大学物理(1)速通教程

1 质点运动学

1.1 位矢、位移、路程、径向增量

1.1.1 位矢

位矢$\overrightarrow{r}$的性质:①矢量性;②瞬时性:$\overrightarrow{r}(t)$是时刻t的函数;③相对性:与参照点的位置相关.

质点的运动方程$\overrightarrow{r}(t)=x(t)\overrightarrow{i}+y(t)\overrightarrow{j}+z(t)\overrightarrow{k}$.

设质点的坐标分量与t的关系分别为$\begin{cases}x(t)=f_1(t)\\y(t)=f_2(t)\\z(t)=f_3(t)\end{cases}$,消去$t$得到质点运动的轨迹方程$f(x,y,z)=0$.

1.1.2 位移

位移是位矢的增量,是矢量.

设质点在t_1,t_2时刻的位矢分别为$r_1=x_1\overrightarrow{i}+y_1\overrightarrow{j},r_2=x_2\overrightarrow{i}+y_2\overrightarrow{j}$,则它在这段时间内的位移$\Delta\overrightarrow{r}=\overrightarrow{r_2}-\overrightarrow{r_1}=(x_2-x_1)\overrightarrow{i}+(y_2-y_1)\overrightarrow{j}$,位移的模$\left|\Delta\overrightarrow{r}\right|=\left|\overrightarrow{r_2}-\overrightarrow{r_1}\right|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

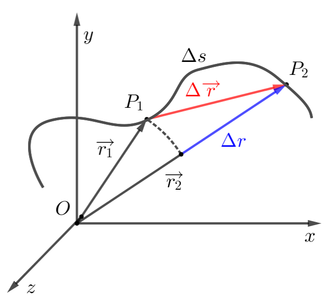
1.1.3 路程

路程是质点实际运动轨迹的长度,是标量.

两点间的位移唯一,但路程不唯一.

位移的模$\left|\Delta\overrightarrow{r}\right|\leq$路程的变化量$\Delta s$,以下两种情况取等:①单向直线运动;②$\Delta t\to 0$时,$\left|\mathrm{d}\overrightarrow{r}\right|\approx\mathrm{d}s$.

1.1.4 四个物理量的关系



如上图.

①$\Delta\vec{r}$是t_1时刻到t_2时刻的位矢;②Δr是径向增量,$\Delta r=r_2-r_1$;③$\left|\Delta\vec{r}\right|$是位移的模;④$\Delta s$是路程.

写成分量的形式:①$\Delta\vec{r}=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}+\Delta z\vec{k}$;②$\Delta r=\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}-\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}$;③$\left|\Delta\vec{r}\right|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2}$.

一般地,$\left|\Delta\vec{r}\right|\neq\Delta r,\ \left|\mathrm{d}\vec{r}\right|\neq\mathrm{d}r$.

当$\Delta t=t_2-t_1\to 0$时,上述四个物理量依次变为:①$\mathrm{d}\vec{r}$;②$\mathrm{d}r$;③$\left|\mathrm{d}\vec{r}\right|$;④$\mathrm{d}s$,其中$\left|\mathrm{d}\vec{r}\right|=\mathrm{d}s$.

1.2 速度与速率

1.2.1 速度

速度是质点位矢随时间的变化率.

设质点在Δt时间内的位移为$\Delta r=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}$,则它在这段时间内的平均速度$\overline{\vec{r}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}+\dfrac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j}+\dfrac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}=\overline{v_x}\vec{i}+\overline{v_y}\vec{j}+\overline{v_z}\vec{k}$,令$\Delta t\to 0$得瞬时速度$\vec{v}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\vec{r}(t)\right]$.

设$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$,则$\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$,其大小$v=\left|\vec{v}\right|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$.

对直线运动,速度沿直线方向;对曲线运动,速度沿曲线的切线方向.

1.2.2 速率

设质点在Δt时间内的路程为Δs,则它在这段时间内的平均速率$\overline{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$,令$\Delta t\to 0$得瞬时速率$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$.考察$\Delta t\to 0$时质点的瞬时速度的大小$\left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right|$,注意到$\Delta t\to 0$时$\left|\mathrm{d}\vec{r}\right|=\mathrm{d}s$,则瞬时速率等于瞬时速度的大小.

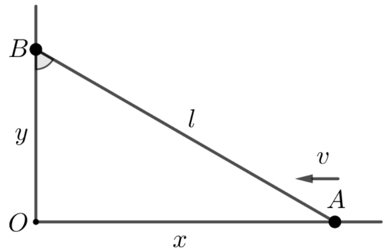
1.2.3 位矢与速度的互推

①$\vec{r}\to\vec{v}$:求导:$\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$.

