

Teste sem consulta. Faça cada GRUPO em folhas separadas.
Apresente e justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar.
Não é permitida a utilização de tabelas, formulários ou máquina de calcular com capacidade gráfica.
Durante a realização da prova não é permitida a saída da sala.
A desistência só é possível 30 minutos após o início do teste.

GRUPO I

1. Calcule os seguintes integrais usando técnicas apropriadas:

a) $\int \frac{\sin^3 x}{\sec^2 x} dx$ b) $\int \cos x \ln(\sin x) dx$ c) $\int \frac{1+2x}{4-x^2} dx$

GRUPO II

2. Considere as curvas de equações polares **C1**: $r = 1 + \cos\theta$ e **C2**: $r = \cos\theta$.

a) Determine o domínio, eixos de simetria e esboce o gráfico das referidas curvas usando coordenadas polares.

b) Identifique e calcule a área da região do plano interior à curva **C1** e exterior a **C2**.

3. Esboce o sólido obtido pela rotação da região do plano limitada por $y = x^2 - 2$ e $y = |x|$ em torno do eixo $y = 2$. Escreva a expressão que lhe permite calcular o volume do sólido (não precisa calcular o integral).

4. Usando os Teoremas Fundamentais do Cálculo, encontre uma função contínua f e um valor para a constante C tais que:

$$\int_0^x f(t) dt = \int_x^1 t^2 f(t) dt + \frac{x^{16}}{8} + \frac{x^{18}}{9} + C \quad x \in \mathbf{R}$$

Justifique convenientemente todos os passos que efetuar.

GRUPO III

5. Calcule a solução geral das equações diferenciais:

a) $(1 + x^2)y' = y + 1$

b) $2yxy' = x^2 + xy$

6. Considere a equação diferencial: $y'' + y = \cos x$.

a) Calcule a solução geral da equação homogénea associada.

b) Calcule a solução geral da equação diferencial.