



Universidade do Porto  
Faculdade de Engenharia

**FEUP**

Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação  
EIC0004 ANÁLISE MATEMÁTICA – 2017/2018  
1º Semestre – 1º Mini-Teste – 6 Novembro 2017  
Duração da prova : 1h30m

Teste sem consulta. Faça cada GRUPO em folhas separadas: GRUPO I responda na grelha do enunciado; GRUPO II e GRUPO III, apresente e justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar. Não é permitida a utilização de tabelas, formulários ou máquina de calcular com capacidade gráfica. Durante a realização da prova não é permitida a saída da sala. A desistência só é possível 30 minutos após o início do teste.

Nome do Estudante: \_\_\_\_\_

### GRUPO I - Versão A

(Preencha a tabela de RESPOSTAS na folha de enunciado. Não são consideradas respostas múltiplas. COTAÇÃO prevista para este Grupo: **1.2** valores por cada resposta CORRETA. Cada resposta ERRADA desconta **0.5**.)

RESPOSTAS

1	2	3	4	5

1. Calcule, se existir, o valor de  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{1}{\ln(x)} - \frac{x}{x-1} \right]$

(a)  $\ln 2$

(b) não existe

(c) 0

(d)  $-\frac{1}{2}$

2. Calcule, se existir, o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} [\cos(2x)]^{(1/x^2)}$

(a) 1

(b)  $e^{-1}$

(c)  $e^{-2}$

(d) não existe

3. Qual a expressão de  $\frac{d}{dx} [\sqrt[3]{x} \operatorname{tg}(\sqrt{x})]$  ?

(a)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \sqrt[3]{x} \sec^2(\sqrt{x})$

(b)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \frac{1}{2\sqrt[6]{x}} \sec^2(\sqrt{x})$

(c)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \sqrt[3]{x} \cos^2(\sqrt{x})$

(d)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \frac{1}{2\sqrt{x} \cos^2(\sqrt{x})}$

4. Qual a expressão de  $\frac{d}{dx} \left[ \frac{1+\sin(5x)}{1-\cos(5x)} \right]$  ?

(a)  $-\frac{5 \sin(5x)[\cos(5x)+\sin(5x)]}{[1-\cos(5x)]^2}$

(b)  $-\frac{5 \sin^2(5x) \cos(5x)}{1-\cos(5x)}$

(c)  $-\frac{5 [1+\sin(5x)-\cos(5x)]}{[1-\cos(5x)]^2}$

(d)  $-\frac{5 \sin^2(5x)+5 \cos^2(5x)}{[1-\cos(5x)]^2}$

(V.S.F.F.)

5. Qual o valor do integral  $\int_0^{\pi/4} \sin^2 x \cos x \, dx$

(a)  $\frac{\sqrt{2}}{12}$

(b)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(c)  $\frac{\sqrt{2}}{3} - 1$

(d)  $\sqrt{2}$

## GRUPO II

6. Um reservatório de um determinado cereal está a ser esvaziado. Inicialmente ( $t = 0$  horas) a quantidade de cereal dentro do reservatório é de 500 metros cúbicos. Passadas  $t$  horas, o volume (em  $m^3$ ) de cereal dentro do reservatório é dado pela equação:

$$V = 5(10 - t)^2.$$

a) Qual a taxa de variação do volume de cereal dentro do reservatório,  $\frac{dV}{dt}$ , passadas 2 horas?

b) Ao sair do reservatório o cereal acumula-se fazendo um monte com a forma de um cone de altura  $h$  igual ao raio da base  $r$ . Usando a regra de derivação em cadeia, calcule a taxa de variação do raio da base do cone,  $\frac{dr}{dt}$ , para o mesmo instante da alínea anterior ( $t = 2$  horas).



7. Esboce a região  $Q$  do plano limitada pelos gráficos das funções  $y = e^x$ ,  $y = -x + 1$  e  $x = 3$ . Determine a área da região  $Q$ .

