

果光管的截面之一就是光源的发光表面，则光束的光亮度就等于光源表面的光亮度。

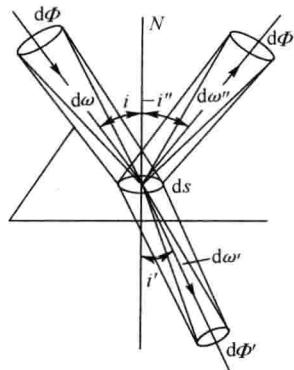


图 6-8

下面讨论光束经二透明介质分界面反射和折射时的光亮度变化。如图 6-8，入射光管的截面之一 dS 在二介质的界面上。通过光管入射的光通量 $d\Phi$ 经界面时，被反射和折射的光通量分别为 $d\Phi''$ 和 $d\Phi'$ ，并分别构成了反射光管和折射光管。若忽略介质的吸收和散射损失，应有

$$d\Phi = d\Phi'' + d\Phi' \quad (6-22)$$

令入射光束、反射光束和折射光束的光亮度分别为 L 、 L'' 和 L' ，则按(6-18)式可写出

$$\begin{aligned} d\Phi &= L \cos i \cdot dS \cdot d\omega \\ d\Phi'' &= L'' \cos i'' \cdot dS \cdot d\omega'' \\ d\Phi' &= L' \cos i' \cdot dS \cdot d\omega' \end{aligned} \quad (6-23)$$

为求知 L'' 、 L' 和 L 的关系，必须知道光管经反射和折射后立体角的变化。根据反射定律和折射定律可导出

$$\begin{aligned} d\omega'' &= d\omega \\ n'^2 \cos i' d\omega' &= n^2 \cos i d\omega \end{aligned} \quad (6-24)$$

根据以上关系，由(6-23)可导出，反射光束的光亮度与入射光束的光亮度之比等于相应的光通量之比。令此比值为 ρ ，即

$$\frac{L''}{L} = \frac{d\Phi''}{d\Phi} = \rho \quad (6-25)$$

其中 ρ 称为反射率，表示光传播到二透明介质分界面上时，有多少光能从界面反射掉，也可作为光束在界面折射时光亮度损失的度量。非镀膜面的反射率可根据菲涅尔公式计算，即

$$\rho = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(i - i')}{\sin^2(i + i')} + \frac{\tan^2(i - i')}{\tan^2(i + i')} \right] \quad (6-26)$$

由于反射的存在，折射入第二介质的光通量相应地减少，根据公式(6-22)应有

$$d\Phi' = d\Phi - d\Phi'' = (1 - \rho) d\Phi \quad (6-27)$$

根据式(6-23)并结合(6-24)可得

$$L' = (1 - \rho) L \frac{n'^2}{n^2} \quad (6-28)$$

可见，折射光束的光亮度 L' 除因反射而损失了 ρL 之外，还与界面两边介质的折射率有关。

对于在同一介质,一般是空气中的光学系统或光通过某光学零件时,该折射率因子将不必考虑。

6.3 光学量经光学系统的传输

光能经光学系统传递时,不可避免地将发生光能损失。光在折射面上折射时总伴随着少量反射损失,在镀金属的反射面上也不可能全部反射,光经介质传播时还有吸收存在,这是三种主要的光能损失因素。此外,光学材料内部的气泡、杂质和局部混浊等将导致光的散射;光学零件表面磨光不良和疵病会造成光的漫反射和漫折射。这不仅将再损失些许光能,还会形成杂散光(stray light)而严重影响光学系统的像质。为此,必须对光学零件的材料和表面加工质量提出严格要求。

折射时光能的反射损失,可按上节的公式(6-26)计算。从该式可见,反射率 ρ 是折射面两边介质的折射率和入射角的函数。计算表明,在入射角小于 30° 时,反射率与入射角为 0° 时的数值基本相同,小于 45° 时也相差不多,而当入射角继续增大时, ρ 值就很快增加,这一点读者很容易通过计算和作图来验证。实际上,光束经光学系统传递时,光线在每一面上的入射角很少会超过 45° ,故公式(6-26)可以用小角度,即*i*=0°的简单形式来表示。此时有

$$\rho = \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2 \quad (6-29)$$

可见,反射率和光的行进方向(从空气到玻璃或从玻璃到空气)无关,因此,位于同一介质中的光学零件,其两个折射面的反射率相等,数值大小仅决定于折射面两边的折射率差,相差越大,则 ρ 值越大。例如由空气到玻璃,当 $n' = 1.5$ 时, $\rho = 0.04$;当 $n' = 1.7$ 时, $\rho = 0.067$ 。图6-9所示是光在空气与不同折射率的光学介质分界面上垂直入射时,反射率与折射率的关系曲线。

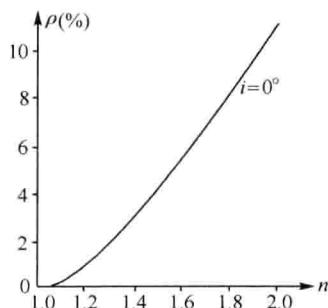


图 6-9

在光学系统中,胶合透镜应用甚多。由于胶合面两边的折射率相差很小,一般不超过0.2,反射率不超过0.004,因此反射损失可略去不计。

由于每一与空气接触的折射面上都要反射掉入射光能的4~7%,故由很多面组成的复杂光学系统,因反射而损失的光能是相当可观的。例如一个具有10个与空气接触的折射表面的中等复杂系统,若平均取每面的反射率为0.05,按(6-28)式,最后自系统出射的光束亮

度为

$$L' = \prod (1 - \rho_i) L = (1 - 0.05)^{10} L = 0.599 L$$

即仅反射一项就要损失 40% 的光能。

折射时必然伴随的反射损失不仅使出射光束的光亮度受损,而且各面的反射光又将被其前面的折射表面部分地反射。这种表面间偶次反射的光将通过光学系统以杂散光形式散布在像面上,造成一个杂光背景,或者在视场内有一个明亮的目标时,可能在像面上形成一个多次反射的杂光像(称鬼像)(ghost)。这些都严重危害光学系统的成像质量。因此,尽可能减少折射面上的光的反射,对提高光学系统的性能和质量有重要意义。现今的光学系统,凡与空气接触的折射表面均镀以某种薄膜,称为光学增透,这种薄膜称为减反射膜或增透膜(**reflection reducing coating**)。根据物理光学原理,具有一定折射率和一定厚度(约波长的 1/4)的薄膜,可以使某一波长的反射光强度干涉为零,其它波长反射光的强度也有所减小,从而可大大减少反射损失。经镀单层增透膜的折射表面,其反射率可降低到 1.5% 左右,若镀上多层膜,可使反射率在较宽的波段内降低到 0.4%~0.5% 以下。

除反射损失外,光经介质传播时的吸收损失也是不能忽略的。如果光束在介质中某一位置时的光亮度为 L_0 ,它传播了 d 厘米路程后去掉被吸收部分所剩余的亮度可按下式计算:

$$L = L_0 \tau^d \quad (6-30)$$

式中 τ 是介质的内部透过率(**internal transmittance**),表示光亮度为 1 的光束在介质中传播 10 毫米后所得到的光亮度。显然,1- τ 为介质的吸收率。吸收率的大小与介质本身的性质和光的波长有关,一般用百分数表示。普通的光学玻璃对白光的平均吸收率约为 1%,但强烈地吸收光谱的紫外部分。

知道光学材料的吸收率和光在光学零件中的光路长度后,就能计算因吸收造成的光束光亮度的损失。计算时,光在介质中的光路长度可近似地取各光学零件的沿光轴厚度。

光学系统中的金属层反射面也不能把入射于其上的光能全部反射,是因为它也要吸收光能。金属层反射面的光学特性由其反射率 ρ_r 决定,且随波长而异。在可见光范围内,最常用的是镀银和镀铝面,它们具有较高的反射率。银的反射率高达 95% 但不耐久,铝的反射率约 0.85~0.9,且经久耐用,故更为常用。几种主要金属反射面的反射率参见图 3-32。

为计算光经整个光学系统后的全部损失,需知道该系统中与空气接触的折射面数、光学零件的沿轴厚度、折射率和吸收率。如果折射面镀有增透膜,须知道镀膜以后的实际反射率。系统中如果有反射镜还须知其面数和反射率,但这里不计全反射棱镜反射时的损失。

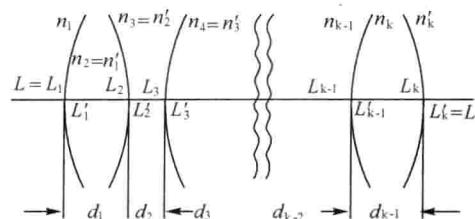


图 6-10

图 6-10 所示是一个光学系统的前几个面和最后几个面，并表示出了光束在各个面前后的光亮度。 L_1 是光束进入第一面前的光亮度，因可忽略光在空气中传输时的吸收，它就是光源或物面的初始光亮度 L 。 L'_k 是光束从最后一面出射时的光亮度，也就是像面的光亮度 L' 。由此，可交替地按公式(6-28)和(6-30)写出去掉各折射面上反射损失和各光学零件中吸收损失所剩余的光亮度，最后可得

$$L' = L(1 - \rho_1)(1 - \rho_2) \cdots (1 - \rho_k) \tau_1^{d_1} \tau_2^{d_2} \cdots \tau_{k-1}^{d_{k-1}} \left(\frac{n_k'}{n_1} \right)^2$$

如果系统中含有 m 个金属层反射面，只要在上式中再乘上因子 ρ_r^m 即可，则有

$$L' = KL \left(\frac{n_k'}{n_1} \right)^2 \quad (6-31)$$

式中， K 称为光学系统的透过率，表示为

$$K = \rho_r^m \prod (1 - \rho_i) \prod \tau_j^{d_j} \quad (6-32)$$

在常用的可见波段，各种光学玻璃的吸收率相差甚微，可认为相同，其值约为 0.01（对白光的平均值），这样上式可近似写成

$$K = 0.99^{\sum d} \cdot \rho_r^m \prod (1 - \rho_i) \quad (6-33)$$

例如，对于图 6-11 所示的 6×30 双筒棱镜望远镜（ 6×30 表示放大倍率为 6 倍、物镜通光直径为 30 毫米），计算所需要的数据列于下表：

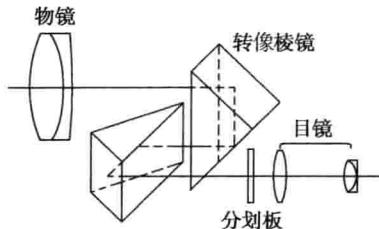


图 6-11

	沿光轴厚度	折射率	ρ	$1 - \rho$	折射面数
物镜：第一透镜	0.7	1.542	0.045	0.955	1
第二透镜	0.3	1.613	0.055	0.945	1
转像棱镜	8.6	1.569	0.049	0.951	4
分划板	0.3	1.516	0.042	0.958	2
目镜：向场镜	0.45	1.512	0.042	0.958	2
接目镜：透镜 1	0.46	1.574	0.050	0.950	1
透镜 2	0.10	1.613	0.055	0.945	1
	$\sum d = 10.91\text{cm}$				共 12 面

根据表中的数据可算出，光经 12 个与空气接触的折射面时的反射损失为 44.2%，光学零件的吸收损失为 10.4%，出射光束的光亮度为 $L' = 0.558 \times 0.896L = 0.50L$ 。若各折射面镀增透膜，并设 $\rho = 0.01$ ，可得 $L' = 0.794L$ 。即光亮度损失减小了 21%。实际上，以上所算出的光亮度要比真正的数值略小，这是因为有表面间多次反射的小部分光能以杂散光形式

通过系统之故。可见,用镀增透膜来减小折射面的反射损失,不仅能提高光学系统的光效率,对改善成像质量也是很有意义的。

6.4 成像光学系统像面的照度

为了计算像的照度,首先须求知通过光学系统的光通量。显然,由物面上同一面元发出能进入系统的光通量,随入瞳面积的增大而增大。如图 6-12 所示,设物面上辐射元 dS 是余弦辐射体,其在各个方向的光亮度均为 L ,并由入瞳大小决定了光学系统的物方孔径角为 U ,则按公式(6-18)在由 $2U$ 决定的立体角上积分,可得由 dS 发出能进入入瞳的全部光通量是

$$\Phi = \pi L \cdot \sin^2 U \cdot dS \quad (6-34)$$

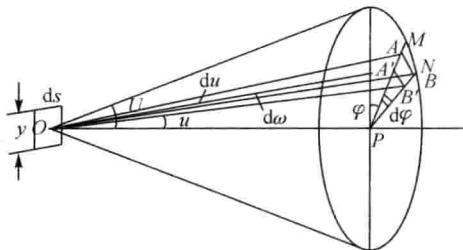


图 6-12

物面上的辐射元 dS 被光学系统在像面上成像为 dS' ,它与出瞳构成了与图 6-12 完全相对应的关系。若出射光束的光亮度为 L' ,则自出瞳射向像元 dS' 上的光通量

$$\Phi' = \pi L' \cdot \sin^2 U' \cdot dS' \quad (6-35)$$

将公式(6-31)中的 L' 代入上式,可得

$$\Phi' = \pi K L \left(\frac{n_k'}{n_1} \right)^2 \cdot \sin^2 U' \cdot dS' \quad (6-36)$$

上式中的透过率 K 同样可用来表征光通量经光学系统的传递,但比较光亮度和光通量传递的原始公式(6-28)和(6-27)可知,在光通量的传递中是没有折射率因子的,即

$$\Phi' = K \Phi \quad (6-37)$$

因而可用 Φ 和 K 表示 Φ' ,即

$$\Phi' = \pi K L \cdot \sin^2 U \cdot dS \quad (6-38)$$

因此像元 dS' 上的光照度为

$$E = \frac{\Phi'}{dS'} = \pi K L \left(\frac{n_k'}{n_1} \right)^2 \cdot \sin^2 U' \quad (6-39)$$

或利用公式(6-38),并将 dS/dS' 用系统的横向放大率来表示,则有

$$E = \pi K L \cdot \sin^2 U \cdot \frac{1}{\beta^2} \quad (6-40)$$

可见,像面上轴上点处小面积的光照度与孔径角正弦的平方成正比,与放大率的平方成反比。

下面把一般形式的像的光照度公式表示成适用于摄影系统的实用形式。如图 6-13, P_1' P_2' 是系统的出瞳, 直径为 $2a'$ 。像面和出瞳平面相对于像方焦点的距离, 以惯用的符号 x' 和 x_p' 表示, 则光照度计算公式(6-39)中的 $\sin U'$ 可近似地表示为

$$\sin U' = \frac{a'}{x' - x_p'}$$

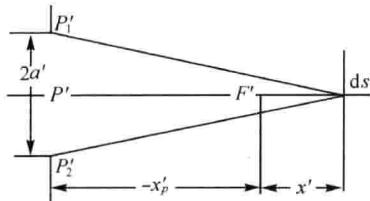


图 6-13

将上式中各量分别用 a , β_p , β 和系统的焦距 f' 表示, 其中 β_p 为入瞳到出瞳的放大率, 入瞳直径为 $2a$, 代入(6-39)式, 并设系统位于空气中, 可得

$$E = \frac{\pi K L}{4} \left(\frac{2a}{f'} \right)^2 \cdot \frac{\beta_p^2}{(\beta_p - \beta)^2} \quad (6-41)$$

式中, 入瞳直径与焦距之比 $2a/f'$ 称为相对孔径, 它是摄影系统的一个重要性能参数。

由(6-41)式可见, 像的光照度除与相对孔径的平方成比例以外, 还与物体的位置有关。当物面位于无穷远时, 因 $\beta=0$, 于是有

$$E = \frac{\pi K L}{4} \left(\frac{2a}{f'} \right)^2 \quad (6-42)$$

而当物面位于有限距离时, 因成实像, $\beta < 0$, 而 $\beta_p > 0$, 则(6-41)式中的 $\beta_p/(\beta_p - \beta) < 0$, 因此像的照度要较物在无穷远时有所降低。对于某些照相复制镜头, 一般具有对称型结构, 有 $\beta_p = 1$, 当用它来作 1:1 的图像复制时, 像的光照度仅为 $\beta=0$ 时的四分之一。

以上所讨论的, 只是像面中心处很小面积上的光照度。对于轴外点的像, 由于其成像光束的孔径角较轴上点小, 其光照度要有所降低。读者可根据图 6-14 推演出轴外点孔径角 U_w' 和 U' 的关系, 推导时假设 U_w' 和 U' 相对较小, 其余弦近似相等。结果可导出

$$\sin U_w' = \sin U' \cdot \cos^2 W'$$

将其代入公式(6-39)可得

$$E_w = E \cdot \cos^4 W' \quad (6-43)$$

可见, 轴外像点的光照度随视场角余弦的四次方而降低。但必须指出, 上式只当出瞳处无像差和系统无轴外光束渐晕时才可使用, 并且物面上的发光特性、入瞳面上接收的光能是否均匀分布对此都有影响。下表列出了不同像方视场角时的像点光照度与轴上点光照度的比值。

W'	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
$E_w/E = \cos^4 W'$	1.00	0.941	0.780	0.562	0.344	0.171	0.0625

从表可见, 一般视场较小的光学系统, 视场边缘光照度的减弱是微不足道的, 可认为整

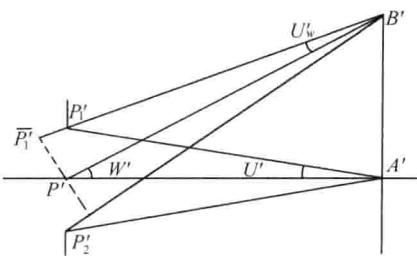


图 6-14

个视场内照度均匀。摄影物镜的视场一般较大,当 $2W'$ 不超过 60° 时,视场边缘的照度约为中心照度的56%,还不会引起摄影胶片感光的明显不均匀。但对于广角和特广角的摄影物镜,其像方视场角可大至 120° 甚至更大,此时如果按照公式计算,视场边缘点的光照度仅为中心的6.25%,这样悬殊的照度差别,必将引起胶片上感光的严重不均匀,是不能允许的。

如果轴外点的成像光束有渐晕,轴外像点的光照度将减弱得更为严重。若已知系统的面渐晕系数 K ,则轴外点的光照度应为

$$E_w = K \cdot E \cdot \cos^4 W' \quad (6-44)$$

这里 K 是上一章所讨论的几何渐晕系数,其值恒小于1。

但这仅是在理想光学系统模型下垂轴平面物成平面像时像面照度的近似估计,实际光学系统的像面照度和许多因素有关,包括物体的形状、光阑像差和畸变等。经严格推导可知,如果物体是以相机为中心的球面,像面照度会比平面物改善;大视场的情况下各视场的入瞳位置和大小均不相同,具体设计时需要经光阑对准才能正确计算参与成像的光线,这种情况下往往轴外视场具有更大的入瞳,从而补偿了像面照度的下降;另外在大视场成像时往往不可避免地引入大的负畸变(畸变的概念与现象详见第7章),使边缘视场的放大倍率小了很多,这时有可能边缘照度不但不下降,反而比轴上点的照度更大。

6.5 应用举例

卡塞格林系统是一种同轴反射式系统,可以在较短的总长度下获得相当长的焦距,由两个反射镜组成,分别称为主镜和次镜。主镜是抛物面或近似抛物面,次镜是双曲面。物方光线先经主镜反射,再经次镜反射并通过主镜的中心开孔到达像面成像。

只有主镜和次镜的卡塞格林系统仅对轴上光才能完善成像,对轴外光成像即使视场很小也将有明显像差。为了提高轴外光的成像质量,设计者通常在卡塞格林型的基础上作一些改进,如在主、次镜之后加折射光学系统,图6-15即为包括主镜、次镜和折射元件的系统,图6-16是其实物图。这种改进型可以大大提高轴外光的成像质量,使全视场的成像质量基本接近衍射极限。这种系统在天文望远镜、长焦距摄影物镜、激光天线、空间遥感高分辨成像等领域具有广泛应用,是长焦距、高分辨空间相机中的主流。

这种系统的透过率计算不仅需要考虑主镜和次镜的反射率以及折射元件的表面残余反射,而且需要考虑次镜对入射光的遮挡。以图6-15所示的系统为例,设主镜和次镜的反射

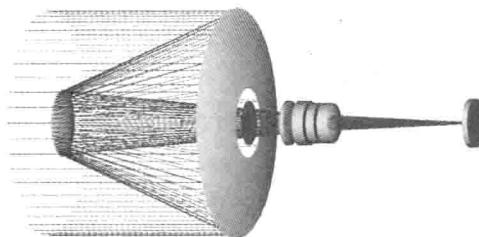


图 6-15

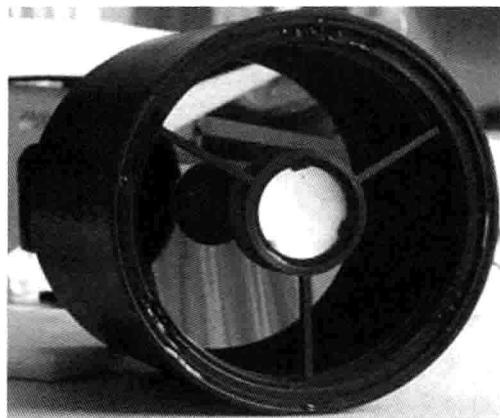


图 6-16

率为 92%，主镜通光口径为 300mm，次镜框外径为 100mm，折射系统中的 4 片透镜均镀增透膜使每个面透射率达到 99%，材料的内部透过率如下表所示：

透镜号	每 10mm 的内部透过率	厚度 (mm)
1	0.997	20
2	0.997	25
3	0.998	15
4	0.996	33

则该系统的总透过率为

$$\begin{aligned}
 K &= (1 - \text{面积遮拦损失}) \times \text{主次镜总反射率} \times \text{折射元件表面总透过率} \times \text{内部透过率} \\
 &= [1 - (\frac{100}{300})^2] \times 0.92 \times 0.92 \times 0.99^8 \times 0.997^2 \times 0.997^{2.5} \times 0.998^{1.5} \times 0.996^{3.3} \\
 &= 67.4\%
 \end{aligned}$$

这里还没有考虑图 6-16 中主、次镜之间的支撑，它们也会拦掉一些光，应当根据结构设计人员提供的数据，把这部分光能损失也计算在内。

习 题

- 有一钨丝白炽灯，在各方向的平均发光强度正好与灯泡的功率(瓦数)相同，问该灯泡

每瓦电功率的发光效率为多少?

2. 一个 $3 \times 4\text{m}^2$ 的房间被一挂在房顶天花板中间的 100W 吊灯(相当于 100 坎德拉的发光强度)所照明。灯泡离地板的高度为 2.5m, 求灯下地板上和房间角落地板上的照度。

3. 与一平面镜相距 2.5m 处有一与之平行的屏幕, 其间距平面镜 0.5m 处有一发光强度为 20 坎德拉的均匀发光点光源, 设平面镜的反射率为 0.9, 求屏幕上与法线交点处的照度。

4. 拍照时, 为获得底片的适度曝光, 根据电子测光系统指示, 在取曝光时间为 1/125 秒时, 光圈数(即相对孔径的倒数)应为 8。现在为了拍摄快速运动目标, 需将曝光时间缩短为 1/500 秒, 问光圈数应改为多少? 反之, 希望拍照时有较大的景深, 需将光圈数改为 11, 问曝光时间应为多少?

5. 有两个发光强度不同的点光源分立在光具座的两端, 相距 2 米。当光屏位于距亮光源 1.4m 时, 正好二光源在屏的两边产生相同的照度。现在于亮光源之前放一中性滤光片, 正好使在相反位置(即离较暗光源 1.4m)时的光屏上具有相同的照度。求所加滤光片的透过率。

6. 有一发光强度为 15 坎德拉的点光源, 位于透镜前 60mm 处的光轴上, 其发出的光束被透镜会聚于镜后 120mm 处, 透镜的通光直径为 42mm, 求在像方离透镜 60 和 135mm 处的垂轴光屏上, 与光束所截面积内的平均照度。若将透镜拿去, 问该点光源直接在上述二个位置的光屏上, 于相应的截面积内所产生的平均照度是多少?

7. 在一个仪器的照明系统中, 光源为 6 伏 25 瓦的仪器用钨丝灯泡, 发光效率为 14 流明/瓦, 设其为在光轴上的均匀发光的点光源, 且对聚光镜所张的孔径角为 $U=30^\circ$ 。求灯泡发出的总光通量以及能进入聚光镜的光通量。

8. 有一张 $13 \times 18.5\text{cm}^2$ 的白纸被一光源照明, 纸的反射率为 0.75, 由光源射到该纸面上的光通量为 5 流明, 问该纸面作为二次光源, 其亮度为多少?

9. 一个光学系统, 对 100 倍焦距处的物面成一缩小到 1/50 倍的像, 物方孔径角为 $\sin U \approx u = 0.005$, 物面的照度为 1000 勒克斯, 反射系数为 $\rho = 0.75$, 系统的透过率为 $K = 0.8$, 求像面的照度。

10. 一个波长为 0.6328μ 的 3 毫瓦氦氖激光器, 其放电毛细管直径为 1mm(即发光圆面直), 激光束的发散角为 1 毫弧度。问此激光器发出的光通量和亮度各为多少?

11. 对远物摄影时, 要求曝光量 $Q = Et = 0.4$ 勒克斯·秒, 被摄物体的表面亮度为 0.36 坎德拉/ cm^2 , 物镜的透过率 $K = 0.9$, 如取曝光时间为 1/100 秒, 问应选用多大光圈数? 设物镜为对称型系统, $\beta_p = 1$ 。

12. 如图 12-77 的放映系统, 聚光镜 L_1 紧靠物镜(为一 $24 \times 36\text{mm}^2$ 的幻灯片), 放映物镜 L_2 把幻灯片成一 50 倍的像于银幕上。光源为 200W 的放映灯泡, 发光效率为 15 流明/瓦, 灯丝面积为 $1.2 \times 1.2\text{cm}^2$, 可看作是二面发光的余弦辐射体, 它被聚光镜成像于放映物镜的入瞳上, 并正好充满入瞳, 物镜的物方孔径角为 $u = 0.25$, 整个系统的透过率为 0.6, 求像面的照度。

13. 阳光直射时, 地面的照度约为 10^5 勒克斯, 现经一无像差的薄透镜组($f' = 100\text{mm}$, $D/f' = 1/5$)来聚焦时, 所得照度为多少? 已知太阳对地面的张角为 $32'$, 光组的透过率为 1。

第二部分 像差理论

由前面讨论的球面系统和平面系统的光路特征和成像特性可知,只有平面反射镜是唯一能对物体成完善像的光学零件。单个球面透镜或任意组合的光学系统,只能对近轴物点以细光束成完善像。随着视场和孔径的增大,成像光束的同心性将遭到破坏,产生各种成像缺陷,使像的形状与物不再相似。这些成像缺陷可用若干种像差来描述。

如果只考虑单色光成像,光学系统可能产生五种性质不同的像差,即球差、彗差、像散、像面弯曲和畸变,统称为单色像差。但是,绝大多数光学系统用白光或复色光成像,由于色散的存在会使其中不同的色光有不同的传播光路,由于这种光路差别而引起的像差称为色像差,包括位置色差和倍率色差。实际上,用白光成像时,由于其所包含的各种单色光有各自的传播光路,它们的单色像差也是各不相同的。为了便于分析,将其分成单色像差和色像差两类。其中,单色像差是对光能接收器最灵敏的色光而言的,色差是对接收器的有效波段内接近边缘的两种色光来考虑的。

几何像差的存在意味着波法线偏离理想路径,表现在波面上就造成了波像差。波像差既与像质评价指标相联系,也与光学检测相关联。

几何像差和波像差都必须通过光线的光路计算来获得。光路计算即在已知光学系统参数和孔径、视场的情况下追迹光线到像面,经处理得到各种像差。光线初始参数的确定及计算结果的后处理是光路计算的关键。

事实上,我们不可能获得对整个空间都能良好成像的万能光学系统,只能为适应某种单一用途而设计专门的光学系统;同时,即使这样的光学系统,也不可能将各种像差完全校正和消除。但由于人眼和所有其它的光能接收器也具有一定的缺陷,只要将像差校正到某一限度以内,人眼和其它接收器就觉察和反映不出其成像的缺陷,这样的光学系统从实用意义上说可认为是完善的。几何像差和波像差都是光学系统像质评价的方式,以后我们还根据光学系统的用途采用其他综合性的指标来评价光学系统的质量。

下面我们将分类讨论各种像差。

第7章

几何像差

学习像差概念就是要了解绝大多数实际光学系统的成像是不完善的,像差就是不完善之处的具体表述,几何像差是最直观、最容易同光学系统结构参数建立联系的表述方法,包括单色像差和色像差,单色像差中球差为轴上点像差,彗差、像散、像面弯曲和畸变为轴外像差;色像差包括轴上点位置色差和轴外点的倍率色差。像差种类多,描述复杂,学习时要从各种像差的几何意义入手,进一步掌握各种像差的表现特点。

本章知识要点

1. 球差、彗差、像散、像面弯曲、畸变、位置色差和倍率色差的概念和现象及其度量
2. 正弦条件、等晕成像和等晕条件
3. 各种像差曲线
4. 单个折射球面的球差特征,三个无球差点、反常区与半反常区,齐明透镜设计
5. 位置色差与球差的异同

7.1 球差

球差是轴上点单色像差,是所有几何像差中最简单也是最基本的像差,好几种轴外单色像差均与球差有一定联系。

在§2-2中我们已知,由光轴上一点发出的光线经球面折射后所得的截距 L' ,随入射光线与光轴夹角 U 或入射光线在球面上的入射点高度 h 而异。这样,轴上点发出的同心光束经光学系统各个球面折射后,将不复为同心光束。不同倾角的光线交光轴于不同位置上,相对于理想像点的位置有不同的偏离。这是单色光的成像缺陷之一,称为**球差(spherical aberration)**。

绝大多数光学系统具有圆形入瞳,轴上点的成像光束是关于光轴对称的,因此,对应于轴上点球差的光束结构是非同心的轴对称光束,它与参考像面截得一弥散圆。此时,只要讨论含轴平面上位于光轴一侧的光线即可了解整个光学系统的球差。

图7-1中,轴上点A的理想像为 A'_∞ ,由A点发出的过入瞳边缘的光线AP(称**边缘光线(marginal ray)**)从系统出射后,交光轴于 A' 。由于球差, A' 与 A'_∞ 不重合。若它们的像方截距分别为 L' 与 l' ,则

$$\delta L' = L' - l' \quad (7-1)$$

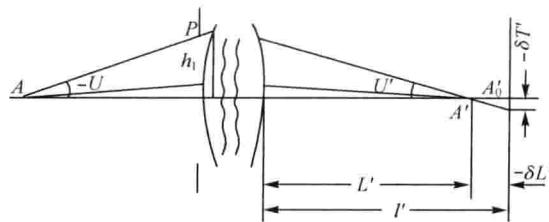


图 7-1

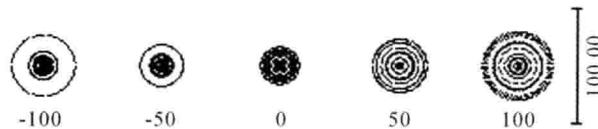


图 7-2

为这条光线的球差。显然，在边缘光线以内与光轴成不同角度的各条光线都有各自的球差。

如图 7-1 所示为 $\delta L' < 0$ 的情况。若经过计算，使某一孔径带 $\delta L' = 0$ ，称光学系统对这一环带光线校正球差。大部分光学系统只能对一环带光线校正球差，一般是对边缘光线校正的。这种光学系统叫消球差系统。

球差对成像质量的危害，是它在理想像平面上引起半径为 $\delta T'$ 的弥散圆。 $\delta T'$ 称为垂轴球差，它与轴向球差 $\delta L'$ 之间有如下关系：

$$\delta T' = \delta L' \cdot \tan U' \quad (7-2)$$

由于各环带的光线都有各自的球差，当轴上物点发出的充满入瞳的一束光通过光学系统后，这束光的各环带光线不能交于同一点，在像面上将得到圆形的弥散斑，并且近轴像的位置并不一定是最小弥散圆的位置，可以将实际像面在近轴像的位置前后移动，找到对轴上点成像的最佳像面。图 7-2 所示即为一光学系统在像面前后一段距离内的轴上点成像弥散斑，图中单位为微米(μ)，下方一排数字表示到当前像面的相对位置。 -100 表示在当前像面之前 0.1mm 处， 50 表示在当前像面之后 0.05mm 处。

轴上点以单色光成像时只有球差，但轴上点以近轴细光束所成的像是理想的，可见，轴上点球差完全是由于光束的孔径角增大而引起的。所以，大孔径系统只允许有足够的球差。同时由此还可看出，球差必然是 U_1 或 h_1 的函数。尽管它们之间的关系难以用显函数形式表示出来，但由于光束的轴对称性质，可以简单地把球差表示成 U_1 或 h_1 的幂级数。考虑到当 U_1 或 h_1 变号时球差不变，以及当 U_1 或 h_1 为零时球差为零，可写出以下两个表达式：

$$\left. \begin{aligned} \delta L' &= A_1 h_1^2 + A_2 h_1^4 + A_3 h_1^6 + \dots \\ \delta L' &= a_1 u_1^2 + a_2 u_1^4 + a_3 u_1^6 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (7-3)$$

同理并结合(7-2)式考虑，得垂轴球差为

$$\left. \begin{aligned} \delta T' &= B_1 h_1^3 + B_2 h_1^5 + B_3 h_1^7 + \dots \\ \delta T' &= b_1 u_1^3 + b_2 u_1^5 + b_3 u_1^7 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (7-4)$$

展开式中的第一项称为初级球差 (primary spherical aberration)，此后各项分别称为二

级球差、三级球差等。二级以上的球差统称为高级球差。

球差的精确数值须对光线作光路计算后按公式(7-1)求得。但对于仅有初级球差的系统,只需计算一条光线,通常是边缘光线的球差,即可求得公式中的系数 A_1 或 a_1 ,从而求知其它带的球差。同理,若同时有初级和二级球差,则只要计算二条光线的球差值,即可确定各项系数,并求得其它各带的球差。大多数光学系统属于此类。对于这种系统,利用初级球差和二级球差的平衡,可以对一个孔径带校正球差,此时在其它带上必具有剩余球差(**residual spherical aberration**)。那么,按通常做法,当对边缘光线校正球差后,在什么带上将具有最大的剩余球差,数值如何?为解决这个问题,首先以光线的相对高度表示展开式

$$\delta L' = A_1 \left(\frac{h_1}{h_m}\right)^2 + A_2 \left(\frac{h_1}{h_m}\right)^4 \quad (7-5)$$

当对 $h=h_m$ 的边光消球差时,有 $A_1=-A_2$ 。为求得球差的极值,将上式对 h 微分,并令其为零,得

$$h_1 = 0.707 h_m$$

即当边光球差为零时, $h_1 = 0.707 h_m$ 这一带光线,通常称带光,具有最大的剩余球差,其值为

$$\delta L'_{\max} = 0.25 A_1$$

由此可得出结论,对于可用展开式中前二项来描述球差的光学系统,当对边光校正了球差后,在 0.707 高度的带光具有最大的剩余球差,其值是边光为平衡高级球差所需的初级球差的四分之一。若高级球差为正,带球差一定是负的。光学系统的高级球差越大,带球差也越大;反之,已对边光消球差的系统,带球差大者,高级球差必大。有关高级球差的理论请参阅参考文献[10]。实际计算表明,结构型式一定的光学系统,在修改结构参数的过程中,高级球差变化甚微。同时,有关推导表明,一个面产生的高级球差与初级球差的比值和折射面的相对孔径(即 h/r)的平方成比例。因此一般而言,光学系统各折射面的半径应大些,以使其具有小的相对孔径。一般 $h/r < 0.5$ 。并且,一定型式的系统,为使带球差不超过容限,其相对孔径不可任意增大。相对孔径或数值孔径很大的系统必须有较复杂的结构。

对于本书 § 4.9 举例的双胶合望远物镜进行计算,入瞳直径为 20mm,近轴光和边缘光的像方截距分别为: $l'=96.9912$, $L_m'=96.9858$ 。另外,对 0.707 带光作光路计算得 $L_z'=96.9664$ 。由此,该物镜的边光球差和带光球差分别为

$$\delta L'_m = -0.0054, \delta L_z' = -0.02483$$

由(7-5)式求得: $A_1 = -0.09392$, $A_2 = 0.08852$, 即该物镜的球差展开式为

$$\delta L' = -0.09392 \left(\frac{h_1}{h_m}\right)^2 + 0.08852 \left(\frac{h_1}{h_m}\right)^4$$

请读者按此公式对其它各带的球差进行计算,并与由光线的光路计算求得的球差作一比较,可以发现,用二种方法计算所得的球差在数值上甚为一致,表明该物镜主要存在初级球差和二级球差,这种系统只能对一个孔径带采用初级球差和二级球差相抵消的办法校正球差。

以 $\delta L'$ 为横坐标、以 h/h_m 为纵坐标可画出如图 7-3 所示的球差曲线,它能更明晰地反映出系统的球差性质和球差校正情况。有时也以孔径的平方为纵坐标来绘制球差曲线,如图 7-4 所示。后者不仅与以后将要讨论的波像差联系密切,而且易于反映系统的球差性质。如果仅有初级球差,将得到一直线;若不为直线,则在曲线上纵坐标为零处所作的切线与曲线的偏离即为系统的高级球差。

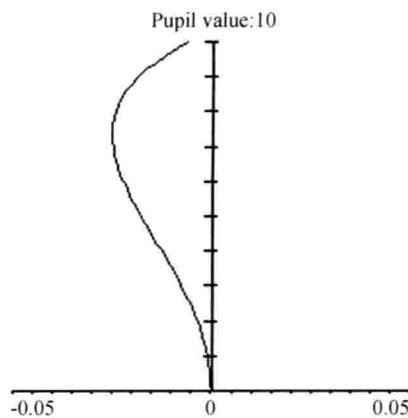


图 7-3

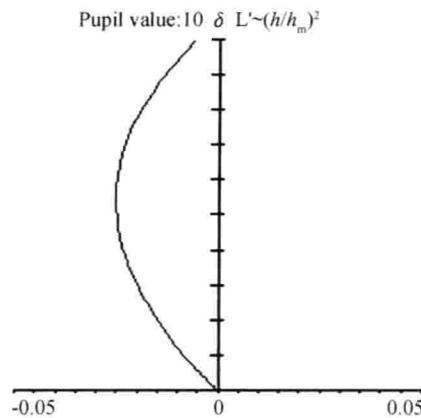
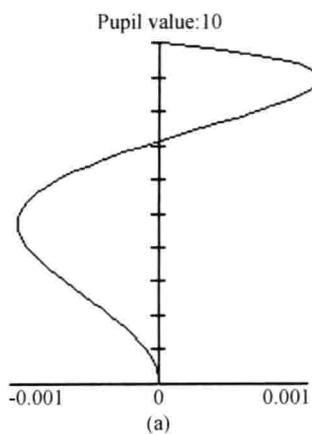
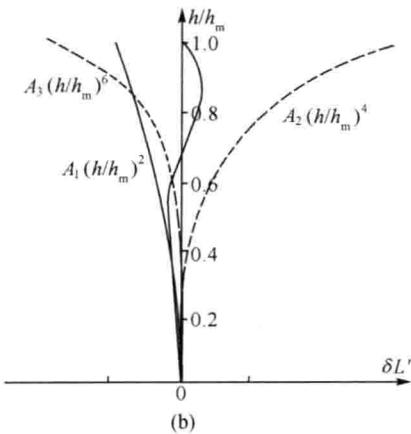