②$\vec{v}\to\vec{r}$:积分:$\mathrm{d}\vec{r}=\vec{v}\mathrm{d}t$,两边对$t$积分得:$\Delta\vec{r}=\displaystyle\int_{\vec{r_0}}^{\vec{r}}\mathrm{d}\vec{r}=\int_{t_0}^{t}\vec{v}\mathrm{d}t$,而$\Delta\vec{r}=\vec{r}-\vec{r_0}$,则$\vec{r}=\vec{r_0}+\displaystyle\int_{t_0}^{t}\vec{v}\mathrm{d}t$.

特别地,匀速直线运动中$\vec{r}=\vec{r_0}+\vec{v}(t-t_0)$.

[**例1.2.1**] 如下图,A和B两物体由一长为l的刚性细杆相连,A、B在光滑轨道上滑行.若A以恒定速率v向左滑行,求$\alpha=60^\circ$时B的速率.



[**解**] 注意到$x^2=l^2-y^2$,两边对t求导得:$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x^2)=-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(y^2)$,

则$2x\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-2y\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\Leftrightarrow xv_A=-yv_B\Leftrightarrow x(-v)=-yv_B\Rightarrow v_B=\dfrac{x}{y}v$.

[**例1.2.2**] 一沿x轴做直线运动的质点的加速度大小$a=kt$,其中k是常量.已知$t=0$时质点的初速度大小为v_0,求质点速度的大小v与时间t的关系.

[**解**] $a=kt$两边对t积分得:$v=\dfrac{k}{2}t^2+C$,其中C是常数,则$v_0=\dfrac{k}{2}\cdot 0^2+C\Rightarrow C=v_0$.故$v=\dfrac{1}{2}kt^2+v_0$.

1.3 加速度

1.3.1 加速度的定义

加速度是描述速度随时间变化快慢的物理量.

设质点在t_1,t_2时刻的位矢分别为$\overrightarrow{r_1},\overrightarrow{r_2}$,速度分别为$\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2}$,则它在$\Delta t=t_2-t_1$这段时间内的平均加速度$\overline{\overrightarrow{a}}=\dfrac{\Delta\overrightarrow{v}}{\Delta t}$,令$\Delta t\to 0$得瞬时加速度$\overrightarrow{a}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\overrightarrow{v}}{\Delta t}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t^2}$.

设$\overrightarrow{v}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{j}+\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{k}$,则$\overrightarrow{a}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{i}+\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{j}+\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{k}$,
$\overrightarrow{a}=\dfrac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t^2}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\overrightarrow{i}+\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\overrightarrow{j}+\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{a}=a_x\overrightarrow{i}+a_y\overrightarrow{j}+a_z\overrightarrow{k}$,其大小$\left|\overrightarrow{a}\right|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$.

直线运动中,加速度沿直线方向;曲线运动中,加速度指向曲线凹侧.

1.3.2 位矢、速度、加速度的互推

①$\overrightarrow{r}\to\overrightarrow{v}\to\overrightarrow{a}$,求导:$\overrightarrow{v}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t}$, $\overrightarrow{a}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t^2}$.

②$\overrightarrow{a}\to\overrightarrow{v}\to\overrightarrow{r}$,积分:$\mathrm{d}\overrightarrow{v}=\overrightarrow{a}\mathrm{d}t$,两边对$t$积分得:$\displaystyle\int_{\overrightarrow{v_0}}^{\overrightarrow{v}}\mathrm{d}\overrightarrow{v}=\int_{t_0}^{t}\overrightarrow{a}\mathrm{d}t$,则$\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v_0}+\displaystyle\int_{t_0}^{t}\overrightarrow{a}\mathrm{d}t$.

$\mathrm{d}\overrightarrow{r}=\overrightarrow{v}\mathrm{d}t$,两边对$t$积分得:$\int_{\overrightarrow{r_0}}^{r}\mathrm{d}\overrightarrow{r}=\int_{t_0}^{t}\overrightarrow{v}\mathrm{d}t$,则$\overrightarrow{r}=\overrightarrow{r_0}+\int_{t_0}^{t}\overrightarrow{v}\mathrm{d}t$.

