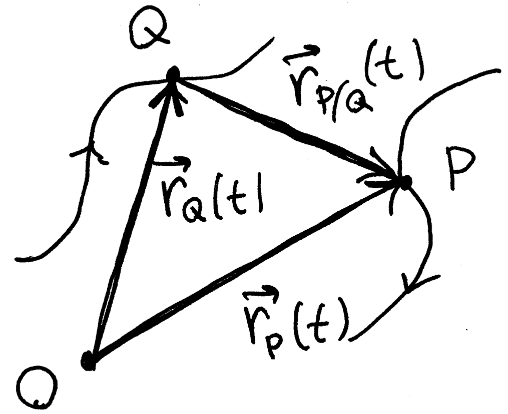
Aula 4. 2019-02-20

MOVIMENTO RELATIVO



$\vec{r}_P(t)$, $\vec{r}_Q(t)$: posições dos pontos P e Q, medidas desde a origem O.

$\vec{r}_{P/Q}(t)$ = posição do ponto P, relativa ao ponto Q.

$$\vec{r}_P(t) = \vec{r}_{P/Q}(t) + \vec{r}_Q(t)$$

$\vec{v}_P = \dfrac{d\vec{r}_P}{dt}$ = velocidade "absoluta" de P.

$\vec{v}_Q = \dfrac{d\vec{r}_Q}{dt}$ = velocidade "absoluta" de Q

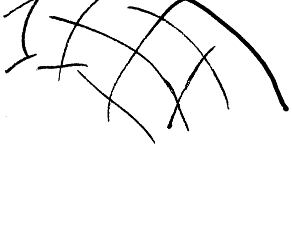
$\vec{v}_{P/Q} = \dfrac{d\vec{r}_{P/Q}}{dt}$ = velocidade de P, relativa a Q
(velocidade do ponto P, visto desde Q)

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\vec{v}_P = \vec{v}_{P/Q} + \vec{v}_Q}$$

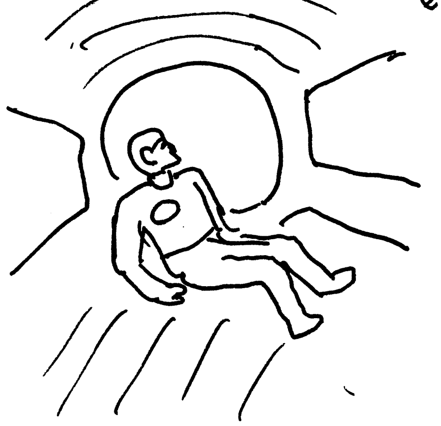
Derivando novamente obtém-se a relação para as acelerações: $\boxed{\vec{a}_P = \vec{a}_{P/Q} + \vec{a}_Q}$

velocidade absoluta dum passageiro no avião:

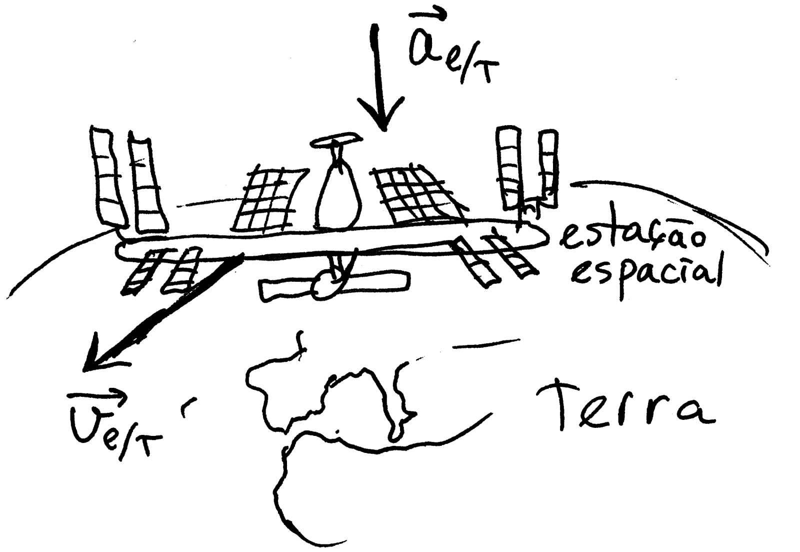
$$\vec{v}_{pass} = \vec{v}_{Pass./avião} + \vec{v}_{avião/Terra} + \vec{v}_{Terra/SOL} + \vec{v}_{SOL/Via\ látea} + \ldots$$