图 7-4

如果光学系统同时具有初级、二级和三级球差,结果会比上述只有初级和二级球差的系统要复杂些。这时有两种可能:1)三级球差与二级球差同号,此时需有更大的异号初级球差与之平衡,边光消球差后,最大剩余球差发生在比 0.707 带更高的孔径带上;2)三级球差与二级球差异号,这时可能使边光和带光的球差同时为零,如图 7-5(a)所示,并且在 0.707 带上下各有一个很小的等值异号的剩余球差极值,读者用与前面类似的做法,可得其相对高度分别为 $h/h_m=0.8881$ 和 0.4597 。图 7-5(b)分别画出了初级、二级、三级球差曲线。



(a)



(b)

图 7-5

7.2 单个折射球面的球差特征

通过对整个光学系统近轴光路和实际光路的计算,利用公式(7-1)可以求得该系统各个孔径带上的球差值。但在这个计算过程中,不能获知系统中各个面对球差的贡献大小、正负和性质,而这些是在光学设计时为控制和校正球差所必须了解的。为此,有必要讨论各表面产生球差的情况和球差在系统各面上的分布。

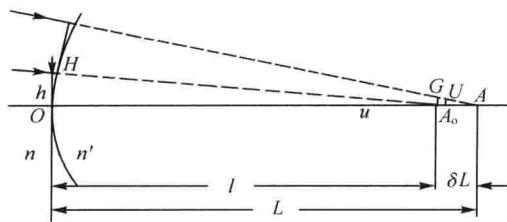


图 7-6

为得出一般的表示式,假设某一面的物方已有球差,如图 7-6 所示。经推导可得:

$$n'u'\sin U'\delta L' - n\sin U\delta L = -(L'\sin U' - L\sin U)ni \quad (7-6)$$

令 $S_- = 2(L'\sin U' - L\sin U)ni$, 则

$$\delta L' = \frac{n\sin U}{n'u'\sin U'}\delta L - \frac{1}{2n'u'\sin U'}S_- \quad (7-7)$$

可见,某表面像空间的球差由两部分构成,即物方球差在像空间的贡献和表面本身所产生的球差。前者通过相当于轴向放大率的因子 $n\sin U/n'u'\sin U'$ 反映到像空间,后者由 S_- 决定。 S_- 称为表面的球差分布系数,表征该表面对最后球差的贡献量。利用第 11 章中的公式(11-5), S_- 可化为

$$S_- = \frac{niL\sin U(\sin I' - \sin U)(\sin I - \sin I')}{\cos \frac{I-U}{2} \cos \frac{I'+U}{2} \cos \frac{I+I'}{2}} \quad (7-8)$$

这是一个表征球面产生球差的重要表示式。可见,单个球面在三种情况下不产生球差:

1. $L=0$, 此时 $L'=0$, 即不论 U 角多大, 射向顶点的光线都从顶点折射而出, 不产生球差。
2. $\sin I - \sin I' = 0$, 此时 $I = I' = 0$, 即 $L=r$, 物点位于球心。此时物点发出的所有光线均无折射地通过球面, 像点仍在球心, 即 $L'=r$ 。
3. $\sin I' - \sin U = 0$ 或 $I' = U$, 读者易于求出对应的物像点位置分别为

$$L = \frac{n+n'}{n}r, L' = \frac{n+n'}{n'}r \quad (7-9)$$

可见,这一对无球差的共轭点位于球心的一侧,且都在球心之外,只能是实物成虚像(如图 7-7(a))或虚物成实像(请读者自行画图)。物像之间的关系满足

$$\frac{\sin U'}{\sin U} = \frac{\sin I}{\sin I'} = \frac{n'}{n} = \frac{L}{L'} \quad (7-10)$$

上式表明,不管孔径角多大,这对共轭点的 $\sin U'/\sin U$ 和 L/L' 均为常数,都不产生球差。以后将会看到,这一对共轭点不仅能以任意宽的光束对轴上点成完善像,并且过该点的垂轴平面上与之很靠近的点也能以任意宽的光束成完善像,故称之为齐明点或不晕点(**aplanatic points**),利用它可达到减小孔径的目的而不产生球差,在光学系统特别是高倍显微物镜中有重要应用。

如果将情况 2 和情况 3 综合,可构成无球差的单透镜,图 7-8(a)所示即为一无球差正透镜,(b)为无球差负透镜。它们常在面形检验仪器中起改变孔径的作用。

根据单个折射球面的三个无球差的物点位置,可将整个物空间分成四个以这三个点为

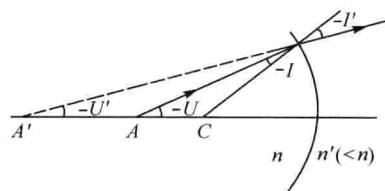


图 7-7

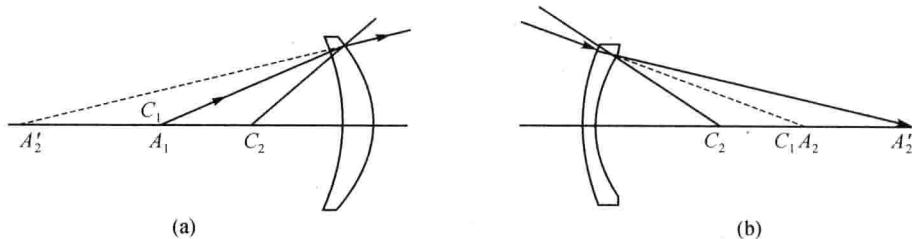


图 7-8

界的区域。由公式(7-8)可知,球差的正负是由 $L \sin U$, i , $\sin I - \sin I'$ 和 $\sin I' - \sin U$ 这四个因子的正负决定的。

显然,第一因子 $L \sin U = PA \cdot [\cos(I-U)/2]$ 总与 PA 同号, PA 是顶点到光线与球面交点的距离,以顶点为基准上正下负;第二因子 i 总与 $\sin I$ 同号;第三因子 $\sin I - \sin I' = \sin I \cdot \frac{n'-n}{n}$,其符号根据 n 和 n' 的相对大小易于确定;第四因子 $\sin I' - \sin U$ 可表示成 $n \sin U \cdot \frac{L/r - (n'+n)n}{n}$,其正负随不同区间而异。在 $PA > 0$ 的情况下,分别对 $r > 0$ 和 $r < 0$ 的上述各因子进行正负判断,分别得到表 7-1 和表 7-2 所列的结果:

表 7-1 $r > 0$ 的球面在各区间内的球差正负

	$-\infty \leq L < 0$		$0 < L < r$		$r < L < \frac{(n'+n)r}{n}$		$\frac{(n'+n)r}{n} < L \leq \infty$	
	$n' > n$	$n' < n$	$n' > n$	$n' < n$	$n' > n$	$n' < n$	$n' > n$	$n' < n$
$L \sin U +$	+	+	+	+	+	+	+	+
i 或 $\sin I +$	+	-	-	+	+	+	+	+
$\sin I - \sin I'$	+会聚	-发散	-发散	+会聚	+会聚	-发散	+会聚	-发散
$\sin I' - \sin U$	+	+	-	-	-	-	+	+
S_-	+	-	-	+	-	+	+	-
$\delta L'$	-	+	+	-	+	-	-	+

表 7-2 $r < 0$ 的球面在各区间内的球差正负

		$-\infty \leq L < \frac{(n'+n)r}{n}$	$\frac{(n'+n)r}{n} < L < r$	$r < L < 0$	$0 < L \leq \infty$
$r < 0$ $PA > 0$	$n' > n$	$\sin I - \sin I'$	-发散	-发散	+会聚
		$\delta L'$	+正球差	-负球差	+正球差
	$n' < n$	$\sin I - \sin I'$	+会聚	+会聚	-发散
		$\delta L'$	-负球差	+正球差	+正球差

若 $PA < 0$, $\sin I$ 和 $\sin U$ 同时变号, 这只引起各因子符号的同时改变, 并不影响球差的正负。故单个折射球面产生的球差, 其正负主要取决于光束的会聚还是发散。从以上二表可得出判断折射球面所产生球差正负的一般性结论如下:

1. 折射球面对光束起会聚作用(即 $\sin I - \sin I' > 0$)时, 产生负球差; 对光束起发散作用时, 产生正球差; 但对从球心到齐明点的区间有相反结论。此区间称为折射球面的反常区。

2. 除反常区外, 会聚球面对光束起会聚作用, 产生负球差; 发散球面对光束起发散作用, 产生正球差。但从顶点到球心的区间例外。物点处于此区间时, 会聚面反而对光束起发散作用, 产生正球差; 发散面对光束起会聚作用, 产生负球差。此区间称为折射球面的半反常区。

3. 总之, 会聚球面除在反常区和半反常区产生正球差外, 均产生负球差; 发散球面除在反常区和半反常区外, 均产生正球差。

反射球面无反常区和半反常区。

7.3 轴外像差概述

由于组成光学系统的折射球面对光束会聚时存在球差以及对垂轴平面成像时存在弯曲(参见第2章), 光学系统对轴外点成像将会衍生出一系列像差, 使成像产生模糊与变形, 成像性质要比轴上点复杂得多。下面先通过对单个折射球面的讨论, 定性地阐明轴外像差(off-axis aberration)的成因和性质。

我们已经把轴上点A发出的通过入瞳边缘的“近轴”光线是第一近轴光线, 为了讨论轴外像差, 先将要用到的一些基本概念整理如下: 如图7-9所示, 轴外某视场点发出的通过入瞳中心的“近轴”光线称为第二近轴光线, 轴外某视场点发出的通过入瞳中心的实际光线称为该视场点发出的主光线; 包含物点和光轴的平面称子午平面(tangential plane, meridian plane), 该面内的光线称子午光线(tangential ray, meridional ray); 包含主光线并与子午平面垂直的面称弧矢面(sagittal surface), 该面内的光线称弧矢光线(sagittal ray); 轴外点和球心的连线称为该折射球面的辅轴(second optical axis); 轴外点发出通过某孔径带上边缘的光线称某孔径带的上光线; 轴外点发出通过某孔径带下边缘的光线称某孔径带的下光线; 轴外点发出通过某孔径带前边缘的光线称某孔径带的前光线; 轴外点发出通过某孔径带后边缘的光线称某孔径带的后光线。读者可在图中找出对应的光线, 其中前光线和后光线没有画出, 请读者自行用立体图画出。

图 7-9 是图 7-10 的局部放大图, 图中 B 为物平面上一远离光轴的点, 它总可认为在辅轴上。 B'_0 是 B 点的高斯像, B' 是 B 点的近轴像, 由于像面弯曲, 它并不与 B'_0 重合。对辅轴而言, B 点仅产生球差, 但因 B 点的成像光束中, 各光线相对于辅轴有不同的高度, 球差不同, 使折射光束失去对主光线的对称性, 造成聚散缺陷。这些缺陷通常用子午平面和弧矢面(光学系统中包含主光线并与子午平面垂直的平面)上的光束聚散特性来描述, 对于子午宽光束, 原对称于主光线的一对光线(如上下光线)经球面折射以后, 因其球差值不同而使交点偏离主光线, 即为子午彗差 K'_t 。同理, 弧矢光束中与上、下子午光线孔径相同的前后光线, 由于对称于辅轴, 其折射光线必相交于辅轴上, 以 BQ 表示该对光线, 则其与辅轴的交点 S 就是该对孔弧矢光线的交点。它也偏离于主光线, 从而产生了弧矢彗差 K'_s 。子午光线交点 T 与弧矢光线交点 S 间的沿轴偏移称为像散 $\Delta x'$, 而这两点相对于高斯像面的沿轴偏移表征了子午像面和弧矢像面的弯曲程度, 分别称为子午像面弯曲 X'_t 和弧矢像面弯曲 X'_s , 也叫场曲。由于该像散和场曲都是对宽光束而言的, 称之为宽光束像散和宽光束场曲。围绕着主光线的细光束虽无球差, 且均会聚于主光线上而无彗差, 但子午细光束的聚焦点 T_0 和弧矢细光束的聚焦点 S_0 并不重合, 且不位于高斯像面上。 T_0 和 S_0 之间的沿轴偏移称细光束像散 $\Delta x'$, 而它们相对于高斯像面的沿轴偏移称为细光束的子午场曲 x'_t 和弧矢场曲 x'_s 。以后, 凡提到像散和场曲, 如无特别说明, 都是指细光束的。细光束交点与上述宽光束中成对光线的交点也不重合, 这是轴外球差的表现。 T 与 T_0 之间的沿轴距离称全孔径子午轴外球差, S 与 S_0 之间的距离称全孔径弧矢轴外球差。最后, 由于球差和场曲(应该是匹兹凡面弯曲), 主光线与高斯像面的交点 D 不与高斯像点 B'_0 重合, 这个偏移就是畸变 $\delta y'$ 。

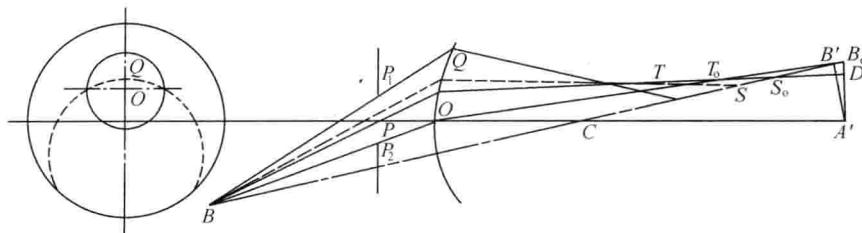


图 7-9

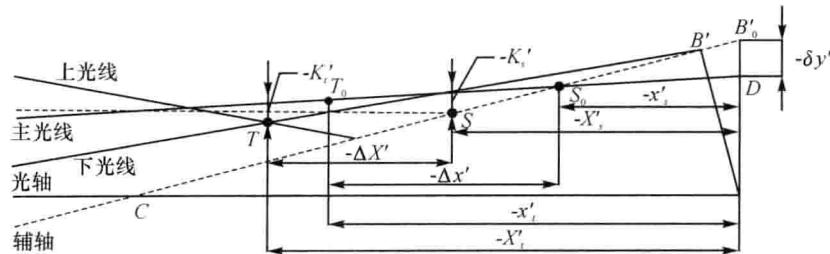


图 7-10

综上所述, 轴外点以单色光被球面成像时, 可从其复杂的光束结构中分离出不同性质的五种像差, 即球差、彗差、像散、场曲和畸变。其中, 球差和彗差属宽光束像差, 像散、场曲和畸变属细光束像差。除场曲外, 它们皆由辅轴球差引起。 B 点所处位置球差越大, 其主光

线偏移于轴外越大,轴外像差也越大。若轴外点的主光线正好过球心,即主光线与辅轴重合时,将不会产生轴外像差。不过像面弯曲仍然是存在的。

既然轴外像差除场曲外皆由辅轴球差引起(畸变由球差和匹兹凡弯曲同时引起),它们之间必存在一定的关系,利用这种关系可把轴外像差的一般表示式推导出来。对于初级轴外像差,其表示式相对简单。应用它们可对各种初级像差作定性分析和定量计算,对光学设计具有实际指导意义。

7.4 正弦条件与等晕条件

如果视场较小,其边缘点可认为与轴上点很靠近,这种近轴物点的像差性质要比远轴点简单得多。当光学系统对轴上点成完善像时,使在垂轴方向上与之无限靠近的物点也成完善像的充分必要条件称为正弦条件(sine condition)。这就是说,若光学系统满足正弦条件,就能对小视场物面完善成像。正弦条件可由费马原理导出。

如图7-11,光轴上的点A成完善像于A'。B是在过A的垂轴方向上无限靠近A的一点,设它也被系统成完善像于B'。分别以y和y'表示AB和A'B'。过A点的光线OA与光轴成U角,其共轭光线O'A'与光轴成U'角。过B点的光线OB与光轴成U+dU角,其共轭光线O'B'与光轴成U'+dU'角。根据费马原理,光程(OAA'O')应与(OBB'O')相等,即

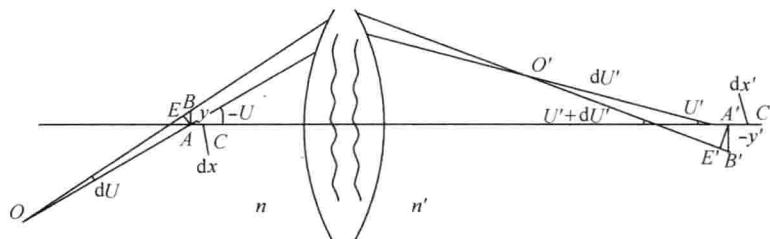


图 7-11

$$n \cdot OA + (AA') - n' \cdot O'A' = n \cdot OB + (BB') - n' \cdot O'B'$$

故有

$$n \cdot (OA - OB) - n' \cdot (O'A' - O'B') = (BB') - (AA') \quad (a)$$

以O点为中心,OA为半径作圆弧,交光线OB于E。因dU角极小,从 $\triangle ABE$ 可得

$$OA - OB = BE = AB \cdot \sin(-U) = -ys \sin U \quad (b)$$

同理,在像方可得

$$O'A' - O'B' = -y' \sin U' \quad (c)$$

将(b)和(c)代入公式(a),得

$$n'y' \sin U' - nys \sin U = (BB') - (AA')$$

因A'和B'分别是A和B的完善像,根据费马原理,其间的光程各为极值,即 $\delta(AA') = \delta(BB') = 0$,因此光程(AA')和(BB')各为常数,二者之差也为常数,该常数可用一条沿光轴的光线来确定。对于这条光线, $U = U' = 0$,故该常数为0,由此得

$$n'y' \sin U' = nys \sin U \quad (7-11)$$

这就是正弦条件。这是光学系统对垂轴小面积成完善像所需满足的条件。或者说,当轴上点能以宽光束成完善像时,若满足此条件,过该点的垂轴小面积上的其他点也能以宽光束成完善像。

公式(7-11)又可化为

$$\frac{n \sin U}{n' \sin U'} = \beta \quad (7-12)$$

当物体位于无穷远时, $\sin U = 0$, 正弦条件须表示成另一种形式。以 $-(l-f)/f$ 代替 β , 并有 $l \sin U = h$, 可导出

$$\frac{h}{\sin U'} = f' \quad (7-13)$$

显然,仅由轴上点光线的光路计算结果就能方便地判断光学系统是否满足正弦条件。例如边缘光线,若已对其校正了球差,并根据其光路计算结果求取比值 $n \sin U / n' \sin U'$ 或 $h / \sin U'$, 它们与按近轴光线所算得的放大率 $\beta = nu/n'u'$ 或焦距 $f' = h/u'$ 之差为

$$\delta\beta = \frac{n \sin U}{n' \sin U'} - \beta \quad (7-14)$$

$$\delta f' = \frac{h}{\sin U'} - f' \quad (7-15)$$

即表示系统偏离正弦条件的程度。

光轴上校正了球差并满足正弦条件的一对共轭点,称为齐明点或不晕点。由 § 7.2 已知,单个折射球面存在三对无球差的共轭点,其中 $l=l'=0$ 和 $l=l'=r$ 这二对显然满足正弦条件,而 $l'=(n+n')r/n'$ 和 $l=(n+n')r/n$ 这一对,读者可自行证明有

$$\frac{n \sin U}{n' \sin U'} = \beta = \frac{n^2}{n'^2}$$

所以,以上三对共轭点都是满足正弦条件的齐明点。

正弦条件以轴上点完善成像为前提。但从球差的讨论可知,实际的光学系统仅能对物点发出的光束中的一个带或二个带的光线校正球差,因此,即使是轴上点也不可能真正完善成像。此外,轴上点球差校正不佳或不能校正时,成像也不完善。此时,轴外近轴点当然也不可能完善成像,充其量只能要求它的像质与轴上点一致,即具有相同程度的成像缺陷,我们称之为等晕成像(aplanatic image formation)。

既然轴上点成像时只有球差,那么,根据等晕成像的要求,在垂轴平面上与之无限靠近的轴外点也只有球差,并且对应孔径角球差相等,二者具有相同的光束结构,如图 7-12 所

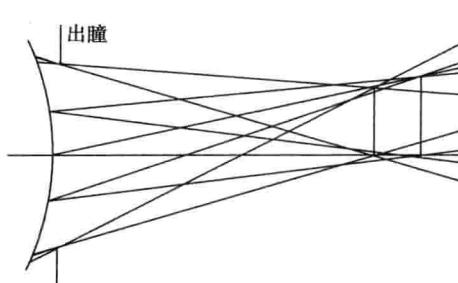


图 7-12

示。这时所要满足的条件称等晕条件(**aplanatic condition**)。即

$$OSC = \frac{n \sin U}{\beta n' \sin U'} \cdot \frac{l' - l'_p}{L' - l'_p} - 1 \quad (7-16)$$

或

$$OSC = \frac{\sin U}{\sin U'} \cdot \frac{u'}{u} \cdot \frac{l' - l'_p}{L' - l'_p} - 1 \quad (7-17)$$

若 $OSC=0$, 表示系统满足等晕条件, OSC 称为正弦差。当轴上点由于球差而不完善成像时, 满足此条件可使垂轴小面积等晕成像。

从以上公式可见, 为计算正弦差以判断近轴点的像质, 只需利用轴上点的光线计算结果, 外加一条第二近轴光线的计算即可达到目的。为使正弦差的公式表示得更明确、简洁和便于计算, 将 $l'=L'-\delta L'$ 代入, 并且一般总取 $u=\sin U$, 忽略高次小量(即取 $\sin U'=u'$ 和 $L'=l'$)后, 公式(7-17)可化为

$$OSC = \frac{\delta\beta}{\beta} - \frac{\delta L'}{l' - l'_p} \quad (7-18)$$

当物体位于无穷远时, 按公式(7-13)的来源, 可将上式表示成

$$OSC = \frac{\delta f'}{f'} - \frac{\delta L'}{l' - l'_p} \quad (7-19)$$

以上二式中, $\delta\beta$ 和 $\delta f'$ 分别由公式(7-14)和(7-15)决定。

以上计算正弦差的公式中, 都包含有出瞳位置因子 l'_p , 它随光阑位置而变。因此, 当系统的球差已定而不满足等晕条件时, 一定可以找到一个光阑位置使系统的正弦差为零。挑选光阑位置来校正某一种与其有关的像差是光学设计时常用的手段。

7.5 彗差

当光学系统不满足等晕条件时, 轴外点成像将会产生彗差(**coma**)。由本章第1节已知, 彗差是一种描述轴外点光束关于主光线失对称的像差, 应分别对子午光束和弧矢光束求取。图7-10清楚地描述了这种像差的成因。

对于单个球面, 彗差一方面是球差引起, 球差越大, 彗差也会越大, 另一方面, 折射球面产生的彗差还与光阑位置、即主光线的入射角 i_p 有关。如果光阑位于球心, 相当于主光线与辅轴重合, 即 $i_p=0$, 则不论球差如何, 都不会产生彗差。图7-9中的折射球面背向光阑, 请读者画出折射球面弯向光阑时的彗差情况, 从中可得出什么结论?

实际上, 光学系统的各种像差总同时存在, 故计算彗差时, 并非像定义的那样, 真正求出一对对称光线的交点相对于主光线的偏离, 而是以这对光线与高斯像面交点高度的平均值与主光线交点高度之差来表征的。如图7-13所示, 对于子午彗差, 可表示为

$$K_t' = \frac{1}{2}(y_a' + y_b') - y_p' \quad (7-20)$$

对于弧矢彗差, 因一对对称的弧矢光线与高斯像面的交点在 y 方向的坐标必相等, 故有

$$K_s' = y_s' - y_p' \quad (7-21)$$

彗差是轴外点成像时产生的一种宽光束像差, 是与视场和孔径均有关的。为全面了解

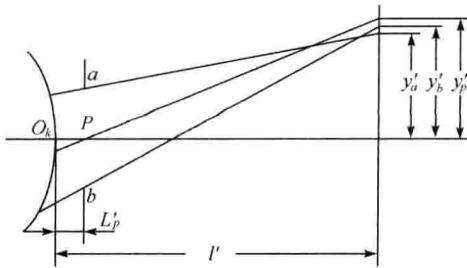


图 7-13

解光学系统对彗差的校正情况,需要计算设置多个特征视场和特征孔径计算彗差。对于子午光束,孔径取点系数为 K_s ,要正负都取,如 $\pm 1, \pm 0.85, \pm 0.707, \pm 0.5$ 和 ± 0.3 ;对于弧矢光束,只对单向的光线计算即可,即 K_s 只取正值。

如果光学系统不满足等晕条件,近轴轴外点就会产生彗差。所以彗差与等晕条件是有关系的。可以把近轴点的弧矢彗差归结为光学系统不满足等晕条件所导致的结果,由于视场很小时主光线与高斯像面的交点高度十分接近理想像高,可以证明这时有

$$K_s' = y'_0 \cdot OSC \quad (7-22)$$

大的彗差,严重影响轴外点的成像质量。因此,任何具有一定大小孔径的光学系统都必须很好地校正彗差。为此,我们有必要了解有彗差的光学系统会对轴外光产生什么样的弥散斑,即彗差导致什么现象。

实际像差与结构参数具有很复杂的关系,因此很难用显函数表示彗差。讨论彗差现象有两种方法,一种是讨论初级彗差的现象,另一种是从折射球面的性质结合光的传播定性讨论彗差的现象。这里我们采用第二种方法。

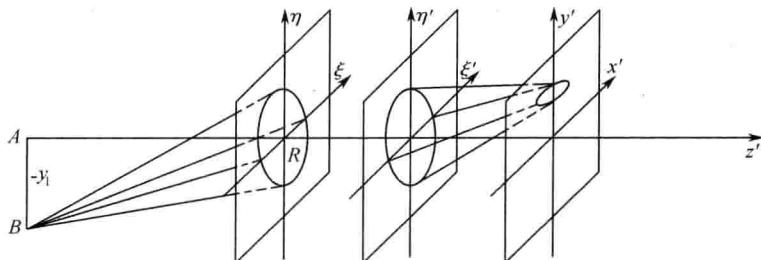


图 7-14

如图 7-14,若假想在入瞳面上只有一中心在光轴上的细圆环透光,那么,由轴外点 B 射出,能进入光学系统的光线构成了以 B 点为顶点的圆锥面光束。此光束经系统后,由于多种像差的影响,不复为对称于主光线的圆锥面光束,也不再会聚于一点,它与高斯像面相截成一封闭曲线,具有复杂的形状,但对称于子午平面。整个人瞳可看成由无数个不同半径的细圆环组成。由 B 点发出过这些细圆环的光束,经系统后各自在高斯像面上截得大小不等、形状不一、并在 y' 轴方向错开的封闭曲线,最后叠加成一个形状复杂的对称于子午平面的弥散斑。所以,当轴外点成像具有各种像差时,其像质是很差的,也难以得到各种像差对成像质量的影响。

因此,讨论任何一种像差现象都必须把这种像差分离出来单独讨论,即认为光学系统仅存在这一种像差。

由前面的讨论可知,当光学系统仅有彗差时,对于由出瞳射出的某一孔径带光线,其上下光线的交点在子午面内,但不在主光线上;前后光线相当于比主光线略高的一对光线,但没有上下光线那么高,它们的交点在辅轴上,但不在主光线上。这个孔径带上其他任何一对光线又相当于比前后光线孔径更大、但比上下光线孔径小的光线,它们的交点应该在前后光线的交点与上下光线的交点之间,但由于它们并不关于子午面对称。所以它们的交点不在子午面内。因此,由出瞳上各个直径方向的对应点射出的各对光线在像空间相交,把这些交点连起来以后将形成一个光环,光环最上方是子午光线的交点,最下方是弧矢光线的交点,其余各点对应其他的交点。孔径越大,像空间的这个光环也就越大,相应的交点离主光线就越远,于是形成了彗星形状的弥散斑。如图 7-15 所示。

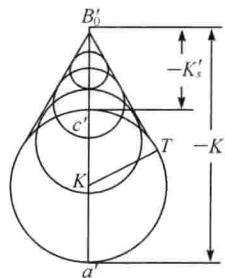


图 7-15

对于单个折射球面,当主光线通过球心时满足等晕条件,不会产生彗差。这说明彗差与孔径光阑的位置有关。因此,如果一个光学系统存在残余球差,仍可找到某一个孔径光阑位置使系统能够校正彗差。

7.6 像散和像面弯曲

像散和像面弯曲是两种互相密切联系的像差。

轴外点发出的光束,其主光线不与光学系统各个表面的对称轴重合,使出射光束失去对称。上面所述的彗差,只是表征光束失对称的一种像差,并且是对宽光束而言的。除此以外,还有一种描述光束失对称的像差。

随着视场的增大,远离光轴的物点,即使在沿主光线周围的细光束范围内,也会明显地表现出失对称性质。与此细光束对应的波面也非旋转对称,而是在不同方向上有不同的曲率。数学上可以证明,一个微小的非轴对称曲面元,其曲率是随方向的变化而渐变的,但存在二条曲率分别为最大和最小的相互垂直的主截线。在光学系统中,这两条主截线正好与子午方向和弧矢方向相对应。这样,使得子午细光束和弧矢细光束,虽因很细而能各自会聚于主光线上,但前者的会聚点 B'_s (子午像点) 和后者的会聚点 B'_t (弧矢像点) 并不重合。子午光束的会聚度大时,子午像点 B'_s 比弧矢像点 B'_t 更靠近系统,反之, B'_s 更靠近系统。描述子午细光束和弧矢细光束会聚点之间位置差异的像差即称为像散 (astigmatism),以 B'_s 与

B' 之间的沿轴距离度量之, 属于细光束像差。

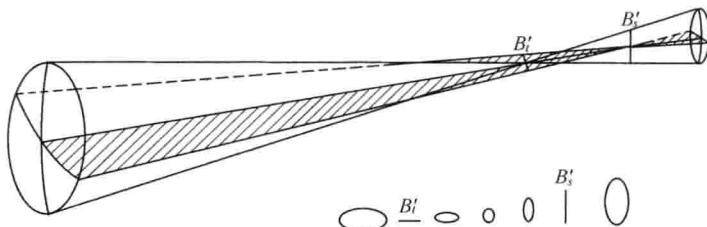


图 7-16

图 7-16 是整个非对称细光束的聚焦情况。设子午光束会聚度大, 即负像散。此时, 在子午像点 B' 处聚焦成一条垂直于子午平面的短线, 称子午焦线 (tangential focal line); 在弧矢像点 B'_s 处聚焦成一条位于子午平面上的铅垂短线, 称弧矢焦线 (sagittal focal line), 且两个焦线互相垂直。在两条短线之间, 光束的截面表现为子午焦线 \rightarrow 长轴与子午面垂直的椭圆 \rightarrow 圆 \rightarrow 长轴在子午面上的椭圆 \rightarrow 弧矢焦线。上述这种能在两个位置聚焦的非对称细光束称为像散光束。请读者画出弧矢焦线在前时的像散光束。

若光学系统对直线成像, 由于像散, 其像的质量将与直线的方向密切相关。图 7-17 是垂轴平面上三种不同方向的直线被子午光束和弧矢光束成像的情况。情况 1 是垂直于子午平面的直线, 情况 2 是位于子午平面上的直线, 情况 3 是既非垂直、又非位于子午平面的倾斜直线, 请读者分析其子午像和弧矢像的成因。

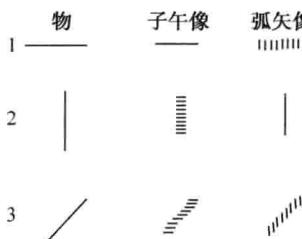


图 7-17

子午像点 B' 和弧矢像点 B'_s 的位置及像散的大小是随视场而异的, 由这些点构成的子午像面和弧矢像面成为二个同时相切于高斯像面中心点的曲面, 这就是像面弯曲, 简称场曲 (field curvature)。场曲以子午像点和弧矢像点相对于高斯像面的轴向偏离 x'_t 和 x'_s 来度量, x'_t 称子午场曲, x'_s 称弧矢场曲。二者之差, 以 Δx 表示, 即 $\Delta x = x'_t - x'_s$, 就是同一视场的像散。像面弯曲和像散的计算方法详见“光线的光路计算”一章。

为表征光学系统的像散和像面弯曲的校正情况, 通常以物方视场角为纵坐标、以场曲为横坐标画出曲线。为此, 需对多个视场计算出像面弯曲值。图 7-18 是一种照相物镜的这种曲线。

必须指出, 像面弯曲不光是由像散引起, 即使像散为零, 像面仍然可以是弯曲的。这是由于第 2 章所述的球面成像的固有特性所致, 这种特性被所谓匹兹凡和所决定, 将在下一章讨论。为得到平的像面, 必须对光学系统同时校正像散和匹兹凡和。

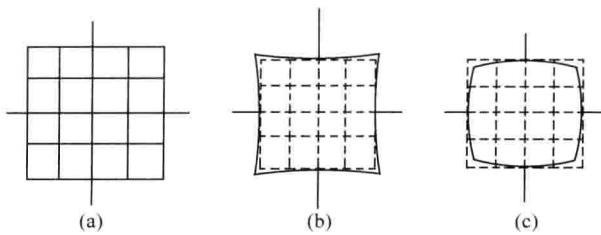


图 7-19

镜、工具显微镜以及航空测量用的摄影物镜等,畸变就成为主要的缺陷了。它直接影响测量精度,必须严格校正。计量仪器中的物镜,畸变要求小于万分之几,但视场较小,矛盾并不突出;而航空测量用物镜视场大达 120 度,畸变要求小到十万分之几,校正就相当困难,导致镜头结构极度复杂。

值得指出,结构完全对称的光学系统以 -1 倍的倍率成像时,畸变能自然消除。这是因为实际放大率 $\bar{\beta}$ 可写成 $\bar{\beta} = \frac{y'_p}{y} = \frac{(L'_p - l') \operatorname{tg} U'_p}{(L_p - l) \operatorname{tg} U_p}$, 不管 U_p 为何值,由于系统的结构对称于孔径光阑, $\bar{\beta}$ 恒等于 -1 而不会产生畸变。

对于单个薄透镜或薄透镜组,当光阑与之重合时,主光线通过主点,沿理想方向射出,与高斯像面的交点接近与理想像高相等,也不产生畸变,如图 7-20(a)所示。以上双胶合物镜例子经计算足以说明这一结论。据此可以推知,当光阑位于透镜之前时, y'_p 小于理想像高 y'_0 ,产生负畸变,如图 7-20(b);反之,当光阑位于透镜之后时产生正畸变,请读者自行作图。这表明了畸变对光阑位置的依赖关系。

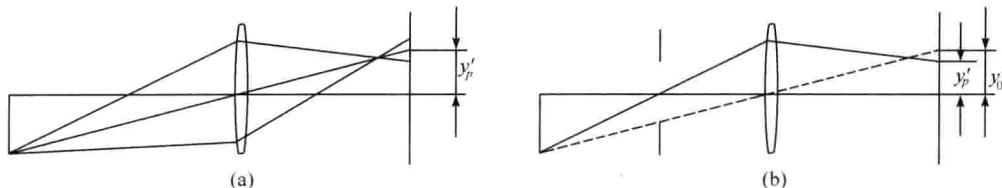


图 7-20

7.8 位置色差

任何光学介质,对透明波段中不同波长的单色光具有不同的折射率,波长短者折射率大。大多数光学系统需要对一定光谱范围内的光成像,如用白光成像的可见光成像系统,还有红外成像系统、紫外成像系统等。当一定光谱范围内的光入射于任何形状的介质分界面时,只要入射角不为零,各种色光将因色散而有不同的传播途径,结果导致各种色光有不同的成像位置和不同的成像倍率。这种成像的色差异称为色差(chromatic aberration)。

色差有两种。其中描述不同色光对轴上物点成像位置差异的色差称为位置色差或轴向色差,因不同色光成像倍率的不同而造成物体的像大小差异的色差称为倍率色差或垂轴

色差。

如图 7-21, 轴上点 A 发出一束近轴白光, 经光学系统后, 其中 F 光交光轴于 A'_F , C 光交光轴于 A'_C 。显然, 这两点是 A 点被蓝光和红光所成的高斯像点。它们相对于光学系统最后一面的距离分别为 l'_F 和 l'_C , 则其差就是近轴光的位置色差 (longitudinal chromatic aberration) $\delta l'_{ch}$, 即

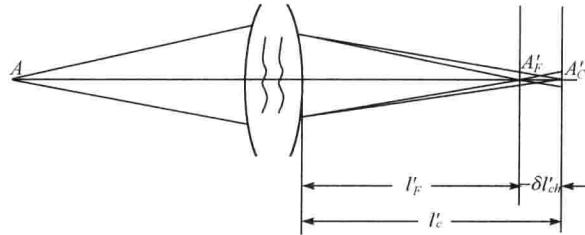


图 7-21

$$\delta l'_{ch} = l'_F - l'_C \quad (7-25)$$

若两色像点重合, $\delta l'_{ch} = 0$, 称光学系统对这两种色光消色差 (achromatism)。通常所谓的消色差系统 (achromatic system), 就是指对二种选定的色光消位置色差的系统。

由于色差, 光轴上一点即使以近轴光成像也不能得到清晰像。图 7-21 中, 若设 A 点仅发出红、蓝二种色光, 则在过 A'_F 的垂轴光屏上将看到蓝色的像点外有红圈; 而在过 A'_C 的屏上, 则是红色的点外有蓝圈。可见, 色差严重影响光学系统的像质, 所有成像用的光学系统都必须校正色差。

位置色差的精确数值, 需对要求校正色差的二种色光进行光路计算, 算出其截距后按 (7-25) 式求得。如前述双胶合望远物镜, 已知其正、负透镜的玻璃分别为 K9 和 ZF2, 它们的折射率为: K9, $n_F = 1.52196, n_C = 1.51389$; ZF2, $n_F = 1.68747, n_C = 1.66662$ 。对这两种色光作光路计算后, 求得 $l'_F = 97.024, l'_C = 97.074$, 则位置色差 $\delta l'_{ch} = -0.050$ 。

必须指出, 上面计算的只是近轴光的色差。若 A 点发出一条与光轴成有限角度的白光, 也将产生色差。这条白光中的 F 光和 C 光经系统后与光轴的交点, 将因各自的球差而不与各自的近轴像点重合, 并且因二色光线的球差值不等, 其位置色差值也与近轴光的 $\delta l'_{ch}$ 不同。光学系统一般只能对光束中的某一带光线校正色差, 通常是对 0.707 带光来校正的。

由于二色光线在同一带上的球差不同, 光学系统对带光校正了位置色差以后, 在其它带上一定会有剩余色差。因此, 需对若干个带, 至少需对边缘光、0.707 带光和近轴光进行计算后才能了解系统的色差校正情况。下表所列是对上述双胶合物镜算得的三个带的色差。

h	L'_F	L'_C	$\delta L'_{ch}$
0	$l'_F = 97.024$	$l'_C = 97.074$	$\delta l'_{ch} = -0.050$
7.07	97.038	97.034	0.004
10	97.098	97.038	0.060

