解]} \text{ 因 } 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, \dots), \text{ 则 } 2D + \frac{\lambda}{2} = (2k_m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

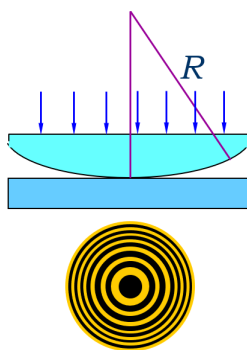
$$\text{进而 } k_m = \left\lfloor \frac{2D}{\lambda} \right\rfloor = 141, \text{ 加上棱边处的暗纹, 共142条.}$$

### 3.4.2 Newton环

**[Newton环]** 如下图,装置由一块平板玻璃和一平凸透镜组成.



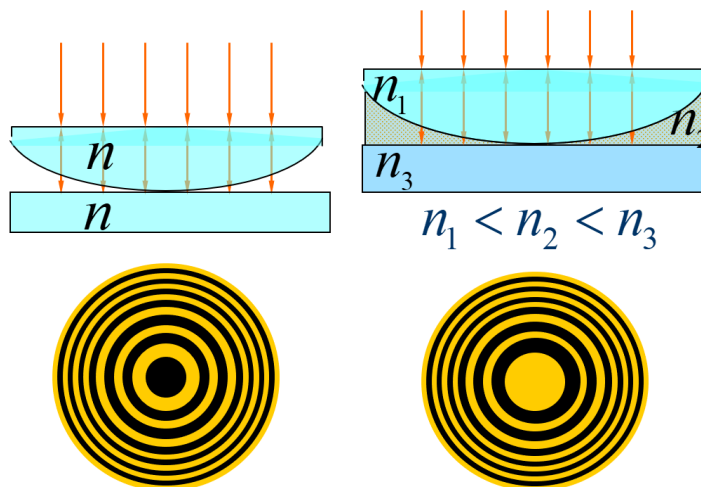
$$(1) \text{光程差 } \Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \dots), \text{ 明纹} \\ \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda & (k = 0, 1, \dots), \text{ 暗纹} \end{cases}$$



$$(2) r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2. \text{ 因 } R \gg d, \text{ 则 } d^2 \approx 0,$$

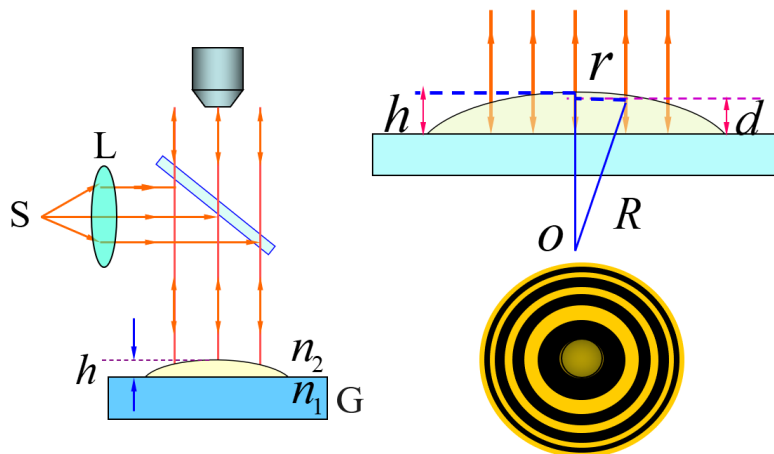
$$\text{进而 } r = \sqrt{2Rd} = \sqrt{\left(\Delta - \frac{1}{2}\right)R} = \begin{cases} \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)R\lambda} & (k = 1, 2, \dots), \text{明环半径} \\ \sqrt{kR\lambda} & (k = 0, 1, \dots), \text{暗环半径} \end{cases}$$

(3)是否有半波损失需具体分析.



【例3.4.2】如下图,在平面玻璃片 $G$ 上放置一油滴并展开为油膜,在波长 $\lambda = 600 \text{ nm}$ 的单色光垂直入射下,从反射光中观察到油膜形成干涉条纹.设玻璃的折射率 $n_1 = 1.5$ ,油膜的折射率 $n_2 = 1.2$ .

