

文章编号: 1000-1441(2010)05-0472-06

完全匹配层吸收边界条件研究

陈可洋

(中国石油大庆油田有限责任公司勘探开发研究院, 黑龙江大庆 163712)

摘要: 为了提高人为截断边界的吸收效率, 提出了一种完全匹配层边界吸收衰减因子——正、余弦型吸收衰减因子。采用声波波动方程, 并应用统一格式的高阶交错网格有限差分法来构建正演递推算子实现声波全波场正演计算(边界处差分阶数依次递减)。以单层均匀介质模型为例, 研究不同吸收层厚度与介质速度和声波模拟主频的关系。数值试算结果表明, 不同吸收层厚度所消耗的时间按一定的函数关系变化, 边界吸收层厚度与速度和最大频率之间无明确的对应关系, 边界吸收层厚度所占节点数不小于 6 个时就可以得到较好的边界吸收效果。以 Marmousi 模型为例研究了完全匹配层边界吸收衰减因子在复杂地质模型中的边界吸收效果, 与解析解的对比可知, 该边界吸收衰减因子在复杂地质模型中取得满意的边界吸收效果。

关键词: 完全匹配层; 吸收边界; 正、余弦型吸收衰减因子; 吸收层厚度; 耗时; 高阶交错网格有限差分法

DOI: 10.3969/j.issn.1000-1441.2010.05.006

中图分类号: P641.3

文献标识码: A

地震波正演数值模拟方法在研究地震波传播规律和指导地震资料数字处理和解释中起着非常重要的作用。受计算机内存和计算时间的限制, 要调和地震波在地下传播的无限性和计算区域的有限性这一对矛盾, 必须人为截断边界, 这会引入人为边界反射问题。因此, 如何采用行之有效的方法来消除或削弱边界反射同时又能提高计算效率是地震波正演数值模拟的一个核心问题。到目前为止, 地球物理学家提出了多种吸收边界条件, 如 Higdon^[1] 提出无反射吸收边界条件的形式为

$$B_N p = \left\{ \prod_{j=1}^N \left[(\cos \alpha_j) \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial t} \right] \right\} p = 0 \quad (1)$$

式中: α_j 为边界吸收角度; p 为地震波场; v 为地震波速度; N 为边界吸收阶数。

Liao 等^[2] 提出 MTF 吸收边界条件的形式为

$$p(0, t + \Delta t) =$$

$$\sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} C_j^N p[-jv\Delta t, t - (j-1)\Delta t] \quad (2)$$

式中: $C_j^N = \frac{N!}{(N-j)!j!}$, 为边界吸收方程的系数。

Collino^[3] 提出的吸收边界条件的形式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} - \sum_{j=1}^N \beta_j \frac{\partial \psi_j}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x^2} (\alpha_j \psi_j + p) &= 0 \\ j &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

式中: ψ_j 为辅助变量; α_j 和 β_j 为根据 Pade 近似得到的边界方程系数, 其具体形式为

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \cos^2 \left(\frac{j\pi}{2N+1} \right) \\ \beta_j &= \frac{2}{2N+1} \sin^2 \left(\frac{j\pi}{2N+1} \right) \end{aligned}$$

双重吸收边界条件^[4-7]的形式为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + \frac{1}{v} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \left(1 - \frac{a}{2}\right) v \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

式中: a 为加权因子。这些方法实现容易, 而且计算量非常小, 但是常常受边界吸收角度的限制, 有时达不到理想的吸收效果。基于拓边衰减吸收的边界条件(如完全匹配层吸收边界^[8]、阻尼吸收边界^[9])采用的是在模型四周镶边以构建一定厚度的吸收衰减层的方式, 该方法不受边界吸收角度的限制, 可以完全吸收任意方向、任意频率的波, 采用一定厚度吸收, 能够获得很好的边界吸收效果, 然而此类方法计算量较大, 尤其是针对三维正演数值计算和采用复杂的波动方程时, 计算量相当庞大。另外, 陈可洋^[10] 指出了镶边法吸收边界条件的不足之处并提出了内侧镶边方法, 即以牺牲局部有效波场来提高数值计算精度、信噪比和可信度。因此, 如何有效解决由于引入人工边界而引起的计算效率低的问题不可忽视。王守东^[11] 和王永刚等^[12]