通常把计算得的色差相对于光线的入射角 U 或入射高度 h 画成曲线, 最好是把上面对二种色光的计算结果以球差曲线形式与主色光的球差曲线画在一起, 图 7-22 就是这种曲线。从这种曲线图中, 不仅可清楚地知道色差随孔径变化的情况, 还可了解到球差随色光而

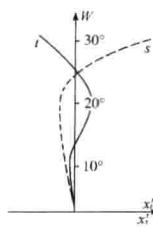


图 7-18

显然,无论是宽光束还是细光束,都存在子午光线的交点和弧矢光线的交点之间有沿轴距离的现象,并且这两个交点通常也不在高斯像面上。所以宽光束和细光束都存在像散和像面弯曲。其实细光束像散和像面弯曲就是后面将要讨论的初级像散和像面弯曲。一般如果不是特别指出的话,通常所说的像散和像面弯曲就是指细光束的。

7.7 畸变

对于理想光学系统,一对共轭平面上的放大率是常数。但对于实际光学系统,只当视场较小时具有这一性质,而当视场较大或很大时,像的放大率就要随视场而异,这样就会使像相对于物体失去相似性。这种使像变形的缺陷称为畸变(distortion)。

设某一视场的实际主光线与高斯像面的交点高度为 y'_p ,当无彗差时,主光线即为成像光束的中心光线,因而 y'_p 表征实际像高。它与理想像高 y'_0 之差称为线畸变,即

$$\delta y' = y'_p - y'_0 \quad (7-23)$$

常用 $\delta y'$ 相对于理想像高的百分比来表示畸变,称相对畸变,即

$$\frac{\delta y'}{y'_0} = \frac{y'_p - y'_0}{y'_0} \times 100\% \quad (7-24)$$

如果将实际放大率 y'_p/y 记为 $\bar{\beta}$,公式(7-24)可以化为

$$\frac{\delta y'}{y'_0} = \frac{\bar{\beta} - \beta}{\beta} \times 100\%$$

式中 β 为理想放大率。可见,实际放大率 $\bar{\beta}$ 与理想放大率 β 之差与 β 之比即为该视场的相对畸变。

对于大视场系统,与其他轴外像差一样,需对若干个视场计算畸变,然后以视场为纵坐标,畸变为横坐标画出畸变曲线。

有畸变或畸变很大的光学系统,若对等间距的同心圆物面成像,将得到非等间距的同心圆。若物面为如图 7-19(a)所示的正方形网格,读者易于分析得出,由正畸变的光学系统所成的像呈枕形,如图 7-19(b),由负畸变光学系统所成的像呈桶形,如图 7-19(c)。图中虚线所示是理想像。

可见,畸变仅由主光线的光路决定,它只引起像的变形,而对像的清晰度并无影响。因此,对于一般的光学系统,只要感觉不出它所成像的变形(相当于 $\delta y'/y'_0 \leq 4\%$),这种像差就无妨碍。但对某些要利用像来测定物体的大小和轮廓的光学系统,如计量仪器中的投影物

变化的情况。显然,当对 0.707 带校正了色差以后,其它带上剩余色差的大小,正好可作为这种球差的色差异的量度。例如上例中,从零孔径到全孔径,色差从 -0.05 变到 0.06,变化了 0.11,它正好等于 F 光和 C 光的球差之差,即

$$\delta L'_{dm} = \delta l'_{dh} = \delta L'_F - \delta L'_C = 0.11$$

故称这种球差的色变化为色球差,称图 7-22 所示的曲线为色球差曲线。

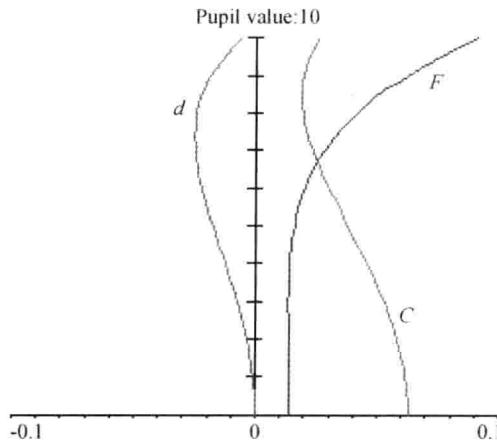


图 7-22

从色球差曲线还可看出,虽然对 F 光和 C 光在 0.707 带校正了色差,但其公共焦点相对于主色光 d 线尚有较大的偏离,约为 0.053。这种二色光的公共焦点相对于主色光的位置差异称为二级光谱。如果要求光学系统具有极好的像质,除了必须很好地校正球差和位置色差外,还需对色球差和二级光谱进行校正,但这是非常困难的,只有当系统有相当复杂的结构才有可能。同时校正位置色差和二级光谱即是对三种色光消色差,这种系统称为复消色差系统,详见下一章二级光谱一节。

7.9 倍率色差

校正了位置色差的光学系统,只能使两种色光的像点或像面重合在一起,但两种色光的焦距并不一定就此相等,使这两种色光可能具有不同的放大率,使同一物体的像大小不等,因而仍可能存在倍率色差 (lateral chromatic aberration)。

光学系统的倍率色差,用两种色光的主光线与高斯像面的交点高度之差来度量,以符号 $\delta y'_{dh}$ 表示,若对 F 光和 C 光考虑色差,有

$$\delta y'_{dh} = y'_F - y'_C \quad (7-26)$$

倍率色差的存在,使物体像的边缘呈现颜色,影响像的清晰度。所以,具有一定大小视场的光学系统,必须校正倍率色差。

为计算倍率色差值,需对要校正色差的两种色光计算主光线的光路,然后求出它们与高斯像面的交点高度 y'_F 和 y'_C ,再按公式(7-26)求得。例如对前述双胶合望远物镜的 -3° 视场时的 F 光和 C 光的主光线作光路计算后得到:

$$y'_p = 5.23449, y'_c = 5.23513, \delta y'_{ch} = -0.00064$$

可见该物镜的倍率色差很小或几近为零。这是因为该物镜的位置色差已经校正，倍率色差也随之校正之故。另外，倍率色差显然与光阑位置有关，因光阑与物镜重合，倍率色差也不会产生。例如，单个薄透镜不可能校正位置色差，当光阑与之重合时倍率色差为零；而当光阑位置移动时，倍率色差就要随之变化。当光阑位于透镜之前时，如图 7-23 所示，因 $n_F > n_C$ ，F 光比 C 光偏折角度更大， $y'_F < y'_C$ ，故产生负的倍率色差；反之，如光阑位于透镜之后，则产生正的倍率色差。

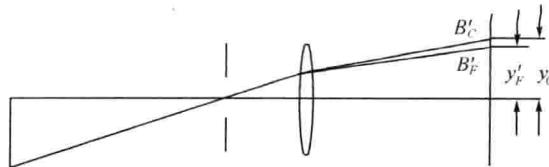


图 7-23

7.10 应用举例

干涉测量是采用波面干涉的方法对光学元件或系统进行检验的装置。泰曼^①干涉仪是一种典型的干涉测量系统，利用它可以检测光学元件的面形，或对光学系统的综合质量进行检验。图 7-24 是利用泰曼干涉仪产生的等厚干涉条纹测量光学表面面形的原理图，经准直的平行激光束入射于偏振分光棱镜分为参考光路和测量光路，在测量光路中安放聚焦镜 L_1 ，其焦点位于被测球面的球心，由标准面 M_1 反射回的参考光和由被测面 M_2 反射回的测量光再次通过分光棱镜后通过透镜组 L_2 得到干涉条纹。为了能够测量不同相对孔径（对于一个面，相对孔径为 h/r ）的球面，聚焦镜由一个消球差透镜组和一组齐明透镜组成，根据被测球面的相对孔径决定加几个齐明透镜。

设测量光路中的双胶合透镜对波长为 0.6238μ 的激光消球差，其 $l'_F = 97.0291\text{mm}$ ，如采用 ZK9 作为齐明透镜的材料，该种材料在 0.6328μ 处的折射率 $n = 1.61824$ ，双胶合透镜最后一面到第一个齐明透镜前表面的中心距离为 5mm ，根据公式(7-9)即

$$L = \frac{n+n'}{n} r, L' = \frac{n+n'}{n'} r$$

有 $L = 97.0291 - 5 = 92.0291$ ，于是 $r_1 = 35.1492$ ， $L' = 56.8698$ 。如果该齐明透镜的厚度为 2.5mm ，第二面是同心面，其半径为 $r_2 = 54.3698$ 。

设前一个齐明透镜第二面到后一个齐明透镜第一面的中心间隔为 1mm ，可得第二个齐明透镜的 L ，采用上述同样的方法可以设计第二、第三及第四个齐明透镜，请读者自行设计，设计中需要确定适当的中心厚度使边缘厚度满足工艺要求，每一片齐明透镜的厚度可不相同。这样设计出的聚光透镜组，可满足较大的测量范围要求。图 7-25 和图 7-26 是加二片

^① 泰曼(Frank Twyman 1876—1959)，英国光学家。

和四片齐明透镜时的聚光透镜组和聚光光路。

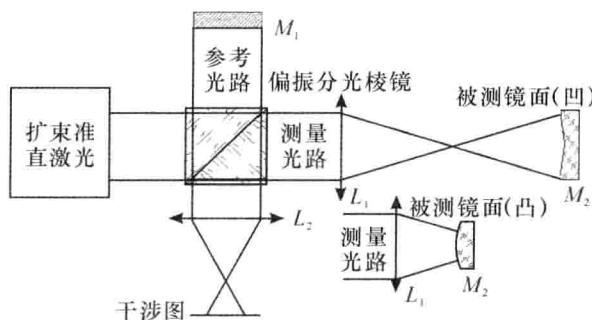


图 7-24

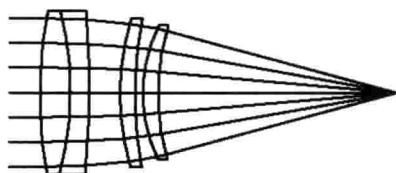


图 7-25

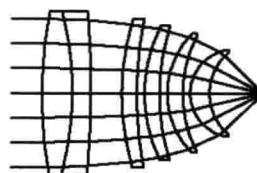


图 7-26

习 题

1. 一个光学系统, 知其只包含初级和二级球差, 更高级的球差可忽略不计。已知该系统的边光球差 $\delta L_m' = 0.0.707$ 带光球差 $\delta L_z' = -0.015$, 要求

- 1) 表示出此系统的球差随相对高度 h/h_m 的展开式, 并计算 0.5 和 0.85 带光线的球差;
- 2) 边缘光的初级球差和高级球差;
- 3) 最大的剩余球差出现在哪一高度带上? 数值是多少?

2. 如果第一题中的光学系统, 允许带光球差可增大一倍, 问 1) 若保持焦距不变, 相对孔径可增大到多少? 2) 若保持相对孔径不变, 焦距可增大到多少?

3. 已知会聚折射球面的一对齐明点相距 30mm, 球面二边介质的折射率分别为 $n=1.5$ 以及 $n'=1$, 求此折射球面的曲率半径及齐明点的位置和放大率。如将其组成一个无球差的透镜, 厚度为 5mm, 写出此透镜的结构参数。如将此透镜用于一个系统的像方会聚光束中, 其光束孔径角 $u'=0.25$, 问经此透镜后, 光束的孔径角将为何值?

4. 一个半径 $r=-50\text{mm}$ 的折射球面, 物方介质为玻璃, 像方介质为空气, 有一束自轴外点发出的平行光束入射于该球面, 试以光轴以下的物方视场为判定性判断光阑位置分别为 $l_p=-70\text{mm}, -50\text{mm}, -30\text{mm}$ 时, 彗差、畸变和倍率色差的正负。

5. 将上题的折射球面作为一个透镜的第二面, 透镜的厚度为 4mm, 且对入射的斜平行光束, 其子午彗差、畸变和倍率色差均不产生, 求第一面的半径和光阑的位置。

第8章

初级像差及其特征

当光学系统孔径很小时,可认为仅存在初级球差;当光学系统以近轴光成像时,仍会产生位置色差,这就是初级位置色差。本章将了解初级像差和孔径、视场的关系,以及一些简单光学结构如平行平板、薄透镜和薄系统的初级像差特征,并利用初级像差理论研究某些像差的校正方法,通过对初级像差的分析,在设计时可以及时发现是什么像差起主要作用,是否可以通过改变结构型式来加以控制。

本章知识要点

1. 初级像差与孔径、视场的关系,五个赛得和数和两个色差和数,整体缩放对像差的影响
2. 薄透镜与简单薄透镜系统的球差特征、最小球差形状
3. 平行平板的球差和位置色差
4. 匹兹凡面弯曲及其校正方法
5. 薄透镜与简单薄透镜系统的位置色差、倍率色差特征及校正
6. 二级光谱及消像差谱线的选择

8.1 初级像差及其与孔径、视场的关系

上一章中的实际像差均需通过严格的光路计算得出,我们知道球差可以表示为孔径的级数关系,其他的像差也可以用级数展开表示,表示时孔径和视场都是归一化的,即最大孔径和最大视场都认为是1,其他孔径和视场均 <1 。因此当孔径或视场较小时,初级像差接近实际像差。由于初级像差公式较简单,可与系统结构参数相联系,设计人员在设计之初常利用初级像差理论指导结构的选择,并在设计中利用初级像差引导设计方向。

先考虑球差。对于整个系统中的每一面写出公式(7-6)并相加可得

$$n'_k u'_k \sin U'_k \delta L'_k - n_1 u_1 \sin U_1 \delta L_1 = -0.5 \sum S_-$$

或

$$\delta L'_k = \frac{n_1 u_1 \sin U_1}{n'_k u'_k \sin U'_k} \delta L_1 - \frac{1}{2n'_k u'_k \sin U'_k} \sum S_- \quad (8-1)$$

当物方无球差,即为实物点时, $\delta L_1 = 0$,上式成为

$$\delta L'_k = -\frac{1}{2n'_k u'_k \sin U'_k} \sum S_- \quad (8-2)$$

这些公式称 **Kerber** 球差分布公式。其中各面产生的 S_i 即为该面的球差分布值, 表征该面对系统球差贡献的大小。

在球差展开式(7-3)中略去高次项可得初级球差。在孔径较小时, 初级球差接近实际球差; 孔径较大时, 初级球差与实际球差的差异即为高级球差。因此, 对初级球差的讨论有实用意义。可用初级球差来表示实际球差的孔径范围称为赛得^①区(**Seidel region**)。在实际球差公式(8-1)中, 以弧度代替正弦, 以 1 替代余弦, 并以近轴量 l 替代 L , 可得初级球差表示式

$$\delta L'_0 = \frac{n_1 u_1^2}{n' k u' k^2} \delta L_0 - \frac{1}{2 n' k u' k^2} \sum S_i \quad (8-3)$$

$$S_i = l \sin(i - i') (i' - u) \quad (8-4)$$

当入射光束发自实物点时, $\delta L'_0 = 0$, 式(8-3)右边仅余一项。可见, S_i 表征光学系统各面对初级球差的贡献, 称初级球差分布系数。 $\sum S_i$ 称初级球差系数, 也称第一赛得和数。公式表明, S_i 与孔径的四次方成正比, 初级球差与孔径的平方成正比, 相当于球差展开式中的第一项。只需计算一条自轴上物点发出的通过入瞳边缘点的“近轴”光线, 即第一近轴光线的光路, 即可求得初级球差。

由初级球差公式还可知道, 当保持相对孔径或数值孔径不变而整体缩放光学系统时, 由于只改变 h 或 l 而不会引起角度的变化, 故球差也将成线性变化。这一结论对实际球差、高级球差和其他像差也都是正确的。

由上节的讨论可知, 轴外点成像时会产生各种像差。任取一条由轴外点发出的空间光线, 用相对于理想光路的差别来描述其像差的一般表示式, 可对这些像差进行完整的分析。

如图 8-1, 轴外点空间光线 BD 由物面坐标 x_1, y_1 和瞳面坐标 ξ_1, η_1 所决定。由于物面对称于光轴, 总可将物点取在子午平面 oyz 上, 即 $x_1 = 0$, 因此空间光线的位置仅被三个坐

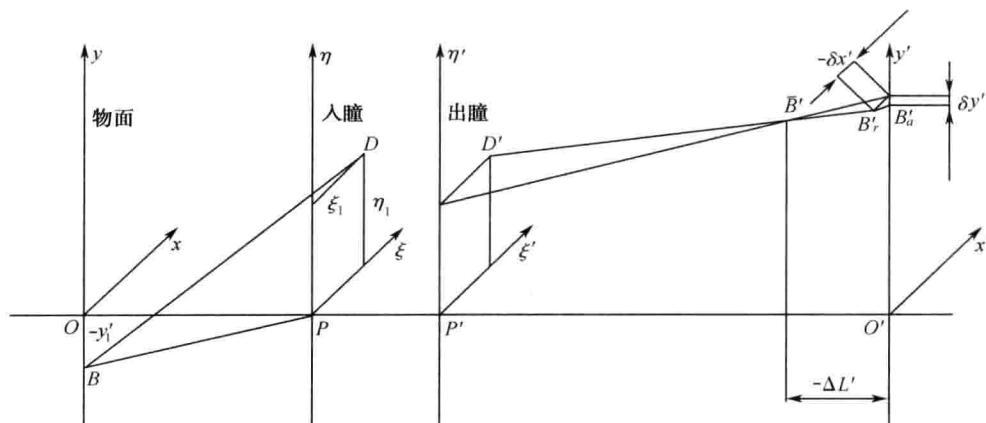


图 8-1

标所决定。此光线经系统后, 过出瞳面上的 D' 点。由于像差的存在, 在像空间与光线 BD 共

^① 赛得尔(Philipp Ludwig von Seidel 1821—1896), 德国数学家、光学家, 1856 年提出初级像差的计算公式。

轭的光线与子午平面的交点 \bar{B}' 不在高斯像面上, 与高斯像面的交点 B'_{\top} 也不与高斯像点 B' 重合。定义像方的空间光线与子午平面的交点 \bar{B}' 到高斯像面的距离为该空间光线的轴向像差, 以 $\Delta L'$ 表示; 像方空间光线与高斯像面的交点 B'_{\top} 到高斯像点 B' 的距离为该空间光线的横向像差或垂轴像差。垂轴像差常以它在子午方向和弧矢方向上的分量来度量, 分别以 $\delta y'$ 和 $\delta x'$ 表示, 称为垂轴像差的子午分量和弧矢分量。

显然, 对于被不同的三个坐标确定的空间光线, 以上各种像差分量也将相应改变。所以, 当物面和入瞳面的位置一定时, 空间光线的轴向像差 $\Delta L'$ 和垂轴像差的分量 $\delta y'$ 和 $\delta x'$ 一定是 ξ 、 η 和 y 的函数。如果仅限于初级的空间光线像差, 经推导可以得出垂轴像差的两个分量, 分别是

$$n'u'\delta y' = -[\eta(\xi^2 + \eta^2)AS_1 - (\xi^2 + 3\eta^2)yBS_{\parallel} + \eta y^2 C(3S_{\perp\perp} + S_V) - y^3 DS_V] \quad (8-5)$$

$$n'u'\delta x' = -[(\xi^2 + \eta^2)\xi AS_1 - 2\eta\xi yBS_{\parallel} + \xi y^2 C(S_{\perp\perp} + S_V)] \quad (8-6)$$

式中

$$S_V = (S_{\perp\perp} + S_V)(i_p/i) \quad (8-7)$$

且 A 、 B 、 C 、 D 当物面位置、瞳面位置、视场、孔径一定时为常数, 它们分别为

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \frac{1}{h^3} \frac{l^3}{(l-l_p)^3} \\ B &= \frac{1}{2} \frac{1}{h^2 h_p} \frac{l^2 l_p}{(l-l_p)^3} = A \left(\frac{h}{h_p} \frac{l_p}{l} \right) \\ C &= \frac{1}{2} \frac{1}{h h_p^2} \frac{l l_p^2}{(l-l_p)^3} = A \left(\frac{h}{h_p} \frac{l_p}{l} \right)^2 \\ D &= \frac{1}{2} \frac{1}{h_p^3} \frac{l_p^3}{(l-l_p)^3} = A \left(\frac{h}{h_p} \frac{l_p}{l} \right)^3 \end{aligned}$$

如果物方已有像差, 则应有

$$n'u'\delta y' - nu\delta y = [\eta(\xi^2 + \eta^2)AS_1 - (\xi^2 + 3\eta^2)yBS_{\parallel} + \eta y^2 C(3S_{\perp\perp} + S_V) - y^3 DS_V] \quad (8-8)$$

$$n'u'\delta x' - nu\delta x = -[(\xi^2 + \eta^2)\xi AS_1 - 2\eta\xi yBS_{\parallel} + \xi y^2 C(S_{\perp\perp} + S_V)] \quad (8-9)$$

以上所得, 就是任意一条空间光线经单个折射球面时的轴向和垂轴像差表示式。对于整个系统, 可将它们分别应用于每一面, 然后求和得出其相应的表示式。读者容易证明, 以上公式中, 所有在 S_1 、 S_{\parallel} 、 \dots 、 S_V 之前, 由参数 ξ 、 η 和 y 以及 A 、 B 、 C 、 D 构成的系数对每一面来说都是不变量, 所以在对各面的像差表示式求和时, 可把它们作为公因子提出, 得到整个系统的空间光线初级像差(**primary aberration**)的一般式如下:

$$\begin{aligned} n'_k u'_k \delta y' - n_1 u_1 \delta y_1 &= -\eta_1 (\xi_1^2 + \eta_1^2) A_1 \sum S_1 + (\xi_1^2 + 3\eta_1^2) y_1 B_1 \sum S_{\parallel} \\ &\quad - \eta_1 y_1^2 C_1 (3 \sum S_{\perp\perp} + \sum S_V) + y_1^3 D_1 \sum S_V \end{aligned} \quad (8-10)$$

$$\begin{aligned} n'_k u'_k \delta x' - n_1 u_1 \delta x_1 &= -[(\xi_1^2 + \eta_1^2)\xi_1 A_1 \sum S_1 - 2\eta_1 \xi_1 y_1 B_1 \sum S_{\parallel} \\ &\quad + \xi_1 y_1^2 C_1 (\sum S_{\perp\perp} + \sum S_V)] \end{aligned} \quad (8-11)$$

式中系数

$$A = \frac{1}{2} \frac{1}{h_1^3} \frac{l_1^3}{(l_1 - l_{p1})^3}$$

其余 B_1 、 C_1 、 D_1 类推。 $\sum S_1$ 、 $\sum S_{\parallel}$ 、 $\sum S_{\perp\perp}$ 、 $\sum S_V$ 和 $\sum S_{\perp\perp}$ 分别称为第一、第二、第三、第

四和第五赛得和数(Seidel coefficient of aberrations),它们分别表征光学系统的初级球差、初级彗差、初级像散、匹兹凡面弯曲和初级畸变。其表示式如下:

$$\begin{aligned}\sum S_1 &= \sum l u n i (i - i') (i' - u) \\ \sum S_{\text{II}} &= \sum S_1 \frac{i_p}{i} \\ \sum S_{\text{III}} &= \sum S_{\text{II}} \frac{i_p}{i} = \sum S_1 \left(\frac{i_p}{i} \right)^2 \\ \sum S_{\text{IV}} &= J^2 \sum \frac{n' - n}{n' n r} \\ \sum S_{\text{V}} &= \sum (S_{\text{III}} + S_{\text{IV}}) \frac{i_p}{i}\end{aligned}\quad (8-12)$$

上面所得的空间光线的初级像差表示式具有普遍意义,适用于物面上任一点发出的任一条光线。可以证明,对于轴上点边缘光线,按照 $y_1 = 0, \eta_1 = a$ (入瞳半径) 和 $\xi_1 = 0$ 导出的 $\delta y'$ 即为垂轴球差公式。这里,利用了二条近轴光线之间的如下关系(图 8-2):

$$\frac{a}{h_1} = \frac{l_1 - l_{p1}}{l_1} \quad (8-13)$$

$$\frac{y_1}{h_{p1}} = \frac{l_1 - l_{p1}}{-l_{p1}} \quad (8-14)$$

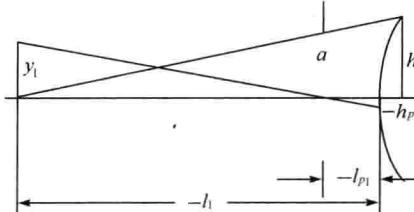


图 8-2

根据空间光线的初级像差表示式,可以分别得出各种轴外像差的初级量。

1. 初级子午彗差 在子午彗差的算式中,任一条子午光线与高斯像面的交点高度可表示为理想像高 y'_o 与 $\delta y'$ 之和,将其代入公式(7-20)可得

$$K_{t'} = \frac{1}{2} (\delta y'_{a'} + \delta y'_{b'}) - \delta y'_{p'} \quad (a)$$

主光线的初值为: $y_1, \eta_1 = \xi_1 = 0$; 上边缘光线的初值为: $y_1, \eta_1 = a, \xi_1 = 0$; 下边缘光线的初值为: $y_1, \eta_1 = -a, \xi_1 = 0$ 。分别将这些初值代入式(8-10),求出 $\delta y'_{p'}$, $\delta y'_{a'}$ 和 $\delta y'_{b'}$,再代入式(a),再利用式(8-13)和式(8-14),得初级子午彗差为

$$K_{t'} = -\frac{3}{2n'u'} \sum S_{\text{II}} \quad (8-15)$$

2. 初级弧矢彗差 由于全孔径弧矢光线的初值为 $y_1, \eta_1 = 0, \xi_1 = a$,用与推导(8-15)式同样的方法,读者易于得出

$$K_{s0} = -\frac{1}{2n'u'} \sum S_{\text{II}} \quad (8-16)$$

可见,第二赛得和数 $\sum S_{\text{II}}$ 表征光学系统的初级彗差,故又称之为初级彗差系数。

3. 初级像散和像面弯曲 对于细光束, 因 η_1 和 ξ_1 为无限小, 考虑像面上垂轴像差与沿轴像差的关系, 细光束像面弯曲 x'_t 、 x'_s 和像散 $\Delta x'$ 可以写成:

$$x'_{\perp} = -\frac{1}{2n'u'^2} (3 \sum S_{\text{III}} + \sum S_{\text{IV}}) \quad (8-17)$$

$$x'_{\parallel} = -\frac{1}{2n'u'^2} (\sum S_{\text{III}} + \sum S_{\text{IV}}) \quad (8-18)$$

$$\Delta x' = -\frac{1}{n'u'^2} \sum S_{\text{III}} \quad (8-19)$$

式中第三和第四项得和数按公式(8-12)计算。

由上列公式可知, $\sum S_{\text{III}}$ 和 $\sum S_{\text{IV}}$ 有相同的因次, 均与孔径的平方和视场的平方成正比, 因此, 初级像散的场曲也有相同的因次, 仅与视场的平方成比例。还可知道, 场曲同时受 $\sum S_{\text{III}}$ 和 $\sum S_{\text{IV}}$ 的影响, 当存在 $\sum S_{\text{III}}$ 而 $\sum S_{\text{IV}} = 0$ 时, 弯曲的子午像面和弧矢像面因像散随视场的增大而分开, 在中心同时相切于高斯像面。当 $\sum S_{\text{III}} = 0$ 而 $\sum S_{\text{IV}} \neq 0$ 时, 子午像面与弧矢像面重合, 得到消像散的清晰像, 但像面仍是弯曲的。弯曲的程度由 $\sum S_{\text{IV}}$ 决定, 以 x'_{p} 表示, 有

$$x'_{\text{p}} = -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{\text{IV}} \quad (8-20)$$

由 $\sum S_{\text{IV}}$ 决定的曲面称为匹兹凡面^①(Petzval surface), 它是消像散时的真实像面所在。 $\sum S_{\text{IV}}$ 又称为匹兹凡和(Petzval sum)。

所以光学系统只有满足 $\sum S_{\text{III}} = 0$ 和 $\sum S_{\text{IV}} = 0$ 时, 才能获得平的消像散的清晰像面。不过要同时满足二条件并非易事。对于某些光学系统, 受其结构的限制, $\sum S_{\text{IV}}$ 是一难以任意改变的定值。此时, 为减小像面弯曲, 常使光学系统具有与 $\sum S_{\text{IV}}$ 异号的 $\sum S_{\text{III}}$ 值。一般地说, 后者是比较容易控制的。

在 $\sum S_{\text{III}} \neq 0$ 时, 子午像面、弧矢像面与匹兹凡面各不重合。当以匹兹凡面作参考面时有

$$\left. \begin{aligned} x'_{\text{tp}} &= -\frac{3}{2n'u'^2} \sum S_{\text{III}} \\ x'_{\text{sp}} &= -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{\text{III}} \end{aligned} \right\} \quad (8-21)$$

所以, $x'_{\text{tp}} = 3x'_{\text{sp}}$, 即子午像面至匹兹凡面的距离为弧矢像面至匹兹凡面距离的三倍, 且二者总在匹兹凡面的一边, 如图 8-3 所示。(a) 是 $\sum S_{\text{III}}$ 与 $\sum S_{\text{IV}}$ 同号的情况下, (b) 是二者异号的情况下。可见, 在相同 $\sum S_{\text{IV}}$ 的情况下, 后者的像面要平得多。

4. 初级畸变, 只要把主光线的初值 y_1 和 $\eta_1 = \xi_1 = 0$ 代入公式(8-10)即可求得, 当考虑公

^① 匹兹凡 (Józseph Petzval 1807—1891), 匈牙利(出生地现为斯洛伐克)数学家、光学家, 设计了匹兹凡摄影物镜。

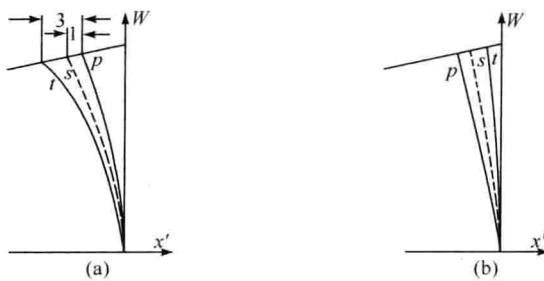


图 8-3

式(8-14)时,可简写为

$$\left. \begin{aligned} \delta y'_{p0} &= -\frac{1}{2n'u} \sum S_V \\ \sum S_V &= \sum (S_{\text{III}} + S_{\text{IV}}) \frac{i_p}{i} \end{aligned} \right\} \quad (8-22)$$

可见初级畸变仅与视场的三次方成比例。

5. 初级位置色差

与轴上点球差一样,位置色差也可表示成级数展开式。当 h 或 u 变号时,色差不变,故展开式中只包含 h 或 u 的偶次方项;又当 $h=0$ 或 $u=0$ 时,色差不为零,故存在常数项。据此有

$$\left. \begin{aligned} \delta L'_{ch} &= a_0 + a_1 h^2 + a_2 h^4 + a_3 h^6 + \dots \\ \delta L'_{ch} &= b_0 + b_1 u^2 + b_2 u^4 + b_3 u^6 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (8-23)$$

当孔径为零时,色差值为常数项,而近轴光的计算结果不依赖于孔径大小,所以孔径为零时的位置色差就是近轴光的位置色差,可将其归结为初级位置色差。

单个折射球面对轴上点以近轴光成像时,像的位置由式(2-11)决定。显然,二色光线的成像位置会因折射率的不同而异。由于光学介质的色散即 $n_F - n_C$ 与折射率相比是一小量(小二、三个量级),故二色光因色散而引起的光路差异也是一小量。这样,只要对式(2-11)进行微分就可得到初级位置色差的表达式,即

$$\frac{dn'}{l'} - \frac{n' dl'}{l'^2} - \frac{dn}{l} + \frac{n dl}{n} = \frac{dn' - dn}{r}$$

式中 dn' 和 dn 分别是像方和物方介质的色散,如对 F 光和 C 光计算色差,为 $dn = n_F - n_C$,同理可得 dn' ; n' 和 n 为中间色光(d 光)的折射率, dl' 和 dl 即为初级位置色差。将 dl' 和 dl 用 $\delta l'_{ch}$ 和 δl_{ch} 表示,留在公式左边,其余各项移到右边,并将两边各乘以 h^2 ,再应用简单表达式即 $l' u' = l u = h$ 和 $i = h/r - u$,可得

$$n' u'^2 \delta l'_{ch} - n u^2 \delta l_{ch} = -l u n i \left(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n} \right)$$

这就是单个折射球面的初级位置色差公式。对于整个光学系统,可对每一面应用此式求和,中间项可一一消去,最后可得

$$n'_k u'^2 \delta l'_{ch,k} - n_1 u_1^2 \delta l_{ch,1} = - \sum l u n i \left(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n} \right) \quad (8-24)$$

或

$$\left. \begin{aligned} \delta l'_{ch,k} &= \frac{n_1 u_1^2}{n' k u' k^2} \delta l_{ch,1} - \frac{1}{n' k u' k^2} \sum C_1 \\ C_1 &= luni(\frac{dn'}{n'} - \frac{dn}{n}) \end{aligned} \right\} \quad (8-25)$$

这就是所要推导的初级位置色差公式。式中, C_1 表征在每一折射面上的色差分布, 而各面分布值之和 $\sum C_1$ 称为初级位置色差系数或第一色差和数。

如果光学系统对实际物点成像, 物方色差为零, 则有

$$\delta l'_{ch,k} = -\frac{1}{n' k u' k^2} \sum C_1 \quad (8-26)$$

6. 初级倍率色差, 倍率色差是光学系统的放大率随折射面间介质的折射率变化而引起的, 因此其近似表达式定可由微分折射面的放大率公式而得到。单个折射球面的放大率公式为

$$\frac{y'}{y} = \beta = \frac{n l'}{n' l}$$

先对上式取对数, 然后微分得

$$\frac{dy'}{y'} - \frac{dy}{y} = \frac{dn}{n} + \frac{dl'}{l'} - \frac{dn'}{n'} - \frac{dl}{l}$$

上式中的 dy' 和 dl' 是由于折射率变化 dn' 所引起像的大小和位置的差异, 具有与倍率色差和位置色差相同的意义。再将上式两边同乘以拉氏不变量 $J = n' y' u' = nyu$ 得

$$n' u' \delta y'_{ch} - nu \delta y_{ch} = \frac{n' y' u'^2 \delta l'_{ch}}{h} - \frac{nyu^2 \delta l_{ch}}{h} - J \left(\frac{dn'}{n'} - \frac{dn}{n} \right) \quad (a)$$

式中的 y'/h 和 y/h 可表示为

$$\frac{y'}{h} = \frac{(l' - l') u' p}{h} = \frac{h_p}{h} - \frac{u' p}{u}, \quad \frac{y}{h} = \frac{h_p}{h} - \frac{u_p}{u} \quad (8-27)$$

其中 h_p/h 可利用拉氏不变量作代换, 有

$$J = n(l_p - l) u_p u = nh h_p \left[\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l_p} \right) - \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right) \right] = nh i_p - nh_p i$$

所以

$$\frac{h_p}{h} = \frac{i_p}{i} - \frac{J}{hni} \quad (8-28)$$

将(8-28)代入(8-27), 整理后再将其中的初级位置色差部分以(8-24)式代入, 并将式中的 $\delta y'_{ch}$ 和 δy_{ch} 加上星号, 得

$$n' u' \delta y'_{ch}^* - nu \delta y_{ch}^* = -luni_p \left(\frac{dn'}{n'} - \frac{dn}{n} \right) - (n' u' u'_p \delta l'_{ch} - nu u_p \delta l_{ch}) \quad (b)$$

上式中的 $\delta y'_{ch}$ 和 δy_{ch} 加上星号的原因是它们虽有二色光像高差的含义, 但它们是在各自的像面上度量的。这与倍率色差的定义不符, 也与使用统一像面的实际不符。同时, 上式中的像高差由于受包括位置色差在内的二项因子的影响, 也难以明确表示倍率色差。现在的任务是要找出 $\delta y'_{ch}^*$ 和 δy_{ch}^* 与按原始定义的倍率色差 $\delta y'_{ch}$ 和 δy_{ch} 之间的关系。

图 8-4 表示出了像方二种色光在各自像面上和在高斯像面上的像高 y'_F^* , y'_C^* 和 y'_F , y'_C , 它们都是由二色主光线与相应像面的交点高度所决定的。由图显见有

$$y'_F^* = y'_F + \Delta y'_F = y'_F - \Delta l'_F \cdot u'_{pF}$$

$$y'_c^* = y'_c + \Delta y'_c = y'_c - \Delta l'_c \cdot u'_{pc}$$

因主光线随折射率变化所引起的光路差别是一小量, 上二式中的角度 u'_{pf} 和 u'_{pc} 可用中间色光的 u'_p 来代替, 则上二式相减所得的关系式代入公式(b), 并考虑到物方的类似关系, 可最后得到

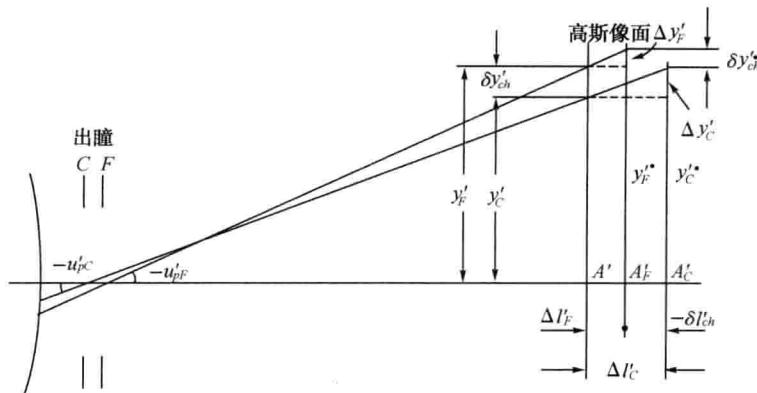


图 8-4

$$n'u'\delta y'_{ch} - nu\delta y_{ch} = -luni_p \left(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n} \right) \quad (8-29)$$

这就是单个折射球面的初级倍率色差表示式。令等号右边的表示式用 C_{II} 表示, 即

$$C_{II} = luni_p \left(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n} \right) = C_I \frac{i_p}{i} \quad (8-30)$$

它表征折射球面对倍率色差的贡献大小。可见, 单个折射球面的倍率色差 C_{II} 由位置色差 C_I 所引起, 当主光线通过球心, 即 $i_p=0$ 时, 虽有位置色差, 也不会引起倍率色差。

对于整个光学系统, 可把单个球面的公式应用于每一面, 然后求和。由于 $nu\delta y_{ch}$ 是转面不变量, 故可得到如下简单表式:

$$n'u'\delta y'_{ch,k} - n_1u_1\delta y_{ch,1} = \sum C_{II} \quad (8-31)$$

$\sum C_{II}$ 称为初级倍率色差系数或第二色差和数。各面的初级倍率色差分布值按(9-12)式计算。如果系统对实际物体成像, 则有

$$\delta y'_{ch} = -\frac{1}{n'ku'_k} \sum C_{II} \quad (8-32)$$

由以上公式可见, 初级倍率色差仅与视场的一次方成比例, 这表示光学系统在视场不大的时候, 就会受到倍率色差的有害影响。

由上可知, 光学系统的七种初级像差, 分别被七个和数所决定。将它们的计算公式汇总如下:

