1. Cinemática $v = \frac{ds}{dt}$ | $a_t = \frac{dv}{dt}$ | $a_t = v\frac{dv}{ds}$ | $a_t = a\cos\theta$ | $a_n = a\sin\theta$ | $v_x = \frac{dx}{dt}$ | $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ | $a_x = v_x\frac{dv_x}{dx}$

| $a_t = const.\quad v(s)^2 = v_i^2 + 2a_t(s - s_i)\quad \&\quad s(t) = s_i + v_i(t - t_i) + \frac{1}{2}a_t(t - t_i)^2$ |

2. Cinemática vetorial $\vec{a}\cdot\vec{b} = a\,b\cos\theta = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z$ | $a = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$ | $\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$ | $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ | $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$\vec{r} = \vec{r_0} + \int_0^t \vec{v}\,dt$ | $\vec{v} = \vec{v_0} + \int_0^t \vec{a}\,dt$

Movimento Relativo: $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{r}'_O$ | $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{v}'_O$ | $\vec{a}' = \vec{a} + \vec{a}'_O$

3. Movimento curvilíneo $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$ | $\vec{a}\times\vec{b} = a\,b\sin\theta\,\hat{n} = \begin{vmatrix}\hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$ | $\vec{v} = \dot{s}\,\hat{e}_t$ | $\vec{a} = \dot{v}\,\hat{e}_t + \frac{v^2}{R}\,\hat{e}_n$ | $a^2 = a_t^2 + a_n^2$

Movimento Circular: $s = R\,\theta$ $v = R\,\omega$ $\omega = \dot{\theta}$ $a_t = R\,\alpha$ $a_n = R\,\omega^2 = v\,\omega$ $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

Rotação plana: $\vec{\omega} = \omega\,\hat{e}_{axis}$ | $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$ | $\vec{v} = \omega\,(x\hat{\jmath} - y\hat{\imath})$ | $\vec{a} = \vec{\alpha}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\vec{v}$ | $\vec{a}_t = \alpha\,(x\hat{\jmath} - y\hat{\imath})$ | $\vec{a}_n = -\omega^2\,(x\hat{\imath} - y\hat{\jmath})$

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$ | $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ | $\alpha = \omega\frac{d\omega}{d\theta}$

4. Mecânica vetorial $\int_{t_1}^{t_2}\sum_{i=1}^n \vec{F}_i\,dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ $\vec{p} = m\vec{v}$ $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\,\vec{a}$ $\vec{P} = m\,\vec{g}$ $F_e \le \mu_e R_n$ $F_c = \mu_c R_n$

Esfera num fluido: $N_R = r\,v\left(\frac{\rho}{\eta}\right)$ $F_f = 6\,\pi\,\eta\,r\,v\,(N_R < 1)$ $F_f = \frac{\pi}{4}\,\rho\,r^2\,v^2\,(N_R > 10^3)$

5. Dinâmica dos corpos rígidos $M_O = F\,d$ | $\vec{M}_O = \vec{r}\times\vec{F}$ | $M_z = \begin{vmatrix} x & y\\ F_x & F_y\end{vmatrix}$ "F_x" = Componente x de F -- "x" posição ponto aplicação de força

$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{m}\int\vec{r}\,dm$ | $\vec{v}_{cm} = \frac{1}{m}\int\vec{v}\,dm$ | $\vec{a}_{cm} = \frac{1}{m}\int\vec{a}\,dm$ | $F_1d_1 = F_2d_2$ | $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\,\vec{a}_{cm}$ | $\sum_{i=1}^n M_{z,i} = I_z\,\alpha$ | $I_z = \int R^2\,dm$

$I_z = I_{CM} + md^2$ $\vec{F}_r = m\,\vec{a}_{cm}$ $M_{r,z} = I_z\,\alpha$ $F\,d = I_z\,\alpha$

6. Trabalho e Energia

$W_{12} = \int_{s_1}^{s_2}\vec{F}_i\,ds = E_c(2) - E_c(1)$ $E_{cr} = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$ $U = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\vec{F}\cdot d\vec{r}$ $F_t^c = -\frac{d\,U}{d\,s}$

$U_g = mgz$ $U_e = \frac{1}{2}ks^2$ $E_m = E_c + U$ $\int_{s_1}^{s_2}F_t^{nc}\,ds = E_m(2) - E_m(1)$ $\int_{s_1}^{s_2}F_t^c\,ds = U(s_1) - U(s_2)$

Oscilador harmónico simples: $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f$ $\mathbb{T} = \frac{1}{f}$ $s = A\,\sin(\Omega t + \phi_0)$ $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ks^2$

O trabalho realizado pela força resultante, ao longo da trajetória, é igual ao aumento da energia cinética da partícula.
O trabalho realizado pelas forças não conservativas, ao longo da trajetória, é igual ao aumento da energia mecânica.
O trabalho realizado entre dois pontos por uma força conservativa é igual à diminuição da energia potencial associada a essa força.