- (1)油膜中心最高点与玻璃片上表面相距 $h = 800 \text{ nm}$ 时,干涉条纹如何分布.
- (2)求明纹的数量.
- (3)求明纹所处的油膜的厚度.
- (4)油滴展开时干涉条纹如何变化.



【解】

(1)条纹为同心圆.

(2)(3)光程差 $\Delta = 2n_2d_k = k\lambda$  ( $k = 0, 1, \dots$ ),其中 $d_k = k \frac{\lambda}{2n_2}$ .

①油膜边缘,即 $k = 0$ 时, $d_0 = 0$ .

② $k = 1$ 时, $d_1 = 250 \text{ nm}$ .

③ $k = 2$ 时, $d_2 = 500 \text{ nm}$ .

④ $k = 3$ 时, $d_3 = 750 \text{ nm}$ .

⑤  $k = 4$  时,  $d_4 = 1000 \text{ nm} > 800 \text{ nm}$ .

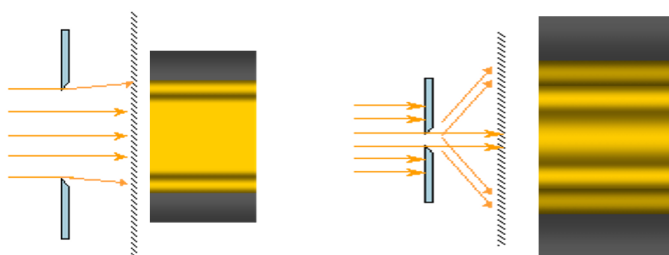
故有4条明纹.

(4) 因  $R^2 = r^2 + [R - (h - d)]^2$ , 则  $r^2 \approx 2R(h - d)$ , 进而  $R \approx \frac{r^2}{2(h - d)}$ .

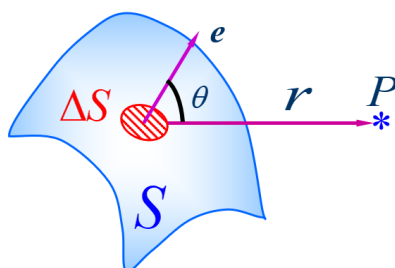
油滴展开时,  $h$  和  $d$  减小,  $R$  增大, 故干涉条纹间距变大, 条纹数减少.

### 3.5 光的衍射

**[光的衍射]** 光在传播过程中遇到尺寸与光的波长相当的障碍物时, 光传到障碍物的阴影区并形成明暗变化的光强分布的现象.



**[Huygens-Fresnel原理]** 如下图,  $S$  为  $t$  时刻的波阵面,  $\Delta S$  为波阵面上的面源(子波波源).

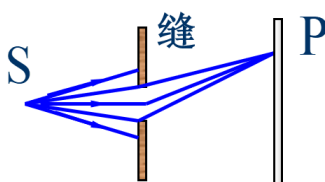


(1) 子波在  $P$  点处引起的振动的振幅  $\propto \frac{\Delta S}{r}$  且与  $\theta$  有关.

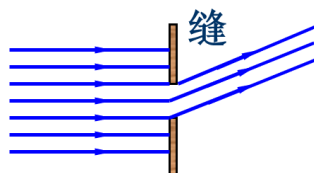
(2) 波长中各点的强度由各子波在该点的相干叠加决定.

**[衍射的分类]**

(1) Fresnel衍射: 光源、光屏与缝相距有限远.

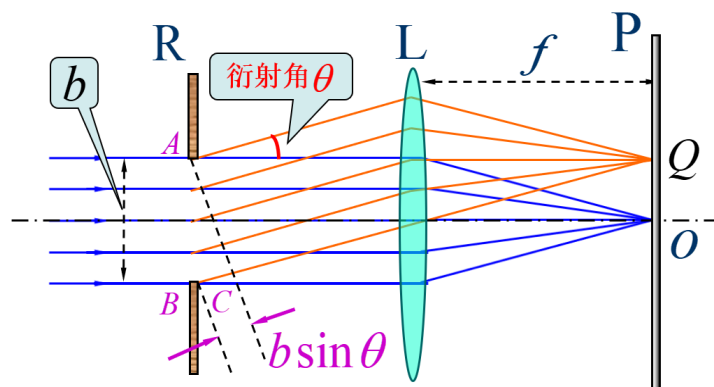


(2) Fraunhofer衍射: 光源、光屏与缝相距无限远.



