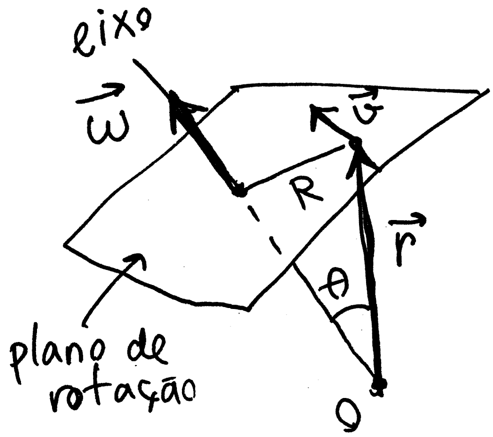
Aula 7. 2019-03-06

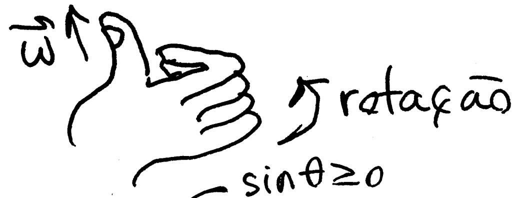
VETOR VELOCIDADE ANGULAR



$\vec{\omega}$: módulo $= |\omega| = |\dot{\theta}|$

direção = eixo de rotação

sentido: da mão direita



$\sin\theta \geq 0$

Note-se que $|v| = |R||\omega| = (|r|\sin\theta)|\omega|$

Define-se o produto vetorial.

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

módulo igual ao produto dos módulos dos vetores, vezes o seno do ângulo entre eles. Direção perpendicular aos dois vetores; sentido da regra da mão direita, do primeiro para o segundo vetor.

Propriedades do produto vetorial

① $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ $\quad (\theta_1 = 180° - \theta_2)$

② $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$ $\quad (\theta = 0°)$

③ $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$, $\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$ $\quad (\theta = 90°$ nos 3 casos$)$

④ $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

⑤ $\vec{a} \times (k\vec{b}) = (k\vec{a}) \times \vec{b} = k(\vec{a} \times \vec{b})$

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}) \times (b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= (a_y b_z - a_z b_y)\hat{\imath} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{\jmath} + (a_x b_y - a_y b_x)\hat{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Se o eixo dos z for escolhido na direção de $\vec{\omega}$.

$$\Rightarrow \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ x & y & z \end{vmatrix} = -\omega \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} \\ x & y \end{vmatrix} = \omega(x\hat{\jmath} - y\hat{\imath})$$

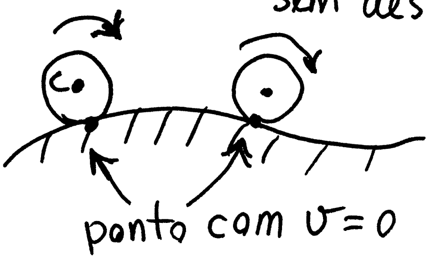
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

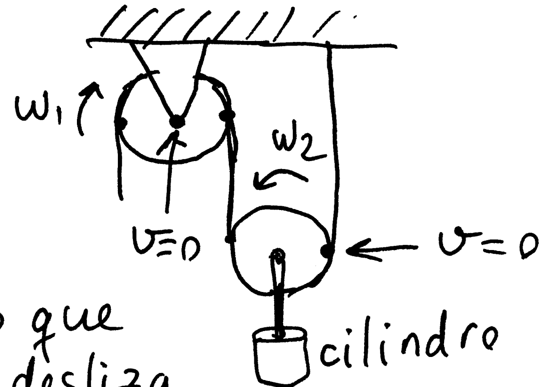
$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})} \qquad \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \text{aceleração angular}$$

