



Image

基础拓扑学笔记

作者：庞逸天

目录

第一章 集合论复习

1

第一章 集合论复习

定义 1.1 (幂集)

设 X 是一个集合, X 的所有子集组成的集合称为 X 的幂集, 记作 2^X .



定义 1.2 (集合的卡氏积)

设 X_1, X_2, \dots, X_n 为集合, 则它们的卡氏积定义为 $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n := \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_i \in X_i\}$.



命题 1.1 (集合运算的分配律)

1. $A \cup \left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} (A \cup B_\lambda)$
2. $A \cap \left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} (A \cap B_\lambda)$
3. $A \times \left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} (A \times B_\lambda)$
4. $A \times \left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} (A \times B_\lambda)$
5. $A \times (B_1 \setminus B_2) = (A \times B_1) \setminus (A \times B_2)$



定理 1.1 (德·摩根定律)

1. $A \setminus \left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} (A \setminus B_\lambda)$
2. $A \setminus \left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} (A \setminus B_\lambda)$



定义 1.3 (映射)

设 X, Y 是两个集合, 则 X, Y 之间的映射 $f: X \rightarrow Y$ 将 X 中的每个元素 x 唯一地对应到 Y 中一个元素 y . 其中 X 称为定义域, Y 称为值域.



定义 1.4 (映射的像)

设 $f: X \rightarrow Y$ 是一个映射, 则子集 $A \subseteq X$ 在 f 之下的像为

$$f(A) = \{y \in Y | \exists x \in A, \text{ s.t. } f(x) = y\} \subseteq Y$$




定义 1.5 (原像)

设 $f: X \rightarrow Y$ 是一个映射, 则子集 $B \subseteq Y$ 在 f 之下的原像为

$$f^{-1}(B) = \{x \in X | f(x) \in B\} \subseteq X$$



 **笔记** 注意, 这里的 f^{-1} 不表示 f 的逆映射或是 f 的反函数.

定义 1.6 (逆映射)

如果 $f: X \rightarrow Y$ 是一个双射, 定义 $f^{-1}: Y \rightarrow X$ 是 f 的逆映射, 满足 $f: x \mapsto y \Rightarrow f^{-1}: y \mapsto x$. 