### 3.6 Fraunhofer单缝衍射

[Fraunhofer单缝衍射]

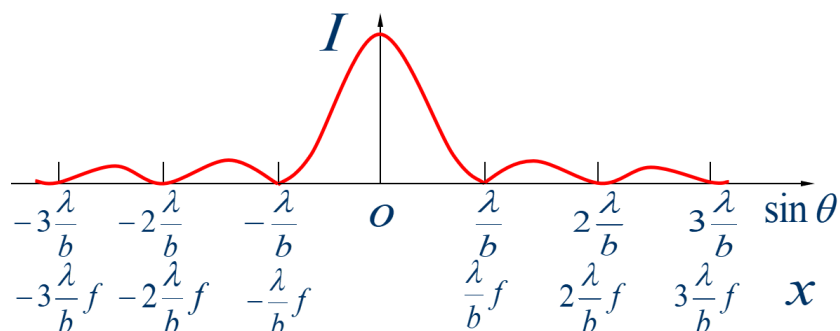


(1)  $\overline{BC} = b \sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{2}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), 即  $k$  个半波带的宽度.

$$b \sin \theta = \begin{cases} 0, \text{ 中央明纹中心} \\ \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k \lambda, \text{ 干涉相消 (暗纹)} & (k = 1, 2, \dots) \\ \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ 干涉加强 (明纹)} \end{cases}$$

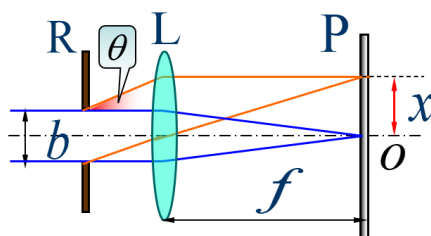
$b \sin \theta \neq k \frac{\lambda}{2}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), 介于明暗之间.

(2) 光强分布: 因  $\theta$  较小时, 有  $\theta \approx \sin \theta$ , 则  $x = \theta f$ .



第一级暗纹距中心的距离  $x_1 = \theta f = \frac{\lambda}{b} f$ .

(3)



第一级暗纹的衍射角  $\theta_1 = \arcsin \frac{\lambda}{b}$ .

①  $\lambda$  一定时,

(i)  $b$  增大, 则  $\theta_1$  减小.  $\frac{\lambda}{b} \rightarrow 0$  时, 有  $\theta_1 = 0$ , 此时光沿直线传播, 衍射最小.

(ii)  $b$  减小, 则  $\theta_1$  增大.  $b \rightarrow \lambda$  时, 有  $\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ , 此时衍射最大.

②  $b$  一定时,  $\lambda$  越大, 则  $\theta_1$  越大, 衍射越明显.

(4)中央明纹

①角范围:  $-\frac{\lambda}{b} < \sin \theta < \frac{\lambda}{b}$ .

②线范围:  $-\frac{\lambda}{b}f < x < \frac{\lambda}{b}f$ .

③中央明纹宽度  $l_0 = 2x_1 \approx 2\frac{\lambda f}{b}$ .

(5)除中央明纹外其他明纹的宽度  $l = \theta_{k+1}f - \theta_k f = \frac{\lambda f}{b}$ .

(6)单缝上下移动时,由透镜成像原理:衍射图不变,即零级明纹仍在透镜的主光轴上.

**[例3.6.1]** 一宽  $b = 0.1 \text{ mm}$  的单缝后放有一焦距  $50 \text{ cm}$  的会聚透镜.用波长  $\lambda = 546.1 \text{ nm}$  的平行光垂直照射单缝.

(1)求位于透镜焦平面处的屏幕上中央明纹的宽度和两侧任意两相邻暗纹中心的距离.

(2)若将单缝位置作上下小距离移动,屏上的衍射条纹有何变化.

