Prova sem consulta. Duração: 2h15m. 2ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**3,0**] Seja a curva, *C*, de interseção das superfícies $z = x^2 + y^2$ e $x^2 + y^2 = 2$.

a) Obtenha uma parametrização para a curva *C*.

b) Calcule o integral de linha $\int_C (x^2)dx + (x-y)dz$.

2. [**3,0**] Recorrendo ao teorema de Green, calcule o integral de linha $\int_C (x^2 + 2x)dx + (xy)dy$, sendo *C* a fronteira da região, Ω, limitada pelo semieixo negativo dos *xx* e pelos gráficos das funções $y = x$ e $y = \sqrt{4 - x^2}$, percorrida no sentido retrógrado.

3. [**3,0**] Seja o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z) = \left(2x\ln(y) - yz\right)\vec{i} + (x^2y^{-1} - xz)\vec{j} - xy\vec{k}$. Mostre que $\vec{f}(x,y,z)$ é gradiente e calcule o integral de linha $\int_L \vec{f} \cdot d\vec{r}$, em que *L* é uma curva que liga ponto $A = (1,2,1)$ ao ponto $B = (3,2,2)$.

GRUPO II

4. [**3,0**] Seja a superfície, *S*, definida por $z = 4 - x - y$, $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1 - x$.

a) Esboce a superfície *S* e parametrize-a.

b) Calcule a sua área.

....*continua no verso*

5. [**3,0**] Considere o campo vetorial $\vec{g}(x,y,z)=y\vec{i}-z\vec{j}+x\vec{k}$ e a superfície, *S*, do plano $x+y+z=4$, limitada por $x^2+y^2=1$. Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{g}$ no sentido definido pelo semieixo positivo dos zz.

6. [**3,0**] Seja o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\iiint_V f(x,y,z)dxdydz=\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_0^2 z\sqrt{1-x^2}\ dzdydx$$

a) Esboce o domínio de integração, *V*.

b) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas, identificando analiticamente o domínio de integração.

c) Reescreva-o em coordenadas cartesianas começando o processo de integração na variável *x*; defina analiticamente o respetivo domínio de integração.

7. [**2,0**] Considere a família das curvas, *C*, do plano $x^2+(y-b)^2=1$, $b\in\mathbb{R}$.

a) Enuncie o teorema de Green.

b) Sem recorrer ao cálculo de qualquer integral, mostre que o integral de linha $\int_C(-Axy)dx+(Bxy)dy$, $A,B\in\mathbb{R}$ é independente de *A* e indique, justificando, em que condições o seu valor é nulo.