

Лабораторная работа 4.3.4
Метод преобразования Фурье в оптике

Кагарманов Радмир Б01-106

10 мая 2023 г.

Цель работы: Исследовать явления дифракции Френеля и Фраунгофера на щели, изучить влияние дифракции на разрешающую способность оптических приборов.

В работе используются: Гелий-неоновый лазер, кассета с набором сеток разного периода, щель с микрометрическим винтом, линзы, экран, линейка.

Анализ сложного волнового поля во многих случаях целесообразно проводить, разлагая его на простейшие составляющие, например, представляя его в виде разложения по плоским волнам. При этом оказывается, что если мы рассматриваем поле, полученное после прохождения плоской монохроматической волны через предмет или транспарант (изображение предмета на фотоплёнке или стеклянной пластинке) с функцией пропускания $t(x)$, то разложение по плоским волнам соответствует преобразованию Фурье от этой функции. Если за предметом поставить линзу, то каждая плоская волна сфокусируется в свою точку в задней фокальной плоскости линзы. Таким образом, картина, наблюдаемая в фокальной плоскости линзы, даёт нам представление о спектре плоских волн падающего на линзу волнового поля. Поэтому можно утверждать, что с помощью линзы в оптике осуществляется пространственное преобразование Фурье.

Определение ширины щели

Экспериментальная установка

Схема установки представлена на рис. 1. Щель переменной ширины D , снабжённая микрометрическим винтом B , освещается параллельным пучком света, излучаемым лазером (радиус кривизны фронта волны велик по сравнению с фокусными расстояниями используемых в схеме линз).

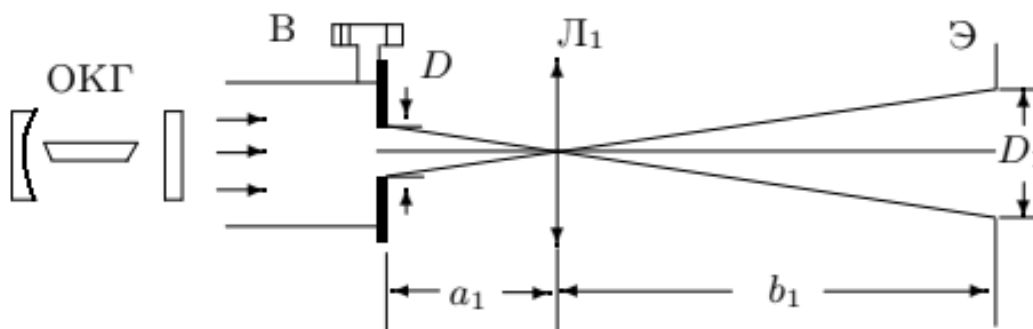


Рис. 1: Схема лабораторной установки для определения ширины щели

Увеличенное изображение щели с помощью линзы L_1 проецируется на экран \mathcal{E} . Величина изображения D_1 зависит от расстояний от линзы до предмета — a_1 и до изображения — b_1 , т. е. от увеличения Γ системы:

$$\Gamma = \frac{D_1}{D} = \frac{b_1}{a_1}$$

Измерения

1. Соберем схему с Рис. 1, используя короткофокусную линзу $F_3 = 4.3$ см.
2. Определим начало открытия щели: $pos_0 = 0.68$ мм
3. Меняя ширину щели от 50 до 500 мкм (5–50 делений от нового нуля), снимем зависимость размера изображения $D1$ от ширины щели b . Построим график этой зависимости.