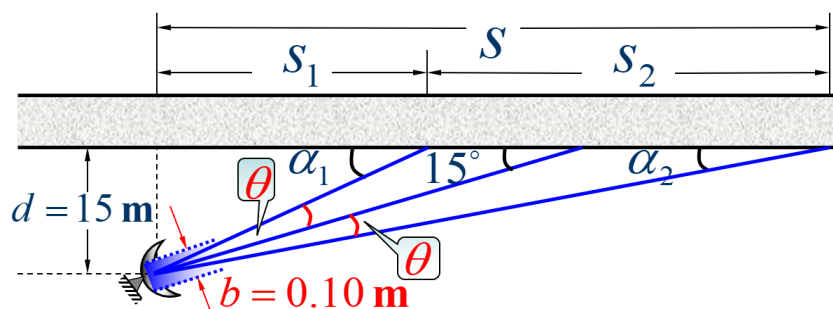
**[解]**

(1)中央明纹宽度  $\Delta x_0 = 2\frac{\lambda f}{b} = 5.46 \text{ mm}$ ,其他明纹的宽度  $\Delta x = \frac{\lambda f}{b} = 2.73 \text{ mm}$ .

(2)衍射条纹不变.

**[例3.6.2]** 如下图,一雷达位于路边  $15 \text{ m}$  处,其射束与公路成  $15^\circ$  角.设天线的输出口宽度  $b = 0.1 \text{ m}$ ,发射的波的波长  $\lambda = 18 \text{ mm}$ ,求其监视范围内的公路长度.

**[解]** 将天线输出口视为发出衍射波的单缝,则衍射波的能量主要集中在中央明纹范围内.



因  $b \sin \theta = \lambda$ , 则  $\theta = \arcsin \frac{\lambda}{b} \approx 10.37^\circ$ .

$s_2 = s - s_1 = d(\cot \alpha_2 - \cot \alpha_1) = d[\cot (15^\circ - \theta) - \cot (15^\circ + \theta)] = 153 \text{ m}.$

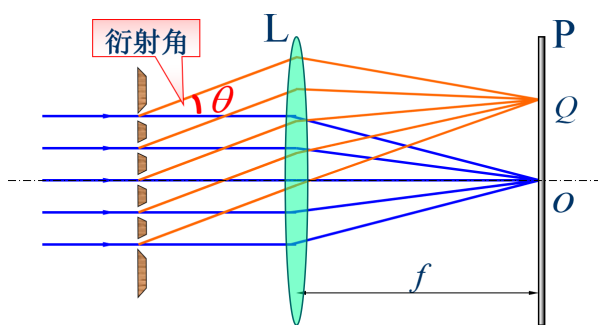
## 3.7 光栅衍射与Bragg反射

### 3.7.1 光栅衍射

**[光栅]** 等宽度、等距离的狭缝排列而成的光学元件称为光栅.



**[光栅衍射]** 设透光部分的宽度为 $b$ ,不透光的部分为 $b'$ ,则称 $(b + b')$ 为**光栅常数**.



(1)光栅的衍射条纹是衍射和干涉的总效果.

(2)相邻两缝间的光程差 $\Delta = (b + b') \sin \theta$ .

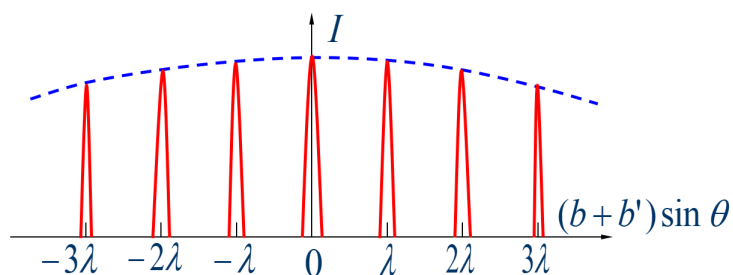
(3)明纹满足: $(b + b') \sin \theta = \pm k\lambda$  ( $k = 0, 1, \dots$ ).

