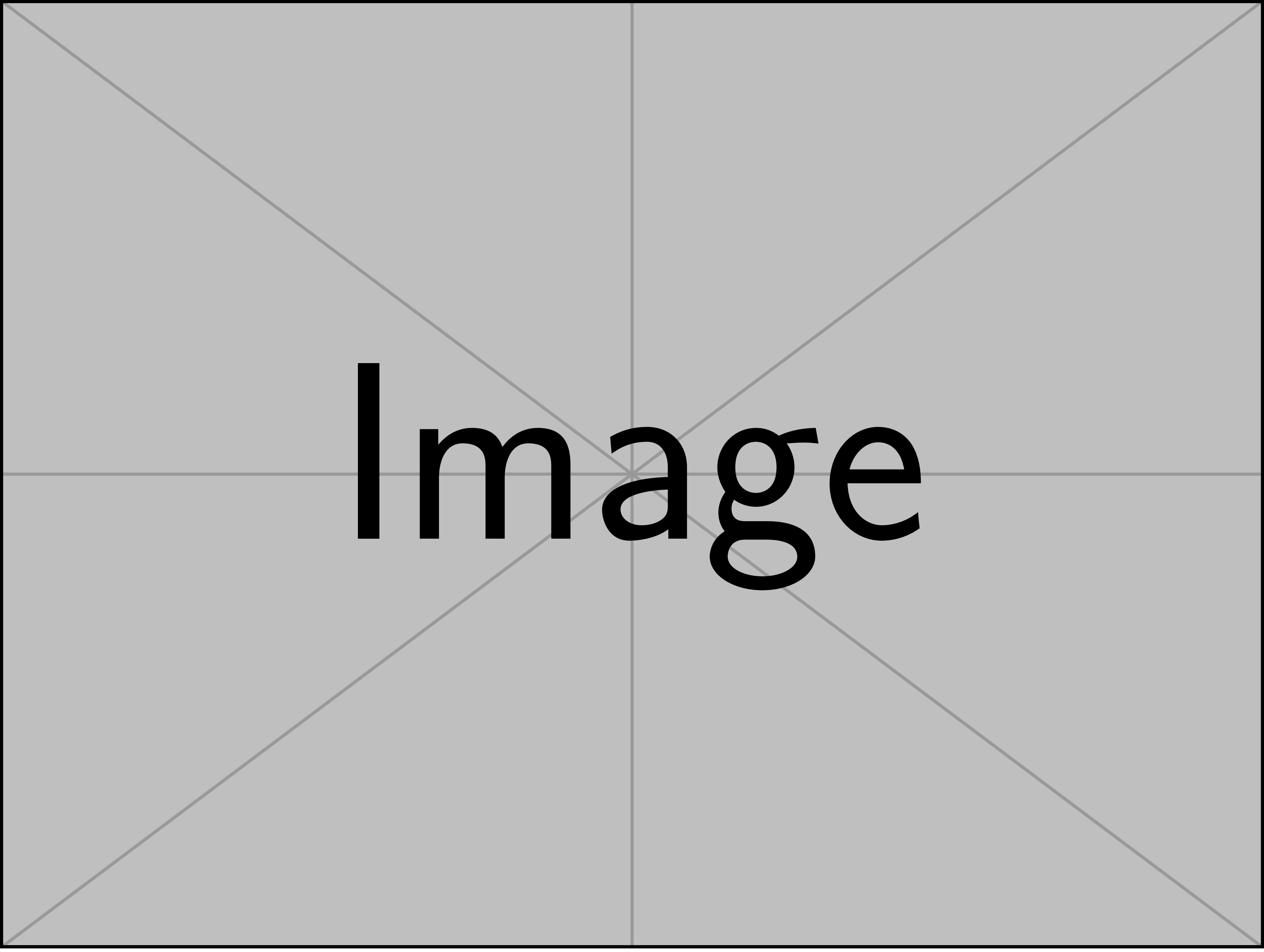

基础拓扑学笔记

目录

第一章 集合论复习

定义 1.1 (幂集)
设 X 是一个集合，X 的所有子集组成的集合称为 X 的幂集，记作 2^X.

定义 1.2 (集合的卡氏积)
设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为集合,则它们的卡氏积定义为 $X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n := \{(x_1, x_2, \cdots, x_n) | x_i \in X_i\}$.

命题 1.1 (集合运算的分配律)

1. $A \cup \left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} (A \cup B_\lambda)$
2. $A \cap \left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} (A \cap B_\lambda)$
3. $A \times \left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} (A \times B_\lambda)$
4. $A \times \left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} (A \times B_\lambda)$
5. $A \times (B_1 \setminus B_2) = (A \times B_1) \setminus (A \times B_2)$

定理 1.1 (德 · 摩根定律)

1. $A \setminus \left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} (A \setminus B_\lambda)$
2. $A \setminus \left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} (A \setminus B_\lambda)$

定义 1.3 (映射)
设 X, Y 是两个集合，则 X, Y 之间的映射 $f : X \to Y$ 将 X 中的每个元素 x 唯一地对应到 Y 中一个元素 y. 其中 X 称为定义域，Y 称为值域.

定义 1.4 (映射的像)
设 $f : X \to Y$ 是一个映射，则子集 $A \subseteq X$ 在 f 之下的像为

$$f(A) = \{y \in Y | \exists x \in A, \text{ s.t. } f(x) = y\} \subseteq Y$$

定义 1.5 (原像)
设 $f : X \to Y$ 是一个映射，则子集 $B \subseteq Y$ 在 f 之下的原像为

$$f^{-1}(B) = \{x \in X | f(x) \in B\} \subseteq X$$

笔记 注意，这里的 f^{-1} 不表示 f 的逆映射或是 f 的反函数.

定义 1.6 (逆映射)

如果 $f: X \to Y$ 是一个双射,定义 $f^{-1}: Y \to X$ 是 f 的逆映射,满足 $f: x \mapsto y \Rightarrow f^{-1}: y \mapsto x$. ♣

定义 1.7

♣