

## SÉRIES: Critérios de convergência

Série	Teste	Conclusão
$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_n)$	$L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$	$L \in \mathbb{R} \Rightarrow$ série convergente.
$\sum_{n=1}^{\infty} r^n$		$\begin{cases}  r  < 1 \Rightarrow \text{série conv.} \\  r  \geq 1 \Rightarrow \text{série div.} \end{cases}$
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$	$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$	Se $a \neq 0$ , série divergente.
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $a_n \geq 0$	$0 \leq a_n \leq b_n \quad \forall n \geq N$	$\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ converge $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n$ conv.
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $a_n \geq 0$	$0 \leq c_n \leq a_n \quad \forall n \geq N$	$\sum_{n=0}^{\infty} c_n$ diverge $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n$ div.
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $a_n \geq 0$	$\begin{cases} b_n > 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = L \in \mathbb{R} \end{cases}$	$\begin{cases} L \neq 0 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ e } \sum_{n=0}^{\infty} b_n \text{ mesma natureza} \\ L = 0 \text{ e } \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ div.} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} b_n \text{ div.} \\ L = 0 \text{ e } \sum_{n=0}^{\infty} b_n \text{ conv.} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ conv.} \end{cases}$
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $a_n \geq 0$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = L$	$\begin{cases} L < 1 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ série conv.} \\ L > 1 \text{ ou } L = +\infty \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ div.} \end{cases}$
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ e $a_n > 0$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$	$\begin{cases} L < 1 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ conv.} \\ L > 1 \text{ ou } L = +\infty \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ div.} \end{cases}$
$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ e $a_n > 0$	$\begin{cases} (a_n) \downarrow 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \end{cases}$	$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ convergente.
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$		$\sum_{n=1}^{\infty}  a_n $ conv. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ conv.
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left  \frac{a_{n+1}}{a_n} \right  = L$	$\begin{cases} L < 1 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ abs. conv.} \\ L > 1 \text{ ou } L = +\infty \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \text{ div.} \end{cases}$
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\begin{cases} a_n = f(n) \\ f(x) > 0 \quad \forall x \geq 1 \\ f \text{ cont. e decresc.} \end{cases}$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ conv. $\iff \int_1^{+\infty} f(x) dx$ conv.