收稿日期: 2009-09-17; 改回日期: 2010-03-21。

作者简介: 陈可洋(1983—), 男, 助理工程师, 主要从事地震资料数字处理方法研究工作。

对声波完全匹配层吸收边界条件进行了详细分析和数值计算,取得了较好的边界吸收效果。本文在前人研究的基础上,提出了完全匹配层边界吸收衰减因子,采用统一格式的高阶交错网格有限差分法正演递推算子进行数值计算。

1 方法原理

1.1 声波方程

二维一阶双曲型声波波动方程通常有如下表达式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= v^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: p 为质点振动的速度场; u 和 w 为便于应用高阶交错网格有限差分法^[13-14]而引入的两个中间变量,分别代表水平方向和垂直方向的两个量; v 为模型的介质速度; x 和 z 为两个空间坐标; t 为时间。

根据王守东^[11]和王永刚等^[12]提出的声波完全匹配层吸收边界条件的构建框架,将(5)式变换为如下形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_x}{\partial t} + \alpha_x p_x &= v^2 \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial p_z}{\partial t} + \alpha_z p_z &= v^2 \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha_x u &= \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \alpha_z w &= \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $p = p_x + p_z$,即将质点振动的总速度场 p 分解为水平方向质点振动的速度场 p_x 和垂直方向质点振动的速度场 p_z ; α_x 和 α_z 分别为 x 方向和 z 方向的吸收衰减因子,其衰减函数的形式可以不同。我们采用统一格式的高阶交错网格有限差分法将(6)式离散为时间 2 阶和空间 10 阶精度的正演算子进行正演数值计算,在靠近边界处,采用空间差分阶数从模型内边界向外边界依次递减的方式,在正演计算过程中根据衰减因子自动实现二维模型的 4 个角点和 4 条棱边边界的吸收衰减。

1.2 正、余弦型吸收衰减因子

Collino 等^[15]和 Hastings 等^[16]提出的衰减因子通式如下:

$$\beta_i = A \left(\frac{P_{ML} - i}{P_{ML}} \right)^m \quad (7)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, P_{ML}$$

式中: i 代表从模型镶边后的外边界到有效模型区域内边界的网格点序号; β_i 代表吸收衰减因子; P_{ML} 代表完全匹配吸收层沿坐标轴方向所占的网格点个数(正整数); m 代表吸收衰减因子的阶数,为正实数; A 为衰减幅度因子。

而我们提出的余弦型吸收衰减因子形式为

$$\alpha_i = B \left[1 - \cos \left[\frac{\pi(P_{ML} - i)}{2P_{ML}} \right] \right] \quad (8)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, P_{ML}$$

正弦型吸收衰减因子为

$$\alpha_i = B \left[1 - \sin \left(\frac{i\pi}{2P_{ML}} \right) \right] \quad (9)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, P_{ML}$$

式中: α_i 代表吸收衰减因子; B 为衰减幅度因子,在本研究中的取值为 500。其中,当 $i=0$ 时, $\alpha_0=B$,此时为模型吸收区的外边界,吸收衰减量最大;当 $i=P_{ML}$ 时, $\alpha=0$,此时为模型吸收区的内边界,同时也是有效数值模拟区的外边界,并在有效模拟区始终保持 $\alpha=0$ 。吸收衰减因子 α_i (可分为 α_x 和 α_z ,分别表示 x 方向和 z 方向的吸收衰减因子)在模型中的设置方法如图 1 所示。

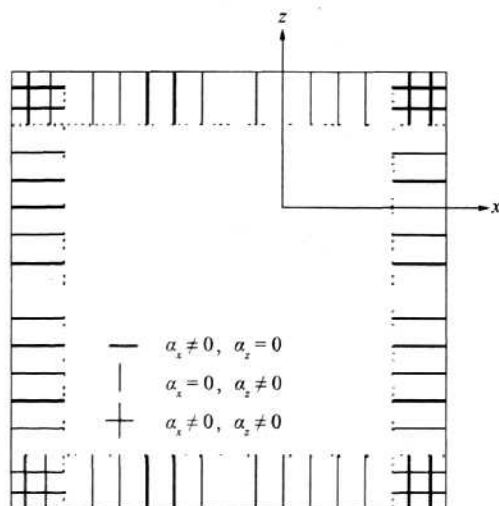


图1 构造的完全匹配层

图2为不同的吸收衰减因子曲线示意图,完全匹配吸收层占有的网格节点个数为 50。系列 1 代表由(8)式或(9)式计算得到的衰减因子;系列 2 代表 $m=1$ 时由(7)式计算得到的衰减因子;系列 3