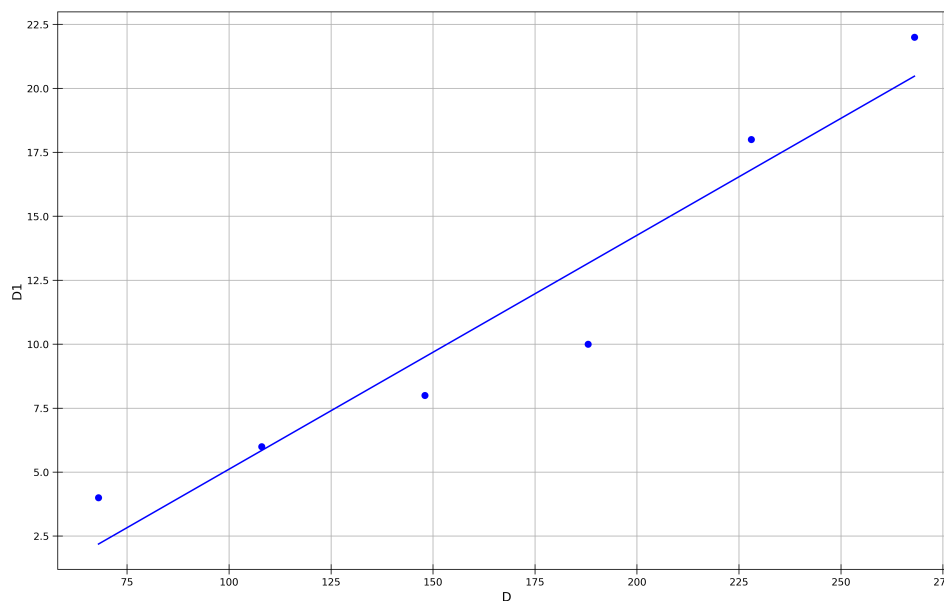


Рис. 2: Зависимость $D1$ от D

4. Измерим расстояния $a_1 = 45 \pm 1$ мм и $b_1 = 1325 \pm 1$ см. По ним вычислим $\Gamma = 29.4 \pm 0.6$. По графику найдем точный момент открытия щели $b = 0.45$ мм.

Определение ширины щели по её спектру

Экспериментальная установка

Убрав линзу, можно наблюдать на экране спектр щели (рис. 3)

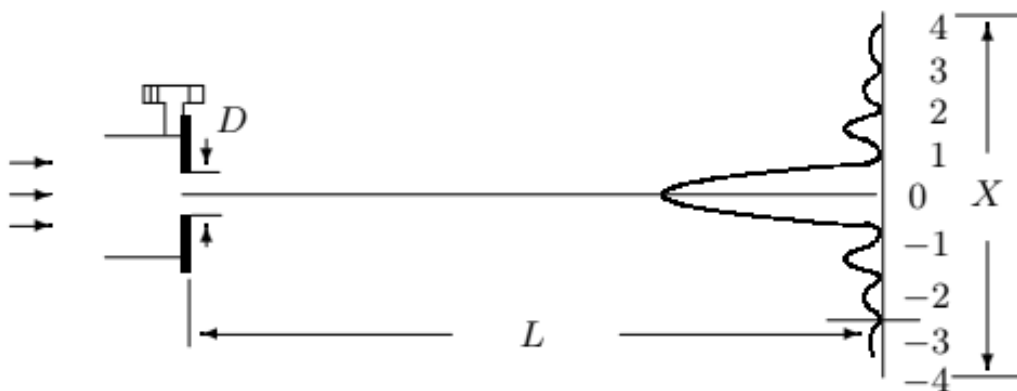


Рис. 3: Спектр щели

Измерения

1. Получим на удалённом экране спектр щели (рис. 3). Меняя ширину щели проследим за изменением спектра на экране и оценим интервал, для которого можно наблюдать и измерять спектр.
2. Проведем измерения ширины m минимумов (центральный считается за 2) для диапазона такого диапазона ширины, как в пункте I. Занесем результаты в Таблицу 2. (b в этой части отмеряется от $b_0 = 0.42$ мм)

По графику найдем точный момент открытия щели $b_{II} = 0.61$ мм и угловой коэффициент $k = 1.4 \text{ 1/мм}^2 \approx \frac{1}{\lambda L} = 1.26 \text{ 1/мм}^2$, измерив $L = 125$ см.

Определение периода решёток

1. Поставим кассету с двумерными решётками (сетками) вплотную к выходному окну лазера. Для каждой сетки измерим расстояние X между m -ми пиками и отметим m — количество пиков. Рассчитаем расстояния ΔX между соседними максимумами и определим период каждой решётки $d_c = f(\Delta X)$, используя соотношения:

$$\Delta X = \frac{X}{m} = \frac{\lambda}{d_c} L$$

Результаты занесем в Таблицу .

