

**Duração: 2h30**

**Versão A**

**Prova sem consulta, para além do documento fornecido.**

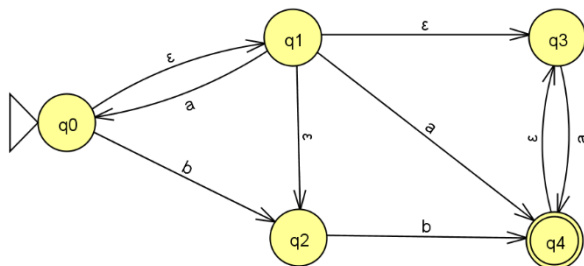
**Não são permitidos meios eletrónicos (computador, telemóvel, ...).**

**Tentativas de fraude conduzem à anulação da prova para todos os intervenientes.**

**Responda a cada grupo em folhas separadas!**  
**Coloque o seu nome completo e a versão do exame em todas as folhas!**

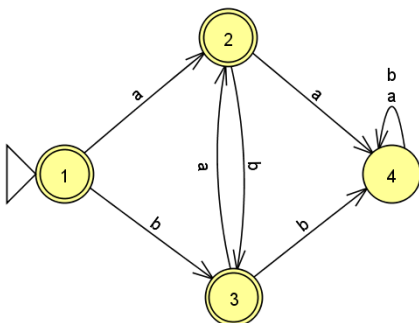
**Grupo I: [4,5 Val] Autómatos Finitos e Expressões Regulares**

Considere o  $\varepsilon$ -NFA em baixo.



- a) Determine o fecho- $\varepsilon$  de cada um dos estados do  $\varepsilon$ -NFA.
- b) Obtenha o DFA equivalente ao  $\varepsilon$ -NFA. Apresente a tabela de transições e o diagrama de estados do DFA.
- c) Minimize o DFA obtido. Apresente a tabela de estados distinguíveis, e o diagrama de estados para o DFA minimizado.

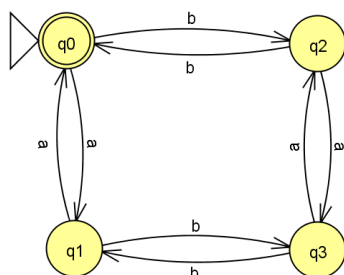
Considere o DFA imediatamente em baixo.



- d) Obtenha uma expressão regular para a linguagem definida pelo DFA usando o método de eliminação de estados. Mostre todos os passos intermédios.
- e) Apresente as expressões para os termos  $R_{24}^{(0)}$ ,  $R_{11}^{(0)}$ ,  $R_{12}^{(0)}$ ,  $R_{44}^{(0)}$ ,  $R_{21}^{(0)}$ ,  $R_{124}^{(0+)}$ ,  $R_{12}^{(1)}$  e  $R_{24}^{(1)}$  obtidos pelo método de construção de caminhos para conversão de DFAs em expressões regulares.

Suponha que se pretende um DFA para a linguagem  $L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \text{o nº de a's é par, o nº de b's é par e o nº de c's é par}\}$ .

O DFA para a linguagem  $L1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \text{o nº de a's é par e o nº de b's é par}\}$  é conhecido (ver DFA imediatamente em baixo).



- f) Explique como poderia determinar o DFA de  $L$  tendo por base o DFA de  $L1$  e considerando as operações de fecho de linguagens regulares. Nota: não necessita de apresentar o DFA.

Pretende-se especificar sob a forma de uma expressão regular a linguagem que representa registos de pessoas. Cada registo usará uma linha e podem haver 0 ou mais registos no mesmo ficheiro.

- g) Apresente uma expressão regular que permita validar o formato dos dados assumindo que cada linha é constituída por: nome da pessoa, seguido pela data de nascimento, separados por ':', como se pode ver nos exemplos abaixo. Use os símbolos 'M' para representar uma maiúscula, 'm' para uma minúscula (ambos incluem caracteres acentuados), 'D' para um dígito, 'E' para um espaço e 'R' para mudança de linha. Indique o alfabeto usado na expressão e caso use algum símbolo extra indique o seu significado. As datas de nascimento devem ser representadas por: DD/MM/AAAA ou DD-MM-AAAA, podendo os zeros à esquerda ser omitidos e os campos DD e MM ter valores de 1 a 31 e de 1 a 12, respetivamente. Exemplos:

Dionísio Adalberto da Silva Côte-Real : 01/04/1999

Leonilde Maria do Ouro dos Anjos e Ramos da Árvore : 4/08/2000

## Grupo II: [2 Val] Propriedades de Linguagens Regulares

Prove se cada uma das seguintes linguagens é regular ou não-regular. Caso seja regular, apresente um DFA, NFA ou  $\varepsilon$ -NFA para a reconhecer. Nota: caso seja necessário, assuma que a linguagem  $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$  já foi provada como sendo não-regular.

