Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação
EIC0004 ANÁLISE MATEMÁTICA – 2017/2018
1º Semestre – RECURSO GLOBAL – 23 Janeiro 2018
Duração da prova : 2h

ATENÇÃO: Entregar o ENUNCIADO com a folha de prova.
Teste sem consulta. Não é permitida a utilização de tabelas, formulários ou máquina de calcular com capacidade gráfica. Durante a realização da prova não é permitida a saída da sala.
A desistência só é possível 30 minutos após o início do teste.

GRUPO I

1. Usando o conceito de derivada da inversa e a regra da cadeia calcule $\frac{dy}{dx}$ para

$$y = arctg\left[\frac{x + \ln(x)}{2}\right]$$

2. Calcule os seguintes integrais usando técnicas apropriadas:

a) $\int \frac{1}{x\, ln^2 x} dx$

b) $\int \frac{3}{x\sqrt{1-x^2}}\, dx$

c) $\int x\, arctg\sqrt{x}\;\; dx$

d) $\int \frac{1}{x+\sqrt{x}}\, dx$

3. Considere as curvas de equações polares $C1\colon\ r = 1 + 2\cos\theta$ e $C2\colon\ r = 1$.

a) Determine o domínio, eixos de simetria em θ e esboce o gráfico das curvas usando coordenadas polares.

b) Identifique e calcule a área da região do plano comum ao interior das duas curvas.

GRUPO II

4. Seja f uma função contínua para todo o $x \in \boldsymbol{R}$ e que satisfaz a equação

$$\int_0^x f(t)dt = \frac{1}{2} + x^2 + sen(2x) + \frac{1}{2}\cos(2x)$$

Usando os Teoremas Fundamentais do Cálculo, calcule $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ e $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Justifique convenientemente todos os passos que efetuar.

5. Justificando de forma conveniente, analise a convergência ou divergência da série:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{n!-1}{(n+1)!}\right)$$

6. Calcule a solução geral da equação diferencial:

$$y' + \frac{2}{x}y = \frac{y^3}{x^2}$$

(v.s.f.f.)

GRUPO III

7. a) Calcule a transformada de Laplace, $\mathcal{L}\{f(t)\}$, da função

$$f(t) = \begin{cases} 2\ , & 0 < t < \pi \\ 0\ , & \pi < t < 2\pi \\ sen(t)\ , & t > 2\pi \end{cases}$$

b) Utilizando as técnicas das transformadas de Laplace, resolva o seguinte problema de valores iniciais:

$$y'' - 3y' + 2y = 12e^{-2t} \qquad , \qquad y(0) = 1 \ \text{ e } \ y'(0) = 6.$$

8. Considere a função $f(x)$ de período 4,

$$f(x) = \begin{cases} 1\ , & 0 < x < 1 \\ 0\ , & 1 < x < 4 \end{cases}$$

a) Esboce o gráfico da função no intervalo $-4 < x < +8$.

b) Calcule os coeficientes da série de Fourier de $f(x)$: a_0, a_n e b_n.

c) Escreva a fórmula geral da série de Fourier para $f(x)$.

Tabela de Transformadas de Laplace

	$f(t)$	$\mathcal{L}\{f\}$	Domínio
1	1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
2	t	$\frac{1}{s^2}$	$s > 0$
3	t^2	$\frac{2}{s^3}$	$s > 0$
4	$t^n,\ n \in \mathbf{N}_0$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$
5	$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$	$s > \gamma + a$
6	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$
7	$\cos(wt)$	$\frac{s}{s^2+w^2}$	$s > 0$
8	$\sin(wt)$	$\frac{w}{s^2+w^2}$	$s > 0$
9	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$	$s > \|a\|$
10	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$	$s > \|a\|$
11	$e^{at}t^n$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$s > a$
12	$e^{at}\cos(wt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+w^2}$	$s > a$
13	$e^{at}\sin(wt)$	$\frac{w}{(s-a)^2+w^2}$	$s > a$

$$\mathcal{L}[t^n f(t)] = (-1)^n [F(s)]^{(n)}$$

$$\mathcal{L}[f'(t)] = s\mathcal{L}[f(t)] - f(0) \qquad \mathcal{L}[f''(t)] = s^2\mathcal{L}[f(t)] - sf(0) - f'(0)$$