单色像差:

$$\text{球差 } \delta L'_0 = -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_I, \quad S_I = lun(i-i')(i'-u)$$

$$\text{弧矢彗差 } K_{S0} = -\frac{1}{2n'u'} \sum S_{II}, \quad S_{II} = S_I \frac{i_p}{i}$$

$$\begin{aligned}
 \text{像散} \quad x'_{sp} &= -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{III}, \quad S_{III} = S_{II} \frac{i_p}{i} \\
 \text{像面弯曲} \quad x'_{p} &= -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{IV}, \quad S_{IV} = J^2 \frac{n'-n}{n'n} \\
 \text{畸变} \quad \delta y'_{p} &= -\frac{1}{2n'u'} \sum S_V, \quad S_V = (S_{III} + S_{IV}) \frac{i_p}{i}
 \end{aligned} \tag{8-33}$$

色差:

$$\begin{aligned}
 \text{位置色差} \quad \delta l'_{ch} &= -\frac{1}{n'u'^2} \sum C_I, \quad C_I = luni \left(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n} \right) \\
 \text{倍率色差} \quad \delta y'_{ch} &= -\frac{1}{n'u'} \sum C_{II}, \quad C_{II} = C_I \frac{i_p}{i}
 \end{aligned}$$

8.2 薄透镜与薄系统的初级球差和初级彗差

光学系统无论视场大小,都有必要考虑球差。在设计之初总希望找到一种球差较小的结构。对于薄透镜来说,可以通过用结构参数表示球差,了解其球差特征。

对于单薄透镜,当光焦度 ϕ 一定时,二个面的曲率中仅一个为自由变数,且 l_1 和 l'_2 也有一定的关系。若以 ρ_1 、 ρ_2 、 σ_1 和 σ'_2 分别表示 r_1 、 r_2 、 l_1 和 l'_2 的倒数,则可将单个薄透镜的初级球差最终表示成结构参数的函数,即

$$\delta L'_0 = -\frac{1}{2n'u'^2} h^4 A \tag{8-34}$$

其中

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{n+2}{n} \phi \rho_1^2 - \left(\frac{2n+1}{n-1} \phi^2 + \frac{4n+4}{n} \phi \sigma_1 \right) \rho_1 + \frac{3n+1}{n-1} \phi^2 \sigma_1 \\
 & + \frac{3n+2}{n} \phi \sigma_1^2 + \frac{n^2}{(n-1)^2} \phi^3
 \end{aligned} \tag{8-35a}$$

或

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{n+2}{n} \phi \rho_2^2 + \left(\frac{2n+1}{n-1} \phi^2 - \frac{4n+4}{n} \phi \sigma_2' \right) \rho_2 - \frac{3n+1}{n-1} \phi^2 \sigma_2' \\
 & + \frac{3n+2}{n} \phi \sigma_2'^2 + \frac{n^2}{(n-1)^2} \phi^3
 \end{aligned} \tag{8-35b}$$

由以上公式可见,薄透镜的初级球差除与物体位置、透镜的折射率有关外,还与透镜的形状有关。对于给定折射率和物体位置的透镜,如保持光焦度不变而改变其形状,其初级球差按抛物线变化。这种保持光焦度不变而改变透镜形状的做法称整体弯曲。

将(8-35a)代入(8-34)式并求 $\delta L'_0$ 对 ρ_1 的一阶导数和二阶导数可知,当

$$\rho_{10} = \frac{(2n+1)n}{2(n+2)(n-1)} \phi + \frac{2(n+1)}{n+2} \sigma_1 \tag{8-36}$$

时,球差为极值。

球差具极值时的透镜称最佳形状透镜。由式(8-36)可导出,当物体位于无穷远时,有

$$\rho_{10} = \frac{(2n+1)n}{2(n+2)(n-1)} \phi \tag{8-37}$$

$$\delta L'_0 = -\frac{h^2}{8f'} \cdot \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)} \quad (8-38)$$

上式对于正透镜为极大值,对于负透镜为极小值。故正透镜恒产生负球差,负透镜恒产生正球差。图 8-5 画出了正透镜的球差值当 $n=1.5$ 时与其形状的关系,请读者对负透镜画出类似的图形。消去 ϕ 可得

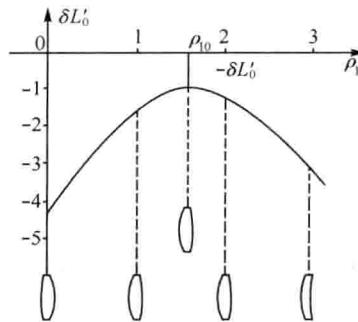


图 8-5

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{n(2n+1)}{2n^2-n-4} = \frac{r_2}{r_1} \quad (8-39)$$

根据上式,只有 $n=1.68614$ 的玻璃,其最佳形状是严格的凸面朝向物体的平凸透镜。但对于一般应用于可见光波段的光学玻璃,在 $l=\infty$ 时,凸面朝向物体的平凸透镜虽非严格的最佳形状,但其球差已接近最小值。因此当仅需用单透镜对无穷远物体成像时,取平凸透镜为最佳。还可见,当 h 和 f' 一定时,透镜的球差随折射率的增大而减小,这是因为高折射率使透镜表面半径增大而减小折射面相对孔径之故。对于应用于其他波段的材料, n 值将远离 1.68614,此时的最佳形状请读者自行考虑。

此外,判别透镜的形状是否最佳还有一个简单的方法,即当透镜的形状恰使入射和出射光线对透镜对称时,所产生的球差为最小。这是因为光线正处于最小偏角状态之故。此时,二个面的球差贡献几乎相同。按此易知,当以负 1 倍的倍率成像时,以等半径的双凸透镜为最佳;物位置接近焦平面时,以平面朝向物体的平凸透镜最优。例如照明用聚光镜系统,常采用如图 8-6 所示的形式。

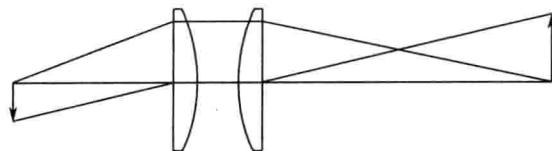


图 8-6

以上是单薄透镜的情况,对于薄透镜系统,可将其初级球差表示式写成

$$\delta L'_0 = -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_1 = -\frac{1}{2n'u'^2} \sum h^4 A \quad (8-40)$$

式(8-40)是初级球差按透镜分布的表示式,其中, A 是每个透镜的结构参数的函数,按照(8-35)式计算。对于相接触的薄透镜系统,光线在各透镜上的高度相等。

可见,当对与光阑重合的单薄透镜作整体弯曲时, B 呈线性变化,故单透镜总存在消初级彗差的解。

对于双胶合镜组,当以胶合面作为变量时,可对第一透镜应用(8-48)式,对第二透镜应用(8-47)式,有

$$\sum S_{\text{II}} = Jh^2 [B_1(n_1, \phi_1, \sigma'_1, \rho^2) + B_{\text{II}}(n_{\text{II}}, \phi_{\text{II}}, \sigma_{\text{II}}, \rho_2)] \quad (8-49)$$

可见,对一定位置的物体,双胶合物镜的初级彗差是胶合面曲率的线性函数,因此总能利用整体弯曲使其为零或某一保留值。然而,若与球差方程(8-41)结合起来考虑,一般就不能同时满足。但如果双胶合镜组的玻璃挑选恰当,二公式有可能同时满足。这样的双胶合组可在小视场系统,如望远镜和低倍显微镜中独立作为物镜之用。

8.3 薄透镜与薄系统的初级色差

在 1670 年到 1672 年间,牛顿进行了棱镜色散实验,并且认为任何折射式望远镜都无法消除色差的影响,因此发明了反射式牛顿望远镜。此后欧拉^①也研究了色差现象,并提出了如果研制消色差透镜的建议,而霍尔^②和多兰德^③先后发明的消色差透镜证明通过不同材料的组合可以实现消色差,成为光学技术的一个转折点。下面我们根据初级色差公式研究薄透镜与薄系统的色差性质。

按(8-25)式便于对已知结构参数的光学系统进行色差计算,但不能用来求取满足色差要求的初始解。为此,需把色差公式表示成按透镜分布的形式。对于薄透镜系统,这种公式具有十分简单的形式和重要的实用意义。

对于单个薄透镜,对各个面应用公式(8-25)并结合(2-5)可导出

$$C_1 = h^2 \frac{\phi}{\nu} \quad (8-50)$$

因此,单块薄透镜所产生的色差为

$$\delta l'_{\text{ch}} = -\frac{1}{n' u'^2} C_1 = -l'^2 \frac{\phi}{\nu} \quad (8-51a)$$

若透镜对无穷远物体成像,则色差为

$$\delta l'_{\text{ch}} = -\frac{f'}{\nu} \quad (8-51b)$$

可见,薄透镜的初级位置色差仅由透镜的光焦度和材料决定,而与透镜的形状无关;正透镜总产生负色差,负透镜总产生正色差;对于同一透镜,色差还与物体位置有关。

对于薄透镜系统,其位置色差系数为

^① 欧拉(Leonhard Euler 1707—1783),瑞士数学家、物理学家,第一个使用“函数”描述包含参数的表达式,刚体力学和流体力学奠基者。

^② 霍尔(Chester Moore Hall 1703—1771),英国律师、业余数学家,于 1730 年前后发现火石和冕牌玻璃的消色差组合。

^③ 多兰德(John Dollond 1706—1761),英国光学仪器制造商,1758 年制作了消色差物镜。

$$\sum C_1 = \sum h^2 \frac{\phi}{\nu} \quad (8-52)$$

式中, \sum 表示以透镜为单位连加。从上式可见, 在光学系统中, 各透镜对色差的贡献除与本身的光焦度大小和阿贝常数有关外, 还与它在光路中所处的位置有关。同一透镜, 当处于光线入射高度 h 大的位置, 色差贡献就大, 反之亦然。处于像面上的透镜, 如场镜, 对色差无贡献。

从公式(8-51)可见, 在对系统的各透镜选定玻璃以后, 消色差问题将转化为在满足总光焦度的前提下, 如何合理分配各透镜的光焦度问题。下面就常见的几种情况进行讨论。

1. 双胶合或微小空气隙的双分离镜组 对于这种系统, 应联立消色差条件和总光焦度两个方程求取各透镜的光焦度, 即

$$\begin{aligned}\frac{\phi_1}{\nu_1} + \frac{\phi_2}{\nu_2} &= 0 \\ \phi_1 + \phi_2 &= \phi\end{aligned}$$

式中, ϕ_1 和 ϕ_2 是各块透镜的光焦度。解得

$$\left. \begin{aligned}\phi_1 &= \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} \phi \\ \phi_2 &= -\frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \phi\end{aligned}\right\} \quad (8-53)$$

由上式可知:

1) 具有一定光焦度的双胶合或双分离透镜组, 只有用二块不同玻璃制造的正负透镜组合才能消色差。为使二透镜的光焦度不致太大, 二种玻璃的阿贝常数之差应尽可能大, 通常选用冕牌玻璃和火石玻璃组合而成。

2) 若光组为正, 则不论正透镜在前还是负透镜在前, 正透镜必须用冕牌玻璃, 负透镜必须用火石玻璃; 反之, 负光组时正透镜须用火石玻璃, 负透镜须用冕牌玻璃。

3) 如二透镜用同种玻璃, 必须满足 $\phi_1 = \phi_2$, 得到无光焦度系统。这种系统可在消色差的情况下, 产生单色像差, 具有实际应用。例如可在折反射系统中补偿反射球面的像差。

例: 若要设计一个焦距为 100 毫米的双胶合望远镜物镜, 选用的玻璃为 K9 和 ZF2, 其阿贝常分别为 64 和 32.2, 取正透镜在前的形式, 则按(8-53)式可求得消色差解为:

$$\phi_1 = 0.02013, f'_1 = 49.68; \phi_2 = -0.01013, f'_2 = -98.76$$

如果进一步考虑消球差, 可用公式(8-41)求曲率半径。

有时物镜需要保留一部分色差, 以便与其它光学零件的色差相抵消。如双筒棱镜望远镜物镜后面的转像棱镜, 要产生 0.402 毫米的正色差, 物镜必须保留等值的负色差来补偿, 此时物镜应满足 $\sum C_1 = -n' u'^2 \delta l'_{ch}$, 再与 $\phi_1 + \phi_2 = \phi$ 联立, 可得

$$\left. \begin{aligned}\phi_1 &= \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} \phi (1 + \nu_2 \phi \delta l'_{ch}) \\ \phi_2 &= -\frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \phi (1 + \nu_1 \phi \delta l'_{ch})\end{aligned}\right\} \quad (8-54)$$

可见, 当 $\phi > 0$ 时, 负的保留色差将使 ϕ_1 和 ϕ_2 之值比消色差时为小, 正的保留色差将使二值增大。物镜后有相当大厚度的平行平板时, 属前种情况, 是有利的。显然, (8-53)式是(8-54)式当 $\delta l'_{ch} = 0$ 时的特殊情况, 公式(8-54)更具普遍意义。对于上述双胶合物镜, 如需保

式(8-42)可用于求解薄透镜系统的初始结构。下面对两种最常遇到的情况讨论之。

1. 双胶合透镜组:有三个折射面,当二透镜的光焦度 ϕ_1 和 ϕ_{\parallel} 根据色差要求分配确定(详见色差章)后,仅留下一个自由变数。通常选择胶合面的曲率 ρ_2 作为变量,得双胶合透镜组的初级球差公式为

$$\begin{aligned}\delta L'_0 &= -\frac{1}{2n'u'^2} [A_1(n_1, \phi_1, \rho_2, \sigma'_1) + A_{\parallel}(n_{\parallel}, \phi_{\parallel}, \rho_2, \sigma_{\parallel})] \\ &= a\rho_2^2 + b\rho_2 + c\end{aligned}\quad (8-41)$$

不论是要求消球差,还是要求补偿系统中其他光学零件产生的球差,都可应用上式根据具体要求解得双胶合镜组的 ρ_2 。当然,先决条件是 $b^2 - 4a(c - \delta L'_0) \geq 0$,这取决于玻璃对的挑选是否合理。

2. 微小间隙的双分离镜组:由正、负透镜共四个折射面组成。当二透镜的光焦度 ϕ_1 和 ϕ_{\parallel} 确定后,还有二个自由变数,二透镜可各自作整体弯曲。一般取 ρ_1 和 ρ_3 作为变量,得

$$\begin{aligned}\delta L'_0 &= -\frac{1}{2n'u'^2} [A_1(n_1, \phi_1, \rho_2, \sigma_1) + A_{\parallel}(n_{\parallel}, \phi_{\parallel}, \rho_3, \sigma_{\parallel})] \\ &= a_1\rho_1^2 + a_2\rho_3^2 + b_1\rho_1 + b_2\rho_3 + c\end{aligned}\quad (8-42)$$

式中 σ_2 可由 σ_1 和 ϕ_1 决定。多余的一个变量可用来校正另一种像差。

类似于初级球差系数,初级彗差系数也可表示成与薄透镜系统结构参数相关联的有用表达式。其中 $\sum S_{\parallel}$ 可表达成

$$\sum S_{\parallel} = \sum h^3 h_p Q Q_p \Delta \frac{1}{nl} \quad (8-43)$$

式中, h_p 是第二近轴光在表面上的高度, Q_p 是第二近轴光的阿贝不变量。后者可用拉氏不变量 J 和 Q 表出,有

$$J = hh_p(Q_p - Q)$$

所以

$$Q_p = \frac{J}{hh_p} + Q \quad (8-44)$$

将其代入公式(8-43)得

$$\sum S_{\parallel} = \sum h^3 h_p Q^2 \Delta \frac{1}{nl} + J \sum h^2 Q \Delta \frac{1}{nl} \quad (8-45)$$

可见,对于接触薄透镜系统,上式右面第一项表征球差。因此,当其为消球差镜组或光阑与之重合时,该项为零, $\sum S_{\parallel}$ 仅余第二项,再令 $\sum Q \Delta \frac{1}{nl} = B$, 可得消球差的或光阑与之重合的薄镜组的初级彗差系数为

$$\sum S_{\parallel} = Jh^2 B \quad (8-46)$$

所以,只要 $B=0$,就能使初级彗差为零。

对于单个薄透镜,类似于推导薄透镜的初级球差公式(8-35),可将 B 表示成 ϕ, n, σ_1 和 ρ_1 或 ϕ, n, σ'_2 和 ρ_2 的函数,即

$$B = \frac{n+1}{n} \phi \rho_1 - \frac{2n+1}{n} \phi \sigma_1 - \frac{n}{n-1} \phi^2 \quad (8-47)$$

$$B = \frac{n+1}{n} \phi \rho_2 - \frac{2n+1}{n} \phi \sigma'_2 + \frac{n}{n-1} \phi^2 \quad (8-48)$$

留 -0.402 毫米的色差,得解为

$$\phi_1 = 0.017524, f'_1 = 57.064, \phi_2 = -0.007524, f'_2 = -132.91$$

2. 具有一定间隔的双薄透镜系统 这种系统,光线在二透镜上的高度不等,其消色差条件和光焦度分配公式应为:

$$h_1^2 \frac{\phi_1}{\nu_1} + h_2^2 \frac{\phi_2}{\nu_2} = 0 \quad (a)$$

$$h_1 \phi_1 + h_2 \phi_2 = h_1 \phi \quad (b)$$

如果物体在无穷远,根据公式(4-38),上式中的高度比 $h_2/h_1 = 1 - d\phi_1$, 与上二式综合后可得二次方程

$$\nu_1 d\phi_1^2 + (\nu_2 - \nu_1 - \nu_1 d\phi) \phi_1 + \nu_1 \phi = 0 \quad (8-55)$$

据此可解得 ϕ_1 和 ϕ_2 。由(a)式可知,二者必是异号的,图 8-7 即为一种可能。当然,间隔 d 必须使方程(8-55)的判别式 $\Delta > 0$ 才是有解的。

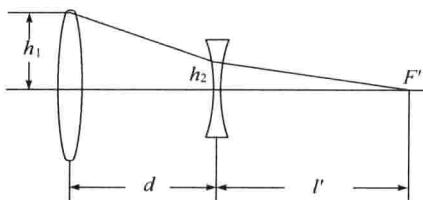


图 8-7

例如,仍以 K9 和 ZF2 玻璃设计一个焦距为 100 毫米的分离双透镜消色差系统,从(8-55) 式可得

$$64d\phi_1^2 + (32.2 - 64 - 64 \times 0.01d)\phi_1 + 64 \times 0.01 = 0$$

分析此方程的判别式得,只有当 $d \leq 8.45$ 时才有解,现以 $d = 8$ 为例求解之,得 $\phi_1 = 0.04312$ 或 0.02899 ,取后者继续计算,得 $h_2/h_1 = 0.7681$,代入(b)得 $\phi_2 = -0.02472$ 。

此例条件与前一种情况完全一样,但所得的消色差解 ϕ_1 和 ϕ_2 要较前例大得多。所以,消色差双透镜分离的结果,导致各透镜光焦度的显著增大,是不利的。

再考虑薄透镜的倍率色差,在公式(8-30)中,以(8-28)式中的 i_p/i 代入可得

$$C_{II} = h_p n_i \left(\frac{dn'}{n'} - \frac{dn}{n} \right) + J \left(\frac{dn'}{n'} - \frac{dn}{n} \right)$$

将其应用于单个薄透镜,因有 $h_{p1} = h_{p2} = h_p, h_1 = h_2 = h, dn' = dn_1 = 0$, 并将单个薄透镜 C_I 的表示式(8-51)代入,可得

$$C_{II} = hh_p \frac{\phi}{\nu} \quad (8-57)$$

这就是单个薄透镜的初级倍率色差系数表示式。对于薄透镜系统,将上式对各透镜求和即得

$$\sum C_{II} = \sum hh_p \frac{\phi}{\nu} \quad (8-58)$$

下面就几种常见情况进行讨论。

1. 接触薄透镜系统 这种系统,可认为光线在各透镜上的高度相等, $\sum C_{II}$ 可表示为

$$\sum C_{\parallel} = hh_p \sum \frac{\phi}{\nu} \quad (8-59)$$

校正倍率色差的条件也是 $\sum \frac{\phi}{\nu} = 0$, 这与接触薄系统校正位置色差的条件全同。即接触薄透镜系统在校正位置色差的同时, 倍率色差也得到了校正。另外还可知道, 这种系统当光阑与之重合, 即 $h_p = 0$ 时, 不管其位置色差如何, 倍率色差都不会产生。

2. 具有一定间隔的双透镜系统 这种系统常用作简单目镜, 因其视场较大, 需校正倍率色差。目镜中, 两条近轴光线的光路大体如图 8-8 所示, 即第一近轴光线平行入射, 第二近轴光线近似平行出射。按公式(8-59), 其校正倍率色差的条件可写成

$$\frac{h_{p1}\phi_1}{h_{p2}\nu_1} + \frac{h_2\phi_2}{h_1\nu_2} = 0$$

式中, 两条近轴光线在二透镜上的高度比, 按公式(4-38)有

$$\frac{h_2}{h_1} = 1 - d\phi_1, \quad \frac{h_{p1}}{h_{p2}} = 1 - d\phi_2$$

由此可得校正倍率色差的条件。考虑到系统总光焦度 ϕ 及 l'_2 或 l_{p1} 的要求, 可得方程组

$$(1 - d\phi_2) \frac{\phi_1}{\nu_1} + (1 - d\phi_1) \frac{\phi_2}{\nu_2} = 0 \quad (a)$$

$$\phi_1 + \phi_2 - d\phi_1\phi_2 = \phi \quad (b)$$

$$l'_2 = (1 - d\phi_1)f', \quad l_{p1} = -(1 - d\phi_2)f' \quad (c)$$

由给定的 ϕ 和 l'_2 或 l_{p1} 再根据选定的玻璃, 即可求出系统校正倍率色差的解。

如果二透镜选用同种玻璃, 由(a)式可得

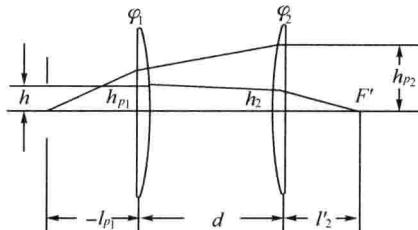


图 8-8

$$d = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2\phi_1\phi_2} \quad \text{或} \quad d = \frac{1}{2}(f'_1 + f'_2)$$

于是, 其光焦度 ϕ_1 和 ϕ_2 与总光焦度之间满足关系

$$\phi = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$$

生物显微镜中普遍采用的惠更斯^①目镜就是满足以上条件的消倍率色差的目镜。

3. 同时校正位置色差和倍率色差的分离薄透镜系统 将这种系统校正两种色差的条件联立得

^① 惠更斯(Christiaan Huygens 1629—1695), 荷兰物理学家、天文学家、数学家, 光的波动学说代表人物, 在数学、天文学、光学和力学等领域均有杰出成就。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\phi_1}{\nu_1} + \frac{\phi_2}{\nu_2}\right) + \left(\frac{h_{\parallel}}{h_1}\right)^2 \left(\frac{\phi_3}{\nu_3} + \frac{\phi_4}{\nu_4}\right) &= 0 \\ \left(\frac{\phi_1}{\nu_1} + \frac{\phi_2}{\nu_2}\right) + \frac{h_{\parallel} h_{p\parallel}}{h_1 h_{p1}} \left(\frac{\phi_3}{\nu_3} + \frac{\phi_4}{\nu_4}\right) &= 0 \end{aligned}$$

比较二式可知,因比值 $h_{p\parallel}/h_{p1}$ 不可能与 h_{\parallel}/h_1 相等,故二式同时满足的条件只可能是

$$\frac{\phi_1}{\nu_1} + \frac{\phi_2}{\nu_2} = 0 \quad \text{和} \quad \frac{\phi_3}{\nu_3} + \frac{\phi_4}{\nu_4} = 0$$

这就是说,由若干个接触镜组分离的复杂系统,若要同时校正位置色差和倍率色差,必须每一镜组本身校正位置色差。

最后须指出,本节所讨论的校正色差只是初级量,如消位置色差只对近轴光而言,这与实际上希望对带光消色差的要求不符。此外,当由薄透镜变到一定厚度的实际透镜时,也会引入些许色差变化,包括位置色差和倍率色差。所以本方法求得的只是近似的消色差解,在设计过程中还要对它进行精确的校正。

8.4 二级光谱

消色差系统只能对二种色光校正位置色差,它们的公共焦点或像点相对于中间色光的焦点或像点仍有偏离。这种偏离称为二级光谱(**second order spectrum**)。对于成像波段较宽的光学系统,二级光谱的存在将使它不能给出无色的高品质像。但由于校正二级光谱非常困难,只有对成像和清晰度要求特别高的系统,如研究用显微镜物镜、长焦距平行光管等,才设法予以校正或减少。这种对三种色光校正位置色差的系统称为复消色差光学系统(**apochromatic system**)。

光学系统对 C 和 F 光校正了位置色差以后,其公共焦点至中间色光(设为 D 光)焦点间的距离可由位置色差系数 $\sum C_1^{F,D}$ 决定,即

$$\sum C_1^{F,D} = \sum h^2 \frac{\phi}{\nu_{F,D}} = \sum h^2 \frac{\phi}{\nu} \frac{n_F - n_D}{n_F - n_C} \quad (8-59)$$

式中, $(n_F - n_D)/(n_F - n_C)$ 是玻璃的部分色散系数或相对色散,以带注脚的 P 表示。如 $P_{F,D}$ 表示 F 光与 D 光间的相对色散。按此,光学系统校正二级光谱的条件是

$$\sum C_1^{F,D} = \sum h^2 \frac{\phi}{\nu} P_{F,D} = 0 \quad (8-60a)$$

或一般地写成

$$\sum C_1^{\lambda_1, \lambda_2} = \sum h^2 \frac{\phi}{\nu_{\lambda_1, \lambda_2}} P_{\lambda_1, \lambda_2} = 0 \quad (8-60b)$$

将此式与消色差条件 $\sum h^2 (\phi/\nu) = 0$ 比较可知,校正二级光谱的条件是各块透镜的玻璃有相同的相对色散。但是,现在尚没有相对色散相同而阿贝常数又相差较大的常用光学玻璃,上述条件是满足不了的。这就是光学系统校正二级光谱非常困难的原因。

列出双胶合物镜复消色差的条件可知,条件(8-60a)总得不到满足,一定存在二级光谱。根据消色差解,可得二级光谱值为

可惜具有良好光学均匀性的大块萤石极少且贵,一般只能用它来设计制造复消色差显微物镜。

如果双透镜分离,可以证明,反而会导致二级光谱的增大。所以实际上,可能实现的长焦距复消色差物镜,只能用三块透镜组合而成,并且只能有相当小的相对孔径。三块透镜的玻璃在 $P \sim v$ 图上应包围成尽可能大的三角形面积。

只要拥有玻璃折射率计算所需参数,就可以自编程序画出 $P \sim v$ 图。一些玻璃厂家也会为用户提供 $P \sim v$ 图,图 8-10 就是德国 Schott 公司提供的 $P_{gF} \sim v_u$ 图。

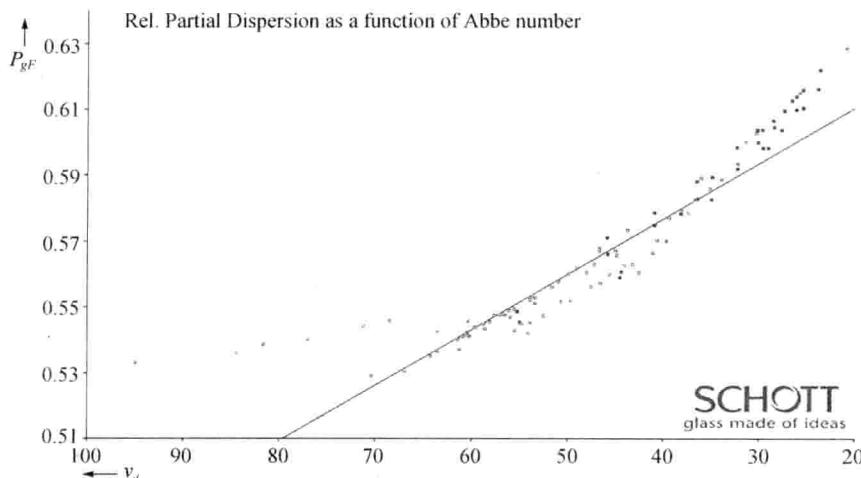


图 8-10

用普通光学玻璃达到复消色差目的的另一途径是应用等效透镜。由二块适当的玻璃透镜组成的镜组在给定光焦度时,其等效阿贝常数和等效相对色散值有别于普通玻璃所具有的线性关系。但用此方法设计成的复消色差系统,将会有比较复杂的结构。

日本的 Sumita 公司制造了一种可以取代萤石的新型超低色散光学玻璃 CaFK95,其光学常数几乎与萤石相同。另外,德国 Schott 玻璃厂的 FK 类和 KZFS 类,我国成都光明的部分具有特殊色散的玻璃也是校正二级光谱的上好材料,使设计复消色差系统具有更广泛的前景。

8.5 光学系统消像差谱线的选择

绝大部分光学系统用于对复色光或白光成像。由于光学系统不可能对各种色光同时校正好像差,这样就有一个应对什么波长的色光校正像差的问题。

光学系统消像差谱线的选择,要取决于光学系统的使用条件、光源的发光特性和接收器的特性。一般而言,光学系统应对有效成像波段内,对接收器最灵敏波长的色光校正单色像差,对有效波段的二边缘色光校正色差。在实际设计时,应尽可能取与所选波长最相近的夫琅和费谱线作为具体的消像差谱线。这样,可直接从玻璃目录中查取所用玻璃的折射率。

$$\sum C_1^{F,D} = \left(\frac{h}{f'}\right)^2 f' \frac{P_{FD1} - P_{FD2}}{\nu_1 - \nu_2} \quad (8-61)$$

可见,双胶合镜组的二级光谱与结构参数无关,在焦距一定时,仅由二玻璃的相对色散差与阿贝常数之比值所决定。

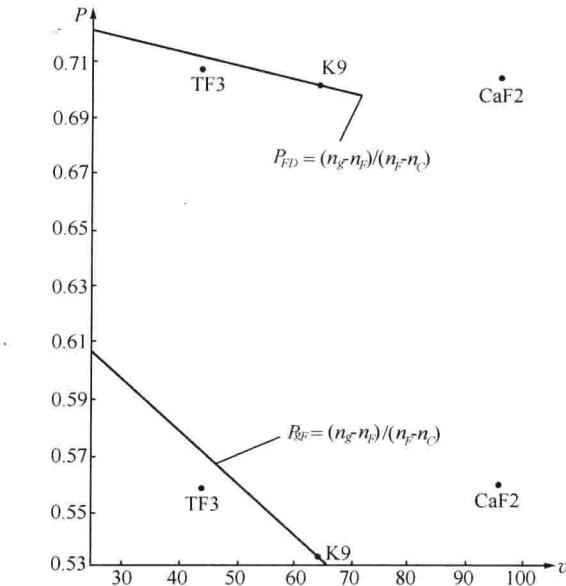


图 8-9

光学玻璃的相对色散随阿贝常数而异,两者的关系在 $P \sim \nu$ 图中可明显地表示出来。如把所有玻璃画在这种图上,则可发现,对同一对色光的相对色散而言, $P \sim \nu$ 的关系近乎线性,如图 8-9 所示。对于图中所画二对色光的相对色散,其与 ν 之间的直线方程为

$$\begin{aligned} P_{F,D} &= K_{F,D} - 0.00052\nu \\ P_{g,F} &= K_{g,F} - 0.00185\nu \end{aligned} \quad (8-62)$$

显然,式(8-61)中,反映二级光谱大小的因子 $(P_{FD1} - P_{FD2}) / (\nu_1 - \nu_2)$,就是玻璃直线的斜率,因此,双胶合镜组的 D 光相对于 F 光的二级光谱为

$$\delta l'^{FD}_{dh} = 0.00052f'$$

这进一步揭示,一定焦距的双胶合物镜,其二级光谱不仅与结构参数无关,而且对各种玻璃组合都差不多是一个常量。这是由普通光学玻璃的特性所决定的。

但是也有少数特种玻璃,如 TF3 等,在 $P \sim \nu$ 图中离开直线相对较远,用它来与常用的 K9 玻璃组成双胶合物镜,二级光谱可减小 1/3。先列出这对玻璃的有关数据:

$$K9: n_D = 1.51630, n_F - n_C = 0.00806, \nu = 64.1, n_F = 1.52196;$$

$$TF3: n_D = 1.61230, n_F - n_C = 0.01389, \nu = 44.1, n_F = 1.62214.$$

则 $P_{FD1} = 0.7022, P_{FD2} = 0.7084$,按公式(8-61)可得 $\delta l'^{FD}_{dh} = 0.00031f'$ 。

特别值得指出,利用萤石(CaF_2)作透镜材料,可以很好地校正二级光谱,其常数为: $n_D = 1.43385, n_F - n_C = 0.00454, \nu = 95.56, n_F = 1.43705$ 。它在 $P \sim \nu$ 图中远离直线,决定了它在二级光谱校正方面的重要意义。例如用它和 TF3 组合时,其二级光谱为 $0.0000700f'$ 。

下面列举几种常用光学系统的消像差谱线。

1. 目视光学系统 对于眼睛,有效谱段是红光(C线)和蓝光(F线)间的光谱区域,故目视系统总对F光和C光校正色差,对其中间的D光或d光校正单色像差。常用光学玻璃数据库中的阿贝常数值就是根据d、F和C这三种谱线的折射率给出的。但实际上,对人眼最灵敏的波长是555纳米,与其最靠近的谱线并非D线(589.3nm)或d线(587.6nm),而是e线(546.1nm)。因此,对于目视系统还是选e线校正单色像差为佳。

2. 胶片相机光学系统 考虑到照相乳剂的光谱灵敏度,普通照相系统一般对D光和g光校正色差,对F光校正单色像差。设计时,玻璃的有关光学常数应根据这三种谱线计算。但实际上,各种照相乳剂的光谱灵敏度差别很大,并且常用目视方法调焦,也可选用与目视系统一样的谱线。不过考虑到照相底片的全色性,应适当兼顾g线的像差,使之不要过大。

3. 数码照相系统 数码照相系统范围很广,它是用光电探测器件如CCD或CMOS作为接收器的成像系统,拍摄波段也不限于可见光。通常以拍摄波段的中心波长作为主色光,对靠近成像光谱两端的特征波长校正色差。普通数码照相系统仍以拍摄可见光照片为目的,一般选用d、F和C光,并适当兼顾g光。CCD或CMOS的光谱灵敏度曲线与人眼不同,为了得到与人眼看起来比较一致的照片,一般需要做低通滤波和红外截止处理。

3. 不需调焦的照相系统 属这一类的有天文摄影和航空摄影系统。考虑到大气的性质和不需调焦的特点,通常对h光和F光校正色差,对G'光校正单色像差。

4. 特殊光学系统 近代仪器应用范围已扩展到可见光谱区域之外,如红外或紫外光学系统。设计这种系统时,已无与消像差的波长相应的谱线可供选择。如系统应用于自 λ_1 至 λ_2 的光谱区域,则计算时应取 λ_1 和 λ_2 作为校正色差的谱线,取中间色光来校正单色像差。三种色光的折射率可利用色散公式求得。

8.6 平行平板的初级球差与初级色差

光学系统中常用于转像或转折光轴的反射棱镜,相当于具有一定厚度的平行平板。在§3-2中已经知道,中心在光轴上的同心光束入射于与光轴垂直的平行平板时,与光轴成不同角度的光线经其折射以后,具有不同的轴向位移。这就是平行平板的球差。显然,它就是实际光线与近轴光线的轴向位移量之差,如图8-11所示,即

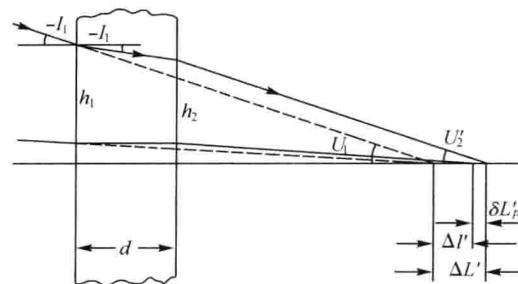


图 8-11

$$\delta L'_p = \Delta L' - \Delta l'$$

将公式(3-4)和(3-1)代入得

$$\delta L'_p = \left(1 - \frac{\cos I_1}{\cos I'_1}\right) \frac{d}{n} \quad (8-63)$$

即为平行平板的实际球差公式。式中 I_1 即为该光线的孔径角 U_1 。

平行平板的初级球差公式可从一般公式(8-3)和(8-4)推出,有

$$\sum S_1 = -\frac{n^2 - 1}{n^3} du_1^4 \quad (8-64)$$

$$\delta L'_p = -\frac{1}{2n_2' u_2'^2} \sum S_1 = \frac{n^2 - 1}{2n^3} du_1^2 \quad (8-65)$$

可见,平行平板恒产生正球差,其大小随平板厚度 d 和入射光束孔径角 U_1 的增大而增大。平板只有当处于 $U_1=0$ 的平行光束中才不会产生球差。

例如,在图 6-11 所示的双筒棱镜望远镜中,若物镜的相对孔径为 1/3.5,二块转像棱镜相当于厚度为 86 毫米的平行平板,其折射率为 1.5696,则按公式(8-65)和(8-63)可算出此平板产生的初级球差和实际球差分别为 0.3322 和 0.3360。此时高级球差很小。但该物镜系统的球差容限为 0.0272,因此物镜须保留 -0.33 的球差来与之补偿。

同理,在数值孔径为 0.65 的显微物镜的发散光束中,由 0.17 毫米厚的盖玻片所产生的初级球差和实际球差分别为 0.0134 毫米和 0.0178 毫米,均已超过物镜的球差容限,且高级球差也大。所以,在大孔径高倍显微物镜中,盖玻片应作为物镜的一个光学零件来一起校正球差。

当平行平板置于非平行光束中时,除了产生球差以外,还将产生位置色差。由于平板对光线的折射具有方向不变的性质,其色差计算公式易于推出。因有 $i_1 = -u_1 = -u_2' = i_2'$, 可得

$$\sum C_1 = l_1 u_1 n_1 i_1 \left(\frac{dn'_1}{n'_1} - \frac{dn_1}{n_1}\right) + l_2 u_2 n_2 i_2 \left(\frac{dn'_2}{n'_2} - \frac{dn_2}{n_2}\right) = -\frac{dn}{n^2} du_1^2 \quad (8-66)$$

所以

$$\delta l'_{ch} = -\frac{1}{n u} \sum C_1 = \frac{dn}{n^2} d = \frac{n-1}{n^2 \nu} d \quad (8-67)$$

式中, dn 是玻璃的平均色散, ν 是阿贝常数,都可直接从玻璃数据表或一些光学设计软件的玻璃数据库中查取,或按折射率值计算得到。

读者也可直接由平行平板对二色光所产生的轴向位移之差导出其位置色差。

可见,平行平板恒产生正色差,其大小只与平板的厚度 d 和玻璃的光学常数有关,而与在光路中所处的位置无关;当平板处于平行光束中时,不产生色差。

由于在会聚或发散光束中的平行平板恒产生正色差,故带有反射棱镜的光学系统,其透镜系统需保留相当数值的负色差与之补偿。例如若双筒棱镜望远镜中的二块转像棱镜相当于厚度为 $d=86$ 毫米的平行平板,棱镜的玻璃为 BaF_2 , $n=1.5696$, $dn=0.001152$, 则此转像棱镜所产生的色差为 $\delta l'_{ch}=0.402$ 毫米, 物镜应保留等值的负色差。