代表 $m=2$ 时由(7)式计算得到的衰减因子;系列4代表 $m=3$ 时由(7)式计算得到的衰减因子;系列5代表 $m=4$ 时由(7)式计算得到的衰减因子。分析图2可知,当 $m=1$ 时,衰减因子为线性衰减,但是在内边界处衰减因子数值突变,此处不利于波场向吸收层内传播,因而容易造成边界反射;当 m 取其它值时,在内边界处衰减因子增加的速度较缓慢,且 m 值越大,增加得越缓慢;而在外边界处则出现了衰减因子迅速增加的现象。因此,采用传统衰减因子公式(公式(7))计算得到的边界吸收衰减因子,如果吸收层厚度较小,不利于边界吸收,通常需要增加吸收层厚度来达到一定的吸收效果;而采用我们提出的正、余弦型吸收衰减因子计算公式(公式(8)或公式(9))计算得到的边界吸收衰减因子,在内边界处与波场模拟区耦合较好,而且在波场吸收区增速均匀,这有利于在较窄的吸收层内实现外行波的吸收衰减。

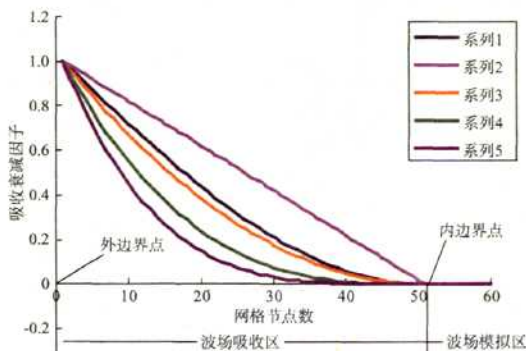


图2 不同吸收衰减因子曲线

2 数值试算

2.1 耗时与吸收层厚度的关系

采用的均匀介质模型的横向和纵向网格点数均为200,空间步长均为5 m,采用最大频率为50 Hz的Ricker子波激发,模型介质的速度为2 000 m/s。为了保证整个计算过程稳定^[17-19],时间步长设定为0.5 ms,总计算时间样点数为1 000。采用不同的吸收层厚度进行耗时计算(耗时计算在Linux下用time命令计时,文中所指时间为指令执行时在核心模式(kernel mode)所花费的总时间),得到如图3所示的耗时与吸收层厚度的关系曲线。

利用多项式对曲线进行拟合,得到吸收层厚度与耗时的关系式为

$$y = 2 \times 10^{-5} x^6 - 1.4 \times 10^{-3} x^5 + 3.96 \times 10^{-2} x^4 - 0.529 2 x^3 + 3.527 x^2 - 6.457 4 x + 28.228 \quad (10)$$

式中: x 代表吸收层厚度所占的网格点个数; y 代表耗时。相关系数为0.999 7,由此可见,该拟合曲线可以较好地反映吸收层厚度与耗时的关系。分析图3中的曲线可知,完全匹配层所用的网格点数增加,耗时迅速增加,并存在一个拐点(可能受其它进程或者系统资源冲突的影响所致),此处耗时变化相对缓慢,而后又迅速增加。

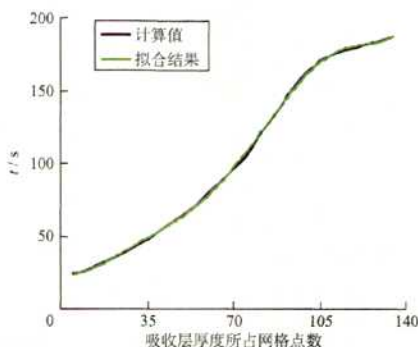


图3 完全匹配层吸收厚度与耗时的关系曲线

2.2 吸收层厚度、速度和最大频率的关系

采用的模型参数同本文2.1节,震源置于模型(100 m,100 m)处,采用最大频率分别为30 Hz和50 Hz的Ricker子波激发,介质速度分别为2 000 m/s和3 000 m/s,吸收层厚度所占网格点数依次为1~6个。当介质速度为2 000 m/s时,波场快照记录时间为0.3 s;当介质速度为3 000 m/s时,波场快照记录时间为0.2 s,这样可以保证在不同介质速度情况下,波前面出现在模型的同位置上,波的传播距离相等,均为600 m。

