Prova sem consulta. Duração: 2h15m.

1ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o <u>nome completo</u>. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A <u>entrega da prova e a desistência</u> só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos <u>dois grupos</u> utilizando <u>folhas de capa distintas</u>.**

GRUPO I

1. [**3,8**] Sejam o ponto $Q=(1,0,1)$ e a curva, *C*, parametrizada por:

$$\vec{r}(t)=e^t\vec{i}+e^t\operatorname{sen}(t)\vec{j}+e^t\cos(t)\vec{k}\ ,\ t\geq 0.$$

Determine:

a) Os versores da tangente e da binormal no ponto *Q*.

b) A equação cartesiana do plano osculador em *Q*.

c) O comprimento da curva compreendida entre *Q* e o ponto $\vec{r}(\pi/2)$.

2. [**3,8**] Considere a função escalar $f(x,y,z)=ye^x-z$ e o ponto $P=(0,2,1)$.

a) Calcule a derivada direcional de *f* no ponto *P*, na direção definida pelo vetor $\vec{v}=(-2,-1,1)$.

b) Em que direção *f* tem a máxima taxa de variação no ponto *P*? Qual o valor dessa taxa máxima? Justifique.

c) Determine a equação vetorial da reta normal à superfície $f(x,y,z)=1$ no ponto *P*.

3. [**3,8**] Sabendo que a equação $y+xe^{xz}+z^2=3$ define, de modo implícito, $z=z(x,y)$ como função de *x* e de *y* na vizinhança do ponto $R=(0,2,1)$, obtenha as derivadas $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ em *R*.

....***continua no verso***

GRUPO II

4. [**2,4**] Determine e classifique os pontos críticos da função:

$$f(x,y) = 4xy - y^2 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 .$$

5. [**4,2**] Considere o integral duplo dado por:

$$\iint_D (2xy)dxdy = \int_0^2 \int_{-x}^{\sqrt{2x}} (2xy)dydx + \int_2^4 \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} (2xy)dydx .$$

a) Esboce o domínio de integração, D.

b) Calcule o valor do integral.

c) Reescreva-o trocando a ordem de integração; defina analiticamente o domínio de integração.

6. [**2,0**] Enuncie devidamente o Teorema de Green e mostre que a área da região, D, limitada por uma curva regular fechada, C, é dada por: $A(D) = \frac{1}{2}\oint_C -ydx + xdy$.