8.7 匹兹凡和及其校正方法

上曾提及,光学系统的匹兹凡和 $\sum S_V$ 并不是能够任意控制到某一预定值的。有些结构型式的系统,如正组分离的系统,匹兹凡和根本无法校正。因此,这类系统的视场常因匹兹凡和而受到限制,或在视场外围部分的像质受到影响。

在某些情况下,匹兹凡和是可以校正的。

1. 薄透镜和薄透镜系统

空气中的单个薄透镜的匹兹凡和可由公式(8-12)变换为以光焦度表示的简单形式,有

$$S_V = J^2 \frac{\phi}{n} \quad (8-68)$$

可见,薄透镜的匹兹凡和完全被其光焦度和折射率所决定,而与形状无关。

薄透镜系统的匹兹凡和可对各个薄透镜的 S_V 求和得到,即

$$\sum S_V = J^2 \sum \frac{\phi}{n} \quad (8-69)$$

如果是相接触的或无限靠近的单组薄透镜系统,当具有一定的正光焦度时,其中正透镜的正光焦度总大于负透镜的负光焦度,匹兹凡和也总是正值。同理,负光焦度的镜组,一定具有负的匹兹凡和。所以单个薄透镜组也不能校正匹兹凡和。

分离的薄系统在给定总光焦度时,随透镜或透镜组的相对位置不同,各自的光焦度也不同,这会使系统的匹兹凡和透镜组组成的系统,第二组虽有较大的负光焦度,因处于光线入射高度 h_2 比较小的位置,它对系统总光焦度的贡献并不大,而所产生的负 $\sum S_V$ 值则可抵消第一正组的正 $\sum S_V$ 值,使系统的匹兹凡和得到校正。所以正负光焦度分离是薄透镜系统校正匹兹凡和的唯一有效方法。如三片式的柯克物镜。相反,正组分离反导致匹兹凡和的增大,如大部分目镜和普通消色差显微物镜就是这样。

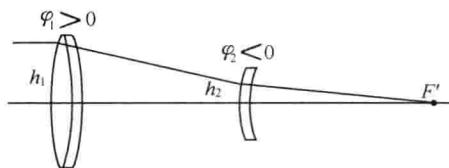


图 8-12

2. 厚透镜

从匹兹凡和的表示式可知,单个透镜二个面的 $(n' - n)/(n'n)$ 总是等值异号的,故只有二个面的半径同号才能使 S_V 值相互抵消。若二个面的半径相同即可使 $\sum S_V = 0$;而控制透镜的厚度,可同时使透镜达到要求的光焦度。所以弯月形厚透镜是可以校正匹兹凡和的。这也是正负光焦度分离以校正匹兹凡和的原理。

为使弯月形厚透镜在给定光焦度 ϕ 时产生要求的 $\sum S_V$ 值,需同时满足

第9章

像差综述

本章是对前几章像差内容的总结，并结合光线计算简单说明了各种像差及初级像差系数的计算方法，平行平板的初级像差特性，光阑位置对各种像差的影响。由于入瞳、出瞳、光阑之间的共轭关系在实际光学系统中一定存在光阑像差，光阑像差与物面像差的关系等内容。

本章知识要点

1. 初级像差计算
2. 平行平板的初级像差
3. 对称光学系统的像差特性
4. 初级像差与光阑位置
5. 光阑像差与物面像差
6. 初级像差系数与物面位置

9.1 像差计算综述

前面，我们已对光学系统成像时可能产生的各种像差分别作了讨论，并均以同一个双胶合望远物镜为例，在相对孔径为 $1:5$ ，视场为 -3° 时，对部分像差的实际值和近似值进行了计算。第11章还将研究近轴光线、子午面内的实际光线、沿主光线的细光束和空间光线等各种光线的计算方法。可以知道，像差无不是通过光线的追迹而求知的。

对于轴对称光学系统，轴上物点成像只产生球差和位置色差。一般对三种色光分别作近轴光线、0.707带光线和边缘光线的追迹后，就可算出像差值和画出如图7-22所示的三色球差曲线。据此可全面判断轴上点像差的校正状况。垂轴平面上近轴外点或大孔径小视场系统的轴外点，只要根据轴上点光线的追迹结果，就能通过计算正弦差值来判知其像质。

远离光轴的点会产生所有像差，因此需对轴外点进行全部像差的计算。这种计算至少应对边缘视场和0.707视场点进行，每点的孔径取值与轴上点相同。

对于绝大多数能以二级像差表征高级像差的光学系统，以上计算已足够。对于那些不能忽略高级像差的系统，计算的光线数应该有所增加。一般计算六个视场点，取值为 $K_w = -1, -0.85, -0.707, -0.5, -0.3$ 和0。上世纪80年代以前计算机软、硬件条件还比较差，设计条件十分有限，编制软件时也必须考虑到计算机内存容量、计算时间等限制，一般除

$K_w=0$ 的轴上点外, 每个视场计算十一条子午光线和五条弧矢光线, 其孔径取值分别为: $K_y=\pm 1, \pm 0.85, \pm 0.707, \pm 0.5, \pm 0.3, 0; K_z=1, 0.85, 0.707, 0.5, 0.3$ 。根据这些详尽的结果, 包括沿主光线的细光束像散计算结果, 已经能够正确地画出各种像差曲线和对像差校正状况作出全面评价。90年代至今, 随着集成电路技术的突飞猛进, 计算机硬件条件发展非常迅速, 以作者所在的实验室为例, PC机的内存容量从过去的64K至1M左右发展到今天的1G左右, 并且还在不断增加中。内存的增加和主频的显著提高使大量的光路计算所耗费的时间大大减少, 因此现代光学设计软件已不再局限于几何像差和简单的少量波像差, 而是通过密集取样光线追迹来评价光学系统的质量, 包括几何像差、波面、光学传递函数在内的各种评价指标都可以迅速获得。

无论使用什么样的光学设计软件, 在设计光学系统时, 要得到像差获得最佳校正的良好设计结果, 都必须对系统的结构参数反复修改。光学自动设计软件的应用只是加快了这一修改进程, 但不可能跨越它。同时, 软件作为一种工具是要由人来使用的, 自动设计过程中人的干预仍然不可避免, 并且在多数情况下还起决定性的作用。由于一般的光学系统, 当其结构型式一定时, 结构参数的改变对高级像差的影响很小, 所以, 了解初级像差特征对于设计者来说具有重要意义。由上一章已经知道, 光学系统的七种初级像差, 分别被七个和数所决定。将它们的计算公式汇总如下:

单色像差:

$$\begin{aligned} \text{球差} \quad \delta L'_{\text{球}} &= -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{\text{I}}, \quad S_{\text{I}} = luni(i-i')(i'-u) \\ \text{弧矢彗差} \quad K_{\text{S0}} &= -\frac{1}{2n'u'} \sum S_{\text{II}}, \quad S_{\text{II}} = S_{\text{I}} \frac{i_p}{i} \\ \text{像散} \quad x'_{\text{sp}} &= -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{\text{III}}, \quad S_{\text{III}} = S_{\text{II}} \frac{i_p}{i} \\ \text{像面弯曲} \quad x'_{\text{p}} &= -\frac{1}{2n'u'^2} \sum S_{\text{IV}}, \quad S_{\text{IV}} = J^2 \frac{n'-n}{n'n r} \quad (9-1) \\ \text{畸变} \quad \delta y'_{\text{p}} &= -\frac{1}{2n'u'} \sum S_{\text{V}}, \quad S_{\text{V}} = (S_{\text{III}} + S_{\text{IV}}) \frac{i_p}{i} \end{aligned}$$

色差:

$$\begin{aligned} \text{位置色差} \quad \delta l'_{\text{ch}} &= -\frac{1}{n'u'^2} \sum C_{\text{I}}, \quad C_{\text{I}} = luni(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n}) \\ \text{倍率色差} \quad \delta y'_{\text{ch}} &= -\frac{1}{n'u'} \sum C_{\text{II}}, \quad C_{\text{II}} = C_{\text{I}} \frac{i_p}{i} \end{aligned}$$

在公式组(9-1)中, 以 x'_{sp} 表示像散和以 x'_{p} 表示像面弯曲, 是为了使它们在形式上与其它公式相一致。从意义上讲, x'_{sp} 即弧矢像面相对于匹兹凡面的弯曲, 它的存在标志着像散的存在, 它的二倍就是像散值。同样弧矢和子午像面弯曲分别为 $x'_{\text{sp}} + x'_{\text{p}}$ 和 $3x'_{\text{sp}} + x'_{\text{p}}$ 。

可见, 初级像差的表示式在形式上甚为一致, 便于记忆。在公式的分母中, 凡属垂轴方向度量的像差, u' 的因次都是一次; 凡属沿轴方向度量的像差, u' 都是二次。轴向像差反映到高斯像面时, 成一弥散斑。对此弥散斑的大小进行度量, 即得到与该轴向像差对应的垂轴像差。如果我们统一把像差都在垂轴方向度量, 将会发现各种像差与孔径和视场之间, 有着很有规律的比例关系如下:

$$S_{\text{N}} = J^2 \frac{n-1}{n} (\rho_1 - \rho_2) \quad (8-70)$$

$$\phi = (n-1)(\rho_1 - \rho_2) + \frac{(n-1)^2}{n} d \rho_2 \rho_2$$

由上二式可解出 $\rho_1 - \rho_2 = a$ 和 $\rho_1 \rho_2 = b$, 于是, ρ_1, ρ_2 是二次方程 $\rho^2 - a\rho - b = 0$ 的两个根。选定透镜的厚度 d 后, 即可求得透镜的半径。计算表明, 在 S_{N} 一定时, d 越小透镜的半径也越小; 而当 d 一定时, S_{N} 值越小, 半径也越小。所以, 弯月形厚透镜通常具有相当的厚度。

照相物镜和平场显微物镜常利用这种厚透镜来达到校正像面弯曲的目的。

习 题

1. 利用初级像差理论, 对上一章第 4 题所述的折射球面和三个光阑位置, 试以光轴以下的物方视场为定性判断彗差、细光束像散、场曲、畸变和倍率色差的正负。

2. 一会聚的双凸透镜, $l_1 = -\infty$, 试分别对光阑在透镜之前、与透镜重合和在透镜之后的三种情况, 以图形定性表示出球差、位置色差、像散、场曲、畸变和倍率色差, 并回答为什么不能表示彗差的情况?

3. 有一凸透镜, 对实物成实像, 问当光阑与之重合时, 是否能通过整体弯曲的方法来校正像散? 为什么?

4. 有一凸面朝向物体的平凸透镜, $n=1.7$, 光阑在其后面一定距离处。为进一步减小球差、彗差和像散, 透镜应朝什么方向进行整体弯曲?

5. 有二个薄透镜系统, 分别为正负透镜胶合和正负透镜分离, 焦距、相对孔径和视场均相同, 分别为 100mm、 $1/4$ 和 8° 。其中胶合组为 $\phi_1 = 0.02013, \phi_2 = -0.01013, d = 0$; 分离组为 $\phi_1 = 0.02899, \phi_2 = -0.02472, d = 8$ 。二个镜组所用玻璃均为 K9+ZF2, 其折射率分别为 1.5163 和 1.6727。求这二镜组的匹兹凡和与匹兹凡面弯曲。

6. 与上题相同的要求, 若由二个相同的正薄透镜分离 8mm 组成一个焦距为 100mm 的双薄透镜组, 求此镜组的匹兹凡和与匹兹凡像面弯曲。二透镜的玻璃相同, 也为 $n=1.5163$ 。如果玻璃取用 ZK6($n=1.6126$), S_{N} 值与 x'_{p} 值又为多少? 对比上题结果, 试讨论之。

7. 一双胶合物镜, 焦距 250mm, 第一透镜用 K8 玻璃($n_d = 1.51600, \nu = 56.76$), 第二透镜用 F2 玻璃($n_d = 1.61294, \nu = 36.98$), 求消色差解 ϕ_1 和 ϕ_2 。

8. 与上题相同焦距的双胶合物镜, 由 K9($n_d = 1.51637, n_F - n_C = 0.00806$) 和 ZF2($n_d = 1.67268, n_F - n_C = 0.02087$) 组合, 求消色差解 ϕ_1 和 ϕ_2 , 并与上题的结果进行比较。

9. 若在第 4 题的双胶合物镜后面有一厚度为 60mm 的平行平板, 材料也为 K9 玻璃, 并知物镜的相对孔径为 $D/f' = 1/5$, 求此系统的消色差解 ϕ_1 和 ϕ_2 , 并与上题的结果比较。

10. 计算第 3 和第 4 二题的二级光谱值。(已知: K8: $n_F = 1.52234, n_C = 1.51325$; F2: $n_F = 1.62461, n_C = 1.60806$; K9: $n_F = 1.52196, n_C = 1.51389$; ZF2: $n_F = 1.68747, n_C = 1.66662$.)

11. 求与第 4 题相同玻璃组合、相同焦距的双分离薄透镜系统的消色差解。设二透镜的间隔为 20mm。将结果与第 4 题的结果比较讨论之。

12. 求解一个对 F 光和 C 光消色差的组合光楔。要求此光楔产生 2° 的偏角, 第一光楔用 K9 玻璃, 第二光楔用 ZF2 玻璃, 求此二光楔的楔角 α_1 和 α_2 。

$$\begin{aligned}
 \sum S_{\text{III}} &= \frac{1-n^2}{n^3} du^2 u_p^2 \\
 \sum S_{\text{IV}} &= 0 \\
 \sum S_{\text{V}} &= \frac{1-n^2}{n^3} du u_p^3 \\
 \sum C_1 &= -\frac{dn}{n^2} du^2 = -\frac{n-1}{n^2 \nu} du^2 \\
 \sum C_{\text{II}} &= -\frac{dn}{n^2} du u_p = -\frac{n-1}{n^2 \nu} du u_p
 \end{aligned} \tag{9-7}$$

式中各物理量的含义与前相同。可见，在平行光束中的平行平板不产生任何像差，可不考虑它的影响。而当它位于非平行光束中时，所产生的像差须由其它透镜系统来给予抵消。

9.3 对称光学系统的像差特性

结构参数完全对称于孔径光阑的光学系统，称为全对称光学系统。如果把光阑面看成是平面镜，则全对称系统中处于光阑前后的两个半部系统是互成镜像的。

全对称光学系统一般用于 $\beta=-1$ 的场合。例如复印镜头、印刷业中的制版镜头以及某些复杂系统中的一倍转像系统等。

全对称系统在 $\beta=-1$ 的倍率下成像时，第一近轴光线的光路也是对称于光阑面的。由公式(9-1)和(9-2)可知，在对称的一对折射面上，轴向像差分布系数中 S_1 和 C_1 以及 S_{IV} 都是相同的，比值 i_p/i 是大小相等符号相反，故 S_{III} 也相同，而垂轴像差分布系数 S_{II} 、 S_{V} 和 C_{II} 则在大小相等符号相反。对于光阑前后的二个半部系统，情况也相同，即 $\sum S_1$ 、 $\sum S_{\text{III}}$ 、 $\sum S_{\text{IV}}$ 和 $\sum C_1$ 是大小符号均同， $\sum S_{\text{II}}$ 、 $\sum S_{\text{V}}$ 和 $\sum C_{\text{II}}$ 是数值相等符号相反。整个系统合成的结果是轴向像差为半部像差的二倍，垂轴像差则相互抵消为零。这就是全对称系统的像差特征。因此，全对称系统在设计时，只需对其半部校正四种轴向像差，从而使这种系统的设计大为简化。

当 $\beta \neq -1$ 时，全对称光学系统并不合适。因此时第一近轴光线不对光阑面对称，在对称面上的轴向像差和垂轴像差均不相等，导致整个系统的像差失去平衡。为使系统适宜于在放大率偏离负一倍较多的情况下使用，常采用结构参数失对称来补偿像差的变化。这种虽在结构参数上已不复对称，而在结构型式上仍具对称形状的系统，称为**对称型光学系统 (symmetric optical system)**。这种系统具有广泛的应用，在大视场的场合下尤为适宜。

对称型系统的基本像差特征仍与全对称系统一样，即在对称面上，垂轴像差符号相反，起相消作用，轴向像差符号相同，起相加作用。这对设计对称型系统很有指导意义。若使对称面或对称参数作不对称性变化，即增大一个参数时，另一个参数减小，可改变垂轴像差而不影响或少影响轴向像差。读者可自行分析其机理。反之，若使对称面或对称参数作对称性变化，可使轴向像差发生改变而不影响或少影响垂轴像差。这样，就可根据系统的实际像差情况，选取对欲改变像差灵敏的成对参数进行修改以控制和校正像差。

单色像差：

$$\begin{aligned}
 \text{垂轴球差} \quad \delta T'_{\infty} &= -\frac{1}{2n'u'} \sum S_1 \quad \propto u^3 W^0 \\
 \text{彗差} \quad K_{S_0} &= -\frac{1}{2n'u'} \sum S_{\parallel} \quad \propto u^2 W^1 \\
 \text{垂轴像散} \quad \Delta x' &= -\frac{1}{n'u'} \sum S_{\perp} \\
 \text{垂轴场曲} \quad x'_{\perp} &= -\frac{1}{2n'u'} (3 \sum S_{\parallel} + \sum S_{\perp}) \quad \propto u^1 W^2 \\
 x'_{\parallel} &= -\frac{1}{2n'u'} (\sum S_{\parallel} + \sum S_{\perp}) \\
 \text{畸变} \quad \delta y'_{\rho} &= -\frac{1}{2n'u'} \sum S_V \quad \propto u^0 W^3
 \end{aligned} \tag{9-2}$$

色差：

$$\begin{aligned}
 \text{垂轴位置色差} \quad \delta l'_{\infty} &= -\frac{1}{n'u'} \sum C_1 \quad \propto u^1 W^0 \\
 \text{倍率色差} \quad \delta y'_{\rho} &= -\frac{1}{n'u'} \sum C_{\parallel} \quad \propto u^0 W^1
 \end{aligned} \tag{9-3}$$

可见，对于单色初级像差，与之成比例的孔径 u 和视场 W 的因次之和均为三次，所以在有些书和文献中，把初级像差称作三级像差。与此相应，二级像差称作五级像差。

计算初级像差，只需对第一近轴光线和第二近轴光线进行追迹，然后逐面计算其像差分布系数， $S_1, S_{\parallel}, \dots, S_V$ 和 C_1, C_{\parallel} 。但必须指出，在计算这些系数时，有二种情况是值得注意的，即

1. $l=r$ ，即第一近轴光线正好过球面的球心时。此时 $i=0$ ，因此 $S_1=S_{\parallel}=C_1=0$ ，但其它系数并不为零。除 S_V 可按原公式计算外， S_{\perp} 、 S_V 和 C_{\parallel} 需另用公式计算。可导出

$$S_{\perp} = -S_V \tag{9-4}$$

$$S_V = J(u_p^2 - u'^2_{\rho}) \tag{9-5}$$

$$C_{\parallel} = l u n i_{\rho} \left(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n} \right) \tag{9-6}$$

2. $r=\infty, l=\infty$ ，而 l_p 为定值时。此时也相当于 $i=0$ ，应有 $S_1=S_{\parallel}=C_1=0$ ；另外参照公式(9-1)，还应有 $S_{\perp}=S_V=0$ ，但 S_V 和 C_{\parallel} 并不为零，可按公式(9-5)和(9-6)求得。

9.2 平行平板的初级像差系数

平行平板的初级球差系数和位置色差系数已在上章导出。对于其它几种像差，除 $\sum S_V$ 恒因 $r=\infty$ 而为零外，利用关系式 $i_p/i=u_p/u$ ，极易由平板的球差和位置色差系数公式(8-64)和(8-66)得出其表示式。总列如下：

$$\begin{aligned}
 \sum S_1 &= \frac{1-n^2}{n^3} d u^4 \\
 \sum S_{\parallel} &= \frac{1-n^2}{n^3} d u^3 u_p
 \end{aligned}$$

9.4 初级像差和光阑位置的关系

由公式组(9-1)和(9-2)可知,在七个初级像差系数中,除 $\sum S_1$ 、 $\sum S_{\text{IV}}$ 和 $\sum C_1$ 仅由第一近轴光线决定外,其它四个系数 $\sum S_{\text{II}}$ 、 $\sum S_{\text{III}}$ 、 $\sum S_{\text{V}}$ 和 $\sum C_{\text{II}}$ 还与第二近轴光线的量 i_p 有关,它们将随光阑位置的改变而改变。

光阑位置改变后采用软件重新计算各种像差只是一瞬间的事,而对于设计者来说,如果了解光阑位置和初级像差的关系,就易于找出有利于整个系统像差平衡的最佳光阑位置,加快设计进程。

显然,光阑位置移动引起初级像差的变化,纯系 i_p 值变化所致。因此只要找出不同位置时的 i_p 之间的关系,就能找出相应的像差变化关系。令新光阑位置时,第二近轴光线的有关量用带星号的同一符号表示。图 9-1 中,画出了二个光阑位置时的第二近轴光线。应注意,光阑位置不同时,为保持第一近轴光线的光路不变,光阑大小要作相应的变化。由图可见有

$$(l_p^* - l) u_p^* = y = (l_p - l) u_p$$

则由式(2-5)可得

$$\frac{i_p^* - i_p}{i} = \frac{h_p^* - h_p}{h} = \frac{u_p^* - u_p}{u} = k \quad (9-8)$$

同理,在像方有相应的表示式。

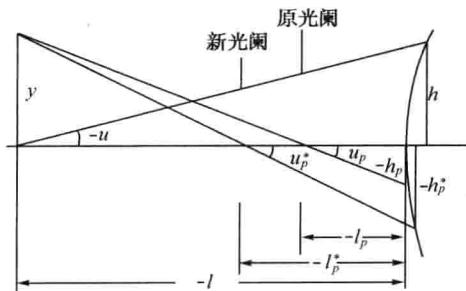


图 9-1

以上只是对单个折射面,例如对第一面而言的。但可以证明,对于其它各面, k 是一不变量,即 $k_i = k_{i-1} = \dots = k_2 = k_1$ 。因此对任何一个折射面,其 i_p^* 与 i_p 之间,可一般地表示成:

$$i_p^* = k_i + i_p$$

将其代入像差系数的公式组(9-1)和(9-2),可得新光阑位置时的像差系数表示式:

$$\begin{aligned} \sum S_1^* &= \sum S_1 \\ \sum S_{\text{II}}^* &= k \sum S_1 + \sum S_{\text{II}} \\ \sum S_{\text{III}}^* &= k^2 \sum S_1 + 2k \sum S_{\text{II}} + \sum S_{\text{III}} \\ \sum S_{\text{IV}}^* &= \sum S_{\text{IV}} \end{aligned} \quad (9-9)$$

$$\sum S_V^* = k^3 \sum S_I + 3k^2 \sum S_{II} + k(3 \sum S_{III} + \sum S_{IV}) + \sum S_V$$

$$\sum C_I = \sum C_I$$

$$\sum C_{II} = k \sum C_I + \sum C_{II}$$

式中 k 值按(9-8)式决定。

从公式组(9-9)可以得知光阑位置移动对初级像差的影响,讨论如下:

1. $\sum S_I$ 、 $\sum S_{IV}$ 和 $\sum C_I$ 与光阑位置无关。

2. 对于 $\sum S_{II}$,仅当 $\sum S_I \neq 0$ 时,改变光阑位置才使 $\sum S_{II}$ 发生变化,并且此时一定可以找到一个光阑位置能使 $\sum S_{II}^* = 0$,这一使系统满足等晕条件的光阑位置按 $k = -\sum S_{II} / \sum S_I$ 决定。

3. 对于 $\sum S_{III}$,当 $\sum S_I = \sum S_{II} = 0$ 时,移动光阑位置对 $\sum S_{III}$ 没有影响。而当 $\sum S_I = 0$, $\sum S_{II} \neq 0$ 时,可求得一消像散的光阑位置,由 $k = -\sum S_{III} / 2(\sum S_{II})$ 决定。若 $\sum S_I$ 和 $\sum S_{II}$ 都不为零,则根据(9-9)中第三式的不同情况,可有不同结果。当该二次方程的判别式 $\Delta < 0$ 时,无消像散的光阑位置;当 $\Delta > 0$ 时,可以有二个消像散的光阑位置;当 $\Delta = 0$ 时,可获得一个消像散的光阑位置,并且此解与消彗差的光阑位置相同,即当光学系统的像差系数满足 $(\sum S_{II})^2 - \sum S_I \cdot \sum S_{III} = 0$ 时,将光阑移至按 $k = -\sum S_{II} / \sum S_I$ 决定的位置,就可使该系统对物面成等晕的和消像散的像。

4. 对于 $\sum S_{IV}$,读者可以参考以上分析,利用公式组(9-9)中第五个方程作出讨论。

5. 对 $\sum C_{II}$ 的分析与 2. 类似。

9.5 光阑像差及其与物面像差的关系

由第 5 章可知,入瞳是孔径光阑经孔阑前的光学系统所成的像,它是物面上各点成像光线的公共入口。出瞳是入瞳经整个光学系统所成的像,它是成像光线的公共出口。换言之,物面上发出的光要参与成像,必须由入瞳进入并由出瞳出射。由于入瞳和出瞳关于整个系统的共轭关系和系统的非理想成像特性,入瞳到出瞳成像也存在像差,就是光阑像差,即把入瞳看成物面、出瞳看成像面的像差。

光通过光学系统的传输是一个信息传输的过程,能够传输的最大信息量由拉氏不变量表征。由 $J = nyu$ 或 $J = nytgU$ 可以看出,视场和孔径的大小是拉氏不变量的两个决定因素。也就是说,所有的光都必须由物面发出,所有的光也都必须通过入瞳。因此,当讨论光阑像差时,应当把入瞳看成发光面,这些光也必须通过物面才能参与成像。所以计算光阑像差时应当把原来的物面看成光瞳面。

此时,过光瞳中心的是第一近轴光线,过物面中心的是第二近轴光线。因此,光阑像差,以带下标 p 的一般像差符号表示,有

$$\begin{aligned}
 \sum S_{1p} &= \sum l_p u_p n i_p (i_p - i'_{\rho}) (i'_{\rho} - u_p) \\
 \sum S_{2p} &= S_{1p} \frac{i}{i_p} \\
 \sum S_{3p} &= \sum S_{2p} \frac{i}{i_p} = \sum S_{1p} \left(\frac{i}{i_p}\right)^2 \\
 \sum S_{4p} &= \sum J^2 \frac{n' - n}{n' nr} \\
 \sum S_{vp} &= \sum (S_{3p} + S_{4p}) \frac{i}{i_p} \\
 \sum C_{1p} &= l_p u_p n i_p \left(\frac{dn'}{n'} - \frac{dn}{n}\right) \\
 \sum C_{2p} &= \sum C_{1p} \frac{i}{i_p}
 \end{aligned} \tag{9-10}$$

显然,光阑像差中的 $\sum S_{1p}$ 、 $\sum S_{4p}$ 和 $\sum C_{1p}$ 仅被第二近轴光线单独决定,不会受物面位置影响。这表明光阑球差和光阑位置色差与物面球差和物面位置色差之间不存在任何内在联系;而 $\sum S_{4p}$ 和 $\sum S_4$ 总是相同的。其它初级像差系数不管是属物面的还是属光瞳的,都同时被二条近轴光线所决定,这就表示二者之间一定是有关系的。其关系直接列出如下:

$$\begin{aligned}
 \sum S_2 - \sum S_{vp} &= -J(u'^2_k - u_1^2) \\
 \sum S_3 - \sum S_{3p} &= -J(u'_k u'_{pk} - u_1 u_{p1}) \\
 \sum S_4 - \sum S_{4p} &= 0 \\
 \sum S_v - \sum S_{2p} &= -J(u'^2_{pk} - u_{p1}^2) \\
 \sum C_2 - \sum C_{2p} &= J\left(\frac{dn'_{pk}}{n'_{pk}} - \frac{dn_1}{n_1}\right)
 \end{aligned} \tag{9-11}$$

可见,光阑像差中,除光阑球差和光阑位置色差外,都不是各自独立的,它们都可用物面像差表示出来。所以一个光学系统,对单色光而言,其独立的初级像差系数共有六个,即 $\sum S_1$ 、 $\sum S_2$ 、 $\sum S_3$ 、 $\sum S_4$ 、 $\sum S_v$ 和 $\sum S_{1p}$;对复色光而言,独立的初级色差共有三个,即 $\sum C_1$ 、 $\sum C_2$ 和 $\sum C_{1p}$ 。

如同光阑位置变化要引起某些物面像差的变化一样,当物面位置改变时,某些光阑像差也是要发生变化的,其关系与上节讨论“物面像差与光阑位置间的关系”完全相对应,故可从式(9-9)直接写出,只是将各参量都加上下标 p 即可。并有

$$k_p = \frac{h_1^* - h_1}{h_{p1}} = \frac{u_1^* - u_1}{u_{p1}} = \frac{i_1^* - i_1}{i_{p1}} \tag{9-12}$$

以上公式中,带星号上标的是新物面位置时的量。

9.6 初级像差系数与物面位置的关系

光学系统的像差总是对一定位置的物面而言的。当物面位置变化时,像差也要随之变

化。对于初级像差,易于由前二节所得的结果获知像差随物面移动而变化的关系。

首先由光阑像差着手,先得出物面位置移动后的光阑像差,然后再应用公式组(9-11),把这些新物面位置的光阑像差表示成物面像差,即可得到像差随物面位置移动而变化的公式。但是球差和位置色差是无法用这种方法得到相应公式的,需对它们另行推导。在此,仅将结果列出以备查考。

$$\begin{aligned}
 \sum S_{\text{I}p}^* &= \sum S_{\text{I}p} \\
 \sum S_{\text{V}}^* &= \sum S_{\text{V}} + B \sum S_{\text{I}p} \\
 \sum S_{\text{N}}^* &= \sum S_{\text{N}} \\
 \sum S_{\text{III}}^* &= \sum S_{\text{III}} + B(2 \sum S_{\text{V}} + J \Delta u_p^2) + B^2 \sum S_{\text{I}p} \\
 \sum S_{\text{II}}^* &= \sum S_{\text{II}} + B(3 \sum S_{\text{III}} + \sum S_{\text{N}} + J \Delta uu_p) \\
 &\quad + B^2(3 \sum S_{\text{V}} + 2J \Delta u_p^2) + B^3 \sum S_{\text{I}p} \\
 \sum S_{\text{I}}^* &= \sum S_{\text{I}} + B(4 \sum S_{\text{II}} + J \Delta u^2) + B^2(6 \sum S_{\text{III}} + 2 \sum S_{\text{N}} + 3J \Delta uu_p) \\
 &\quad + B^3(4 \sum S_{\text{V}} + 3J \Delta u_p^2) + B^4 \sum S_{\text{I}p} \\
 \sum C_{\text{II}}^* &= \sum C_{\text{II}} + B \sum C_{\text{I}p} \\
 \sum C_{\text{I}}^* &= \sum C_{\text{I}} + B[2 \sum C_{\text{II}} - J(\frac{dn'}{n} - \frac{dn}{n})] + B^2 \sum C_{\text{I}p}
 \end{aligned} \tag{9-13}$$

式中, B 是标志物面移动的一个量,与公式(9-12)中的 k_p 同义。用 Δ 表示的角差是指整个系统像方与物方之角差,例如 $\Delta u_p^2 = u'_{pk}^2 - u_{p1}^2$,等等。

可见,一个给定的共轴光学系统,不仅光阑像差可由某一物面的像差来表示,而且其它任意物面位置的像差也可用这同一物面的像差和光阑球差表示。这就是说,光学系统的初级像差特性是可被某一物面的像差和光阑球差所完全决定的。

从以上公式还可知道,当物面移动时,光阑球差对各种像差都有影响。因此,对需要在不同物距或倍率下使用的系统,如高质量的制版和复印镜头等,在设计时须设法校正好光阑球差,以消除或减小物面位置改变所引起的像差变化。关于像差的进一步讨论读者可参阅参考文献[10]。

习 题

1. 已知一个给定结构参数的光学系统的七种初级像差和数之值 $\sum S_{\text{I}}$ 、 $\sum S_{\text{II}}$ 、 $\sum S_{\text{III}}$ 、 $\sum S_{\text{N}}$ 、 $\sum S_{\text{V}}$ 、 $\sum C_{\text{I}}$ 和 $\sum C_{\text{II}}$,试计算它们随下列情况改变而引起的变化:(1)孔径增大一倍而视场和焦距不变;(2)视场增大一倍而孔径和焦距不变;(3)焦距增大一倍而孔径和视场不变(焦距增大一倍指系统的半径、间隔、通光口径等结构参数和物距、瞳距、瞳径等外部参数整体增大一倍,下同);(4)孔径增大一倍,视场减小一半而焦距不变;(5)孔径减小一半,视场增大一倍而焦距不变;(6)孔径、视场和焦距均增大一倍。

2. 一个光学系统,通过对视场边缘点发出的子午平面上的平行光束中,与主光线对称的一对全孔径光线、一对半孔径光线和主光线的光路追迹,分别得到如下终值:

上边缘光线: $L'_a = -39.9435, U'_a = -0.3219$

上中间带光线: $L'_{0.5a} = -23.2258, U'_{0.5a} = -0.3771$

主光线: $L'_p = -11.1985, U'_p = -0.4299$

下中间带光线: $L'_{0.5b} = -2.0945, U'_{0.5b} = -0.4803$

下边缘光线: $L'_b = 5.0843, U'_b = -0.5282$

此外, 还知道 $D/f' = 1:4, 2W = 50^\circ, f' = 75.2463, l' = 64.3240$ (长度均系毫米), 要求: 全孔径和半孔径时的子午彗差和宽光束子午场曲以及畸变。

3. 一单透镜, 当光阑与之重合时, 能否以整体弯曲的办法来改变其像散值? 当光阑在其它位置时又能否? 是否总能找到一个或二个光阑位置使其像散为零? 能校正像散的必要条件是什么?

4. 本书中一直引以举例的双胶合物镜, 其像散值在第11章计算求得。据理回答: 1) 数值能否通过整体弯曲予以进一步减小? 2) 是否能改变光阑位置来予以校正?

5. 在需接续成像的系统, 如透镜转像望远镜系统中, 常需在中间像面上设置场镜以控制主光线的走向和将轴外光束折向后续透镜, 试分析场镜的像差特征。

6. 全对称光学系统在以 $\beta = -1 \times$ 成像时, 已知系统的半部的七种初级像差和数值为 $S_I, S_{II}, S_{III}, S_{IV}, S_V, C_I$ 和 C_{II} , 问整个系统的这些数值为多少? 若把对称系统的后半部焦距放大一倍, 问此时的全系统成像放大率为多少? 七种初级像差和数值又为多少?