7. Sistemas dinâmicos $\dot{x}_1 = f_1(x_1,x_2)$ $\dot{x}_2 = f_2(x_1,x_2)$ $\vec{u} = f_1(x_1,x_2)\hat{e}_1 + f_2(x_1,x_2)\hat{e}_2$

Equações diferenciais de segunda ordem: $\ddot{x} = f(x,\dot{x})$ $y = \dot{x}$ $\dot{y} = f(x,y)$ $\vec{u} = y\hat{\imath} + f(x,y)\hat{\jmath}$

Ponto de Equilíbrio: $\vec{u} = \vec{0}$ (estável ou instável). Força é nula.

Ciclo: curva fechada no espaço de fase. Órbita homoclínica: começa e termina no mesmo ponto de equilíbrio instável. <Ↄ Órbita heteroclínica: liga vários pontos de equilíbrio instáveis.

Hamilton: Se (1º ord.) $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0$; (2ª ord.) $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$; (sist. mecânico) F_t ñ $dep.\,v$ -> sist. dinâmico conservativo

1. $\frac{\partial H}{\partial s} = -\frac{F_t}{m}$ 2. $\frac{\partial H}{\partial v} = v$ 3. $H = \frac{v^2}{2} - \int_{s_0}^{s}F_t\,ds$ 4. $H(s,v) = \frac{E_c(v)+U(s)}{m}$ $f_1 = \frac{\partial H}{\partial x_2}$ $f_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_1}$

8. Mecânica Lagrangiana $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = Q_j = \sum_i \vec{F}_i\cdot\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_j}$ $Q_j = 0$ em sistemas conservativos

Multiplicadores de Lagrange:

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} - \lambda\frac{\partial f}{\partial q_j} = Q_j$ $\lambda\frac{\partial f}{\partial q_j} =$ componente j da força/momento de ligação

9. Sistemas lineares $\frac{d\vec{r}}{dt} = \mathbb{A}\vec{r}$ $\quad \mathbb{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ $\quad \vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ $\quad \lambda = \frac{tr(\mathbb{A})}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{tr(\mathbb{A})}{2}\right]^2 - \det(\mathbb{A})}$

<u>Valores próprios:</u> $\lambda^2 - tr(\mathbb{A})\lambda + \det(\mathbb{A}) = 0$ $\quad tr(\mathbb{A}) = \mathbb{A}_{11} + \mathbb{A}_{22}$ $\quad det(\mathbb{A}) = \mathbb{A}_{11}\mathbb{A}_{22} - \mathbb{A}_{12}\mathbb{A}_{21}$

Valores próprios λ	Tipo de ponto	Estabilidade
2 reais; sinais opostos	Ponto de sela	Instável
2 reais; positivos	Nó repulsivo / nó instável	Instável
2 reais; negativos	Nó <u>atrativo</u> / nó estável	<u>Estável</u>
2 complexos; parte real positiva	Foco repulsivo	Instável
2 complexos; parte real negativa	Foco <u>atrativo</u>	<u>Estável</u>
2 imaginários	<u>Centro</u>	<u>Estável</u>
1 real, positivo	Nó impróprio repulsivo	Instável
1 real, negativo	Nó impróprio <u>atrativo</u>	<u>Estável</u>

<u>Oscilador amortecido:</u> $\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{C}{m}\dot{x}$ | sist. lin. Conservativo: $tr(\mathbb{A}) = 0$ -> centro ou sela

C: $= 0$ - centro; > 0 & $< 2\sqrt{mk}$ - foco atrativo; $= 2\sqrt{mk}$ - nó impróprio atrativo; $> 2\sqrt{mk}$ - nó atrativo;

10. Sistemas não lineares

$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2)$ $\quad \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)$ $\quad$ (f_1 e f_2 funções não lineares) | Pêndulo: $\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\sin\theta$ $\quad l = \frac{r_g^2}{r_{cm}}$

Matriz Jacobiana: $\mathbb{J}(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$ (substituir com pontos de equilíbrio e arranjar valores próprios)

Em cada ponto de equilíbrio p_i é a matriz $\mathbb{A}_i$ do sistema linear que aproxima o sistema não linear nessa região

BATCHES:

diffEq - quando dão equação diferencial (xpp = ...)

