Aula 25. 2019-05-29

SISTEMAS CONTÍNUOS CAÓTICOS

Um sistema dinâmico contínuo com 3 ou mais variáveis de estado pode ter atratores estranhos (soluções caóticas). Alguns exemplos:

① Sistema de Rössler

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + c\,y \\ \dot{z} = a + (x-b)\,z \end{cases}$$

(3 parâmetros reais, a, b, c)

Fixando dois dos parâmetros, e variando o terceiro, observam-se bifurcações, onde o período de oscilação duplica, de forma análoga ao sistema logístico discreto. Por exemplo, com $a=2$, $b=4$ e variando c entre 0.3 e 0.4:

```
u(c):=[-y-z, x+c*y, 2+(x-4)*z];
```

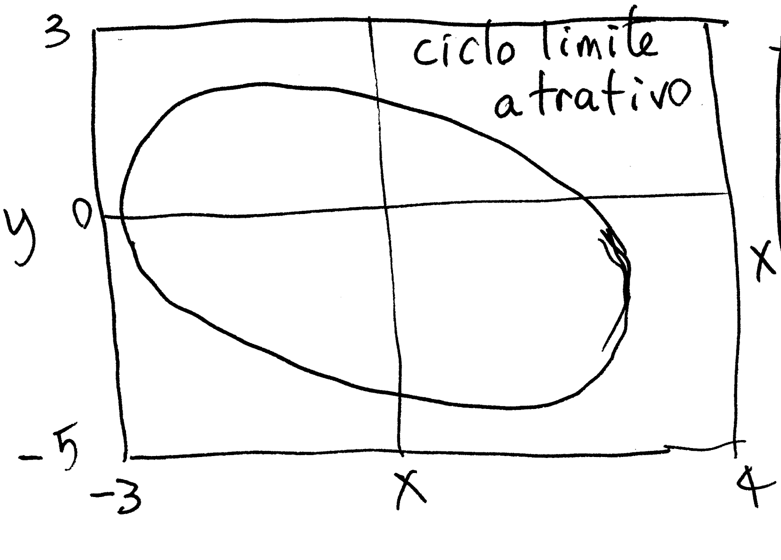
ⓐ $c=0.3$

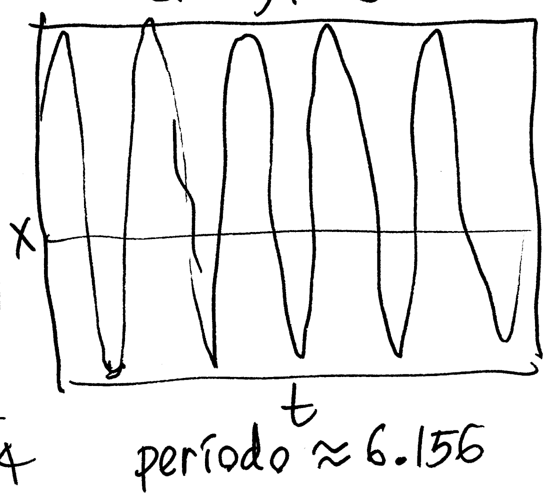
```
s: rk(u(0.3),[x,y,z],[2,2,2],[t,0,60,0.01])$
s: rk(u(0.3),[x,y,z],rest(last(s)),[t,0,60,0.01])$
```

começa onde terminou a lista anterior

```
plot2d([discrete,makelist([p[2],p[3]],p,s)]);
```

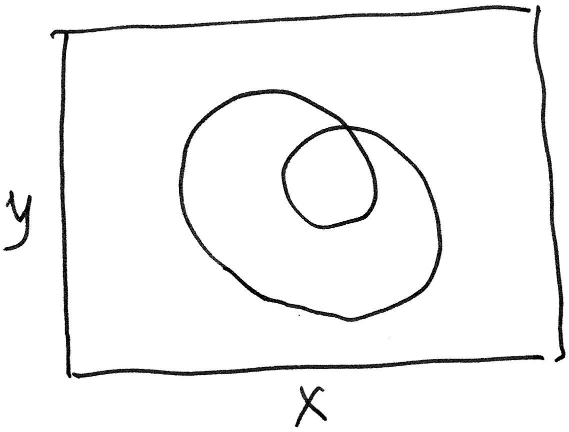
e: [p[1], p[2]]