拟合的精度越低;取样越密集计算速度越慢,但波面拟合的精度越高。常用的取样密度有 16×16 , 32×32 , 64×64 , 128×128 , 256×256 等。例如对本书一直用以举例的双胶合透镜轴上点按取样密度 16×16 计算主色光的波像差,表 10-1 列出了对半部光瞳的计算结果。在这里主光线作为参考光线是必须要计算的,它通过光瞳的中心,因此实际上计算时是按 15×15 取样,主光线的数据在第 8 行第 8 列。读者可以注意到表中外围的数据都是 0,其实这部分是落在圆形光瞳以外的。由于共轴光学系统轴上点产生的波面也是对称的,读者可以看出这些数据关于第 8 行是上下对称的,表格的右半部分没有列出,它关于左半部分也是对称的。

表 10-1 双胶合物镜轴上点的主色光波像差数据(单位:波长)

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1496
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1434	0.1301	0.1199	0.1161
0.0000	0.0000	0.0000	0.1332	0.1083	0.0873	0.0743	0.0699
0.0000	0.0000	0.1332	0.1001	0.0699	0.0487	0.0369	0.0331
0.0000	0.1434	0.1083	0.0699	0.0407	0.0229	0.0141	0.0116
0.0000	0.1301	0.0873	0.0487	0.0229	0.0093	0.0038	0.0024
0.0000	0.1199	0.0743	0.0369	0.0141	0.0038	0.0006	0.0002
0.1496	0.1161	0.0699	0.0331	0.0116	0.0024	0.0002	0.0000
0.0000	0.1199	0.0743	0.0369	0.0141	0.0038	0.0006	0.0002
0.0000	0.1301	0.0873	0.0487	0.0229	0.0093	0.0038	0.0024
0.0000	0.1434	0.1083	0.0699	0.0407	0.0229	0.0141	0.0116
0.0000	0.0000	0.1332	0.1001	0.0699	0.0487	0.0369	0.0331
0.0000	0.0000	0.0000	0.1332	0.1083	0.0873	0.0743	0.0699
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1434	0.1301	0.1199	0.1161
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1496

如果是轴外点,波像差数据一般不再对称。为了画出逼真的波像差三维图,取样密度还需要再大一些。选择取样密度为 64×64 ,对以上双胶合透镜 3 度视场画出波像差三维图如图 10-1 所示。图下方的文字表示色光的波长为 0.588μ , x 方向视场为 0 度, y 方向视场为 3 度,波像差的峰值和谷值之差(peak-to-valley)为 4.5008 个波长。如果取波面的子午和弧矢截线,可以画出如图 10-2 所示的波像差曲线图。

图中横坐标 px 表示弧矢方向的取点系数, py 表示子午方向的取点系数,纵坐标表示以波长为单位的波像差值。三种不同的线型分别表示三种色光,已在图的下方标明。

实际生产中对于高精度光学系统可以采用波面干涉法检验波像差,有不同类型的干涉仪用于检验光学系统的质量,如双光路的泰曼干涉仪,它是用一条光路产生标准波面、另一条光路产生被测波面,从而得到两个波面的干涉图。共光路的斐索干涉仪也是常用的一种,由于标准波面和被测波面在同一光路,可以得到稳定性更好的干涉图。剪切干涉法的原理与此不同,它是采用平板反射等方法使同一个波面在一个方向产生错位获得干涉图。各种

第 10 章

波像差

前面对像差的讨论是以几何光学为基础,用光线经光学系统的实际光路相对于理想光路的偏离来度量的,统称为几何像差。它直观、易算,可用其数值的大小来描述一点成像时,几何光线的密集程度,从而评估像质的优劣。但光线本身是一抽象的近似概念,用它的密集程度来评价像质,在很多场合下与实际情况并不符合,而且像差也不可能完全校正到零。人们把几何像差分为多种,实际上光学系统成像质量是像差的综合影响,各种像差之间具有很强的相关性。因此,必须考虑像差的最佳校正方案,并根据系统的使用要求和使用状况给出合理的像差。这些像质评价问题常须基于光的波动本质才能解决。

与上述像质评价问题密切相关的是光学系统的波像差。例如要计算斯特列尔强度比(即中心点亮度)和光学传递函数时,就必须求知波像差;而瑞利判断更是直接以波像差的大小来作评价标准的。加之波像差与几何像差之间有内在联系,利用这种联系,可在一定程度上解决前述像差的最佳校正问题和容限问题,因此,讨论波像差,并建立起它与几何像差的关系是很必要的。

本章知识要点

1. 波像差概念,瑞利判据,与几何像差关系,离焦原则,图形表示与展开式
2. 参考点移动引起的波像差,焦深
3. 复色光的波像差
4. 光学系统的像差容限

10.1 波像差概念

几何光学中的光线相当于波阵面的法线,因此,物点发出的同心光束与球面波对应。此球面波经光学系统后,改变了曲率。如光学系统是理想的,则形成一个新的球面波,其球心即为物点的理想像点(实际上,由于受系统有限孔径的衍射,即使是理想系统也不可能对物点形成点像)。但是实际的光学系统的像差将使出射波面或多或少地变了形,不复为理想的球面波。实际波面相对于理想球面波的偏离就是波像差(wave aberration)。

通常在光学系统的出瞳处研究波像差,并计算波像差的具体数值。考虑到波面上的光程总是相等的,波像差就是实际光线与参考光线在参考波面上的光程差。光程差的计算详见“光线的光路计算”一章,这里不再重复。由于计算中心点亮度、传递函数等都需要用到波像差,为计算方便一般在光瞳上是按 2^k 的幂打网格取样,取样越稀疏计算速度越快,但波面

是按每1个波长一个条纹的比例所画的对应于图10-1的干涉图。

10.2 波像差与几何像差的关系

对于轴对称光学系统,轴上点发出的球面波经系统以后,只是由于唯一的球差,使出射波面变形而偏离于球面。由于轴上点波面是轴对称的,其波像差只需从波面与子午平面相截的截线上,取光轴以上的一方来考察即可。如图10-4所示, $o'z'$ 是波面的对称轴(即系统的光轴), o' 是系统的出瞳中心,实际波面 $o'\bar{N}$ 上任意一点 \bar{M} 的法线交光轴于 \bar{A}' 点。任取一参考点,例如以高斯像点 A' 为中心,作一在 o' 点相切于实际波面的参考球面 Σ ,它就是理想波面。显然, $\bar{A}'A'$ 就是孔径角为 U' 时的球差。光线 $\bar{M}A'$ 交理想波面于 M ,则 $n \cdot \bar{M}\bar{M}$ 就是波面像差,简称波像差。可见,波像差就是实际波面与理想波面之间的光程差,用 W 表示。规定实际波面在理想波面之后时的波像差为负,反之为正。令理想波面的曲率半径为 R , MA' 与 $\bar{M}A'$ 之间的夹角为 δ ,显然

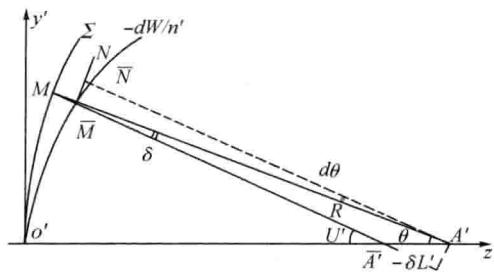


图 10-4

$$\delta = -\frac{\delta L' \sin U'}{R}$$

以 A' 为中心,过 \bar{M} 点作一圆弧 $\bar{M}N$,显然 $\bar{M}N$ 和 $o'M$ 之间是等光程的。则 \bar{M} 附近一点 \bar{N} 处的波像差相对于 \bar{M} 点处的波像差的改变量 dW ,可以相对于参考球面 $\bar{M}N$ 来确定,则有

$$\delta = -\frac{dW/n'}{R \cdot d\theta} \approx -\frac{1}{n'R} \frac{dW}{dU'}$$

由以上二式可得

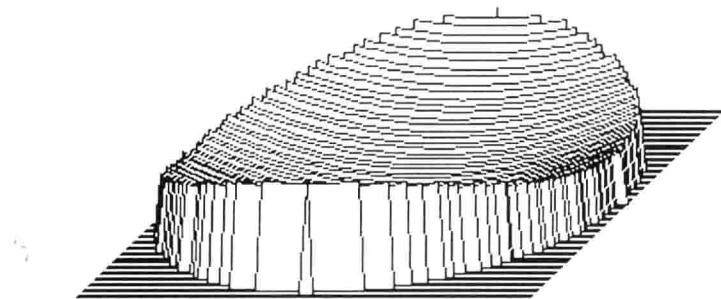
$$dW = n' dL' \sin U' dU' \quad (10-1)$$

当光学系统的孔径不大时, $\sin U' \approx u'$, 则有

$$\bar{W} = \int dW = \frac{n'}{2} \int_0^{u'} \delta L' du'^2 \quad (10-2)$$

这就是波像差与球差之间的关系。可见,如以 u'^2 为纵坐标来画出球差曲线, 曲线所围面积的一半即为波像差。这样,就很容易从球差曲线以图形积分方法求得轴上点不同孔径时的波像差。对于物在无穷远的系统,宜将 u' 表示为 h/f' , 相应的波像差公式为

$$W = \frac{n'}{2f'^2} \int_0^{h_m} \delta L' dh^2 \quad (10-3)$$



Wave=0.588 microns, Field=(0.3)deg
Peak to valley is 4.5008 λ

图 10-1

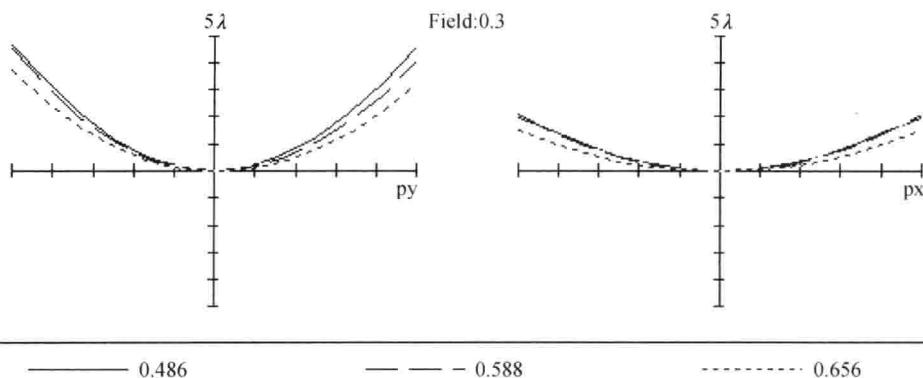
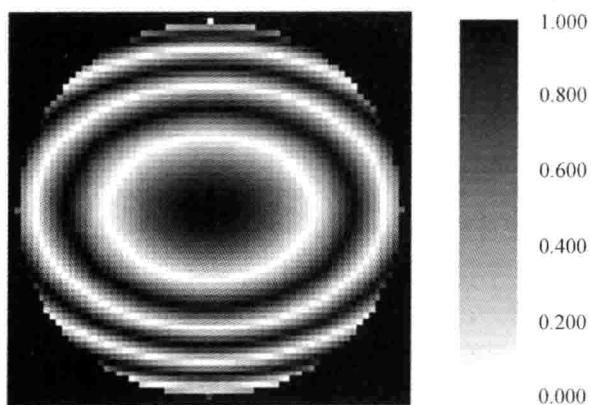


图 10-2

干涉测量方法的原理及具体应用本书限于篇幅不作详细讨论,请读者参阅参考文献[7]、[8]和[44]。显然利用波像差数据可以直接得到实际波面与参考波面的干涉图,例如图 10-3 就



Wave=0.588 microns, Field=(0.3)deg
Peak to valley is 4.5008 λ

图 10-3

或者以相对高度 h/h_m 来表示

$$W = \frac{n' h_m^2}{2 f'^2} \int_0^1 \delta L' d\left(\frac{h}{h_m}\right)^2 \quad (10-4)$$

设已知一双胶合物镜的结构参数,且有 $h_m = 10, f' = 79.563$,根据结构参数算得球差,画出球差曲线如图 10-5 所示,并判断出其球差方程为

$$\delta L' = -0.22\left(\frac{h}{h_m}\right)^2 + 0.22\left(\frac{h}{h_m}\right)^4$$

由积分得

$$W = \frac{n' h_m^2}{2 f'^2} \left[-\frac{0.22}{2} \left(\frac{h}{h_m}\right)^4 + \frac{0.22}{3} \left(\frac{h}{h_m}\right)^6 \right]$$

也可两边同除以 λ ,直接表示成以波长为单位的值。把已知的值代入并取 D 光,相应的波像差曲线如图 10-6 所示。

可见,边缘带处波像差最大,约为半个波长。按瑞利判断(当按绝对值计的最大像差小于 $1/4$ 波长时,可认为系统是完善的)已超出允许的数值。这是否就意味着该物镜达不到像质要求呢?并不是。因为上面的波像差值是以高斯像点为参考点求得的。如果选择另一个参考点,就有可能使波像差减小。因为波像差是随参考点位置而异的。这个使波像差为最小的参考点位置,就是物镜的最佳像点所在。它并不一定在高斯像点位置。那么,如何寻求最佳像点位置?在以最佳像点为参考点时如何计算波像差?这将是两个需回答的问题。

我们已知球差曲线对纵坐标轴所围面积与波像差成比例,因此,最佳像点,即球差曲线中新选的纵坐标轴位置应使曲线对其所围的面积为最小。对于如图 10-5 所示的曲线,应取理想波面的中心位于 A 处,以使面积 $ABC = COD = DEF$,此时,最大的波像差仅被面积 ABC 所决定,相应的波像差曲线如图 10-6 所示。显然波像差要较原来小得多。这种在沿轴方向求取最佳焦点的做法,称轴向离焦(axial defocusing)。比较图 10-5 和图 10-6 可见,轴向离焦前后的波像差曲线,在形状上完全相同,后者仅相当于把纵轴作一次转动而已。

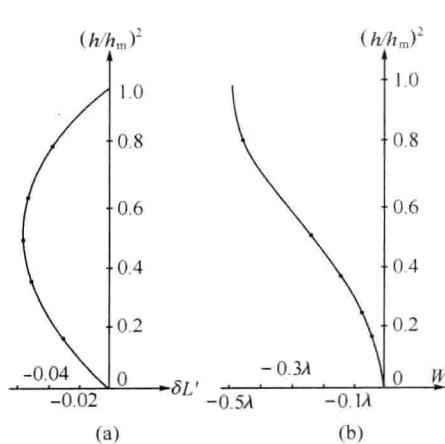


图 10-5

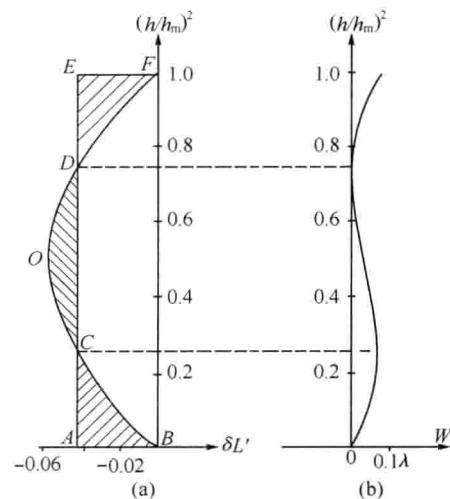


图 10-6

对于只包含初级和二级球差的光学系统,当对边缘光线校正了球差后,其最佳像点位于

离高斯像点 $(3/4)\delta L'_{0.707}$ 处，并在 $(h/h_m)^2=1/4$ 带处具有最大波像差，在 $(h/h_m)^2=3/4$ 带处波像差为零，在边缘带处的波像差与 $(h/h_m)^2=1/4$ 带相同。最大的波像差为

$$W = \frac{n'h_m^2}{2\lambda f'^2} \cdot \frac{\delta L'_{0.707}}{12} \quad (10-5)$$

计算可得，当参考点取在最佳像点时，最大波像差仅 $(1/16)\lambda$ ，只有原最大波像差的 $1/8$ ，为波像差容限的 $1/4$ ，所以，该物镜的结果是好的。

如果光学系统仅有初级球差，那么，以 u^2 为纵坐标轴画得的球差曲线为一直线，此时，最佳像点的位置应在 $(1/2)\delta L'_m$ 处；如果光学系统还有更高级的球差，球差曲线将更复杂些，但如果从波像差的观点来考虑的话，最佳校正方案应该是使球差曲线与可能选到的参考纵轴包围尽可能多块大小相同、且可相消的面积。这是一个基本原则。

轴外点光束经光学系统后，一般已失去轴对称性质。因此不能像轴上点那样，仅用一个量来描述其像差。通常用光线的垂轴像差的子午分量 $\delta y'$ 和弧矢分量 $\delta x'$ 来描述，相应地，轴外点的波像差也将表示成与这两个分量之间的关系。

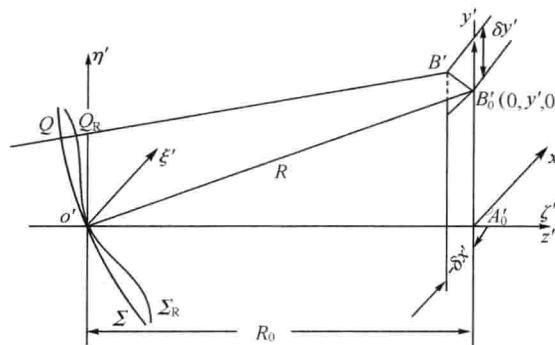


图 10-7

分别以出瞳中心 o' 和理想像面中心 A'_0 为原点，作瞳面坐标 $o'\xi'\eta'\zeta'$ 和像面坐标 $A'_0x'y'z'$ ，如图 10-7 所示。 \sum 为轴外点 B 的实际波面， \sum 为以理想像点 B'_0 为中心所作的在出瞳中心 o' 处与实际波面相切或相交的理想参考球面。任取一条光线，与波面 \sum 、 $\sum R$ 和高斯像面分别相交于 Q 、 Q_R 和 B' 点，显然， $Q_R Q = -W/n'$ 。这里

$$dW = \frac{n'}{R} (\delta y' \cdot d\eta' + \delta x' \cdot d\xi') \quad (10-6)$$

将上式中的 η' 、 ξ' 以规范化坐标 η'/η'_m 和 ξ'/ξ'_m 表示，记之以 $\bar{\eta}'$ 和 $\bar{\xi}'$ ，由 $\bar{\eta}'_m = \bar{\xi}'_m$ 且 $\eta'_m/R = u'_m$ 得

$$dW = n'u'_m \delta y' \cdot d\bar{\eta}' + n'u'_m \delta x' \cdot d\bar{\xi}' \quad (10-7)$$

这就是轴外点波像差与垂轴几何像差之间的关系式。利用它可由几何像差求知波像差。为从光线的垂轴像差计算波像差，可对公式(10-7)进行积分。但是这样计算是相当不便的，因为要精确地把垂轴像差的二个分量表示成瞳面坐标 η 、 ξ 的函数关系非常复杂。实际上，波像差是直接计算光线光程求得的。但从公式(10-7)我们可以看出，改变垂轴像差也会引起波像差的变化，这样就有可能选择使波像差更小的参考点，即引入垂轴离焦(**lateral defocusing**)的概念。当参考点相对于高斯像点在垂轴方向作一微小移动时，相当于各条光

参考球面交点之间的光程 $\sum n_i D_i$, 就能求知各光线间的光程差了。鉴于参考球面与实际波面在出瞳中心相切或相交, 该点(相当于主光线)的波像差为零, 因此各条光线的光程与主光线的光程之差即为各光线的波像差。

波像差是各种几何像差的综合表现。对于一个设计良好的光学系统, 加工、装配环节带来的误差也会引起波面的倾斜或变形, 从而在波像差中体现出来。在光学系统质量检验中为了分析实际波面的成因, 分离出各种像差的影响, 为改进设计、提高加工装配精度提供依据, 常将波像差表示成由离焦、倾斜及各种像差迭加而成的函数形式。

对给定光学系统, 光线由物面坐标 y 和瞳面坐标 ξ, η 所确定。不同的光线波像差不同, 故波像差一定是这些坐标的函数。对于共轴光学系统, 因坐标为 y, η, ξ 的光线与坐标为 $-y, -\eta, -\xi$ 的光线具有完全相同的光路, 故必有

$$W(\eta, \xi, y) = W(-\eta, -\xi, -y)$$

据此, 波像差表达式中, 只可能包含 η, ξ, y 的偶次元: $\eta^2, \xi^2, y^2, \eta y, \eta \xi, \xi y$; 再由于光束对子午平面对称, 坐标 ξ 的奇次项不可能在表达式中出现; 再考虑到轴上点波像差只是入瞳半径 $\eta^2 + \xi^2$ 的函数, 因此上面偶次项中的 η^2 和 ξ^2 项只能以 $\eta^2 + \xi^2$ 的形式出现。故有

$$\begin{aligned} W = & W(\xi^2 + \eta^2, y^2, \eta y) \\ = & a_1(\xi^2 + \eta^2) + a_2 \eta y + b_1(\xi^2 + \eta^2)^2 + b_2 \eta y (\xi^2 + \eta^2) \\ & + b_3 \eta^2 y^2 + b_4 y^2 (\xi^2 + \eta^2) + b_5 \eta y^3 + c_1(\xi^2 + \eta^2)^3 + c_2 \eta y (\xi^2 + \eta^2)^2 \\ & + c_3 \eta^2 y^2 (\xi^2 + \eta^2) + c_4 y^2 (\xi^2 + \eta^2)^2 + c_5 \eta^3 y^3 + c_6 y^3 \eta (\xi^2 + \eta^2) \\ & + c_7 y^4 \eta^2 + c_8 y^4 (\xi^2 + \eta^2) + c_9 y^5 \eta + \dots \end{aligned} \quad (10-11)$$

由于参考球面在出瞳中心与实际波面相切, 即 $\eta = \xi = 0$ 的主光线的波像差为零, 故上式中不存在常数项和单独的 y^2 项。

上式中, $a_1(\eta^2 + \xi^2)$ 和 $a_2 y \eta$ 分别是轴向离焦和垂轴离焦项, 是由于参考点不在高斯像点而产生的。以 b_i 为系数的五项, 对应于五种初级单色像差引起的波像差。以 c_i 为系数的九项, 是由二级像差引起的。

常见有用极坐标 r, ϕ 表示瞳面坐标的波像差表示式。此时有

$$\xi = r \cos \phi, \eta = r \sin \phi, \xi^2 + \eta^2 = r^2$$

将其代入公式(10-11), 可得相应的表示式。

以上的波像差表示式, 一般都是用来对某一给定的视场计算其波像差的, 故式中的视场因子 y 是一常数, 可并入系数内。

根据波像差的一般表达式, 可以画出各种单色像差引起的实际波面与参考波面干涉图, 它们与实例计算的结果完全一致。图 10-8 是一个具有球差的单透镜以高斯像点为参考点时的轴上点 F 光波像差干涉图, 图 10-9 是一个具有明显彗差的双胶合透镜 1 度视场以主光线像点为参考点时的 F 光波像差干涉图, 图 10-10 是本书一直用以举例的双胶合透镜 3 度视场以主光线为参考像点时的 F 光波像差干涉图, 它的 d 光干涉图就是图 10-3。如果参考波面或被测波面发生倾斜, 波像差干涉图也会发生相应的变化。

在波面检测中, 常根据波面干涉图及其移动情况分解出波像差一般表达式中的各项, 这

线的 $\delta y'$ 值改变了同样一个移动量, 对于 $\delta x'$ 也类似, 就可能获得使波像差最小的参考点。因此垂轴离焦的目的, 只是为了获知最佳参考点位置后, 估计波像差大小以判断该像点的像质是否良好。

至于轴向离焦, 从上一节的讨论可知, 只相当于纵轴的一个偏转。但必须注意, 轴向离焦不同于垂轴离焦, 后者仅为了作像质评价, 而前者则是要最后决定一个最佳像面位置。因此, 轴向离焦不能只顾一个视场, 应该从对各个视场都有好处来选取适当的离焦量。对于一个成像系统, 垂轴离焦实际上对像面没有任何操作, 并且垂轴离焦所确定的最佳像点可能不是理想像点。当光学系统存在畸变时垂轴离焦是迁就畸变的, 所以用波像差虽然是一种综合性的像质缺陷表示, 但不包括畸变。

10.3 参考点移动产生的波像差、焦深

由上节讨论可知, 参考点位置变化时, 将会使波像差产生变化, 这可以理解为参考点移动产生了新的波像差所致。对几何像差而言, 参考点移动只相当于坐标原点的变化, 但对波像差而言, 相当于参考球面的半径发生变化, 使得新的参考球面与原来的参考球面有所偏离, 这就是参考点移动所产生的波像差。若参考点沿波面对称轴移动 $\Delta l'$, 其所引起的波像差变化量 ΔW 可应用公式(10-2)以 $\Delta l'$ 代替其中的球差 $\delta L'$ 来求得, 即

$$\Delta W = \frac{1}{2} n' \Delta l' \int du'^2 = \frac{1}{2} n' u_m'^2 \Delta l' \quad (10-8)$$

对于理想光学系统, 以高斯像点为参考点时, 波像差为零。若有一微量的离焦 $\Delta l'_0$, 只要其产生的波像差小于 $1/4$ 波长, 仍不失其成像的完善性。与此相应的离焦量为

$$\Delta l'_0 \leq \frac{0.5\lambda}{n' u_m'^2} \quad (10-9)$$

无论实际像点在高斯像点之前或之后 $\Delta l'_0$, 波像差都不会超过 $1/4$ 波长, 故定义焦深(**depth of focus**)为

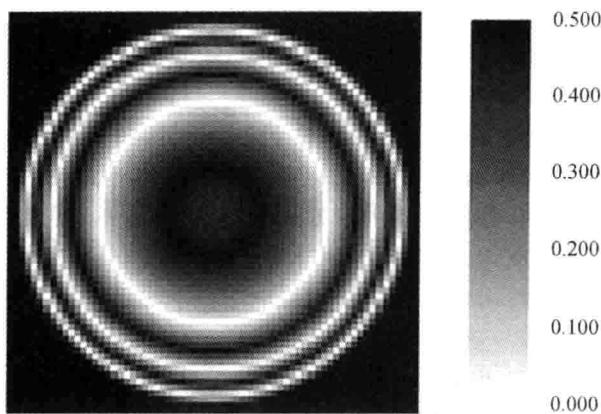
$$\text{焦深} = 2\Delta l'_0 \leq \frac{\lambda}{n' u_m'^2} \quad (10-10)$$

可见, 焦深与光学系统的孔径角有关, 孔径越大, 焦深越小。焦深是光学中的一个重要量值, 可用它作为衡量光学系统的剩余像差能否被允许的尺度。

10.4 波像差的一般表示式

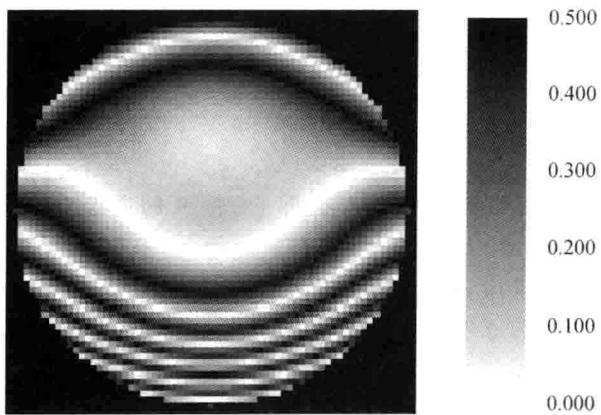
为计算有像差时的像点的能量分布, 常需作波像差计算。用前述的由几何像差来计算波像差的方法是很不方便的。

因为波像差就是实际波面与理想波面之间的光程差, 所以用计算光程的方法求知波像差较为方便易行。根据马吕斯定律可知, 出射波面与入射波面之间是等光程的, 只是因为光学系统的像差, 使出射的等光程面变形而偏离了球面形状而已。因此, 光程差实际上反映在入射波面与参考球面之间, 这样, 只要计算从物点发出的在入瞳面上按序分布的若干光线与



Wave=0.486 microns, Field=(0,0)deg
Peak to valley is 1.4953 λ

图 10-8



Wave=0.486 microns, Field=(0,1.5)deg
Peak to valley is 3.3613 λ

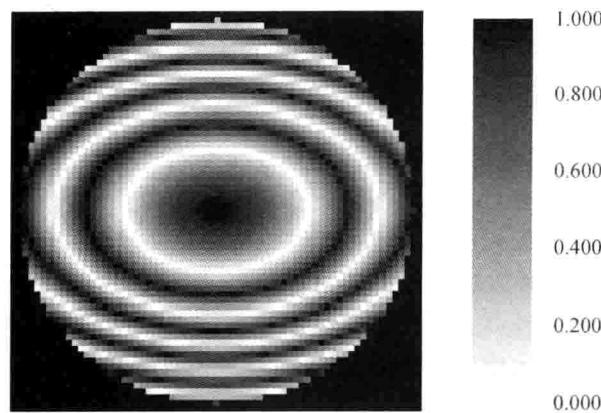
图 10-9

种情况大多采用泽尼克^①圆多项式 (Zernike polynomial) 表示波像差, 其中各项均具有明确的物理意义, 易于从中分离出各种像差。例如准分子激光角膜切削手术治疗屈光不正时, 首先要测量角膜曲率、角膜厚度以及眼睛本身的像差, 从而给出最佳的切削方案。这种测量大多是用泽尼克多项式表示波像差的。在出瞳上按极坐标定义归一化坐标 ρ 和 θ 之后利用泽尼克圆多项式展开的波像差为:

$$W = \bar{W} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n Q_n^0(\rho) + \sum_{m=1}^n Q_n^m(\rho) \rho^m (B_{nm} \cos m\theta + C_{nm} \sin m\theta)] \quad (10-12)$$

其中 \bar{W} 是波像差的平均值, A_n , B_{nm} 和 C_{nm} 为根据波像差值拟合的各项系数, $Q_n^m(\rho)$ 为 ρ 的 2

^① 泽尼克(Frederik Zernike 1888—1966), 荷兰物理学家, 建立了表示误差的 Zernike 多项式, 因发明相衬显微镜获得 1953 年诺贝尔物理学奖。



Wave=0.486 microns, Field=(0,3)deg
Peak to valley is 4.7504 λ

图 10-10

$(n-m)$ 阶多项式：

$$Q_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{n-m} (-1)^s \frac{(2n-m-s)!}{s!(n-m)!(n-m-s)!} \rho^{2(n-m-s)} \quad (10-13)$$

以下是泽尼克多项式的前 9 项：

表 10-2 泽尼克多项式前 9 项

n	m	序号	相应项
0	0	0	1
1	1	1	$\rho \cos \theta$
		2	$\rho \sin \theta$
	0	3	$2\rho^2 - 1$
2	2	4	$\rho^2 \cos 2\theta$
		5	$\rho^2 \sin 2\theta$
	1	6	$(3\rho^2 - 2)\rho \cos \theta$
		7	$(3\rho^2 - 2)\rho \sin \theta$
	0	8	$6\rho^4 - \rho^2 + 1$

若各项系数分别为 Z_0, Z_1, \dots, Z_8 , 则用泽尼克多项式前 9 项表示的波像差为

$$W(\rho, \theta) = Z_0 - Z_3 + Z_8 + (Z_1 - 2Z_6)\rho \cos \theta + (Z_2 - 2Z_7)\rho \sin \theta \\ + (2Z_3 - 6Z_8 + Z_4 \cos 2\theta + Z_5 \sin 2\theta)\rho^2 + 3(Z_6 \cos \theta + Z_7 \sin \theta)\rho^3 + 6Z_8\rho^4$$

上式中各项均有明确的物理意义, 除常数项外, ρ 的 1 次项表示倾斜, ρ 的 2 次项表示离焦和初级像散, ρ 的 3 次项表示初级彗差, ρ 的 4 次项表示球差。可见, 由泽尼克多项式的系数可以直接得到各初级像差引起的波像差。因此高精度光学镜头也常对泽尼克多项式各项系数提出要求。关于泽尼克多项式在单位圆上正交的性质, 以及其中各独立项产生的波像差现象和在波面检测中的应用, 读者如需进一步了解请参阅文献[44]。

10.5 复色光的波像差

单色球面波经光学系统后,将由于像差而发生变形。如果物方球面波是复色的,那么,各色波面经系统后,将因各自像差的不同而有不同程度的变形。康拉弟^①在其著作《应用光学和光学设计》一书中首先提出引入波色差讨论两种色光波面间的偏离,给出了用于计算波色差的($D-d$)方法。这种方法计算简便、精度高,并且便于调换等折射率不等色散的玻璃来校正色差,而对单色像差并无影响。这在以往计算机软、硬件条件受到限制时,在对复杂系统,特别是照相物镜等大像差系统的设计中,曾经发挥了重要作用。目前的光学设计软件已经完全按照空间光线追迹计算实际波面得到不同色光的波像差。

据此,对于单色光或主色光可以得到一种波像差,即对每条光线在出瞳处计算与参考波面的交点处光程,并与参考光程(通常是主光线光程)相比较到单色光的波像差。而对于复色光中除了主色光之外的其他色光,有两种不同的波像差,一种是实际波面相对于该色光自己的理想波面的偏离,另一种是该色光实际波面相对于主色光理想波面的偏离,前者不反映色差,只有后者才反映色差的影响。但这个波像差与康拉弟的波色差不同,并不是需要校正色差的两种色光之间的波像差。

当对于光学系统成像的所有特征色光均计算波像差时,必须有统一的参考波面,这就是主色光的理想波面。利用光学设计软件可通过选择波长来决定是计算单一波长的波像差还是计算多种色光的波像差。当计算单一波长的波像差时是以该波长的主光线或中心光线与像面的交点作为参考球面波的球心的,当计算多种色光的波像差时则以主波长的主光线或中心光线与像面的交点作为参考球面波的球心,从而获得出瞳处的参考波面。各种色光的出射波面均在出瞳中心与参考波面相切。图 10-2 就是以主色光的主光线在出瞳处的球面波作为参考波面所画出的子午、弧矢两个方向三种色光的波像差曲线,从而在一幅图中看出几种色光的波像差。如果画出的是轴上点的波像差曲线,我们会发现两个方向的曲线完全相同并且对称。由于各种色光的波面均以主色光的波面为参考波面,因此这种波像差曲线和仅与色差有关的波色差曲线相比更能综合地反映系统的像质。但波像差三维图只表示一种色光的波像差,如果光学系统对复色光成像,则需要对各色光作出波像差三维图,计算时可以选择是否参考主色光。

10.6 光学系统的像差容限

光学系统不可能把像差校正得尽善尽美。多大的像差能被认为是允许的?这是一个很重要的问题,也是一个甚为复杂、并且还不能认为已被解决了的问题。原因是光学系统的成像质量是各种像差综合影响的结果,光学系统的像质要求还随系统的使用条件、使用要求和

^① 康拉弟(Alexander Eugene Conrady 1866—1944),英藉荷兰光学家,伦敦大学帝国科技学院光学设计教授。

统,一般用像点的弥散斑来直接评定(对应的评价方法为点列图)若弥散斑直径在 $0.03\sim0.1$ 毫米以内,就可认为是满意的。畸变则以观察者感觉不出像的明显变形为限,一般可允许 $2\sim4\%$ 。

对于采用光电接收器的数码相机光学系统,需要根据传感器的分辨率提出像质要求,详见“光学系统的质量评价”一章。

实际上现代光学设计已经从像差的优化转为主要评价系统的综合像质,较少把单独一种像差分离出来要求达到什么指标,通常光学设计软件可以直接输出各特征视场的成像弥散斑均方根半径和最大半径、波像差曲线和波像差三维图、光学传递函数等综合性的评价指标,这时往往不必拘泥于几何像差的具体数值。当然几何像差过大时这些综合评价指标也不可能达到要求。

但这并不表明设计者采用综合性评价指标就可以了,当使用光学设计软件并直接利用波像差或由波像差计算得出的传递函数来评价像质时,需要对畸变加以特别的注意。这是因为软件所选取的参考波面球心是主光线或中心光线与像面的交点,并未涉及这个交点距离理想像点有多远,也就是说不涉及畸变。当视场有一定大小时畸变可能会超出要求。

由于光学传递函数等评价指标的计算远不如几何像差快,特别是在设计的初始阶段,主要以弥散斑作为评价依据,利用几何像差参与优化设计仍不失为一种快速、高效的方法,有经验的设计人员常常把几何像差作为一种便于控制的手段,利用它更快地达到设计指标。这就需要设计者根据用户的要求和光学系统的像差特征对优化过程加以合理的人工干预。同时,在设计初期以几何像差特别是初级像差为依据选择合理的光学结构,可以帮助设计人员更顺利地完成光学设计过程。

在设计的最后阶段,在绝大多数指标都达到的情况下,个别视场的弥散斑比设计要求只大了一点、个别视场个别空间频率的传递函数距离设计指标还差了 0.01 ,优化时这个指标好了另一个指标又下来了,这时往往需要设计者付出很大的努力加以平衡,找出原因并对具体光线的光程差加以微调,使系统能够满足每一个设计指标。

光学设计是一种非常个性化的工作,同样的指标下可以设计出千差万别的光学系统,这里对像差理论特别是初级像差理论的运用极大地影响着设计进程和设计结果。进一步的研究还表明,具有较小初级像差的光学结构可以降低公差灵敏度,为加工、装配带来方便,提高系统的稳定性。

因此,现代高质量光学镜头的设计仍然需要设计者具有很好的像差理论功底,如投影光刻镜头这样的极高精度光学系统甚至直接对波像差的 Zernike 多项式各项系数提出具体指标,对于这样的镜头,几何像差的控制仍然是一项非常重要的工作。

习 题

1. 对第 7 章习题第 1 题中已求出球差展开式的光学系统,要求:(1)以计算方法和图形积分方法求其波像差;(2)画出波像差曲线;(3)求出最佳焦点位置以及以此点为参考点时的波差值,并画出波像差曲线;(4)求最大的波像差值及其所在的环带。

2. 对第 11 章习题第 4 题中的平凸透镜,根据其 $h=12.5\text{mm}$ 的边缘光线和近轴光线的光路追迹求得的边光球差(假定只有初级球差),用对球差曲线图形积分的方法求其波像差,画出波像差曲线,确定最佳焦点位置,以及以该焦点为参考点时的最大波像差。

接收器性能等的不同而不同。而诸多像质评价方法之间虽然有直接或间接的联系,但它们各有其局限性,不能用任一种方法来评价各种光学系统。

由于波像差与几何像差之间有着较为方便和直接的联系,因此,以最大波像差为评价依据的瑞利判断(详见“光学系统的质量评价”一章)是一种方便而实用的像质评价方法。利用它可由波像差的允许值得出几何像差的容限。但它只适用于评价望远镜和显微镜物镜等小像差系统。这类系统是一种视场很小而孔径较大或很大的系统,应该保证轴上点和近轴点有很好的像质。所以须校正好球差、色差和近轴彗差,使最大波像差不大于 $1/4$ 波长,符合瑞利判断的要求。

对于球差,利用第一节已得到的公式,可直接得出容限计算式。有两种情况:

1. 当系统仅有初级球差时,其所产生的最大波像差(经 $(1/2)\delta L'_{\infty}$ 离焦后),令其小于或等于 $1/4$ 波长,即可得边光球差的容限公式为

$$\delta L'_{\infty} \leq \frac{4\lambda}{n' u'^2_m} = 4 \text{ 倍焦深}$$

上式的严格表示应为

$$\delta L'_{\infty} \leq \frac{4\lambda}{n' \sin^2 U'_{\infty}} \quad (10-14)$$

2. 当系统同时具有初级和二级球差时,在对边光校正好球差后, 0.707 带的光线具有最大的剩余球差。作 $(3/4)\delta L'_{0.707}$ 的轴向离焦后,令系统的最大波像差小于等于 $1/4$ 波长,则可得 $\delta L'_{\infty}=0$ 时的带光球差容限为

$$\delta L'_{0.707} \leq 6 \text{ 倍焦深}$$

或

$$\delta L'_{0.707} \leq \frac{6\lambda}{n' \sin^2 U'_{\infty}} \quad (10-15)$$

实际上,边光的球差未必正好校正到零,需控制在焦深范围内。故此时边光球差的容限为1倍焦深。

类似于球差,以往也对弧矢彗差提出容限,如

$$\text{弧矢彗差 } K_s \leq \frac{\lambda}{2n' \sin U'_{\infty}} \quad (10-16)$$

如果系统对复色光成像,色差引起的波像差应当 $\leq \frac{\lambda}{4} \sim \frac{\lambda}{2}$ 。

对于如目镜这样的小孔径大视场目视光学系统,引起成像模糊的像差除了像面弯曲外,其他采用综合性评价如点列图,详见“光学系统的质量评价”一章,几何像差只是作为控制手段。但眼睛作为接收器时,由于眼睛具有一定的调节能力,像面弯曲只要在眼睛的调节范围内即可,实际设计时常取合理的弯曲像面或物面。如果是电子目镜则要求平场。另对畸变提出要求:

$$\text{畸变 } \frac{\delta y'}{y_0} \leq 5 \sim 10\%$$

照相物镜是大孔径大视场系统,应校正全部像差。但其接收器即感光胶片有一定的粒度,因此物镜本身无需达到很高的像质要求,可认为是一种大像差系统。它所具有的各种像差的剩余值,要超出瑞利极限好多倍,自然不能用瑞利判断来评价其像质。对于大像差系

3. 对单透镜,若最大波像差小于 $\lambda/4$,或边光球差小于 4 倍焦深时,依然能对单色光良好成像。试对上题的单透镜(已知 $D/f' = 1 : 4$)计算其球差容限。实际上,其球差大大超过此容限值。为使其最大的波像差小于等于 $1/4$ 波长($\lambda = 0.000555\text{mm}$),必须将其相对孔径降低以减小其球差值。试求相对孔径降到多少时,可使球差减小到正好为 4 倍焦深?