图4为 P_{ML} 为2,3,4,5,6时的衰减幅度随吸收层厚度变化曲线,可见,边界吸收层厚度越大,衰减幅度因子按正余弦型递增的速度越缓慢。

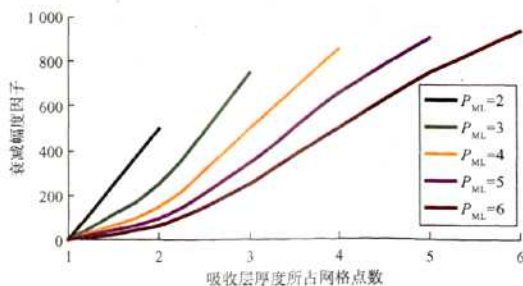


图4 不同吸收层厚度的衰减幅度因子变化曲线

图 5a 至图 5f 分别为 P_{ML} 为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 介质速度为 2 000 m/s, Ricker 子波的最大频率为 30 Hz 时在 0.3 s 处的波场快照; 图 6a 至图 6f 分别为 P_{ML} 为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 介质速度为 3 000 m/s, Ricker 子波的最大频率为 30 Hz 时在 0.2 s 处的波场快照; 图 7a 至图 7f 分别为 P_{ML} 为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 介质速度为 2 000 m/s, Ricker 子波的最大频率为 50 Hz 时在 0.3 s 处的波场快照; 图 8a 至图 8f 分别为 P_{ML} 为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 介质速度为 3 000 m/s,

Ricker 子波的最大频率为 50 Hz 时在 0.2 s 处的波场快照。为便于视觉对比, 图 5 至图 8 均做了图像增强显示。分析图 5 至图 8 可知, 当吸收层厚度为 6 个网格点(实际数值模拟中可作为一个经验参数来选取)时, 虽然速度和最大频率不同, 但吸收效果都比较理想, 由此可见, 我们提出的吸收衰减因子按正、余弦型函数沿模型外侧递增的速度越缓慢, 边界吸收效果越好, 且边界吸收层厚度与速度和最大频率无明确的对应关系。

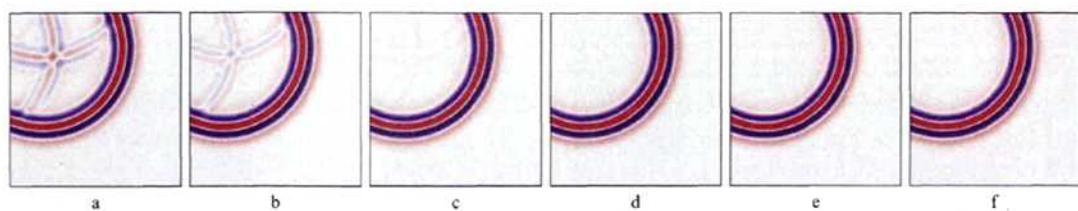


图 5 介质速度为 2 000 m/s, Ricker 子波的最大频率为 30 Hz 时不同 P_{ML} 对应的波场快照

a $P_{ML}=1$; b $P_{ML}=2$; c $P_{ML}=3$; d $P_{ML}=4$; e $P_{ML}=5$; f $P_{ML}=6$

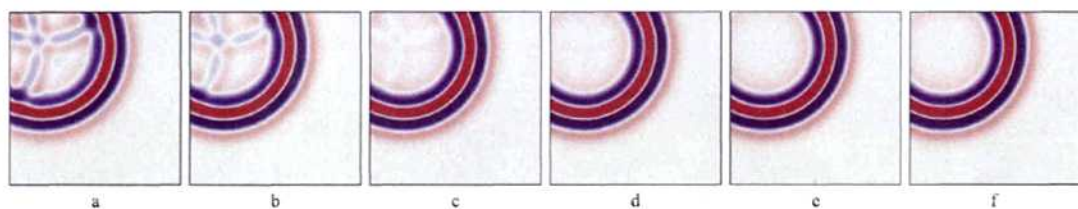


图 6 介质速度为 3 000 m/s, Ricker 子波的最大频率为 30 Hz 时不同 P_{ML} 对应的波场快照

a $P_{ML}=1$; b $P_{ML}=2$; c $P_{ML}=3$; d $P_{ML}=4$; e $P_{ML}=5$; f $P_{ML}=6$

