Prova sem consulta. Duração: 2h15m. 2ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o <u>nome completo</u>. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A <u>entrega da prova e a desistência</u> só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos <u>dois grupos</u> utilizando <u>folhas de capa distintas</u>.**

GRUPO I

1. [**3,0**] Seja a curva, *C*, de interseção das superfícies $x+z=1$ e $x^2+y^2=4$, $y \geq 0$.

a) Obtenha uma parametrização para a curva *C*.

b) Calcule o integral de linha $\int_C (x)dx+(y)dy+(xy)dz$.

2. [**3,0**] Recorrendo ao teorema de Green, calcule o integral de linha $\int_C (2x^3-y^2)dx+(x^2+3y^2)dy$, sendo *C* a fronteira do losango, Ω , com vértices nos pontos $O=(0,0)$, $A=(2,2)$, $B=(0,4)$ e $C=(-2,2)$, percorrida no sentido retrógrado.

3. [**3,0**] Seja o campo vetorial $\vec{f}(x,y,z)=(y^2z^3+1)\vec{i}+(2xyz^3+y)\vec{j}+(3xy^2z^2+1)\vec{k}$. Mostre que $\vec{f}(x,y,z)$ é gradiente e calcule o integral de linha $\int_L \vec{f}\cdot d\vec{r}$, em que *L* é uma curva que liga ponto $O=(0,0,0)$ ao ponto $P=(1,1,1)$.

GRUPO II

4. [**3,0**] Seja a superfície, *S*, definida por $z=2-x^2-y^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

a) Esboce a superfície *S* e parametrize-a.

b) Calcule a sua área.

....*continua no verso*

5. [**3,0**] Considere o campo vetorial $\vec{h}(x,y,z) = z\vec{i} + 2xyz^3\vec{j} + x\vec{k}$ e a superfície, *S*, do plano $x + z = 1$, limitada por $x^2 + y^2 = 4$. Calcule o fluxo do campo vetorial $\vec{h}$ no sentido definido pelo semieixo positivo dos *zz*.

6. [**3,0**] Seja o integral triplo em coordenadas cartesianas:

$$\iiint_V f(x,y,z)dxdydz = \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{4-\sqrt{x^2+y^2}} \sqrt{x^2+y^2}\ dzdydx$$

a) Esboce o domínio de integração, *V*.

b) Reescreva-o em coordenadas cilíndricas, identificando analiticamente o domínio de integração, e calcule o seu valor.

c) Reescreva-o em coordenadas cartesianas começando o processo de integração na variável *x*; defina analiticamente o respetivo domínio de integração.

7. [**2,0**] Seja *C* uma curva suave do espaço que liga o ponto *P* ao ponto *Q*.

a) Enuncie o teorema fundamental para o integral de linha.

b) Admitindo que *f* e *g* são campos escalares continuamente diferenciáveis num conjunto aberto que contém *C*, mostre que $\int_C (f\nabla g + g\nabla f)\cdot d\vec{r}$ é independente do caminho.