特别地,匀变速直线运动中,$\overrightarrow{a}$是恒矢,则$\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v_0}+\int_{t_0}^{t}\overrightarrow{a}\mathrm{d}t=\overrightarrow{v_0}+\overrightarrow{a}(t-t_0)$,

$$\overrightarrow{r}=\overrightarrow{r_0}+\int_{t_0}^{t}\overrightarrow{v}\mathrm{d}t=\overrightarrow{r_0}+\int_{t_0}^{t_0}\left[\overrightarrow{v_0}+\overrightarrow{a}(t-t_0)\right]\mathrm{d}t=\overrightarrow{r_0}+\overrightarrow{v_0}(t-t_0)+\frac{1}{2}\overrightarrow{a}(t-t_0)^2.$$

[**例1.3.1**] 有一小球在液体中竖直下落,其初速度$\overrightarrow{v_0}=10\overrightarrow{j}$,加速度$\overrightarrow{a}=-v\overrightarrow{j}$.(1)经多少时间后可认为小球已停止运动?(2)求小球在停止运动前经过的路程.

[**解**] 以向下为正方向.

$\mathrm{d}\overrightarrow{v}=\overrightarrow{a}\mathrm{d}t=-v\overrightarrow{j}\mathrm{d}t=-v\mathrm{d}t$,两边积分得:$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=\int_0^t\mathrm{d}t$,则$v=v_0\mathrm{e}^{-t}$.

$\mathrm{d}\overrightarrow{r}=\overrightarrow{v}\mathrm{d}t$,两边积分得:$\int_0^y\mathrm{d}y=\int_0^t v_0\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$,则$y=v_0(1-\mathrm{e}^{-t})$.

v	$v_0/10$	$v_0/100$	$v_0/1000$	$v_0/10000$
t/s	2.3	4.6	6.9	9.2
y/m	8.9974	9.8995	9.9899	9.9990

故$t=9.2$ s时$v\approx 0$,经过的路程约$10\ \mathrm{m}$.

1.4 圆周运动

1.4.1 平面极坐标与自然坐标

在已知质点的运动轨迹方程时可选用自然坐标系$s=s(t)$,它是随体坐标.

自然坐标系的单位矢量中,切向单位矢量$\overrightarrow{e_t}$和法向单位矢量$\overrightarrow{e_n}$的模为1,方向随物体的运动而改变,其中$\overrightarrow{e_t}$指向物体运动的切线方向,$\overrightarrow{e_n}$垂直于$\overrightarrow{e_t}$指向运动轨迹的凹侧.

1.4.2 圆周运动的角量

若质点围绕某一定点作圆周运动,则它与圆心的距离r不变,在平面极坐标系中只需用极角θ即可描述该圆周运动,称其为**角坐标**.

设作圆周运动的质点在t_1,t_2时刻的角坐标分别为θ_1,θ_2,则它在$\Delta t=t_2-t_1$这段时间内的**角位移**$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$,是标量,$\Delta t\to 0$时,$\mathrm{d}\overrightarrow{\theta}$是矢量,其方向用右手定则判断.

用**角速度**$\overrightarrow{\omega}=\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\theta}}{\mathrm{d}t}$刻画质点转动的快慢,它是矢量,方向用右手定则判断.用角加速度$\overrightarrow{\alpha}=\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\omega}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$刻画角速度变化的快慢,若$\overrightarrow{\omega}$与$\overrightarrow{\alpha}$同向,则转动得越来越快;若$\overrightarrow{\omega}$与$\overrightarrow{\alpha}$反向,则转动得越来越慢.

1.4.3 圆周运动的线量

设作圆周运动的质点在$t, t+\Delta t$时刻的角坐标分别为$\theta, \theta+\Delta\theta$,运动的轨迹的弧长为$\Delta s$,则$\Delta s = r\Delta\theta$.两边除以$\Delta t$并令$\Delta t \to 0$得:$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t\to 0} r\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$,即瞬时速率$v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = r\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = r\omega$,则瞬时速度$\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{e_t}$.

1.4.4 切向加速度和法向加速度

设作圆周运动的质点在t_1, t_2时刻的角坐标分别为$\theta, \theta+\Delta\theta$,速度分别为$\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$,则**总加速度**$\overrightarrow{a} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(v\overrightarrow{e_t}\right) = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e_t} + v\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{e_t}}{\mathrm{d}t}$.

第一项$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{e_t}$沿$\overrightarrow{e_t}$方向,称为**切向加速度**,其大小$a_t = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\omega) = r\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\alpha$.