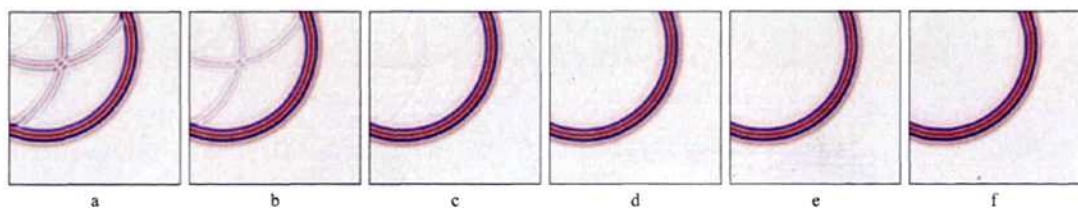


图 7 介质速度为 2 000 m/s, Ricker 子波的最大频率为 50 Hz 时不同 P_{ML} 对应的波场快照

a $P_{ML}=1$; b $P_{ML}=2$; c $P_{ML}=3$; d $P_{ML}=4$; e $P_{ML}=5$; f $P_{ML}=6$

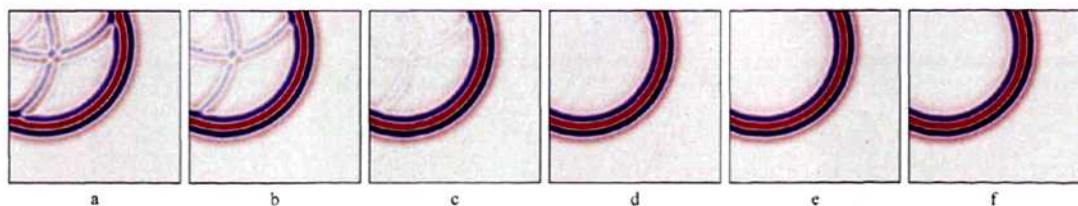


图 8 介质速度为 3000m/s, Ricker 子波的最大频率为 50Hz 时不同 P_{ML} 对应的波场快照

a $P_{ML}=1$; b $P_{ML}=2$; c $P_{ML}=3$; d $P_{ML}=4$; e $P_{ML}=5$; f $P_{ML}=6$

2.3 Marmousi 模型试算

为了进一步研究该吸收衰减因子在复杂地质模型中的边界吸收效果,采用了如图 9a 所示的 Marmousi 速度模型,模型的横向和纵向网格点数分别为 298 个和 300 个,横向和纵向的空间步长均为 5 m,采用最大频率为 50 Hz 的 Ricker 子波激发,震源置于模型的(500 m, 20 m)处,介质速度为 1 500~5 525 m/s,时间步长为 0.3 ms,满足计算所需的稳定性条件^[20-22],检波器布置于地表以下 20 m 深度处,计算的总样点数为 3 001 个。

图 9b、图 9c 和图 9d 分别给出了 P_{ML} 为 3、6 和 50 时的单炮模拟记录,图件均作了增强显示。当 P_{ML} 为 50 时可认为是解析解,因为此时的吸收衰减因子增加的速度非常缓慢,使得传播至边界的波场绝大部分穿透到吸收区实现衰减,而边界反射能量几乎可以忽略。对比图 9b、图 9c 和图 9d 可知,在模拟记录的浅层(约 0~0.3 s),3 幅图的数值精度差别不大,实质上,图 9b 中有大部分来自上边界的

