



Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia

FEUP

Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação
EIC0004 ANÁLISE MATEMÁTICA – 2016/2017 – 1º Semestre
3º Mini-Teste – 12 Janeiro 2017
Duração da prova : 1h30m

Teste sem consulta. Faça cada GRUPO em folhas separadas.
Não é permitida a utilização de máquina de calcular com capacidade gráfica.
Apresente e justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar.
Durante a realização da prova não é permitida a saída da sala.
A desistência só é possível 30 minutos após o início do teste.

GRUPO I

1. Utilizando as técnicas das transformadas de Laplace, resolva os seguintes problemas de valores iniciais:

a) $y'' + y = t, \quad y(0) = 1 \text{ e } y'(0) = -2$

b) $y'' + 2y' + y = t e^{-t}, \quad y(0) = 1 \text{ e } y'(0) = -2$

GRUPO II

2. Considere a função $f(x) = e^{x+1}$. Escreva o polinómio de Taylor de grau n que aproxima a função $f(x)$ numa vizinhança do ponto $a=0$.

3. Investigue a convergência das seguintes séries, justificando de forma conveniente:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{1+\ln(n)} \right)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2^n} - \frac{3+\sqrt{n}}{n^2+1} \right)$

GRUPO III

4. Mostre que

$$\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}, \quad \text{para } |x| < 1.$$

5. Considere a função $f(x)$ de período 2,

$$f(x) = x, \quad -1 < x < 1$$

a) Esboce o gráfico da função no intervalo $-3 < x < 3$.

b) Calcule os coeficientes da série de Fourier de $f(x)$: a_0 , a_n e b_n .

c) Escreva a fórmula geral da série de Fourier de $f(x)$.

Tabela de Transformadas de Laplace

	$f(t)$	$\mathcal{L}\{f\}$	Domínio				
				7	$\cos(wt)$	$\frac{s}{s^2 + w^2}$	$s > 0$
1	1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$	8	$\sin(wt)$	$\frac{w}{s^2 + w^2}$	$s > 0$
2	t	$\frac{1}{s^2}$	$s > 0$	9	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$s > a $
3	t^2	$\frac{2}{s^3}$	$s > 0$	10	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$	$s > a $
4	$t^n, n \in \mathbf{N}_0$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$	11	$e^{at}t^n$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$s > a$
5	$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$	$s > \gamma + a$	12	$e^{at}\cos(wt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + w^2}$	$s > a$
6	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$	13	$e^{at}\sin(wt)$	$\frac{w}{(s-a)^2 + w^2}$	$s > a$

$$\mathcal{L}[t^n f(t)] = (-1)^n [F(s)]^{(n)}$$

$$\mathcal{L}[f'(t)] = s\mathcal{L}[f(t)] - f(0) \qquad \mathcal{L}[f''(t)] = s^2\mathcal{L}[f(t)] - sf(0) - f'(0)$$