

杭州电子科技大学 2025 第七届“美珈羽杯”新生数学建模竞赛题目

(请先阅读“2025 新生数学建模竞赛论文格式规范”)

B 题：多联骨牌覆盖问题

多联骨牌 (Polyomino) 是由若干个单位正方形沿边连接而成的几何图形，在集成电路设计、物流装载和材料科学中具有重要应用价值。例如，在芯片布局设计中，不同形状的功能模块需要在有限的芯片面积上进行最优排布；在工业制造中，不规则零件的原材料切割也涉及类似的几何填充优化问题。本题目研究多联骨牌覆盖问题，要求参赛者建立严格的数学模型，设计有效的求解算法，并对计算结果进行理论分析。

问题一： 4×4 棋盘覆盖问题

考虑一个 4×4 的方格棋盘和如图 1 所示的三种基本的多联骨牌： 1×1 的单格骨牌、 1×2 的双格骨牌以及 2×2 缺一角的 L 型三格骨牌。骨牌可以旋转但不能重叠放置。

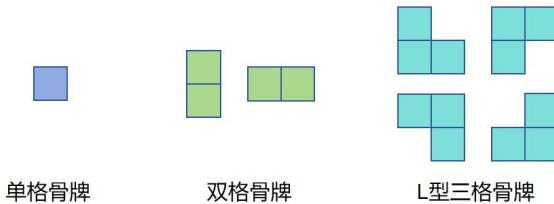


图 1 三种基本的多联骨牌

要求：

1. 找出使用最少骨牌数量完全覆盖 4×4 棋盘的所有可行方案，记录骨牌使用数量与放置方式，并证明你使用的方案是使用骨牌数量最少的情况。

2. 分析：若从棋盘中移除任意一个方格，剩余 15 格能否仅用 L 型三格骨牌完成覆盖？证明你的结论。

问题二：数量约束下的骨牌排布优化问题

在一个矩形区域网格内，使用如图 2 所示九种骨牌完成覆盖或近似覆盖，并最小化所使用骨牌总数量。需要建立完整模型，明确定义决策变量、目标函数和约束条件。求解该实例时需要按照规定的表格格式提交 Excel 文件，且需要在论文中直接展现出骨牌的摆放方式。

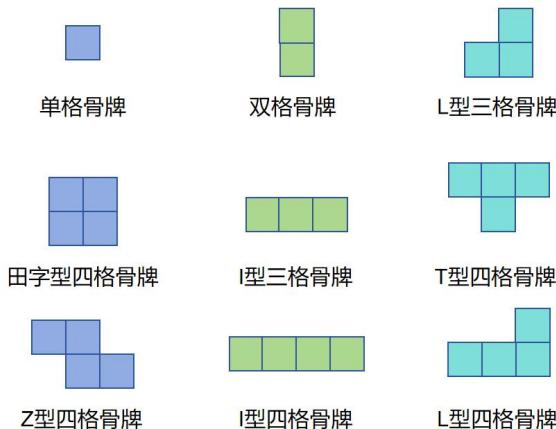


图 2 九种基本的多联骨牌

要求：

1. 考虑一个 12×11 的网格覆盖问题，每种骨牌的使用数量上限为：单格骨牌最多 18 个，双格骨牌最多 15 个，三格骨牌（包括 L 型三格骨牌、I 型三格骨牌）每种最多 12 个，四格骨牌（包括田字型四格骨牌、T 型四格骨牌、Z 型四格骨牌、I 型四格骨牌、L 型四格骨牌）最多 9 个。求解在完全覆盖网格的前提下，**最小化使用的骨牌总数**。
2. 将网格规模扩展至 25×20 ，每种骨牌的使用数量上限为：单格骨牌最多 50 个，双格骨牌最多 50 个，三格骨牌每种最多 40 个，四格骨牌最多 20 个。求解在完全覆盖网格的前提下，**最小化使用的骨牌总数**。
3. 将网格规模扩展至 30×30 ，每种骨牌的使用数量上限为：单格骨牌最多 100 个，双格骨牌最多 80 个，三格骨牌每种最多 70 个，四格骨牌最多 50 个。求解在完全覆盖网格的前提下，**最小化使用的骨牌总数**。
4. 在第二问的基础上，允许最多 5 个格子不被覆盖，重新求解在其余网格被完全覆盖的前提下，**最小化使用的骨牌总数**。

问题三：芯片布局的多目标优化问题

某芯片设计需要在 12×11 网格上布置功能模块，对应如图 2 所示的九种多联骨牌：对应九种 1-4 联自由多联骨牌： 1×1 (M, 基础单元, 成本 1)、 1×2 (D, 连接单元, 成本 1.5)、I 型三格 (I3, 成本 2)、L 型三格 (T3, 特殊功能, 成本 2)、 2×2 (S, 核心单元, 成本 2.5)、I 型四格 (I4, 成本 2.5)、T 型四格 (T4, 成本 2.5)、L 型四格 (L4, 成本 2.5)、Z 型四格 (Z4, 成本 2.5)。

目标同时**最小化总成本、最大化布局稳定性**（骨牌间共享边总数，如图 3 所示）并**最小化骨牌使用数量**。

实际约束：每个 2×2 骨牌至少有两相邻边被支撑，整个覆盖区域四连通，四角格子必须被覆盖。



图 3 骨牌间共享边示意图

需要建立整数线性规划模型并明确定义决策变量、目标函数与全部约束，提交最优方案详情 Excel 表。

特别注意：

竞赛论文的文件名规定为：题号+202511+队号_队长_队员 1_队员 2，其中**队号由数模协会统计完毕后生成**，比如队号为第 001 组选了 B 题，那么这一组的论文名则为：[B202511001_张三_李四_王五](#)，邮件的标题也如此填写。

B 题论文请发送到 wangzhen@hdu.edu.cn