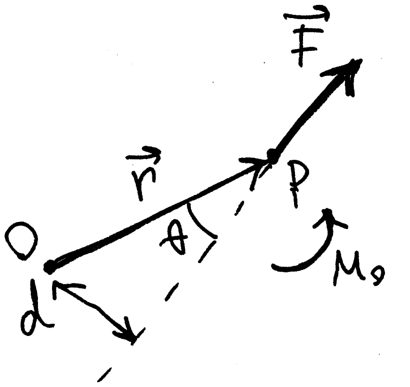
Aula 10. 2019-03-18

MOMENTO DE UMA FORÇA



Momento de $\vec{F}$, aplicada em P, em relação a O: $M_o = |\vec{F}|\, d = |\vec{F}||\vec{r}|\sin\theta$

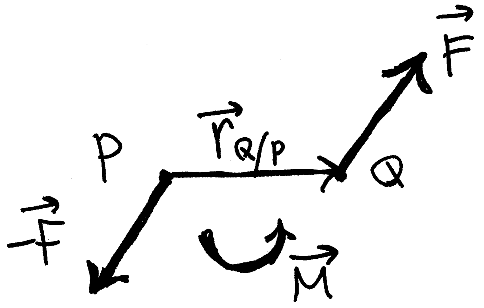
Indica uma tendência a rodar, no plano de $\vec{r}$ e $\vec{F}$, neste caso no sentido oposto aos ponteiros do relógio.

Define-se o vetor momento da força:

$$\boxed{\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}}$$

$\vec{r}$ = posição do ponto onde $\vec{F}$ atua.

BINÁRIOS



Duas forças iguais e opostas, $\vec{F}$ e $-\vec{F}$ com linhas de ação diferentes (obviamente paralelas)
A força resultante é nula.
Como tal, não produzem nenhuma translação mas unicamente rotação:

momento resultante $= \vec{r}_P \times (-\vec{F}) + \vec{r}_Q \times \vec{F} = (\vec{r}_P - \vec{r}_Q) \times \vec{F}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{M} = \vec{r}_{Q/P} \times \vec{F}}$$

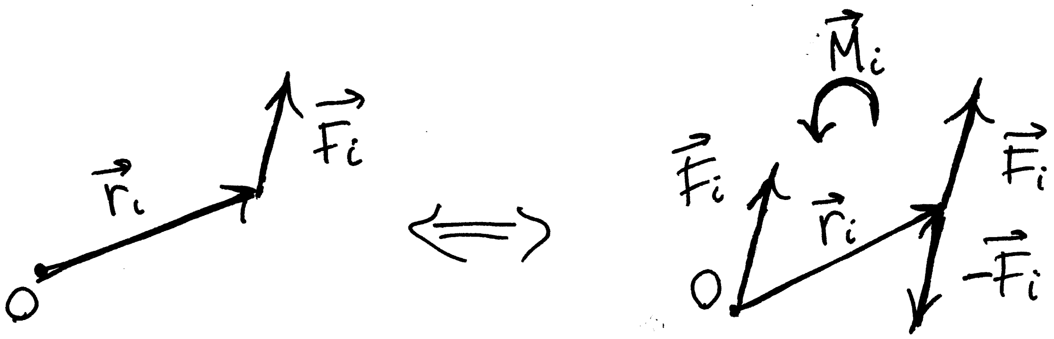
independente do ponto de referência O

$|\vec{M}| = |\vec{F}| \times$ distância entre as linhas de ação

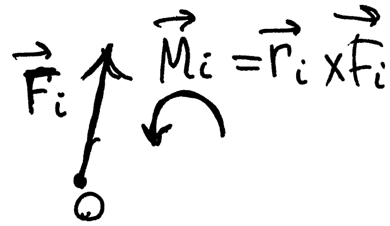
SOBREPOSIÇÃO DE FORÇAS

Qualquer sistema de forças podem ser sobrepostas em qualquer ponto, que designaremos de origem O, usando o seguinte procedimento:

A cada força $\vec{F}_i$, aplicada na posição $\vec{r}_i$, somam-se



um binário $\vec{M}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$ e duas forças, $\vec{F}_i$ na origem, e $-\vec{F}_i$ na posição $\vec{r}_i$. Essas duas forças constituem um binário, com momento: $\vec{r}_i \times (-\vec{F}_i) = -\vec{M}_i$. Como tal, as duas forças introduzidas e o binário $\vec{M}_i$ é um sistema nulo, que não altera nada. As duas forças na posição $\vec{r}_i$ anulam-se, ficando unicamente a força $\vec{F}_i$ na origem, e o binário $\vec{M}_i$.

