Prova sem consulta. Duração: 2h. 2ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos dois grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1. [**3,0**] Considere a curva, *C*, intersecção das superfícies $x^2+y^2+z^2=2$ e $z=1$, percorrida no sentido direto. Calcule $\int_C -xzdx+ydy+ydz$.

2. [**4,5**] Considere o campo vetorial $\vec{f}(x,y)=(2y^3+\beta yx^2+2, \alpha xy^2+x^3+1)$, em que α e β são constantes reais. Seja a curva, *C*, fronteira da região limitada por $y=1$, $y=x^3$ e $0\le x\le 1$, percorrida no sentido direto.

a) Seja $\alpha=\beta=0$. Esboce a curva, *C*, e calcule $\int_C \vec{f}\cdot d\vec{r}$ usando, se possível, o teorema de Green.

b) Determine os valores de α e β de modo que o campo $\vec{f}(x,y)$ seja gradiente.

c) Para os valores de α e β obtidos em **b**), obtenha o campo escalar, $\varphi(x,y)$, tal que $\vec{f}=\nabla\varphi$ e calcule $\int_C \vec{f}\cdot d\vec{r}$ entre os pontos $O=(0,0)$ e $P=(1,1)$.

3. [**3,0**] Seja a superfície $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $1\le z\le 4$. Faça o seu esboço e calcule a sua área.

GRUPO II

4. [**3,0**] Considere o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z)=(y,x,z)$ e a superfície $z=xy$, definida em $D : x^2+y^2\le 1$.

a) Obtenha uma parametrização, $\vec{r}(u,v)$, para a superfície e indique um versor, $\vec{n}(u,v)$, do vetor fundamental.

b) Determine $\iint_S (\vec{f}\cdot\vec{n})dS$.

....(*continua no verso*)

5. [**4,5**] Considere o integral triplo $\int_{-2}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{x^2+y^2-4}^{4-x^2-y^2} dzdydx$.

a) Esboce o domínio de integração.

b) Calcule o valor do integral usando uma mudança de coordenadas apropriada.

c) Reescreva-o de modo que a primeira integração se faça em ordem a y.

6. [**2,0**] Seja $\vec{r}(u,v)$ uma representação paramétrica regular de uma superfície, S, em $\mathbb{R}^3$. Mostre que o vetor fundamental associado a essa representação é, em qualquer ponto de S, um vetor normal à superfície.