FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO
Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação

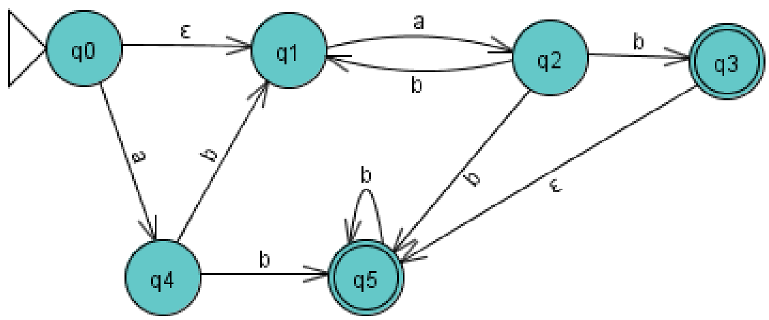
Teoria da Computação

Exame, 11 de Janeiro de 2010

DURAÇÃO MÁXIMA: 2 horas e 30 minutos

Problema 1: Autómatos Finitos e Expressões Regulares (5 valores)

Considere o seguinte ε-NFA sobre o alfabeto $\Sigma=\{a,b\}$:



1.a) Indique o Fecho-ε de cada um dos estados no ε-NFA.

1.b) Converta o autómato para um DFA que aceite a mesma linguagem. Desenhe o diagrama de transição de estados do DFA completo resultante.

1.c) Usando o método de minimização de estados apresente o DFA resultante minimizado.

1.d) Determine utilizando o método de eliminação de estados uma expressão regular que represente a linguagem que o autómato aceita. Apresente os passos que efectuar indicando a ordem de eliminação de estados que considerar.

1.e) Prove usando o método de indução que o ε-NFA da figura aceita cadeias: **abb***.

Problema 2: Linguagens (3 valores)

Considere a linguagem $L = \{a^m b^n \mid m,n \geq 0 \text{ e } m \neq n\}$.

2.a) L é uma linguagem regular ou não regular?

2.b) Caso L seja uma linguagem não regular, recorra ao Lema da Bombagem para provar que L é uma linguagem não regular. Caso L seja uma linguagem regular, mostre que L satisfaz o Lema da Bombagem.

Problema 3: Gramáticas e Autómatos de Pilha (5 valores)

Considere a linguagem L definida no Problema 2.

3.a) Essa linguagem pode ser especificada com uma gramática livre de contexto (CFG)? Justifique a resposta dada e caso tenha respondido afirmativamente apresente uma possível CFG para L.

Seja $G = (V, \Sigma, R, S)$ a seguinte CFG. $V=\{S, I, E\}$; $\Sigma=\{$i, f, e, l, s$\}$; e R o conjunto de regras:

$$S \rightarrow \varepsilon \mid SS \mid IS \mid ISES$$

I → if

E → else

3.b) Desenhe uma árvore de análise para a cadeia **ififelseif**.

3.c) Converta a gramática para um PDA que aceita por pilha vazia e desenhe o PDA resultante. Mostre uma sequência de descrições instantâneas que conduzem à aceitação quando o PDA obtido processa a string **ififelseif**.

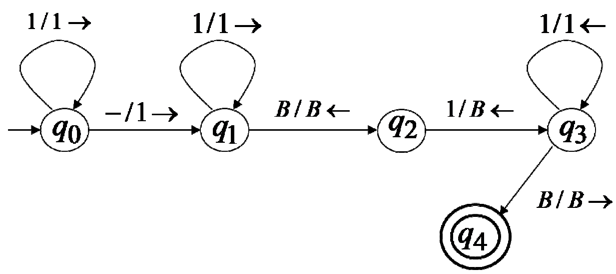
3.d) Converta o PDA anterior para um PDA que aceita por estado de aceitação.

3.e) A gramática é ambígua? Justifique a resposta dada. Caso a gramática seja ambígua apresente as modificações que terá de realizar para retirar a ambiguidade.

Problema 4: Máquina de Turing (4 valores)

Pretende-se realizar com uma máquina de Turing funções aritméticas sobre números inteiros positivos representados unitariamente (com 1's). As funções com mais do que um operando consideram que os operandos estão separados pelo símbolo '-'.

4.a) Apresente o traço de computação da Máquina de Turing apresentada a seguir quando a entrada na fita é 1-11.



4.b) Indique a função realizada pela Máquina de Turing da alínea anterior.

4.c) Desenhe o diagrama de transições de estado de uma Máquina de Turing que calcule f(a) = 2×a. Exemplos: 11 → 1111; 1 → 11

4.d) Apresente o traço de computação da sua Máquina de Turing quando a entrada na fita é **111**.

Problema 5: Afirmações sobre Linguagens (3 valores)

Para cada uma das afirmações seguintes, diga se é verdadeira ou falsa e dê uma justificação sucinta.

5.a) Existe uma linguagem não regular L1 para a qual não se consegue arranjar uma linguagem L2 cuja união L1 ∪ L2 resulte numa linguagem regular.

5.b) Dada uma string w de uma linguagem regular, pode-se sempre encontrar uma cadeia y não vazia, próxima do início de w, que pode ser bombeada, repetida um número arbitrário de vezes ou apagada, produzindo cadeias que pertencem à linguagem.

5.c) A linguagem $L = \{a^n a^n \mid n \geq 0\}$ é uma linguagem regular.

5.d) Uma linguagem sem contexto L diz-se ambígua se não for possível definir uma gramática sem contexto não ambígua para L.

5.e) A intersecção de duas linguagens sem contexto (CFLs) produz sempre uma CFL.

(Fim.)