速率v对t的导数是切向加速度a_t,其大小$a_t = r\alpha$;速度$\overrightarrow{v}$对t的导数是总加速度$\overrightarrow{a}$,其大小$a = \left|\overrightarrow{a}\right| = \left|\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}\right|$.

设作圆周运动的质点在t_1, t_2时刻的角坐标分别为$\theta, \theta+\Delta\theta$,速度方向的单位矢量分别为$\overrightarrow{e_{t1}}, \overrightarrow{e_{t2}}$,则$\Delta\overrightarrow{e_t} = \overrightarrow{e_{t2}} - \overrightarrow{e_{t1}}$.$\Delta t \to 0$时,其大小$\left|\Delta\overrightarrow{e_t}\right| = \left|\overrightarrow{e_t}\right|\Delta\theta = \Delta\theta$,方向指向$\overrightarrow{e_{n1}}$.则$\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{e_t}}{\mathrm{d}t} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\overrightarrow{e_t}}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}\overrightarrow{e_n} = \omega\overrightarrow{e_n}$.

第二项垂直于$\overrightarrow{e_t}$方向,称为**法向加速度**(**向心加速度**),其大小$a_n = v\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{e_t}}{\mathrm{d}t} = v\omega\overrightarrow{e_n} = r\omega^2\overrightarrow{e_n} = \dfrac{v^2}{r}\overrightarrow{e_n}$.

故总加速度$\overrightarrow{a} = a_t\overrightarrow{e_t} + a_n\overrightarrow{e_n}$,它指向曲线的凹侧.$a_t$与$v$共线,改变速率的大小;$a_n$垂直于$v$,改变速度的方向.

①$a_t = 0, a_n = C \neq 0$时,速率大小不变,质点作匀速圆周运动.

②$a_t = C, a_n \neq 0$时,速率均匀改变,质点作匀变速圆周运动.

1.4.5 圆周运动的线量与角量的关系

设作圆周运动的质点在$t \sim t+\mathrm{d}t$这段时间内走过的弧长为$\mathrm{d}s$,转过的角度为$d\theta$,则$\mathrm{d}s = r\mathrm{d}\theta$,两边除以$\mathrm{d}t$得:$v = r\omega$;两边同时对$t$求导得:$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$,即$a_t = r\alpha$.

1.4.6 匀速率、匀变速率圆周运动

匀速率圆周运动中,r不变,v不变,ω不变,$\alpha = 0, a_t = 0, a_n = C \neq 0$.

$\mathrm{d}\theta = \omega\mathrm{d}t$,两边积分得:$\displaystyle\int_{\theta_0}^{\theta}\mathrm{d}\theta = \int_{t_0}^{t}\omega\mathrm{d}t$,则$\theta - \theta_0 = \Delta\theta = \omega(t-t_0)$,即$\theta(t) = \theta_0 + \omega(t-t_0)$.$t_0 = 0$时,$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$,类似于匀变速直线运动中的$v = v_0 + at$.

匀变速率圆周运动中,r不变,$\alpha = C_1 \neq 0, a_t = C_2 \neq 0, a_n = C_3 \neq 0$.

$\mathrm{d}\omega = \alpha\mathrm{d}t$,两边积分得:$\displaystyle\int_{\omega_0}^{\omega}\mathrm{d}\omega = \int_{t_0}^{t}\alpha\mathrm{d}t$,则$\omega - \omega_0 = \alpha(t-t_0)$,即$\omega = \omega_0 + \alpha(t-t_0)$.

$\mathrm{d}\theta=\omega\mathrm{d}t$,两边积分得:$\displaystyle\int_{\theta_0}^{\theta}\mathrm{d}\theta=\int_{t_0}^{t}\omega\mathrm{d}t$,则$\displaystyle\Delta\theta=\theta-\theta_0=\int_{t_0}^{t}[\omega_0+\alpha(t-t_0)]\mathrm{d}t$,即 $\theta=\theta_0+\omega_0(t-t_0)+\dfrac{1}{2}\alpha(t-t_0)^2$.$t_0=0$时,$\theta=\theta_0+\omega_0t+\dfrac{1}{2}\alpha t^2$,类似于匀变速直线运动中的 $s=s_0+v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$.

[例1.4.1] 某时刻以速率v_0,抛射角θ $(\theta>45^\circ)$将一物体抛出,求$t=\dfrac{v_0(\sin\theta-\cos\theta)}{g}$时物体的切向、法向加速度的大小.