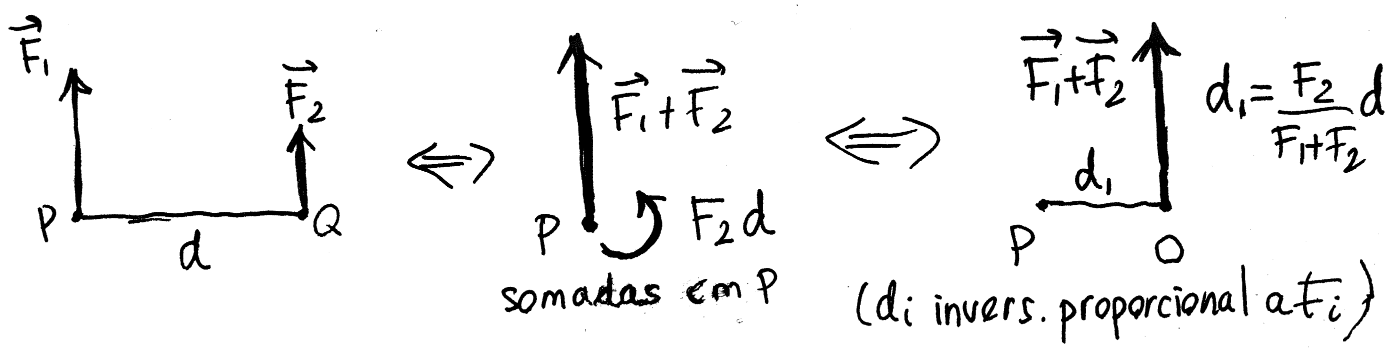


Após deslocar todas as forças para a origem, somam-se nesse ponto e somam-se os binários $\vec{M}_i$

$$\boxed{\text{força resultante} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}$$
(na origem)

$$\boxed{\text{binário resultante} = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i}$$

Se o binário resultante, $\vec{M}$, for perpendicular à força resultante, $\vec{F}$, a força resultante pode ser sempre deslocada para outro ponto, na posição $\vec{r}$, onde $\vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$. Nesse ponto fica então unicamente força resultante, sem binário resultante. Exemplo: soma de forças paralelas.



EQUILÍBRIO DOS CORPOS RÍGIDOS.

Equilíbrio ≡ estado de repouso ou de movimento retilíneo, uniforme, sem rotação (num referencial inercial)

$$\Longrightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{0} \quad , \quad \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 0$$

Observe-se que se a força resultante é zero, pode ser aplicada em qualquer ponto sem acrescentar nenhum binário adicional ⇒ a soma dos momentos das forças externas é zero em relação a qualquer ponto

Exemplo. Automóvel em repouso, numa estrada com declive de 5%. Determine as reações normais nos pneus e as forças de atrito.

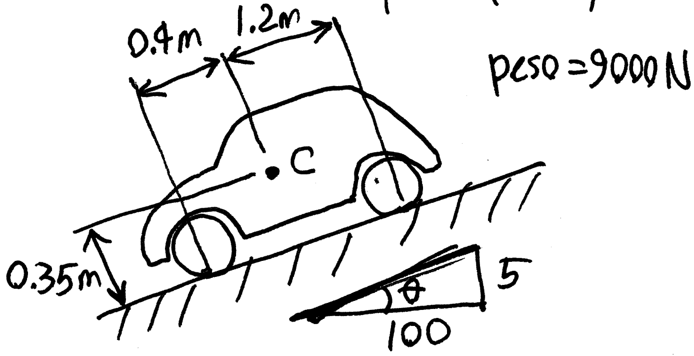
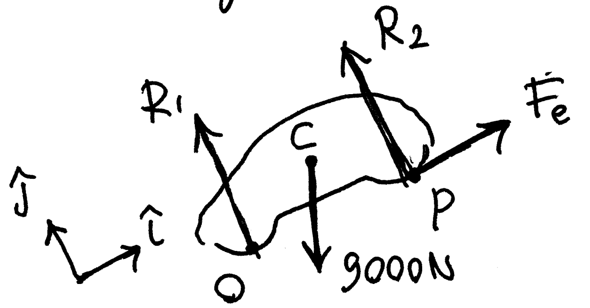


Diagrama de corpo livre



$O = (0,0)$, $P = (1.6, 0)$, $C = (0.4, 0.35)$

$$m\vec{g} = 9000(-\sin\theta\,\hat{\imath} - \cos\theta\,\hat{\jmath})$$
$$= -449.4\,\hat{\imath} - 8988.8\,\hat{\jmath} \quad \text{(SI)}$$

$$\sum F_x = F_e - 449.4 = 0 \quad \boxed{F_e = 449.4\,\text{N}}$$

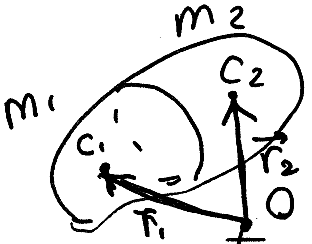
$$\sum F_y = R_1 + R_2 - 8988.8 = 0$$

$$\sum M_O = \begin{vmatrix} 0.4 & 0.35 \\ -449.4 & -8988.8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1.6 & 0 \\ F_e & R_2 \end{vmatrix} = 0 \Longrightarrow \boxed{R_2 = 2148.6\,\text{N}}$$

$$\sum M_P = \begin{vmatrix} -1.2 & 0.35 \\ -449.4 & -8988.8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1.6 & 0 \\ 0 & R_1 \end{vmatrix} = 0 \Longrightarrow \boxed{R_1 = 6839.9\,\text{N}}$$

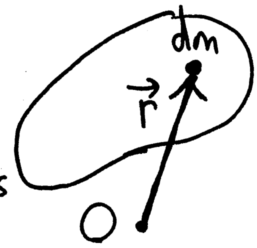
CENTRO DE MASSA

Determina-se dividindo o corpo em partes mais pequenas



$M = m_1 + m_2$

duas partes, com massas m_1 e m_2 e centros de massa C_1 e C_2: $\vec{r}_{cm} = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{M}$



infinitas partes "pontuais"

$$\boxed{\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\iiint \vec{r}\, dm}$$

$dm = \rho\, dx\, dy\, dz$

massa volúmica