- a)  $L = \{w \mid w \in \{o,n,y,e,s\}^* \text{ e } w \text{ tem o mesmo número de substrings "no" e "yes"}\}$ .
- b)  $L = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ e contém sempre um número par de a's e um número ímpar de b's}\}$ .

## Grupo III: [4,5 Val] Gramáticas Livres de Contexto (CFG) e Autômatos de Pilha (PDA)

$S \rightarrow \varepsilon \mid (S)S$
---------------------------------------

Considere a CFG  $G$  da esquerda, em que  $S$  é a variável de início.

- a) Apresente uma árvore de análise e uma derivação mais à esquerda para a cadeia:  $(( ))()$ .
- b) A CFG  $G$  é ambígua? Justifique. Caso seja ambígua, modifique a gramática para que não seja ambígua.
- c) Suponha que se pretende representar a linguagem  $L$  dada por  $G$  com uma CFG cujas árvores de análise sejam árvores binárias. Indique uma CFG para  $L$ .
- d) Indique um PDA com aceitação por estado final para  $G$ .
- e) O PDA anterior é determinista ou não? Justifique a sua resposta.
- f) Indique uma sequência de descrições instantâneas que resulta na aceitação da cadeia:  $()$ .
- g) Considerando que dada uma linguagem  $L$ , o conjunto dos prefixos de  $L$ , denotado por  $\text{Pref}(L)$ , contém todos os prefixos das palavras em  $L$  (i.e., uma palavra  $x$  pertence a  $\text{Pref}(L)$  sempre que exista uma outra palavra  $y$  tal que  $xy$  pertence a  $L$ ), indique uma gramática para  $\text{Pref}(L(G))$ .

## Grupo IV: [4 Val] Máquina de Turing

Pretende-se implementar uma Máquina de Turing que reconheça a linguagem das cadeias do alfabeto  $\{a,b,c\}$  no formato  $\{ab^n a^p c^{(n-p)}, n,p > 0, n \geq p\}$ .

Ex.: as cadeias  $abbaa$  e  $abbbaac$  pertencem à linguagem enquanto as cadeias  $abbbaaac$  e  $abbba$  não pertencem. Nota: Não é necessário preservar a cadeia de entrada no final da computação.

- a) Descreva a estratégia para implementar uma TM que realize a operação pretendida.
- b) Implemente a TM descrita na alínea anterior.
- c) Indique o traço de computação quando a entrada na fita é:  $abbac$ .

## Grupo V: [5 Val] Afirmações sobre Linguagens (Indicação de V/F: 20%, justificação: 80%; Resposta errada = desconto de 50%)

Indique, justificando sucintamente (com 2 ou 3 frases ou um contra-exemplo), se cada uma das seguintes afirmações é Verdadeira ou Falsa.

- a) Se mostrarmos com base no lema da bombagem para linguagens regulares que uma linguagem definida por um subconjunto de palavras de uma dada linguagem  $L$  é não regular, fica provado que  $L$  é não regular.
- b) A igualdade  $L1 \cap L2 = \Sigma^* \setminus ((\Sigma^* \setminus L1) \cup (\Sigma^* \setminus L2))$  está errada (nota: " $\setminus$ " representa a operação de diferença).
- c) A linguagem  $L = \{0^i 10^j 10^k \mid k < i+j\}$  é uma linguagem sem contexto (CFL);
- d) Se  $A$  é um NFA então  $L(A)$ , i.e., a linguagem representada por  $A$ , é uma linguagem sem contexto.
- e) A intersecção de duas linguagens sem contexto não resulta sempre numa linguagem sem contexto.
- f) Podemos determinar uma expressão regular que representa a linguagem de um PDA, convertendo o PDA para um DFA e de seguida utilizar o método de eliminação de estados.
- g) Se uma gramática sem contexto (CFG) for ambígua então o PDA que implementa a linguagem dessa gramática tem de ser sempre não-determinista.
- h) Se a fita de uma Máquina de Turing for finita então as linguagens que essa máquina reconhece podem ser também reconhecidas por PDAs deterministas.