反射能量被掩盖在复杂的数值模拟记录中;在模拟记录的中层(约 0.3~0.6 s),图 9b 的左边界出现了较弱的线性边界反射波,而图 9c 在该位置处无显著的边界反射波,这与图 9d 的解析解结果相吻合;在模拟记录的深层(约 0.6~0.9 s),图 9b 的右边界出现了较强能量的边界线性反射波,而图 9c 在该位置处仍无显著的边界反射波,这与图 9d 的解析解结果也非常吻合。由此可见,当吸收层厚度较小时,边界吸收效果较差(图 9b),而当边界吸收层达到一定厚度时就能较大程度地压制边界反射波(图 9c 和图 9d),并取得较理想的边界吸收效果,结合数值试算实例分析可知,当边界吸收层厚度不小于 6 个节点时就可以取得较好的边界吸收效果。由于该边界吸收层厚度是一个经验参数,因此需结合实际情况来选取,如果对信噪比要求较高,就应该选取更大一点的吸收层厚度。数值试算实例还表明,边界吸收层厚度选取得越大,边界吸收效果就越好,信噪比和波场的可信度就越高。

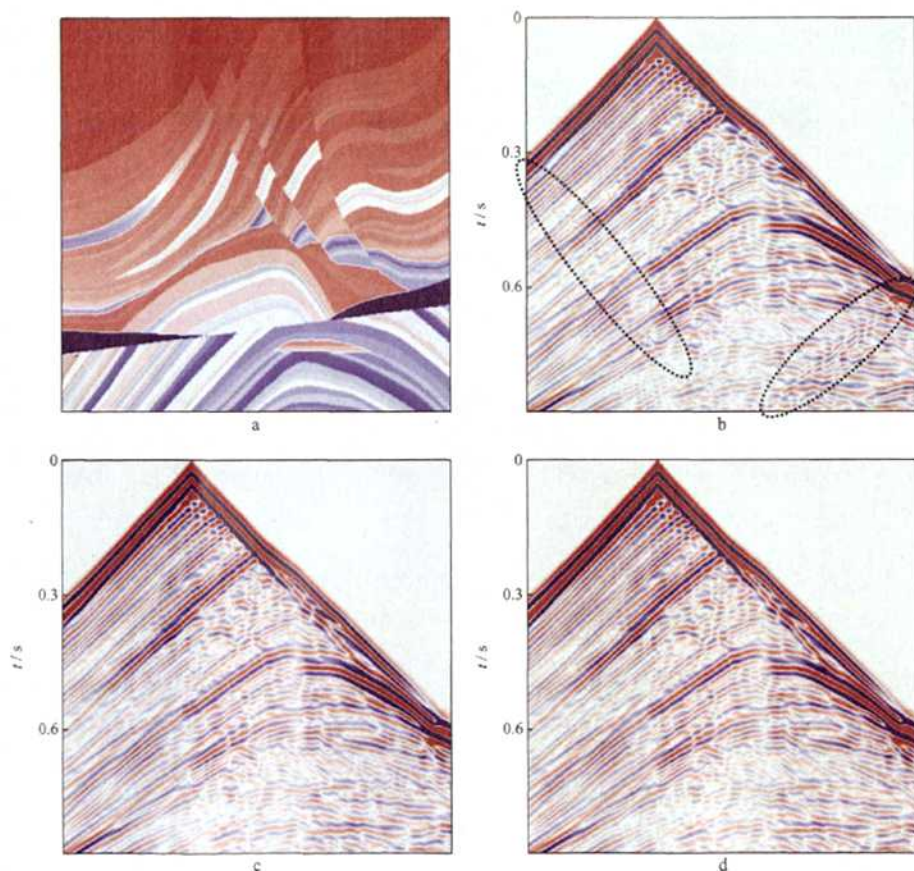


图 9 Marmousi 速度模型和不同 P_{ML} 对应的单炮模拟记录

a Marmousi 速度模型; b $P_{ML}=3$ 时的单炮模拟记录; c $P_{ML}=6$ 时的单炮模拟记录; d $P_{ML}=50$ 时的单炮模拟记录