4. 据理说明为什么对于大多数只包含初级与二级色差的光学系统,对 0.707 带校正位置色差与对边缘带校正波色差是一致的,并且可以使最大剩余波色差为最小。

9. 光程和光程差计算

11.1 近轴光线追迹

计算近轴光线的目的,如果只是为了求知高斯像的位置和大小,以及光学系统的基点位置和焦距,则应用公式(2-11)或(2-12)并辅以过渡公式(2-28)或(2-29)即可。但在光学设计时,通常还要利用近轴光线在各面上的高度和入射角等有关量,来算出各种初级像差及其分布,这就需按公式(2-5)~(2-8)来进行计算,并辅以过渡公式(2-27)和(2-28)。计算的初始数据为 l_1 和 u_1 ,如光线发自无穷远轴上点,则 $l_1=\infty, u_1=0$,此时取 h_1 作为初值。

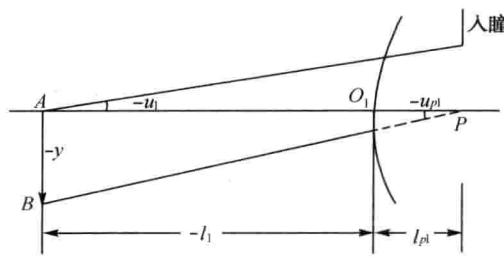


图 11-1

要计算初级像差,需作两条近轴光线的光路计算,如图 11-1 所示,一条是轴上物点 A 发出、过入瞳边缘的第一近轴光线,其初始数据为: $l_1=l$ (物距), $u_1=\sin U$,当 $l_1=\infty, u_1=0$ 时,取 $h_1=a$ (入瞳半径);另一条是物面边缘点 B 发出、过入瞳中心 P 的第二近轴光线,初始数据为: $l_1=l_{p1}, u_1=u_{p1}=\sin W$ 。 W 为视场角,有

$$\tan W = \frac{y_1}{l_{p1} - l_1} \quad (11-1)$$

若物体在无穷远,视场角是直接给定的。

对第 4 章用于举例的双胶合望远镜物镜作第一近轴光线计算,得到如表 11-1 所示的结果。该物镜的性能参数为: $f'=100$, 相对孔径 $2a/f'=1/5$, 视场 $2W=6^\circ$ 。对于第一近轴光线,其初值为 $l=-\infty, u=0, h=10$ 。

表 11-2 列出了对该物镜作第二近轴光线计算的结果。由于物镜作为入瞳,因此 $l_{p1}=0$,并且按视场角得出 $u_{p1}=\sin(-3^\circ)=-0.052336$,这里负值是习惯上的取法。

表 11-1 第一近轴光线的计算

$l=-\infty, u=0, h=10$

	1	2	3
l	$-\infty$	179.537	341.319
$-r$	62.50	-43.65	-124.35
$l-r$		223.187	465.669
$\times u$	$h_1=10$	0.0544849	0.0284512
$\div r$	62.50	-43.65	-124.35

第 11 章

光线追迹

由第 2、3、4 章的讨论可知,实际光学系统只有在近轴区才能像理想光学系统那样完善成像。然而,只能对近轴小物体以细光束成像的光学系统并无实用意义,因为恰恰是相对孔径和视场这两个参数与光学系统的功能和使用价值密切相关,拉氏不变量决定了系统能够传输的信息量的大小。实际上,任何光学系统都需根据仪器的要求而具有远超出近轴区范围的孔径和视场,导致产生一系列像差。因此,任何实用的光学系统,都必须经过精细设计,校正其像差以达到良好的成像质量。

在设计光学系统时,为了获得像差的最佳校正和平衡,要不断地修改结构参数,包括表面的曲率半径、间隔和透镜的材料等。每修改一次,都必须追迹大量光线,了解有关像差,进行综合分析和评价,确定是否需进一步修改及修改方向。光学系统自动设计或称优化设计只是借助计算机来完成这些繁复的运算与分析,其基本过程并无本质的区别。所以,设计光学系统需要反复作大量光线的光路计算,也称为光线追迹(ray trace)。通常需作如下四类光线的光路计算:

1. 作近轴光线的光路计算以确定像的理想状态;
2. 作含轴面内光线的光路计算以求得大部分像差;
3. 作沿主光线的细光束像点的计算以求得细光束像差;
4. 作空间光线的光路计算以全面了解系统的像质。

为作各类光线的光路计算,除需给出光学系统的结构参数外,还要知道物体的位置和大小以及孔阑的位置和大小。

不论作那一类光线的光路计算,其基本方法各自相同,都是对系统的每一面重复进行的。但为了计算各种像差,须选取不同的光线,它们的初始数据各不相同,最后结果也要根据所求像差作相应的处理。

本章知识要点

1. 第一近轴光和第二近轴光
2. 近轴光线的初始条件
3. 近轴光线的光路计算
4. 子午面内实际光线的初始条件
5. 子午面内实际光线的光路计算
6. 沿主光线的细光束计算初始条件
7. 沿主光线的细光束像点的计算
8. 光路计算的后处理

	1	2	3
i	0.16	-0.278587	-0.106545
$\times n/n'$	1/1.51637	1.51637/1.67268	1.67268/1
i'	0.105515	-0.252553	-0.178215
$\times r$	62.5	-43.65	-124.35
$\div u' = u + i - i'$	0.0544849	0.0284512	0.100122
$l' - r$	121.037	387.469	221.341
$+r$	62.5	-43.65	-124.35
l'	183.537	343.819	96.9912
$h = lu = l'u'$	10	9.78206	9.71093
$l' = h/u'$	183.537	343.819	96.9912
$-d$	4	2.5	
l	179.537	341.319	

表 11-2 第二近轴光线的计算

$$l_1 = 0, u_1 = -0.052336$$

	1	2	3
l	0	-4	-6.87104
$-r$	62.50	-43.65	-124.35
$l - r$	-62.5	39.65	117.479
$\times u$	-0.052336	-0.0345140	-0.0315843
$\div r$	62.50	-43.65	-124.35
i	0.052336	0.0313512	0.0298391
$\times n/n'$	1/1.51637	1.51637/1.67268	1.67268/1
i'	0.0345140	0.0284215	0.0499112
$\times r$	62.5	-43.65	-124.35
$\div u' = u + i - i'$	-0.0345140	-0.0315843	-0.0516564
$l' - r$	-62.5	39.2790	120.1488
$+r$	62.5	-43.65	-124.35
l'	0	-4.37104	-4.20116
$h = lu = l'u'$	0	0.138056	0.217017
$l' = h/u'$	0	-4.37104	-4.20116
$-d$	4	2.5	
l	-4	-6.87104	

在遇到 $r=\infty$ 的平面时, 可用 $i=-u$ 和 $l'=n'l/n$ 分别代替公式(2-5)和(2-8)。

由于近轴光路计算公式对 u 角的线性关系, 初始数据 u 或 h 的取值并不影响像的位置和大小、以及基点位置和焦距的计算结果。但当要计算初级像差时, u_1 和 u_{p1} 应按要求的孔径和视场来确定。通常要计算边缘孔径和边缘视场的初级像差, 故应取全孔径和全视场。

式中 U_m 为最大孔径角, K_η 为孔径取点系数。

对于轴外点发出的光线, 可参照图 11-2 另行作图, 为与轴上点区别采用 \overline{L}_1 、 \overline{U}_1 符号, 有

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \overline{U}_1 &= \frac{y - \eta}{L_{p1} - L_1} = \frac{K_w \cdot y_{\max} - K_\eta \cdot \eta_{\max}}{L_{p1} - L_1} \\ \overline{L}_1 &= L_{p1} + \frac{\eta}{\tan \overline{U}_1} = L_{p1} + \frac{K_\eta \cdot \eta_{\max}}{\tan \overline{U}_1} \end{aligned} \right\} \quad (11-4)$$

式中, y 是物面纵坐标, 表示线视场, y_{\max} 是边缘视场半径。 K_w 为视场取点系数。请读者同样写出计算光轴以下的视场边缘点 B 发出的上、下光线和主光线的初值。

光线的初值 L_1 和 U_1 确定后, 即可按公式(2-1)~(2-4)进行光路计算, 直到求出 L'_k 和 U'_k 。尽管现在光线的光路计算工作几乎全被计算机所承担, 但作为初学者, 为了熟悉计算方法, 进行必要实践, 了解自动设计软件中的光路计算方法, 有必要编写一些光路计算小程序, 并做点各类光线的人工计算与软件比对。计算表格对于编程或人工计算都很有用处。

表 11-3 轴上点边缘光线的计算

$$L_1 = \infty, U_1 = 0, h_1 = 10$$

	1	2	3
L		178.510	351.133
$-r$	62.50	-43.65	-124.35
$L-r$	$h_1 = 10$	222.160	475.483
$\times \sin U$		0.0549510	0.027857
$\div r$	62.50	-43.65	-124.35
$\sin I$	0.16	-0.279678	-0.106518
$\times n/n'$	1/1.51637	1.51637/1.67268	1.67268/1
$\sin I'$	0.105515	-0.253542	-0.178171
$\times r$	62.5	-43.65	-124.35
$\div \sin U'$	0.0549510	0.0278570	0.100099
$L'-r$	120.010	397.283	221.336
$+r$	62.5	-43.65	-124.35
L'	182.510	353.633	96.9858
U	0	3.15005	1.5963
$+I$	9.20690	-16.2410	-6.11465
$U+I$	9.20690	-13.0909	-4.51834
$-I'$	6.05685	-14.6872	-10.2632
U'	3.15005	1.59630	5.74489
$L \sin U$	10	9.80933	9.78154
$\div \cos[(I-U)/2]$	0.996774	0.985717	0.997737
PA	10.0324	9.95147	9.80373
$\times \cos[(I'-U')/2]$	0.999678	0.989921	0.990258
$L' \sin U'$	10.0291	9.85117	9.70822
$\div \sin U'$	0.0549510	0.027857	0.100099
L'	182.510	353.633	96.9859
$-d$	4	2.5	
L	178.510	351.133	

11.2 子午光线追迹

包含物点和光轴的平面称子午面,其上的光线称为子午光线。

光学系统的大部分像差可以由子午光线的光路计算结果求出,因此,必须进行大量的子午光线计算。通常按第二章公式(2-1)~(2-4)进行计算,过渡公式为 $L_{i+1} = L_i - d_i$ 和 $U_{i+1} = U'_i$,最后的计算结果为 L'_{ik} 和 U'_{ik} 。

为计算各种像差,需对从物面中心点和若干个轴外点发出的数量较多的子午光线进行光路计算,它们的初值各不相同。下面分两种情况讨论之。

1. 当物在无穷远时 图 11-2 是轴上点 A 和轴外点 B 发出的光线入射于系统第一面时决定其初值的简图。 ξ 、 η 是入瞳面坐标,因系子午光线, $\xi=0$ 。

因系无穷远点,故轴上点 A 发出的光线需以离光轴的高度 h_1 来确定其初值,即:

$$h_1 = \eta = K_\eta \cdot a = K_\eta \cdot \eta_{\max} \quad (11-2)$$

式中, η_{\max} 是坐标 η 的最大值,等于入瞳半径; K_η 称孔径取点系数,由于轴上点发出的光线关于光轴对称,所以只算光轴之上的光线即可,故有 $0 < K_\eta \leq 1$ 。例如当 $K_\eta=1$ 时,表示算的是边缘光线;当 $K_\eta=0.707$ 时,算的是 0.707 带光线。

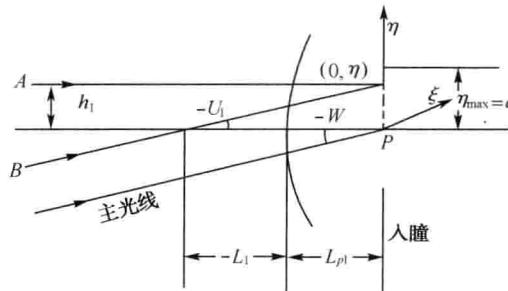


图 11-2

轴外点 B 发出的光线,由图可见,其初值为

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= K_w \cdot W_{\max} = W \\ L_1 &= L_{p1} + \frac{\eta}{\tan U_1} = L_{p1} + \frac{K_\eta \cdot \eta_{\max}}{\tan U_1} \end{aligned} \right\} \quad (11-3)$$

式中, K_w 是视场取点系数,也满足 $0 < K_w \leq 1$, W 是视场角。对于轴外点光线,一般 U 角取负值。如 $K_w=1$,表示算的是光轴以下边缘物点发出的光线;如 $K_w=0.707$,表示光轴以下 0.707 带视场的光线。必须指出,由于主光线并非轴外点光束的对称轴,对称光线经系统后不能保持对称,因此主光线以上和以下的光线都要算,即 K_η 应在一 1 和 +1 的范围内取值。请读者据此写出用于计算视场边缘点的上、下边缘光线和主光线的初值。

2. 物在有限距时 按照同样的确定方法,可得出此时的光路计算初值。

对于轴上点光线,其初值可直接获得

$$L_1 = l$$

$$\sin U_1 = K_\eta \cdot \sin U_m$$

为确保计算结果的可靠性,在计算过程中须逐面校对。通常用 PA 校对法,即

$$\frac{L' \sin U'}{\cos\left(\frac{I'-U'}{2}\right)} = PA = \frac{L \sin U}{\cos\left(\frac{I-U}{2}\right)} \quad (11-5)$$

式中,PA 是光线入射点到球面顶点的距离。只要折射光线和入射光线的 PA 值相等,且折射角 I' 和入射角 I 符合折射定律,就能使折射光线和入射光线在球面上相衔接,确保计算无误。PA 校对法的缺点是公式中没有包含折射率因子,因此,由 $\sin I$ 求 $\sin I'$ 时的错误不会影响校对结果,所以在计算这一步时须倍加小心。此外,在用过渡公式由 L'_i 求 L_{i+1} 时,也要特别留意防止出错。

作为例子,对前面举例的双胶合望远物镜计算其轴上点边缘光线($h_1 = 10$),见表 11-3,请读者利用计算表自行计算视场边缘点主光线的光路。这里表 11-4 仅列出部分数据供核对和以后之用。

表 11-4 3°视场时主光线计算的一些结果

$$L_1 = 0, U_1 = -3^\circ$$

	1	2	3
L	0	-4	-6.87140
U	-3	-1.97790	-1.80996
I	3	1.79658	1.70992
I'	1.97790	1.62865	2.86091
U'	-1.97790	-1.80996	-2.96095
L'	0	-4.37140	-4.19806

在光路计算时,有时会遇到 $\sin I > 1$ 和 $\sin I' > 1$ 两种情况。前者表示入射光线的高度已超过半球,后者总发生在光线从玻璃射入空气时,表示光线在该面上发生了全反射。二者都表示所算的光线实际上已不能通过系统,该条光线的追迹应当被终止。

当光线射经平面时,公式(2-1)~(2-4)不能直接应用,须以 $I = -U$ 和 $L' = L \operatorname{tg} U / \operatorname{tg} U'$ 代替其中的(2-1)和(2-4)二式。但计算 L' 的公式在小角度时很不精确,可变换为

$$L' = L \frac{\operatorname{tg} U}{\operatorname{tg} U'} = L \frac{n'}{n} \cdot \frac{\cos U'}{\cos U} \quad (11-6)$$

校对公式对平面仍适用。编程时通常以一个很大的半径值如 10^{15} 表示平面。

如果计算中遇到反射球面,只要令 $n' = -n$ 即可照常进行。反射光线继续行进时,过渡公式 $L_{i+1} = L'_i - d_i$ 中的 d_i 值应改变符号。

计算光线光路的目的是为了求知各种像差。轴上点光线求出其 L'_k 和 U'_k 后,可直接用于计算像差,但对轴外点光线的光路计算结果还需进行换算和处理。只要求出轴外点光线经系统后与高斯像面的交点高度 y' ,就可计算出该点的全部子午像差。由图 11-3 显见,有

$$y' = (L'_k - l') \operatorname{tg} U'_k \quad (11-7)$$

例如,根据表 11-4 列出的计算结果和表 11-1 查得同一物镜的 l' ,可算得该主光线与高斯像面的交点高度为

$$y'_p = (L'_3 - l'_3) \operatorname{tg} U'_3 = 5.23395$$

的距离 $B'_t B'_{s_1}$ 就是像散。

因为子午像点和弧矢像点均位于主光线上, 故它们的位置均沿主光线度量。分别用 t' 和 s' 表示从主光线在球面上的折射点 M 到 B'_t 和 B'_{s_1} 的距离。对应地, 用 t 和 s 表示从 M 到 B_t 和 B_{s_1} 的距离, 如图 11-4 和图 11-5 所示。在图中, B 为无像散的实际物点, 应有 $t=s$ 。这些量的正负, 以主光线在球面上的入射点为原点来确定。图中所示情况为 $t=s<0, t'>0, s'>0$ 。

下面推出由 t 求 t' 和由 s 求 s' 的公式。

在图 11-4 中, 分别以 B 和 B'_t 为中心, 以 t 和 t' 为半径作圆弧 $Q_1 Q_2$ 和 $N_1 N_2$, 考虑到 $M_1 M_2$ 的弧长为 $r \cdot d\phi$, 有

$$t' \cdot dU' = r \cos I' \cdot d\phi, t \cdot dU = r \cos I \cdot d\phi$$

按 $\phi = U + I = U' + I'$ 写出 s' 和 dU , 代入上式, 并消 $d\phi$ 得

$$\frac{t' - r \cos I'}{t' dI'} = \frac{t - r \cos I}{t dI}$$

微分折射定律得 $n' \cos I' dI' = n \cos I dI$ 并与上式相乘, 稍作整理得

$$\frac{n' \cos^2 I'}{t'} - \frac{n \cos^2 I}{t} = \frac{n' \cos I' - n \cos I}{r} \quad (11-8)$$

这就是由 t 求 t' , 即求子午像位置的公式。

为推出 s 和 s' 之间的关系, 须根据图 11-5。从图中的 $\triangle BMC$ 和 $\triangle B'_t MC$ 可得

$$\frac{r}{s} = \frac{\sin U}{\sin \phi}, \frac{r}{s'} = \frac{\sin U'}{\sin \phi}$$

第一式乘以 n , 第二式乘以 n' , 二式相减, 并利用 ϕ 将 $n' \sin U' - n \sin U$ 转换成 $(n' \cos I' - n \cos I) \sin \phi$, 可导出

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' \cos I' - n \cos I}{r} \quad (11-9)$$

这就是由 s 求 s' , 即求弧矢像位置的公式。

计算细光束像散用的公式(11-8)和(11-9)称杨氏^①公式。如果在该二式中令 $I=I'=0$, 二公式将相同, 并得到与轴上点近轴光线的球面成像公式(2-11)完全相同的形式。它说明主光线与入射点法线重合的细光束经球面折射以后, 不会产生像散。

由公式(11-8)和(11-9)可知, 为计算细光束的子午像和弧矢像的位置, 必须知道主光线经球面折射前后的入射角和折射角, 所以需事先作主光线的光路计算。

为对整个系统进行像散光束的计算, 需应用沿主光线的转面过渡公式。图 11-6 画出了光学系统的头两个折射面。从图显见有 $t_2 = t'_1 - D_1$, 类似地有

$$t_{i+1} = t'_i - D_i, \quad i=1, 2, \dots, k-1 \quad (11-10)$$

对于弧矢光束, 同样可得

$$s_{i+1} = s'_{i+1} - D_i, \quad i=1, 2, \dots, k-1 \quad (11-11)$$

上二式中的 D 是相邻两表面之间沿主光线的距离。从图易于得出

$$D_i = \frac{h_i - h_{i+1}}{\sin U'_{i+1}} \quad (11-12)$$

^① 杨(Thomas Young 1773~1829), 英国医生、物理学家, 研究领域包括力学、光学、声学、语言学、动物学、埃及学、经济学等, 光的波动学说奠基人, 生理光学创始人, 艺术爱好者。

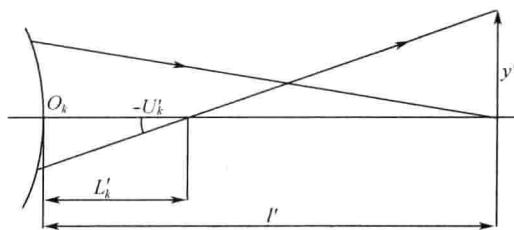


图 11-3

11.3 沿轴外点主光线的细光束像点的计算

为了求出细光束像散和像面弯曲，须计算沿主光线的细光束像点位置。首先考虑轴外点细光束经单个球面折射后所形成的像散光束及其结构特征。

如图 11-4, BM_1M_2 是由轴外物点 B 发出的一束子午细光束, BM 为主光线。对于单个球面来说, B 点可看成是在辅光轴 BC 上。该子午细光束经球面折射以后会聚于 B'_s 点, 即子午像点。若称包含主光线并与子午面垂直的平面为弧矢平面, 则沿主光线的弧矢细光束的会聚点 B'_l 为弧矢像点, 显然它就是主光线与辅轴的交点。图 11-5 表示出了弧矢细光束的成像情况。

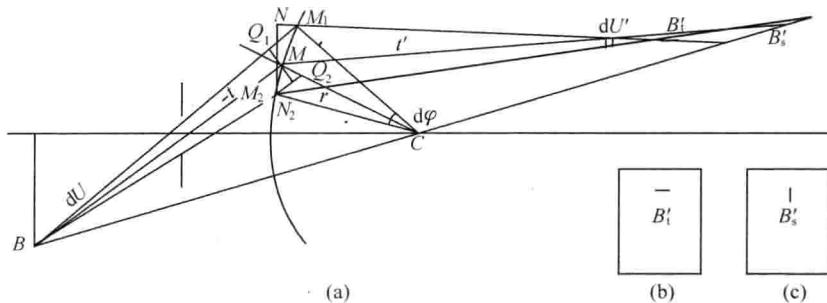


图 11-4

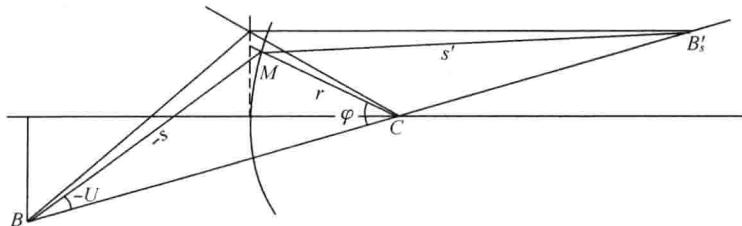


图 11-5

由于子午像点和弧矢像点并不重合, 实际上弧矢细光束在 B'_l 处将截得一条垂直于子午平面的短线, 即为子午焦线; 子午细光束在 B'_s 处也将截得一条弧矢焦线。该二焦线之间

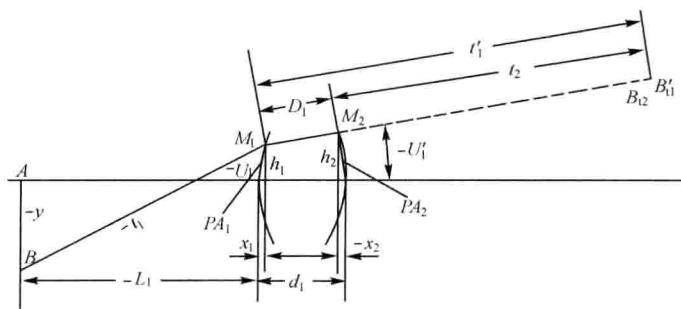


图 11-6

或

$$D_i = \frac{d_i - x_i + x_{i+1}}{\cos U'_i} \quad (11-13)$$

式中 h_i 和 x_i 可按如下公式计算：

$$h_i = r_i \sin \phi_i = r_i \sin(U_i + I_i) \quad (11-14)$$

$$x_i = \frac{PA_i^2}{2r_i} \quad (11-15)$$

为计算 h_i 和 x_i 所需的量均可从主光线的光路计算表格中直接查取。

在计算之初,首先必须确定初值。显然,对于自实际物点发出的细光束而言, t_1 和 s_1 是相等的。当物体位于无穷远时, $t_1 = s_1 = \infty$; 而当物体位于有限距离时,则从物点 B 沿主光线到第一面入射点 M 的距离可从直接得出,有

$$t_1 = s_1 = \frac{h_1 - y}{\sin U_1} \quad (11-16)$$

或

$$t_1 = s_1 = \frac{L_1 - x_1}{\cos U_1} \quad (11-17)$$

式中,物距 L_1 、物高 y 和角度 U_1 均为已知,而 h_1 或 x_1 可按公式(11-14)或(11-15)求得。

在应用杨氏公式计算像散时,如遇到平面,公式仍然可用,只要以 $r = \infty$ 代入即可,此时主光线在平面上的高度就等于 PA 值,矢高 x 为零。

表 11-5 3°视场像散光束的计算

	1	2	3
r	62.5	-43.65	-124.35
PA	0	0.138131	0.217132
$x = PA^2 / (2r)$	0	-0.000218559	-0.000189571
d	4	2.5	
$\cos U'$	0.999404	0.999501	0.998665
$D_i = \frac{d_i - x_i + x_{i+1}}{\cos U'_i}$	4.00217	2.50128	

对上述双胶合望远镜物镜在半视场角为3度时沿主光线的细光束像点位置进行计算(见表115),按公式(11-18)求得 $l'_t=96.5071$ 和 $l'_s=96.7634$ 后,得子午场曲 $x'_t=-0.4841$,弧矢场曲 $x'_s=-0.2278$,像散 $\Delta x'=-0.2563$ 。

11.4 共轴球面系统空间光线追迹

设计光学系统,尤其是孔场和孔径都比较大的光学系统时,为了全面地考察和评定轴外点的成像质量,常需对子午面外的光线进行计算,如求弧矢像差需算弧矢光线,有时甚至还需对子午和平面以外的更多光线进行光路计算。这些光线因都在子午面外,故称其为空间光线(**skew ray**)。空间光线经系统各个面的传播过程中,总不会与光轴相交。但对于共轴球面系统,由于子午平面是光学系统的对称面,从轴外点发出对称于子午平面的前后两条光线,其光路也是对称的,出射光线相交于子午面上,有相同的坐标。因此,空间光线无需成对计算,只从子午面之前或之后选取就可以了。

空间光线的光路计算是一三维问题,用人工计算要较子午光线繁复得多。但用计算机来计算则是甚为快捷的。为此,在计算程序中,为使公式通用化,一般都兼用空间光线的光路计算公式来作子午光线的计算,只要在公式中令与子午平面垂直的坐标分量为零即可。

空间光线的计算方法有多种,其基本原理仍是折射定律的矢量形式。

图11-8是相邻两个折射球面,从前一个面上 E_0 点射出,再入射于后一个面上 E_1 点的空间光线由位置坐标 (x_0, y_0, z_0) (表示 E_0 点的位置)和方向余弦 $(\cos\alpha_0, \cos\beta_0, \cos\gamma_0)$ (表示光线入射方向)完全确定。此光线经后一面在 E_1 点折射后,折射光线也被相应的位置坐标 (x, y, z) 和方向余弦 $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ 所决定。所以,空间光线的计算,就是要由已知的入射光线起点坐标 (x_0, y_0, z_0) 和方向余弦 $(\cos\alpha_0, \cos\beta_0, \cos\gamma_0)$ 求折射光线的起点坐标 (x, y, z) 和方向余弦 $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ 。

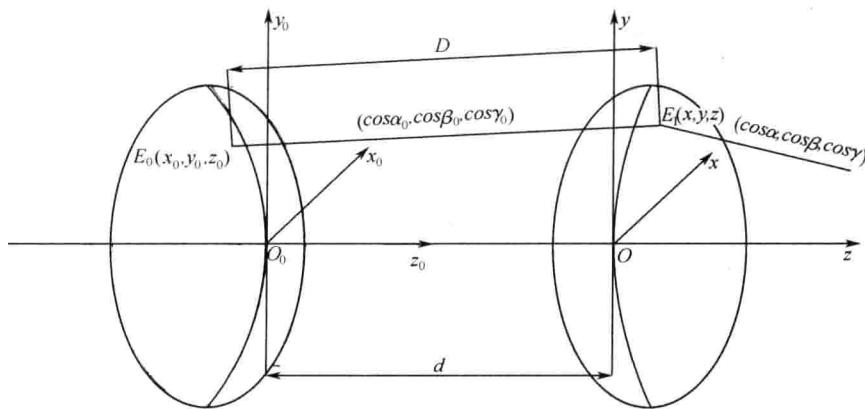


图 11-8

作空间光线的光路计算时,一般将坐标系建在当前折射表面的顶点。当光线从一个面追迹到下一个面时,坐标原点也随之变化。因此, (x_0, y_0, z_0) 是在以前一面顶点为原点的坐

	1	2	3
n	1	1.51637	1.67268
n'	1.51637	1.67268	1
I	3	1.79658	1.70992
I'	1.97790	1.62865	2.86091
$n' \cos I'$	1.51547	1.67200	0.998754
$n \cos I$	0.998630	1.51562	1.67194
$a = \frac{n' \cos I' - n \cos I}{r}$	0.00826939	-0.00358258	0.00541360
t	$-\infty$	179.151	340.455
$c = \frac{n \cos^2 I}{t} + a$	0.00826939	0.00487330	0.0103223
$n' \cos I' - n \cos I$	183.153	342.956	96.6363
$t_{i+1} = t'_i - D_i$	179.151	340.455	
s	$-\infty$	179.369	340.871
$k = \frac{n}{s} + a$	0.00826939	0.00487133	0.0103207
$s' = n'/k$	183.3714	343.372	96.8929
$s_{i+1} = s'_i - D_i$	179.369	340.871	

求得最后一面的 t'_{ik} 和 s'_{ik} 以后, 须将它们换算成相对于最后一面顶点的轴向距离 l'_t 和 l'_{s_k} 。从图 11-7 易得

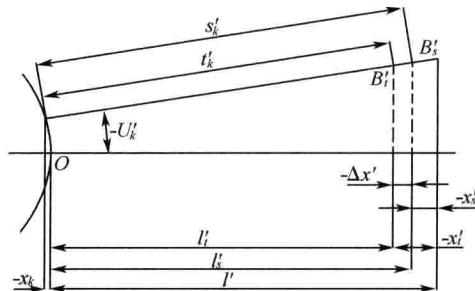


图 11-7

$$\left. \begin{aligned} l'_{ik} &= t'_{ik} \cos U'_{ik} + x'_{ik} \\ l'_{s_k} &= s'_{ik} \cos U'_{ik} + x'_{ik} \end{aligned} \right\} \quad (11-18)$$

于是得子午场曲和弧矢场曲分别为

$$\left. \begin{aligned} x'_{ik} &= l'_{ik} - l' \\ x'_{ik} &= l'_{s_k} - l' \end{aligned} \right\} \quad (11-19)$$

像散

$$\Delta x' = x'_{ik} - x'_{ik} \quad (11-20)$$

标系中的坐标,而 (x, y, z) 是以所讨论的折射表面顶点为原点的坐标系中的坐标。因此,在以当前折射表面顶点为原点的坐标系,入射光线方程为

$$\frac{x-x_0}{\cos\alpha_0}=\frac{y-y_0}{\cos\beta_0}=\frac{z-(z_0-d)}{\cos\gamma_0} \quad (11-21)$$

式中 d 为两个表面之间的间隔,符号按第二章的规定。

设当前折射球面的半径为 r ,则可写出其球面方程为

$$x^2+y^2+(z-r)^2=r^2$$

展开得

$$F(x, y, z)=x^2+y^2+z^2-2rz=0 \quad (11-22)$$

将方程(11-21)和(11-22)联立,可能有两种结果。若得两个解。取其中合理的一个,即为 E_1 点的坐标 (x, y, z) 。如果无解,说明这条空间光线与折射球面无交点,就不必再计算下去了。

求得 (x, y, z) 以后,以 $F(x, y, z)$ 分别对三个自变量在 (x, y, z) 处求一阶偏导数,即得该点处的法线方向的单位矢量为

$$\mathbf{N}=\frac{\frac{\partial F}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial F}{\partial y}\mathbf{j}+\frac{\partial F}{\partial z}\mathbf{k}}{\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}} \quad (11-23)$$

于是,入射角 I 可由下式求得

$$\cos I=(\cos\alpha\mathbf{i}+\cos\beta\mathbf{j}+\cos\gamma\mathbf{k}) \cdot \mathbf{N}$$

再由折射定律求得 I' ,即可由矢量形式的折射定律计算出折射光线矢量。即

$$\mathbf{A}'=\mathbf{A}+P\mathbf{N}$$

式中 $\mathbf{A}=n(\cos\alpha\mathbf{i}+\cos\beta\mathbf{j}+\cos\gamma\mathbf{k})$, $P=n'\cos I'-n\cos I$ 。分别求出 \mathbf{A}' 的三个分量,即得折射光线矢量,这就是入射于下一个表面的入射光线矢量。

采用上述方法不断循环,即可解决共轴球面系统中任一条空间光线的光路计算问题。

光线初值的计算,由于是空间光线,情况相对复杂,但总的原则仍然是:物面上的一个点和瞳面上的一个点决定一条入射光线。由于物面上和瞳面上取点均不限于子午面内,特别是当计算点列图、波像差和传递函数时必须在瞳面上密集取点,故分别有 x 方向的取点系数和 y 方向的取点系数。采用常用光学设计软件中的符号,设瞳面上沿两个方向的取点系数分别为 P_x 和 P_y ,物面上沿两个方向的取点系数分别是 H_x 和 H_y 。尽管多数光学系统是对称视场,即只要单方向取视场点进行计算就可以了,但现在也有许多光学系统需要计算非对称视场。不失一般性,我们按非对称视场取光线的初值,在对称视场时只要使一个方向的取点系数为0就可以了。

光线初值的确定也可分三种情况:

1. 物平面在无穷远而入瞳在有限距离 此时视场 $2W$ 和入瞳直径 $2h$ 为已知。通常以入瞳平面作为参考面,即整个系统的第一面来确定入射光线的初始位置坐标 (x, y, z) ,入瞳的位置根据系统给出的孔阑位置易于求知,再根据视场角和视场的取点系数确定入瞳光线的三个方向余弦。由图 11-9 可见,任一光线与入瞳面的交点坐标为:

$$x=P_x h, y=P_y h, z=0$$

P_x 和 P_y 的取值根据计算要求确定,当计算像差时可以在子午、弧矢两个方向取,如计算几

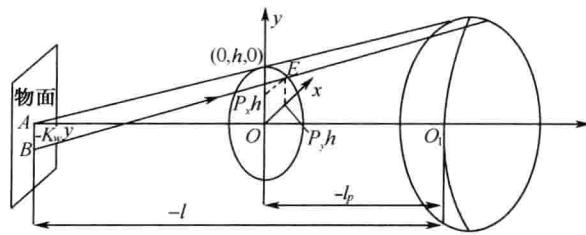


图 11-11

当选用瞳面作为参考平面时,光线 BE 的起始坐标应为: $x = P_x h$, $y = P_y h$, $z = 0$ 。光线 BE 的长度为

$$BE^2 = (l_p - l)^2 + (P_x h - H_x y)^2 + (P_y h - H_y y)^2$$

于是,可得光线 BE 方向余弦为

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{P_x h - H_x y}{BE} \\ \cos\beta = \frac{P_y h - H_y y}{BE} \\ \cos\gamma = \frac{l_p - l}{BE} \end{cases} \quad (11-26)$$

3. 物面在有限远而瞳面在无穷远的情况 如图 11-12 所示。此时物面上各点的主光线都平行于光轴,并且相对于主光线同方位的光线也是互相平行的。由于入瞳在无穷远,只能取物平面作为参考面来确定入射光线的起始位置坐标(x, y, z),于是有 $x = H_x y$, $y = H_y y$, $z = 0$ 。

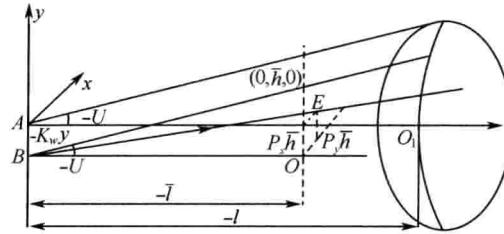


图 11-12

入射光线的方向余弦可在垂直于光轴方向任取一个截面来确定。设在该面上全孔径时的光束截面半径为 \bar{h} ,则由图可知

$$\bar{h} = \bar{l} \tan U$$

$$BE^2 = \bar{l}^2 + (P_x \bar{h} - H_x y)^2 + (P_y \bar{h} - H_y y)^2$$

则可得入射光线的方向余弦为

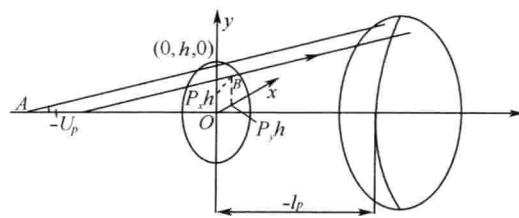


图 11-9

个特征孔径的子午彗差只要 $P_y = \pm 1, \pm 0.85, \pm 0.707, \pm 0.5, \pm 0.3, 0$, 计算球差只取正值。由于光束总对子午平面对称, P_x 只需单向取值。当只计算 $y=z=0$ 的弧矢光线时, 一般取 $P_x=1, 0.85, 0.707, 0.5, 0.3$ 。 $P_x=0$ 时为子午光线, $P_y=0$ 时为弧矢光线, P_x 和 P_y 均为零为主光线。

当需要在光瞳上密集取点以计算点列图或波像差时, 采用的取点方法有如图 11-10 所示的三种, 图中(a)表示正方网格(Square)取样, (b)表示极坐标六角网格(Hexapolar)取样, (c)表示随机(Dithered)取样。

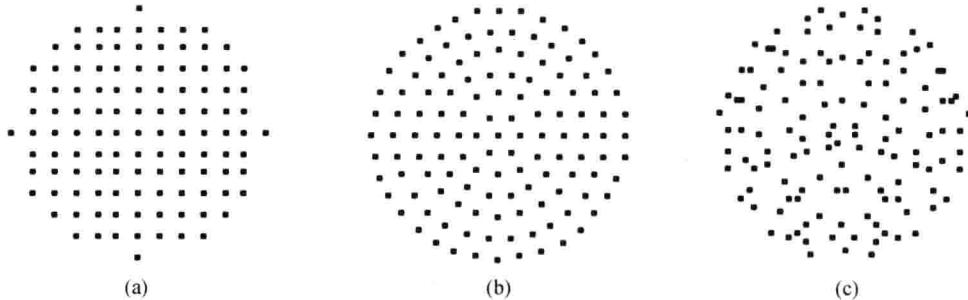


图 11-10

由于无穷远物点发出的是平行光束, 其中每条光线的方向余弦是相同的, 因此可根据 x 和 y 方向的视场取点系数任取一条光线来确定之。对于视场沿 x 方向和沿 y 方向的取点系数分别为 H_x 和 H_y 的空间光线, 设 $a=H_x \operatorname{tg} W$, $b=H_y \operatorname{tg} W$, 其三个方向余弦为

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{1+a^2+b^2}} \\ \cos\beta = \frac{b}{\sqrt{1+a^2+b^2}} \\ \cos\gamma = \sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta} \end{cases} \quad (11-24)$$

如果是对称视场, 一般取 $H_x=0, H_y=K_w=1, 0.85, 0.707, 0.5, 0.3, 0$ 。 $K_w=0$ 表示算的是轴上点发出的平行于光轴的光线。由于轴上点光束对光轴的对称性, 在决定光线的起始坐标时, 不仅 $a=0$, 而且 P_y 也只需单向取值。

2. 物面和瞳面均在有限远的情况 如图 11-11 所示。此时线视场 $2y$ 和孔径角 $2U$ 为已知。求得入瞳位置 l_p 后, 入瞳半径 h 可按下式求得

$$h = (l_p - l) \operatorname{tg} U \quad (11-25)$$

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{P_x \bar{h} - H_{xy}}{BE} \\ \cos\beta = \frac{P_y \bar{h} - H_{yy}}{BE} \\ \cos\gamma = \frac{\bar{l}}{BE} \end{cases} \quad (11-27)$$

以上就是确定入射光线初值时可能遇到的情况。

计算空间光线的光路时,通常把高斯像面作为系统的最后一个面来处理,对于存在离焦的光学系统则以离焦后的最佳像面作为系统的最后一个面,以便直接得到光线与该面的交点坐标 x' 和 y' ,从而直接得知轴外点像的弥散情况和求得像差的垂轴分量,并可根据出射光线的方向余弦求得像差的沿轴分量。但细光束像散和场曲仍需应用杨氏公式来计算,计算所需的量可直接取自按空间光线计算主光线时的中间量,是很方便的。

以前述双胶合望远物镜在视场角为 $W=-3^\circ$ 时的全孔径弧矢光线为例,其初值为:

$$x=10, y=0, z=0$$

$$\cos\alpha=0, \cos\beta=\sin 3^\circ=0.052336, \cos\gamma=\cos 3^\circ=0.998630$$