## GRUPO III

8. Calcule os seguintes integrais usando técnicas apropriadas:

a)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$

b)  $\int x^2 \cos x \, dx$

c)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$



Universidade do Porto  
Faculdade de Engenharia

**FEUP**

Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação  
EIC0004 ANÁLISE MATEMÁTICA – 2017/2018  
1º Semestre – 1º Mini-Teste – 6 Novembro 2017  
Duração da prova : 1h30m

Teste sem consulta. Faça cada GRUPO em folhas separadas: GRUPO I responda na grelha do enunciado; GRUPO II e GRUPO III, apresente e justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar. Não é permitida a utilização de tabelas, formulários ou máquina de calcular com capacidade gráfica. Durante a realização da prova não é permitida a saída da sala. A desistência só é possível 30 minutos após o início do teste.

Nome do Estudante: \_\_\_\_\_

### GRUPO I - Versão B

(Preencha a tabela de RESPOSTAS na folha de enunciado. Não são consideradas respostas múltiplas. COTAÇÃO prevista para este Grupo: **1.2** valores por cada resposta CORRETA. Cada resposta ERRADA desconta **0.5**.)

RESPOSTAS

1	2	3	4	5

1. Calcule, se existir, o valor de  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{1}{\ln(x)} - \frac{x}{x-1} \right]$

(a) não existe

(b) 0

(c)  $-\frac{1}{2}$

(d)  $\ln 2$

2. Calcule, se existir, o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} [\cos(2x)]^{(1/x^2)}$

(a) 1

(b)  $e^{-2}$

(c) não existe

(d)  $e^{-1}$

3. Qual a expressão de  $\frac{d}{dx} [\sqrt[3]{x} \operatorname{tg}(\sqrt{x})]$  ?

(a)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \frac{1}{2\sqrt{x} \cos^2(\sqrt{x})}$

(b)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \sqrt[3]{x} \cos^2(\sqrt{x})$

(c)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \frac{1}{2\sqrt[6]{x}} \sec^2(\sqrt{x})$

(d)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \operatorname{tg}(\sqrt{x}) + \sqrt[3]{x} \sec^2(\sqrt{x})$

4. Qual a expressão de  $\frac{d}{dx} \left[ \frac{1+\sin(5x)}{1-\cos(5x)} \right]$  ?

(a)  $-\frac{5 \sin(5x)[\cos(5x)+\sin(5x)]}{[1-\cos(5x)]^2}$

(b)  $-\frac{5 \sin^2(5x)+5 \cos^2(5x)}{[1-\cos(5x)]^2}$

(c)  $-\frac{5 [1+\sin(5x)-\cos(5x)]}{[1-\cos(5x)]^2}$

(d)  $-\frac{5 \sin^2(5x) \cos(5x)}{1-\cos(5x)}$

(V.S.F.F.)

5. Qual o valor do integral  $\int_0^{\pi/4} \sin^2 x \cos x \, dx$

(a)  $\sqrt{2}$

(b)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(c)  $\frac{\sqrt{2}}{3} - 1$

(d)  $\frac{\sqrt{2}}{12}$

## GRUPO II

6. Um reservatório de um determinado cereal está a ser esvaziado. Inicialmente ( $t = 0$  horas) a quantidade de cereal dentro do reservatório é de 500 metros cúbicos. Passadas  $t$  horas, o volume (em  $m^3$ ) de cereal dentro do reservatório é dado pela equação:

$$V = 5(10 - t)^2.$$

a) Qual a taxa de variação do volume de cereal dentro do

reservatório,  $\frac{dV}{dt}$ , passadas 2 horas?

b) Ao sair do reservatório o cereal acumula-se fazendo um

monte com a forma de um cone de altura  $h$  igual ao raio da base  $r$ . Usando a regra de derivação em

cadeia, calcule a taxa de variação do raio da base do cone,  $\frac{dr}{dt}$ , para o mesmo instante da alínea anterior

( $t = 2$  horas).



7. Esboce a região  $Q$  do plano limitada pelos gráficos das funções  $y = e^x$ ,  $y = -x + 1$  e  $x = 3$ . Determine a área da região  $Q$ .

## GRUPO III

8. Calcule os seguintes integrais usando técnicas apropriadas:

a)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$

b)  $\int x^2 \cos x \, dx$

c)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$