Prova sem consulta. Duração: 2h. 1ª Prova de Avaliação

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

**1.** [**4,1**] Seja a função vetorial $\boldsymbol{r}(t) = \left(e^t \operatorname{sen}(t), e^t \cos(t), t+1\right)$ , $t \in \mathbb{R}$ . Determine:

**a)** O versor da tangente à curva no ponto $P = (0,1,1)$ .

**b)** A equação cartesiana do plano osculador à curva no ponto *P*.

**2.** [**4,1**] Calcule a derivada direcional da função de campo escalar $f(x,y,z) = x + e^{z^2 - y}$ no ponto $R = (0,1,1)$ , na direção do vetor normal à superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ neste mesmo ponto.

**3.** [**1,5**] Calcule os pontos críticos de $f(x,y) = x - xy^2$ e classifique-os.

**4.** [**4,1**] Seja a superfície de equação $x\operatorname{sen}(x) + ze^z + y^2 - 1 = 0$ . Assumindo que a equação da superfície define *z* como uma função implícita de *x* e *y*, $z = f(x,y)$, calcule $\partial z/\partial x$ e $\partial z/\partial y$ no ponto $Q = (0,1,0)$ .

**5.** [**4,2**] Seja o integral $\int_0^1 \int_{1-y}^{\sqrt{1-y^2}} 2x \, dxdy$ .

**a)** Esboce o domínio de integração e calcule o seu valor.

**b)** Reescreva-o: (i) trocando a ordem de integração;

(ii) em coordenadas polares.

**6.** [**2,0**] Seja uma curva descrita pela função vetorial $\boldsymbol{r}(t)$ . Mostre que $\boldsymbol{r}''(t)$ pertence ao plano osculador em $\boldsymbol{r}(t)$ , caso este exista. Justifique convenientemente.