11.5 空间光线经非共轴面时的光线追迹

前面我们只考虑了共轴球面系统。实际上,由于加工、装配的误差,难免会使某几个表面或透镜出现偏心与倾斜。因此,严格意义上的共轴球面系统是不存在的。由于这些误差很小,一般在设计时都按共轴系统来计算,但在作公差分析时必须考虑多大的偏心或倾斜量是可以允许的。当然也有一些光学系统本来就是非共轴光学系统,例如含有折射棱镜的系统或含有衍射光栅的系统,光轴通过时将会发生偏转;而倾斜平板将使光轴发生平移。由于存在偏心和倾斜时会带来一些附加的像差,影响成像质量,所以在作光线的光路计算时,有必要了解对偏心和倾斜的处理方法。

偏心和倾斜是两个不同的概念,如图 11-13 所示。偏心(decenter)是指曲率中心偏离于光轴,但该表面的光轴与整个系统的主光轴仍属平行,而倾斜(tilt)是指表面的光轴与整个系统的主光轴不平行。可以看出,对于单个折射球面来说,偏心和倾斜是联系在一起的,如图 11-14 所示。而对于非球面和透镜来说,由于存在唯一的光轴,则光轴的平移即为偏心,光轴的旋转即为倾斜,所以应当将偏心和倾斜分别加以考虑。当然,表面的加工及透镜的装配误差是一种综合的误差,但不论是工艺误差造成的,还是光学系统本来就是非共轴的,总可以用三维空间相对独立的几个几何量来表示。



图 11-13

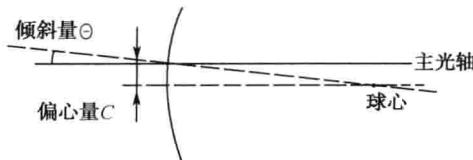


图 11-14

由上节可知,空间光线的光路计算基于矢量形式的折射定律,并且在计算过程中需要不断地将当前坐标系的原点移动到所考虑的表面顶点。而光线的起始坐标和方向余弦都是在这个建立于表面顶点处的坐标系中定义的。从几何上来说,当光学系统中某表面存在偏心或倾斜时,总是引起光轴的变化。按照以上对偏心和倾斜的定义方法,偏心将引起光轴的平移,倾斜将导致光轴的转动。在三维空间,光轴的平移有 x , y , z 三个方向,而光轴的旋转也可以分解到绕 x 轴、 y 轴和 z 轴。最方便的做法是在该表面顶点处进行坐标变换。

设当前表面无偏心和倾斜时,入射于该表面的光线的起始坐标为 (x, y, z) ,方向余弦为 $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$,并且这些坐标值和方向余弦已经换算到建立在该表面顶点处的坐标系。那么当该表面存在偏心和倾斜时,将会导致顶点位置和表面光轴的方向发生变化。为了使上节所述的光路计算方法仍可使用,应当将坐标原点移动到新的顶点,并使工作坐标的 z 轴与该表面的光轴重合。据此,如果该表面只存在偏心,设其在三个方向上的偏心量分别为 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$,则在新坐标系中,光线的起始坐标为 (x_1, y_1, z_1)

$$x_1 = x - \Delta x, \quad y_1 = y - \Delta y, \quad z_1 = z - \Delta z \quad (11-28)$$

如果该表面只存在倾斜,设新光轴相当于原光轴绕 x 轴旋转 θ_x ,绕 y 轴旋转 θ_y ,绕 z 轴旋转 θ_z ,则入射光线的起始坐标应变换为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_z & -\sin\theta_z & 0 \\ \sin\theta_z & \cos\theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_y & 0 & \sin\theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_y & 0 & \cos\theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_x & -\sin\theta_x \\ 0 & \sin\theta_x & \cos\theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (11-29)$$

对方向余弦 $(\cos\alpha_1, \cos\beta_1, \cos\gamma_1)$ 也作同样变换。

公式(11-29)适用于坐标系先绕 x 轴旋转,再绕 y 轴旋转,最后绕 z 轴旋转的情况。如果旋转的次序发生变化,式中右边三个变换矩阵的顺序也必须作相应的变化。

如果当前表面同时存在偏心和倾斜,应按照光轴是先平移后旋转还是先旋转后平移来确定是先应用公式(11-28)还是先应用公式(11-29)。同时还要注意,在新坐标系中求得出射光线的起始坐标和方向余弦后,还必须反向变换回原坐标系,反向变换的次序也就是反向变换矩阵相乘的次序,应当与正向变换完全相反,才能正确地做下一个表面的光路计算。

11.6 光程和光程差的计算

由第 1 章可知,完善成像条件就是等光程条件。因此,光程的不等或同一物点发出的光线到达像方存在光程差就表征了成像的不完善。由于波面之间的光程总是相等的,而像差使完善的球面波产生了变形,所以计算光程和光程差是了解波面变形或称波像差的必要前提。上一章已对波像差进行全面讨论,本章主要研究光程与光程差的计算问题。

光程是光在介质中传输的距离与介质折射率的乘积。设光学系统中某空间光线与第*i*面的交点坐标为(x_i, y_i, z_i)，与第*i+1*面的交点坐标为($x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}$)，则这条光线从第*i*面到第*i+1*面的光程为

$$S_i = n_i \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} = n_i D_i$$

其中 n_i 是这两个面之间的介质折射率， D_i 表示两个面光线的实际长度。于是，光从物面上一点发出，利用空间光线追迹方法一直追迹到像面，总的光程为

$$S = \sum n_i D_i = \sum S_i \quad (11-30)$$

据此，是否就可以通过计算空间光线从物面到像面的光程和光程差来判断成像质量呢？分析可知这样做还不行。由于像差的存在，物面上同一点发出的光到达像面将不交于同一点，使得计算到像面的光程缺乏一个统一的参考点。如果取某一条参考光线形成的波面作为参考波面，然后计算其他空间光线到达这个参考波面时的光程，即可计算出与参考光线的光程差，得到实际光线所形成的有像差的波面。

考虑到出瞳是所有成像光束出射的公共出口，通常取主色光的主光线或中心光线作为参考光线，计算该条光线在出瞳面上形成的参考球面波，得到这一波面上的光程作为参考光程，再计算各条空间光线在这个波面上的光程及与参考光线的光程差。

由公式(11-30)可知，只要实现了空间光线的光路追迹，计算各面之间的光程及累加并不复杂，只要编一个按面循环的子程序即可。需要注意的仍然是起始参数的确定和计算结果的后处理。

当物面在有限远时，以物点作为起始点计算光程，这时光程的初值为0。

当物面在无穷远时，如果仍以物点作为起始点计算光程，光程的初值将为无穷大，这显然是不合理的。这时空间光线的光路追迹起始点是在入瞳面上，所以光程的初值也应当在入瞳面上计算，但一般不为0。

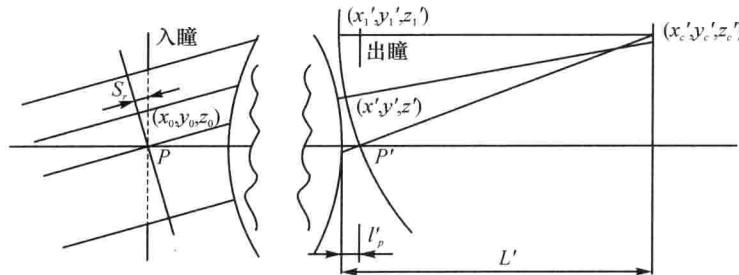


图 11-15

无穷远物点发出的是平面波，等光程面是垂直于光线的平面。对于轴上点发出的平行于光轴的光线，其等光程面与入瞳重合，所以入瞳上各点的起始光程均为0。而对于轴外点发出的斜平行光，如图11-15所示，其等光程面也是倾斜的，通过入瞳的各取样光线的起始光程与光线在入瞳上位置有关。如果以主光线的起始光程为0，而与入瞳交点为(x_0, y_0, z_0)、方向余弦为($\cos\alpha_0, \cos\beta_0, \cos\gamma_0$)的光线的起始光程可以用点到平面的距离公式求出，为

$$S_0 = x_0 \cos\alpha_0 + y_0 \cos\beta_0 + z_0 \cos\gamma_0 \quad (11-31)$$

光程计算的后处理及求出光程差需要在出瞳面上进行，所以首先要求出参考光线在出瞳面上形成参考球面波的光程。设参考光线与像面的交点为(x'_c, y'_c, z'_c)，方向余弦为

$(\cos\alpha_c', \cos\beta_c', \cos\gamma_c')$, 系统的出瞳距为 l_p' , 最后一面到像面的距离为 L' , 则参考球面波的球心就是 (x_c', y_c', z_c') , 半径为 $(L' - l_p')/\cos\gamma_c'$ 。参考光线到达像面时的光程为公式(11-30)计算所得, 则参考光线在参考波面上的光程为

$$S_r = \sum S_i - n' \frac{L' - l_p'}{\cos\gamma_c'} \quad (11-32)$$

对其他各条空间光线均计算到像面, 也可计算到最后一面的出射光线, 然后求出这条光线与参考波面的交点。由于波面的球心、半径已知, 为了便于利用 § 11.4 中同样的方法或程序模块求像方光线与参考球面的交点, 读者可以首先把坐标原点转换到参考波面的顶点 (x_1', y_1', z_1') 处, 显然 $x_1' = x_c', y_1' = y_c', z_1' = z_c' - \frac{L' - l_p'}{\cos\gamma_c'}$, 然后在新的坐标系中利用(11-21)描述像方空间光线, 用(11-22)描述参考波面, 求出光线和参考波面的交点 (x', y', z') , 那么即可求知光线由最后一面或像面到这个交点应该改变多少光程, 于是可以得到该空间光线到达参考波面时的光程, 及其与参考光程的光程差。

某些光学系统要求远心光路, 如液晶投影光学系统、某些测量光学系统等。假如是物方远心光路, 会不会影响初值的计算呢? 结论是不会的。因为物方无穷远时入瞳不可能在无穷远, 所以不会是物方远心光路; 物方有限距时光程的计算是从物面开始, 入瞳是否在无穷远也不会影响初值的计算。

像方远心光路会影响结果的后处理, 因为这时主光线平行于光轴, 参考球面波半径为无穷大。如果形成像方远心光路, 像方参考波面为通过出瞳中心的平面, 参考光线即为这个平面的法线, 可以写出以出瞳中心为原点的参考平面方程为

$$x\cos\alpha_c' + y\cos\beta_c' + z\cos\gamma_c' = 0 \quad (11-33)$$

求出其他空间光线与公式(11-33)所表示的平面的交点, 即可计算出空间光线至该点的光程及与参考光线的光程差。

光程的计算是一个光程累加的过程, 计算光程差需要将两个光程相减, 这一过程中的计算误差主要来自于舍入误差。光程差相对于光程来说是非常小的量, 光学系统的像差校正得越完善, 光程差就越小。光学系统的光程以几十毫米至数百毫米量级居多, 一些长的光学系统光程可能在几米量级, 激光多程放大系统光程甚至有百米量级, 而光程差往往在波长量级甚至波长的若干分之一以内。光程相减得光程差就是两个大数相减得到小数的过程, 如果有效数字较少可能会造成大的误差, 甚至有效数字会部分损失。如对某激光多程放大系统进行计算, 在最后的聚焦位置处参考光线的光程是 147166.363904mm, 全孔径子午光线的光程是 147166.362728mm。如果采用 16 位机的 float 型进行计算, 由于只有 7 至 8 位有效数字, 这两个大数相减就会使有效数字全部损失。这在过去计算机内存空间非常有限时是必须考虑的重要问题, 需要采取一些特殊的处理方法。现在我们计算光程都采用 double 型, 计算机及软件系统也以 32 位和 64 位为主流, 用光程相减计算光程差的方法也就不会影响计算结果的精度。

习题

1. 以第 4 章所举的双胶合望远镜物镜为题, 用近轴光线追迹方法求其物方焦点和主点的位置, 并编制相应的程序。

第三部分 光学设计

光学仪器的基本功能是借助于光学原理、通过光学系统来实现的。光学系统的优劣直接影响仪器的性能和质量，因此，光学系统设计是光学仪器设计和制造过程中的重要一环。

本部分的目的是使读者获得光学设计所需要的基本理论和知识，并通过必要的设计实践以掌握光学设计的初步能力。

光学设计工作大体上可分四个阶段：

一、根据仪器的技术参数和要求，考虑和拟定光学系统的整体方案，并计算其中各个具有独立功能的组成部分的高斯光学参数；

二、选择各组成部分的结构型式，并查取或计算其初始结构参数；

三、逐次修改结构参数，使像差得到最佳的校正和平衡；

四、对设计结果进行评价。

上述各个阶段性工作之间有着密切的联系，前期工作的合理与否会影响到后期工作能否顺利进行，甚至会决定设计工作能否成功。

光学系统的整体方案可以有很大的灵活性和多样性，应该力求在满足仪器的性能要求的前提下，寻求一个简单易行、便于装调和经济合理的最佳方案。相应地，系统各组成部分的光学性能参数也应根据整体要求定得恰如其分。

选择结构型式是光学设计中的重要一步，可能导致设计的成败。现在，各种用途的光学镜头已积累起种类甚多的结构型式，它们有各自的像差特征和在保证像质时可能达到的相对孔径和视场，有些型式还能在工作距离或镜筒长度等参数方面达到其特殊要求。因此，基于对已有结构型式基本特征的全面了解，有可能挑选到符合要求的型式。但应注意，随着对镜头要求的不断提高，设计者还应不断探求和研究新的更佳结构。

镜头初始参数的获得一般采用两种方法，一是根据初级像差理论求解满足初级像差要求的解，另一种方法是在已有的设计成果中选取性能参数相当的结果作为初始参数。有经验的设计者也常凭经验快速地构造初始结构。

像差的平衡是一项通过反复修改结构参数以逐步逼近最佳结果的工作，目前均使用光学优化设计软件结合必要的人工干预来实现。光学软件不仅取代了繁重的光路计算，而且能充分挖掘出系统各个结构参数对像差校正的潜力，极大地加快了设计进程，显著提高了设计质量。光学软件已经是现代光学设计者必须要掌握的优化工具，但到目前为止，光学系统的设计者仍然是人而不是软件。

2. 对上题望远物镜编程计算：

- 1) 轴上点 0.85 带光线的光路, 求出 L' 和 U' (已知 $h_m = 10$);
- 2) 0.707 带视场的主光线, 求出 L'_{ρ} 和 U'_{ρ} , 再连续计算该主光线与高斯像面的交点高度 y'_{ρ} (已知入瞳位置 $l_{\rho} = 0$, 高斯像面位置 $l' = 96.9912$);
- 3) 0.707 带视场时沿主光线的 t' 和 s' 值;
- 4) 0.707 带视场时过入瞳上、下边缘的子午光线, 即上光线和下光线的光路, 分别求出其与高斯像面的交点高度 y'_{+a} 和 y'_{-a} ;
- 5) 0.707 带视场时 F 光和 C 光的主光线光路, 求出其与高斯像面的交点高度 y'_{pF} 和 y'_{pC} 。

3. 有一显微镜物镜, $\beta = -40$, $\sin U = 0.65$, 通常对高倍显微物镜, 以倒向进行光线追迹以求出其有关像差。已知像面离物镜最后一面的距离为 165mm, 出射光瞳在最后一面之后 4mm 处, 像面直径为 25mm, 将物镜倒转进行光线追迹, 试决定:

1) 轴上点边缘光线、近轴光线; 2) 视场边缘点主光线、上光线和下光线; 3) 视场边缘点全孔径时的弧矢光线以及 4) 沿主光线的细像散光束的计算初值。

4. 有一单块平凸透镜和凹球面镜, 具有相同的焦距值和相对孔径, 其结构参数为:

单透镜: $r_1 = 51.63, r_2 = \infty, d = 4, n = 1.5163$;

凹面镜: $r = -200$

物在无穷远, 分别计算轴上点 $h = 12.5$ 时的边缘光线和近轴光线的光路。

在认为像差已全面校正和平衡到良好程度后,需对像质作全面评价,以决定设计结果是否已达到要求。如果没有达到要求,仍需继续做像差平衡工作;如果属于结构型式的局限或初始参数不合理,应另选结构型式或另定初始参数,并重复前面的工作。

上述光学设计的第一步工作主要以几何光学部分的内容为基础。第二步和第三步则需有较全面和坚实的像差知识。作为它们的应用,本部分还将以若干个典型光学系统与镜头为例进行设计计算。在特殊光学系统一章中将目前被广泛运用的一些特殊光学系统,如激光光学系统、傅立叶变换透镜、光谱仪光学系统、光电光学系统、梯度折射率透镜以及光学纤维。随着设计、加工、测试技术水平的提高和新材料、新技术的发展,非球面和衍射面等特殊面形已在光学系统中发挥了独特的作用,在本部分将专门针对各种非球面和衍射面展开讨论。不同的光学系统设计结果适宜于不同像质评价方法,本部分专有一章予以介绍几种光学设计中常用的像质评价方法。鉴于光学设计软件已成为光学设计者的必备工具,本部分还将专章讨论光学系统优化设计的方法和有关问题,并新增对国际上常用光学设计软件的简单介绍。此外,光学系统设计必须保证所设计的结果可以通过现有的加工手段加工出来,并满足一定的技术标准,在光学工程制图和技术要求一章中将针对光学设计人员设计制图有关问题作简单介绍。

最后值得指出,在光学设计过程中,必须使所设计系统在满足仪器的技术要求和达到良好像质的前提下,充分注意其经济性,包括做到结构简单合理、材料选用恰当、公差恰如其分、工艺性能良好、装配调整方便等,所有这些,都与降低成本有密切的联系。

4. 望远镜的主观亮度
5. 望远镜的光束限制
6. 望远镜的物镜和目镜, 视度调节
7. 望远镜的棱镜转像系统、单组透镜转像系统和双组透镜转像, 场镜的作用
8. 光学系统外形尺寸计算(含棱镜展开及空气平板法)

摄影光学系统

1. 摄影光学系统的焦距、相对孔径(与光圈数的关系)和视场
2. 摄影物镜的光束限制, 相对孔径与照度关系
3. 摄影物镜的景深和几何焦深
4. 摄影物镜的分辨率
5. 摄影物镜与各种镜头效果

投影及放映光学系统

1. 像面照度均匀时投影系统和照明系统的位置关系, 对照明系统的要求
2. 宽银幕镜头简介

12.1 眼睛

眼睛(**eye**)作为显微镜和望远镜等目视光学仪器的接收器, 它的构造及有关特性应在设计这类仪器时予以考虑。这里仅作必要的介绍, 读者如需进一步了解, 请参阅参考文献[17]。

12.1.1 眼睛的构造、标准眼和简约眼

人眼呈球状, 直径约 25 毫米, 右眼的内部构造如图 12-1 所示。

眼球被一层坚韧的膜所包围, 前面凸出的透明部分称角膜, 其余部分称巩膜(**sclera**)。角膜在外层 bb 处与眼皮相连。角膜后是充满折射率为 1.336 的透明液体的前室。前室的后壁为虹彩膜(**iris**), 其中央部分有一圆孔, 称瞳孔(**pupil**), 随着外界光亮程度的不同, 瞳孔的直径能自主地在 2~8 毫米范围内变化, 以调节进入眼睛的光能量。虹膜之后是水晶体(**crystalline lens**), 它是由多层薄膜构成的一个双凸透镜, 但各层折射率不同, 内层约为 1.41, 外层约为 1.38。其前表面的曲率半径比后表面大, 并且在与之相连的睫状肌的作用下, 前表面的半径可能发生变化, 使不同距离的物体都能成像在网膜上。水晶体的后面是后室, 也称眼腔, 内中充满折射率为 1.336 的胶状透明液体, 称玻璃液。后室的内壁与玻璃液紧贴的部分是由视神经末梢组成的膜, 称为网膜(**retina**), 是眼睛系统所成像的接收器。它具有非常复杂的结构, 共有十层。前八层对光透明但不引起刺激, 第九层是感光层, 布满作为感光元素的视神经细胞。第十层直接与脉络膜相连。脉络膜是网膜外面包围着的一层黑色膜, 它吸收透过网膜的光线, 使感光器官免受强光的过分刺激。在视神经进入眼腔处 s 点附近的网膜上, 有一个椭圆形区域, 这个区域内没有感光细胞, 不产生视觉, 称为盲斑(**blindspot**)。通常我们感觉不到盲斑的存在, 是因为眼球不时在眼窝内转动之故。距盲斑中心 $15^{\circ}30'$, 在太阳穴方向有一椭圆形区域 e, 大小为 1 毫米(水平方向) \times 0.8 毫米(垂直方

第 12 章

典型光学系统

视觉是人和大多数动物最重要的感觉,至少有 80%以上的外界信息经视觉获得,但眼睛的视觉能力并不是无限的,传统的光学仪器就是人眼能力的延伸,放大镜、显微镜是向微观方向的延伸,望远镜是向宏观方向的延伸,照相机、摄影摄像机等是时间方向的延伸。本章所讨论的就是这些典型光学系统的成像特性、光学结构特点、外形轮廓、光束限制能量传递等问题,虽然本章是围绕经典光学系统展开,但是绝大多数现代光学系统也是基于这些系统的基本原理。本章的内容较多,知识要点分别列出。

本章知识要点

眼睛

1. 眼睛的构造,黄斑、中心凹、视轴、盲斑
2. 标准眼和简约眼
3. 眼睛的调节,远点(距)、近点(距),正常眼和非正常眼(近视、远视、散光、斜视)
4. 眼睛的适应,眼睛的分辨本领与相关因素,瞄准精度
5. 眼睛的立体视觉,立体视差角、立体视差、体视锐度、体视圈半径、体视阈值

放大镜

1. 放大镜的成像原理
2. 放大镜的放大倍率
3. 放大镜的光束限制

显微镜及照明系统

1. 显微镜的成像原理、放大倍率
2. 显微镜的基本结构和齐焦条件
3. 显微镜的光束限制
4. 显微镜的景深及相关因素
5. 显微镜的分辨率,数值孔径,有效放大率与数值孔径关系
6. 显微镜的物镜和目镜,镜目距和工作距离
7. 显微镜的临界照明与柯拉照明,两对共轭关系,照明系统应满足的条件

望远镜及转像系统

1. 望远镜的成像原理与放大率
2. 望远镜的分辨率与正常放大率
3. 望远镜的瞄准精度

向),称为黄斑(**macula lutea**),在黄斑中心有一 $0.3\text{ 毫米} \times 0.2\text{ 毫米}$ 的凹部,称中心凹(**central covea**),这里密集了大量的感光细胞,是网膜上视觉最灵敏的区域。当眼睛观察外界物体时,会本能地转动眼球,使像成在中心凹上。因而称通过眼睛节点和中心凹的直线为眼睛的视轴(**rhabdom**)。

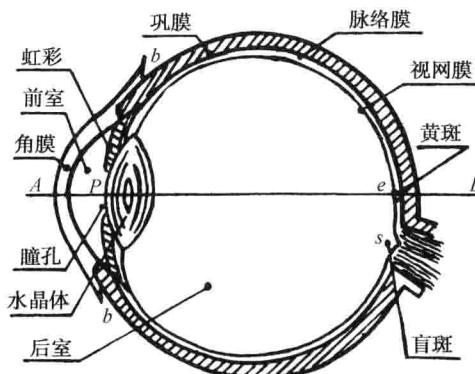


图 12-1

由上所述,整个眼睛犹似一只自动变焦和自动收缩光圈的照相机。

眼睛作为一个光学系统,其有关参数可由专门的仪器测出。根据大量的测量结果,定出了眼睛的各项光学常数,包括角膜、水状液、玻状液和水晶体的折射率、各光学表面的曲率半径,以及各有关距离。称满足这些光学常数值的眼睛为标准眼。

为了作近似计算方便,可把标准眼简化为一个折射球面的模型,称为简约眼(**reduced eye**)。简约眼的有关参数如下:

折射面的曲率半径 5.56 毫米

像方介质的折射率 $4/3 = 1.333$

网膜的曲率半径 9.7 毫米

可算得简约眼的物方焦距为 -16.70 毫米;像方焦距为 22.26 毫米;光焦度为 59.88 屈光度。

12.1.2 眼睛的调节和适应

水晶体在睫状肌的作用下曲率可变,使不同远近的物体精确地成像在网膜上。当肌肉收缩时,水晶体曲率变大,可看清近物;肌肉放松时,水晶体曲率减小,可看清远物。眼睛的这种本能地改变水晶体光焦度以看清不同远近物体的功能称为调节(**adjustment**)。当肌肉完全放松时,眼睛所能看清的最远的点称为远点(**far point**);当肌肉收缩到最紧张状态时所能看清的最近点称为近点(**near point**)。分别以 p 和 r 表示近点和远点到眼睛物方主点的距离(米),则其倒数 $P=1/p$ 和 $R=1/r$ 就是近点和远点会聚度的屈光度数。两者之差以 A 表示,即

$$A=R-P \quad (12-1)$$

称为眼睛的调节范围或调节能力。

正常眼(**normal eye**)的调节范围是随年龄而变化的,随着年龄的增大,肌肉收缩功能衰

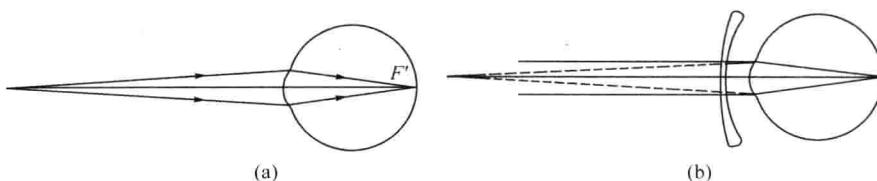


图 12-3

眼睛所能感受的光亮度变化范围是很大的,可达 $10^{12}:1$ 。这是因为眼睛对不同的亮度具有适应能力。适应有暗适应和亮适应两种,前者发生在自亮处到暗处时,后者发生在自暗处到亮处时。

亮适应或暗适应并不是即刻完成的。当人们从亮处到暗处时,瞳孔逐渐变大使进入眼睛的光量逐渐增加,暗适应逐渐完成。此时,眼睛的敏感度大大提高。在暗处逗留的时间越长,暗适应越好,对光的敏感度就越高。但经过约 50~60 分钟后,敏感度达极限值。人眼能感受到的最低照度值称为绝对暗阈值,约为 10^{-9} 勒克斯。它相当于蜡烛在 30 公里远处所产生的照度。即当忽略大气的吸收和散射时,眼睛能感受到 30 公里远处的烛光。

同样,当从暗处进入亮处时,也不能立即适应,要产生眩目现象。但亮适应过程很快,几分钟即可完成。

12.1.3 眼睛的分辨率和瞄准精度

眼睛能分辨开两个很靠近的点的能力称为眼睛的分辨率(resolution)。刚能分辨开的两个点对眼睛物方节点的张角称为眼睛的极限分辨角(limiting angle of resolution)。显然,分辨率与极限分辨角成反比。

根据物理光学理论,入瞳为 D 的理想光学系统的极限分辨角为

$$\phi = \frac{1.22\lambda}{D} \quad (12-2)$$

对 555 纳米的色光而言,若入瞳单位取毫米,将极限分辨角的单位取作秒,则有

$$\phi'' = \frac{140}{D} \quad (12-3)$$

当日间瞳孔直径为 2 毫米时,极限分辨角约为 $70''$ 。当瞳孔直径增大到 3~4 毫米时,分辨角还可小些。若瞳孔直径继续增大,则由于眼睛像差的影响,分辨角反而增大。所以一般认为眼睛的极限分辨角为 $1'$,对应于网膜上的大小约为 5~6 微米,这个尺寸大于视神经细胞的直径。因此,网膜的结构不会限制眼睛的分辨率。

眼睛的分辨率随被观察物体的亮度和对比度而异。当对比度一定时,亮度越大则分辨率越高;当对比度不同时,对比度越大则分辨率越高。当背景亮度增大时分辨率与对比度的这一关系十分明显。同时,照明光的光谱成分也是影响分辨率的一个重要因素。由于眼睛有较大的色差,单色光的分辨率要比白光为高,并以 555 纳米的黄光为最高。此外,网膜上的成像位置对此也有影响,当成像于黄斑处时分辨率最高。

由于分辨率的限制,当我们看很小或很远的物体时,必须借助显微镜、望远镜等光学仪器。这些目视光学仪器应具有一定的放大率,以使能被仪器分辨的物体像放大到能被眼睛

退,近点逐渐移远,调节范围减小,如表 12-1 所列。

表 12-1 正常眼在不同年龄时的调节能力和范围

年 龄 (岁)	近点距 p (米)	$P=1/p$ (屈光度)	远点距 r (米)	$R=1/r$ (屈光度)	$A=R-P$ (屈光度)
10	-0.071	-14	∞	0	14
20	-0.100	-10	∞	0	10
30	-0.143	-7	∞	0	7
40	-0.222	-4.5	∞	0	4.5
50	-0.40	-2.5	∞	0	2.5
60	-2.00	-0.5	2.0	0.5	1.00
70	1.00	1.00	0.80	1.25	0.25
80	0.40	2.50	0.40	2.5	0.00

可见,青少年时期,近点距眼睛很近,调节范围很大。但 40~45 岁开外,近点渐移到明视距离以外,称老性远视或老花眼(presbyopia)。而当年龄至 70 岁以上时,眼睛就失去了调节能力。这里,明视距离(distance of distinct vision, normal reading distance)指正常眼在正常照明(约 50 勒克斯)下的正常阅读距离,国际上规定为 250 毫米。

对于正常眼,远点会聚度 $R=0$,如图 12-2 所示。反之,若在正常年龄之内 $R \neq 0$,则称为非正常眼。远点会聚度称为眼睛的折光度,是眼睛的一项性能指标,可用折光度计来测定。

非正常眼主要有以下几种:

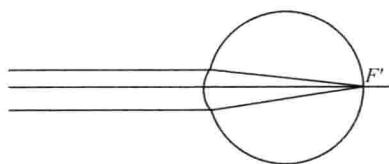


图 12-2

1. 近视眼(myopic eye):远点在眼前有限远处, $R < 0$,这是由于眼球偏长,像方焦点位于网膜之前所致,只有眼前有限远处的物体才能成像在网膜上。因此,须配一负光焦度的眼镜,如图 12-3。

2. 远视眼(hyperopic eye):远点在眼睛之后, $R > 0$ 。这是由于眼球偏短,像方焦点位于网膜之后所致。因此,只有会聚光束才能聚焦在网膜上,可用正透镜来矫正。请读者自行画出原理图。

3. 由于眼睛结构上的其他缺陷,如水晶体位置不正、各个折射面曲率不正常或不对称等也会使眼睛成为非正常眼,即散光眼(astigmatic eye)和斜视眼(slant-eye)。前者须用柱面透镜矫正,后者以光楔矫正。

4. 有时,眼睛可能同时存在几种缺陷,如近视散光(myopic astigmatism)等。

人眼除了能随物体距离的改变而调节水晶体的曲率外,还能在不同亮暗条件下工作。

分辨的程度。否则,光学仪器的分辨率就被眼睛所限制而不能充分利用。

在很多量测工作中,为了读数,常用某种标志对目标进行对准或重合,例如用一根直线去与另一直线重合。这种重合或对准的过程称为瞄准。由于受人眼分辨率的限制,二者完全重合是不可能的。偏离于完全重合的程度称瞄准精度(**pointing accuracy**)。它与分辨率是两个不同的概念,但互有关系。实际经验表明,瞄准精度随所选取的瞄准标志而异,最高时可达人眼分辨率的 $1/5\sim 1/10$ 。

常用的瞄准标志和方式有二直线重合、二直线端部对准、叉丝对直线对准和双线对直线瞄准,分别如图 12-4 所示。其瞄准精度分别为 $30''$ 至 $60''$, $10''$ 至 $20''$, $10''$ 和 $5''$ 。

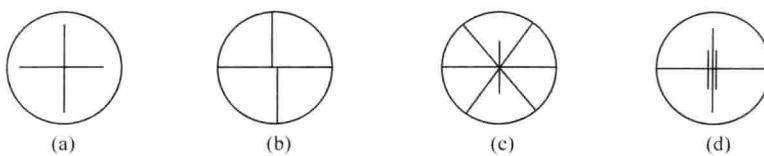


图 12-4

12.1.4 眼睛的立体视觉

眼睛观察空间物体时,能区别它们的相对远近而具有**立体视觉(stereopsis)**。这种立体视觉单眼双眼都能产生,但产生的原因和效果不同。

单眼观察时,对于较近的物体,是利用眼睛的调节发生变化而产生的感觉来估计距离的,范围不大于 5 米,因看更远的物体时,水晶体的曲率已几乎不变。对于较远的熟悉物体,是利用它对眼睛的张角大小来估计远近的,而不熟悉的物体,则以与邻近的熟悉物比较来确定其相对远近。此类估计是极粗略的。

通常,人们总以双眼观物。物在两眼中各自成像,然后,两眼的视觉汇合到大脑中产生单一的印象。但物在两眼网膜上的像必须位于网膜的对应点,即相对于黄斑中心的同一侧时,才有单像的印象,这是因为两网膜上的对应点由视神经相联结,成对地将该对点上的光刺激传到大脑的缘故。若物在两网膜上的像不在对应点上,就不能合而为一而有双像的感觉。如图 12-5 所示,当两眼注视 A 点时,A 点的像 a_1 和 a_2 位于黄斑的中心,较近的 B 点在两网膜上的像 b_1 和 b_2 分别位于黄斑中心的外侧,不在对应点上,将明显地感到是双像,实际上,此时凡在角 O_1AO_2 内的点都是成双像的;反之,当注视 B 点时,会感到较远的 A 点成双像;此外,而当注视 A 点时,图中 C 点在两眼网膜上的像位于黄斑的同侧,将有单像的印象。

双眼视觉的另一特性是能估计被观察物体的距离及辨别空间物体的相对远近,这就是**双眼立体视觉(binocular stereopsis)**。

对于图 12-5 中不同远近的三个物点 A,C,D,当两眼注视点 A 时,A 在两眼网膜上的像 a_1 和 a_2 位于黄斑的中心,两视线的夹角 O_1AO_2 称为视差角(**angle of parallax**),即

$$\theta_A = \frac{b}{L} \quad (12-4)$$

式中,b 为两眼节点 O_1 和 O_2 的连线长度,称为**基线长度(base length)**;L 为 A 到基线的距离。可见,不同远近的物体有不同的视差角。设另二点 C 和 D 位于直线 CDO_2 上,则它们在右眼中的像 c_2 和 d_2 重合,而左眼中的二个像 c_1 和 d_1 并不重合,其对节点 O_1 的张角即为

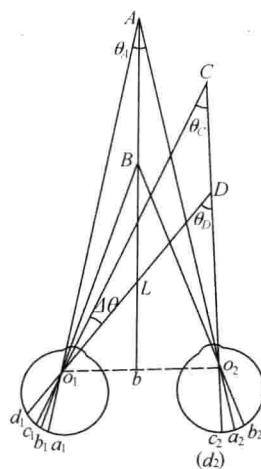


图 12-5

C 点和 D 点的视差角之差, 即

$$\Delta\theta = \theta_D - \theta_C$$

称为立体视差 (stereoscopic parallax)。立体视差大时, 表示两物体的远近相差大, 眼睛极易判知; 但当 $\Delta\theta$ 小到某一限度时, 人眼就辨别不出与此对应的两物体的相对远近了。人眼正好能觉察的最小立体视差称为人眼的体视锐度 (stereoscopic acuity), 用 $\Delta\theta_0$ 表示。通常人眼的体视锐度为 $30'' \sim 60''$, 经训练可小到 $10''$ 或 $10''$ 以下。一般以 $10''$ 作为体视锐度的极限值。

成年人的双眼基线平均长度 $b=65\text{mm}$, 当 $\Delta\theta_0=10''$ 时, 可导出双眼存在体视的距离

$$L_m = \frac{b}{\Delta\theta_0} = 1350\text{m}$$

这里 L_m 称为体视圈半径 (radius of stereoscopic vision)。位于体视圈以外的物体, 人眼已分辨不出远近。

能分辨出不同远近的二点间的最小距离 ΔL_0 称为体视阈值 (stereoscopic threshold)。对式(12-4)微分得

$$\Delta L_0 = \frac{L^2}{b} \Delta\theta_0 \quad (12-5)$$

当 $\Delta\theta_0=10'', b=0.065\text{m}$ 时, 得 $\Delta L_0=7.46 \times 10^{-4}\text{m}$ 。

由公式(12-5)知, 观察远物时, 体视阈值很大; 而对近处物体, 辨别其远近的能力就很强。结合公式(12-5)可以看出, 如能增大基线长度 b 和减小体视锐度 $\Delta\theta_0$, 体视圈半径 L_m 就可增大, 体视域值 ΔL_0 就可减小, 从而提高体视效果。双筒棱镜望远镜和某些军用指挥仪就是为此目的而设计的。若其放大率为 Γ , 二物镜的中心距即基线长度为人眼的 K 倍, 则根据公式易于得出, 通过此类仪器来观察时, 体视锐度将为 $\Delta\theta_0/\Gamma$, 体视圈半径将扩大到肉眼观察时的 $K\Gamma$ 倍, 而体视阈值缩小为肉眼观察时的 $K\Gamma$ 分之一, 使体视效果大为提高。

12.2 放大镜

肉眼观察时,要能看清物体的细节,该细节对眼睛的张角须大于眼睛的极限分辨角,一般不小于 $1'$ 。当物体移到眼睛的近点附近而其细节对眼睛的张角仍小于 $1'$ 时,眼睛就无法辨别它了,只能借助于放大镜(**amplifier**)或显微镜将其放大后再行观察,才能了解其细微结构。

对于目视光学仪器,其放大作用不能简单地以横向放大率来表征,而应代之以视觉放大率。因此,放大镜的放大率应该是:通过放大镜看物体时,其像对眼睛张角的正切与直接看物体时,物体对眼睛张角的正切之比。如图 12-6 所示,放大镜将位于焦点以内的物 AB 在镜前明视距离处形成虚像 A'B',它对眼睛张角为 W',有

$$\tan W' = \frac{y'}{-x' + a}$$

而当眼睛直接于明视距离 250mm 处观察物体时,对眼的张角为 W,有

$$\tan W = \frac{y}{250}$$

以 $\tan W'/\tan W$ 表示放大镜的放大率 M,并以 $\beta = -x'/f'$ 代替 y'/y ,得

$$M = \frac{250}{f'} \frac{x'}{x' - a} \quad (12-6)$$

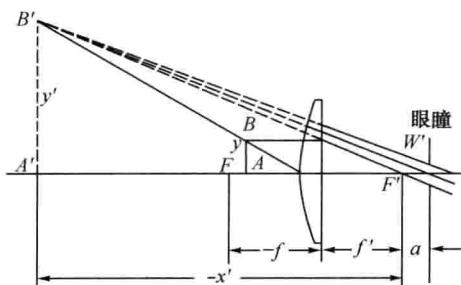


图 12-6

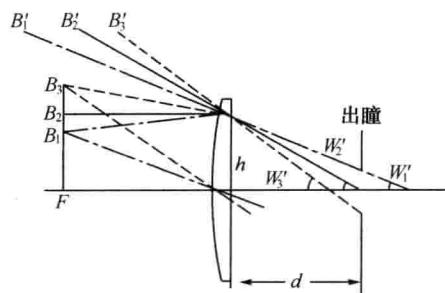


图 12-7