[解] 物体在x方向不受力,则$v_x=v_0\cos\theta$不变;在y方向受重力,则$v_y(t)=v_0\sin\theta-gt$。

$t=\dfrac{v_0(\sin\theta-\cos\theta)}{g}$时,$v_y=v_0\cos\theta=v_x$,此时速度与$x$轴正方向的夹角为$45^\circ$,速度与加速度的夹角为 $\alpha=135^\circ$.

故$a_t=g\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}g,a_n=g\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}g$.

[例1.4.2] 一质点作半径为$1\ \mathrm{m}$的圆周运动,其运动方程$\theta=2+3t^3$,其中θ以弧度计,t以秒计.(1)$t=2\ \mathrm{s}$时,求质点的总加速度;(2)求当总加速度方向与切向加速度方向成45°角时的角位移θ.

[解] $\theta=2+3t^3,\omega=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=9t^2,\alpha=\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=18t$.

(1) $a_t=r\alpha=18t,a_n=\omega^2r=81t^4,a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=t\sqrt{324+6561t^6}$.

(2) 因$a\cos45^\circ=a_t,a^2=a_t^2+a_n^2\Rightarrow a_t=a_n$,即$18t=81t^4$,解得$t^3=\dfrac{2}{9}$.故$\theta=2+3\cdot\dfrac{2}{9}=\dfrac{8}{3}\ \mathrm{rad}$.

1.5 相对运动

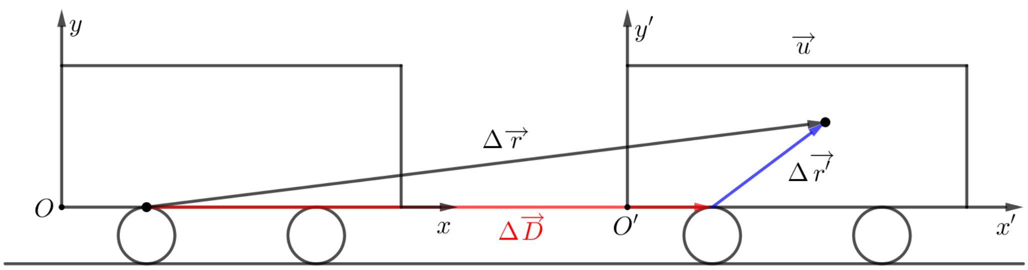
1.5.1 经典力学中的空间与时间

经典力学的绝对时空观:经典力学中,对不同的参考系,时间和空间的测量都是绝对的,与参考系无关,这称为时间和空间的绝对性.

1.5.2 相对运动

物体运动的轨迹依赖于观察者所处的参考系.相对运动指在不同的参考系中观察同一物体的运动.

如下图,设一辆小车以$\overrightarrow{u}$的速度沿水平地面运动,车上有一个人向前方跳起,讨论人相对于车的运动、车相对于地面的运动、人相对于地面的运动三者的关系.



以地面为基本参考系(S系),小车为运动参考系(S'系),沿水平和竖直方向建立坐标轴$O-xy$和$O'-x'y'$.

显然$\Delta\overrightarrow{r}=\Delta\overrightarrow{r'}+\Delta D$,两边同除以$\Delta t$并令$\Delta t\to 0$得:$\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{r'}}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{D}}{\mathrm{d}t}$.称人相对于地面的速度$\overrightarrow{v}$为**绝对速度**,人相对于小车的速度$\overrightarrow{v'}$为**相对速度**,小车相对于地面的速度$\overrightarrow{u}$为**牵连速度**,则$\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v'}+\overrightarrow{u}$,这称为**Galileo速度变换**.

$\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v'}+\overrightarrow{u}$两边对$t$求导得:$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a'}+\overrightarrow{a_0}$,即**绝对加速度**$=$**相对加速度**$+$**牵连加速度**.

说明:

①Galileo速度变换是在绝对时空观$(u<<c)$下得出的,即只有假定长度的测量不依赖于参考系(空间的绝对性)才能给出位移关系$\Delta\overrightarrow{r}=\Delta\overrightarrow{r'}+\Delta\overrightarrow{D}$;只有假定时间的测量不依赖于参考系(时间的绝对性)才能给出速度$\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v'}+\overrightarrow{u}$和加速度关系$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a'}+\overrightarrow{a_0}$.

②速度的合成是在同一参考系中进行的,恒成立;Galileo速度变换是在两个参考系之间进行的,仅在$u<<c$时成立.

③$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a'}+\overrightarrow{a_0}$仅适用于相对运动为平动的情形.