astronauta na estação espacial



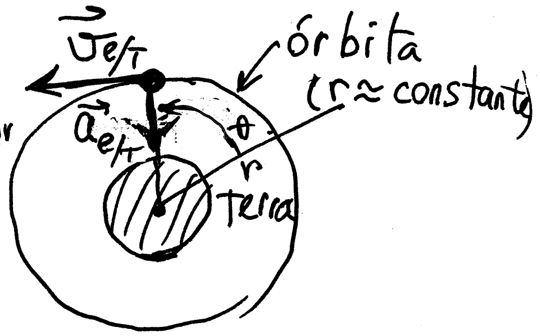
$\vec{v}_{a/e}=\vec{0}$ $\vec{a}_{a/e}=\vec{0}$



A velocidade da estação, em relação à Terra é:

$$\vec{v}_{e/T}=7657\,\hat{e}_\theta\left(\frac{m}{s}\right)$$ direção perpendicular a r

$$\vec{a}_{e/T}=-8.66\,\hat{e}_r\left(\frac{m}{s^2}\right)$$ direção de r

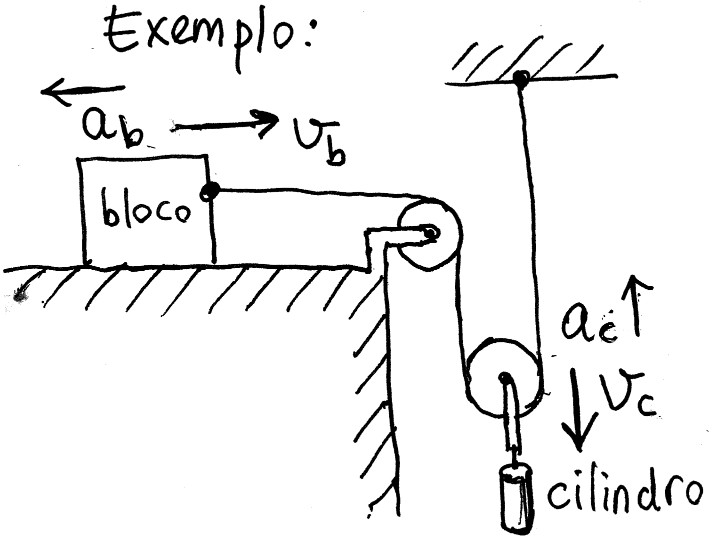


velocidade e aceleração do astronauta, em relação à Terra: $\vec{v}_{a/T}=\vec{v}_{e/T}$ $\vec{a}_{a/T}=\vec{a}_{e/T}$

A cada segundo, a estação e o astronauta caem 4.33 metros para a Terra, em quanto se deslocam 7657 metros na direção perpendicular.

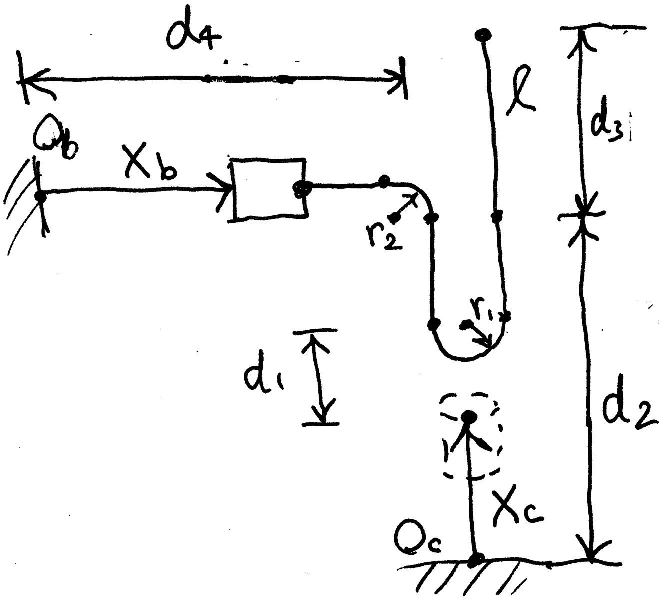
MOVIMENTOS DEPENDENTES

Exemplo:



