

- \* Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;  
\* A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;  
\* Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.

1. [3,3] Calcule  $\oint_C -ydx + zdy - dz$ , em que  $C$  é a curva de interseção das superfícies  $x^2 + y^2 = 1$  e  $x + y + z = 1$ .
2. [3,4] Obtenha a área da superfície  $S$  dada por  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , com  $1 \leq z \leq 3$ .
3. [4,0] Considere a curva  $C$  de interseção do paraboloide  $z = 4 - x^2 - y^2$  com o plano  $z = 4 - 2x$ .
  - a) Parametrize a curva  $C$ .
  - b) Calcule o fluxo do rotacional da função de campo vetorial  $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, 0)$ , de dentro para fora da superfície do paraboloide limitada pela curva  $C$ .
4. [3,3] Resolva, recorrendo ao método da variação das constantes, a equação diferencial  $y'' - 2y' + y = \frac{4e^x}{1+x}$ ,  $x > 0$ .
5. [4,0] Determine:
  - a) A função inversa da transformada de Laplace  $F(s) = \frac{2}{s^2 + 9} + \frac{e^{-\pi s}}{s^2 + 2s + 5}$ .
  - b) A solução da equação diferencial  $y'' + 4y = 4 - 4u(t - 2)$ , com  $y(0) = y'(0) = 0$ , usando transformadas de Laplace.
6. [2,0] Enuncie devidamente o teorema de Green. Recorrendo a este teorema, mostre que a área da região  $D$  limitada por uma curva regular fechada  $C$  é dada por  $A(D) = \frac{1}{2} \oint_C -ydx + xdy$ .

(continua no verso)

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$
$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$
$u(t-a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
$f(t-a)u(t-a)$	$e^{-as} F(s)$
$f * g$	$F(s)G(s)$

Tabela 4.1 Transformadas de Laplace

in “Problemas de equações diferenciais ordinárias e transformadas de Laplace”, Luísa Madureira, FEUPedições