(4)相邻明纹对应的衍射角的正弦值之差 $\sin \theta_{k+1} - \sin \theta_k = \frac{\lambda}{b + b'}$  ( $k = 0, 1, \dots$ ).

①入射光波长一定时,光栅常数越小,明纹越窄,明纹间隔越远.

②光栅常数一定时,入射光波长越大,明纹间隔越远.

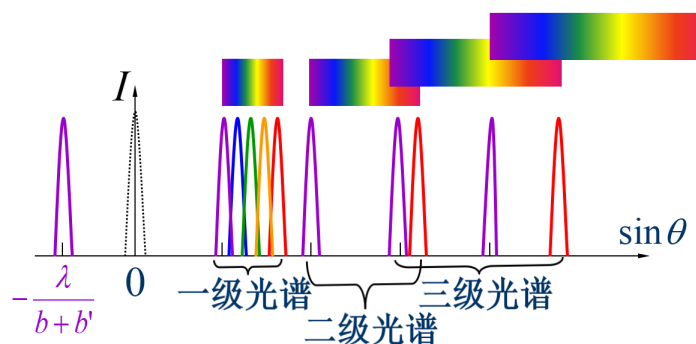
(5)光强分布:



(6) $\sin \theta_k = \pm \frac{k\lambda}{b + b'}$ , 则 $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ 时取得条纹最高级数 $k_{\max} = \frac{b + b'}{\lambda}$ .

(7)光栅的狭缝条数越多,明纹越细.

(8)入射光为白光时形成彩色光谱.



**[例3.7.1]** 求光栅衍射中入射光为白光时形成的彩色光谱中,二级光谱重叠部分的光谱范围.

**[解]** 因 $\begin{cases} (b + b') \sin \theta = 3\lambda_{\text{purple}} \\ (b + b') \sin \theta = 2\lambda \end{cases}$ , 则 $\lambda = \frac{3}{2}\lambda_{\text{purple}} = 600 \text{ nm}$ .

结合可见光范围 $400 \sim 760 \text{ nm}$ 知:二级光谱重叠部分的光谱范围 $600 \sim 760 \text{ nm}$ .

**[例3.7.2]** 用白光照射在每厘米有6500条刻痕的平面光栅上,求第三级光谱的张角和第三级光谱所能出现的最大波长.

**[解]**  $b + b' = \frac{1 \text{ cm}}{6500}.$

①紫光  $\sin \theta_1 = \frac{k\lambda_{\text{purple}}}{b + b'} = \frac{3 \times 4 \times 10^{-5} \text{ cm}}{\frac{1 \text{ cm}}{6500}} = 0.78$ , 解得  $\theta_1 = 51.26^\circ$ .

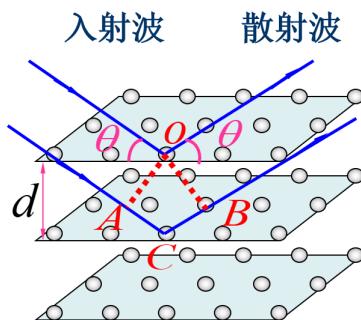
②红光  $\sin \theta_2 = \frac{k\lambda_{\text{red}}}{b + b'} = \frac{3 \times 7.6 \times 10^{-5} \text{ cm}}{\frac{1 \text{ cm}}{6500}} = 1.48 > 1$ , 故不可见.

故第三级光谱的张角  $\Delta\theta = 90^\circ - \theta_1 = 38.74^\circ$ ,

能出现的最大波长  $\lambda' = \frac{(b + b') \sin 90^\circ}{k} = \frac{b + b'}{3} = 513 \text{ nm}$ , 为绿光.

### 3.7.2 Bragg反射

**[Bragg反射]** 设晶格常数为  $d$ , 掠射角为  $\theta$ .



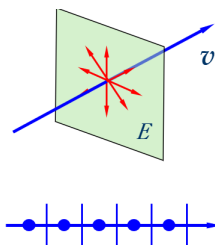
(1) 光程差  $\Delta = \overline{AC} + \overline{CB} = 2d \sin \theta$ .

(2) **[Bragg公式]** 相邻两晶面反射的两X射线干涉加强的条件:  $2d \sin \theta = k\lambda \quad (k = 0, 1, \dots)$ .

