Prova sem consulta. Duração: 2h. 1ª Prova de Avaliação

*** Não são consideradas as folhas sem identificação. Justifique convenientemente todos os cálculos que efetuar;**
***A desistência só é possível após 1 hora do início da prova;**
*** Não é permitida a utilização de máquinas de calcular gráficas nem de microcomputadores.**

1. [**4,5**] Seja a função de campo escalar $f(x,y,z)=xy^2+z\ln(z)$.

a) Calcule a derivada direcional da função no ponto $P=(0,1,1)$, na direção do ponto $Q=(1,2,2)$.

b) Considere a função $g(t)=f\left[\boldsymbol{r}(t)\right]$, em que $\boldsymbol{r}(t)=\left(e^t-1,\cos(t),1+\sin(t)\right)$, $t\in\mathbb{R}$. Determine $g'(0)$.

2. [**4,5**] Considere a superfície definida pela equação $2z\cos(\pi x)-e^{y-1}=1$. Obtenha:

a) Um vetor normal à superfície no ponto $R=(1,1,-1)$.

b) A equação cartesiana do plano tangente à superfície em *R*.

3. [**4,5**] Seja a linha descrita pela função vetorial $\boldsymbol{r}(t)=\left(e^{-2t},\sin(2t),1-t^3\right)$, $t\in\mathbb{R}$.

a) Determine a equação da reta tangente à linha no ponto $S=(1,0,1)$.

b) Calcule o vetor binormal em *S*.

4. [**4,5**] Considere a equação $e^{yz}+x+z^2=2$. Assumindo que a equação define implicitamente $z=f(x,y)$, determine:

a) As derivadas parciais $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

b) Os valores das derivadas parciais anteriores em $f(0,0)$.

5. [**2,0**] Seja uma curva descrita pela função vetorial $\boldsymbol{r}(s)$ parametrizada em função do comprimento de arco s, tal que $\left\|\boldsymbol{r}(s)\right\|=k$, $\forall s\in[0,a]$ e $k>0$. Mostre que $\boldsymbol{r}(s)\cdot\boldsymbol{r}'(s)=0$ e que $\boldsymbol{r}(s)\cdot\boldsymbol{r}''(s)=-1$.