

# MODELADO MATEMÁTICO 2

## Análisis Galaxia - Parte 1

Carlos Andrés Bautista Torres

### Aspectos Generales

La idea principal para este proyecto es construir un modelo exponencial que se acople lo mejor posible con los datos suministrados a cerca del brillo de una galaxia desconocida. Para ello se deben tener en cuenta varios parámetros a optimizar, según la ecuación exponencial

$$A = A_0 e^{-\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}/h}$$

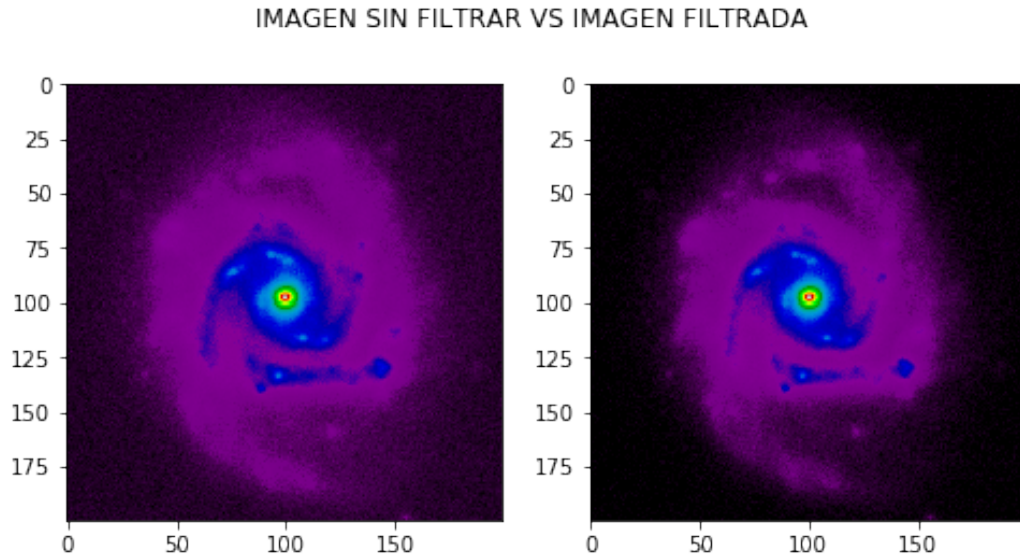
donde  $A$  está asociado con la densidad superficial de brillo en función del radio de la galaxia. Dichos parámetros son  $A_0$ ,  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $h$ . Además, se debe tener en cuenta cierta inclinación de la galaxia con respecto a la lente de la cámara con la cual se tomó la fotografía. Esto se realiza mediante un nuevo parámetro que se denomina “ $\cos(i)$ ”, factor el cual permitirá inclinar el modelo para cotejar correctamente con los datos de las fotografías. Posteriormente se deben realizar un análisis del modelo con el fin de determinar su validez, y obtener estimaciones importantes acerca del brillo, tamaño y masa de la galaxia. Este análisis se realiza para los dos conjuntos de datos asociados con dos espectros diferentes.

### Estructura del Análisis

Esta carpeta consta de dos archivos .ipynb, en cada uno de ellos se encuentra el análisis correspondiente a cada fotografía tomada para un espectro determinado. Sin embargo, la estructura y orden que contiene cada archivo es exactamente el mismo.

Primero se cargan los archivos que contienen los datos con los cuales se cotejará el modelo. Posteriormente se realiza un filtrado en donde se elimina

el “ruido lumínico” del fondo de la fotografía de tal forma que el modelo se compare estrictamente con el brillo de la galaxia. El procedimiento se nota mejor en la imagen con mayor resolución



En este punto se observa que la galaxia tiene cierta inclinación con respecto al plano de la cámara (si consideramos la galaxia perfectamente circular), entonces a partir de la imagen se puede encontrar dicho ángulo de inclinación.