### 3.8 光的偏振与Malus定律

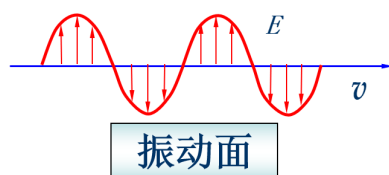
**[自然光]** 一般光源发出的光包含的各方向的光矢量在所有可能的方向上振幅都相等.

(1) 符号表示如下图所示, 其中两相互垂直的方向是任选的.



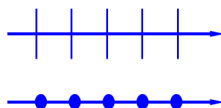
(2) 各光矢量间无固定的相位关系.

**[偏振光]** 光振动只沿某一固定方向的光称为**线偏振光**,简称**偏振光**.



(1)产生原因:光是横波.

(2)符号表示:



(3)用玻璃堆可产生线偏振光.

**[部分偏振光]** 某一方向的光振动比与之垂直的方向上的光振动占优势的光称为**部分偏振光**.

符号表示:



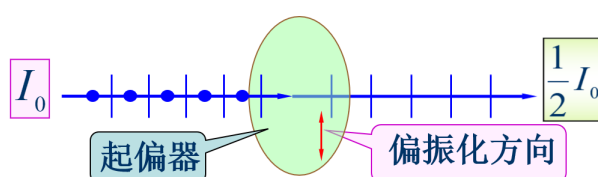
**[二向色性]** 某些物质能吸收某一方向的光振动,而只让与该方向垂直的光振动通过,这种性质称为**二向色性**.

**[偏振片]** 涂有二向色性材料的透明薄片称为**偏振片**.

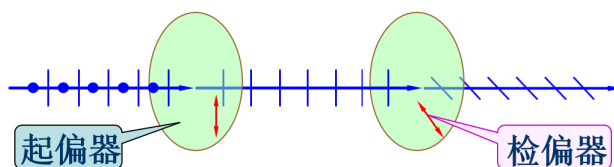
(1)自然光照射在偏振片上时,偏振片只让某一特定方向的光通过,该方向称为偏振片的**偏振化方向**.

(2)起偏与检偏:

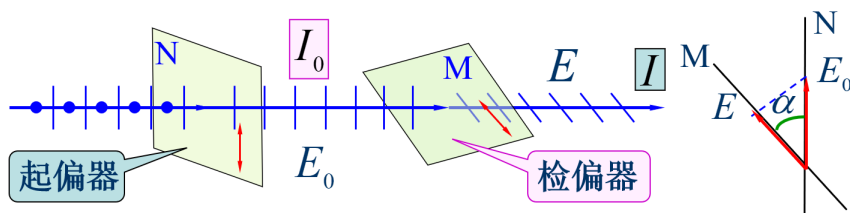
①起偏:



②检偏:



**[Malus定律]** 如下图,设起偏器与检偏器的偏振化方向的夹角为 $\alpha$ ,则 $I = I_0 \cos^2 \alpha$ .



**[例3.8.1]** 设起偏器与检偏器的偏振化方向的夹角为 $30^\circ$ .现一束单色自然光穿过它们,出射光强为 $I_1$ .当偏振化方向的夹角为 $60^\circ$ 时,另一束单色自然光穿过它们,出射光强 $I_2 = I_1$ .求两束单色自然光的强度之比.

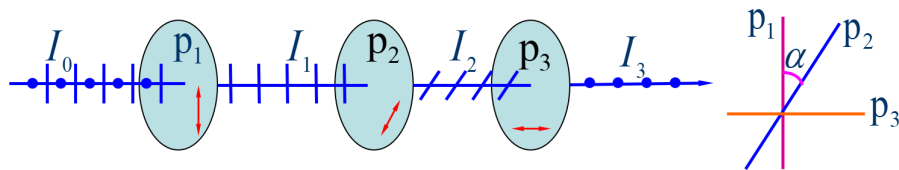
**[解]** 设两束单色自然光的强度分别为 $I_{10}$ 和 $I_{20}$ .

