

Лабораторная работа 2.3.1  
Определение  $\frac{C_P}{C_V}$  методом изобарического  
расширения

Кагарманов Радмир Б01-106

18 марта 2022 г.

**Цель работы:** определение  $\frac{C_p}{C_v}$  для воздуха.

**В работе используется:** стеклянный сосуд; U-образный жидкостный манометр; резиновая груша; газгольдер с воздухом; секундомер.

### Экспериментальная установка

Экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда А, снабжённого краном  $K_1$  и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на рис. 1.

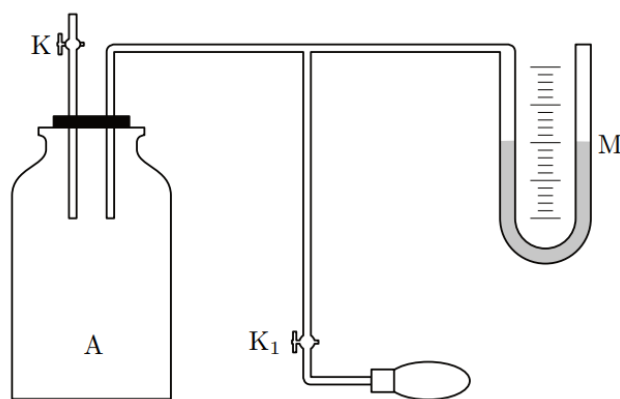


Рис. 1. Установка для определения  $C_p/C_v$  методом адиабатического расширения газа

Рис. 1: Экспериментальная установка

С помощью резиновой груши, соединённой с трубкой краном  $K_1$ , в сосуде создаётся заданное избыточное  $P_1$  воздуха. При этом газ оказывается перегретым.

Через некоторое время газ остынет до комнатной температуры  $T_0$ . Давление воздуха понизится до  $P_0 + \Delta P_1$ , где:

$$\Delta P_1 = \rho g \Delta h_1 \quad (1)$$

Откроем кран К. За время  $\Delta t$  порядка 0,5с произойдёт адиабатическое расширение газа и его температура окажется ниже комнатной. Далее газ будет изобарически нагреваться. Зададим время  $\tau$ , в течение которого кран К остаётся открытым, таким чтобы можно было пренебречь временем  $\Delta t$ . После закрытия крана К газ станет изохорически нагреваться до комнатной температуры, и давление газа возрастет до  $P_0 + \Delta P_2$ , где:

$$\Delta P_2 = \rho g \Delta h_2 \quad (2)$$

Будем считать воздух в газгольдере идеальным газом. Рассмотрим изобарическое расширение воздуха. Запишем уравнение теплового баланса для изменяющейся со временем массы  $m = \frac{P_0 V_0}{RT} \mu$ :

$$c_p m dT = -\alpha (T - T_0) dt \quad (3)$$

$$c_p \frac{P_0 V_0}{RT} \mu = -\alpha (T - T_0) dt \quad \text{или} \quad \frac{dT}{T(T-T_0)} = -\frac{\alpha dt}{c_p \frac{P_0 V_0}{R} \mu}$$

Заметим, что  $\frac{1}{T(T-T_0)} = -\frac{1}{T_0} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T-T_0} \right)$ , тогда  $\frac{1}{T_0} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T-T_0} \right) = \frac{\alpha dt}{c_p m_0 T_0}$

Выполним интегрирование:

$$\int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T-T_0} \right) dT = \frac{\alpha}{c_p m_0} \int_0^\tau dt$$

Получим:

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \ln\left(\frac{T_2-T_0}{T_1-T_0}\right) = \frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \quad \text{или} \quad \ln\left(\frac{T_2 \Delta T_1}{T_1 \Delta T_2}\right) = \frac{\alpha}{c_p m_0} \tau$$

Откуда:

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{\Delta T_2}{T_2} \exp\left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau\right) \quad (4)$$

Из соотношения для адиабатического расширения получим:

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\Delta P_1}{P_0} \quad (5)$$

Из соотношения для изохорического нагрева:

$$\frac{\Delta T_2}{T_2} = \frac{\Delta P_2}{P_0} \quad (6)$$

Из (4), (5) и (6) получаем:

$$\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right) = \ln\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) + \ln\left(\frac{\alpha}{c_p m_0}\right) \tau \quad (7)$$

## Обработка результатов

1. В таблице 1 представлены результаты измерений.

| $\tau, \text{с}$ | $\Delta h_1, \text{см}$ | $\Delta h_2, \text{см}$ | $\ln \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}$ |
|------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| 5                | 21,6                    | 4,3                     | 1,614                               |
| 10               | 20,4                    | 3,1                     | 1,884                               |
| 15               | 17,6                    | 2,3                     | 2,035                               |
| 20               | 18,7                    | 1,8                     | 2,341                               |
| 25               | 20,7                    | 1,6                     | 2,560                               |
| 30               | 21,6                    | 1,3                     | 2,810                               |
| 35               | 19,5                    | 1                       | 2,970                               |

Таблица 1: Измерения разницы уровней манометра

2. Построим график зависимости  $\ln(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2})$  от  $\tau$  и найдём  $\ln(\frac{\gamma}{\gamma-1})$  с помощью МНК.

3. На рисунке 2 изображён этот график.

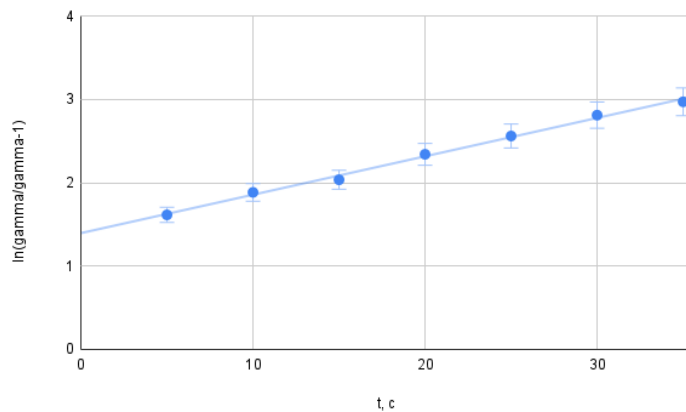


Рис. 2: График зависимости  $\ln(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2})$  от  $\tau$

$$\ln(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}) = (0,0460 \pm 0,0014)\tau + (1,396 \pm 0,031)$$

4. Найдём  $\gamma$ :

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\gamma-1} &= e^{1,396} \\ \gamma &= 4,039 \cdot \gamma - 4,039 \\ \gamma &= 1,329 \end{aligned}$$

**5.** Найдём погрешность  $\gamma$ :  $\gamma = \frac{e^a}{e^a - 1}$

$$\varepsilon_\gamma = \left| \frac{e^a}{(e^a - 1)^2} \cdot \Delta a \right| \approx 1,4\%$$

И добавим к этому инструментальную погрешность. Для  $\Delta h_1$  инструментальная относительная погрешность порядка - 0,5%; для  $h_2$  - 5%; для гаммы, погрешность которой я нашёл из МНК, получается 1,4%; для времени инструментальная погрешность составляет - 1%. При сложении инструментальной и МНК погрешности как независимых получаем: 7,9%.

$$\gamma = 1,33 \pm 0,11$$

### **Вывод**

В ходе этой работы мы экспериментально получили отношение  $\frac{c_p}{c_v}$  для воздуха  $\gamma = 1,33 \pm 0,11$ , что совпадает с табличным значением  $\gamma = 1,44$  в пределах погрешности.