aceleração tangencial — aceleração normal

MOVIMENTOS DE TRANSLAÇÃO E ROTAÇÃO DEPENDENTES

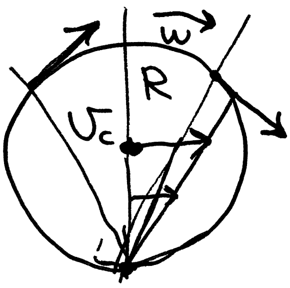
roda em movimento, sem deslizar

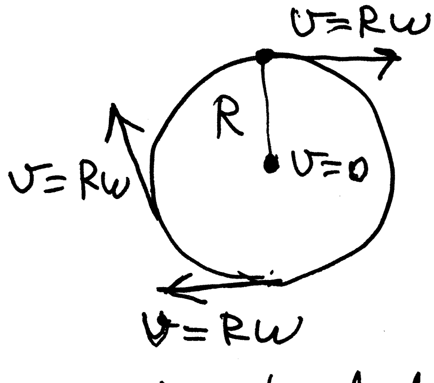




fio que não desliza nas roldanas (faz rodar as roldanas)

Em relação ao ponto com velocidade nula:





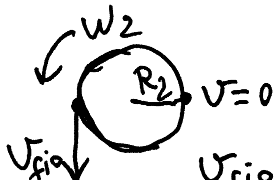
$v_c = R\omega$

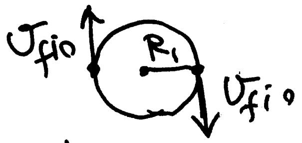
velocidade de translação do centro igual a R vezes a velocidade angular.

A velocidade do fio é R vezes a velocidade angular.

$\Rightarrow a_c = R\alpha$

$a_{fio} = R\alpha$





$v_{fio} = 2R_2\omega_2 = R_1\omega_1$

$v_{cilindro} = R_2\omega_2 = v_{fio}/2$

MECÂNICA VETORIAL

Definições (Newton, 1687).

m = massa = quantidade de matéria

$\vec{p} = m\vec{v}$ = quantidade de movimento
(também chamado momento linear).

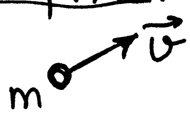
LEIS DE NEWTON

1ª (lei da inércia). Todo corpo mantém o seu estado de repouso ou de movimento uniforme segundo uma linha reta, se não for compelido a mudar o seu estado por forças nele impressas.

2ª. A mudança na quantidade de movimento é proporcional à força motora impressa e faz-se na direção da linha reta segundo a qual a força motora é aplicada.

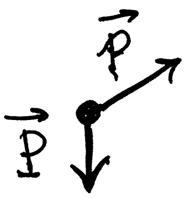
3ª A toda ação opõe sempre uma igual reação. Isto é, as ações mutuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e opostas

Exemplos:



Bola lançada com velocidade $\vec{v}$.
Se não houvessem forças a atuar na bola, o seu movimento seria retilíneo e uniforme.

A força gravítica (peso) produz uma mudança na quantidade de movimento:



$$\underbrace{d\vec{p}}_{m\vec{v}} = \underbrace{\vec{P}}_{\text{peso}}\, dt$$

A quantidade de movimento $\vec{p}(t+dt)$ após o intervalo dt será: $\vec{p}(t+dt) = \vec{p}(t) + d\vec{p} = \vec{p}(t) + \vec{P}\,dt$

$$\vec{p}(t) = m\vec{v}(t) \quad , \quad \vec{p}(t+dt) = m\vec{v}(t+dt)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{P}\,dt = m\left(\vec{v}(t+dt) - \vec{v}(t)\right)$$

$$\vec{P} = m\left(\frac{\vec{v}(t+dt) - \vec{v}(t)}{dt}\right) = m\,\vec{a}(t)$$

Como $\vec{a}$ é a aceleração da gravidade, $\vec{g}$, constante, conclui-se que o peso é:

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$$

Unidades SI: $1\,N = 1\,kg \cdot \frac{m}{s^2}$ (um newton)

Como tal, uma pessoa com massa de 50 kg pesa:

$$P = 50\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 490\,kg \cdot \frac{m}{s^2} = 490\,N$$

(Na Terra. Noutro planeta, onde a gravidade é diferente, o seu peso seria diferente.)