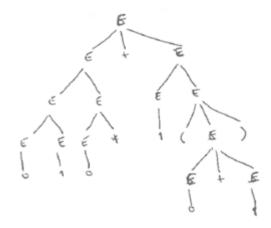
## Fichas de Exercícios sobre Gramáticas sem Contexto e Autómatos de Pilha

Resoluções/soluções para os exercícios selecionados: Ficha 8: 5; Ficha 9: 1, 2, 4, 5

## Ficha sobre Gramáticas sem Contexto:

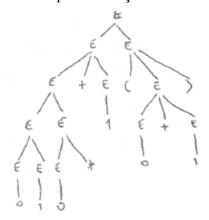
- 5 Seja T=  $\{0,1,(,),+,*,\emptyset,e\}$  o conjunto de símbolos usado em expressões regulares sobre o alfabeto  $\{0,1\}$ , com a cadeia vazia simbolizada por e.
- a) Defina uma CFG com o conjunto de terminais T que gere exactamente essas expressões regulares, usando apenas uma variável E. Desenhe a árvore de análise de 010\*+1(0+1).

$$E \rightarrow E + E / E E / E^* / (E) / 0 / 1 / \emptyset / e$$



b) Estude a ambiguidade do resultado, tentando encontrar uma segunda árvore de análise para a mesma expressão. Consegue obter duas derivações mais à esquerda diferentes para a expressão referida? Exemplifique.

A árvore em a) e a apresentada em baixo representam a entrada 010\*+1(0+1) e podem ser obtidas por derivação o mais à esquerda.



c) Produza uma versão não ambígua da CFG e a respectiva árvore de análise. Verifique se são respeitadas as regras de precedência e associatividade habituais. Consegue obter duas derivações mais à esquerda diferentes da expressão referida? Exemplifique.

$$E \rightarrow E + T / T$$

$$T \rightarrow TF/F$$

$$F \rightarrow F^*/(E)/0/1/\varnothing/e$$

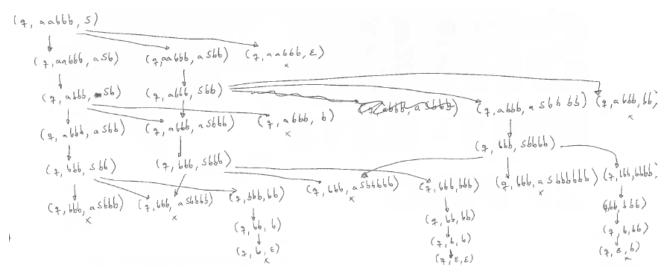
## Ficha sobre Autómatos de Pilha:

- 1 Considere a linguagem sem contexto sobre o alfabeto  $\Sigma = \{a,b\}$  definida pela seguinte propriedade:  $L = \{a^nb^k \mid n \le k \le 2n\}$ .
- a) Escreva uma gramática sem contexto para a linguagem L.

b) Obtenha um autómato de pilha que reconheça a mesma linguagem.

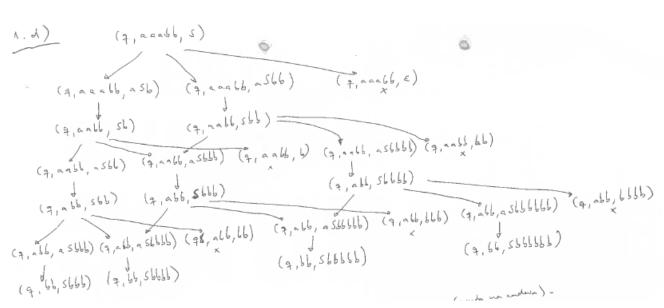
(PDA obtido a partir da CFG de a))

c) Mostre a sequência de descrições instantâneas do autómato quando este recebe como entrada a cadeia *aabbb*.



d) O que sucede quando a cadeia é aaabb? Justifique com base nas descrições instantâneas.

Em casa caso há sempre cada vez mais b's na pilha do que os necessários para consumir os b's ainda na entrada:



2 Considere a gramática sem contexto (CFG)  $G=(\{S,A\},\{0,1\},\ P,\ S)$  cujas produções são:

$$S \rightarrow A 1 A$$

$$A \rightarrow 1A \mid 0 A \mid \epsilon$$

Obtenha um autómato de pilha (com reconhecimento por pilha vazia) que reconheça a linguagem da gramática G.

$$P = (\{9\}, \{0,1\}, \{5, A, 0, 1\}, S, \{4, 6, 1\}, S, \{4, 6, 1\}, S, \{4, 6, 6, 6\}\}$$

$$S(9, E, S) = \{(9, A^{1}A)\}$$

$$S(9, E, A) = \{(9, 14), (9, 0A), (9, E)\}$$

$$S(9, 1, 1) = \{(9, E)\}$$

$$S(9, 1, 1) = \{(9, E)\}$$

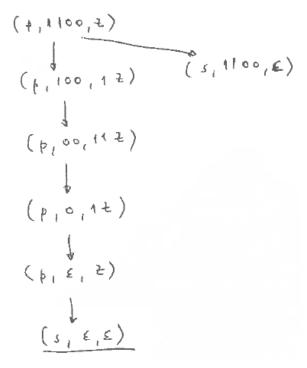
4 Considere o autómato de pilha seguinte, com aceitação por pilha vazia

$$P = (\{p, s\}, \{0, 1\}, \{Z, 0, 1\}, \delta, p, Z).$$

A função  $\delta$  tem a seguinte definição:

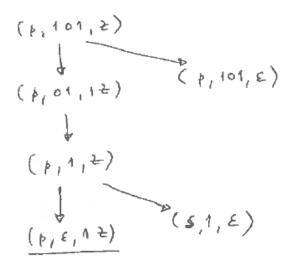
$$\begin{array}{lll} \delta(p,\,0,\,Z) \,=\, \{\,\,(p,\,0Z)\,\,\} & & \delta(p,\,1,\,Z) \,=\, \{\,\,(p,\,1Z)\,\,\} \\ \delta(p,\,0,\,1) \,=\, \{\,\,(p,\,\epsilon)\,\,\} & & \delta(p,\,1,\,0) \,=\, \{\,\,(p,\,\epsilon)\,\,\} \\ \delta(p,\,0,\,0) \,=\, \{\,\,(p,\,00)\,\,\} & & \delta(p,\,1,\,1) \,=\, \{\,\,(p,\,11)\,\,\} \\ \delta(p,\,\epsilon,\,Z) \,=\, \{\,\,(s,\,\epsilon)\,\,\} & & \end{array}$$

a) Mostre a sequência de configurações atingidas, quando se parte da configuração (p, 1100, Z).



- b) A cadeia 1100 é reconhecida pelo autómato? Porquê?

  Sim porque a cadeia 1100 é consumida pelo autómato e a pilha fica vazia.
- c) E se for a partir de (p, 101, Z)?



5 "Uma gramática sem contexto é ambígua se existir uma derivação mais à esquerda e uma derivação mais à direita de pelo menos uma das frases por ela reconhecidas". Esta afirmação é verdadeira? Justifique.

É falsa. Uma gramática sem contexto é ambígua se existirem pelo menos duas árvores de derivação para pelo menos uma cadeia, i.e., se existirem duas derivações mais à esquerda (ou mais à direita) para essa cadeia.