2. Далее линзу \mathcal{L}_2 с максимальным фокусом ($F_2 = 11$ см) поставим на расстоянии $\simeq F_2$ от кассеты. В плоскости Φ линза \mathcal{L}_2 даёт Фурье-образ - сетки её спектр, а короткофокусная линза \mathcal{L}_3 ($F_3 = 2,5$ см) создаёт на экране увеличенное изображение этого спектра (Рис 4). Измерим X и m для всех сеток, где это возможно. Так как экран достаточно удалён ($b_3 \gg a_3$), то практически $a_3 = F_3$, и расстояние между линзами $\simeq F_2 + F_3$.
3. Зная увеличение линзы \mathcal{L}_3 ($\Gamma_3 = b_3/a_3$), можно рассчитать расстояние между максимумами Δx в плоскости Φ , а затем период сетки d_l :

$$\Delta x = \frac{\Delta X}{\Gamma_3} = \frac{\lambda}{d_l} F_2$$

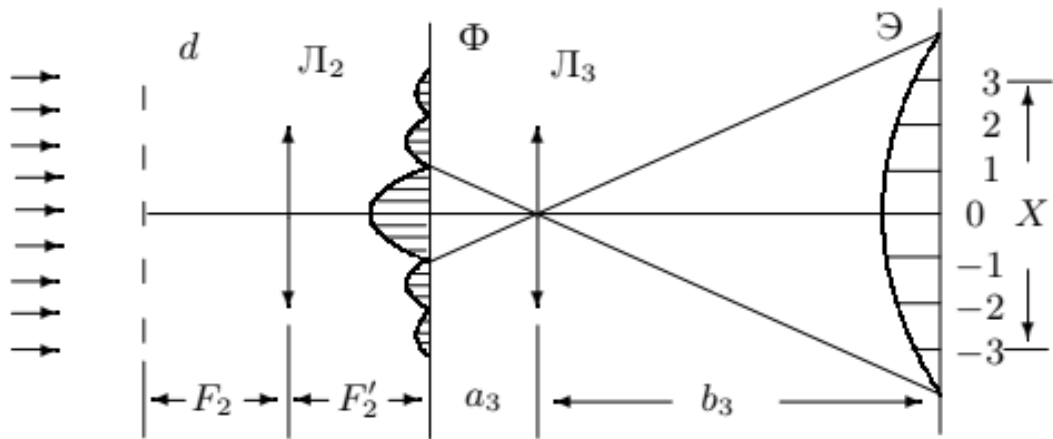


Рис. 4: Схема лабораторной установки для наблюдения увеличенной дифракции на решетках

Занесем данные в таблицу :

n	X, см	m	ΔX , мм	d_c , мкм
1	14.5	4	36.3	21.8
2	14.7	6	24.5	32.3
3	14.5	12	12.1	65.5
4	12.0	20	6.00	132
5	12.5	24	4.79	165

tableДифракция без линз

n	X, см	m	ΔX , см	d_l , мкм
1	28.7	2	14.4	21.2
2	19.3	2	9.65	31.6
3	19.3	4	4.83	62.9
4	19.3	8	2.41	126
5	18.3	10	1.83	166

tableДифракция с линзами

Погрешность получившихся значений можно оценить как

$$\sigma d_l \approx \sqrt{\left(\frac{\Delta F_2}{F_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \approx 1\%$$

Пространственное преобразование спектров

1. Снова поставим тубус со щелью к окну лазера (рис. 4) и найдем на Экране резкое изображение щели с помощью линзы L_2 ($F_2 = 11$ см). В фокальной плоскости Φ линзы L_2 поставим кассету с сетками, которые будут «рассекать» Фурье-образ щели - осуществлять пространственную фильтрацию. Подберем такую ширину входной щели D , чтобы на экране можно было наблюдать мультиплицированное изображение для всех сеток. Чем уже щель, тем шире её Фурье-образ и тем легче рассеять его сетками.