## Cálculo del Ángulo de Inclinación

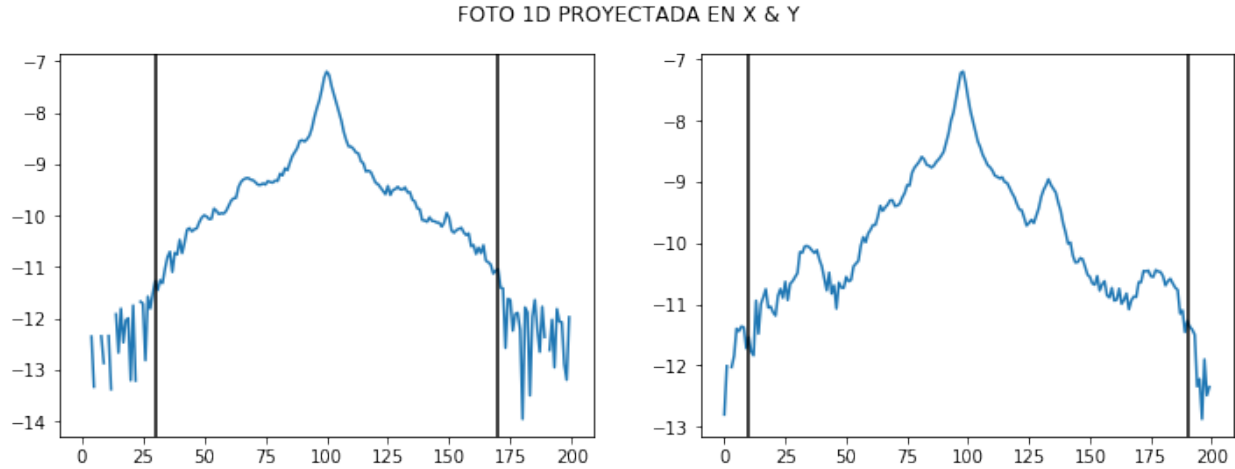
Se realizaron dos métodos para encontrar el ángulo de inclinación, el primero fue a partir de un modelo exponencial modificado, de tal manera que la dispersión o longitud de escala, fuera diferente para los ejes x & y,

$$A = A_0 e^{-\sqrt{\frac{(x-x_0)^2}{h_1} + \frac{(y-y_0)^2}{h_2}}}$$

de forma similar a la ecuación de una elipse,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , siendo  $h_1 = (ah)^2$  y  $h_2 = (bh)^2$ . Al optimizar los parámetros  $h_i$  se puede deducir que el coseno del ángulo de inclinación es

$$\cos(i) = \frac{a}{b} = \sqrt{h_1/h_2}$$

El segundo método es manual en el sentido de que los límites de la galaxia se escogen a mano observando el perfil de brillo,



obteniendo las longitudes  $a$  y  $b$  para nuevamente hallar  $\cos(i)$ . En total se obtuvieron las siguientes medidas

	Método 1	Método 2
<b>Espectro 1</b>	0.96	0.78
<b>Espectro 2</b>	0.97	0.95

Sin considerar la medición obtenida con el segundo método para el primer espectro, las medidas son bastante precisas, dando como resultado un ángulo de inclinación de  $i = 16.26^\circ$ .

## Ajuste de Modelo Exponencial considerando Inclinación

Hay que considerar que la inclinación altera en un factor de  $\frac{1}{\cos(i)}$  el brillo de la galaxia, por lo tanto si se va a comparar el modelo con los datos de la imagen, hay que inclinar el modelo. Una vez hecho esto, se obtienen los parámetros que definen el modelo mejor ajustado a los datos y a partir de ellos se realizan los demás ajustes.

Primero se renormalizó el brillo total de la galaxia de manera que fuera consistente con el brillo real de una galaxia como la Vía Láctea.

$$L_{total} = 10^{10} L_{\odot}$$

Después se redimensionalizó el tamaño de la galaxia considerando que tenía un diámetro de 30 kpc, para posteriormente hallar la densidad de brillo superficial (luminosidad por unidad de área). Finalmente se calcula la masa de la galaxia teniendo en cuenta la equivalencia

$$1 L_{\odot} \rightarrow 1 M_{\odot}$$

donde  $M_{\odot}$  significa masa solar. El resultado de la masa TOTAL para los dos espectros es exactamente el mismo, esto se debe al que el reescalamiento que se utilizó para la luminosidad es igual; sin embargo, la distribución de la masa sí depende de cada modelo, puede ser que en uno se estime más masa en el centro de la galaxia que en el otro.

## Desarrollo del Código

Para el desarrollo de este trabajo se requirieron cuatro librerías:

- Numpy
- Astropy.io
- Matplotlib.pyplot
- Scipy.optimize

La primer librería se usó para la declaración de los arreglos matriciales y otras funciones útiles para el desarrollo del código. La segunda se utilizó para cargar los datos de los espectros de la galaxia, es una librería especial que se utiliza en astrofísica. Para graficar los datos y los modelos se utilizó la tercera librería y por último, Scipy.optimize, la librería fundamental para realizar la optimización de parámetros, mediante a la función *leastsq*, la cual permite minimizar el error cuadrático del modelo con respecto a los datos.