Basta saber uma das velocidades, v_b ou v_c, para encontrar a outra.
E o mesmo para as acelerações a_b e a_c.
Os movimentos do bloco e do cilindro dependem um do outro

O que faz com que sejam dependentes é que o comprimento do fio (ℓ) permanece constante. Para descrever o movimento horizontal do bloco, é necessária uma variável, $x_b(t)$, e para o movimento vertical do cilindro, uma segunda variável $x_c(t)$.



A condição do comprimento ℓ ser constante reduz uma das variáveis: o sistema tem apenas um grau de liberdade.

Comprimento do fio, em relação a $x_b(t)$ e $x_c(t)$:

$$\ell = d_3 + (d_2 - d_1 - x_c(t)) + \pi r_1 + (d_2 - d_1 - x_c(t)) + \frac{\pi}{2} r_2 + (d_4 - x_b(t))$$

$r_1, r_2, d_1, \ldots, d_4$ são constantes. Derivando a expressão,

$$0 = -\dot{x}_c - \dot{x}_c - \dot{x}_b$$

$\dot{x}_c = v_c$ = velocidade do cilindro

$\dot{x}_b = v_b$ = velocidade do bloco

$$\Rightarrow \boxed{v_b = -2 v_c}$$

Se o cilindro desce ($v_c < 0$), o bloco desloca-se para a direita ($v_b > 0$) com o dobro da velocidade.

Derivando novamente, encontra-se uma relação semelhante para as acelerações:

$$\boxed{a_b = -2 a_c}$$

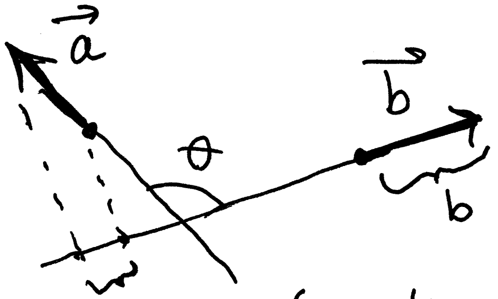
PRODUTO ESCALAR ENTRE VETORES

θ = ângulo entre as direções dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ (entre 0 e π)

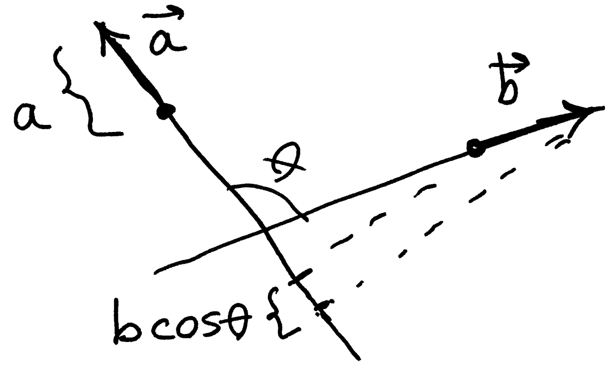
$|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$: módulos dos vetores

Define-se o produto escalar:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta} = \text{número real}$$



$a\cos\theta$ (negativa neste caso)



$b\cos\theta$

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ = produto do módulo dum dos vetores, vezes a projeção do outro na direção do primeiro.

É facil ver que é um produto comutativo e distributivo em relação à soma vetorial. Também:

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1 \quad , \quad \hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{\imath}\cdot\hat{k} = \hat{\jmath}\cdot\hat{k} = 0$$

($\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ se $\vec{a}$ é perpendicular a $\vec{b}$)

$$\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\cdot(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

Em particular:

$$\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|^2\cos 0 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$$