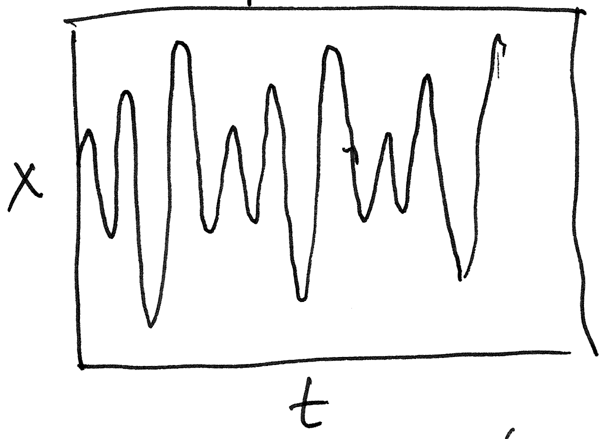




período ≈ 6.156

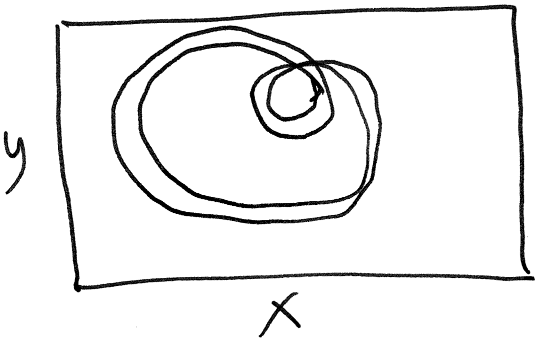
(b) $c=0.35$. Repetindo o mesmo procedimento obtém-se:





ciclo limite com período aproximadamente o dobro do que tem o ciclo da alínea (a)

(c) $c=0.375$



Ciclo limite que dá 4 voltas ao ponto de equilíbrio instável, antes de fechar:
$\Rightarrow$ período 4 vezes maior.

(d) $c=0.398$. Atrator estranho. Ciclo que não fecha e continuando a partir do ponto final produz outro ciclo diferente em cada execução de rk(...).

O sistema torna-se caótico em $c \to 0.398$

O mecanismo pelo qual se torna caótico é por duplicação do período das oscilações em torno dum ponto de equilíbrio repulsivo.

② Sistema de Chen-Ueta

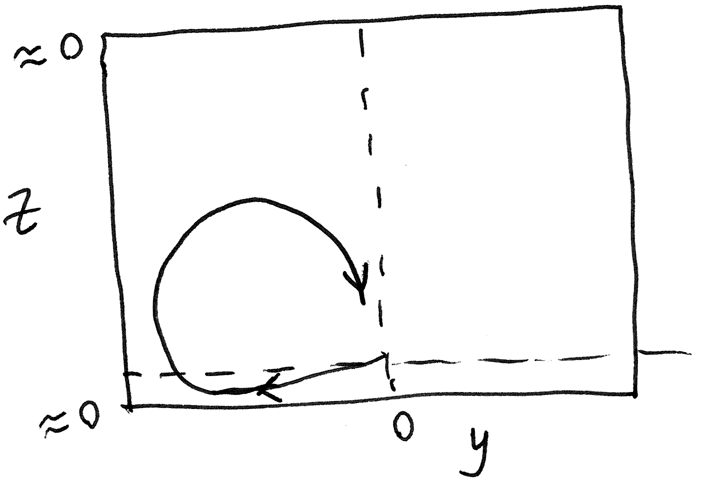
$$\begin{cases} \dot{x} = c(y-x) \\ \dot{y} = (28-c)x + 28y - xy \\ \dot{z} = xy - 3z \end{cases} \qquad (a=28,\ b=3)$$

ⓐ $c = 60$

u(x):=[c*(y-x), (28-c)*x+28*y-x*y, x*y-3*z];

s : rk(u(60), [x, y, z], [0.1, 0, 0], [t, 0, 6, 0.001])$

← próximo da origem, que é ponto de equilíbrio atrativo.



O estado regressa à origem.

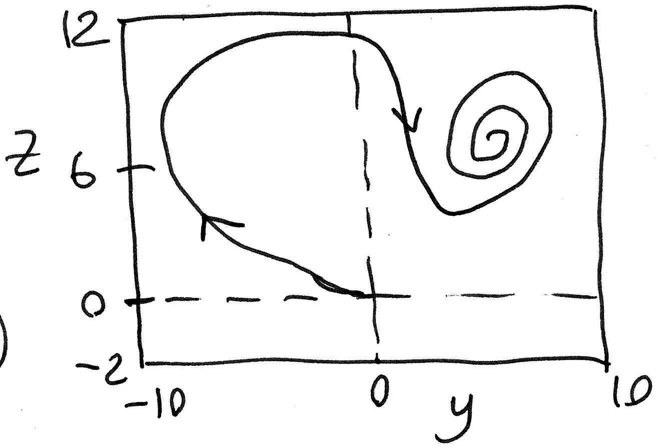
ⓑ $c=50$

O sistema aproxima-se dum foco atrativo

dos dois

em $(x,y,z) \approx (4.24, 4.24, 6)$

(a origem é agora instável)



ⓒ $c=35$

→ Atrator estranho que oscila entre dois focos atrativos. O mecanismo que conduz à solução caótica chama-se intermitência: o ponto de equilíbrio na origem (sela; atrativo, atrativo, repulsivo) afasta o sistema da vizinhança dum dos focos para o outro.

repulsivos num plano e atrativos noutra direção.