经过起偏器后的光强分别为 $\frac{I_{10}}{2}$ 和 $\frac{I_{20}}{2}$ .

经过检偏器后的光强分别为 $I_1 = \frac{I_{10}}{2} \cos^2 30^\circ$ 和 $I_2 = \frac{I_{20}}{2} \cos^2 60^\circ$ .

$$\text{故 } \frac{I_{10}}{I_{20}} = \frac{\cos^2 30^\circ}{\cos^2 60^\circ} = \frac{1}{3}.$$

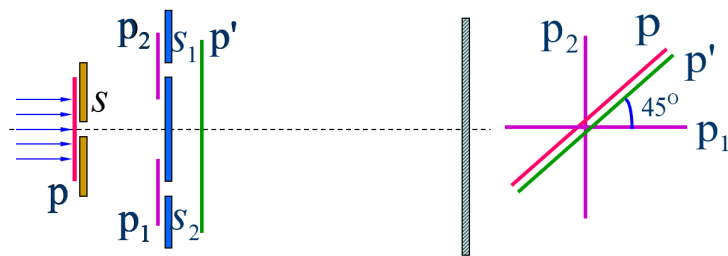
**[例3.8.2]** 在两块正交偏振片 $p_1$ 和 $p_3$ 间插入一块偏振片 $p_2$ ,设 $p_2$ 的偏振化方向与 $p_1$ 的偏振化方向的夹角为 $\alpha$ .现光强 $I_0$ 的单色自然光垂直入射偏振片 $p_1$ ,求透过 $p_3$ 的光强.



**[解]** 因 $I_1 = \frac{I_0}{2}$ ,  $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$ ,

$$\text{则 } I_3 = I_2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) = I_2 \sin^2 \alpha = \frac{I_0}{8} \sin^2 2\alpha.$$

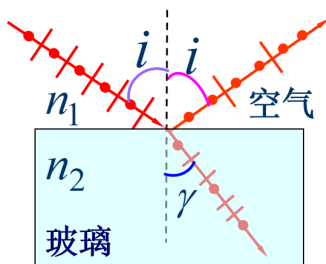
[例3.8.3] 下图所示的装置中有 $p_1, p_2, p, p'$ 四个偏振片,其中 $p_1$ 与 $p_2$ 的偏振化方向正交, $p, p'$ 与 $p_1$ 的偏振化方向的夹角为 $45^\circ$ .



操作	光屏上是否有干涉条纹	原因
移除 $p, p'$ 、保留 $p_1, p_2$	无	两振动方向正交
移除 $p'$ ,保留 $p_1, p_2, p$	无	两振动方向正交
移除 $p$ ,保留 $p_1, p_2, p'$	无	无恒定相位差
保留 $p_1, p_2, p, p'$	有	

### 3.9 反射光和入射光的偏振

[光的折射]



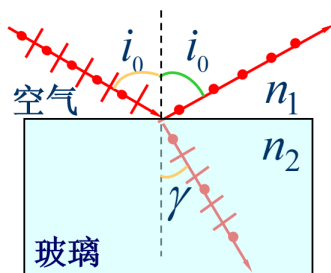
(1)入射面:入射光线和法线所成的平面.

(2)反射光:是部分偏振光,垂直入射面的振动大于平行入射面的振动.

反射光的偏振化程度与入射角有关.

(3)折射光:是部分偏振光,平行入射面的振动大于垂直入射面的振动.

[Brewster定律] 如下图,设空气和玻璃的折射率分别为 $n_1$ 和 $n_2$ ,则 $\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$ 时,反射光为完全偏振光,且振动面垂直于入射面,折射光为部分偏振光,此时的入射角称为**Brewster角**.



(1)光以Brewster角入射时,反射光与折射光相互垂直,即 $i_0 + \gamma = \frac{\pi}{2}$ .

(2)如下图,由光路可逆:入射光以 $\gamma$ 角从 $n_2$ 介质入射时, $\gamma$ 角为Brewster角,

$$\text{此时} \cot i_0 = \frac{n_1}{n_2} = \tan \left( \frac{\pi}{2} - i_0 \right) = \tan \gamma.$$