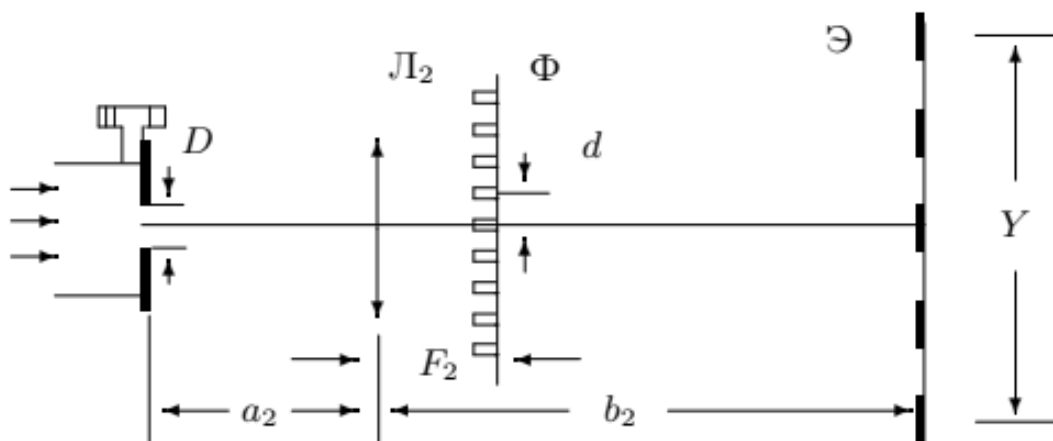


Рис. 5: Схема лабораторной установки рассеяния Фурье-образа

- Снимем зависимость Y (расстояние между удалёнными изображениями щели и k (число промежутков между изображениями) от n (номер сетки) для фиксированной ширины входной щели. Данные занесем в Таблицу 2.

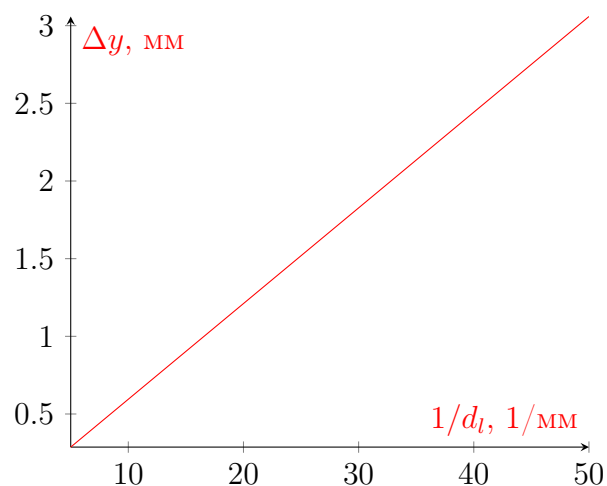
Запишем величину $D = ???$. Измерим расстояния $a_2 = 11.8$ см и $b_2 = 123$ см для расчёта увеличения Γ_2 . Рассчитаем периоды Δy «фиктивных» решёток, которые дали бы такую же периодичность на экране: $\Delta y = \Delta Y / \Gamma_2$, где $\Delta Y = Y / K$.

Построим график $\Delta y = f(1/d_c)$, где d_c — периоды решёток, определённые по спектру:

Зависимость $\Delta y(1/d_l)$

n	k	Y, см	Δy , мм	$1/d_l$, 1/мм
1	6	18.1	2.89	47.2
2	8	16.0	1.92	31.6
3	8	14.0	1.68	15.9
4	20	10.0	0.48	7.93
5	20	7.0	0.34	6.02

Таблица 2: Данные для построения графика зависимости Δy от $1/d_l$



Зависимость должна быть линейной, поскольку

$$\frac{\lambda}{\Delta y} F_2 = d_c$$

1 Вывод

Мы наблюдали эффекты Фурье оптики такие как дифракция, рассеяние изображения и фильтрация Фурье-компонент изображения. Полученные нами результаты согласуются друг с другом:

1. Двумя способами точно измерен момент открывания щели: 0.62 мм для метода геометрической оптики и 0.61 мм для дифракционного метода.
2. Двумя способами измерены периоды решеток:

n	1	2	3	4	5
d_c , мкм	21.8	32.3	65.5	132	165
d_l , мкм	21.2	31.6	62.9	126	166

3. Для фильтрации Фурье-образов отношения ширины щели при прямой фильтрации и под углом 45 deg получено отношение $\frac{0.26\text{мм}}{0.18\text{мм}} = 1.44 \approx \sqrt{2}$, как и предсказывает теория