3 结束语

提出了正、余弦型完全匹配层吸收衰减因子, 采用统一格式的高阶交错网格有限差分法, 实现了高精度声波全波场正演数值计算, 并成功取得了高信噪比的边界吸收效果。通过理论分析和数值试算, 拟合了完全匹配层的吸收层厚度与耗时之间的函数关系, 即随吸收层厚度的增加, 耗时也迅速增加。同时, 与常规边界吸收衰减因子的比较结果表明, 常规衰减因子通常需要较大的吸收层厚度来实现边界吸收, 而且低阶情况下还可能造成边界的反射; 而采用本文方法可以实现吸收区与内部有效波场模拟区的耦合衔接, 使得外行波在较窄的吸收层内实现吸收衰减。通过均匀介质模型的边界吸收试验, 认识到边界吸收层厚度与速度和频率之间无明确的函数关系。Marmousi 地质模型试算结果表明, 边界吸收层厚度所占节点数不小于 6 个时可以取得较好的边界吸收效果。随着吸收层厚度的增加, 有效波场的信噪比和可信度进一步得到提高。

参考文献

- [1] Higdon R L. Absorbing boundary conditions for elastic waves[J]. *Geophysics*, 1991, 56(2): 231-241
- [2] Liao Z P, Wong H L, Yang B P, et al. A transmitting boundary for transient wave analysis[J]. *Scientia Sinica (Series A)*, 1984, 27(10): 1063-1076
- [3] Collino F. High order absorbing boundary conditions for wave propagation models: straight line boundary and corner cases[C]//*Proceedings of the 2nd International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation*. Delaware, USA: SIAM, 1993: 161-171
- [4] 杨微, 陈可洋. 加权吸收边界条件的优化设计[J]. *石油物探*, 2009, 48(3): 244-246
- [5] 李文杰, 魏修成, 刘洋. 声波正演中一种新的边界条件——双重吸收边界条件[J]. *石油物探*, 2004, 43(6): 528-531
- [6] 陈可洋, 杨微. 优化的三维地震波旁轴近似吸收边界条件[J]. *勘探地球物理进展*, 2009, 32(3): 179-181, 206
- [7] Reynolds A C. Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems[J]. *Geophysics*, 1978, 43(6): 1099-1110
- [8] 陈可洋. 声波完全匹配层吸收边界条件的改进算法[J]. *石油物探*, 2009, 48(1): 76-79
- [9] Cerjan C, Kosloff D, Kosloff R, et al. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations[J]. *Geophysics*, 1985, 50(4): 705-708
- [10] 陈可洋. 边界吸收中镶边法的评价[J]. *中国科学院研究生院学报*, 2010, 27(2): 170-175
- [11] 王守东. 声波方程完全匹配层吸收边界[J]. *石油地球物理勘探*, 2003, 38(1): 31-34
- [12] 王永刚, 邢文军, 谢万学, 等. 完全匹配层吸收边界条件的研究[J]. *中国石油大学学报(自然科学版)*, 2007, 31(1): 19-24
- [13] 陈可洋, 杨微, 吴清岭, 等. 几种地震波叠后深度偏移方法的比较[J]. *勘探地球物理进展*, 2009, 32(4): 257-260
- [14] 陈可洋. 基于高阶有限差分的波动方程叠前逆时偏移方法[J]. *石油物探*, 2009, 48(5): 475-478
- [15] Collino F, Tsogka C. Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media[J]. *Geophysics*, 2001, 66(1): 294-307
- [16] Hastings F, Schneider J B, Broschat S L. Application of the perfectly matched layer (PML) absorbing boundary condition to elastic wave propagation[J]. *Journal of the Acoustic Society of America*, 1996, 100(5): 3061-3069
- [17] 陈可洋. 高阶弹性波动方程正演模拟及其逆时偏移成像研究[D]. 大庆: 大庆石油学院, 2009
- [18] 陈可洋. 标量声波波动方程高阶交错网格有限差分法[J]. *中国海上油气*, 2009, 21(4): 232-236
- [19] 董良国, 马在田, 曹景忠. 一阶弹性波方程交错网格高阶差分法稳定性研究[J]. *地球物理学报*, 2000, 43(6): 856-864
- [20] 陈可洋. 地震波数值模拟中差分近似的各向异性分析[J]. *石油物探*, 2010, 49(1): 19-22
- [21] 陈可洋. 地震波旅行时计算方法及其模型试验分析[J]. *石油物探*, 2010, 49(2): 153-157
- [22] 陈可洋. 地震波逆时偏移方法研究综述[J]. *勘探地球物理进展*, 2010, 33(3): 153-159

(编辑: 陈杰)