evolVar - quando aparece nas opções amplitude e período

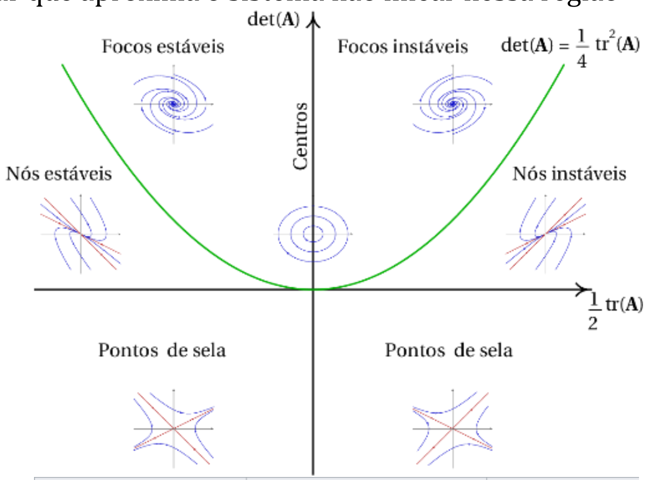
pontosEquilForca - dão expressão da força e pedem pontos equilíbrio, etc

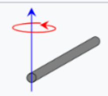
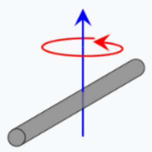
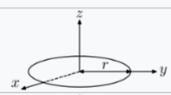
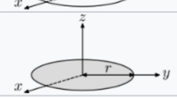
sisdin - introduzir sistema dinâmico, dá pontos de equilíbrio, Jacob e eigenvalues OU introduzir eigenvalues e classifica

pontos e cenas - analisa sistema dinâmico (e 2 espécies também)

MAXIMA:

- coefmatrix([eq1,eq2],[raiz1, raiz2]) – cria matriz, representa sistema linear substituído
- eigenvectors(A) – [valores próprios, multiplicidade de cada, direções]
- plotdf [$\dot{s}$, $\dot{v}$], [s,v], [s, lim-, lim+], [v, lim-, lim+], [trajectory_at,a,b])
- gradef(x1,t,v1) – indica que v1 é variável de x1
- trigsimp(vec1, vec2) – produto escalar
- subst(var a substituir, expressão)
- jacobian ([$f_1(x_1,x_2), f_2(x_1,x_2)$], [$x_1, x_2$])
- solve(expressão); - realroots(expressão(só depende de uma variável));
- float();
- float (map (rectform, %)); (map) – aplica a cada parte de % a função rectform
- rectform(valores com números imaginários) – poe em forma ai + b
- diff(expressão, variável);
- expand();



Descrição	Figura	
Massa pontual m a uma distância r dos eixos de rotação.		$I = mr^2$
Duas massas pontuais, M e m, com a massa reduzida μ e separadas por uma distância x.		$I = \frac{Mm}{M+m}x^2 = \mu x^2$
Barra de comprimento L e massa m (Eixo de rotação no fim da barra)		$I_{fim} = \frac{mL^2}{3}$ [1]
Barra de comprimento L e massa m		$I_{centro} = \frac{mL^2}{12}$ [1]
Aro circular de raio r e massa m		$I_z = mr^2$ $I_x = I_y = \frac{mr^2}{2}$
Disco fino de raio r e massa m		$I_z = \frac{mr^2}{2}$ $I_x = I_y = \frac{mr^2}{4}$

BATCHES DE 1º TESTE:

acels - quando dão o vetor aceleração e velocidade, calcula acelerações normal, tangencial e raio de curvatura

angpesc - angulo entre vetores, etc.

atritoBlocos - 1 bloco em cima do outro com força a puxar

acelAngPc1 - aceleração angular do disco (corpo) rígido

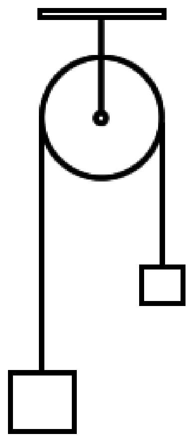
eixosParalel - dão momento de inercia num eixo e pedem noutro eixo paralelo

modAcelBloco - bloco em movimento horizontal com força contraria

aviao - loop vertical

modulo momento - modulo do momento da forca em relação a origem

mominftan - força tangencial aplicada na periferia do disco



projetil extra - exercícios de projeteis

atwood - máquina de Atwood (roldana com 2 pesos), dá os valores das tensões e aceleração de cada bloco

normalrodas - calcula a normal nas rodas (bloco em cima de outro com rodas em baixo, com distâncias e massas apenas)

um-camiao-transporta-uma-caixa-retangular-homogenea-com-60cm-de-largura-na-base-e-150cm-de-altura - está no nome lol